ISSN 1420-8520 Août 2005

TRAVAUX DE LOGIQUE

Université de Neuchâtel

INTRODUCTION À L'ŒUVRE DE S. LESNIEWSKI

FASCICULE III:

LA MÉRÉOLOGIE

Nadine Gessler

CdRS

Centre de Recherches Sémiologiques
Travaux de logique
Août 2005

INTRODUCTION À L'ŒUVRE DE S. LEŚNIESWKI

FASCICULE III:

LA MÉRÉOLOGIE

Nadine Gessler

CdRS

α η δ τ

Université de Neuchâtel

Cette publication se base sur une thèse acceptée par l'Université de Neuchâtel

Centre de Recherches Sémiologiques
Université de Neuchâtel
Espace Louis-Agassiz 1
CH-2000 Neuchâtel (Switzerland)

Au carillon
de la porte
de l'entrée
de l'aile est
du château
dont la terrasse
de la tour
domine la vallée…

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS

- Un tas de sable est un tout, un tout qui est un ensemble de grains de sable!
- Non fils, tu confonds extension et ensemble, tout et partie. Mais surtout, oh Periclidès, tu fais un amalgame de la chose, du modèle et du concept. Mais fils, tu n'es pas le seul! Alas: Fragments byzantins

Toute l'histoire a commencé par une rencontre, un peu tardive, il est vrai, entre un savant et une contradiction, et sa résolution! La rencontre est celle que fait Leśniewski avec un ouvrage de Lukasiewicz : Über den Satz des Widerspruchs bei Aritoteles, en 1911. Il y découvre la logique formelle et le paradoxe baptisé de russellien. Cet événement ne laisse pas Leśniewski indifférent, bien au contraire; il le bouscule, il le provoque même et modifie en profondeur son parcours scientifique. Philosophe engagé, il va soudainement embrasser la carrière d'un logicien convaincu et déterminé. C'est une rupture importante, voire même une apostasie, qui mérite d'être expliquée.

Formé, et notamment par Twardowski, à la pratique rigoureuse et exigeante d'une lecture analytique des concepts logiques, il investit, dans un premier temps de son activité scientifique, des problématiques telles que celles portant sur les propositions existentielles, sur la preuve du principe ontologique de contradiction ou sur la question de l'éternité de toute proposition vraie! Ses propos et ses réflexions s'exposent dans des dissertations de grandes rigueurs et qui dévoilent une très forte volonté, fondée et méthodologiquement voulue, de raisonner et d'argumenter avec une précision de langage et une clarté de pensée totales. Kotarbinski qui a suivi avec attention, et même utilisé, les travaux de Leśniewski disait en substance, évoquant cette période, que «Leśniewski se jeta alors avec passion dans le tourbillon de la spéculation philosophique; il le fit, convaincu de la nécessité de réaliser la signification des mots avant de pouvoir philosopher avec responsabilité». Ce jugement permet de comprendre la perfection et l'ampleur de l'engagement logique ultérieur de Leśniewski.

Cette passion pour «ce tourbillon de la spéculation philosophique» s'achève donc lorsqu'il est confronté à l'existence du paradoxe russellien et à l'exposé de sa résolution. Leśniewski découvre alors les *Principia Mathematica*; il rencontre ainsi ce curieux concept de classe à la Russell qui tout en étant une commodité linguistique est également autre chose! Il pénètre une logique formelle qui n'est pas suffisamment généreuse et non ambiguë pour être à même de porter de manière absolue, le langage de la pensée formelle. Il s'embarque donc pour rejoindre les horizons de la logique et des fondements de la mathématique. Ses premiers travaux dans ce champ sont dédiés à son maître Twardowski qu'il respecte profondément mais dont il ne poursuit plus les intérêts philosophiques. Il l'exprime avec lucidité et avec une grande honnêteté intellectuelle dans l'exergue de ses articles sur les fondements: «A son Professeur de philosophie respecté et aimé, Monsieur Kazimierz Twardowski, en hommage tardif pour son jubilé, un apostat en philosophie, mais un élève reconnaissant».

Leśniewski découvre la logique formelle alors qu'elle a trouvé un style, une forme et un statut épistémologique profondément associés aux travaux logicistes de Whitehead et Russell. Par rapport à cet état, l'avantage de Leśniewski, si je puis le dire, est d'une part de ne pas habiter cette récente tradition logique et d'autre part de se méfier du formalisme. Il étudie les travaux de Frege, Cantor, Dedekind, Schröder, Russell et bien d'autres ; il désespère de comprendre le rapport à la réalité de ces jeux de formes mathématiques et l'exprime haut et fort:

> Le problème des "antinomies" est devenu, sous l'influence prépondérante de M. Russell, le problème central de nombre d'éminents mathématiciens qui ont concentré sur lui leurs efforts, s'éloignant quelquefois considérablement du fond intuitif historique sur lequel naquirent les "antinomies". Ce phénomène favorisait la disparition du sens de la différence entre les sciences mathématiques, tenues pour des théories déductives appelées à capter la réalité hétérogène du monde dans des lois aussi exactes que possibles, et les systèmes déductifs non contradictoire analogues, mais qui, tout en assumant la possibilité d'obtention sur leur terrain d'une quantité toujours croissante de nouveaux théorèmes, se distinguent tout de même par l'absence de toutes valeurs intuitives scientifiques les rattachant à la réalité. (Leśniewski 1916; trad. Kalinowski, 1989)

Et c'est toujours épris de rigueur ainsi que de précision de la pensée et de la parole que Leśniewski analyse cette notion de classe dont tout un chacun use et abuse. Il le fait en restant «indéfectiblement fidèle aux intuitions prélogiques du bon sens imposant le réalisme» comme il aime à le dire lui-même. Ses réflexions sur les diverses manières d'entendre les termes «classe» et «ensemble» et sa «quasi» démonstration en langage naturel qu'aucun objet n'est la classe des classes non subordonnées à elle-même sont des petites merveilles de la mise en œuvre d'une démarche raisonnée rigoureuse et toujours très explicitement et déductivement conduite.

Cette longue traversée critique et constructive aboutit à la résolution de l'antinomie selon Leśniewski et conséquemment, à l'exposé d'une théorie générale des ensembles: la méréologie. Ce qui est étourdissant c'est que cette théorie axiomatisée n'est toujours pas formalisée et qu'elle présente dans sa formulation les traces des deux théories logiques indispensables à l'édifice déductif de tout système: une logique élargie des propositions, la protothétique, et une logiques des relations d'ordre supérieur, l'ontologie. Et là encore, Leśniewski va vivre deux événements importants: le passage au formalisme et le développement de ces deux logiques fondamentales. Le passage au formalisme se fait lorsqu'il réalise qu'un langage de formes est de nature à faciliter la communication. Mais je précise d'emblée que cet engagement dans une perspective formaliste ne suit pas le mouvement qui procède de la formalisation à son interprétation. Leśniewski donne telle forme à tels et tels axiomes parce qu'il est profondément convaincu de la pertinence valide de la signification qui doit précéder l'expression formelle. Ainsi donc, il se pose progressivement comme un intuitionniste convaincu associé à un formaliste redoutable.

Je préfère quant à moi, utiliser le terme de «intuitiviste», et cela pour deux raisons: la première est que Leśniewski n'a jamais pensé ses systèmes logiques à la Brouwer, même si les directives inférentielles qu'il développe sont entachées d'une certaine obédience constructionniste. La deuxième raison relève d'une propriété, d'une discipline et d'une conviction propre à Leśniewski: il a une foi extraordinaire en sa perception naïve de la réalité et en ses qualités de «bon sens» pour l'investiguer. Quant au formalisme, il est, je le rappelle, un moyen d'exprimer avec clarté les perceptions intuitives des concepts logiques et ensemblistes qu'il analyse, et de le faire en privilégiant le développement de langages totalement expliqués, contextuellement cohérents et sans aucune ambiguïté. Les deux citations suivantes sont de nature à préciser cette préoccupation leśniewskienne.

> The psychic "sources" of my axioms are my intuitions, which simply means, that I believe in the truth of my axioms, but I am unable to say why I believe, since I am not acquainted with the theory of causality. My axioms do not have a logical "source", which simply means that these axioms do not have proofs within my systems, just as in general no axioms, in the nature of The psychic "sources" of my axioms are my intuitions, which simply means, that I believe in the things, have proofs in that system for which they are axioms. I am quite unable to answer the question, what is the "objective value" of my axioms, nor any other similar questions, which concern the exponents of the so-called theory of knowledge — because I admit sadly and to my clear disadvantage, that despite my most sincere wishes, I am still unable to understand even one of the problems which occur in the just mentioned respectable "science" (Leśniewski 1916: 4).

> Intuitive interpretation, meaning, and truth concerned him [Leśniewski] more than mere formal consistency and technique; and his formal systems themselves represent the codification of his intuitive logic developed, systematized, axiomatized, symbolized, and formalized over the years... Formalization served him but as a precision instrument of rigor and clarity, an effective technique in the service of meaning and truth. He formalized his terminological explanations and directives with great care -but not because he favoured formalization for its own sake. He was too concerned with interpretation to enjoy even formally consistent (Luschei 1962: 50).

Les bases logiques de la méréologie vont donc être explicitées dans les deux systèmes que sont l'ontologie et la protothétique. Au-delà de leurs finalités logiques, ces systèmes sont conçus d'une manière extrêmement originale et cohérente. Étant destiné à offrir l'accès à un quelconque foncteur d'une quelconque catégorie syntaxico-sémantique issue des catégoriques basiques des propositions et des noms, ces systèmes sont conceptuellement parlant totalement différents de ce qui caractérise la théorie des systèmes formels issue de la tradition hilbertienne. Ils disposent d'une règle d'inférence définitoire autorisant les définitions créatives; ils ne présentent pas une liste de symboles préalablement et catégoriellement déterminés; ils permettent une détermination catégorielle via une lecture contextuelle des inscriptions en développement; tout en étant non contradictoires, ils sont des systèmes qui se développent dans l'espace et le temps explicitant ainsi la genèse de leur évolution.

Le premier fascicule d'*Introduction à l'œuvre de S. Leśniewski* présente à la fois quelques aspects biographiques de Leśniewski et la protothétique. Le deuxième insiste sur le développement de l'ontologie et en explore quelques applications. Ces deux fascicules ont été conçus de manière à présenter l'esprit, l'écriture contextuelle et les mécanismes inférentiels associés à ces systèmes développementaux si particuliers. Ils ont donc valeur de référence.

Ce présent fascicule, troisième du nom, expose la théorie logique appliquée, la théorie générale des classes développée par Leśniewski et connue sous le nom de méréologie. L'intention a été de présenter ce système non pas comme un objet théorique en soi et qui contient la protothétique et l'ontologie, mais davantage comme une théorie à même de résoudre un problème: l'argument de De Morgan, «tout homme est un animal, donc toute tête d'home et une tête d'animal».

Cette manière de faire permet ainsi de vivre le déroulement d'une résolution et de justifier l'existence de la théorie des classes collectives: la méréologie. Madame Nadine Gessler conduit ce projet avec finesse, avec une grande intelligence, avec une subtile compétence démonstrative accompagnée d'un véritable talent rédactionnel. Cette présentation est donc de nature à permettre d'entrer avec bonheur dans le monde logique selon Leśniewski.

Denis MIÉVILLE
Directeur de l'Institut de logique de la
Faculté des lettres et sciences humaines de
l'Université de Neuchâtel

INTRODUCTION

L'argument du Bourreau était qu'il n'était pas possible de couper une tête si elle n'est pas rattachée à un corps, qu'il n'avait jamais rien fait de semblable et que ce n'était pas à son âge qu'il allait commencer.

L'argument du Roi était que tout ce qui a une tête peut être décapité et qu'il ne fallait pas raconter de bêtises.

L'argument de la Reine était que si rien n'était fait dans la minute même, elle ferait exécuter tout le monde.

(Lewis Caroll)

Que les logiciens, à l'époque moderne, se soient peu intéressés à la relation d'ingrédience de partie à tout est un fait que nul ne nous contestera. Le lecteur qui possède quelques familiarités avec la logique, telle qu'elle s'est constituée et a évolué depuis la fin du XIX[e] siècle, sait que la relation de partie à tout n'a pas droit de cité dans un champ de l'extensionnel délimité par les relations ensemblistes usuelles d'appartenance et d'inclusion. Mais il n'en demeure pas moins vrai – à se prendre par exemple la tête entre les mains – que la relation de partie à tout se manifeste avec forte présence dans l'exercice naturel du langage et certains raisonnements qui y sont conduits. C'est d'ailleurs à ce titre qu'elle a contribué à alimenter la discussion relative à certaines énigmes logiques, parmi lesquelles on trouve l'argument de De Morgan: *tout homme est un animal, donc toute tête d'un homme est une tête d'un animal*. Cet argument, dont on a coutume de parler en termes de «célèbre argument de De Morgan»,

Travaux de logique, août 2005.

habite la littérature logique pour avoir été l'un des éléments fédérateurs d'une réflexion nouvelle sur les relations et les limites de la syllogistique traditionnelle[1].

Montrer sa validité formelle de l'argument de De Morgan dans le cadre de la logique standard moderne ne soulève aucune difficulté majeure. Cette validité n'est en effet que l'expression d'un pur jeu syntaxique. En revanche, il est impossible d'associer à la procédure de validation syntaxique une représentation sémantique capable de rendre compte de la relation de partie à tout, *en tant que telle,* que l'argument mobilise. Car dans le rapport solidaire entre syntaxe et sémantique, l'organisation relationnelle correspondant à la tête d'un homme est restreinte à la reconnaissance d'une corrélation purement extensionnelle entre des entités individuelles et discrètes. Aussi la même représentation sémantique vaut-elle tout autant pour les têtes des hommes que leurs maisons, leurs ânes ou leurs chats.

Mais sans doute le bourreau d'«Alice au pays des merveilles» nous concèderait-il qu'à découper des têtes sur des corps, les corps ne sont plus complets, tandis qu'à brûler une maison ou séparer un âne de son propriétaire, ce dernier n'est pas atteint dans son identité. En des termes moins tranchants, ce qui se trouve pris en défaut est la capacité du modèle extensionnel à restituer une image fidèle de l'ontologie présupposée par l'argument de De Morgan. La démarche formelle est certes conforme aux aspects déductifs de la raison opératoire, mais elle vide l'argument de son contenu reposant sur la reconnaissance, à côté de la singularité de ses objets, d'une forme d'identité subordonnée à la nature du lien partitif qu'ils entretiennent. Les moyens sémantiques du cadre extensionnel, en contrepartie de leurs avantages purement formels, révèlent ici leurs propres faiblesses. C'est dans ces limites descriptives – qui ne sauraient

1 Augustus De Morgan (1806-1871).

laisser indifférent tout logicien en recherche d'une meilleure adéquation entre la formalisation logique et la réalité visée par le langage – que s'ancre la réflexion qui guide le déroulement de cet ouvrage.

L'enjeu est donc de parvenir à tester la validité de l'argument à la lumière de sa relation de partie à tout, accédant ainsi à un éclairage sémantique qui ne trahisse pas la perception véhiculée, par la pensée intuitive, de son organisation ontologique. C'est pour accomplir ce projet que nous avons adopté la Méréologie, théorie formelle de la relation de partie à tout élaborée par le logicien polonais S. Leśniewski[2] à l'aube du XX^e^ siècle, en réponse à l'antinomie de Russell. Fondée sur la théorie de pure logique qu'est l'Ontologie, la Méréologie offre les outils d'analyse nécessaires à une résolution de l'argument de De Morgan conciliant l'exigence formelle d'un langage logique et celle, que nous postulons ici, de la descriptibilité des objets référentiels.

C'est ainsi que, porté par l'argument problématique de De Morgan, notre ouvrage se découpe en quatre chapitres. Le premier, intitulé «L'argument de De Morgan», donne tout d'abord une présentation de l'argument au sein de l'œuvre de De Morgan pour se concentrer ensuite sur l'examen du traitement réservé à l'argument dans le cadre de la logique des prédicats du premier ordre. De cet examen découle une réflexion critique liée aux insuffisances descriptives du cadre extensionnel classique et qui nous conduit à postuler que, dans le contexte de l'argument, c'est la signification de la relation de partie à tout qui sémantiquement s'impose. On trouve aussi dans ce premier chapitre un exposé de la solution proposée par Whitehead et Russell dans les *Principia Mathematica.*

Le deuxième chapitre, «Genèse de la Méréologie», se consacre à retracer l'émergence de la Méréologie dans son contexte

2 Stanislaw Leśniewski (1886-1939)

historique. Nous y examinons comment l'antinomie de Russell conduisit Leśniewski à concevoir la Méréologie et à rejeter ainsi la définition classique de l'ensemble au profit d'une définition collective des classes. On y montre également que la nécessité de fonder logiquement la Méréologie déboucha sur une théorie logique – l'Ontologie – profondément différente des systèmes de référence, tant dans ses modes formels que ses conceptions logiques sous-jacentes, et capable par ailleurs de relever le projet logiciste de fondement des mathématiques.

C'est à cette théorie logique sur laquelle s'ancre la Méréologie que nous avons dédié le troisième chapitre. En raison de ses aspects fondateurs, nous l'avons intitulée «Préliminaires logiques».

Quant au dernier chapitre, «Résolution de l'argument de De Morgan», on entre avec lui dans la phase formelle et démonstrative. Il est consacré à la présentation formelle de la Méréologie et à la démonstration des thèses supportant la résolution du problème sémantique posé par l'argument, relativement à la nature spécifique de la relation qui en fonde la dynamique inférentielle.

I. L'ARGUMENT DE DE MORGAN

L'objectif de ce premier chapitre est d'examiner la procédure de validation de l'argument de De Morgan propre au cadre de la logique standard moderne, c'est-à-dire le calcul des prédicats du premier ordre. Après avoir examiné cette procédure, nous serons conduite à mettre au premier plan la problématique dirigeant ce ouvrage, à savoir les limites de la sémantique ensembliste face à la question de la descriptibilité des objets référentiels et de leur complexité ingrédientielle, et l'impossibilité conjointe de la logique des prédicats du premier ordre à fonder l'analyse du mouvement inférentiel de l'argument sur la relation de partie à tout qu'il mobilise. De cette critique découlera la nécessité de recourir à une sémantique de type méréologique. Nous exposerons aussi la solution proposée dans les Principia Mathematica pour valider l'argument. Mais dans un premier temps, nous donnerons la parole à De Morgan lui-même. Ayant fait de son argument le moteur de notre réflexion, il nous semblait en effet juste de nous intéresser à la manière par laquelle il rendit lui-même compte de sa validité.

1. De Morgan et l'argument

1.1. Formulations de l'argument

On trouve dans les écrits de De Morgan plusieurs versions de ce que nous avons qualifié d'«argument de De Morgan». Celui-ci apparaît pour la première fois en 1847, dans *Formal Logic*, à titre d'inférence n'entrant pas dans le cadre de la syllogistique aristotélicienne (De Morgan 1847: 114). Il est formulé ainsi:

(1) Man is animal.
Therefore, the head of a man is the head of an animal.

L'argument est introduit aux côtés de deux autres inférences, qualifiées traditionnellement d'inférences obliques: «Every man is an animal, therefore he who kills a man kills an animal» et «Every man is an animal, some one kills a man, therefore some one kills an animal».

Trois ans plus tard, De Morgan revient à l'argument en écrivant:

> I gave a challenge in my work on formal logic to deduce syllogistically from "Every man is an animal" that "every head of a man is the head of an animal". From the total absence of attempt to answer this challenge, I conclude that no one has succeeded in whose way it has fallen. (1966: 29)[1]

La prémisse et la conclusion étant cette fois universellement quantifiées, l'argument se présente sous la formulation suivante:

1 Dans «On the syllogism, II», pp. 22-66, réédition des *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. IX, 1850.

(2) Every man is an animal.
Therefore, every head of a man is the head of an animal.

Concernant leur prémisse respective, ces deux versions ne présentent pas de différence significative. En revanche, la conclusion de la première version peut susciter une lecture englobant deux descriptions définies. Comme on le verra par la suite, Whitehead et Russell ont traité l'argument dans ce sens, en considérant une version trouvée chez Jevons: «Because a horse is an animal, the head of a horse is the head of an animal.»[2] Par ailleurs, du fait de la présence de l'article défini «la» dans le prédicat «la tête d'un animal», la deuxième version n'est formellement pas valide, même si on peut considérer que l'usage d'une description définie n'est ici qu'un usage apparent, tributaire de l'exemple particulier traité, en l'occurrence celui des têtes des hommes.

On trouve enfin une troisième version de l'argument qui est, elle, formellement valide. Elle correspond à la formulation de l'argument que nous avons adoptée dans la langue française (De Morgan 1966: 216)[3].

(3) Every man is an animal.
Therefore, every head of a man is a head of an animal.

La distinction faite entre ces trois versions, du point de vue de leur validité strictement formelle et à la faveur de la théorie des descriptions définies, n'est nullement significative dans le contexte d'analyse de De Morgan. Celui-ci passe par ailleurs d'une version à l'autre sans faire le moindre commentaire. Nous relèverons cependant que la question de la portée existentielle d'une proposition de la forme «le R de X est le R de Y» a été

2 *Cf.* Jevons 1887: 18.
3 Dans «On the syllogism, IV», pp. 208-242, réédition des *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. X, 1860.

discutée par De Morgan dans son article *Logic*, publié en 1860[4]. Dans cet article, où il aborde le problème de la relation entre forme et contenu, De Morgan répond à une critique adressée deux ans plus tôt par son contemporain Mansel. Ce dernier lui reproche de faire place, en logique formelle, à des considérations matérielles. Selon lui, l'argument est une illustration de ce fait. Mansel considère un argument formellement équivalent à la première version de l'argument de 1847, c'est-à-dire de la forme X est Y *donc* le R de X est le R de Y, et dont le terme sujet de la conclusion, pour ne référer à aucune entité existante, est un terme vide. Cet argument est:

(4) A guinea-pig is an animal.
Therefore, the tail of a guinea pig is the tail of an animal.

Il se trouve en effet que les «cochons guinéens», c'est-à-dire les cochons d'Inde, n'ont pas de queue. C'est la raison pour laquelle Mansel juge l'argument non valide. Il écrit:

> X is an animal, therefore the tail of X is the tail of an animal is a special inference gained from our material knowledge of the thing thought about, and not a general inference necessitated by the laws of thinking. (Mansel 1858, cité dans De Morgan 1966: 253)

De Morgan récuse la critique de Mansel en avançant la justification suivante: si le sujet de la conclusion ne dénote aucun objet, la conclusion ne peut pas être assertée. Par conséquent, elle n'est ni vraie ni fausse. N'étant ainsi porteuse d'aucune valeur de vérité, la question de la validité de l'argument dans laquelle elle apparaît n'a tout simplement pas à être posée. De Morgan écrit:

4 *Cf.* De Morgan 1996: 247-270, réédition de *English Cyclopaedia* (Arts & Sciences, vol. V, 1860).

> Is this consequence formal or material? Formal because this is true whatever a tail may be, so long as there *is* a tail; and it cannot be refused assertion except when X has no tail. A guinea-pig, for instance, puts this proposition out of the pale of assertion, and equally out of that of denial; the tail of a non-tailed animal is beyond us.
> We answer (to Mansel) that thought the lack of tail in a guinea-pig is not a law of logic, but a material accident of the object, yet we know the *consequence* to be necessitated by the laws of thinking, because we must go to impossible matter, we must take the tail of X a non-existence, because we can refuse to assert it. (1966: 253)

La position de De Morgan repose donc implicitement sur une définition de la validité formelle d'un argument que l'on peut résumer ainsi: si la prémisse est vraie alors la conclusion est vraie, si et seulement si la conclusion possède une valeur de vérité. Peu importe dans le cadre de cette discussion que la proposition soit explicitement quantifiée ou non. Dans un cas comme dans l'autre, si le terme sujet est un terme vide, comme l'est le terme «queue d'un cochon d'Inde», la proposition ne sera pas assertée.

1.2. Validation de l'argument par De Morgan

Nous allons ici tenter de répondre à deux questions. Comment De Morgan rendit-il compte de la validité de l'argument? Quel regard critique porter sur la procédure de validation qu'il propose?

En 1847, lorsqu'il expose pour la première fois son argument, De Morgan déclare à son sujet qu'il s'agit d'une inférence, mais pas d'un syllogisme. Il le caractérise comme suit:

> There is another process which is often necessary, in the formation of the premises of a syllogism, involving a transformation which is neither done by syllogism, no immediately reducible to it. It is the

> substitution, in a compound phrase, of the name of the genus for that of the species, when the use of the name is particular. (1847: 131-132)

La première chose à dire découle de la notion de substitution. En faisant appel à une opération de substitution «in a compound phrase», De Morgan insinue que l'argument est une enthymème, c'est-à-dire un argument incomplet dont l'une des prémisses est implicite. Bien que De Morgan n'énonce pas explicitement quelle est la proposition supplémentaire que requiert l'argument, son analyse laisse entendre qu'il s'agirait de la proposition tautologique «toute tête d'un homme est une tête d'un homme». Par conséquent, sous sa formulation complète, l'argument se présenterait ainsi:

Tout homme est un animal.
Toute tête d'un homme est une tête d'un homme.

Donc toute tête d'un homme est une tête d'un animal.

Suivant la caractérisation donnée dans le passage cité ci-dessus, «animal», le nom du genre, est substitué à la seconde occurrence de «homme» (nom de l'espèce dont l'usage est particulier) dans la seconde prémisse. Quant à la prémisse originale «tout homme est un animal», elle a pour rôle de signifier que dans la paire «homme/animal», «homme» est le terme mineur et «animal» le terme majeur (De Morgan 1847: 166).

L'analyse substitutionnelle opérée ici repose sur le principe du *dictum de majore et minore*[5], formulé par De Morgan lui-même pour rendre compte de la validité de certaines inférences échappant à la syllogistique traditionnelle. Sous ce principe, les inférences sont vues comme relevant de la substitution de nom

5 Ce principe est discuté dans Merrill 1990 et Sanchez Valencia 1997.

du genre par celui de l'espèce et vice-versa, sous certaines conditions. Ce principe s'exprime ainsi:

> For every term used universally *less* may be substituted, and for every term used particularly, *more.* The species may take the place of the genus, when all the genus is spoken of; the genus may take the place of the species when some of the species is mentioned, or the genus, used particularly, may take the place of the species used universally. *Not only in syllogisms, but in all the ramifications of the description of a complex term.* (De Morgan 1847: 132)

C'est nous qui soulignons, dans le passage précité, afin de mettre l'accent sur l'enjeu de ce principe formulé en termes substitutionnels, à savoir permettre d'opérer des substitutions sur des parties de termes complexes. La formulation prédicative ne peut répondre à un tel enjeu puisqu'elle n'est applicable qu'à des termes qui apparaissent comme sujet et prédicat des propositions catégoriques standard.

On distingue dans ce principe deux clauses, correspondant chacune à une règle de remplacement d'un terme par un autre. Nous les appelons D_1 et D_2.

D_1: pour chaque terme utilisé universellement, *moins* peut être substitué.
D_2: pour chaque terme utilisé particulièrement, *plus* peut être substitué.

Moins et *plus* renvoient bien entendu à l'espèce et au genre. L'espèce est *moins* que le genre, le genre est *plus* que l'espèce. La première clause correspond à la version substitutionnelle du *dictum de omni et nullo*[6]. La seconde clause est celle ajoutée par

6 «A little consideration suggests as a necessary rule of inference, the right to substitute a larger term used particularly for a smaller one, however used, and a smaller, used in either way, for a larger term used universally. [...] The second part of the rule is the *dictum de*

De Morgan dans le but de rendre compte de certaines inférences obliques. C'est donc elle qui caractérise le nouveau *dictum de majore et minore* et c'est elle que De Morgan invoque pour valider l'argument. Par conséquent, résumant ce qui précède, on peut donner à l'argument la forme déductive suivante:

1.	Tout homme est un animal	Prémisse
2.	Toute tête d'un homme est une tête d'un (*homme*)	Prémisse
	---------------	
3.	Toute tête d'un homme est une tête d'un (*animal*)	1, 2, D_2

Nous n'avons fait, jusque là, que restituer la démarche d'analyse de De Morgan qui se réclame explicitement de la seconde clause caractérisant le *dictum de majore et minore.* Cela dit, il reste à évaluer la procédure de validation de l'argument produite sur la base de ce principe et à nous interroger sur l'utilité d'étendre le *dictum* traditionnel dans le sens de la clause D_2 pour valider l'argument[7].

Une première question surgit. Sur la base de quel critère linguistique décide-t-on que la quantité de la seconde occurrence de «homme», dans la prémisse tautologique, est particulière? («It is the substitution, in a compound phrase, of the name of the genus for that of the species, *when the use of the name is particular*»). De Morgan formule son *dictum* en parlant de terme utilisé universellement ou particulièrement, mais il ne donne aucun critère permettant de déterminer quand l'occurrence d'un terme, dans un nom complexe, est utilisé d'une manière ou

omni et nullo; the first part has not, within my reading, been added to it: both might well be incorporated in one under the name of the *dictum de majore et minore*.» (De Morgan 1966: 28-29).

7 Concernant la syllogistique traditionnelle, nous ne discuterons pas la question de l'utilité d'étendre le *dictum* traditionnel dans le sens où le fait De Morgan. Cette question déborde en effet le cadre de notre étude. Nous soulignerons simplement que la clause D_2 est redondante. Elle autorise cependant à traiter de certaines inférences syllogistiques de manière plus rapide et «élégante».

d'une autre. Dans le cadre de la syllogistique traditionnelle, il n'y a là aucune source de difficulté puisque, dans ce contexte, «particulièrement» et «universellement» sont clairement compris (du moins ne soulèvent-ils pas l'indétermination que nous rencontrons avec les termes complexes). Mais il n'en est pas de même pour l'application des règles à des inférences obliques, ce pour quoi elles ont été formulées. Et en l'absence de tout commentaire de De Morgan au sujet de la nécessité de critères de reconnaissance de la quantité d'un terme, on ne peut que spéculer, face aux règles de remplacement du *dictum* invoquées pour rendre compte de la validité de l'argument.

Est-ce la quantité du terme complexe qui détermine celle du terme y apparaissant comme partie? A la lumière de l'analyse proposée par De Morgan et pour laquelle il invoque le nouveau *dictum*, on peut penser que la réponse à cette question est oui. Car, dans ce cas, les quantités des deux occurrences de «tête d'un homme» dans la prémisse tautologique déterminent celles de leur occurrence respective de «homme». Par conséquent, la première occurrence de «homme» est universelle tandis que la seconde est particulière, ce qui autorise à appliquer la clause D_2.

Toutefois, si c'est bien sur un tel critère que De Morgan s'appuie, alors on remarque que la clause D_2 n'est pas nécessaire. On peut en effet valider l'argument en se contentant d'utiliser la clause D_1, celle qui correspond à la formulation substitutionnelle du *dictum* traditionnel *de omni et nullo*. Pour ce faire, il suffit de prendre en lieu et place de la prémisse tautologique «toute tête d'un homme est une tête d'un homme» la proposition «toute tête d'un animal est une tête d'un animal». Puisque, suivant le critère supposé, la première occurrence de «animal» (nom du genre) est universelle, on est autorisé à lui substituer le terme «homme» (nom de l'espèce), conformément à la règle de remplacement D_1. Dans ce cas, on a la déduction suivante:

1. Tout homme est un animal — Prémisse
2. Toute tête d'un (*animal*) est une tête d'un animal — Prémisse

----

3. Toute tête d'un (*homme*) est une tête d'un animal — 1, 2, D_1

Ainsi, chacune des deux clauses D_1 et D_2 valide-t-elle l'argument. Force est donc de conclure que l'impact réel du *dictum de majore et minore* sur l'argument réside dans sa formulation en termes de substitution, et non pas dans l'ajout de la clause D_2.

Précédemment, nous avons supposé que le critère admis par De Morgan fait dépendre la quantité d'un terme apparaissant dans un terme complexe de celle de ce dernier. Mais on pourrait également supposer que De Morgan recourt implicitement à un autre critère linguistique et considère que la quantité d'un terme est particulière quand celui-ci est précédé de «un» (ou «quelques») et universel quand il est précédé de «tout» (ou «chaque»). Cependant ce critère se révèle inadéquat. Il convient en effet pour l'inférence suivante, non valide:

1. Tout homme est un animal — Prémisse
2. Toute tête d'un (homme) est une tête d'un homme — Prémisse

----

3. Toute tête d'un (animal) est une tête d'un homme — 1, 2, D_2

Le critère ne différenciant pas les deux occurrences de «homme» dans la prémisse tautologique, «homme» peut y être substitué dans les deux cas. Par conséquent on est autorisé à générer cette inférence, non valide.

Que faut-il conclure des considérations qui précèdent? Que si l'enjeu du *dictum de majore et minore* est d'autoriser des substitutions dans les noms complexes, afin de valider certaines inférences échappant à la syllogistique traditionnelle telle son argument relationnel, De Morgan a échoué? Oui et non. On répondra oui si l'on ne retient du principe que ses limites résultant de l'absence de critères de reconnaissance de la quantité d'un terme. Une telle position revient ainsi à faire valoir que sous la forme que lui donne De Morgan et sans directives linguistiques claires, le principe n'est pas directement applicable. Nous sommes contraints de nous appuyer sur nos intuitions logiques pour déterminer la validité d'un argument. Le *dictum* n'est invoqué que dans un deuxième temps pour décider si l'usage du terme substitué est particulier ou universel. Mais on répondra non à notre question si ce dernier jugement s'accompagne du rejet pur et simple des règles de remplacement comme intrinsèquement inadéquates. Car, bien que De Morgan n'ait pas reconnu la nécessité d'une procédure systématique de reconnaissance de la quantité d'un terme, cela ne signifie pas qu'une telle procédure n'existe pas. Nous pourrions à ce sujet présenter diverses théories qui offrent un cadre d'analyse approprié à fonder les règles de remplacement du *dictum* et à offrir une procédure de validation de l'argument. Nous ne le ferons pas, pour la simple raison que l'exposition de ces procédures, ne serait-ce que de manière très succincte, exigerait une présentation des théories dans lesquelles elles s'inscrivent. Or, vu les limites et l'orientation donnée à notre étude, nous ne pouvons concevoir de telles présentations. Par ailleurs, étant tributaires d'une sémantique de type ensembliste, elles n'ajouteraient pas d'éléments déterminants à notre propos sémantique, dans la mesure où le problème de la relation de partie à tout caractéristique de l'argument de De Morgan leur demeure totalement extérieur[8]. Nous concernant, notre propos se limitait à montrer comment De Morgan, tout en mettant en avant les limites de la syllogistique traditionnelle, avait tenté de rattacher l'argument à celle-ci en reformulant et généralisant le *dictum* traditionnel en termes substitutionnels.

8 *Cf.* Sommers 1984 ou encore Sanchez Valencia 1995 et 1997.

2. L'argument et la logique standard moderne

Nous allons maintenant nous intéresser au traitement réservé à l'argument de De Morgan lorsque ce dernier est inséré dans le cadre déductif de la logique moderne standard. Nous aborderons la procédure de validation de l'argument successivement sous ses aspects syntaxique et sémantique. Dans un premier temps, nous nous pencherons sur la traduction de l'argument. Ensuite, après avoir démontré la validité formelle de l'argument, nous investiguerons la procédure sémantique correspondante, à travers le modèle ensembliste qui lui est associé. Cette investigation nous conduira à mettre au premier plan les contraintes et les limites représentatives inhérentes aux notions de base relatives à la théorie des ensembles que nécessite la sémantique du calcul des prédicats du premier ordre et dont la relation de partie à tout est, pour ainsi dire, la victime. Nous en viendrons alors à prendre position en faveur d'une sémantique de type méréologique pour rendre compte de la validité de l'argument de De Morgan.

2.1. Traduction de l'argument

Pour traduire l'argument, nous adopterons dans un premier temps un langage du premier ordre avec identité, et élargi aux symboles de fonction. Nous précisons rapidement la morphologie d'un tel langage avec la donnée de son vocabulaire et celle des règles de formation des formules, ou expressions bien formées.

Morphologie d'un langage du premier ordre

Le vocabulaire, ou ensemble de symboles primitifs, est composé d'un ensemble dénombrable de symboles qui se répartissent en symboles logiques et symboles non logiques. Les symboles logiques comprennent les symboles représentant les variables d'individus: $x_1, x_2, \ldots x_n$; les symboles pour les connecteurs logiques: $\wedge, \supset, \sim$; les symboles de quantification: $\exists, \forall$[9] ; des signes de ponctuation et, dans un langage avec identité tel celui adopté, figure également le symbole de l'égalité, =. Quant aux symboles non logiques, ils comprennent des symboles de prédicats n-aires, pouvant être des propriétés ou des relations, des symboles de constantes d'individus et des symboles de fonctions n-aires.

Concernant les variables syntaxiques utilisées pour parler de ce langage, nous nous en tiendrons aux conventions suivantes: P pour un symbole de prédicat quelconque, f pour un symbole de fonction quelconque, t pour un terme quelconque (*cf. infra* la définition de l'ensemble des termes), A, B pour des formules quelconques (*cf. infra* la définition de l'ensemble des formules) et v pour une variable d'individu quelconque.

Une fois le vocabulaire spécifié, l'ensemble des formules est défini par induction, après qu'ait été préalablement défini l'ensemble des termes.

Définition de l'ensemble des termes:

(a) Les variables et les constantes sont des termes.
(b) Si f est un symbole de foncteur et $t_1 \ldots t_n$ sont des termes, alors $f(t_1 \ldots t_n)$ est un terme.
(c) Seules les expressions définies par les clauses (a) ou (b) sont des termes.

Définition de l'ensemble des formules:

(a) Si P est un symbole de prédicat à n-aire et $t_1 \ldots t_n$ sont des termes, alors $Pt_1 \ldots t_n$ est une formule.
(b) Si t_1 et t_2 sont des termes, alors $t_1 = t_2$ est une formule.

9 Ce choix est arbitraire puisqu'il est possible de n'introduire que deux connecteurs primitifs et le seul symbole du quantificateur universel, les autres connecteurs usuels et le quantificateur existentiel pouvant être introduits par des définitions abréviatives.

(c) Si A et B sont des formules et v est une variable quelconque, alors $\sim A$, $(A \supset B)$, $(A \wedge B)((\forall v)A)$ sont des formules.
(d) Seules les expressions définies par les clauses (a), (b) ou (c) sont des formules.

Par convention, on supprimera les parenthèses extérieures.

Traduction de l'argument

Rappelons tout d'abord la formulation adoptée.

Tout homme est un animal.

Toute tête d'un homme est une tête d'un animal.

Si a et b sont des symboles de prédicats monadiques et r est un symbole de prédicat dyadique représentant respectivement les propriétés «être un homme», «être un animal» et la relation «être une tête de», l'argument se traduit comme suit:

[1] $(\forall x)(ax \supset bx)$

[2] $(\forall y)((\exists x)(ax \wedge ryx) \supset (\exists x)(bx \wedge ryx))$

[2] se lit donc: «Quel que soit y, s'il existe (au moins) un x qui est homme et que y est une tête de x, alors il existe (au moins) un x qui est animal et y est une tête de x»[10].

Quant à l'analyse logique débouchant sur cette traduction de la conclusion de l'argument, elle se déroule selon les étapes suivantes.

La proposition:

[a] Toute tête d'un homme est une tête d'un animal.

est de la forme

[b] $(\forall y)$(y est une tête d'un homme $\supset$ y est une tête d'un animal).

10 C'est cette traduction que l'on rencontre dans la littérature. (Suppes 1957: 93 entre autres).

Il s'agit donc d'exhiber la forme logique des deux membres de la conditionnelle:

[c] y est une tête d'un homme et

[d] y est une tête d'un animal.

A ce stade de l'analyse interviennent des présuppositions d'existence. On considère en effet que les expressions «y est une tête d'un homme» et «y est une tête d'un animal» signifient respectivement qu'il *existe un homme* dont y est la (une) tête» et qu'*il existe un animal* dont y est la (une) tête». Par conséquent, à [c] et [d] sont associées les expressions symboliques:

[e] $(\exists x)(ax \wedge ryx)$ et

[f] $(\exists x)(bx \wedge ryx)$.

En substituant [e] et [f] dans la conditionnelle initiale [b] on obtient:

[2] $(\forall y)((\exists x)(ax \wedge ryx) \supset (\exists x)(bx \wedge ryx))$.

Avant d'émettre tout commentaire au sujet de cette traduction, nous lui adjoindrons une deuxième traduction faisant usage des symboles de fonction. Si nous avons adopté un langage avec symboles de fonction, c'est en effet pour pouvoir formuler côte à côte les deux traductions que l'on rencontre habituellement de l'argument de De Morgan dans les ouvrages de logique, selon que leurs auteurs considèrent un langage du premier ordre fonctionnel ou non.

La traduction fonctionnelle découle de l'unicité, suggérée par l'expérience, pour tout un chacun, de sa tête. L'analyse logique de la proposition «toute tête d'un homme est une tête d'un animal» reste fondamentalement la même, si ce n'est que le formalisme permet d'exprimer que tout homme ne possède qu'une et une seule tête.

«$(\exists x)(ax \wedge ryx)$» et «$(\exists x)(bx \wedge ryx)$» sont interprétés ainsi: «il existe x tel que x est un homme et y est *la* tête de x» et «il existe un x tel que x est un animal et y est *la* tête de x». La relation «rxy» est alors traitée comme une relation fonctionnelle, sur la première variable x, conformément à la définition suivante d'une relation fonctionnelle, où R représente une relation quelconque:

$$\text{Fonc}(R) = \text{df } (\forall x)(\forall y)(\forall z)((Rxz \wedge Ryz) \supset (x = y)).$$

A partir de la relation binaire R, on peut donc définir une fonction f à un argument telle que:

$$(\forall x)(\forall y)(Rxy \equiv x = f(y)).$$

Si, dans le contexte de l'argument de De Morgan, on utilise la lettre t pour représenter la relation «être *la* tête de» en termes de fonction «tête de», la conclusion se formalise comme suit:

[3] $(\forall y)((\exists x)(ax \wedge y = t(x)) \supset (\exists x)(bx \wedge y = t(x))$[11].

Il est bien évident que la possibilité de la traduction fonctionnelle relève du caractère d'unicité des têtes des hommes. Que l'on mette «bras de» ou tout simplement «partie de» à la place de «tête de», et il ne sera plus question de relation fonctionnelle puisque, si l'on se rapporte à la définition de Fonc(R), x et y peuvent être chacun en relation avec z sans que x soit y. En outre, il est possible d'expliciter formellement l'unicité de la tête sans faire usage de symboles de fonction. Pour ce faire, on adoptera la traduction:

[4] $(\forall y)((\exists x)((ax \wedge ryx) \wedge (\forall z)(rzx \supset y = z)) \supset$
$(\exists x)(bx \wedge ryx)).$

Le premier membre de la conditionnelle énonce bien le postulat de l'unicité de toute tête d'un homme.

11 C'est la traduction que propose par exemple Mendelson (1964: 45-46), qui adopte la formulation de l'argument: «All men are animals, hence the head of a man is the head of an animal.»

Faisons observer que la traduction habituellement proposée de la conclusion de l'argument dans un simple calcul des prédicats est toujours la traduction [2].

Cela dit, et dans la droite lignée de ce qui précède, la formalisation logique de la conclusion, qu'elle soit prise dans sa version simplement prédicative ou sous la forme que nous avons appelée fonctionnelle, suscite un certain nombre de remarques. Nous condenserons celles-ci sur la traduction [2]:

$$(\forall y)((\exists x)(ax \wedge ryx) \supset (\exists x)(bx \wedge ryx)).$$

Nos remarques sont guidées par des considérations d'ordre sémantique. Certaines d'entre elles, explicitement liées à la question de la nature partitive de la relation «tête de», prendront place plus loin, après qu'ait été examinée la réalisation sémantique de l'argument. Pour l'heure, nous restons sur l'axe syntaxique. Nous voulons *simplement constater*, dans un premier temps, le dépouillement opéré par le calcul des prédicats lors de sa réduction de l'activité rationnelle à la seule validité syntaxique.

Un premier commentaire touche à la présence, dans le champ du quantificateur universel, de deux quantificateurs existentiels, séparés par l'opérateur principal de la conditionnelle. Comme nous l'avons mis en évidence précédemment, la présence de ces deux quantificateurs existentiels découle des présupposés d'existence qui entrent en jeu lors de l'analyse des expressions «x est une tête d'un homme» et «x est une tête d'un animal». Aussi aboutit-on, pour la conclusion de l'argument, à une traduction qui n'explicite pas au niveau du symbolisme logique le présupposé que l'homme (s'il existe) et l'animal dont y est de chacun une tête sont le même individu. Si l'on veut insérer dans la traduction de la conclusion cette relation d'identité, il y a deux solutions.

La première consiste à modifier [2] en ce sens:

[5] $(\forall y)(((\exists x)((ax \wedge ryx) \supset (\exists z)((bz \wedge ryz) \wedge x = z)))$.

La deuxième solution, quant à elle, nécessite d'abandonner les présupposés d'existence. Ce faisant, il est alors possible d'adopter la traduction suivante.

[6] $(\forall x)(\forall y)((ax \wedge ryx) \supset (bx \wedge ryx))$.

Dans ce cas, la quantification opérant un renvoi référentiel sur la variable x dans les deux membres de la conditionnelle, l'animal et l'homme dont y est la tête sont nécessairement le même individu. Mais nous verrons ci-après que si cette dernière formule garantit bien formellement l'unicité de l'animal et l'homme en question, elle est sujette à critique.

Comme nous l'avons déjà dit, la traduction rencontrée de l'argument de De Morgan dans les ouvrages de logique, ou d'un argument formellement équivalent, est toujours la traduction [2] (ou la traduction fonctionnelle [3][12]). On n'y rencontre par ailleurs pas de commentaire visant à relever la différence entre [2] et [6], pas plus – profitons en pour le souligner au passage – que l'on n'y rencontre la moindre allusion à la nature partitive de la relation «tête de» et au fait que, du point de vue de son fonctionnement sémantique propre, cette relation ne pourra pas être mise à jour. Mais ceci est la musique des pages à venir. Pour en revenir à la question des deux traductions [2] et [6], nous n'avons connaissance que d'un seul auteur, Wengert, qui dans un très court article intitulé *Schematizing De Morgan's Argument,* les confronte l'une l'autre[13]. Wengert soutient fermement que c'est [6], et non pas [2], qui est la traduction correcte de la conclusion de l'argument de De Morgan. La rai-

12 Comme nous venons de le souligner, la traduction fonctionnelle exige pour qu'il y ait équivalence l'unicité, donc Fonc(R).

13 *Cf.* Wengert 1974. Cet article a suscité une réponse de Merill «On De Morgan's Argument» 1974.

son qu'il donne est précisément que la formule [2] laisse ouverte la possibilité que l'animal dont y est la tête ne soit pas le même individu que l'homme dont y est aussi la tête. Par ailleurs, les formules [2] et [6] n'étant pas équivalentes – [6] implique [2] mais [2] n'implique pas ([6] – c'est le choix de la formule la plus «forte» qui, selon Wengert, s'impose.

Pour préciser en quoi [2] se distingue de [6], Wengert s'appuie sur la structure d'interprétation suivante. Le domaine d'objets est l'ensemble des êtres humains et à a, b et r sont respectivement assignées les propriétés «être une femme», «être un homme», et la relation «être l'enfant de». Sous cette interprétation, [2] se lit: «Quiconque a une mère a un père» tandis que [6] se lit: «La mère de quiconque est son père.» Et si [6] est faux, c'est précisément parce que la femme dont y est l'enfant est également l'homme dont y est l'enfant. Wengert renforce également son argumentation en faveur de [6] en exhibant la proposition suivante, de laquelle [2] peut être dérivée, mais pas [6]:

[7] $(\forall y)((\exists x)\, ryx \supset ((\exists x)(ax \wedge ryx) \wedge (\exists x)(bx \wedge ryx))$.

Sous l'interprétation de Wengert, [7] exprime que ce qui a un parent a à la fois un père et une mère, tandis que sous l'interprétation de De Morgan, [7] exprime que toute tête est à la fois la tête d'un homme et la tête d'un animal, ce qui est faux.

L'adoption de [2] comme traduction de la conclusion de l'argument de De Morgan, nous l'avons vu, s'explique aisément à la lumière des présupposés d'existence entrant en jeu dans l'analyse logique de la proposition. Wengert ne dit rien par ailleurs au sujet de ces présupposés et ne suggère pas, comme nous l'avons fait auparavant, de modifier [2] dans le sens de [3]. Mais l'explication du silence général des logiciens, à l'égard de la relation d'identité reconnue dans le contexte de l'argument entre deux individus dont le même objet est une tête, doit être cherché ailleurs que dans les présupposés d'existence. En effet, la traduction [2] apparaît toujours dans le contexte de l'argument, c'est-à-dire en tant que conséquence de la prémisse «Tout homme est un animal», et non pas en tant que traduction de la proposition «toute tête d'un homme est une tête d'un animal» considérée isolément, hors du contexte déductif. Or dans de telles conditions, non seulement il n'y a aucune différence entre [2] et [6] en termes de valeurs de vérité mais, de plus, l'homme et l'animal en question sont nécessairement le même individu.

Toutefois, il y a une objection à l'admission de la formule [6] comme traduction de l'argument. Cette formule s'accompagne en effet d'une trivialisation de l'argument. Pour s'en convaincre, il suffit de constater que la formule [6] est équivalente à la formule:

[8] $(\forall x)((\exists y)ryx \supset (ax \supset bx))$.

On lit cette dernière formule: «Pour tout x, s'il existe (au moins) une tête de x, alors x ne peut pas être un homme sans être un animal.» Force est d'admettre, avec la mise à jour de cette équivalence, que l'analyse syntaxique proposée révèle sa faiblesse expressive et que le dépouillement est tel qu'il ne reste rien de l'acte langagier. En effet, que montre-t-on? Que de la prémisse «tout homme est un animal», soit $(\forall x)(ax \supset bx)$, on peut conclure que s'il existe (au moins) un objet qui est en relation avec un autre objet, alors ce dernier ne peut pas être un homme sans être un animal. L'argument est évidemment valide!

Face à la dimension triviale de la formule [8], on conclura donc que la formule [6] proposée par Wengert ne peut pas être retenue comme alternative à la formule [2]. Et à choisir, on optera donc finalement pour cette dernière.

Concluons ce point en revenant rapidement à De Morgan lui-même. On peut en effet se demander si l'une des deux traductions [2] et [6] reflète plus adéquatement que l'autre l'interprétation que De Morgan avait à l'esprit en proposant l'argument à titre d'inférence échappant à la syllogistique traditionnelle. Si l'on tient compte du cadre d'analyse logique dans lequel s'inscrit l'argument, on doit conclure que De Morgan ne pouvait en aucune manière concevoir l'interprétation correspondant à la formulation [6]. Comme nous l'avons signalé dans la section précédente, l'argument est analysé de manière conservatrice, dans la droite lignée de la doctrine traditionnelle des propositions catégoriques. Et, en faisant appel aux règles de substitution du *dictum de majore et minore* pour rendre compte de la validité de l'argument, l'intention de De Morgan se limite à montrer que le prédicat «être une tête d'un animal» s'applique à tout objet pour lequel s'applique le prédicat «être une tête d'un homme». Or une telle approche ne requiert pas de passer au crible de l'analyse et de la reconstruction formelle le *présupposé* que l'animal et l'homme dont l'objet en question est la tête sont le même individu, ce pour quoi, par ailleurs, elle ne dispose pas des outils formels nécessaires.

Validité formelle de l'argument

L'argument ainsi traduit dans le symbolisme du calcul des prédicats du premier ordre, montrons qu'il est formellement valide, c'est-à-dire que [2] est une conséquence syntaxique de la proposition $(\forall x)(ax \supset bx)$. Rappelons qu'un énoncé E est une conséquence syntaxique d'un ensemble d'énoncés Γ, si E peut être dérivé *via* les règles et les axiomes du calcul du premier ordre. On écrit $\Gamma \vdash E$. Il s'agit donc de démontrer que:

$$(\forall x)(ax \supset bx) \vdash (\forall y)\ ((\exists x)(ax \wedge ryx) \supset (\exists x)(\ bx \wedge ryx)).$$

Pour ce faire et pour des raisons de commodité, nous n'utiliserons pas la méthode axiomatique de preuve mais une méthode de déduction naturelle. Les règles sont données en annexe.

La démonstration est la suivante:

1.	$(\forall x)(ax \supset bx)$	prémisse
2.	y $(\exists x)(ax \wedge ryx)$	hypothèse
3.	x $ax \wedge ryx$	hypothèse
4.	ax	3, $\wedge$e
5.	$(\forall x)(ax \supset bx)$	1, réit
6.	$ax \supset bx$	5,$\forall$e
7.	bx	4, 6, $\supset$e
8.	ryx	3, $\wedge$e
9.	$bx \wedge ryx$	7, 8, $\wedge$i
10.	$(\exists x)(bx \wedge ryx)$	9, $\exists$i
11.	$(\exists x)(bx \wedge ryx)$	2, 3-10, $\exists$e
12.	$(\exists x)(ax \wedge ryx) \supset (\exists x)(bx \wedge ryx)$	2-11, $\supset$i
13.	$(\forall y)((\exists x)(ax \wedge ryx) \supset (\exists x)(bx \wedge ryx))$	2-12 ,$\forall$i

Cette démonstration n'appelant pas à notre avis de commentaire particulier, nous abordons maintenant la question de la réalisation sémantique qui lui est associée, dans le processus interprétatif propre au contexte de l'argument de De Morgan.

2.2. Réalisation sémantique de l'argument

Nous ne nous attarderons pas sur le problème, techniquement simple, consistant à doter un langage du premier ordre de sa caractérisation sémantique. Nous ferons donc l'économie d'une présentation détaillée des notions de structure d'interprétation, de formule vraie dans une interprétation, de formule valide, de modèle et de conséquence sémantique. Nous rappellerons simplement, concernant cette dernière notion de conséquence sémantique, les deux résultats attestant de la fécondité de l'union syntaxe et sémantique dans les théories des modèles du premier ordre, à travers la correspondance parfaite établie de l'une à l'autre. Le premier est le théorème de fiabilité: si un énoncé E est une conséquence syntaxique d'un ensemble d'énoncés Γ, alors E est une conséquence sémantique de Γ, schématiquement si $\Gamma \vdash E$ alors $\Gamma \models E$. Le second est le théorème de complétude forte de Gödel: si $\Gamma \models E$ alors $\Gamma \vdash E$.

Revenons à l'argument dont nous venons de démontrer la validité formelle. D'un point de vue sémantique, cela signifie que la forme opératoire objectivée sous laquelle il tombe est celle d'une inférence valide pour toutes les interprétations dans tous les univers possibles, constitués d'éléments absolument quelconques qui peuvent être aussi bien des hommes, des pendules, des têtes, des nombres ou encore des ensembles[14]. A strictement parler, étant donné que nous considérons un argument, et non pas le théorème correspondant, la conclusion sera vraie dans toutes les structures d'interprétation dans lesquelles la prémisse est valide. Mais cette nuance n'affectera en rien la réflexion critique que nous allons mener.

Avant d'instruire cette réflexion critique, investiguons le modèle ensembliste que l'on peut fournir de l'argument, en d'autres mots sa réalisation concrète. L'utilisation de la notion de concrétude est bien entendu à entendre au sens qui est le sien dans la perspective sémantique propre à la théorie des modèles. Le trait de concrétude est illustré d'une part par le fait que les symboles logiques y ont leur sens attendu et ne désignent pas uniquement des opérations formelles sur des objets quelconques et, d'autre part, par le fait que les symboles de prédicats se voient interprétés par de véritables propriétés et relations sur un univers d'objets fixé.

Considérons donc la structure d'interprétation, ou le modèle M, c'est-à-dire le domaine d'objets D muni des propriétés et relations définies sur lui par l'assignation prédicative. Celle-ci associe à chaque symbole de prédicat à n-places P^n une propriété

14 La notion de validité comme de vérité pour toutes les interprétations «dans des univers non vides» ou «dans l'univers des entiers naturels» remonte à Hilbert et Ackermann, dans *Grundzüge der theoretischen Logik*, 1928.

ou une relation n-aire, $(P^n)^M$ sur D, c'est-à-dire un ensemble de n-uplets d'éléments de D tels que $(P^n)^M \subseteq D^n$. Ainsi, relativement à la traduction formelle considérée, à a et b sont assignées les propriétés «être un homme» et «être un animal» auxquelles correspondent en extension l'ensemble composé des hommes et celui composé des animaux. Si on utilise les lettres H et A pour représenter ces deux ensembles, ceux-ci se définissent ainsi:

$$H = df\ \{x \mid ax\} \text{ et } A = df\ \{x \mid bx\};\ H \subseteq D \text{ et } A \subseteq D.$$

Au symbole de prédicat binaire r est assignée la relation «être une tête de». Cette relation se définit en extension par l'ensemble des couples vérifiant la relation, c'est-à-dire l'ensemble des paires d'individus dont le premier est une tête du second. Si on représente cet ensemble par la lettre E, on a, avec ryx pour «y est tête de x»:

$$E = df\ \{(y,x) \mid ryx\};\ E \subseteq D \times D.$$

Spécifions encore le domaine et le co-domaine de la relation r:

Dom(r) = df $\{y \mid (\exists x)ryx\}$; Dom(r) $\subseteq$ D, c'est-à-dire *les têtes* $\subseteq$ D.
Co-Dom(r) = df $\{x \mid (\exists y)ryx\}$; Co-Dom(r) $\subseteq$ D, c'est-à-dire *les objets qui ont une tête* $\subseteq$ D.

Quant à l'univers de discours D, domaine fixé pour l'application en vue et qui contient tous les objets que nous avons à considérer dans cette application, il doit nécessairement être pensé comme consistant en l'ensemble des têtes et des animaux (pour autant, bien entendu, que l'on vise une concrétisation de l'argument).

Ici, une première remarque s'impose. Triviale dans le cadre de la sémantique extensionnelle représentée par la théorie des ensembles, elle est tout à fait fondamentale pour la réflexion que nous menons dans cet ouvrage puisque les limites, par rapport à une problématique de type méréologique, en sont les conséquences immédiates. C'est la suivante: à la faveur d'une définition de l'ensemble comme une collection d'objets dont on dit qu'ils sont les éléments fondamentaux de l'ensemble, la réalité ou complexité ingrédientielle des objets référentiels échappe à la constitution des éléments de l'univers de discours. Ainsi, si les têtes doivent être comptées parmi les éléments de D, ce sont des entités individuelles, au même titre que les animaux.

En termes ensemblistes, la relation logique sous-jacente aux propositions «tout homme est un animal» et «toute tête d'un homme est une tête d'animal» étant une relation d'inclusion entre classes, on exprime l'argument de la manière suivante:

La classe des hommes est incluse dans la classe des animaux.

La classe des têtes des hommes est incluse dans la classe des têtes des animaux.

L'écriture symbolique correspondant à $(\exists x)(ax \wedge ryx)$ a valeur de prédicat unaire. Elle permet d'engendrer une classe, celle des y tels que y est une tête d'un homme, soit la classe des têtes des hommes. De même pour $(\exists x)(bx \wedge ryx)$ qui permet de générer la classe des têtes des animaux. En extension, ces deux classes se définissent ainsi:

La classe des têtes des hommes = df $\{y|(\exists x)(x \in H \wedge ryx)\}$.
La classe des têtes des animaux = df $\{y|(\exists x)(x \in A \wedge ryx)\}$.

On peut ici faire usage des conventions de notation. On écrira alors r"H et r"A pour chacune des classes définies, conformément à la définition suivante *des R de β*, où le symbole β représente une classe et R une relation binaire quelconque:

$$R''\beta = \text{df } \{x|(\exists y)(y \in \beta \wedge Rxy)\}.$$

Les R de β sont les individus qui sont dans la relation R avec au moins un élément de la classe β, autrement dit *les R des membres de β.*

Dans le symbolisme ensembliste, cela nous donne donc:

$$\frac{H \subseteq A}{r''H \subseteq r''A}$$

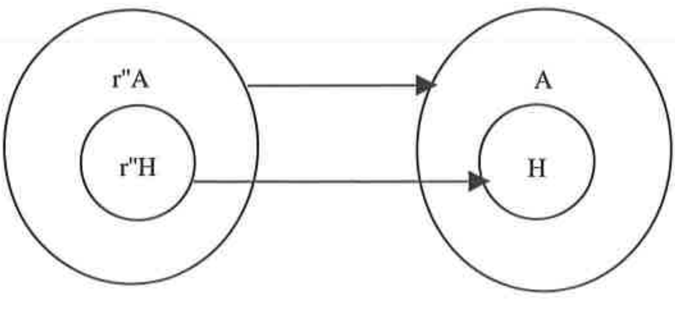
Remarquons que la définition *des R de β* n'exige pas de savoir si, pour un y donné, il existe un ou plusieurs x tels que Rxy. Toutefois, dans le contexte interprétatif qu'est celui de De Morgan, la structuration du champ de la relation «tête de», conformément à notre connaissance du monde des humains, permet de restreindre les têtes mises en relation avec un individu homme à une seule tête. On a en effet:

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((z \in A \wedge rxz \wedge ryz)) \supset (x = y)).$$

C'est de cette unicité dont vise à rendre compte la traduction fonctionnelle (3).
De plus, une même tête ne peut pas appartenir à deux individus distincts. On a donc:

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((y \in A \wedge z \in A \wedge rxy \wedge rxz)) \supset (y = z)).$$

La manipulation ensembliste de l'argument permet donc d'instaurer une correspondance bi-univoque, terme à terme, entre la classe des têtes des hommes et celles des hommes. Schématiquement, on peut représenter le modèle ensembliste ainsi:



2.3. Bilan critique

L'argument est donc validé sans difficulté apparente dans le cadre structurel d'analyse de la logique des prédicats du premier ordre. Cependant, à la lumière de la nature spécifique de la relation de partie à tout qu'il mobilise, on ne peut éviter une question. Dans quelle mesure la procédure de validation que nous venons d'examiner peut-elle prétendre en refléter adéquatement le mécanisme inférentiel sous-jacent? Ou, en termes plus précis, accède-t-on à un éclairage sémantique pleinement satisfaisant de l'argument avec le modèle qui en est donné, *compte tenu de la réalité qu'il est supposé décrire*? Face à cette question, deux attitudes sont possibles. La première est celle dictée par le cadre formel du calcul des prédicats du premier ordre. Déduire, c'est y inférer en conformité avec les normes du calcul, de telle manière que toute inférence conduite selon ces normes est valide. Par conséquent, l'argument étant collecté de par sa forme logique parmi les inférences valides, la légitimité de sa validité n'appelle pas d'autre justification. Dans cette perspective purement syntaxique, la démarche formelle reproduit bien la structure de la démarche déductive, telle qu'elle se manifeste dans le contexte linguistique de l'argument. Pour reprendre les propos de Blanché, «la justesse d'une inférence ou si l'on veut, la correction du raisonnement par lequel on fait cette inférence [...] est indifférente au contenu, et se fonde uniquement sur la forme» (1973: 17). Ainsi l'argument de De Morgan est valide au même titre que n'importe quel argument à la forme analogue comme, par exemple:

> Tout homme est un animal.
> ---------------
> Toute maison d'un homme est une maison d'un animal.

Les deux démarches étant «syntaxiquement équivalentes», elles partagent donc la même formulation logique. Quant à leur réalisation sémantique respective, c'est l'image du symbolisme, c'est-à-dire le domaine d'objets muni d'une certaine configuration relationnelle extensionnelle et venant exemplifier, en la satisfaisant, la forme logico-linguistique. La réalisation concrète est l'incarnation d'une structure abstraite dont les contenus formels sont liés à l'extension des prédicats et à l'individuation des objets. En d'autres mots le jeu combiné entre la représentation syntaxique et la représentation sémantique, celui d'une validité investie dans la preuve et celle investie dans les contenus, est un pur reflet, une analogie formelle. Si l'on revient à nos deux inférences, elles se voient donc attribuer une procédure de validation similaire, à l'adaptation près de la construction de leur modèle, compte tenu des objets peuplant leur univers d'interprétation respectif et de la relation qu'elles mettent en œuvre. Il serait donc vain de penser que la démarche sémantique puisse capturer l'organisation méréologique des têtes et de leurs porteurs, conformément à la représentation intuitive que nous avons en tête – ce n'est pas un jeu de mots – lorsque nous parlons de têtes d'hommes. Nous l'avons déjà souligné, la rationalité mise en scène par le processus interprétatif est celle des opérations linguistiques et elle demeure étrangère, dans son mode de représentation, à toute présupposition concernant les objets référentiels. Tout au plus peut-on reconnaître certaines propriétés logiques à la relation «tête de» qui se matérialisent par une correspondance bi-univoque entre la classe des têtes des hommes et celle des hommes. Mais il va de soi que si l'argument parle bien de têtes d'hommes, le modèle ne représente pas les têtes *en tant que telles*, c'est-à-dire comme des parties constitutives de ces hommes. Un homme, tel qu'il est modélisé en tant qu'objet logique, est une entité individuelle, rien d'autre et rien de plus. Il en est de même pour les têtes.

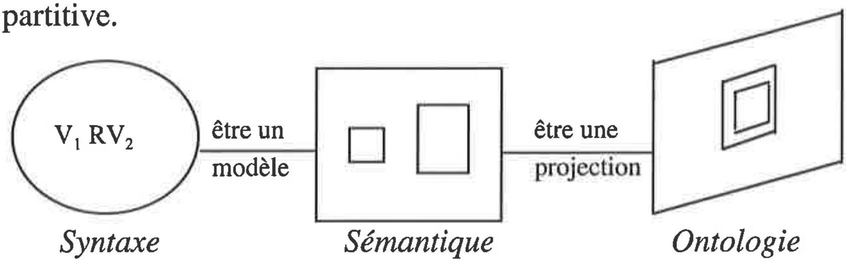
A insister sur ce point – dont l'évidence s'impose dans le cadre d'une sémantique purement extensionnelle – nous visons simplement à éviter toute confusion de lecture du modèle ensembliste. On pourrait en effet observer que la modélisation de la tête des hommes suppose que l'on «sépare» les têtes des hommes et que l'on procède, d'une certaine façon, à un clonage de ces têtes. Il serait alors aisé de pointer une difficulté, qui serait celle d'une forme de représentation intrinsèquement fautive. Pour chaque homme, on aurait deux têtes, celle qui aurait été «clonée» et mise en relation avec cet homme *via* la relation «être la tête de» et celle que ce dernier, en tant qu'entité complexe, possède constitutivement. Mais une telle lecture est dévoyée par notre propension naturelle à voir, là où nous parlons d'une tête d'un homme, la tête *réelle* de l'homme. Ce faisant on introduit dans le modèle, qui n'est pas à même de la reconnaître, la signification de la relation de partie à tout par laquelle les individus sont interprétés, au delà de leur statut d'entités individuelles, comme des touts méréologiques.

Ce que nous retiendrons donc est que s'il nous est certes difficile d'imaginer ce que peut être une tête d'un homme indépendamment de cet homme – même au pied de la guillotine – il n'y a, dans ce cadre formel, aucune source de difficulté. Que les conséquences sémantiques, si l'on s'interroge sur la valeur descriptive du modèle, en soient malheureuses est un autre problème qui sera le nœud de notre réflexion critique à venir. Mais pour le moment, où nous nous tenons à l'intérieur de l'édifice extensionnel, on doit considérer qu'il n'est pas possible de disqualifier ce dernier en l'attaquant du dehors et en lui reprochant de se compromettre avec une reconstruction ensembliste de l'univers de discours. Aussi conclura-t-on que, *d'un point de vue purement formel,* le cadre déductif de la logique standard, avec ses caractérisations précises, tant syntaxiques que sémantiques, peut se prétendre hors de portée de toute critique quant à son traitement de l'argument. Sous cet angle formel, ce traitement, qui condamne à modéliser les têtes indépendamment des individus qui en sont les porteurs, ne marque en rien une défaillance du système logique. Comme nous y reviendrons, c'est de la seule procédure formelle qu'il signale certaines limites. Par conséquent, à l'objection qui ferait remarquer que la logique des prédicats du premier ordre échoue à pénétrer le ressort logique de l'argument sous l'angle de son aspect méréologique, on répondrait que l'on ne peut pas lui demander ce qui n'est ni dans son pouvoir, ni surtout dans ses objectifs de réaliser.

Telle est donc, en bref, la première réponse possible à notre question de départ. Mais la question n'est pas réglée pour autant de manière satisfaisante. Loin s'en faut. Et le moment est venu de passer à la seconde réponse possible où l'attitude sera cette fois celle d'une position critique radicale. En effet, si l'on ouvre les yeux sur la relation de partie à tout et que l'on porte franchement sur le terrain d'observation la question de la valeur représentative de la procédure, compte tenu de la réalité sous-jacente au contexte linguistique de l'argument de De Morgan, le cadre d'analyse standard est immédiatement restitué à ses limites. Il est facile de comprendre que d'un tel point de vue, extérieur à la théorie des modèles proprement dite, les précédents éléments d'argumentation positive se retournent en ceux d'une argumentation négative.

Reprenons donc ces arguments, mais cette fois à la faveur de la mise au premier plan de la relation de partie à tout. En premier lieu, confrontons de nouveau l'argument de De Morgan avec celui portant sur les maisons des hommes. Précédemment nous en sommes restés à leur similitude syntaxique. Mais si la préposition «de» assume bien dans les deux cas la même fonction syntaxique, ce qui nous préoccupe maintenant est la différence essentielle entre les entités mises en relation: x est une tête de y est l'expression d'une relation entre deux termes dont l'un dénote un tout et l'autre une partie de ce tout[15].

Dans le but de donner quelque assise visuelle et concrète à notre propos – cette fois au sens naïf – abordons les choses avec un diagramme. Celui-ci confronte les niveaux syntaxique, sémantique (au sens ensembliste) et celui d'une ontologie ordinaire où la tête d'un homme est conçue comme un ingrédient du tout qu'est l'homme. Entre ces niveaux, nous considérons deux relations: d'une part la relation «être un modèle», par laquelle est établie une correspondance l'une à l'autre de la syntaxe et de la sémantique; et d'autre part la relation «être une projection de», qui se place entre le niveau sémantique et le niveau ontologique. C'est cette dernière relation qui est en cause avec l'argument de De Morgan puisque, ce qui est pris en défaut, c'est bien la capacité du modèle ensembliste à se présenter comme un reflet, une projection fidèle des objets concrets peuplant l'univers de discours et de leur organisation partitive.



Au niveau syntaxique, les symboles V_1 et V_2 représentent les deux termes individuels nécessités par une relation binaire R. Les deux carrés se trouvant dans le cadre sémantique représentent les deux objets modélisés entrant dans cette relation. Ainsi, comme nous l'avons dit, la même procédure capture et modélise

15 Il n'entre pas dans notre propos de rendre compte des différentes valeurs sémantiques pouvant prendre place sous la préposition «de».

les deux organisations relationnelles du réel associées à chacun des deux arguments que nous confrontons. Tant l'organisation relationnelle correspondant à une maison d'un homme que celle correspondant à une tête d'un homme se trouvent incarnées par cette structure abstraite, puisque celle-ci est restreinte à la reconnaissance d'une corrélation purement extensionnelle entre des entités individuelles et discrètes. Se trouvent donc nivelées, de par la force contraignante du cadre syntaxique, deux organisations du réel distinctes. Or si l'on reconnaît à la logique la tâche de refléter quelque chose du réel, force est d'admettre que l'échafaudage logique fournit une réalisation sémantique dont un langage voué au calcul s'accommode peut-être mais qui ne retient pas, de la réalité sous-jacente à l'argument de De Morgan, les traits jugés pertinents. Ces traits sont précisément ceux que vise à représenter le cadre schématisant le niveau de l'ontologie ordinaire où un homme est appréhendé comme un continuum spatio-temporel dont la tête est une partie, au sens ingrédientiel du terme.

En ce sens il est difficile de se satisfaire du découpage ensembliste du réel, avec lequel le référent qu'est la tête d'un homme se trouve modélisé indépendamment de l'homme en question. Car ce qui fonde en la singularité, *au-delà de son mode d'appréhension structurel par le langage*, est crucialement rapporté à sa relation d'ingrédience avec cet homme. Et changer une tête pour une autre ayant une origine différente, même si elle a la même qualification (c'est une tête) serait une entorse à l'identité de l'objet en question.

Aussi conclura-t-on cette fois que si la démarche formelle reproduit la démarche opératoire de l'activité rationnelle, elle ne signifie pas comme elle, ne représentant pas de manière adéquate le matériel intuitif. A parler sans détour, si l'on n'isole pas ce que nous venons à l'instant de qualifier de matériel intuitif de l'intention signifiante qui le porte, c'est-à-dire la représentation véhiculée par la pensée intuitive au niveau le plus humble du langage, c'est la stérilité du modèle ensembliste face à la dimension méréologique de l'argument qui le condamne. Stérilité dans la mesure où la relation «être une tête de» est vidée de tout contenu et où les têtes ne possèdent plus comme seule dignité ontologique que celle, résiduelle, d'indice d'une objectivation et d'une individuation purement extensionnelle.

Nous ne disons certes rien de plus, avec ce simple dessin et les commentaires qui l'accompagnent, que ce que nous laissions entendre précédemment entre les lignes, en restreignant notre réflexion aux limites inhérentes au cadre formel. Mais pour le moins ce schéma a-t-il le mérite de donner corps à notre problème sémantique et de préciser l'attente légitime qu'induit l'argument de De Morgan, celle d'une caractérisation sémantique de type méréologique des objets mis en scène. De plus il permet également d'éclairer pourquoi, au cours de l'examen de la traduction standard de l'argument, nous avons mis en avant la pauvreté expressive et l'obscure parenté que cette traduction se limitait à établir entre la forme syntaxique et les significations convoquées avec une proposition telle que «toute tête d'un homme est une tête d'un animal». Souvenons-nous par exemple de la question de la clause d'identité. Lorsque notre raisonnement met en œuvre la relation «tête de», c'est bien une intuition directe insufflée par notre connaissance du monde des humains qui nous incite à attendre une clause d'identité, dans la mesure où une même tête ne saurait appartenir à deux individus à la fois.

Il ne s'agit évidemment pas, à travers cette réflexion critique, de débouter le calcul des prédicats ni sa dépendance à l'égard de la théorie des ensembles, même si la solution méréologique que nous entendons défendre s'accompagne de changements radicaux de ses conceptions de base, tant syntaxiques que sémantiques. Mais pour l'heure, le problème n'est pas là. Le problème, comme nous l'avons largement exprimé, est celui de l'adéquation entre les résultats de validation obtenus et les propriétés sémantiques «réelles» des «êtres» capturés par le symbolisme. Et s'il s'agit d'ouvrir à ce stade de notre réflexion un procès, c'est dans une large mesure à la logique pure, ou purement formelle. Le problème que pose en effet l'argument de De Morgan est celui des limites immanentes au domaine du logique, du formel en tant que tel, cristallisant la notion d'«objet quelconque sans aucune détermination préalable»[16]. Car à ne rien préjuger du réel, c'est écarter *a priori* du champ de la logicité la possibilité de construire des représentations du réel conformes à celle que véhicule l'argument de De Morgan.

Le choix auquel nous confronte l'argument de De Morgan est au fond le suivant. Ou on maintient la voie syntaxique dans son statut de paradigme de l'activité rationnelle, à la manière de la logique standard moderne. La logique étant ainsi garante de l'indépendance à l'égard de tout savoir empirique, on se satisfera de la représentation ensembliste de l'argument. Ou, sortant de la tour d'ivoire de la logique formelle, on revendique une primauté de droit pour une sémantique de la relation de partie à tout. Ce faisant, on choisit donc la voie d'un langage logique appliqué, fruit d'une certaine interprétation du réel.

La dynamique est donc inversée. Ce ne sont plus les modèles qui viennent exemplifier la structure abstraite qu'est une théorie formelle, mais c'est le modèle qui doit donner une image intelligible d'une réalité investiguée sous un certain point de vue. Quant à la construction linguistique enrégimentant cette interprétation et contenant, de fait, des constantes extra-logiques ou descriptives, elle se présente comme une théorie empirique «intuitive» formalisée. Dès lors, la légitimité de cette théorie n'appellera pas d'autre justification que celle de permettre de

16 Gonseth 1937: 71.

décrire, ou représenter, la structure d'un domaine d'objets sous l'angle attendu, en l'occurrence celui de leur complexité ingrédientielle.

Avant de conclure ce bilan critique, nous nous arrêterons quelques instants sur la notion d'objet quelconque que nous avons évoquée ci-dessus, telle qu'on la trouve sous la plume de Gonseth dans le chapitre «Physique de l'objet quelconque» de son ouvrage *Qu'est-ce que la logique*? La référence peut paraître surannée, tant il y a longtemps que la théorie des modèles a stigmatisée une telle notion au travers de son concept central de «formule valide». Mais il n'en demeure pas moins que le texte de Gonseth est tout à fait exemplaire de la position prise par la logique moderne quant à la notion de «réel» ou plus exactement, quant à la notion d'«objet». C'est bien en outre de cette position, dont on ne dira jamais assez tout ce qu'elle doit aux mathématiques pour avoir pareillement fructifiée, que dépendait le succès de l'entreprise de formalisation. Gonseth présente en ces termes l'objet quelconque.

> Le terme de notre abstraction par axiomatisation, c'est donc l'idée de *l'objet quelconque* sans aucune détermination préalable, et qui n'est susceptible que des trois attributs de l'être ou du non être purs, et de l'identité existentielle avec soi-même (sans préjudice des "relations existentielles" dans lesquelles il pourrait entrer avec d'autres objets du même genre). Cette idée éminemment abstraite de l'objet pourrait être appelée simplement l'*objet abstrait* ou *l'objet logique*. (1937: 71)

Plus loin, visant à expliciter les axiomes dans lesquels interviennent deux objets, Gonseth considère deux objets sans aucun lien apparent, soient deux livres sur deux rayons d'une bibliothèque. Il écrit:

> Ne nous laissons pas arrêter par la pensée certainement juste qu'une possession plus complète et plus détaillée du réel et de ses multiples aspects finirait par révéler quelque lien existant entre eux. *Une action quelque peu robuste peu fort bien n'en pas tenir compte.* Nos deux livres peuvent être, en fait, présents ou absents indépendamment l'un de l'autre. Le concept abstrait adéquat à cette vue schématique est celui de deux "formes d'objets" indépendantes l'une de l'autre; c'est-à-dire de deux formes qui admettent sans préférence ni distinction les quatre éventualités suivantes:
>
> a) A est, et B est également: en symbole $\underline{A}$ et $\underline{B}$;
> b) A est, mais B n'est pas: en symbole $\underline{A}$ et $\overline{B}$;
> c) B est mais A n'est pas: en symbole $\overline{A}$ et $\underline{B}$;
> d) A ni B ne sont: $\overline{A}$ et $\overline{B}$.[17] (1937: 73-74)

C'est nous qui soulignons «une action quelque peu robuste peut fort bien n'en pas tenir compte». Car enfin, si nous revenons à nos têtes et que nous laissions précisément nos intuitions matérielles concernant une *certaine nature* des objets en gouverner leur représentation, on imagine difficilement qu'une tête d'un homme et ce même homme puissent «être présents ou absents indépendamment l'un de l'autre» ni que l'on puisse envisager de les manipuler indépendamment l'un de l'autre. Si, comme l'écrit Gonseth, «le modèle concret d'une "forme abstraite" peut être aperçu dans tout objet qui peut, à volonté, être amené dans le champ de l'attention ou en être éloigné», on peut concéder que, amenant la tête d'un homme dans ce champ, on amène aussi l'homme ou que, pour le moins, l'objet se détache d'un fond matériel reconnu être un homme, auquel il demeure inextricablement lié. Que l'on ne se méprenne pas sur l'utilisation que nous faisons ici de la réflexion de Gonseth et

17 Le symbole A correspond à la «forme abstraite» de l'objet, qui peut être remplie par un objet existant ou qui peut rester vide; le symbole $\underline{A}$ à l'objet existant. (Gonseth 1937: 73)

qui pourrait passer pour une ignorance délibérée des raisons essentielles qui ressortissent à la réflexion logico-mathématique. Ce que nous constatons en toute simplicité, c'est le prix direct à payer pour la relation de partie à tout par «cette action quelque peu robuste».

Gonseth conclut sa «Physique de l'objet quelconque» en écrivant que «les règles intuitives de la logique et du bon sens ne sont, pour une part, que l'aboutissement d'une schématisation à partir du monde des objets concrets»[18]. Or c'est bien, en ce qui nous concerne, cette autre part que nous voulons atteindre en desserrant les contraintes autour de la notion d'objet de telle manière qu'au delà de son unité distributive, corollaire de son mode d'accessibilité par le langage, l'objet puisse être appréhendé *en tant que tel*, comme l'unité collective des parties ou ingrédients qui le constituent. De là dépend la possibilité d'investiguer la validité de l'argument de De Morgan sous l'angle des rapports sémantiques de type méréologique de ses objets référentiels.

C'est dans le cadre de la Méréologie de Leśniewski, dite aussi théorie des classes collectives, que nous testerons cette validité. A la lumière d'un réexamen de la notion de multiplicité, la classe n'y est plus considérée comme un *contenant*, dans lequel se trouvent insérés des éléments atomiques, ni même comme une pure classe extensionnelle, mais comme un *composé* au sens littéral de ce terme, c'est-à-dire le résultat d'un agrégat d'éléments constitutifs. La Méréologie s'exprime dans la syntaxe logique de l'Ontologie, un calcul extensionnel des noms. Ce langage est le lieu où se joue la connexion entre le niveau d'une logique pure, gouvernant les manières *générales* de parler et de décrire les objets, et celui d'une théorie sémantique répondant à l'exigence de descriptibilité de ces objets. Non borné par

18 Gonseth 1937: 79.

la théorie des ensembles, sa réussite est de parvenir à satisfaire les deux voies formelle et descriptive, inconciliables l'une de l'autre dans les langages logiques standards ou ceux des théories des ensembles.

Comme nous aurons l'occasion de le préciser, c'est l'antinomie de Russell qui conduisit Leśniewski à une critique radicale de la notion de classe ou d'ensemble classique en même temps que son abandon pour une définition collective. Il revendiqua une position philosophique nominaliste – au sens traditionnel – qui eut force de valeur absolue et définitive. C'est elle qui détermina le choix de l'adoption d'une théorie collective des classes au sein de laquelle les classes pour reprendre une expression chère à Russell font partie de l'ameublement dernier du monde. A la différence de la perspective sémantique pure de la théorie des modèles, il ne s'agit pas, avec cette théorie sémantique, de dessiner les contours d'une représentation du réel, par une détermination purement abstraite, indépendante d'une connaissance empirique de la réalité. Il s'agit de construire une représentation du réel conforme à notre manière ordinaire de le voir et d'en parler, en l'occurrence celle d'un monde constitué d'entités envisagées sous l'angle de leur constitution partitive. Quant au système de l'Ontologie, qui fonde la Méréologie, il a été élaboré de telle manière à être conforme avec cette position nominaliste, voire même l'exprimer. Notons que la logique de Leśniewski n'a aucun retentissement sur le problème ontologique. Nous sommes aux antipodes d'une situation où des contraintes d'ordre logique vont déterminer – pour le moins orienter – le choix de telle ontologie plutôt qu'une autre. Ce sont au contraire des considérations d'ordre ontologique qui ont strictement gouverné les choix logiques, tant au niveau de l'analyse de la proposition atomique que des principes de formalisation des systèmes. Nous reviendrons sur cette question par la suite. Mais nous voulions déjà souligner que la logique formelle qui fonde la Méréologie demande d'être appréciée dans le cadre général du schème conceptuel sous-jacent à un mode d'appréhension du réel qui se trouve ici privilégié.

Nous achevons ici notre bilan critique. Dans le chapitre qui suit, nous raconterons l'histoire de la Méréologie dont la naissance s'inscrit dans le contexte des recherches des fondements des mathématiques, marqué par l'antinomie de Russell.

Mais auparavant, nous consacrerons quelques pages à présenter la solution proposée par Whitehead et Russell dans les *Principia Mathematica* pour rendre compte de la validité de l'argument de De Morgan. La raison de cette présentation est double. Tout d'abord les *Principia* sont le premier ouvrage de logique symbolique dans lequel est traité l'argument de De Morgan. Ensuite, on ne peut pas parler de la Méréologie ni retracer sa genèse sans évoquer l'œuvre de Whitehead et Russell et leur «no-class theory». La présentation de la solution des *Principia* pour valider l'argument de De Morgan nous astreint à esquisser dans ses grandes lignes le calcul des classes et le calcul des relations des *Principia.* Nous faisons donc d'une pierre deux coups. Car l'esquisse du calcul des classes passe par celle du procès de définition de la classe au sein des *Principia.* Et il est nécessaire d'avoir celle-ci à l'esprit pour comprendre tout ce qui sépare la théorie des classes de Leśniewski de celle de l'ouvrage culminant du mouvement logiciste.

3. La solution des *Principia Mathematica*

3.1. La définition contextuelle de la classe

La voie suivie dans les *Principia Mathematica* pour résoudre les paradoxes liés à la notion de classe est celle de la réduction des classes aux fonctions propositionnelles qui les déterminent. Cette réduction, qui est une condition à la théorie des types, est opérée par la «no-class theory» dans laquelle les classes peuvent être traitées comme de simples fictions logiques. Les symboles de classes sont rangés parmi les symboles incomplets, c'est-à-dire les symboles auxquels «on n'attribue pas une signification isolément, mais qui sont seulement définis en certains contextes». (1927: 66; 1989: 309) Si un symbole peut être défini contextuellement, il est éliminable de la théorie et la question du statut ontologique de l'objet qu'il semblait dénoter, manifestement paradoxal en ce qui concerne les classes, n'a tout simplement pas à être posée. Whitehead et Russell écrivent à ce propos:

> Les symboles de classes, comme ceux des descriptions, sont dans notre système des symboles incomplets: leurs *usages* sont définis, mais eux-mêmes sont supposés ne rien vouloir dire du tout. C'est-à-dire que les usages de ces symboles sont définis de telle sorte que, quand le *definiens* est substitué au *definiendum*, il ne reste aucun symbole qui puisse être supposé représenter une classe. Aussi les classes, dans la mesure où elles sont introduites, ne le sont que comme des commodités purement symboliques ou linguistiques, et non comme des objets authentiques tels que le sont leurs membres lorsque ce sont des individus. (1927: 72-73; 1989: 317)

Les *Principia Mathematica* donnent la définition contextuelle suivante de la classe:

$f\{\hat{z}(\psi z)\} . = : (\exists\phi) : \phi ! x . \equiv_x . \psi x : f\{\phi ! \hat{z}\}$ Définition *20.01

La définition correspond à une procédure de construction d'une fonction extensionnelle de fonction pour toute fonction de fonction donnée, *y compris intensionnelle.* Nous résumerons succinctement les étapes qui scandent l'élaboration de cette définition.

Toute fonction propositionnelle à un argument détermine une classe, considérée comme la totalité des arguments qui satisfont la fonction en question. Ainsi, si α est la classe composée des objets qui satisfont la fonction propositionnelle φx, on dira que α est la classe déterminée par $\varphi \hat{x}$. Cette classe sera représentée par $\hat{x}(\varphi x)$[19].

Deux fonctions propositionnelles sont dites formellement équivalentes quand «elles sont équivalentes pour chaque argument possible; c'est-à-dire quand n'importe quel argument qui satisfait l'une satisfait l'autre et *vice-versa.*» (1927: 72; 1989: 318). Ainsi, «x est un homme» est formellement équivalent à «x est un animal rationnel». Dans ce cas, il est possible de dire que ces fonctions ont la même extension.

On considérera alors «l'extension comme un objet, appelé classe, que l'on suppose être le sujet de tous les énoncés équivalents portant sur les différentes fonctions formellement équivalentes.» (1927: 74; 1989: 320). Mais ici un problème se pose. La théorie des classes des *Principia* nécessite au préalable la distinction entre les fonctions extensionnelles et les fonctions intensionnelles. En effet, la définition de l'équivalence formelle ne peut prétendre valoir pour les fonctions intensionnelles. Par exemple, la valeur de vérité de la proposition «Je crois que tous les hommes sont mortels» peut être le vrai tandis que celle de la proposition «Je crois que tous les animaux rationnels sont mortels» peut être le faux, si je crois que le Phénix est un animal rationnel immortel. On est donc conduit à distinguer, parmi les fonctions de fonction, celles qui sont extensionnelles et celles qui sont intensionnelles. «Une fonction d'une fonction est dite

19 «φx» représente une valeur indéterminée de la fonction, qui dénote de façon ambiguë φa, φb, φc, etc. où φa, φb, φc sont les diverses valeurs de «φx». La fonction en elle-même, abstraite de la totalité de ses valeurs se note «$\varphi \hat{x}$». Conformément à la hiérarchie des fonctions au sein de la théorie des types, une limitation est apportée au choix des arguments possibles pour φx, ce que marque le symbole «!».

extensionnelle quand sa valeur de vérité pour un argument quelconque est identique pour n'importe quel argument formellement équivalent.» Sinon, elle est intensionnelle.

Afin d'éliminer du calcul les fonctions de fonction intensionnelles, Whitehead et Russell donnent une méthode permettant de dériver, à partir de toute fonction de fonction, une fonction de fonction nécessairement extensionnelle[20]. La méthode est la suivante. Si la fonction de fonction initiale est $f\{\phi!z\}$, la fonction dérivée, qui s'écrit «$\{f(\hat{z}(\psi z))\}$» répond à la définition suivante: «il y a une fonction prédicative qui est formellement équivalente à $\psi\hat{z}$ et qui satisfait f». (1989: 320). Cette fonction dérivée de fonction ne peut être qu'extensionnelle, du fait que l'on fournit à la fonction f un argument ψz formellement équivalent à $\phi!\hat{z}$ et rendant vraie la fonction f. Ainsi, si l'on considère la fonction intensionnelle précédente «Je crois que tous les hommes sont mortels», considérée comme une fonction de la fonction «x est humain», la fonction dérivée sera: «il existe une fonction formellement équivalente à la fonction "x est humain" et telle que je crois que tout terme qui la satisfait est mortel.» La valeur de vérité de cette fonction dérivée ne sera pas modifiée lors de la substitution de «x est un animal rationnel» à «x est mortel», même si je crois que le Phénix est un animal rationnel et mortel. (Russell 1991: 345-346).

De ce qui précède résulte la définition *20.01 de la classe[21]. Ce que l'on appelle «classe» est simplement l'extension de la fonction dérivée. On lit:

---

20 «On remarquera qu'en logique mathématique, les seules fonctions de fonctions *déterminées* dont on a besoin, sont extensionnelles. Par exemple, les deux fonctions de fonctions fondamentales sont: «φx est toujours vraie» et «φx est parfois vraie». Pour l'une comme pour l'autre, la substitution à φx de n'importe quelle fonction formellement équivalente n'affecte pas la valeur de vérité.» (Russell 1991: 344-345).

21 Notons que le procès de définition de la classe applique *l'axiome de réductibilité*, introduit pour légitimer les jugements dans lesquels on a affaire à des notions telles que «toutes les propriétés de a» ou «toutes les fonctions-a». Cet axiome est la supposition que, pour

«$\hat{z}(\psi z)$» dans l'expression «$f\{\hat{z}(\psi z)\}$» comme «la classe déterminée par la fonction $\psi\hat{z}$» Le symbole «$\hat{z}(\psi z)$» exprime donc l'extensionalité de la fonction $\psi\hat{z}$ et, en tant que symbole incomplet défini contextuellement, il est éliminable au profit de la formule complexe développée dans le *definiens* de la définition *20.01.

Une définition annexe permet de simplifier la notation conventionnelle «$\hat{z}(\psi z)$» et de définir génériquement une classe.

$Cls = \hat{\alpha}\{(\exists\psi).\ \alpha = \hat{z}(\psi!z)\}$ Définition *20.03

Par convention, α est substituable à $\hat{z}(\psi z)$.

Ainsi, de par la définition d'usage de la classe, le terme de «classe» appliqué à l'extension d'une fonction à un argument n'introduit dans le calcul aucun élément nouveau. La classe n'est plus qu'une extension pure de fonction et ne possède aucune réalité logique. Pour le logicien, les classes sont devenues simplement des objets fictifs, de «simples façons de parler», à l'égard desquels il est ainsi dispensé de tout engagement positif ou négatif quant à leur existence[22]. (1927: 72; 1989: 317).

3.2. Le calcul des relations et les fonctions descriptives

Sur le modèle de la «no-class theory», Whitehead et Russell construisent le calcul des relations par simple extension du calcul fonctionnel à une variable aux fonctions à deux variables.

---

n'importe quelle fonction φx donnée, il existe une fonction prédicative formellement équivalente. En langage symbolique, cet axiome se note comme suit:

$\vdash : (\exists f) : \phi x \,.\!\equiv_x .\, f!z$ (*12.1 Axiome des classes).

22 Notons que la quantification sur un symbole de classe se résout à une quantification sur une fonction. On a:

$(\alpha), f\alpha .=. (\phi).\ f\{\hat{z}(\phi!z)\}$ *20.07 (Définition) et

$(\exists\alpha).\ f\alpha .=. (\exists\phi).\ f\{\hat{z}(\phi!z)\}$ *20.071 (Définition).

On sait que Quine n'acceptait pas la théorie des types et fit valoir que la "no-class theory", si elle élimine les classes n'en est pas moins contrainte de quantifier sur des fonctions propositionnelles.

Une relation binaire est définie comme une classe de couples ordonnés déterminée par une fonction à deux variables. La définition, comme pour celle des classes, correspond à la procédure de construction d'une fonction extensionnelle de fonction à deux arguments. Isomorphe à celle des classes, elle introduit la relation à titre d'argument d'une fonction de fonctions à deux variables.

$f\{\hat{x}\hat{y}\psi(x,y)\}.=:(\exists\phi):\phi!(x,y).\equiv_{x,y}.\psi(x,y):f\{\phi(\hat{u},\hat{v})\}$[23] Définition *21.01[24]

De la même manière que pour les classes, on peut introduire le symbole générique «Rel» qui représente toute relation R telle qu'elle soit l'extension d'une fonction quelconque $\phi!(\hat{x}, \hat{y})$. Soit:

$Rel = \hat{R}\{(\exists\phi) . R = \hat{x}\hat{y}\phi!(x,y)\}$ Définition *21.03

Cela dit, il nous reste à introduire un concept qui joue un rôle déterminant dans la solution proposée pour valider l'argument de De Morgan: celui de *fonction descriptive*. A partir du symbole utilisé pour les descriptions définies, soit «$(\iota x)\ (\varphi x)$» qui se lit «le x qui satisfait $\varphi\hat{x}$», les auteurs des *Principia* introduisent une autre notation, à savoir «R'y», qui signifie «l'objet ayant la relation R avec y». L'apostrophe «'» peut se lire «de». Ainsi, «R'y» se lit «le R de y».
En appliquant l'opérateur de description au référent de la relation, la définition suivante est alors posée:

$R'y = (\iota x)\ (x\ R\ y)$ Définition *30.01

Cette définition donne donc le sens attribué au terme «R'y» dans une description. R'y et $(\iota x)\ (x\ R\ y)$ sont interchangeables *in use*.

23 Toute relation a un sens. Celui-ci étant une notion indéfinie dans les *Principia*, il est nécessaire de spécifier l'ordre des termes. Les lettres «u» et «v», à travers leur ordre alphabétique, précise l'ordre dans lequel doivent être substituées les variables. (1927: 200).

24 Cette définition applique également l'axiome de réductibilité exprimé ainsi pour les relations: $\vdash :(\exists f) : \phi(x,y). \equiv_{x,y} . \phi!(x,y)$ (Proposition *12.11) (1927: 67).

R'y, qui est une fonction de y mais pas une fonction propositionnelle, est qualifiée de fonction descriptive.

> Chaque fonction descriptive a un "domaine de définition" ou un "domaine d'existence" qui peut être défini comme suit: si la fonction en question est R'y, son domaine de définition ou d'existence sera la classe de ces arguments y pour lesquels nous avons E!R'y[25], c'est-à-dire pour lesquels E!(ιx) (x R y), c'est-à-dire pour lesquels il n'y a qu'un seul x, et pas plus, qui a la relation R' avec y. (1927: 32; 1989: 263)

Le nom de fonction descriptive est le nom donné aux fonctions ordinaires des mathématiques. Par exemple, une expression telle que 5^2 est la valeur de la fonction $f(x) = x^2$ quand $x = 5$. Mais f(5) peut être considérée comme décrivant le nombre 25. De là le nom d'expression descriptive. Pour n'importe quelle relation, on peut parler de R'y comme de la relation descriptive associée.

Il est possible également d'introduire la notion de *fonction descriptive plurielle*, dans le but de dénoter la classe des objets qui sont dans une certaine relation R avec un membre d'une certaine classe α. R"α ou R_ϵ α dénotera la classe des termes x qui ont la relation R avec un membre de la classe α.
La définition correspondante est la suivante:

$$R''\alpha = \hat{x}\{(\exists y).\ y \in \alpha\ .\ R\ y\}$$

Les R"α constituent donc la restriction du domaine de R à α. Par exemple, si R représente la relation «habiter» et α la classe des villes, R"α représentera les habitants des villes. Ou encore, un

25 Le symbole «E!» traduit l'attribution d'exitence, sur un plan linguistique. Il est introduit ainsi: $E!(\iota x)(\phi x).=(\exists b)\colon \phi x.=_x.x=b$ (Définition *14.02) "This defines: 'the x satisfying $\phi\hat{x}$ exists', which holds when, and only when, $\phi\hat{x}$ is satisfied by one value of x and by no other value." (1927: 66-68; 174).

des membres de la classe «pères des grands hommes» sera le père de y où y est un grand homme.

Venons maintenant au traitement proposé par les *Principia Mathematica* pour rendre compte de l'argument de De Morgan.

3.3. Le théorème *37.62

La version de l'argument de De Morgan que considèrent Whitehead et Russell est une version trouvée chez Jevons. Elle est formulée ainsi: «Because a horse is an animal, the head of a horse is the head of an animal». Par conséquent, l'argument se présente sous la formulation suivante:

A horse is an animal.

The head of a horse is the head of an animal.

On retrouve donc une formulation proche de la formulation originale de De Morgan dans laquelle la conclusion n'est pas universellement quantifiée et qui, comme nous l'avons souligné au début de ce chapitre, peut conduire à une lecture en termes de descriptions définies, ce que font Whitehead et Russell. Selon ces derniers, l'argument n'est pas valide sans l'ajout de la prémisse «E! the head of the horse in question», c'est-à-dire «il existe une et une seule tête du cheval en question». Ils semblent donc considérer «a horse» comme référant à un cheval particulier. Par conséquent, l'argument se présente ainsi:

Ce cheval est un animal.
Il existe une et une seule tête de *ce* cheval.

Donc, la tête de ce cheval est la tête d'un animal.

Le théorème qui valide un tel argument est le suivant:

$$\vdash : E!\, R'y \,.\, y \in \alpha \,.\supset .\, R'y \in R''\alpha \qquad (*37.62)$$

On a R pour la relation «être la tête de». «R'y» se lit: «la tête de y», «y» représentant l'individu possédant la tête en question. «α» est utilisé pour représenter la classe des animaux.

«R"α» se lit, conformément à la définition donnée ci-dessus d'une fonction descriptive plurielle, «la classe des x qui ont la relation R avec les y qui sont membres de α», soit «la classe des x qui ont la relation «tête de» avec les y qui sont membres de la classe des animaux», autrement dit, «la classe des têtes des animaux».

Ainsi, la formulation symbolique de Whitehead et Russell peut être transcrite comme suit:

> «S'il existe une et une seule tête d'un cheval et que ce cheval est un animal, alors la tête de ce cheval est un membre de la classe des têtes des animaux (ou la tête d'un animal)».

On remarque que la formulation symbolique conditionnelle de l'inférence utilise la variable «y» pour représenter ce qui a une tête et qu'il n'y a aucun terme de classe pour «cheval» dans «E! R'y».

Le théorème *37.62 appelle plusieurs commentaires liés directement à la condition d'unicité attachée aux fonctions descriptives et à l'ajout de la clause d'existence selon les auteurs des *Principia.* Sans l'ajout de la clause d'existence, l'inférence est fallacieuse. Elle ne serait pas correcte pour une huître (existence) ou une hydre (unicité). On constate sans peine que, dans la perspective de rendre compte de la dimension méréologique d'un argument tel celui de De Morgan, la notion de fonction descriptive, telle qu'elle est à l'œuvre dans l'axiomatique des *Principia,* est une impasse. D'après la définition *30.01, R'y = (ιx) (xRy), c'est-à-dire «un seul et un seul x est dans la relation R avec y». Cela exclut donc toute relation dans laquelle plusieurs x vérifieraient la relation R avec y comme, par exemple, «être un bras de» si y est un homme, «être une tête de» si y est une hydre. De par la condition d'unicité qui pèse sur la fonction descriptive R'y, il serait impossible de définir la classe des têtes des hydres, la classe des pieds des hommes ou encore celle des parties des objets d'un univers donné. Si y, par exemple, représente un animal et que R est la relation entre y et n'importe quel x dont il est une partie, la classe R"(animaux) = la classe des parties des animaux. Mais cette classe, transgressant la définition, ne peut pas être définie. La classe ne pourrait pas être une classe composée des termes de la forme «*la* partie de y», parce que les animaux n'ont pas chacun une et une seule partie.

De ce qui précède, on conclura simplement que Whitehead et Russell n'abordent pas l'argument de De Morgan comme un argument de type méréologique, ce qui, dans le cadre théorique des *Principia,* n'est guère surprenant. Mais sans doute, au-delà de la condition d'unicité qui pèse sur les définitions des fonctions descriptives, le point d'attaque principal est celui de la condition d'existence avec l'ajout d'une clause d'existence sur la tête du cheval comme prémisse pour valider l'inférence.

II. GENÈSE DE LA MÉRÉOLOGIE

La naissance de la Méréologie s'inscrit dans le contexte des recherches des fondements des mathématiques, marqué par la découverte de l'antinomie dite de Russell de la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes. C'est en effet en cherchant à dévoiler l'origine de l'antinomie que Leśniewski fut amené à rejeter la notion classique de classe ou d'ensemble au profit d'une définition méréologique qui n'est elle soumise à aucune contradiction et permet d'éclairer les raisons mêmes de l'antinomie. Dans ce chapitre, c'est dans ce contexte mathématique bien précis que nous retracerons la genèse de la Méréologie. Dans un premier temps, nous évoquerons l'œuvre logique de Leśniewski. Puis il sera question de l'antinomie et de la manière par laquelle Leśniewski l'aborda, rompant radicalement avec la tradition ensembliste au nom d'une philosophie première. Cela nous conduira ensuite à présenter le concept de classe collective et à exposer ses caractéristiques fondamentales en les opposant à celles des théories classiques. Nous disposerons alors des éléments nécessaires pour comprendre l'analyse faite par Leśniewski de l'antinomie de Russell. Pour terminer, nous exposerons une axiomatique de la Méréologie en la commentant brièvement.

1. L'œuvre logique de Leśniewski

L'œuvre logique de Leśniewski est née et s'est développée autour de ce qui fut qualifié d'«apôtre de la sédition au royaume de l'orthodoxie», en d'autres mots *l'antinomie de Russell de la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes*[1]. C'est en effet suite à sa découverte en 1911, dans l'article de Lukasiewicz sur le principe de contradiction chez Aristote[2], que Leśniewski initie sa carrière de logicien. Jusque là, il occupait une position de philosophe au sein de l'École polonaise, ignorant l'existence de la logique symbolique et des travaux menés par la communauté scientifique sur les fondements des mathématiques. Il consacra les onze années qui suivirent au problème de l'antinomie, écrivant à son sujet qu'elle devint le thème le plus obsédant de ses recherches (1989: 48). Le résultat de ces onze années de travail se concrétisa dans trois théories, la Protothétique, l'Ontologie et la Méréologie. Dans leur unité structurelle, Leśniewski tenait ces théories pour l'un des fondements possibles du système des mathématiques. La Protothétique est une théorie propositionnelle quantifiée et élargie relativement aux calculs propositionnels classiques. L'Ontologie est un calcul extensionnel des noms, au sens large, répondant aux mêmes visées que celles des systèmes logiques de référence de tradition frégéo-russellienne. Ces théories ont pour caractéristiques majeures d'être *interprétées et développementales*.

L'Ontologie constitue une logique universelle libre, d'ordre supérieur et ontologiquement neutre[3]. Elle intègre une théorie

1 Selon l'expression de Heinz von Foerster.

2 Lukasiewicz 1971; trad. de 1910.

3 L'Ontologie répond également à la visée logiciste puisqu'il est possible d'y construire l'arithmétique de Peano en ne faisant appel qu'à un seul axiome de l'infini comme axiome non logique (Canty 1967, Gessler, Joray, Degrange 2005).

des catégories sémantiques reflétant une vision *sui generis* des catégories logiques profondément différente de celle que l'on rencontre à la base des langages logiques standards et à la base des langages des théories des ensembles. Cette théorie fut initialement conçue par Leśniewski pour venir suppléer à la théorie des types des *Principia Mathematica* considérée comme *ad hoc* et intuitivement inacceptable pour résoudre le problème de l'antinomie. Dans l'Ontologie, tout problème de type antinomique est écarté, ceci sans amendement des principes logiques tirés de l'analyse du principe du cercle vicieux.

Quant à la Méréologie, dite aussi théorie des classes collectives, elle n'est pas, à proprement parler, une théorie de pure logique. Elle s'ancre dans l'axiomatique de l'Ontologie, elle-même bâtie sur celle de la Protothétique.

L'ordre d'apparition historique de ces théories est à l'inverse de leur ordre structurel. La Méréologie, qui est le résultat direct de l'analyse de l'antinomie de Russell que Leśniewski réalisa durant les années 1913-1914, fut construite la première. C'est dans cette analyse que Leśniewski rejette la définition classique de la classe ou de l'ensemble au profit d'une définition de nature collective dont il montre qu'elle n'est sujette à aucune contradiction. Quant à la première axiomatique de la Méréologie formalisant les concepts entrant en jeu dans cette analyse, elle fut publiée en 1916. L'Ontologie et la Protothétique, qui répondent au problème des fondements logiques de la Méréologie, furent respectivement développées durant les années 1919-1921 et 1922.

On retiendra de ce bref résumé que les recherches de Leśniewski se sont scandées en deux temps, auxquels était associé un double objectif. Le premier, poursuivi sous l'impulsion de la découverte de l'antinomie et l'insatisfaction profonde de Leśniewski face aux solutions proposées, fut celui de l'élaboration d'un langage mathématique «apte à décrire la réalité hétérogène du monde dans des lois aussi exactes que possible» (1989: 33). Privilégiant un mode de connaissance concret et intuitif de la réalité et contestant qu'un objet tel que la classe vide ou un quelconque objet abstrait existent dans le monde, Leśniewski récusa la notion classique de classe ou d'ensemble. C'est au nom de ce credo philosophique, dont nous verrons par la suite qu'il correspond à une position nominaliste, que Leśniewski rompit avec la tradition ensembliste et conçut une théorie collective des classes. Quant au second objectif, ce fut celui du langage logique apte à fonder la Méréologie et qui, conforme au nominalisme de Leśniewski, fût libéré de toute antinomie de type russellienne. L'Ontologie, et rétrospectivement la Protothétique sur laquelle elle repose, en sont l'aboutissement. Ce double objectif est résumé en ces termes par Kearns:

> The relations whose expressions are formalized in Mereology are relations which hold between objects in the world, the logical systems (Ontology and Protothetic) present only general linguistic forms. (1967: 68)

2. La formulation courante de l'antinomie de Russell

La formulation courante de l'antinomie de Russell étant responsable de l'émergence de la Méréologie, nous la rappellerons brièvement, même si elle fait aujourd'hui partie des connaissances partagées.

L'antinomie fut exposée par Russell en 1902, dans sa fameuse lettre du 16 juin à Frege, puis elle fut publiée en 1903 dans *The Principles of Mathematics*[4]. Comme chacun sait, elle

4 *Cf.* Russell 1956; 1ère éd. 1903: § 100-106. Russell découvre le paradoxe au printemps 1901, en appliquant la démonstration de Cantor qu'il n'existe pas de plus grand nombre

eut pour conséquence de frapper d'incertitude l'édifice mathématique et d'ébranler le programme logiciste puisque la notion de classe, mise à contribution dans la définition du nombre, était soumise à une contradiction[5]. Rappelons à ce sujet que la définition frégéenne du nombre publiée en 1884 était:

> Le nombre qui appartient au concept F est l'extension du concept «équinumérique au concept F». (Frege 1969: 194; trad. de 1884: 79)

et qu'elle fut formulée en langage russellien

> Le nombre d'une classe est la classe des classes qui lui sont semblables. (Russell 1991: 62)

Frege prit connaissance de l'antinomie alors que le deuxième volume des *Grundgesetze der Arithmetik* était sur le point d'être publié. Il rédigea alors rapidement une postface dans laquelle il tentait de sauver la notion de classe en affaiblissant sa fameuse loi V qui, permettant de passer d'un concept à son extension, donnait prise au paradoxe de Russell[6]. Mais comme le montra

---

cardinal au «nombre de toutes les choses existant dans le monde». C'est ainsi qu'il fut conduit à considérer la classe des classes qui ne sont pas membres d'elles-mêmes. Mentionnons que Zermelo découvrit indépendamment le paradoxe: «J'avais cependant découvert moi-même cette antinomie indépendamment de Russell, et l'avais communiquée au Pr Hilbert entre autres» (1908: 118). Hilbert en parlait par ailleurs comme d'«une contradiction découverte par Zermelo et par Russell» (1925: 169).

5 Frege manifesta sa consternation en ces termes: «Votre découverte de la contradiction m'a surpris au plus haut point et, j'allais presque dire, m'a consterné, puisque de ce fait, le fondement sur lequel je pensais voir se construire l'arithmétique se met à vaciller.» (Lettre du 22 juin 1902 de Frege à Russell).

6 L'axiome V exprime l'équivalence logique entre l'égalité de deux extensions et l'équivalence formelle de deux concepts: $(\hat{x}\, F(x) = \hat{x}\, G(x)) \equiv ((\forall x)(F(x) \equiv G(x))$. Frege affaiblit la première conditionnelle ainsi: $(\hat{x}\, F(x) = \hat{x}\, G(x)) \supset ((\forall z)(z \neq \hat{x}\, F(x) \supset (F(z) \equiv G(z))$

Leśniewski en 1938, la correction apportée par Frege ne suffit pas pour échapper au paradoxe[7] (Sobocinski 1950: 220-228).

Dans sa lettre, Russell donne deux versions du paradoxe. L'une met en jeu la notion de classe, l'autre celle de prédicat. Nous donnons la version en termes de classes, celle que l'histoire a retenue sous ce nom. Le point de départ est la distinction entre les classes qui sont éléments d'elles-mêmes et celles qui ne le sont pas. Parmi les classes qui sont éléments d'elles-mêmes, on trouve par exemple la classe des objets abstraits ou la classe des classes non vides. En effet, la classe des objets abstraits est elle-même un objet abstrait tout comme la classe des classes non vides est une classe non vide. D'autres classes, en revanche, ne sont pas éléments d'elles-mêmes, comme par exemple, la classe des baleines ou la classe des triangles: la première n'est pas une baleine tandis que la seconde n'est pas un triangle. Concevons alors la classe R des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes et demandons-nous si R est élément ou non d'elle-même? Si R est élément d'elle-même, alors elle n'est pas élément d'elle-même puisque R est la classe des classes qui *ne sont pas éléments d'elles-mêmes*. Et si R n'est pas élément d'elle-même, alors elle est élément d'elle-même puisque R est la classe de *toutes* les classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes. On a bien un paradoxe puisque si R est élément d'elle-même, alors elle n'est pas élément d'elle-même et vice-versa.

L'analyse du paradoxe montre qu'il résulte immédiatement de l'application du principe de compréhension, admis en toute confiance au cours de la période qui précéda la découverte de l'antinomie. Le seul qui avait manifesté quelque inquiétude était Frege, au sujet de sa loi V et de la nature quelque peu mysté-

---

7 Russell le crut sur le moment (1956, Appendice A: 552; 1ère éd. 1903). Quine montra également dans son article de 1955 «On Frege's way out» que l'aménagement proposé par Frege se révélait insuffisant.

rieuse de la correspondance entre concepts et classes[8]. En vertu de ce principe, on admet qu'à toute propriété F(x) correspond une classe ayant exactement pour éléments les x qui vérifient la propriété en question et que l'on peut toujours, d'une multiplicité réunie en un tout, obtenir une entité individuelle, susceptible de devenir à son tour élément d'un autre ensemble.

Symboliquement, le paradoxe peut se formuler de la manière suivante. Soit pour le principe de compréhension la formule:

$$(\exists! y)(\forall x)(x \in y \equiv F(x)).$$

Si F(x) représente la propriété *x est une classe qui n'est pas élément d'elle-même*, symboliquement $\sim(x \in x)$, la classe R des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes se définit ainsi:

$$R =_{df} \hat{x}\,(\sim(x \in x)).$$

Partant du principe de compréhension, on obtient donc:

$$(\forall x)(x \in R \equiv \sim(x \in x)).$$

Et R étant une valeur possible du domaine de valeurs que parcourt la variable x, il en découle, par substitution de R à x:

$$R \in R \equiv \sim(R \in R).$$

Ce qui, tiers exclu oblige, est bien une contradiction.

Ainsi, face à l'antinomie, sauf à remettre totalement en cause le concept fondamental de classe ou d'ensemble – ce que fit Leśniewski – il n'y avait guère que la voie des thérapies. La première consista à exclure de la théorie un énoncé de la forme «$x \in x$» comme étant dénué de sens. Pierre angulaire de la théorie des types logiques, le principe de l'illégitimité des énoncés

8 *Cf.* Préface des *Grundgesetze*: «[...] une querelle ne peut naître, pour autant que je puisse le voir, qu'à propos de ma loi fondamentale (V) sur les parcours de valeurs, qui n'a peut-être pas encore été énoncée expressément par les logiciens, bien qu'on l'ait à l'esprit quand on parle, par exemple, des extensions de concepts. Je la tiens pour purement logique» (Frege 1893; trad. dans Belna 1996: 319).

réflexifs est la solution proposée dans les *Principia Mathematica*. Le principe de compréhension n'est pas modifié mais on décide qu'il n'est applicable qu'à certaines formes d'énoncés, de manière à exclure celles qui donneraient lieu, par le jeu spontané du principe, à une contradiction. La deuxième voie consista à admettre un énoncé tel «x ∈ x». Mais par l'introduction d'une condition annexe au principe de compréhension qui en restreint la puissance, cet énoncé se retrouve faire exception au principe. C'est la voie de Zermelo et des adeptes de la théorie des ensembles. Zermelo formule ainsi le principe de compréhension modifié:

$$(\forall z)(\exists y)(\forall x)(x \in y \equiv . \, x \in z \wedge F(x)).$$

L'application du principe est restreinte aux éléments x d'un ensemble z dont l'existence est déjà assurée. Le paradoxe se dissout immédiatement, puisque l'ensemble de tous les ensembles qui ne sont pas éléments d'eux-mêmes ne peut pas être un ensemble.

Cependant, et nul ne l'ignorait, aucune de ces réponses ne résolvait, *stricto sensu*, l'antinomie. Citons à ce propos Zermelo:

> Pourtant actuellement l'existence de cette discipline *[la théorie des ensembles]* semble remise en cause par certaines contradictions ou "antinomies" qui peuvent être dérivées de leurs principes – en apparence essentiels à notre pensée –, et qui jusqu'à présent n'ont pas été résolus de façon satisfaisante. En particulier, en vertu de l'antinomie de Russell concernant l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes comme éléments, il ne semble pas aujourd'hui permis d'attribuer à un concept arbitraire quelconque, logiquement défini, un *ensemble* ou une *classe* correspondant à son extension. Il en résulte que la définition originale de Cantor d'un ensemble comme "une collection d'objets de notre intuition ou de notre pensée, bien définis et distincts, réunis en un tout", requiert assurément certai-

> nes limitations, bien que personne jusqu'ici n'ait réussi à la remplacer par une autre définition, tout aussi simple, qui ne serait pas sujette au doute. Dans ces circonstances, nous n'avons pas d'autre alternative que celle de partir de la théorie des ensembles historiquement existante, et de chercher les principes qui sont requis comme base de cette théorie mathématique. (1908: 261-281)

Nous rapportons ce long passage parce que Zermelo y exprime sans détour le doute jeté par l'antinomie sur le bien-fondé de la définition cantorienne de l'ensemble et l'alternative qui en résultait. Soit on acceptait de démonter les données fondamentales de la vision du monde mathématique cantorien pour chercher ailleurs un fondement. Soit on cherchait à éliminer la contradiction en recourant à des expédients divers. Et puisque, moyennant certains aménagements et au prix de quelques certitudes émoussées, la définition cantorienne remplissait toujours la tâche qu'on lui demandait, à savoir fonder les mathématiques, on se contenta des expédients.

Seul Leśniewski choisit la première branche de l'alternative. Son attitude s'explique dans une large mesure par le fait qu'il était nouveau dans la discipline et, de surcroît, forgé à une manière de penser la symbiose entre logique, mathématiques et philosophie autre que celle de la communauté scientifique dominante. Aussi ne lui importait-il pas de préserver un édifice mathématique qu'il découvrait fissuré en ses fondements mêmes. Sa seule préoccupation fut de déceler l'origine de la fissure afin de parvenir à une véritable résolution de l'antinomie. Soumettant alors à une analyse critique la définition classique de la classe ou de l'ensemble, il parvint à la conclusion que celle-ci devait être abandonnée au profit d'une définition de nature collective. Si l'on se souvient des propos de Zermelo, il s'agit pour Leśniewski de cette «autre définition, tout aussi simple, qui ne serait pas sujette au doute».

Au terme de ses recherches logiques, la conclusion finale de Leśniewski fut que l'antinomie était le résultat d'une confusion, d'un amalgame entre les *intuitions* liées aux conceptions distributive et collective de la classe et que, ne pouvant pas être résolue dans les termes propres aux théories classiques, il était nécessaire de renouveler les outils logiques. Comme nous le verrons, c'est en séparant ces deux conceptions que, à la faveur d'un réexamen de la notion d'extension et l'adoption d'une théorie collective des classes, dont rendent respectivement compte l'Ontologie et la Méréologie, que Leśniewski surmonta le problème posé par l'antinomie.

Notons que Leśniewski ne fut pas le premier à relever la distinction entre un usage collectif du terme «classe» ou «ensemble», permettant de décrire une collection ou une totalité d'individus comme littéralement constituée de ses éléments, et un usage distributif ou purement extensionnel par lequel peut être prédiquée une propriété définie de chaque élément de la classe distributive correspondante. De telles distinctions sont faites dans divers écrits tels que les critiques de Frege à l'égard de Husserl, Dedekind et Schröder ainsi que dans les analyses qui ont conduit Russell à la «no-class theory of classes»[9].

Cependant Leśniewski est le premier à tirer parti de cette distinction pour éclairer les raisons mêmes de l'antinomie et donner le jour à des théories avec lesquelles se trouvent conciliées les modes d'appréhension distributif et collectif des classes. Lors de la présentation de la classe collective, nous retrouverons les remarques de Frege et de Russell concernant l'opposition entre les conceptions distributive et collective des classes. Celles de

---

9 En 1931, on lit sous la plume de Eaton: «A class is both *one* and *many*; this is where the difficulty of the theory of classes arise. In some cases the class-term is used distributively, the reference being not the whole but to the several members. In other cases the same class-term is used collectively, the class being treated as a single entity». (Eaton 1951)

Frege, plus substantielles que celles de Russell, retiendront tout particulièrement notre attention.

Mais avant de présenter la classe collective elle-même, nous allons restituer la réflexion menée par Leśniewski autour de l'antinomie. En premier lieu, nous examinerons la relation particulière qu'il désire maintenir entre intuition et antinomie car la notion d'intuition, *telle qu'il s'en réclame,* est la clé de voûte de son traitement de l'antinomie.

3. Antinomie et intuition chez Leśniewski

Le point de départ de l'analyse critique menée par Leśniewski est que l'antinomie n'est pas résolue. Logiciens et mathématiciens ont beau avoir reconnu les insuffisances de leur définition de la classe ou de l'ensemble, les prétendues résolutions ne changent selon lui rien à la situation car on n'a toujours rien énoncé sur les causes de l'antinomie. Or ce n'est qu'en dévoilant l'origine de l'antinomie que l'on pourra prétendre accéder aux conditions de sa disparition. Une telle position est à mettre en relation directe avec le sens précis assigné alors au terme «antinomie» et auquel est associé la réflexion de Leśniewski. Faisant intervenir un phénomène de croyance, ce sens nécessite de distinguer une simple contradiction d'une véritable antinomie. En effet,

> Une contradiction n'est une antinomie que si nous la croyons déduite validement de présupposés à la vérité desquels, *intuitivement,* nous croyons[10]. (Sobocinski 1949: 96)

Une antinomie manifeste donc la présence d'une croyance fausse, soit parmi les présupposés entrant en jeu dans sa formu-

10 Cette définition est empruntée à Nelson (Grelling & Nelson 1908).

lation, soit dans les règles de raisonnement mises en œuvre pour la formuler. Et ce qui empêche cette fausseté d'apparaître comme telle, c'est l'intuition – illusoire – de sa vérité. Dès lors:

> L'unique méthode de "solution" des "antinomies" est la méthode de mise en question intuitive des raisonnements ou des présupposés conduisant à la contradiction. (1989: 33)

Par conséquent, résoudre une antinomie consiste à identifier ce qui est «en fait faux» au sein des croyances fondamentales qu'elle mobilise puisque, dès lors que sera identifié le présupposé – faux – auquel on adhérait jusque-là de manière intuitive, on cessera *ipso facto* de voir dans la contradiction une antinomie.

Sous une telle approche, une antinomie se résume alors à une seule question. Quelle erreur a été commise dans les théories classiques des classes ou des ensembles? Notons que c'est une telle question que formule Russell dans son autobiographie, lorsqu'il décrit les conséquences de sa découverte:

> J'ai d'abord espéré qu'il me serait très facile de surmonter cette difficulté, qu'une erreur banale avait dû se glisser dans mon raisonnement. Mais il s'avéra, peu à peu, qu'il n'en était rien. [...] On pouvait trouver peu digne d'un homme mûr des passe-temps apparemment aussi futiles, mais comment aller de l'avant? Puisque les prémisses ordinaires entraînaient inévitablement de semblables contradictions, il y avait une erreur – laquelle? (1967 (I): 188-189; trad. de 1951 (I): 221-222)

Mais la question «quelle erreur a été commise»? doit ici être comprise comme «quelle intuition a été trahie»? Et la réponse, pour Leśniewski, se trouve dans la définition même de la classe ou de l'ensemble qui, de par son caractère abstrait, trahit l'intuition du caractère concret des classes et des individus qu'elles représentent. L'intuition de laquelle Leśniewski se réclame est ainsi celle de l'intuition empirique ordinaire, concevant les classes comme des collections ou des amas d'objets singuliers, c'est-à-dire des touts concrets littéralement composés de leurs éléments, comme le sont un tas de feuilles ou un mur de pierres.

Russell, nous l'avons déjà dit, écrivit que l'on ne peut pas considérer les classes comme partie intégrante de l'ameublement dernier du monde. Leśniewski, en revanche, postule que les classes sont, *a priori,* des totalités possédant une réalité effective. Parler d'ensemble ou de classe possède une signification opérationnelle *évidente* en tant qu'acte de désignation d'un objet individuel. Leśniewski n'aura de cesse à ce sujet de s'opposer à toute tentative de faire passer les discours portant sur des «ensembles» ou des «classes» pour des discours portant sur des «choses» conceptuelles, objets abstraits ou autres. L'objet dénoté par une expression de classe doit selon lui être compté comme un, au sens de l'agrégat des entités qui tombent sous le concept distinctif.

Face à la question de la nature et de l'existence des classes, Leśniewski adopte donc une position de nominalisme radical aux antipodes du nominalisme instrumentaliste de Whitehead et Russell (examiné dans le chapitre précédent), permettant d'affirmer qu'il n'est pas dans la nature des classes d'être autre chose que des «façons de parler» ou des «fictions logiques» et qu'à ce titre, seuls leur emploi *in use* est légitime.

On comprend alors pourquoi, de ce point de vue reposant sur l'intuition commune et reconnaissant aux classes un statut d'objets concrets, aucun des essais de reconstruction des fondements des mathématiques ne peut être tenu pour satisfaisant aux yeux de Leśniewski. Ses confrères Russell et Zermelo n'ont cherché qu'à éliminer l'antinomie. Mais aussi ingénieux et efficaces que soient leurs stratagèmes pour l'éviter, ils ne la résolvent pas, pour la simple raison que «la mathématique extra-intuitive ne contient pas de remèdes contre les insuffisances de l'intuition» (1989: 33).

Concernant la théorie des types qui, écrit Leśniewski, représente «sur le terrain de la lutte pour les "antinomies" la synthèse la plus représentative et pour laquelle Russell "invoque entre autres des raisons de nature intuitive"», elle n'est pas recevable (1989: 33). Quant à Zermelo, la sentence suivante lui est réservée:

> La construction de Zermelo, architectoniquement raffinée, introduit dans la "théorie des ensembles" des prohibitions visant l'élimination des "antinomies" du terrain des mathématiques, prohibitions privées, hélas de fondement intuitif. (1989: 33)

Le ton péremptoire de Leśniewski pourrait heurter le lecteur habitué à travailler dans le cadre de la théorie des ensembles connue aujourd'hui en tant que théorie de Zermelo-Fraenkel. Celui-ci pourrait en effet faire valoir que la notion itérative d'ensemble est à l'abri de toute critique et procède d'une légitimité également intuitive. Boolos écrit à ce propos:

> [...] there is another view of sets: the *iterative conception of set,* as it is sometimes called, which often strikes people as enterily natural, free from artificiality, not at all ad hoc, and one they might perhaps have formulated themselves. [...] ZF alone (together with its extensions and subsystems) is not only a consistent (apparently) but also an independently motivated theory of sets. There is, so to speak, a "thought behind it" about the nature of sets which have been put forth even if, impossibly, naive set theory had been consistent. (Boolos 1971, repris dans Boolos 1998: 14-15)

Cependant il convient de ne pas oublier le contexte dans lequel s'insère ce débat et surtout les raisons alléguées en faveur de chacune des théories en présence, eu égard à leurs motivations respectives. Leśniewski, répétons-le, vise une définition réelle des classes. De là, *et ceci de manière définitive*, la notion d'*ensemble*, c'est-à-dire d'un objet abstrait et non concret comme le serait un tas, n'est pas acceptable. Toute théorie qui s'en tient au paradigme ensembliste n'est pour lui qu'un ajustement, n'ayant pas reconnu le problème à l'origine de l'antinomie et par lequel passe sa *véritable* résolution. Nous restituons la genèse d'une théorie qui s'est construite en s'opposant de manière polémique aux premiers développements ensemblistes et aux travaux logicistes. Et il faut comprendre que le désaccord et les distances de Leśniewski par rapport aux théories dominantes s'inscrivent dans la conviction absolue qui l'habitait de la priorité de l'intuition sur l'attitude formaliste pure.

On comprendra donc mieux le ton des propos suivants où Leśniewski juge que les solutions à l'antinomie – que ce soient celle de la théorie des types ou celle de la théorie des ensembles – n'ont fait que reléguer encore plus loin ce qu'il qualifie de «fond intuitif historique sur lequel naquirent les "antinomies"».

> Le problème des "antinomies" est devenu, sous l'influence prépondérante de M. Russell, le problème central de nombre d'éminents mathématiciens qui ont concentré sur lui leurs efforts, s'éloignant considérablement du fond intuitif historique sur lequel naquirent les "antinomies". Ce phénomène favorisait la disparition du sens de la différence entre les sciences mathématiques, tenues pour des théories déductives vraies appelées à capter la réalité hétérogène du monde dans des lois aussi exactes que possibles, et les systèmes déductifs non contradictoires analogues, mais qui, tout en assurant la possibilité d'obtention sur leur terrain d'une quantité toujours plus grande de

> théorèmes se distinguent tout de même par l'absence de toutes valeurs intuitives scientifiques les rattachant à la réalité. (1989: 33)

Ce passage est fondamental dans la compréhension de la réflexion conduite par Leśniewski. D'une part, il éclaire la distinction établie entre une simple contradiction formelle et une véritable antinomie. Cette distinction est en effet le reflet direct de celle que l'on rencontre dans le passage précité entre les théories mathématiques dites «vraies» et les théories formelles dénuées de fondements intuitifs «les rattachant à la réalité». D'autre part, il met en pleine lumière la définition «naïve» de l'ensemble de Cantor. C'est en effet cette définition qu'il faut reconnaître dans le «fond intuitif historique» auquel Leśniewski se réfère et prône un retour. Aussi la rappelons-nous, sous deux formulations.

> Par ensemble, nous entendons n'importe quel rassemblement en un tout *M* d'objets bien définis et distincts *m* de notre intuition ou de notre pensée; ces objets étant appelés les "éléments de *M*". (Cantor 1932: 282)

> Chaque ensemble de choses distinctes peut être considéré *en lui-même comme une seule chose* dont les choses en question sont les parties constituantes ou les éléments constitutifs. (Cantor 1887: 83; cité in Leśniewski 1989: 53)

Toutefois si Leśniewski reconnaît la définition cantorienne de l'ensemble, c'est à *la seule condition* d'une lecture méréologique ou collective. La lecture traditionnelle sur laquelle on a cru pouvoir assurer les bases des mathématiques doit, quant à elle, être abandonnée. Comme nous l'examinerons plus précisément par la suite et l'avons déjà mentionné, la classe distributive sera au final rejetée au double profit de l'adoption d'une version collective de la classe et d'une nouvelle conceptualisation de la notion d'extension. De celle-ci ne sera retenue que la dimension purement extensionnelle, sans qu'il soit nécessaire de recourir à des entités qui seraient des «classes distributives».

Que cette voie se révèle destructrice pour l'édifice mathématique orthodoxe ne présente pas la moindre importance pour Leśniewski. Il n'y a en effet pour lui qu'une seule leçon à tirer de l'antinomie, celle de la nécessité de se défaire d'un certain nombre de croyances ou de présupposés ancrés dans le modèle cantorien pour en adopter d'autres, conformes à l'intuition dans laquelle il enracine sa réflexion. Il écrit:

> Dans ce cas, il n'y aura rien d'étrange ni d'incompréhensible dans le fait que ce présupposé, admis dans un système de postulats cause l'apparition de l'antinomie. Il n'y aura pas non plus besoin de faire des "sacrifices" ni de renoncer à quoi que ce soit, car la simple constatation que nous avons cru antérieurement à la vérité d'une thèse fausse suffira, et cette constatation sera un approfondissement de la connaissance de la réalité. La chose qu'il reste à faire est alors, soit de délaisser la théorie dont les présupposés se sont avérés contenant un élément faux, soit d'introduire de nouveaux présupposés, suffisants pour les fondations de la théorie et de la vérité desquels nous sommes persuadés. (Sobocinski 1949: 96-97)

On comprend sans peine, comme nous l'avons déjà remarqué, que l'adoption d'une telle position était plus facile pour qui se trouvait à l'extérieur du paradigme ensembliste et «prêt» à faire valoir que l'antinomie qui apparaissait sur la toile de fond ensembliste *entraînait* un changement de paradigme.

Pour clore ce paragraphe, ajoutons encore quelques mots au sujet de la notion d'intuition chez Leśniewski. Si elle accompagne en filigrane et dirige la conception de ses systèmes, il est toutefois important d'observer qu'en se réclamant de l'intuition, Leśniewski n'oppose en aucune manière *intuitif* à *formel* ou *formalisé*. Il récuse simplement toute rupture de l'intuition avec le formalisme, de telle sorte que celui-ci ne peut jamais la remplacer ni la précéder. Il n'est qu'un instrument, un simple outil technique et de communication à son service. Leśniewski n'utilisera par ailleurs que très tard un langage symbolique pour ces systèmes. Sa réaction initiale à l'égard de la logique symbolique s'étant exprimée, selon ses propres dires, par une aversion à l'égard du formalisme, ce n'est qu'en 1920, sous l'influence de Léon Chwistek, qu'il accepte d'introduire un symbolisme dans ses travaux, convenant qu'un instrument scientifique est plus rigoureux et moins susceptible de mauvaises interprétations que le langage naturel[11].

Abordons à présent la présentation de la classe collective. Cela nous donnera les éléments indispensables à la compréhension, par la suite, de l'analyse proposée par Leśniewski de l'antinomie de Russell.

4. La classe collective

4.1. Éléments introductifs

Trois thèses vont nous guider dans la présentation du concept de la classe collective et de ses caractéristiques fondamentales. Ces thèses sont celles que l'on trouve à la base du système méréologique élaboré en 1914 – il ne s'agit pas encore d'une axiomatique –, et à partir duquel Leśniewski construit sa résolution de l'antinomie de Russell[12]. Elles sont liées aux questions de la classe vide, de la classe singulière et à celle de la nature et de l'existence des classes. Elles sont formulées ainsi:

11 «J'ai utilisé la symbolique, basée sur des exemples créés par des "logiciens mathématiques", comme un outil d'énonciation de pensées, techniquement plus simple que le langage courant et en même temps prêtant moins à des malentendus.» (1989: 102)

12 *Cf.* Lesniewski 1989: 47-52.

[1] Si un objet est la classe des a, alors un objet est a.
[2] Il arrive fréquemment que tel ou tel objet soit la classe de tels et tels objets et qu'il soit simultanément la classe d'objets tout à fait différents.
[3] Si un – et un seul – objet est P, alors P est la classe des P.

Dans un article publié en 1927, Leśniewski retrace la genèse de la notion classique de classe et d'ensemble depuis Cantor jusqu'aux *Principia Mathematica*, en passant par les algébristes, Frege et divers auteurs de théories des ensembles[13]. Il y formule de vives critiques à l'égard de ses confrères logiciens et mathématiciens. Aucun ne trouve grâce à ses yeux, à l'exception de Cantor et Frege: le premier parce que, comme nous l'avons signalé plus haut, sa définition de l'ensemble est susceptible d'une lecture collective; et le second pour la dimension critique de certaines de ses remarques formulées contre les tenants de l'algèbre de la logique.

Nous inclurons dans notre présentation un certain nombre de ces critiques, en l'occurrence celles concernant essentiellement les logicistes, Frege d'une part et Whitehead et Russell de l'autre. A Frege sera en outre réservé une place particulière, à travers la lecture que nous conduirons de son article de 1895 dirigé contre l'algèbre de la logique de Schröder, *Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröder's Vorlesungen über die Algebra der Logik*[14]. Notre intérêt pour cet article découle de la perspicacité et de la précision exemplaires avec lesquelles Frege y discute la distinction opposant les approches distributive et collective des classes. Visant à justifier sa théorisation logiciste de la classe comme extension de concept, Frege accuse Schröder d'accorder la primauté à une conception purement

13 *Cf.* Lesniewski 1989: 53-66.
14 *Cf.* Frege 1960: 86-106 (1ère éd. 1895).

extensionnelle ou collective des classes au détriment d'une conception les dérivant des concepts. Il écrit:

> La différence complète – ou plutôt l'incompatibilité – qu'il y a entre elles est au premier regard masquée. Ainsi voisinent deux théories des classes et des extensions, l'une grossière et informe, l'autre plus fine et la seule utilisable en logique. (1895: 453)

Frege dénombre dans son étude un certain nombre de difficultés et d'erreurs propres à la méthode de Schröder qui privilégie la relation de partie à tout et cherche à la traduire dans un domaine logique où elle n'est plus opératoire. Parmi ces difficultés, on rencontre en particulier celle liée à l'assimilation des individus aux classes unités et celle concernant la classe vide. Nous traiterons ces points à travers la lecture qu'en fit Leśniewski.

Il est intéressant de remarquer que Frege trace dans son article la trame de ce que sera quelques années plus tard le programme leśniewskien: concilier et articuler ensemble les deux théories (des classes au sens collectif et des extensions) qu'il juge lui-même mutuellement exclusives l'une de l'autre. Nous ne parlons pas pour autant d'influence directe. Nous remarquons simplement que Leśniewski va réaliser ce que Frege précisément refuse: adopter une théorie descriptive ou collective des classes en rendant celle-ci compatible avec un langage de pure logique.

Pour initier la présentation du concept de classe collective, tournons-nous vers le présupposé fondamental dans lequel s'ancre la théorie collective des classes de Leśniewski.

4.2. Le présupposé fondamental

Toute la réflexion de Leśniewski est basée sur la présupposition que *les expressions de classe sont des expressions dénotantes*. C'est ce que révèle, écrit-il:

> la manière habituelle d'employer les mots "classe" et "ensemble" dans le langage courant des hommes qui ne se sont occupés d'aucune "théories des classes" ni d'aucune "théorie des ensembles". (1989: 53)

Contrairement à Russell qui établit une distinction logique entre la classe plurale [*class as many*] et la classe une [*class as one*] afin de lever la difficulté grammaticale liée à l'usage du mot «collection», Leśniewski ne fait aucune distinction de ce genre. Il considère que les expressions de classes sont des expressions nominales dénotantes qui désignent explicitement des collections, des ensembles d'objets. Ainsi, toute expression telle que, par exemple, «la collection de mes timbres», «la classe des hommes» ou encore «l'ensemble des phrases de ce livre» est un nom singulier dans lequel les termes «collection», «classe» et «ensemble» ont une fonction agrégative de rassemblement en un tout d'une multiplicité d'objets distincts.

Par conséquent, sous une telle approche, l'objet dénoté par une expression telle que «la classe des *a*» est compris comme étant un objet de même nature que les objets *a* le composant. Cet objet doit être compté comme un, au sens unitaire de l'agrégat ou du tas constitué par les entités singulières possédant la propriété *a*. Il n'y a ainsi aucune dichotomie de nature ni de saut qualitatif dans le passage d'une extension à l'ensemble composé de cette extension, comme cela est le cas, à des degrés divers, dans les théories classiques. La classe ne possède ni un statut d'objet abstrait, ni celui d'un objet d'un niveau ontologique différent de celui des individus qui la composent, et encore moins celui de «symbole incomplet» avec lequel est supprimée la classe une au seul profit de la classe plurale.

Ce présupposé grammatical exhibé, retournons vers les logicistes. En signalant en effet certains traits particuliers dont les classes se voient investies, cela nous permettra de saisir avec plus de précision la différenciation véritable entre l'approche leśniewskienne de la classe et la leur. On sait que la conception purement extensionnelle de la classe n'est pour les logicistes pas admissible, ne serait-ce que parce qu'elle oblige à inventer la classe vide et ne permet pas de distinguer un singleton de son unique élément. Citons à ce propos Russell, qui résume clairement la situation:

> Nous ne pouvons pas prendre les classes de manière *purement* extensionnelle comme étant simplement des tas, ou conglomérats [*heaps or conglomerations*]. Si nous voulions essayer de le faire, nous trouverions impossible de comprendre où peut bien se trouver une classe comme la classe vide, laquelle n'a pas d'éléments du tout et ne peut pas être tenue pour un "tas", il nous serait aussi très difficile de comprendre qu'une classe qui n'a qu'un élément ne soit pas identique à celui-ci. Je n'ai pas l'intention d'affirmer ou de nier qu'il y ait des entités telles que les "tas". En tant que logicien mathématique, je ne suis pas appelé à avoir une opinion à ce sujet. Tout ce que je maintiens, c'est que, s'il existe quelque chose comme des tas, alors nous ne pouvons pas les identifier aux classes composées de leurs constituants. (1920: 183; cité in Leśniewski 1989: 65)

Si on considère en effet que ce sont les objets qui font la classe, conformément à la conception «naïve» qu'une classe en tant que collection d'objets est composée de ces objets, on ne peut avoir qu'une conception agrégative des classes. Il est alors impossible de disposer légitimement de la classe vide qui n'a pas d'éléments du tout. De plus, une telle conception incite à assimiler les classes à un seul élément avec leur unique élément. Au sujet de ce dernier point, Frege dévoile dans son article de 1895 qu'il est responsable, dans l'algèbre de la logique de Schröder, d'une contradiction. Nous reviendrons sur cette démonstration car elle fut contestée par Leśniewski. Mais pour l'heure, si nous mettons en avant le problème de la classe vide et des classes unités, c'est pour examiner la manière dont Leśniewski l'aborde, sous l'autorité de sa conception collective des classes. Poursuivons donc notre réflexion avec la question de la classe vide.

4.3. La classe vide

Sous une interprétation collective, la condition nécessaire de l'existence de l'objet «la classe des *a*» est que le domaine composé des *a* ne soit pas vide, autrement dit qu'il existe au moins un *a*. C'est ce qu'énonce la première thèse:

[1] Si un objet est la classe des a, alors un objet est a.

Cette thèse récuse donc la classe vide. Au sujet de la classe vide, qu'il qualifiait de «monstre théorique»[15], Leśniewski écrit:

> A aucun moment je n'ai cessé d'être entièrement d'accord avec la remarque lapidaire de Frege à propos de l'algèbre de la théorie des classes d'Ernst Schröder: "Lorsqu'une classe se compose d'objets, lorsqu'un ensemble est l'union collective de ceux-ci, alors elle (il) doit disparaître, quand ces objets disparaissent. Lorsque nous brûlons tous les arbres d'une forêt, alors nous brûlons en même temps la forêt. Il ne peut donc y avoir de classe vide." (Frege 1895: 436-437; cité in Leśniewski 1989: 58)

C'est dans ce passage que l'on rencontre la première référence à l'article de Frege sur l'algèbre de la logique de Schröder. Aussi préciserons-nous quelques éléments du système de Schröder de

15 Étant d'avis que si un objet est la classe de tels et tels a (des hommes par exemple, des points, des cercles carrés) alors il se compose de ces a, j'ai toujours rejeté, conformément à la thèse 1 [...], l'existence de monstres théoriques dans le genre de la classe des cercles carrés, comprenant bien que rien ne peut être composé de ce qui n'existe pas. (1989: 58)

nature à éclairer les remarques respectives de Frege et de Leśniewski[16].

Dans le tome I de ses *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, Schröder développe ce qu'il appelle un «calcul identique des domaines d'une multiplicité». Ce calcul est susceptible de recevoir plusieurs interprétations qui vont du calcul des classes au calcul des propositions, en passant par la théorie des groupes (1890: 160). Schröder appelle «multiplicité» une collection de choses quelconques, – objets de pensée en général – considérées comme des «*éléments*» ou des «*individus*». Toute agrégation d'éléments est appelée un «domaine». La relation entre deux domaines est la relation d'inclusion (ou *subsomption*). La proposition fondamentale, de la forme «a ⋹ b», se lit «a est b» et exprime le fait que le domaine a (le domaine du sujet) est inclus dans le domaine b (le domaine du prédicat) (1890: 159). Le calcul repose sur deux principes, exprimant les propriétés de réflexivité et de transitivité de cette relation.

Principe I: a ⋹ a
Principe II: si a ⋹ b et b ⋹ c, alors a ⋹ c. (1890: 168-170).

Comme le remarque Frege, il est possible de substituer au terme «domaine» celui de «classe», compris dans le sens de classe collective. Quant à la relation d'inclusion, il s'agit de la relation de partie à tout.

16 Le cœur du débat de l'article de Frege est le rejet par Schröder de l'univers de discours de Boole. La conception de cet univers, trop vaste selon Schröder, conduit à une contradiction dont il donne une démonstration. Pour y pallier, il propose avant l'heure une théorie des types et amorce une distinction entre l'inclusion et l'appartenance, même s'il ne dispose toujours que d'un symbole. Cependant sa théorie est prise en défaut par le simple fait qu'il tient pour identique un élément et sa classe unité. Ce que Frege montre, c'est que s'il peut surgir de la classe universelle booléenne une contradiction, c'est parce que Schröder a transgressé les lois de son calcul en mettant implicitement en relation les domaines avec les concepts. Malheureusement, il ne nous est pas possible de restituer ici dans ses détails l'argumentation aiguisée de Frege.

> Instead of "domains" we may here always say "classes", if we take classes to be collective wholes, such as a wood, for example, and do not bring them with concepts. [...] What M. Schröder calls "inclusion" or "subsumption" is here, properly speaking, nothing but the part-whole relation, extended in such a way that every whole is to be treated as a part of itself. (Frege 1895: 434)

A ces principes s'ajoutent les définitions duales des domaines particuliers 0 et 1 par les postulats:

i) $0 \neq\!\!\!\in a$
ii) $a \neq\!\!\!\in 1$ (1890: 188)

On trouve ensuite deux opérations, la somme «identique» et la multiplication «identique», notées «a+b» et «ab» (1890: 199). Dans la terminologie courante, ce sont la réunion et l'intersection. La somme identique correspond à l'agrégation ou la collection de deux domaines: les individus de deux domaines sont réunis en un seul domaine. Quant à la multiplication «identique», c'est avec elle que surgit la première difficulté. En effet, si les domaines n'ont pas de partie commune, l'intersection n'est pas définie. Schröder est donc contraint à «inventer» la classe vide, ou à strictement parler le «zéro identique». Mais aucune classe dans un sens collectif ne peut être vide. Frege remarque à ce sujet avec malice que si une figure ovale sur le papier peut magiquement être dotée de la propriété requise, alors cela ne doit pas être trop difficile de fabriquer des diamants.

La «remarque lapidaire» frégéenne reprise à son compte par Leśniewski résulte donc de l'entorse commise par Schröder à sa conception collective des domaines. Observons que Schröder n'est qu'un parmi d'autres à recevoir, pour son entreprise d'«invention», les flèches critiques communes de Frege et de Leśniewski. Dedekind qui écrit que:

> pour certaines raisons[17] nous voulons laisser complètement de côté le système vide qui ne contient aucun élément, bien qu'il puisse être commode pour d'autres recherches d'en inventer un. (cité in Leśniewski 1989: 43)

reçoit des critiques analogues à celles dirigées contre Schröder. Il en est de même, par ailleurs, pour les auteurs de théories des ensembles:

> Le fait qu'il n'existe pas dans le monde [...] aucun produit ne possédant pas d'éléments communs, n'empêche pas M. Sierpinski d'"inventer" un objet prétendant être le produit de deux ensembles de ce genre. Là où M. Hausdorff se sert de l'"admission", M. Sierpinski applique l'"introduction". L'auteur écrit notamment: "Chaque quantité d'ensembles possède naturellement une somme déterminée. Pour que nous puissions dire la même chose du produit et de la différence, nous devons introduire *l'ensemble vide* que nous désignerons par 0. Ainsi la formule AB = 0, exprime que A et B ne possèdent aucun élément commun". (1989: 56)

Mais revenons à Frege, *via* Leśniewski. Si Leśniewski souscrit à l'interdit qui doit frapper la faculté d'inventer, ce n'est pas pour voler au secours de la classe vide, comme le fait Frege, avec sa théorisation logique de la classe comme extension de concept. La seule chose qu'il retient de la remarque de Frege est sa dimension critique, conforme à sa propre position sur les classes. Ce sera par ailleurs l'unique point de rencontre entre les deux hommes. La suite de l'article n'est que source de divergences dans la mesure où Frege sanctionne radicalement l'approche collective de la classe de Schröder en pointant les difficultés qui

17 Dedekind ne précise pas ces raisons, mais sans doute pense-t-il à sa définition extensionnelle d'un système qui ne permet pas, tout comme pour Schröder, d'admettre l'existence de l'ensemble vide.

surgissent lorsque ce dernier veut interpréter son calcul comme une logique à part entière.

Sous une telle interprétation, le terme «classe» se traduit par «extension de concept». L'expression «a ⋹ b» doit maintenant se lire «l'extension du concept sujet *a* est incluse dans l'extension du concept sujet *b*». La relation de subsomption est donc traitée comme la relation de subordination entre deux concepts. Frege montre alors que Schröder passe subrepticement d'un calcul des domaines à un calcul des classes sans se rendre compte que la relation de subordination d'un concept à un autre doit être complétée par la relation d'appartenance d'un individu à une classe. Sans cette distinction, affirme-t-il, il est impossible de prétendre élaborer un système logique en s'appuyant sur un pur calcul des domaines où prédomine la relation de partie à tout. En conclusion de son article, Frege pose l'antériorité des concepts sur les classes qui leur correspondent.

> L'extension d'un concept ne se compose pas des objets qui tombent sous le concept donné, comme la forêt se compose d'arbres, mais elle prend appui sur le concept même et seulement sur lui. (1895: 445; cité in Leśniewski 1989: 61)

C'est cette distinction entre extension et objets tombant sous un concept qui justifie à elle seule, chez Frege, la possibilité de donner à la notion d'extension un sens autre que de «collection», d'«agrégat» ou de «tout». Un concept ayant toujours une extension, même s'il n'a pas toujours des objets tombant sous lui, on peut en toute légitimité parler l'extension nulle, c'est-à-dire d'extension attachée à un concept contradictoire donné par un mot conceptuel tel que «cercle-carré». Ce faisant, Frege est en droit de définir le nombre zéro de la manière suivante:

> 0 est le nombre cardinal qui appartient au concept «non identique à soi-même».

Nous insistons sur cette distinction établie par Frege entre extension logique et multiplicité physique parce que, comme nous l'avons déjà fait remarquer, c'est une distinction d'une telle nature qui est au cœur même des systèmes de l'Ontologie et de la Méréologie.

De la notion d'extension de concept chez Frege, Leśniewski n'en souligne que les zones d'ombre. Il écrit:

> Quant à l'affirmation de Frege soutenant que l'extension du concept s'appuie sur le concept même et seulement sur lui, je ne la comprends pas mieux que les affirmations les plus obscures des représentants de la "philosophie romantique", autrement dit je ne la comprend absolument pas. (1989: 61)

Les familiers de l'œuvre de Frege savent que sa notion d'«extension de concept» présente de grandes difficultés d'appréhension. Toutefois, au-delà de ces difficultés, il est probable que si Leśniewski ne la comprend «absolument pas», c'est avant tout parce que la direction dans laquelle il déploie ses recherches est aux antipodes de celle de Frege qui, dans l'expression de l'édifice théorique qu'il élabore, tente d'évacuer tout ce qui relève de l'intuition matérielle. Or le propre de la démarche de Leśniewski est d'accorder la primauté à une intuition empirique des objets. C'est elle qui sanctionne la légitimité de la théorie collective des classes et, rétrospectivement, celle des théories logiques qui la fondent. A ce sujet, nous ne pouvons manquer de citer les propos suivants de Frege:

> Il *[Schröder]* inventa le calcul des domaines *[Gebietekalkül]* où les classes sont composées d'objets singuliers ou d'individus; et, en effet,

> quoi d'autre pourrait déterminer l'existence d'une classe, si l'on faisait abstraction du concept, c'est-à-dire des propriétés communes! L'individu est alors également une classe. On obtient donc, d'une manière naturelle, la relation de partie à tout comme relation fondamentale. Voici ce qui est sans doute très intuitif. Dommage seulement que ce soit stérile, et qu'on ne puisse parvenir ainsi à une logique.

Mais cela n'était pas stérile! Car c'est bien cette intuition, au cœur de la théorie collective des classes, qui va conduire à l'élaboration d'une théorie logique répondant au problème de l'élaboration d'un langage susceptible de recevoir les propositions se déroulant autour de la notion collective de classe, et reconnues comme intuitivement vraies. Cette logique, rappelons-le, sera par ailleurs investie de compétence fondatrice au sens du logicisme, puisqu'elle permet une traduction logique de la théorie des nombres[18].

Cette mise au point faite, nous poursuivons notre portrait de la classe collective en abordant les autres thèses. Pour des raisons de convenance, nous avons choisi de considérer la thèse [3] avant la thèse [2]. Cela nous permettra en effet de caractériser plus précisément l'approche collective des classes en la différenciant de l'approche purement extensionnelle que nous venons d'évoquer, contestée par les logicistes.

4.4. Identité d'un objet avec la classe de lui-même

Sous une approche collective, tout objet est identique à la classe de lui-même. C'est ce qu'exprime la troisième thèse:

[3] Si un – et un seul – objet est P, alors P est la classe des P.

Si on considère en effet qu'une classe n'est rien au-delà des objets qui la composent, en d'autres mots si on considère que ce

18 On consultera à ce sujet Canty 1967 et Gessler, Degrange & Joray 2005.

sont les objets qui font la classe, il n'y a aucune distinction à faire entre un objet et la classe de lui-même. *A fortiori*, tout objet est également identique à la classe de la classe de lui-même. L'objet lune, par exemple, est identique à la classe de la lune et à la classe de la classe de la lune. De la même manière, la classe d'une classe d'objets singuliers est identique à la classe de ces objets. Pour en rester avec des objets dont nous aurons par la suite à considérer les têtes, la classe des hommes est le même objet que la classe de la classe des hommes. Ainsi entendu, on devine de quelle manière la version collective de la classe *dissout* l'antinomie de Russell. Puisque tout objet est identique à la classe de lui-même, cela signifie que toute classe est élément d'elle-même. Par conséquent, aucune classe ne peut être la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes. En d'autres termes, «la classe collective de Russell» n'existe pas.

Il nous reste à aborder la dernière thèse. Si l'on s'en tient aux deux premières (rejet de la classe vide et identité d'un objet avec la classe de lui-même), on pourrait penser que Leśniewski renoue simplement avec la conception purement extensionnelle des classes, celle-là même que combattent ses confrères logicistes. Mais il fait bien plus dans la mesure où, se plaçant dans une perspective d'analyse pleinement collective ou méréologique des classes, il rompt radicalement avec les modalités d'interprétation distributive de la classe. Lorsque Russell, dans sa variation sur la notion de tas, parle de la «classe des *a*» comme du «tas des *a*», il ne voit comme éléments composant la classe des *a* que les *a*, conformément à une lecture distributive de la classe, fidèle à la tradition cantorienne. Leśniewski, en revanche, fait une lecture méréologique de telles expressions. Une classe comme agrégat ou tas est appréhendée comme une unité constituée d'éléments ou de parties, au sens littéral du terme «constituer». L'agrégat ou le tas n'est pas simplement la juxtaposition des *a*, conçus comme des éléments atomiques et insécables. Il en est la totalité effective, conformément à l'usage ordinaire des notions de tas ou d'agrégat. De même qu'un tas de feuilles ou un mur de pierres est un tout (l'agrégat composé des feuilles ou des pierres), une classe collective est l'unité collective des ingrédients qui la composent. D'une telle lecture des expressions de classes découle une conséquence essentielle, celle touchant à l'interprétation de la relation d'appartenance d'un objet à une classe collective.

4.5. La relation d'appartenance

La notion d'élément perd la signification qui est la sienne dans le cadre d'une approche distributive de la classe. Car si un objet est un élément de la classe collective des *a*, cet objet n'est pas nécessairement *a*. Il peut certes être un *a*, mais il peut être également une partie, un ingrédient, un fragment *quelconque* du tout collectif généré par les objets *a*. Par exemple, si H est la classe collective des hommes et F est un élément de l'entité H, l'objet F n'est pas nécessairement un homme. F peut être ma tête, mes pieds ou encore n'importe quelle collection arbitraire d'ingrédients ou de parties constitutives de la classe, comme celle composée des têtes des hommes ou celle composée de ma tête et des habitants de Paris.

Dans l'introduction des *Grundgesetze*, attaquant la notion de système chez Dedekind, Frege demande: «La constellation d'Orion est-elle un système? Et quels sont ces éléments? Les étoiles, les molécules, les atomes?»[19] Dans une perspective collective des classes, on répondra oui: les étoiles, les molécules et les atomes sont des éléments de la constellation d'Orion, appréhendé comme une entité collective.

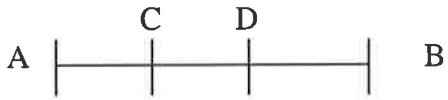
C'est cette interprétation de la relation d'appartenance d'un objet à une classe collective qui est portée par la thèse:

---

19 Frege 1893, trad. fr. dans Belna J.-P. 1996: 342.

[2] *Il arrive fréquemment que tel ou tel objet soit la classe de tels et tels objets et qu'il soit simultanément la classe d'objets tout à fait différents.*

Leśniewski illustre cette thèse avec la figure suivante:

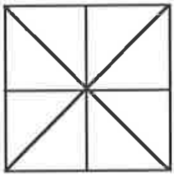


Le segment AB est à la fois la classe des segments AC ou CB et celle des segments AD ou DB.

La thèse [2] a pour conséquence immédiate de récuser le principe d'extensionalité classique selon lequel, un ensemble étant entièrement caractérisé par ses éléments, deux ensembles sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes éléments. En effet, si un objet est la classe collective des *a* et également la classe collective des *b*, la classe des *a* et la classe des *b* sont le même objet, mais il n'en résulte pas que les objets *a* sont nécessairement les mêmes que les objets *b*. L'exemple proposé ci-dessus avec le segment suffit à s'en convaincre.

Il est intéressant de relever que Frege, dans son étude sur l'algèbre de la logique de Schröder, déroule jusqu'à leur terme les conséquences d'une approche collective des classes. Nous l'avons mentionné précédemment, il observe que si l'on considère une classe comme un tout collectif, comme le sont par exemple une forêt ou une armée, on peut substituer le terme de «classe», pris dans le sens collectif, à celui de «domaine». Mais il ajoute aussi que, par conséquent, la divisibilité d'une classe collective peut être envisagée *ad infinitum*. Il n'est pas donc pas nécessaire de disposer des termes «élément» ou «individu», au sens qui est le leur sous une conception distributive de la classe.

Considérons par exemple la figure suivante.



Seuls les cinq carrés de cette figure sont éléments de la classe distributive des carrés. Par contre, non seulement les carrés, mais aussi les triangles ou toute autre partie arbitraire de la figure A est un ingrédient de la totalité collective des carrés. Aucun de ces ingrédients ne nécessite par ailleurs d'être indivisible. De la même manière, si l'on considère une armée, seuls les individus soldats sont éléments de la classe distributive composée des soldats de l'armée, alors que les soldats, mais aussi les compagnies, les régiments, les divisions, l'armée elle-même et toute collection arbitraire de soldats ou de leurs parties sont ingrédients de la totalité ou classe collective constituée des soldats d'une armée.

C'est ainsi, à la faveur de cette interprétation collective des classes, que Leśniewski peut affirmer que sa position sur les classes est fidèle à la définition de l'ensemble de Cantor, ce «fond intuitif historique» que nous avons évoqué plus haut et qu'ont trahi, à ses yeux, les théories classiques des classes et des ensembles. Il peut donc écrire que:

> chacun des sons, dont une pièce de musique est l'ensemble, est, conformément à la position de Cantor, une partie constitutive de cet ensemble et la pièce de musique elle-même est composée des sons dont elle est l'ensemble, *tout comme le tableau est composé de telles ou telles parties bien choisies dont il constitue l'ensemble.* (1989: 53)

4.6. La classe singulière

Il nous reste à revenir sur la thèse [3] pour aborder la notion de «classe singulière», telle qu'elle est comprise au sein de la Méréologie. A ce titre, nous examinerons la démonstration proposée par Frege de la contradiction qui surgit dans l'algèbre des classes de Schröder où un individu est tenu pour identique à la classe qui ne se compose que de lui.

> Nous voulons également considérer un individu comme étant une classe qui ne contient que cet individu. (Schröder 1890: 148)

Nous évoquons cette démonstration parce que Leśniewski la conteste, y relevant une «erreur». Nous soulignons à dessein le terme «erreur» car, à la décharge de Frege et comme nous le montrerons, on ne peut parler d'erreur qu'à la faveur d'une approche collective des classes, *telle celle* que revendique Leśniewski.

Comme l'énonce la thèse [3], tout objet est identique à la classe de lui-même. Mais contrairement aux théories classiques, cela n'implique pas que cet objet en soit l'unique élément. En effet on ne peut parler de classe singulière que dans le cas où l'objet en question est un élément atomique, c'est-à-dire indivisible ou non composé de parties. Car dans une perspective collective, si tout objet singulier vaut comme élément de lui-même en tant que classe, il est également l'ensemble de ses parties ou éléments constitutifs. De ce point de vue, la thèse [3] doit donc s'interpréter ainsi: si une classe est une classe singulière, alors elle est le même objet que son élément, *qui est son seul élément, c'est-à-dire indécomposable.*

Pour fixer sa terminologie au sujet de la classe singulière, Leśniewski démontre la thèse que *si une classe est une classe singulière, alors elle est le même objet que son élément*. La démonstration est la suivante:

De la thèse [3]

Si un – et un seul objet – objet est P, alors P est la classe des P.

Il résulte

(A) Si un – et un seul objet– est élément de la classe K, alors l'élément de la classe K est la classe des éléments de la classe K.

Étant d'avis que

(B) Si X est la classe des éléments de la classe K, alors la classe K est le même objet que X

De (A) et (B) on peut inférer

(C) Si un – et un seul objet – est élément de la classe K, alors la classe K est le même objet que l'élément de la classe K.

et

(D) K est une classe singulière si et seulement si un – et un seul – objet est élément de la classe K.

De (D) et (C) on peut alors conclure

(E) Si une classe est une classe singulière, alors elle est le même objet que son élément. (1989: 58-59)

Quant à la démonstration proposée par Frege de la contradiction qui résulte dans la logique des classes de Schröder de l'assimilation des classes unités avec leur seul élément, c'est la suivante:

> (a) Le doute relatif à la question de savoir si *chaque individu peut être tenu pour une classe* sera renforcé par la réflexion suivante. Nous pouvons prendre pour P dans notre considération antérieure également une classe qui contient un ensemble d'individus; car, comme l'auteur

> le dit à la page 148, une telle classe peut se donner aussi pour un être de raison et en ce sens aussi comme un individu.
>
> (b) Si Q est maintenant, comme plus haut, la classe coïncidant avec les objets P, alors Q est une classe singulière qui ne contient comme individu que P.
>
> (c) S'il était vrai maintenant *qu'une classe singulière coïncide avec l'individu qui en est l'unique élément*, alors P coïnciderait avec Q. Admettons maintenant que a et b soient des objets différents compris par P en tant qu'individus, alors ils seraient aussi maintenant compris par Q; cela voudrait dire que a coïncide avec P aussi bien que Q. En conséquence a coïnciderait aussi avec b contrairement à la supposition admise selon laquelle ils seraient différents. (1895: 445; trad. dans Leśniewski 1989: 60)

Soulignons tout d'abord que la supposition selon laquelle *chaque objet peut être tenu pour une classe* ne suscite aucun doute pour Leśniewski. C'est pourquoi toute tentative visant à la rejeter est *a priori* irrecevable et ne modifiera pas sa position au sujet des classes. Mais la question est ailleurs. L'intention de Leśniewski est en effet de montrer que la démonstration de Frege est fallacieuse parce que ce dernier traite de manière interchangeable deux suppositions qui, *dans le cadre de la théorie collective des classes,* ne sont pas équivalentes.

Les deux suppositions en question sont les suivantes:

(1) Tout individu peut être tenu pour une classe.
(2) Une classe singulière coïncide avec l'individu qui en est l'unique élément.

La supposition (1) est conforme à une conception collective des classes, pour autant que l'on ne l'interprète pas, à la manière de Frege, comme signifiant que tout individu peut être tenu pour une classe *qui n'est composée que de lui,* autrement dit une classe *singulière dont il est le seul élément*. Comme nous l'avons déjà dit, ce n'est que dans le cas où l'individu en question est un objet atomique, au sens méréologique, que l'on peut affirmer qu'il peut être tenu pour une classe *dont il est l'unique élément* et que, partant, la classe en question est une classe singulière. C'est le sens de la thèse (E) dont l'obtention est conforme à la proposition suivante avancée par Frege: «Notre supposition selon laquelle *[dans le calcul des domaines de Schröder]* les classes singulières coïncident avec les individus est une conclusion nécessaire de la conception d'après laquelle les classes se composent d'individus». Cependant la thèse (E) est conforme à cette proposition pour autant que l'expression «les classes singulières coïncident avec les individus» – qui pour Frege est un équivalent de la proposition «une classe qui n'est composée que d'un objet coïncide avec celui-ci» – se laisse interpréter à l'aide de la thèse (E).

Quant à la proposition suivante (E'), elle est bien entendu rejetée:

(E') Chaque objet est la classe dont cet objet est précisément l'unique élément.

Les choses ainsi précisées, il est dès lors facile pour Leśniewski de pointer l'«erreur» commise par Frege. En effet la supposition (2)

> une classe singulière coïncide avec l'objet qui en est l'unique élément,

interprétée comme (E)

> si une classe est une classe singulière, alors elle est le même objet que son élément

ne peut pas être remise en cause par l'argumentation du passage (c), tout simplement parce que (b),

> si Q est maintenant, comme plus haut, la classe coïncidant avec les objets P, alors Q est une classe singulière qui ne contient comme individu que P,

qui permet à Frege dans (c) de conclure que a et b coïncideraient à la fois avec P, est maintenant privé de valeur.

Leśniewski conclut que l'affirmation de Frege soutenant que «la conception selon laquelle la classe se compose d'individus, et partant que l'objet singulier coïncide avec la classe singulière, ne peut en aucun cas être maintenue comme exacte», ne peut en aucune manière être justifiée sur la base de la démonstration rapportée ci-dessus. Rien n'autorise, en effet, d'inférer («et partant») que «l'objet singulier coïncide avec la classe singulière» de «la conception selon laquelle la classe se compose d'individus».

Nous conclurons ce portrait de la classe collective en citant un commentaire de Leśniewski sur la notion de «tas». Celui-ci n'est autre que la réponse aux propos de Russell, rapporté plus haut (4.2.).

> [...] conformément à l'emploi que je fais des termes "ensemble" et "classe" ainsi que compte tenu de la manière de se servir du terme "tas" dans le langage courant (M. Russell ne détermine pas le sens du terme "heap" de façon explicite, mais il emprunte ce terme au langage courant dans l'état où il se trouve, donc tout "cru"), je peux toujours dire du "tas" de n'importe quel *a* qu'il est un ensemble de *a*, et du "tas" des *a* composé de tous les *a*, qu'il est la classe des *a*. (1989: 65-66)

Ce passage ne suggère guère plus de commentaires que ceux déjà formulés. On notera simplement que cet échange sur la notion de «tas» jette toute la lumière sur le conflit des points de vue et des *intuitions* qui les accompagnent, eu égard aux motivations de chacun.

Pour terminer, nous nous pencherons sur les critiques formulées par Leśniewski sur la «no-class theory» des *Principia Mathematica*. Ces critiques se développent autour d'un passage du tome I des *Principia* dont nous avons cité un extrait dans le premier chapitre, lorsque nous avons tracé les grandes lignes de la «no-class theory». Commençons par reporter cet extrait. Nous le complèterons par la suite:

> Les symboles de classes, comme ceux des descriptions, sont dans notre système des symboles incomplets: leurs *usages* sont définis, mais eux-mêmes sont supposés ne rien vouloir dire du tout. C'est-à-dire que les usages de ces symboles sont définis de telle sorte que, quand le *definiens* est substitué au *definiendum*, il ne reste aucun symbole qui puisse être supposé représenter une classe. Aussi les classes, dans la mesure où elles sont introduites, ne le sont que comme des commodités purement symboliques ou linguistiques, et non comme des objets authentiques tels que le sont leurs membres lorsque ce sont des individus.

L'opposition de Leśniewski à Whitehead et Russell est totale. A la lumière de ce qui précède, on devine qu'il ne pouvait que s'opposer au procédé de la définition contextuelle de la classe, celui-ci ayant pour finalité d'exclure les expressions de classe de la catégorie des noms propres et de se dispenser de toute hypothèse au sujet de leur existence. Nous l'avons vu, les expressions de classe sont pour Leśniewski des noms singuliers désignant des «objets authentiques». Le passage se poursuit ainsi:

> C'est une vieille querelle que celle de savoir si la logique formelle devrait s'intéresser principalement aux intensions ou aux extensions. [...] Notre théorie des classes reconnaît et réconcilie ces deux faits apparemment opposés en montrant qu'une extension *(laquelle n'est autre*

> *chose qu'une classe)* est un symbole incomplet dont l'emploi acquiert toujours sa signification à travers la référence à une intension.
>
> Dans le cas des descriptions il a été possible de prouver qu'elles sont des symboles incomplets. Dans le cas des classes nous ne connaissons aucune preuve aussi bien déterminée, quoique des arguments plus ou moins probants peuvent être tirés de l'ancien problème de l'Un et du Multiple*. Cependant il n'est pas nécessaire pour notre propos d'affirmer dogmatiquement que les classes n'existent pas. Il nous est seulement nécessaire de montrer que les symboles incomplets que nous introduisons comme symboles représentant des classes donnent toutes les propositions pour lesquelles les classes pourraient être jugées essentielles. Une fois ceci montré, le pur principe de l'économie des notions primitives conduit à n'introduire ces classes que comme des symboles incomplets.
>
> *Ces arguments se ramènent en peu de mots à ceci: S'il existe un objet tel qu'une classe, alors il doit être, en un certain sens, un objet. Cependant c'est uniquement de classes qu'on peut prédiquer *plusieurs.* C'est pourquoi si nous admettons les classes comme objets, nous devons supposer que le même objet peut être à la fois un et multiple, ce qui semble impossible. (Whitehead & Russell 1927: 75; cité in Leśniewski 1989: 63)

Concernant ce passage, Leśniewski en retient les explications tortueuses au sujet des notions de classe et d'extension. Il souligne que les auteurs des *Principia* ne s'expliquent pas sur ce qu'est une classe au sens admis par eux, c'est-à-dire comme extension de concept et que, de surcroît, s'ils refusent d'admettre l'existence d'objets qui sont des classes ils ne doutent pas, en revanche, de l'existence d'objets qui sont des symboles incomplets. On notera en passant que la difficulté mentionnée par Leśniewski n'est guère contournable puisque la définition contextuelle de la classe doit précisément permettre de paraphraser des contextes où il semble que l'on fasse référence à des entités de telle sorte que toute référence à ces «entités» ait disparu! Mais l'intention de Leśniewski n'étant pas de conclure au bien fondé du nominalisme instrumental de Whitehead et Russell, il conclut à l'inintelligibilité de leurs explications et à l'impossibilité de savoir «de quels objets ils examinent l'existence ou l'inexistence, lorsqu'ils considèrent l'existence ou l'inexistence des objets qui sont des "classes"». Il mentionne n'avoir pas trouvé un seul passage dans les *Principia* duquel il aurait pu supposer, fût-ce même de manière à peine perceptible, qu'il mette en question l'existence des classes au sens qu'il donne à ce terme. D'où la conclusion suivante:

> En reconnaissant dans l'odeur caractéristique qui me parvient des classes de MM. Whitehead et Russell comme dans celle que dégagent les "extensions de concepts" de Frege, l'odeur des spécimens mythiques provenant de la riche galerie des objets "inventés", j'aurais tendance à épouser les doutes des auteurs sur le fait que des objets qui seraient de telles "classes" existent dans le monde. (1989: 65).

C'est sur ces propos que s'achève ce chapitre avec lequel nous avons voulu dessiner les contours de classe collective, en montrant l'opposition irrémédiable à la conceptualisation de la classe par les logicistes. Disposant des outils conceptuels nécessaires, nous allons à présent exposer l'analyse de l'antinomie russellienne conduite par Leśniewski.

5. Résolution de l'antinomie

Souvenons-nous qu'une antinomie révèle la présence d'une croyance fausse dans les présupposés ou dans le raisonnement conduisant à partir de ces présupposés à la contradiction. Les règles de raisonnement n'étant pas sujettes à suspicion, ce sont

les présupposés liés à la notion de classe que Leśniewski va questionner, *du point de vue* d'une conception collective de la classe. La stratégie est alors de montrer qu'il n'existe pas de classe collective qui n'est pas élément d'elle-même et que, partant, la classe (collective) de Russell n'existe pas. En effet, la réponse à la question «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est-elle élément d'elle-même?»[20] pourra recevoir une réponse positive ou négative à la condition qu'il existe un objet qui soit la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes. Si un tel objet n'existe pas, alors l'expression «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes» ne dénote aucun objet.
Par conséquent, puisque toute proposition dans laquelle cette expression apparaîtra comme sujet sera fausse, il n'y aura plus de contradiction.

Pour comprendre cette stratégie, il est nécessaire de préciser l'*interprétation de la proposition singulière* qui la sous-tend. Une proposition singulière de la forme *tel a est b* est vraie si et seulement si l'objet a existe et s'il possède la propriété *b*, sinon elle est fausse. Comme nous y reviendrons, c'est cette interprétation de la copule «est» qui sera formalisée par la suite dans l'Ontologie.

L'analyse se déploie à partir des trois thèses qui nous ont servies pour la présentation de la classe collective. Nous les rappelons:

[1] Si un objet est la classe des a, alors un objet est a.
[2] Il arrive fréquemment que tel ou tel objet soit la classe de tels et tels objets et qu'il soit simultanément la classe d'objets tout à fait différents.
[3] Si un – et un seul – objet est P, alors P est la classe des P.

20 Lesniewski utilise l'expression «être subordonné à» à la place de «être élément de», comme le fait Lukasiewicz dans son article de 1910.

Ensuite vient la définition de la relation «être élément de»:

[4] P est élément de la classe K si et seulement si, compte tenu d'une certaine signification du terme «a» sont remplies les conditions suivantes:
1) K est la classe des a.
2) P est a[21].

Puis on trouve deux thèses de l'Ontologie[22]:

[5] Si P est a, alors un et un seul objet est P.
[6] Si P est a, alors P est P.

De [5], [3] et [6] on constate alors que[23]:

[7] Si P est une classe, alors P est la classe des P.
[8] Si P est une classe, alors
1) P est la classe des P.
2) P est P.

Et de [8] on déduit que:

[9] Si P est une classe, alors, compte tenu d'une certaine signification du terme «a», sont remplies les conditions suivantes:
1) K est la classe des a.
2) P est a.

De [9], d'après la définition [4], il s'ensuit que:

[10] Si P est une classe, alors P est élément de la classe P.

---

21 Par exemple, tout rectangle du carré K de la fig. A est élément de la classe des triangles du carré K. En effet, avec «a» pour «rectangle du carré K», on a:
1) La classe des triangles du carré K est la classe des a.
2) Tout rectangle du carré K est a.

22 *Cf. infra*, chapitre III, l'axiome de l'Ontologie et la thèse T_O15.

23 Cette démonstration repose sur les thèses 1 à 6. Ces thèses sont admises en raison de leur vérité intuitive. Ce n'est qu'en 1916, avec la première axiomatique, qu'elles se verront assigner un statut formel.

Donc,

[11] Aucun objet n'est une classe qui n'est pas élément d'elle-même.

Par conséquent, en fonction de [1] et de [11]:

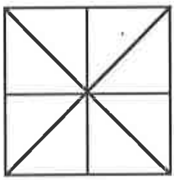
[12] Aucun objet n'est la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes.

Ainsi, puisque leur sujet ne dénote aucun objet, les deux propositions, «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est élément d'elle-même» et «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes n'est pas élément d'elle-même», sont toutes les deux fausses. Il n'y a donc plus l'ombre d'une antinomie.

> J'ai donc cessé, écrit Leśniewski, de voir une "antinomie" dans la construction de M. Russell en cessant de croire à l'existence de la classe des classes qui ne sont pas subordonnées à elles-mêmes, donc en rejetant l'une des positions fondamentales de ladite construction (1989: 51)

A la suite de cette démonstration, Leśniewski en propose une autre. Cette dernière fait intervenir le présupposé ensembliste relatif à la relation d'appartenance, à savoir que tout objet appartenant à la classe des objets *a* est *a*.

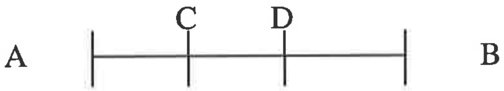
Sous une interprétation méréologique des classes, ce principe est récusé. Son rejet est une conséquence directe de la définition 4 de la relation «être élément de», que l'on trouve dans la démonstration précédente. Il suffit pour s'en convaincre de considérer la figure du carré précédemment utilisée. Appelons-la le carré K.



Un triangle n'est pas un rectangle. Cependant, *tout triangle est élément de la classe des rectangles du carré K*. En effet, si l'on se reporte à la définition [4], avec «a» pour «triangle du carré K», les deux conditions sont remplies:

1) La classe des rectangles du carré K est la classe des a.
2) Tout triangle du carré K est a.

Quant à Leśniewski, il utilise dans sa démonstration la figure du segment AB.



Son raisonnement est le suivant. De la thèse [2], et en s'appuyant sur la figure, on peut affirmer ces trois thèses:

[13] AB est la classe des segments AC ou CB.
[14] AB est la classe des segments AD ou DB.
[15] AC est le segment AC ou le segment CB.

De [13] et de [15] on infère que:

[16] Compte tenu d'une certaine signification du mot "a" sont remplies les conditions:
1) AB est la classe des a.
2) AC est a.

Et de [16] et la définition [4] que:

[17] AC est élément de la classe AB.

Par conséquent, en constatant que

[18] AC n'est pas le segment AD ou le segment DB

et sur la base de [14], [17], [18], on peut rejeter le présupposé ensembliste que

[A] *si K est la classe des a et P est élément de la classe K, alors P est a.*

Ensuite, Leśniewski montre que ce présupposé et la thèse [6] – si P est a, alors P est P – suffisent à engendrer l'antinomie.

Pour ce faire, on opère les substitutions suivantes.
Dans la proposition [A], on substitue «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes» à K et à P; et on substitue «classe qui n'est pas élément d'elle-même» à *a*. On obtient:

> *Si la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes* et *la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est élément de la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes,* alors *la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est une classe qui n'est pas élément d'elle-même.*

Dans la thèse [6] on substitue «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes» à P et «un élément de la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes» à *a*. Ce qui donne:

> *Si la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est un élément de la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes,* alors *la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes.*

Des deux propositions obtenues à partir de [6] et de [A] on conclut[24]:

24 Ces deux propositions étant respectivement de la forme $(q \wedge p) \supset m$ et $p \supset q$, on peut inférer $p \supset m$.

Si la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est élément de la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes, alors *la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est une classe qui n'est pas élément d'elle-même.*

En d'autres termes:

Si la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est élément d'elle-même, alors *la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes n'est pas élément d'elle-même.*

Mais puisque que le présupposé [A] est faux dans la perspective collective, la contradiction que l'on pouvait construire à partir de la supposition que «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est élément d'elle-même» n'est plus recevable.

Il nous faut préciser que l'analyse de l'antinomie russellienne que nous venons d'exposer est en fait la deuxième que proposa Leśniewski. Il existe en effet trois analyses de l'antinomie russellienne. La première a été réalisée en 1913 et publiée en 1914[25]. Durant cette même période Leśniewski formule celle que nous venons d'exposer. Quant à la troisième analyse, elle ne fut pas publiée de son vivant. La version originale ayant Leśniewski été perdue, elle a été reconstruite à partir de notes de cours par Sobocinski[26].

La première analyse obéit à la même stratégie que la deuxième. Visant aussi à montrer que la classe collective de Russell n'existe pas, Leśniewski y obtient l'équivalent de la thèse formulée dans l'analyse exposée ci-dessus. Mais il renia par la suite cette première analyse pour son aspect trop informel

25 Lesniewski 1992: 115-128. *Cf.* au sujet de cette première analyse Sinisi 1976.

26 Sobocinski 1949-50.

et l'absence de base axiomatique précise, écrivant à son sujet que «son comportement était à cet égard tout à fait semblable au comportement de tous ces "théoriciens des ensembles" qui n'édifient pas leurs travaux sur des fondements mathématiques explicites». Ce jugement mis à part, il se dessine déjà très précisément dans cette analyse le concept de classe collective ainsi que l'usage du «est» présageant celui de la proposition singulière de l'Ontologie. Quant à la troisième analyse, elle diffère des deux autres dans la mesure où elle a été conçue après que Leśniewski ait achevé la construction de ces trois théories, la Protothétique, l'Ontologie et la Méréologie. A ce titre, elle se présente comme un dernier retour à l'antinomie, à la lumière du système complet des fondements des mathématiques élaboré par Leśniewski.

Les deux présupposés que sont le principe de compréhension et celui touchant à la relation d'appartenance ensembliste qui interviennent dans la formulation de l'antinomie sont analysés l'un après l'autre. Dans un premier temps, Leśniewski substitue au principe de compréhension dont il qualifie la vérité de «douteuse» une thèse plus faible, énonçant que s'il existe un objet qui est a, alors il existe un objet qui est la classe des a[27]. Il montre alors que le remplacement du principe de compréhension par cette thèse n'élimine pas l'antinomie. Il en déduit que le second présupposé est responsable de l'antinomie, ce qu'il montre. Mentionnons que l'on trouve également dans cette troisième analyse une démonstration de l'insuffisance de l'amendement apporté par Frege à sa loi V et que, pour terminer, il est montré que l'antinomie de Russell ne peut pas être formulée dans le langage de l'Ontologie sans en violer les directives formelles. Nous confirmerons ce dernier point dans le chapitre suivant,

27 Cette thèse constitue un des axiomes de l'axiomatique de la Méréologie que nous avons adoptée (*cf. infra* section 6).

lorsque l'Ontologie aura été présentée. Pour le reste, nous ne pouvons rien dire de plus, ne disposant pas encore des systèmes déductifs fondant la Méréologie.

6. Une axiomatique de la Méréologie

En guise de conclusion à ce chapitre, considérons une axiomatique de la Méréologie. Il s'agit de la première axiomatique proposée par Leśniewski. Elle date de 1916[28].

Précisons déjà que c'est l'axiomatique que nous adopterons pour établir les thèses validant l'argument de De Morgan. Par ailleurs, n'ayant pas encore présenté la syntaxe logique dans laquelle s'ancre la Méréologie, nous renvoyons les commentaires d'ordre structurel au chapitre IV.

Cette axiomatique comprend quatre axiomes et deux définitions. On y trouve deux relations de nature partitive. La première est la relation de partie à tout, comprise de telle manière que le tout n'est pas une partie de lui-même. C'est la relation primitive de cette axiomatique. Les deux premiers axiomes en fixent la signification, en établissant respectivement les propriétés d'antisymétrie et de transitivité. La seconde relation est celle d'appartenance collective entre deux objets. Elle est introduite par la première définition, de laquelle découle ses propriétés de réflexivité et de transitivité. Une seconde définition définit ensuite la classe collective par la conjonction de trois clauses. Puis viennent les deux derniers axiomes. Le premier exprime l'unicité de la classe collective. Le second énonce que s'il existe au moins un objet qui est a, alors la classe collective des a existe.

28 Lesniewski 1992: 230-232; 1989: 79-80. Cette axiomatique fut revue par Lesniewski en 1918, 1920 et 1921. D'autres axiomatiques furent par la suite proposées par Sobocinski 1949-50; Lejewski 1954, et Clay 1966.

Axiome 1:

Quels que soient A et B, si A est partie de B alors B n'est pas partie de A.

Axiome 2:

Quels que soient A, B et C, si A est partie de B et B est partie de C, alors A est partie de C.

Définition 1:

Quels que soient A et B, A est un élément de B si et seulement si A est le même objet que B ou A est partie de B.

Définition 2:

Quels que soient A et a, A est la classe des a si et seulement si les trois conditions suivantes sont remplies:

1. A est un objet.
2. Chaque a est élément de A.
3. Si B est élément de A, alors il existe un élément de B qui est élément d'un a.

Axiome 3:

Quels que soient A, a et b, si A est la classe des a et B est la classe des a, alors A est identique à B.

Axiome 4:

Quels que soient A et a, si un objet est a, alors il existe B qui est la classe des a.

Nous nous contenterons, à ce stade de notre réflexion, de quelques commentaires succincts au sujet de la définition 2. Le foncteur «classe de» fonctionne comme un foncteur unificateur en un tout d'une multiplicité d'objets représentée par les objets *a*. S'il existe des objets *a* quelconques, par exemple des oiseaux, la classe des oiseaux existe (axiome 4). Cette entité collective est un objet (clause 1 de la définition). Il s'agit du tout composé, au sens littéral du terme, des oiseaux. Parmi les éléments de cette entité collective, on trouve non seulement chaque oiseau (clause 2) mais également n'importe quel ingrédient constitutif de cette entité (clause 3). A ce propos, arrêtons nous quelques instants sur la clause 3. C'est elle qui autorise une visite ingrédientielle de tout objet appréhendé comme une classe collective. Prenons par exemple pour l'objet B l'aile d'un oiseau quelconque. Cet objet est un élément de la classe collective généré par le nom «oiseau». En effet, conformément à la condition dictée par la clause 3, il existe un élément de l'aile en question, par exemple ses plumes, qui est élément d'un oiseau, en l'occurrence l'oiseau auquel appartient l'aile. De même, l'objet collectif composé des ailes des oiseaux est un élément de la classe des oiseaux. Il existe bien un élément de la classe des ailes des oiseaux, par exemple une plume quelconque, qui est élément d'un oiseau, en l'occurrence l'oiseau auquel appartient la plume en question.

Ainsi s'achève ce chapitre. Nous abordons à présent, avec le suivant, la question des systèmes logiques qui fondent la Méréologie.

III. PRÉLIMINAIRES LOGIQUES

Dans ce chapitre, nous présenterons les systèmes logiques que présuppose la Méréologie. Ces systèmes sont au nombre de deux: la Protothétique et l'Ontologie. Nous resterons discret en ce qui concerne la Protothétique, une théorie des propositions quantifiée et élargie. Par contre, nous accorderons une attention particulière à l'Ontologie. Fondée sur la Protothétique, l'Ontologie est une théorie générale des relations entre noms, relativement à leur extension. C'est le premier système logique construit par Leśniewski et qui répondait à la nécessité d'une syntaxe logique, libérée de toute antinomie, et susceptible de «recevoir» les propositions de la Méréologie reconnues comme intuitivement vraies, sous une interprétation collective des classes. C'est par elle que passe la conciliation et l'articulation des deux interprétations distributive et collective des classes et, partant, la possibilité d'une résolution méréologique de l'argument de De Morgan. Nous montrerons par ailleurs que l'antinomie de Russell ne peut pas y être formulé sans transgresser les directives inférentielles des systèmes de Leśniewski.

1. Préambule

La Méréologie repose sur l'Ontologie, un calcul extensionnel des noms[1]. Comme nous l'avons déjà précisé, il s'agit d'une théorie développementale et interprétée, constituant une logique libre, universelle et d'ordre supérieur. Elle est elle-même ancrée dans la Protothétique, un calcul propositionnel élargi qui recourt à une quantification sur les variables propositionnelles ainsi que sur les variables de foncteurs, et dont l'unique foncteur primitif est la biconditionnelle, ≡. Le choix de ce foncteur est à mettre en relation avec la dimension développementale des systèmes de Leśniewski[2]. Celle-ci relève en effet d'une procédure inférentielle définitoire grâce à laquelle les définitions ne sont pas traitées comme des abréviations métalinguistiques mais sont insérées comme thèses dans le calcul par leur formulation équivalentielle. Cette procédure permet ainsi, partant des significations primitives contenues dans la base axiomatique, l'introduction progressive et contrôlée d'un nombre indéfini de foncteurs nouveaux. Pour la Protothétique, ceux-ci peuvent être d'une quelconque catégorie construite à partir de la catégorie sémantique des propositions, *S*, tandis que pour l'Ontologie ils peuvent être d'une quelconque catégorie construite à partir des deux catégories sémantiques des propositions et des noms, *S* et *N* (*cf. infra* section 5). Ces systèmes ne sont donc pas limités aux foncteurs formateurs de propositions à un ou deux arguments proposition-

1 Selon la propre qualification de Leśniewski, l'Ontologie est une logique traditionnelle modernisée qui, par son contenu et sa force, s'approche le plus du «Klassenkalkül» de Schröder. (Leśniewski 1989: 32)

2 Leśniewski critiqua fortement les logiciens, et tout particulièrement Whitehead et Russell, pour avoir traité les définitions comme des abréviations métalinguistiques, négligeant ainsi que l'usage du signe «=df» s'accompagnait d'un double usage puisqu'à toute définition de la forme E =df F correspond l'équivalence E ≡ F.

nels, *S/S* et *S/SS*, ou à *n* arguments nominaux, $S/N_1...N_n$, comme cela est le cas pour les calculs standard des propositions et des prédicats.

Il n'entre pas dans notre propos, avec ce chapitre, d'épuiser l'étude des modes formels de l'Ontologie[3]. Nous nous efforcerons seulement d'en esquisser les grandes lignes, étant en premier lieu soucieuse d'éclairer ce langage logique sous l'angle de la raison fondamentale qui, pour une large part, en a déterminé le caractère propre, à savoir fonder logiquement la Méréologie. Aussi serons-nous particulièrement attentif au traitement extensionnel qu'il opère, à travers l'analyse de la proposition singulière et du traitement logique des noms qui en est solidaire. Concernant ses directives inférentielles, nous les présenterons de manière synthétique, en mettant l'accent sur les directives de définitions que nous serons conduite à exercer pour définir un certain nombre de foncteurs.

Avant toute chose, il convient de relever avec force que nous sommes en présence d'une théorie logique qui n'établit aucune dichotomie entre formalisation et interprétation, la première n'étant pour ainsi dire qu'un mal nécessaire. Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre précédent, le point de vue de Leśniewski sur ses systèmes formels doit être compris comme un formalisme intuitif, ces systèmes étant conçus dans le but d'exprimer – en un mot de formaliser – ses intuitions logiques.

> Je ne connais aucune méthode efficace pour transmettre au lecteur mes "intuitions logiques" sinon la méthode de formalisation de la théorie déductive [...] qui, cependant, sous l'influence de la formalisation, ne cesse de consister en propositions clairement douées de sens et possédant pour moi une vérité intuitive. (Leśniewski 1992: 487)

3 Pour une présentation détaillée de l'Ontologie et de la Protohtétique, on consultera Miéville 1984, 2001, 2004.

Cependant quelle est la nature des intuitions logiques qui sous-tendent et fondent le système de l'Ontologie? Pour fournir un élément de réponse à cette question, rappelons-nous que ce sont des considérations d'ordre ontologique qui ont gouverné la conception de cette théorie logique, celle-ci devant permettre une greffe extra-logique de la Méréologie sans se compromettre avec des entités abstraites d'aucune sorte. L'Ontologie – et partant la Protothétique – a donc été conçue de manière à être conforme à la position philosophique nominaliste première de Leśniewski – voire même l'exprimer. Reprenant les propos de Kearns, ces systèmes permettent de reconnaître (et décrire) ces entités qui sont les constituants ultimes du monde sans céder à la tentation d'admettre des entités irréelles ou fictives[4]. Sous la plume de Leśniewski, on lit:

> [...] je me suis soucié davantage de l'harmonie entre mes théorèmes, dotés d'une forme aussi exacte que possible, et du "bon sens" des représentants de l'esprit laïque se vouant à l'étude de la réalité non "créée" par eux, que de l'accord entre ce que j'affirmais et les "intuitions" des théoriciens professionnels des ensembles, "intuitions" sorties du centrifugeur des esprits mathématiques équipés pour la "création libre", démoralisés par les "spéculations constructives" détachées du réel. (1989: 78)

Aussi comprendra-t-on la nature des intuitions en cause dans l'Ontologie comme relevant des rapports entre ce qui est – reposant sur l'intuition empirique des objets – et les langages utilisés pour en parler. Comme l'écrit Kearns:

> Leśniewski's intuition is best described as knowledge of how language must be if it is to adequately and efficiently represent the

4 Kearns 1967: 63.

> world. His intuition is knowledge of the way the world is put together but it also knowledge of the appropriate way to represent (describe) the world. (1967: 63)

C'est ainsi que l'Ontologie peut se prétendre une théorie de «ce qui est, des principes généraux de l'être»[5], ce qui explique le nom d'«Ontologie» qui lui a été donné. Leśniewski affirme dans ce sens:

> [...] j'employais comme nom de la théorie élaborée le terme "ontologie" parce qu'il ne choquait pas mon "sens de la langue" précisément à cause du fait que je formulais dans cette théorie justement sui generis les "principes généraux de l'être". (1989: 108)

Mais insistons sur le fait que, malgré les apparences terminologiques, l'Ontologie ne répond pas à la question de ce qui est. Elle est par ailleurs ontologiquement neutre, ses thèses étant valides sur un domaine vide et ne débouchant sur aucun indice concernant la population ontologique de l'univers ni l'existence d'un individu quelconque[6]. La logique pour Leśniewski n'a pas pour mission de répondre à la question de ce qui est, mais de fournir les règles générales pour tout langage visant à parler de mondes d'objets *possibles*.

2. Distributif *versus* collectif

On se souvient que dans l'analyse de l'antinomie de Russell et l'axiomatique de la Méréologie, Leśniewski fait usage de propositions telles que «P est un objet», «A est la classe des *a*»,

5 Cf. Kotarbinski, cité par Luschei 1962: 149. «*Ontology* according to Kotarbinski, [is] a truly ontological "theory of what there is, or general principles of being"».

6 Sur la question de la neutralité ontologique de l'Ontologie, cf. Simons 1995.

«B est un élément de la classe des *a*», où «P», «A» et «B» sont des termes singuliers. Or une proposition singulière est reconnue comme vraie si le terme sujet dénote un objet singulier et si cet objet est bien ce que l'on dit qu'il est. C'est cette interprétation de la proposition singulière — comme nous l'avons vu — qui dirige la stratégie d'analyse de l'antinomie russellienne (*cf.* ch. II, section 5). Il importait donc au premier chef, dans la perspective de l'élaboration d'un langage logique susceptible de recevoir les propositions de la Méréologie, de formaliser les propriétés de la copule «est» sous la lecture présémantique qui en était faite. Pour ce faire, Leśniewski affranchit les critères de distinction entre les niveaux distributif (ou purement extensionnel) et collectif de la manière suivante[7].

Le premier niveau est le corollaire de la prédication distributive. Lorsque l'on dit qu'un objet B est *a*, on signifie que l'objet désigné par B est également désigné par le terme *a*, c'est-à-dire qu'il est un élément de l'extension des objets *a*. Selon Leśniewski, c'est cette interprétation qui doit être reconnue derrière la notion de classe distributive. Par conséquent, la compréhension distributive du terme «classe» ramène la proposition «B appartient à la classe des *a*», qui signifie la même chose que «B appartient à l'extension des *a*», à la forme logique «B est *a*».

Sous une interprétation collective, en revanche, on ne peut pas substituer l'expression «l'extension des objets *a*» à l'expression «la classe des *a*». En effet, l'expression nominale «la classe des *a*» désigne un objet individuel, l'agrégat composé des *a*, au sens méréologique du terme «composer». On ne peut donc pas éliminer, comme précédemment, les expressions «classe de», «élément de» ou encore «appartient à» en réduisant la proposition «B est un élément de la classe des *a*» à la formule «B est *a*». Car B, qui peut être un ingrédient quelconque de

7 Cf. Sobocinski 1949-50: 239–240; 1984: 217.

l'entité collective générée par le nom *a*, n'est pas nécessairement un des *a*.

C'est donc la première interprétation, ressortissant à la prédication distributive, que prend en charge l'Ontologie.

3. L'analyse de la proposition singulière

L'analyse des mécanismes de la prédication et des éléments mis en jeu prend congé de la tradition frégéenne, qui analyse la proposition en deux constituants irréductibles l'un de l'autre, la fonction et l'argument, renvoyant ainsi à des classes de termes exclusives l'une de l'autre. Elle renoue avec une vision traditionnelle sujet-copule-prédicat, où le prédicat est un terme au sens étroit du terme, simplement défini par sa position et, en tant que terme, susceptible de figurer à la place du sujet dans la proposition.

La proposition élémentaire de l'Ontologie est de la forme «*a* est *b*», symboliquement «a ε b». Elle se lit «*a* est un des *b*». Soit, en termes extensionnels, «*a* appartient à l'extension des *b*» où «*a* est un parmi l'extension des *b*». Les termes *a* et *b* représentent des objets formels appartenant à la catégorie sémantique des noms. Mais contrairement à un système classique où seuls les noms singuliers sont retenus au sein de la catégorie logique des noms, les noms dans l'Ontologie peuvent être singuliers, vides et pluriels (ou généraux).

Un nom est sémantiquement *singulier* s'il dénote un objet individuel, sémantiquement *pluriel* s'il dénote plus d'un individu et sémantiquement *vide* s'il ne dénote aucun objet. A titre d'exemple, «la lune», «Orion» sont des noms singuliers, «Pégase», «le cercle-carré» sont des noms vides et «les frères de Montgolfier», «animal» sont des noms pluriels.

Relevons que l'on ne rencontre aucune distinction du genre de celle de Russell, opposant les noms propres au sens logique du terme aux descriptions définies. Par nom singulier, il faut entendre toute expression nominale simple ou complexe, visant à désigner un objet particulier. Le critère linguistique étant le seul retenu, on trouve parmi les noms singuliers non seulement des noms comme «la lune» ou «Orion» mais également des noms complexes tels que «le verrou de la porte de l'aile Ouest du château», «le mur de pierres», «la collection de mes timbres» ou encore «la classe des hommes».

Les noms pouvant être vides, singuliers ou pluriels, la relation de désignation nominale dans l'Ontologie n'est pas une simple application à l'instar d'une théorie standard où, de par la dépendance entre syntaxe et sémantique, les variables et les constantes d'objets doivent être singulières dans toutes les interprétations. Si dans une telle théorie, on compte pour les noms autant de modes d'interprétation qu'il y a d'objets dans le domaine d'objets considéré, en revanche, dans l'Ontologie, s'il y a *k* objets dans le domaine référentiel, il y a 2^k moyens de désigner ces objets. Supposons que l'on dispose d'un univers composé de deux objets, soient C_1 et C_2. Les objets de ce domaine peuvent être désignés de quatre manières différentes:

1. Le nom désigne C_1 mais pas C_2: C_1.
2. Le nom désigne C_2, mais pas C_1: C_2.
3. Le nom ne désigne ni C_1 ni C_2: – (c'est-à-dire rien).
4. Le nom désigne à la fois C_1 et C_2: C_1C_2.

Dans les deux premiers cas, les noms sont des noms singuliers. Dans le troisième cas, le nom est un nom vide. Et dans le quatrième cas, le nom est un nom pluriel. Mais le nom pluriel n'est pas le nom de son extension. Pour reprendre nos exemples précédents, «les frères de Montgolfier» est un nom pluriel désignant chacun des frères de Montgolfier, tout comme le nom pluriel «l'animal» désigne chacun des animaux. On n'associera donc pas l'extension d'un nom à l'ensemble des objets qu'il dénote.

C'est l'introduction des noms pluriels et l'effacement conjoint de l'asymétrie entre sujet et prédicat qui désamorce dans l'Ontologie le vieux problème de l'un et du multiple. Si le multiple a d'emblée une allure paradoxale dans les théories classiques, il échappe dans l'Ontologie à ce genre de problème. Les noms pluriels permettent en effet de ne retenir des «classes distributives» que leur dimension multiple, de telle sorte que la question du rapport entre l'extension en tant que multiplicité et l'extension en tant qu'unité n'a tout simplement pas à être posée à ce niveau linguistique[8]. Il n'est nullement question dans l'Ontologie d'objets qui seraient des «classes distributives». A partir de toute extension on pourra certes engendrer une classe en tant qu'unité, c'est-à-dire en tant qu'objet singulier et à ce titre nominalisé, mais dans la Méréologie[9].

Ainsi, puisque toute expression nominale appartient à la catégorie des noms, qu'elle désigne un, aucun ou plusieurs individus, elle peut occuper indifféremment la place de sujet ou de prédicat dans la proposition «a ε b». La distinction entre noms singuliers, vides et pluriels, ne joue aucun rôle pour déterminer si un énoncé de la forme «a ε b» est ou non doué de sens. «La lune est un astre céleste», «Pégase est un cheval ailé», «L'homme est un animal» ou «La lune est une constellation» sont tous des énoncés doués de sens. La dénotation des noms n'entre en jeu que lors de la détermination de la valeur de vérité d'une proposition de la forme «a ε b». En effet, une telle proposition est vraie si et seulement si trois conditions sont remplies:

8 Si on peut poser et répondre à cette question, c'est à la faveur d'un traitement formel et d'une élucidation catégorielle d'ordre supérieur permettant de pourvoir à la nominalisation de l'extension d'un nom (Gessler 2005).

9 *Cf.* l'axiome 4 de l'axiomatique de la Méréologie sur lequel nous reviendrons.

a n'est pas un nom vide, *a* n'est un nom pluriel et ce que désigne *a* est également désigné par *b*. On relève donc que si «a ε b» est bien la proposition élémentaire de l'Ontologie, les conditions de vérité sont celles de la proposition singulière. On appellera donc proposition singulière la proposition du type «a est b» où la copule «est» joue le rôle auquel correspondent les conditions de vérité citées. Selon Leśniewski, cette lecture présémantique de l'usage de la copule «est» est conforme à nos intuitions et trouve sa garantie dans l'usage ordinaire du langage.

> Nous employons le mot "est" ("ε") comme on le faisait avant la réforme de G. Peano. En agissant de cette manière nous croyons être conformes non seulement aux intuitions liées au langage courant, mais encore (ce qui ne semble pas avoir été perçu par les historiens de la logique) à la tradition aristotélicienne et scolastique. (Sobocinski 1949: 99)

Si l'on évalue les propositions précédentes, sous une interprétation ordinaire du réel, on obtient les valeurs de vérité suivantes. «La lune ε un astre céleste» est une proposition vraie: les trois conditions sont remplies. «Pégase ε un cheval ailé» est une proposition fausse: «Pégase» est un nom vide. «L'homme est un animal» est une proposition fausse: «l'homme» est un nom pluriel. Cette proposition est en fait une abréviation de la proposition affirmative universelle «Tout homme est un animal». Quant à la proposition «La lune est une constellation», elle est fausse: la troisième condition n'est pas remplie, la lune n'appartenant pas à l'extension du terme «constellation».

4. L'axiome de l'Ontologie

Les présupposés relatifs à la copule «est» sont formalisés dans l'axiomatique de l'Ontologie, composée d'un unique axiome. Nous inscrivons cet axiome dans le symbolisme propre aux systèmes de Leśniewski.

$$\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, b \equiv .\ \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, A \urcorner \wedge \llcorner C\, D \lrcorner \ulcorner (C \,\varepsilon\, A \wedge D \,\varepsilon\, A) \supset C \,\varepsilon\, D \urcorner \wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, A \supset C \,\varepsilon\, b \urcorner \urcorner$$

L'axiome est une formule quantifiée de la forme $\llcorner \ldots \lrcorner$ $\ulcorner \ldots \urcorner$: les symboles $\llcorner$, $\lrcorner$, $\ulcorner$ et $\urcorner$ sont des délimitateurs de quantification. Cette forme est qualifiée de «généralisation», $\llcorner \ldots \lrcorner$ de quantificateur et $\ulcorner \ldots \urcorner$ de sous-quantificateur.

Concernant les modalités de lecture et d'interprétation de la quantification, ce sont les suivantes[10]. La quantification s'applique à des variables d'une quelconque catégorie sémantique et ne s'accompagne d'aucun engagement ontologique. Il faut lire les formes $\llcorner v \lrcorner \ulcorner A(v) \urcorner$ et $\llcorner \exists v \lrcorner \ulcorner A(v) \urcorner$ «quelle que soit la signification extensionnelle attribuée à la variable», et «pour quelque signification extensionnelle attribuée à la variable v», *compte tenu de la catégorie sémantique de v*. Quantification et existence sont indépendantes dans l'Ontologie[11]. Nous verrons ci-après, avec les définitions de certains foncteurs, que la notion d'existence peut être saisie dans une approche fonctorielle, et non pas quantificationnelle (*cf. infra* section 6.1).

On lit l'axiome ainsi:

Quels que soient les noms A et *b*, A est un des *b* si et seulement si:

i) Il y a au moins un nom C qui est A et
ii) quels que soient les noms C et D, si C est A et D est A, alors C est D et
iii) quel que soit le nom C qui est A, alors C est *b*.

10 Au sujet de la quantification dans l'Ontologie et de son interprétation on consultera Simons 1985; Miéville 1999; Joray 1999, 2005b.

11 Le quantificateur «existentiel» que Leśniewski choisit d'appeler quantificateur particulier car il n'a aucune portée existentielle est introduit sous forme abréviative: «$\sim \llcorner A \lrcorner \sim \ldots$» s'écrivant «$\llcorner \exists A \lrcorner \ldots$».

La première conjonction correspond à une *condition d'existence* (A n'est pas un nom vide), la deuxième à une *condition d'unicité* (A est un nom singulier, autrement dit A n'est pas un nom pluriel), et la troisième à une *condition d'inclusion* (tout ce qui est désigné par le nom A est également désigné par le nom *b*).

La formulation que nous avons donnée de l'axiome fait usage de lettres capitales pour représenter les variables de noms individuels et de lettres minuscules pour représenter les variables de noms pluriels[12]. Il ne s'agit cependant que d'un usage informel et purement heuristique. En effet, puisque l'axiome dicte les conditions de vérité de la proposition singulière, si une proposition de la forme «a ε b» est vraie, alors le terme *a* est un nom singulier (conditions d'existence et d'unicité réunies). Nous nous en tiendrons néanmoins à cet usage car, dans la Méréologie, il a le mérite de faciliter la lecture des thèses.

Concernant les catégories sémantiques contenues dans l'axiome de l'Ontologie, elles sont au nombre de quatre : *S, N, S/SS* et *S/NN*. Les catégories *S* et *S/SS* (celles des foncteurs propositionnels à deux arguments propositionnels) sont héritées de la Protothétique. L'axiome ajoute la catégorie *N* et la catégorie des foncteurs propositionnels à deux arguments nominaux, à laquelle appartient le foncteur primitif de l'epsilon.

Au sujet de la terminologie de catégorie sémantique, faisons observer que nous pourrions lui préférer celle de catégorie syntaxico-sémantique, en faveur de laquelle nombreux auteurs inclinent[13]. L'usage de cette terminologie a en effet le mérite de

12 Cet axiome est l'axiome original proposé par Leśniewski. En 1929, il proposa une formulation plus simple:
$\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \equiv \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \wedge B \varepsilon b \urcorner \urcorner$ (Cf. Lejewski 1957-58:62).
Nous avons opté pour la formulation originale parce qu'elle est plus explicite. Par ailleurs, la formulation simplifiée complique les démonstrations des thèses.

13 *Cf.* Miéville 2001; 2004.

rendre manifeste la double dimension sémantique et syntaxique des catégories. Car si les catégories sont sémantiques dans la signification qu'elles portent, elles sont syntaxiques du point de vue de la formalisation. Cependant, comme nous l'avons souligné à plusieurs reprises, les systèmes déductifs de Leśniewski sont interprétés: toute nouvelle constante introduite dans le calcul acquiert sa signification des précédentes, et ceci rétrospectivement jusqu'à la base axiomatique qui fixe les significations primitives. Aussi, dans la mesure où la validité logique des thèses est indissociable de présuppositions et où la signification des symboles coexiste avec les règles formelles qui dirigent ces systèmes, on peut considérer que les catégories sont pleinement sémantiques. C'est pourquoi nous pouvons nous en tenir à la terminologie de catégorie sémantique.

5. Les directives inférentielles

L'Ontologie contient sept directives inférentielles: deux directives de définition, une directive de distribution des quantificateurs, une directive de détachement, une directive de substitution et deux directives d'extensionalité. Sur la base de ces directives, il est dès lors possible de construire des systèmes dans lesquels n'importe quelle catégorie sémantique conçue à partir des catégories primitives peut être définie. L'ensemble potentiellement infini des catégories susceptibles d'être présentes dans un système de l'Ontologie est généré par la définition inductive suivante:

i. *S* et *N* sont des catégories sémantiques.
ii. Si C, c_1, c_2...c_n sont des catégories sémantiques, alors C/c_1, c_2...c_n est une catégorie sémantique.
iii. Rien n'est une catégorie sémantique sinon par les clauses i. ou ii.

Soulignons, en relation avec le caractère développemental des systèmes logiques de Leśniewski, qu'il n'y a à strictement parler que des langages en acte de l'Ontologie. L'axiomatique se présente comme la base à partir de laquelle peut être développé *un* système. A toute étape d'un système développé correspond donc un nombre fini de catégories sémantiques: les catégories contenues dans l'axiomatique et celles introduites par la définition de constantes nouvelles. L'objet logique auquel se réfère le nom «Ontologie» n'est donc pas univoquement déterminé. Il est partagé extensionnellement par tous les systèmes développés conformément aux directives de construction régulière[14]. Cette remarque faite, venons-en aux directives inférentielles de définition.

5.1. Les directives de définition

Les directives inférentielles de définition sont au nombre de deux: une directive de définition de type propositionnel héritée de la Protothétique et une directive de définition de type nominal, liée à l'ajout de la catégorie des noms dans l'Ontologie. Nous en proposons une représentation schématique sous la forme de deux moules définitoires[15].

---

14 La même remarque vaut pour la Protothétique.

15 Mentionnons que la dynamique développementale des systèmes de Leśniewski est tributaire d'un mode de détermination contextuelle de l'appartenance catégorielle des symboles que nous passons sous silence dans ce travail. Cette détermination contextuelle, réalisable grâce à la quantification, est réglée par une écriture préfixée et l'usage de parenthésages qualifiés de contextes, un contexte se caractérisant par la forme des parenthèses et le nombre de places d'arguments. Pour des raisons pragmatiques, nous nous en tiendrons à une écriture hybride car, pour qui n'est pas forgé à ce mode d'écriture contextuelle, la lecture des thèses s'en trouve grandement facilitée. Le lecteur trouvera dans l'annexe 2 un bref aperçu de cette écriture contextuelle et se référera à D. Miéville (2001, 2004) pour une présentation détaillée de la formulation détaillée.

• *Définition de type propositionnel (Ds)*

$$\llcorner v_1\ v_2 \ldots v_n \lrcorner \ \ulcorner \underbrace{\mathbf{f}(v_1\ v_2 \ldots v_n)}_{\textit{definiendum}} \equiv \underbrace{D_{v1\ v2 \ldots vn}}_{\textit{definiens}} \urcorner$$ [16]

Le foncteur défini **f** est de catégorie sémantique $\mathbf{S/c_1,c_2 \ldots c_n}$; $c_1,c_2 \ldots c_n$ étant les catégories respectives des variables $v_1\ v_2 \ldots v_n$.
Par exemple, l'expression

$$\llcorner v_1 v_2 \lrcorner \ \ulcorner v_1 \subset v_2 \equiv D_{v1\ v2} \urcorner$$

définit – avec un *definiens* approprié à la signification visée – le relateur de l'inclusion entre noms, de catégorie *S/NN* (*cf. infra* 6.2, thèse T_O6). Le *definiendum* peut se lire: «l'extension du nom v_1 est incluse dans l'extension du nom v_2».

• *Définition de type nominal (Dn)*

$$\llcorner v_1\ v_2 \ldots v_n A \lrcorner \ \ulcorner A\ \varepsilon\ \underbrace{\mathbf{g}\ (v_1\ v_2 \ldots v_n)}_{\textit{definiendum}} \equiv A\ \varepsilon\ A \land \underbrace{D_{Av1v2 \ldots vn}}_{\textit{definiens}} \urcorner$$ [17]

Le foncteur défini **g** est de catégorie sémantique $\mathbf{N/c_1,c_2 \ldots c_n}$; $c_1,c_2 \ldots c_n$ étant les catégories respectives des variables $v_1\ v_2 \ldots v_n$.
Par exemple, l'expression

$$\llcorner v_1\ A \lrcorner \ \ulcorner A\ \varepsilon \sim\!(v_1) \equiv A\ \varepsilon\ A \land E_{Av1} \urcorner$$

définit un foncteur unaire de catégorie *N/N* qui pourra être, moyennant un *definiens* adéquat, celui de la négation nominale (*cf. infra* 6.2, thèse T_O11).

Les *conditions* auxquelles doit répondre une expression pour être ajoutée au système comme thèse définitoire du foncteur constant **f** ou du foncteur constant **g** sont les suivantes:

a) v_1, $v_2 \ldots v_n$ sont n variables de catégories préalablement introduites dans le système, soient c_1, $c_2 \ldots c_n$.

---

16 Le *definiendum* peut être une expression fermée, dans le cas de définition de constantes de catégorie *S*.

17 Le deuxième argument du foncteur ε dans le definiendum peut être une expression fermée, c'est-à-dire une constante nominale (*Cf. infra* les définitions T_O20 et T_O21): section 7; et les définitions T_M22 et T_M23: IV.2)

b) Le *definiens* $D_{v1\ v2\ ...vn}$ est une fonction propositionnelle dont toutes les constantes sont présentes en l'état actuel du système et qui contient toutes les variables v_1, $v_2...v_n$.
c) **f** est l'unique constante du *definiendum* $\mathbf{f}(v_1\ v_2...v_n)$; **g** est l'unique constante du *definiendum* $\mathbf{g}\ (v_1\ v_2...v_n)$.
d) Les variables du *definiendum* sont les mêmes que celles que contient le *definiens,* et aucune n'est répétée.

5.2. Les directives d'extensionalité

La définition d'une constante d'une certaine catégorie nécessite le principe d'extensionalité pour cette catégorie. Ce principe est exprimé sous la forme de deux directives inférentielles: une directive d'extensionalité propositionnelle et une directive d'extensionalité nominale.

• *Directive d'extensionalité propositionnelle (Ext-s)*

Cette directive garantit le principe d'extensionalité pour toute catégorie conçue à partir de la catégorie *S*[18]. Nous en proposons le schéma suivant:

$$\llcorner fg \lrcorner \ulcorner \llcorner v_1 \ldots v_n \lrcorner \ulcorner f(v_1 \ldots v_n) \equiv g(v_1 \ldots v_n) \urcorner \equiv \llcorner \phi \lrcorner \ulcorner \phi(f) \equiv \phi(g)) \urcorner \urcorner .$$

Il est important de préciser que l'on n'est autorisé à quantifier sur des variables d'une certaine catégorie que si cette catégorie est présente dans l'état de développement actuel du système. Par conséquent, une thèse d'extensionalité propositionnelle ne peut pas être inscrite pour un terme d'une certaine catégorie avant que ce terme soit apparu comme argument d'un foncteur propositionnel à un argument. Par exemple, si on dispose dans le système de deux foncteurs constants, l'un de catégorie *S/S* et l'autre

18 Excepté pour la catégorie S, pour laquelle le principe d'extensionalité est présent en germe dans l'axiomatique de la Protothétique. Il est révélé par la thèse suivante:
$\llcorner fpq \lrcorner \ulcorner (p \equiv q) \urcorner \equiv \llcorner f \lrcorner \ulcorner f(p) \equiv f(q) \urcorner \urcorner .$

de catégorie *S/(S/S)*, on peut inscrire la thèse d'extensionalité suivante pour la catégorie *S/S*:

$$\llcorner fg \lrcorner \ulcorner \llcorner p \lrcorner \ulcorner f(p) \equiv g(p) \urcorner \equiv \llcorner \phi \lrcorner \ulcorner \phi(f) \equiv \phi(g) \urcorner \urcorner$$ [19]

• *Directive d'extensionalité nominale (Ext-n)*

Cette directive permet d'inscrire le principe d'extensionalité pour toute catégorie sémantique faisant intervenir la catégorie des noms, *N*. Elle se présente sous deux formulations:

$$\llcorner fg \lrcorner \ulcorner \llcorner A \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, f \equiv A \, \varepsilon \, g \urcorner \equiv \llcorner \phi \lrcorner \ulcorner \phi(f) \equiv \phi(g) \urcorner \urcorner$$

$$\llcorner fg \lrcorner \ulcorner \llcorner A \, v_1 \ldots v_n \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, f\,(v_1 \ldots v_n) \equiv A \, \varepsilon \, g(\,v_1 \ldots v_n) \urcorner \equiv \llcorner \phi \lrcorner \ulcorner \phi(f) \equiv \phi(g) \urcorner \urcorner .$$

Précisons que le relateur ε étant de catégorie *S/NN*, f et g, dans la première formulation, sont de catégorie *N*, tout comme $f(v_1 \ldots v_n)$ et $g(v_1 \ldots v_n)$, dans la seconde formulation.
Nous illustrons chacune de ces formulations avec un exemple.

Si la catégorie *S/N* est présente dans l'état actuel de développement du système, on peut exprimer le principe d'extensionalité pour la catégorie *N* en inscrivant la thèse:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, a \equiv B \, \varepsilon \, b \urcorner \equiv \llcorner \phi \lrcorner \ulcorner \phi(a) \equiv \phi(b) \urcorner \urcorner$$ [20].

Et si on dispose des catégories *N/N* et *S/(N/N)*, on peut inscrire une thèse d'extensionalité pour la catégorie *N/N*. Soit:

$$\llcorner fg \lrcorner \ulcorner \llcorner Ba \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, f(a) \equiv B \, \varepsilon \, g(a) \urcorner \equiv \llcorner \phi \lrcorner \ulcorner \phi(f) \equiv \phi(g) \urcorner \urcorner$$ [21].

---

19 La variable p est de catégorie *S*, les variables f et g sont de catégorie *S/S* et la variable ϕ est de catégorie *S/(S/S)*. Rappelons que les signes ne sont pas présémantiquement caractérisés par leur appartenance à des ensembles de symboles préalablement donnés et catégoriellement déterminés. Comme nous l'avons mentionné précédemment avec la note 15, la reconnaissance de la catégorie sémantique d'une variable ou d'une constante relève d'une détermination contextuelle.

20 a et b sont de catégorie *N*, et ϕ est de catégorie *S/N*.

21 f et g sont de catégorie *N/N* et ϕ de catégorie *S/(N/S)*.

5.3. Les autres directives

• *La Règle de détachement (Dét)*

Elle correspond à une règle classique d'élimination de la biconditionnelle. Nous la représentons avec un schéma de règle:

$$\begin{array}{l|ll} m & E \equiv F & \\ n & E & \\ \hline & F & \text{m, n, Dét.} \end{array}$$

• *La directive de distribution des quantificateurs (Dist)*

Cette directive autorise à distribuer les variables du quantificateur principal dans deux quantificateurs, l'un devant chaque argument du foncteur principal du sous-quantificateur, lorsque ce foncteur est la biconditionnelle. Son utilité est de permettre l'utilisation de la règle de détachement à partir de généralisations. Nous le montrons avec un exemple. Supposons que les deux expressions suivantes correspondent à des thèses inscrites dans le système.

$$\llcorner v_1v_2v_3v_4 \lrcorner \ulcorner E(v_1v_2v_3) \equiv F(v_2v_3v_4) \urcorner \text{ et } \llcorner v_1v_2v_3 \lrcorner \ulcorner E(v_1v_2v_3) \urcorner$$

On peut effectuer la déduction suivante:

$$\begin{array}{l|ll} 1. & \llcorner v_1v_2v_3v_4 \lrcorner \ulcorner E(v_1v_2v_3) \equiv F(v_2v_3v_4) \urcorner & \text{thèse} \\ 2. & \llcorner v_1v_2v_3 \lrcorner \ulcorner E(v_1v_2v_3) \urcorner & \text{thèse} \\ \hline 3. & \llcorner v_1v_2v_3 \lrcorner \ulcorner E(v_1v_2v_3) \urcorner \equiv \llcorner v_2v_3v_4 \lrcorner \ulcorner F(v_2v_3v_4) \urcorner & \text{Dist. } (v_1, v_2, v_3, v_4) \\ 4. & \llcorner v_2v_3v_4 \lrcorner \ulcorner F(v_2v_3v_4) \urcorner & \text{2, 3, Dét.} \end{array}$$

• *La directive de substitution (Sub)*

Cette directive permet d'opérer sur les variables d'une généralisation, qu'elles soient propositionnelles, nominales ou fonctionnelles en leur substituant une autre variable, une constante ou une expression complexe de même catégorie sémantique. Les conditions sont en bref les suivantes: si on substitue une variable ou une expression complexe, les variables doivent rester libres pour la variable substituée dans le sous-quantificateur; dans le cas d'une expression complexe, il faut saturer le quantificateur principal afin que les symboles substitués destinés à être des variables se voient attribuer formellement ce statut[22]; si on substitue une constante, la variable est «effacée» dans le quantificateur.

6. Définitions de foncteurs

Nous allons à présent nous consacrer à mettre en mouvement les directives de définition en définissant progressivement de nouvelles constantes construites à partir des quatre catégories primitives contenues dans l'axiome, *S, N, S/SS, N/NN*, des constantes $\equiv$, $\supset$ et $\wedge$ (de catégorie *S/SS*) et de la constante ε (de catégorie *S/NN*)[23].

Dans la perspective qui est la nôtre, celle de l'explicitation formelle du champ de l'extensionnel dans l'Ontologie, nous avons sélectionné deux types de foncteurs: des foncteurs formateurs de propositions à un argument nominal, de catégorie *S/N*; et des foncteurs formateurs de propositions à deux arguments nominaux, *S/NN*. Nous leur avons ajouté également un foncteur de catégorie *N/N*, celui de la négation nominale.

Les premiers foncteurs de catégorie *S/N* rendent compte du traitement fonctoriel réservé à la notion d'existence dans l'Ontologie. Les seconds foncteurs de catégorie *S/NN* sont les pendants des relateurs extensionnels usuels d'un calcul des clas-

22 C'est-à-dire qu'il faut faire apparaître dans le quantificateur principal les symboles destinés à avoir le statut de variable.

23 Notons que l'axiome de l'Ontologie requiert comme base propositionnelle les axiomes de la Protothétique ainsi qu'un certain nombre de thèses assertées le précédant. Nous considérons que les opérateurs propositionnels binaires usuels ($\supset$, $\wedge$, $\vee$) ainsi l'opérateur unaire de la négation ($\sim$) ont été préalablement déterminés (*cf.* Miéville 2001)

ses standard. On trouvera parmi eux les relateurs de l'inclusion qui se révèleront, par la suite, des instruments indispensables dans la résolution formelle de l'argument de De Morgan.

Nous notons l'axiome de l'Ontologie Ax_O. Soit:

$$Ax_O: \llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, b \equiv . \ \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, A \urcorner \wedge \llcorner CD \lrcorner \ulcorner (C \, \varepsilon \, A \wedge D \, \varepsilon \, A) \supset C \, \varepsilon \, D \urcorner \wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, A \supset C \, \varepsilon \, b \urcorner \urcorner$$

6.1. Foncteurs de catégorie S/N

Avant de proposer toute définition, relevons que les noms dans l'Ontologie perdent toute portée ontologique puisqu'ils peuvent être vides. Cependant, conformément aux conditions de vérité de la proposition singulière dictées par Ax_O, toute proposition atomique vraie contenant le relateur ontologique primitif «ε» présuppose l'existence d'un individu. C'est ce qu'énonce la première clause de l'axiome, qualifiée de clause d'existence. Il est dès lors possible, partant de Ax_O et utilisant la directive de définition propositionnelle Ds, de définir des foncteurs de catégorie *S/N* qui sont, dans le calcul, les paraphrases logiques des trois types de noms: singuliers, vides et pluriels. C'est dans ce sens qu'il faut considérer les cinq premières thèses:

T_O1: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathbf{ex}\{a\} \equiv \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, a \urcorner \urcorner$ Ds

«ex{a}» se lit: «le nom *a* dénote au moins un objet».

La proposition «ex{a}» est donc vraie si et seulement si *a* n'est pas un nom vide.

T_O2: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathbf{uni}\{a\} \equiv \llcorner BC \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, a \wedge C \, \varepsilon \, a . \supset B \, \varepsilon \, C \urcorner \urcorner$ Ds

«uni{a}» se lit: «le nom *a* dénote au plus un objet».

La proposition «uni{a}» est donc vraie si et seulement si *a* est un nom singulier ou *a* est un nom vide.

T_O3: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathbf{sing}\{a\} \equiv.\ ex\{a\} \wedge uni\{a\} \urcorner$ Ds
«sing{a}» se lit: «le nom *a* dénote un et un seul objet».
La proposition «sing{a}» est donc vraie si et seulement si *a* est un nom singulier[24].

T_O4: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathbf{vid}\{a\} \equiv {\sim}ex\{a\} \urcorner$ Ds
«vid{a}» se lit: «le nom *a* ne dénote aucun objet».
La proposition «vid{a}» est donc vraie si et seulement si *a* est un nom vide.

T_O5: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathbf{pl}\{a\} \equiv ex\{a\} \wedge {\sim}sing\{a\} \urcorner$ Ds
«pl{a}» se lit: «le nom *a* dénote plus d'un objet».
La proposition «pl{a}» est donc vraie si et seulement si *a* est un nom pluriel.

Mentionnons à nouveau que la quantification dans l'Ontologie est libre de tout apport existentiel[25]. Le quantificateur particulier, ordinairement qualifié de «quantificateur existentiel», n'affirme rien au sujet de l'existence d'objets non linguistiques. Afin de consolider notre propos, examinons la proposition factuellement vraie «Pégase n'existe pas». Dans le formalisme de l'Ontologie, elle se traduit au moyen du foncteur «ex», défini avec la thèse T_O1. Cela donne:

(1) $\sim$ex {Pégase}.

De (1) on peut en toute légitimité inférer la proposition:

(2) $\llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner {\sim}ex\{a\} \urcorner$

qui est une thèse de l'Ontologie[26]. En effet, « $\llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner {\sim}ex\ \{a\} \urcorner$ » ne se lit pas «il existe un objet qui n'existe pas» mais «pour

24 On pourrait également définir ce foncteur par la thèse $\llcorner a \lrcorner \ulcorner sing\{a\} \equiv a\ \varepsilon\ a \urcorner$.
25 Concernant la question de la quantification dans l'Ontologie, on consultera Lejewski 1954, Joray 1999, Miéville 1984, Simons 1995, Joray 2005.
26 *Cf.* la thèse T_O22.

quelque *a*, *a* n'existe pas», c'est-à-dire «pour quelque nom *a*, *a* ne dénote pas»[27].

De même, concernant le quantificateur universel, $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a\ \varepsilon\ a \urcorner$ est une proposition fausse dans l'Ontologie. Une instanciation fausse de cette proposition est, par exemple, «Pégase ε Pégase». En effet, «Pégase» n'étant pas un nom individuel mais un nom vide, la première conjonction de l'axiome Ax_O est fausse[28].

6.2. Foncteurs de catégorie S/NN

Les trois premières thèses que nous inscrirons définissent des relateurs exprimant diverses modalités d'inclusion qui peuvent se présenter, relativement aux extensions respectives de deux noms «a» et «b». On observera à ce sujet que le foncteur «ε» peut être qualifié de foncteur de l'inclusion singulière.

T_O6: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \equiv \llcorner C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \supset C\ \varepsilon\ b \urcorner \urcorner$ Ds

«a (b» se lit: «tout *a* est *b*», autrement dit «l'extension du nom a est faiblement incluse dans l'extension du nom *b*».
Le symbole «$\subset$» représente l'inclusion faible entre noms.

T_O7: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \equiv .\ \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \urcorner \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner D\ \varepsilon\ a \supset D\ \varepsilon\ b \urcorner \urcorner$ Ds

«a $\subseteq$ b» se lit: «chaque *a* est *b*», c'est-à-dire «l'extension du nom *a* est fortement incluse dans l'extension du nom *b*».
Le symbole «$\subseteq$» représente *l'inclusion forte* entre noms.

27 Souvenons-nous à ce propos de l'analyse de l'antinomie russellienne où Leśniewski propose la définition suivante de la relation d'appartenance d'un individu à une classe collective: P est un élément de la classe K si et seulement si, compte tenu d'une certaine signification du mot "a" sont remplies les conditions suivantes: 1) K est la classe des a, 2) P est a. Il écrit que ne sachant pas encore à cette époque utiliser les quantificateurs, la formule $\exists$a f(a) traduit l'expression informelle «compte tenu d'une certaine signification du mot "a"». L'équivalent en partie symbolique de la définition est donc: P est un élément de la classe K. ≡. ($\exists$a): K est la classe des a. P est a» (1989: 50).

28 Voir aussi plus loin la thèse $T_0 23$.

On aurait pu choisir de définir l'inclusion forte par la thèse suivante, équivalente à la thèse T_O7, soit:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \equiv . \ ex\{a\} \wedge a \subset b \urcorner .$$

Notons que dans les théories classiques, le symbole $\subset$ est utilisé pour l'inclusion propre ou stricte valant entre des classes différentes, et le symbole $\subseteq$ pour l'inclusion large admettant le cas où toute classe s'inclut en elle-même.

T_O8: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \Delta b \equiv \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \wedge C \varepsilon b \urcorner \urcorner$ Ds

«a Δ b» se lit: «quelque *a* est *b*».

Le symbole «Δ» signifie *l'inclusion partielle* entre noms.

Les deux thèses suivantes définissent des foncteurs liés à la relation d'identité.

T_O9: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a = b \equiv . \ a \varepsilon b \wedge b \varepsilon a \urcorner$ Ds

«a = b» se lit: «*a* est identique à *b*»

Le symbole «=» signifie *l'identité singulière* entre individus[29].

T_O10: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \approx b \equiv . \ \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \equiv C \varepsilon b \urcorner \urcorner$ Ds

«a ≈ b» se lit: «*a* est faiblement identique à *b*». Autrement dit, «le nom *a* dénote les mêmes objets que le nom *b*».

Le symbole «≈» signifie *l'identité faible*.

Ce relateur pourrait être également défini avec une thèse dans laquelle le *definiens* utilise le relateur de l'inclusion faible. Soit:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \approx b \equiv . \ a \subset b \wedge b \subset a \urcorner$$ [30].

29 Nous pourrions donc utiliser les lettres majuscules «A» et «B» à la place des lettres minuscules «a» et «b». Notons parallèlement que la réflexivité de cette relation d'identité singulière n'est donc pas totale. $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a = a \urcorner$ n'est pas une thèse, puisque si «a» est un nom pluriel ou un nom vide, la proposition « a = a» est fausse.
On a la thèse: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner sing\{a\} \supset a = a \urcorner$. Celle-ci est l'analogue dans l'Ontologie de l'unique relation d'identité dont on dispose dans un système logique classique, où seuls les termes singuliers sont admis au sein de la catégorie logique des noms.

30 La réflexivité du relateur «≈» est totale: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a \approx a \urcorner$ est une thèse.

Bien qu'elle soit d'une catégorie différente, nous ajoutons aux définitions précédentes la définition de *la négation nominale*, de catégorie *N/N*. Il s'agit de la première définition relevant de la procédure de définition nominale,

T_O11: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \sim\!(b) \equiv . A \varepsilon A \wedge \sim\!(A \varepsilon b) \urcorner$ Dn

Nous en restons là en ce qui concerne l'inscription de thèses définitoires de foncteurs. Nous terminerons cette section en proposant quelques thèses et la démonstration de certaines d'entre elles.

Nous ferons usage de la méthode de déduction naturelle, déjà mise en œuvre dans notre travail avec la déduction validant l'argument de De Morgan (chapitre I, section 2.1.3.). Mentionnons que Leśniewski lui-même faisait usage de procédures démonstratives relevant des principes d'une telle méthode[31]. Inscrivons tout d'abord trois thèses qui découlent directement de l'axiome Ax_O, chacune relevant en effet de l'une des trois conjonctions.

T_O12: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \urcorner \urcorner$
T_O13: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon A . \supset C \varepsilon D \urcorner \urcorner$
T_O14: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \supset C \varepsilon b \urcorner \urcorner$

Ensuite, procédons à la démonstration d'une thèse que nous avons rencontrée dans l'analyse de l'antinomie de Russell (chapitre II, section 5.1).

T_O15: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon A \urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si A est un des *a*, alors A est A. Autrement dit: si A est quelque chose, alors A est un nom individuel.

31 Des principes apparentés à la méthode de déduction naturelle étaient en usage dans l'École polonaise dès les années 1920. Concernant cette question, on peut consulter Miéville (1984: 231-246).

Démonstration:

1.	Aa $A \varepsilon a$	Hyp.
2.	$\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \urcorner \urcorner$	T_o12
3.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \urcorner$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, b/a, $\supset$e
4.	$\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner C D \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon A. \supset C \varepsilon D \urcorner \urcorner$	T_o13
5.	$\llcorner C D \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon A. \supset C \varepsilon D \urcorner$	1,4, $\llcorner\ \lrcorner$e, b/a, $\supset$e
6.	C $\llcorner p \lrcorner \ulcorner p \supset p \urcorner$	$T_{\text{protothétique}}$
7.	$C \varepsilon A \supset C \varepsilon A$	6, $\llcorner\ \lrcorner$e, p/C ε A
8.	$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \supset C \varepsilon A \urcorner$	6, 7, $\llcorner\ \lrcorner$i
9.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \urcorner \wedge \llcorner CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon A. \supset C \varepsilon D \urcorner$ $\wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \supset C \varepsilon A \urcorner$	3, 5, 8, $\wedge$i
10.	$A \varepsilon A$	9, Ax_o, b/A, $\equiv$e
11.	$A \varepsilon a \supset A \varepsilon A$	1-10, $\supset$i
12.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon A \urcorner$	1-11, $\llcorner\ \lrcorner$i

Nous terminons avec des thèses qui expriment les propriétés du foncteur «ε» contenues en germe dans l'axiome Ax_o. Cela nous permettra de mettre en évidence les différences entre le relateur de l'epsilon «ε» et le relateur d'appartenance ensembliste «∈».

T_o16: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \urcorner \supset A \varepsilon A \urcorner$

Démonstration:

1.	A $\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \urcorner$	hyp.
2.	b $A \varepsilon b$	hyp.
3.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon A \urcorner$	T_o15
4.	$A \varepsilon A$	2, 3, $\llcorner\ \lrcorner$e, a/b, $\supset$e
5.	$A \varepsilon A$	1, 2-4, $\exists$e
6.	$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \urcorner \supset A \varepsilon A$	1-5, $\supset$i
7.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \urcorner \supset A \varepsilon A \urcorner$	1-6, $\llcorner\ \lrcorner$i

La thèse T_o16 exprime la propriété de réflexivité partielle de l'epsilon. Ainsi que nous l'avons déjà fait observer, $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a \varepsilon a \urcorner$ n'est pas une thèse de l'Ontologie puisqu'une proposition de la forme «a ε b» est fausse si le nom *a* est un nom vide ou un nom pluriel.

T_O17: $\lfloor ABa \rfloor \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset A \varepsilon a \urcorner$.

La thèse T_O17 exprime la propriété de transitivité de l'epsilon[32]. Mais on notera le caractère particulier de cette transitivité à la lumière d'une autre thèse. Celle-ci, qui sera la thèse T_O19, est produite sur la base de la thèse suivante dite «thèse caractéristique de l'Ontologie»:

T_O18: $\lfloor ABa \rfloor \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset B \varepsilon A \urcorner$.

De la thèse $T_0 18$ découle la thèse en question:

T_O19: $\lfloor ABa \rfloor \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset A = B \urcorner$.

Démonstration:

1.	ABa $A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a$	hyp.
2.	$\lfloor ABa \rfloor \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset B \varepsilon A \urcorner$	T_O18
3.	$A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset B \varepsilon A$	2, $\lfloor\ \rfloor$e
4.	$B \varepsilon A$	1, 3, $\supset$e
5.	$A \varepsilon B$	1, $\wedge$e
6.	$A \varepsilon B \wedge C \varepsilon A$	4, 5, $\wedge$i
7.	$\lfloor A \rfloor \ulcorner A = B \equiv . A \varepsilon B \wedge B \varepsilon A \urcorner$	T_O9
8.	$A = B$	6 ,7, $\lfloor\ \rfloor$e, $\equiv$e
9.	$A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset A = B$	1-8, $\supset$i
10.	$\lfloor ABa \rfloor \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset B \varepsilon A \urcorner$	1-9, $\lfloor\ \rfloor$i

Avec cette thèse se dégage clairement le sens de la propriété de transitivité de l'epsilon: si A est B et B est *a*, alors A et B sont identiques.

32 Pour les démonstrations des thèses 17 et 18, cf. Miéville 1984: 304.

7. Le nom vide et le nom universel

Il nous reste à mettre en lumière deux constantes nominales que l'on peut définir dans l'Ontologie. Ces constantes sont fondamentales dans la perspective de neutralité ontologique de cette théorie logique ainsi que, parallèlement, dans sa visée fondatrice de la Méréologie. Ce sont celles du *nom universel* et du *nom vide*. Les thèses qui les définissent utilisent la directive de définition de type nominal, Dn. Ce sont les suivantes:

$T_0 20$: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon V \equiv. A \varepsilon A \wedge A \varepsilon A \urcorner$[33] Dn

$T_0 21$: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \Lambda \equiv. A \varepsilon A \wedge \sim(A \varepsilon A) \urcorner$ Dn

«V» est une constante nominale que l'on peut interpréter comme le *nom universel*. En effet, «V» dénote tout ce qui peut être dénoté par un terme singulier, c'est-à-dire tous les objets. La thèse $T_0 20$ définit donc logiquement le concept d'*objet*, «A ε V» pouvant se lire «A est un nom d'objet».
Quant à la constante nominale «Λ», elle s'interprète comme le *nom contradictoire* ou le *nom vide*, c'est-à-dire le nom qui ne dénote pas quelque chose. Par conséquent, avec la thèse $T_0 21$, c'est – pour ainsi dire – le concept de «*non-objet*», c'est-à-dire de *rien*, qui se trouve logiquement défini. La proposition «A ε Λ» peut se lire «A est un nom vide», en d'autres termes «A est un nom qui ne dénote pas».

Ces symboles jouent un rôle analogue aux symboles correspondants de classe universelle et de classe nulle que l'on rencontre dans les *Principia*, et qui sont respectivement introduits par les définitions *24.01 et *24.02.

*24.01 $V = \hat{x}(x = x)$ (Définition)
*24.03 $\Lambda = - \Lambda$ (Définition)[34]

33 La directive de définition nominale exige de faire apparaître deux fois A ε A dans le definiens.

Mais à la différence des *Principia,* l'Ontologie ne reconnaît aucune classe distributive. Il n'y a donc aucun objet qui *serait* la classe composée de l'ensemble des objets auxquels pourrait s'appliquer le nom universel. Quant au nom vide, ce n'est pas un nom individuel. En d'autres termes, il n'a aucune partie liée au nom d'une entité qui serait *le* vide ou *le* rien. On le démontre en établissant la thèse:

$T_0 22$: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner \sim(A\ \varepsilon\ \Lambda) \urcorner$

Démonstration:

1.	$A \quad A\ \varepsilon\ \Lambda$	Hyp.
2.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ \Lambda \equiv.\ A\ \varepsilon\ A \wedge \sim(A\ \varepsilon\ A) \urcorner$	$T_0 21$
3.	$A\ \varepsilon\ \Lambda \equiv.\ A\ \varepsilon\ A \wedge \sim(A\ \varepsilon\ A)$	2, $\llcorner\ \lrcorner$e
4.	$A\ \varepsilon\ A \wedge \sim(A\ \varepsilon\ A)$	1, 3, $\equiv$e
5.	$A\ \varepsilon\ A$	4, $\wedge$e
6.	$\sim(A\ \varepsilon\ A)$	4, $\wedge$e
7.	$\sim(A\ \varepsilon\ \Lambda)$	1, 5, 6, ~i
8.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \sim(A\ \varepsilon\ \Lambda) \urcorner$	1-7, $\llcorner\ \lrcorner$i

De cette thèse, on déduit directement la thèse:

$T_0 23$: $\sim(\Lambda\ \varepsilon\ \Lambda)$ ($T_0 22$, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/Λ)

Ce résultat est corroboré par la thèse suivante, utilisant le foncteur «sing» pour exprimer que le nom vide n'est pas un nom singulier:

$T_0 24$: $\sim(\text{sing}\{\Lambda\})$

34 «The universal class, denoted by V, is the class of all objects of the type which, in the given context, is being denoted by small Latin letters, i.e. of the lowest type concerned. Thus V, like "Cls", is ambiguous as to type. [...] The null-class, denoted by Λ like V, is the class which has no members. Like V, is ambiguous as to type. We use the same symbol, Λ, for null-classes of various types; but these null-classes differ. The type of Λ is determined by that of the terms x concerning which "x is Λ" is false: whatever x may be, "x is Λ" will not represent a true proposition, but unless x is of the appropriate type, "x is Λ" will be meaningless, not false. Thus Λ is of the type next above that of an x concerning which "x is Λ" is significant and false.» (Whitehead and Russell, 1927, vol I: 216)

Démonstration:

1.	$\mathrm{sing}\{\Lambda\}$	Hyp.
2.	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{sing}\{a\} \equiv. \mathrm{ex}\{a\} \wedge \mathrm{uni}\{a\} \urcorner$	T_O3
3.	$\mathrm{sing}\{\Lambda\} \equiv. \mathrm{ex}\{\Lambda\} \wedge \mathrm{uni}\{\Lambda\}$	2, $\llcorner\ \lrcorner$e, a/Λ
4.	$\mathrm{ex}\{\Lambda\} \wedge \mathrm{uni}\{\Lambda\}$	1, 3, $\equiv$e
5.	$\mathrm{ex}\{\Lambda\}$	4, $\wedge$e
6.	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{ex}\{a\} \equiv \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner \urcorner$	T_O1
7.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, \Lambda \urcorner$	5, 6, $\llcorner\ \lrcorner$e, a/Λ, $\equiv$e
8.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \sim(A \,\varepsilon\, \Lambda) \urcorner$	T_O22
9.	$\sim \llcorner B \lrcorner \ulcorner \sim(B \,\varepsilon\, \Lambda) \urcorner$	7, Def. $\exists$
10.	$\sim(\mathrm{sing}\{\Lambda\})$	1, 8, 9, ~i

Terminons dans la lignée de ce qui précède en mettant brièvement en relief, à travers deux thèses, que l'Ontologie est une logique libre et universelle. Considérons tout d'abord la thèse suivante.

T_O25: $\sim \llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{ex}\{a\} \urcorner$[35].

Elle se lit «tout nom ne dénote pas». C'est bien de cela dont témoigne la constante nominale «Λ». Cette thèse, que nous avons déjà évoquée (*cf.* 6.1), illustre que l'Ontologie est une logique libre de tout engagement existentiel.

Et enfin, concernant le caractère de langage universel de l'Ontologie, observons que l'expression suivante n'est pas une thèse (*cf. supra* T_O10 pour la définition du relateur ≈).

$$\sim(\Lambda \approx V)$$

«(Λ ≈ V)» est en effet vraie dans un cas particulier, lorsque l'univers est vide.

35 Nous ne donnons pas la démonstration.

8. Analyse catégorielle de l'antinomie de Russell

Nous terminerons ce chapitre en montrant que le relateur de l'epsilon ne peut pas engendrer un analogue formel de l'antinomie de Russell[36]. Pour avoir une antinomie de type russellienne, il faudrait en effet pouvoir inscrire la thèse suivante:

(1) $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon W \equiv \sim(A \varepsilon A) \urcorner$.

En éliminant le quantificateur et en substituant W à A, on obtiendrait alors

(2) $W \varepsilon W \equiv \sim(W \varepsilon W)$,

ce qui serait une contradiction.
Mais l'expression (1) ne peut pas être introduite comme thèse dans le calcul par la directive de définition nominale. Rappelons le moule de cette directive:

$\llcorner v_1 v_2 \ldots v_n A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon v_1 v_2 \ldots v_n \equiv A \varepsilon A \wedge E_{Av1v2\ldots vn} \urcorner$.

Dans (1), le *definiendum* «A ε W» exprime que A est un nom individuel et que A est W mais le *definiens* ne dit pas que A est un objet. «~(A ε A)» nie que A est un nom individuel, ou que si A est un nom individuel alors A est A. Or, compte tenu des conditions de vérité de la proposition singulière, un énoncé de la forme ~(a ε b) est vrai si *a* ne désigne pas exactement un objet ou si l'unique objet désigné par *a* n'est pas *b*. La définition d'un foncteur nominal est une définition correcte si et seulement si le *definiens* garantit que les noms qui sont les sujets dans le *definiendum* sont des noms d'individus.

Par conséquent, la seule définition conforme à la directive de définition *Dn* serait:

$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon W \equiv. A \varepsilon A \wedge \sim(A \varepsilon A) \urcorner$.

---

36 Cette question est traitée dans Sobocinski 1949: 245-251.

On reconnaît dans cette définition celle du nom contradictoire ou du nom vide (thèse T_O21). Ce qui signifie, en d'autres termes, que la contrepartie formelle dans l'Ontologie de l'antinomie de Russell engendre le nom vide.

Relevons également que $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \; \varepsilon \; W \equiv \sim(A \; \varepsilon \; A)\urcorner$ est une expression mal formée si l'on interprète «ε» comme l'appartenance ensembliste, soit «est élément de» (au sens de «est membre de»). Sous cette interprétation, W ε W peut être mise sous la forme W{W} où le premier «W» est un foncteur prenant pour argument le second «W».
La formule (1) peut alors s'écrire sous la forme équivalente:

(3) $\llcorner A \lrcorner \ulcorner W(A) \equiv (A\{A\})\urcorner$.

Le foncteur «W» *serait* dans ce cas défini au moyen de la directive de définition de type propositionnel *Ds*, c'est-à-dire:

$\llcorner v_1 v_2 \ldots v_n \lrcorner \ulcorner \mathbf{f}(v_1 v_2 \ldots v_n) \equiv D_{v1v2\ldots vn}\urcorner$.

Mais (3) n'est pas une définition correcte car les deux occurrences de la variable «A» font un double usage illicite de catégories (foncteur et argument) alors que les principes catégoriels exigent qu'elles renvoient à la même catégorie. (3) est donc une expression dénuée de sens *parce qu*'elle comporte une confusion de catégories sémantiques. A la terminologie près, c'est pour la même raison qu'elle est écartée par la théorie des types.

En guise de conclusion, faisons encore observer que si l'approche catégorielle et la théorie des types s'accordent pour rejeter l'expression (3) comme syntaxiquement mal formée, leurs raisons divergent en ce qui concerne leur analyse de l'expression (1). Pour la théorie des types «A ε A» est tout aussi dénué de sens que «A{A}» puisque sujet et prédicat doivent appartenir à des types distincts. En revanche, (1) n'est pas une expression dénuée de sens dans l'Ontologie. Simplement, comme nous l'avons explicité, elle ne peut pas être inscrite comme thèse définitoire parce qu'elle transgresse les modes de caractérisation formels d'une définition correcte.

IV. RÉSOLUTION DE L'ARGUMENT DE DE MORGAN

Ce chapitre est celui de la résolution dans la Méréologie du problème sémantique soulevé par l'argument de De Morgan. Aussi entrons-nous avec lui dans la phase formelle et démonstrative de cette thèse. Dans un premier temps, nous commenterons les aspects structurels de l'axiomatique adoptée de la Méréologie, à la lumière de ses fondements logiques exposés dans le chapitre précédent. Nous illustrerons également la définition de la classe collective. Ensuite, nous démontrerons un certain nombre de thèses caractéristiques de la Méréologie dont certaines serviront l'établissement de celles validant l'argument de De Morgan, conformément à la nature ingrédentielle de la relation qu'il mobilise. Ces thèses, qui seront au nombre de deux, constitueront l'aboutissement de ce dernier chapitre et, partant, de notre réflexion elle-même.

1. Le système axiomatique

Comme nous l'avons mentionné à la fin du chapitre II, il existe de nombreuses axiomatiques de la Méréologie. Celle que nous avons adoptée est, d'un point de vue historique, la première en date. Rédigée en 1916, elle résulte directement de l'analyse par Leśniewski de l'antinomie de Russell. Nous l'avons préférée à d'autres parce qu'elle demeure la plus explicite dans son rapport immédiat à notre appréhension commune de la réalité et les traits caractéristiques de la classe méréologique esquissés précédemment. On peut toutefois lui reprocher une petite imperfection, celle de faire usage d'une définition dans les axiomes. Il s'agit en l'occurrence de la définition du foncteur collectif «classe de», qui intervient dans les deux derniers axiomes. Ce défaut est toutefois sans conséquences et il est corrigé dans les axiomatiques qui furent par la suite proposées. La première d'entre elles est notamment la version revue de l'axiomatique de 1916. Quant aux suivantes, elles sont construites sur d'autres foncteurs méréologiques primitifs que «partie de», tous susceptibles de caractériser la Méréologie[1].

Nous retrouvons donc le système axiomatique exposé plus haut, traduit dans le symbolisme propre à l'Ontologie.

$\mathbf{Ax_M1}$:

$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ pt(B) \supset B\ \varepsilon\ \sim(pt(A)) \urcorner$.

Si A est une partie de B, alors B n'est pas une partie de A.

$\mathbf{Ax_M2}$:

$\llcorner ABC \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ pt(B) \wedge B\ \varepsilon\ pt(C). \supset A\ \varepsilon\ pt(C) \urcorner$.

Si A est une partie de B et B est une partie de C, alors A est une partie de C.

1 On trouvera en annexe un aperçu de ce panorama axiomatique.

Df$_{EL}$:

$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \ \varepsilon \ el(B) \equiv . \ A \ \varepsilon \ pt(B) \vee A = B \urcorner .$

A est un élément de B si et seulement si A est une partie de B ou A est identique à B.

Df$_{KL}$:

$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \ \varepsilon \ Kl(a) \equiv . \ A \ \varepsilon \ A \wedge \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \ \varepsilon \ a \supset B \ \varepsilon \ el(A) \urcorner \wedge$
$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \ \varepsilon \ el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \ \varepsilon \ a \wedge D \ \varepsilon \ el(C) \wedge D \ \varepsilon \ el(B) \urcorner \urcorner \urcorner .$

A est la classe des objets *a* si et seulement si les trois conditions suivantes sont remplies:

1) A est un nom d'objet.
2) pour tout B, si B est un des *a* alors B est un élément de A.
3) si B est un élément de A alors il existe C et D tels que C est un des *a* et D est élément de C et élément de B.

Ax$_M$3:

$\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A \ \varepsilon \ Kl(a) \wedge B \ \varepsilon \ Kl(a) . \supset A = B \urcorner .$

Si A est la classe des *a* est B est la classe des *a*, alors A est identique à B.

Ax$_M$4:

$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \ \varepsilon \ a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \ \varepsilon \ Kl(a) \urcorner \urcorner .$

Si A est un *a*, alors il existe B tel que B est la classe des *a*.

Répétons de nouveau que le terme primitif de cette axiomatique est «partie de», symboliquement «pt». Il caractérise une relation d'ingrédience entre deux termes dont un dénote un tout et l'autre une partie, en ce sens que le tout n'est pas une partie de lui-même. Le premier axiome fixe la propriété d'asymétrie de cette relation primitive, de laquelle découle précisément son irréflexivité (*Cf. infra* thèse T$_M$7). Le deuxième axiome en exprime la propriété de transitivité.

La première définition, celle du foncteur «élément de», symboliquement «el» ajoute une seconde relation de nature ingrédientielle «être élément de». A la différence de la première, celle de partie à tout, cette relation est réflexive (*Cf. infra* thèse T_M6). Il est évident – mais le poids d'une longue tradition ensembliste ne peut pas être ignoré – que les termes *relation de partie à tout* et *relation d'appartenance* sont affranchis du sens qui leur est assigné dans une théorie sémantique standard, en tant que l'inclusion entre classes et l'appartenance d'un élément à une classe distributive.

La seconde définition inscrit le foncteur collectif «classe de», symboliquement «Kl». Le troisième axiome garantit l'unicité de la classe collective. Quant au quatrième axiome, il affirme que la classe des objets *a* existe pour autant qu'il existe au moins un objet *a*.

On relèvera que la définition du foncteur «el» et l'axiome 3 renferment le relateur de l'identité singulière, «=», défini dans l'Ontologie avec la thèse T_O6. On notera également que l'axiome 4 pourrait être formulé au moyen du foncteur d'existence «ex», défini avec la thèse T_O1, de la manière suivante:

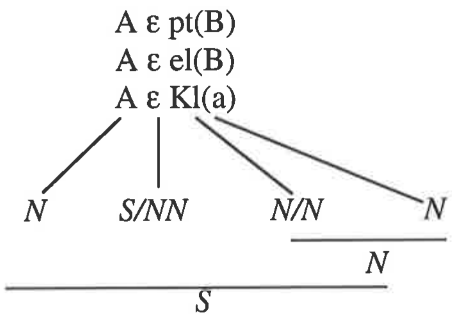
$$\llcorner a \lrcorner \ulcorner ex(a) \supset ex(Kl(a)) \urcorner.$$

Avant de mettre en mouvement cette axiomatique, il convient de dire quelques mots de ses aspects structurels et catégoriels ainsi que de procéder à une illustration précise de la définition de la classe collective. En premier lieu, faisons observer que nous utiliserons indifféremment les expressions «A est un nom individuel», «A est un nom d'objet» ou « A est un objet»[2]. Ensuite, à la lumière du chapitre précédent, notons que la Méréologie s'enracinant dans l'axiome fondateur de l'Ontologie, les propositions «A est une partie de B», «A est un élément de B» et «A est la classe des *a*» sont vraies sous les mêmes conditions

2 *Cf.* Miéville 1984 (363-373) qui propose une formalisation de la sémantique de l'Ontologie.

que la proposition singulière «A est *b*», tout comme elles sont soumises aux contraintes catégorielles du système logique. Les expressions «partie de B», «élément de B» et «classe de *a*», symboliquement «pt(B)», «el(B)» et «Kl(a)», sont des termes qui appartiennent à la catégorie sémantique des noms tandis que les propositions singulières dans lesquelles elles se trouvent en position de prédicat sont vraies si et seulement si le terme sujet est un nom singulier et si ce qu'il désigne est également désigné par les termes en question.

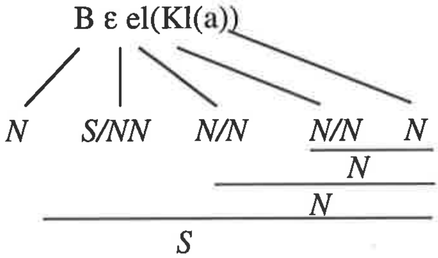
D'un point de vue catégoriel, les foncteurs «partie de», «élément de» et «classe de», symboliquement «pt», «el» et «Kl», sont des foncteurs formateurs de noms à un argument nominal, c'est-à-dire de catégorie *N/N*. On a donc, pour les expressions «A ε pt(B)», «A ε el(B)» et «A ε Kl(a)», l'analyse catégorielle suivante[3]:



Les relations «être une partie de» et «être élément de» sont des relations entre deux termes dont chacun est un nom individuel (*Cf. infra* thèses T_M8 et T_M9). Quant au foncteur collectif «classe de», qui a pour tâche de permettre l'unification en une entité individuelle d'une multiplicité donnée d'objets individuels, il peut avoir pour argument un nom pluriel.

3 Nous ne développons pas la question des outils catégoriels d'analyse ici utilisés (à ce sujet, *cf.* Joray 1999).

Examinons encore, pour terminer, l'analyse catégorielle de la proposition «B est un élément de la classe des *a*», soit «B ε el(Kl(a))»:



A la lumière de cette analyse, on ne manquera pas d'opposer une fois de plus les classes distributives aux classes méréologiques en observant que le passage d'une extension à la classe collective générée par cette extension n'est sujet à aucun saut qualitatif. Non seulement les termes «B» et «Kl(a) ont le même «type» sémantique puisqu'ils appartiennent chacun à la catégorie des noms mais, de plus, ce sont des noms singuliers[4]. Pour reprendre encore une fois les propos de Whitehead et Russell, les expressions de classes ont dans la Méréologie le statut de noms singuliers et, à ce titre, dénotent des «objets authentiques, comme le sont leurs éléments lorsqu'ils sont des individus»[5].

Soyons attentif, à ce stade de notre réflexion, à l'axiome 4. Cet axiome exprime que, partant d'une organisation purement extensionnelle, on peut générer l'entité collective composée de cette extension. Il se présente ainsi comme l'expression formelle du passage entre les modes d'appréhension distributif et collectif des objets. Et comme nous l'avons fait remarqué, cette articulation opérée par l'ancrage de la Méréologie sur l'Ontologie n'est pas entachée par l'aporie de l'un et du multiple. On ne rencontre

4 Pour Kl(a), c'est ce que montre la thèse T_M10 (*cf. infra* section 2).

5 *Cf.* Whitehead &Russell 1927: 72.

dans l'Ontologie que des extensions pures tandis que, dans la Méréologie, l'objet dénoté par l'expression nominale «la classe des *a*», c'est-à-dire généré à partir de l'extension des *a*, possède la légitimité d'un objet individuel, le tout méréologique composé des objets *a*.

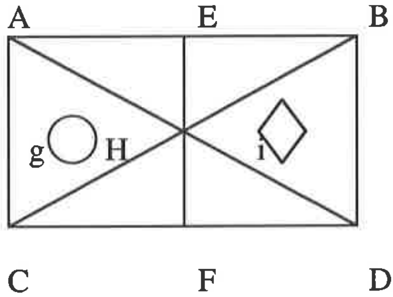
Venons en à présent à la définition du foncteur collectif «Kl». Dans le chapitre II, où nous ne disposions pas encore des bases logiques présupposées par la Méréologie, nous nous sommes bornées à une rapide exemplification. Considérons donc, de manière plus rigoureuse, cette définition:

$$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(a) \equiv .\ A\ \varepsilon\ A \wedge$$
$$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ a \supset B\ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \urcorner \wedge$$
$$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D\ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner \urcorner \urcorner .$$

Trois clauses sont associées à la définition de l'objet collectif «la classe des *a*», où le nom *a* est un nom d'éléments génériques de l'entité collective. La première clause énonce que si A est la classe des objets *a*, alors A est un nom individuel, autrement dit que A est un objet. La deuxième clause énonce que tout ce qui est *a* est élément de l'objet individuel A. Quant à la troisième clause, elle dit que si un objet B est un élément de l'objet A, alors on peut trouver un objet C tel que C est un des objets *a* et quelque élément de l'objet B en est aussi élément. Si l'on se souvient de la définition du relateur de l'inclusion partielle, «Δ», défini dans l'Ontologie avec la thèse T_O7, on notera que l'on peut abréger cette clause comme suit:

$$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \supset \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge \mathrm{el}(B)\ \Delta\ \mathrm{el}(C) \urcorner \urcorner$$

Pour illustrer la définition $\mathrm{Df}_{\mathrm{Kl}}$, nous avons choisi une figure géométrique de nature à concrétiser nos exemples et contre-exemples. Il s'agit d'un rectangle. Nous l'appelons R.



Le rectangle R

Trois exemples et deux contre-exemples vont être proposés.

Exemple 1

Dans un premier temps, abordons la figure R comme la classe des carrés de R. Le nom générique *a* est donc «carré de R» et on aura A ε Kl(carré de R). Dès lors:

i) A est un objet. Ou, autrement dit, le nom A dénote un objet: c'est le rectangle R.
ii) Tout carré de R, comme par exemple le carré AECF ou le carré EBFD, est un élément de R.
iii) Pour un élément B quelconque de R, par exemple le triangle BHD, il existe un objet C qui est un carré de R, soit le carré EBFD, et un objet D qui est élément de C et élément de B, par exemple le losange i (ou encore le triangle BHD lui-même).

On pourrait aussi considérer pour B, par exemple, l'objet collectif composé du cercle g et du triangle HBD. Il existe en effet un C qui est un carré de R, par exemple le carré AECF, et un D qui est élément de B et élément de C, par exemple le losange i.

Exemple 2

Appréhendons à présent R comme la classe des triangles de R. Le nom générique *a* est cette fois «triangle de R» et on aura: A ε Kl(triangle de R).

i) A est un objet: c'est le rectangle R.
ii) Tout triangle de R est un élément de R.
iii) Pour un élément B quelconque de R, par exemple le carré AECF, il existe un objet C qui est un triangle de R, comme le triangle AHC, et un objet D qui est élément de B et de C, par exemple le cercle g.

Exemple 3

On peut également aborder le rectangle R comme la classe collective de lui-même. Dans ce cas, le nom générique est le nom singulier « R» et on aura A ε Kl(R).

i) A est un objet: c'est le rectangle R.
ii) Le rectangle R est élément de A, c'est-à-dire de la classe collective de lui-même.
iii) Pour un élément B quelconque de A, par exemple le carré AECF, il existe un C qui est un rectangle R, en l'occurrence le rectangle R, et un objet D qui est élément du rectangle R et de B, par exemple le cercle g.

Les trois exemples que nous venons de considérer mettent en évidence que l'entrée en matière extensionnelle d'une classe collective peut être donnée par différents noms génériques; «carré de R», «triangle de R» et «R», soient deux noms pluriels et un nom singulier, génèrent dans chacun des cas la même entité collective, c'est-à-dire l'objet R.

Considérons maintenant deux contre-exemples.

Contre-exemple 1

Le rectangle R n'est pas la classe générée par le triangle AEH.

Les clauses i) et ii) sont satisfaites:

i) A est un objet: c'est le rectangle R.
ii) Le triangle AEH est un élément du rectangle R.

Mais la troisième clause n'est pas satisfaite:

iii) Le carré EBFD est élément de R. Or on ne trouve aucun élément du carré EBFD qui soit élément du triangle AEH.

Contre-exemple 2

Le triangle AEH n'est pas la classe générée par le rectangle R.
Les conditions i) et iii) sont remplies:

i) A est un objet: c'est le triangle AEH.
iii) tout élément du triangle AEH est élément de R.

Mais la condition ii) n'est pas satisfaite:

ii) Le rectangle R n'est pas élément du triangle AEH.

Nous en restons là en ce qui concerne le foncteur «Kl». L'exemple traité suffit à rendre compte de quelle manière le foncteur «Kl», s'exerçant à partir du mode de singularité extensionnelle, ouvre l'accès à une appréhension des objets comme des touts composés de leurs ingrédients et, ce faisant, à leur analyse ingrédentielle *ad infinitum*.

2. Thèses caractéristiques de la Méréologie

Sur la base du système axiomatique adopté, démontrons à présent un certain nombre de thèses. Certaines d'entre elles sont nécessaires à la démonstration des thèses supportant la résolution de l'argument de De Morgan. Les autres, si elles ne serviront pas directement ce but, sont de nature à expliciter formellement le caractère propre d'une théorie sémantique régie par une définition collective de la classe et la relation d'ingrédience. Reportons tout d'abord les six thèses composant le système axiomatique:

Ax_M1: $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ pt(B) \supset B\ \varepsilon\ {\sim}(pt(A))\urcorner$
Ax_M2: $\llcorner ABC \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ pt(B) \wedge B\ \varepsilon\ pt(C). \supset A\ \varepsilon\ pt(C)\urcorner$
Df_{EL}: $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ el(B) \equiv. A\ \varepsilon\ pt(B) \vee A = B\urcorner$
Df_{KL}: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \equiv. A\ \varepsilon\ A \wedge \llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ a \supset B\ \varepsilon\ el(A)\urcorner \wedge$
$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \wedge D\ \varepsilon\ el(B)\urcorner\urcorner\urcorner$
Ax_M3: $\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \wedge B\ \varepsilon\ Kl(a) .\supset A = B\urcorner$
Ax_M4: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ Kl(a)\urcorner\urcorner$

Les trois premières thèses nouvelles que nous inscrivons sont des conséquences de la définition Df_{KL}. Chacune d'entre elles relève d'une des trois conjonctions du *definiens*.

T_M1: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A\ \varepsilon\ A\urcorner$
Lecture: Si A est la classe des objets *a*, alors A est un objet.

T_M2: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ a \supset B\ \varepsilon\ el(A)\urcorner\urcorner$
Lecture: Si A est la classe des objets *a*, alors si B est un *a*, alors B est un élément de A.

T_M3: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ el(A) \supset$
$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \wedge D\ \varepsilon\ el(B)\urcorner\urcorner\urcorner$
Lecture: Si A est la classe des *a*, alors pour tout B, si B est un élément de A, alors il existe C et D tels que C est un des *a* et D est un élément de C et D est un élément de B.

Les thèses suivantes rendent compte des propriétés formelles des relations «être un élément de» et «être une partie de», contenues en germe dans l'axiomatique. Pour la relation d'appartenance, il s'agit de la réflexivité et la transitivité, et pour la relation de partie à tout de l'irréflexivité.

T_M4: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$

Lecture: Si A est un des *a*, alors A est élément de lui-même.

Démonstration:

1.	$\vert Aa \vert\ \vert A \varepsilon a$	Hyp.
2.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon A \urcorner$	T_O15
3.	$A \varepsilon A$	2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.	$A \varepsilon A$	3, rép.
5.	$A \varepsilon A \wedge A \varepsilon A$	3, 4, $\wedge$i
6.	$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A = B \equiv. A \varepsilon B \wedge B \varepsilon A \urcorner$	T_O9
7.	$A = A$	5, 6, $\llcorner\ \lrcorner$e, B/A, $\equiv$e
8.	$A = A \vee A \varepsilon pt(A)$	7, $\vee$i
9.	$A \varepsilon el(A)$	8, Df_{EL}
10.	$A \varepsilon a \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$	1-9, $\supset$i
11.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$	1-10, $\llcorner\ \lrcorner$i

De la thèse T_M4, on obtient directement la thèse suivante:

T_M5: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$ T_M4, a/A

Lecture: Si A est un nom d'objet, alors A est élément de lui-même.

T_M6: $\llcorner ABC \lrcorner \ulcorner A \varepsilon el(B) \wedge B \varepsilon el(C). \supset A \varepsilon el(C) \urcorner$

Lecture: Si A est élément de B et B est élément de C, alors A est élément de C.

Démonstration:

1.	ABC	$A\ \varepsilon\ el(B) \wedge B\ \varepsilon\ el(C)$	Hyp.
2.		$A\ \varepsilon\ el(B)$	1, $\wedge$e
3.		$B\ \varepsilon\ el(C)$	1, $\wedge$e
4.		$A = B \vee A\ \varepsilon\ pt(B)$	2, Df_{EL}
5.		$B = C \vee B\ \varepsilon\ pt(C)$	3, Df_{EL}
6.		$\sim(A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C))$	Hyp.
7.		$A = B$	Hyp.
8.		$B = C \vee B\ \varepsilon\ pt(C)$	5, réit.
9.		$A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C)$	7,8, =e
10.		$\sim(A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C))$	6, réit.
11.		$\sim(A = B)$	7, 9, 10, ~i
12.		$A = B \vee A\ \varepsilon\ pt(B)$	4, réit.
13.		$A\ \varepsilon\ pt(B)$	11, 12, $\vee$e
14.		$B = C$	Hyp.
15.		$A = B \vee A\ \varepsilon\ pt(B)$	4, réit.
16.		$A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C)$	14, 15, =e
17.		$\sim(A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C))$	6, réit.
18.		$\sim(B = C)$	14, 16, 17, ~i
19.		$B = C \vee B\ \varepsilon\ pt(C)$	5, réit.
20.		$B\ \varepsilon\ pt(C)$	18, 19, $\vee$e
21.		$A\ \varepsilon\ pt(B) \wedge B\ \varepsilon\ pt(C)$	13, 20, $\wedge$i
22.		$\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ pt(B) \wedge B\ \varepsilon\ pt(C). \supset A\ \varepsilon\ pt(C) \urcorner$	Ax_M2
23.		$A\ \varepsilon\ pt(C)$	21, 22, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
24.		$A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C)$	23, $\vee$i
25.		$\sim(A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C))$	6, rép.
26.		$\sim\sim(A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C))$	6, 24, 25, ~i
27.		$A = C \vee A\ \varepsilon\ pt(C)$	26, ~~e
28.		$A\ \varepsilon\ el(C)$	27, Df_{EL}
29.		$A\ \varepsilon\ el(B) \wedge B\ \varepsilon\ el(C). \supset A\ \varepsilon\ el(C)$	1-28, $\supset$i
30.		$\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ el(B) \wedge B\ \varepsilon\ el(C). \supset A\ \varepsilon\ el(C) \urcorner$	1-29, $\lfloor\ \rfloor$i

Ainsi, dans son acception méréologique, la relation d'appartenance «être élément de» est réflexive, non symétrique et transitive, alors que la relation d'appartenance ensembliste est, rappelons-le, irréflexive, asymétrique et non transitive.

Poursuivons avec l'irréflexivité de la relation de partie à tout, conséquence directe de l'asymétrie de cette relation portée par l'axiome 2.

T_M7: $\lfloor A \rfloor \ulcorner \sim(A \: \varepsilon \: pt(A)) \urcorner$

<u>Lecture</u>: Aucun individu n'est une partie de lui-même.

Démonstration:

1.	A	$A \: \varepsilon \: pt(A)$	Hyp.
2.		$\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \: pt(B) \supset B \: \varepsilon \sim(pt(A)) \urcorner$	Ax_M1
3.		$A \: \varepsilon \sim(pt(A))$	1, 2, $\lfloor \; \rfloor$e, B/A, $\supset$e
4.		$\lfloor Ab \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \sim(b) \equiv. A \: \varepsilon \: A \wedge \sim(A \: \varepsilon \: b) \urcorner$	T_O11
5.		$A \: \varepsilon \: A \wedge \sim(A \: \varepsilon \: pt(A))$	3, 4, $\lfloor \; \rfloor$e, b/pt(A), $\equiv$e
6.		$\sim(A \: \varepsilon \: pt(A))$	5, $\wedge$e
7.		$A \: \varepsilon \: pt(A)$	1, rép.
8.		$\sim(A \: \varepsilon \: pt(A))$	1, 6, 7, ~i
9.		$\lfloor A \rfloor \ulcorner \sim(A \: \varepsilon \: pt(A)) \urcorner$	1-8, $\lfloor \; \rfloor$i

La relation de partie à tout est au total irréflexive, asymétrique et transitive.

Considérons à présent les thèses établissant que si un objet A est un élément ou une partie de quelque chose, alors ce quelque chose est un objet individuel.

T_M8: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, pt(B) \supset B \, \varepsilon \, B \urcorner$

Lecture: Si A est une partie de B, alors B est un nom individuel.

Démonstration:

1.	AB $\quad A \, \varepsilon \, pt(B)$	Hyp.
2.	$\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, pt(B) \supset B \, \varepsilon \, {\sim}(pt(A)) \urcorner$	Ax_M1
3.	$B \, \varepsilon \, {\sim}(pt(A))$	1, 2, $\lfloor\,\rfloor$e, $\supset$e
4.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset A \, \varepsilon \, A \urcorner$	T_O15
5.	$B \, \varepsilon \, B$	3, 4, $\lfloor\,\rfloor$e, A/B, a/pt(B), $\supset$e
6.	$A \, \varepsilon \, pt(B) \supset B \, \varepsilon \, B$	1-5, $\supset$i
7.	$\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, pt(B) \supset B \, \varepsilon \, B \urcorner$	1-6, $\lfloor\,\rfloor$i

T_M9: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, el(B) \supset B \, \varepsilon \, B \urcorner$

Lecture: Si A est un élément de B, alors B est un nom individuel.

Démonstration:

1.	AB $\quad A \, \varepsilon \, el(B)$	Hyp.
2.	$A \, \varepsilon \, pt(B) \vee A = B$	1, Df_{EL}
3.	$A \, \varepsilon \, pt(B)$	Hyp.
4.	$\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, pt(B) \supset B \, \varepsilon \, B \urcorner$	T_M8
5.	$B \, \varepsilon \, B$	3, 4, $\lfloor\,\rfloor$e, $\supset$e
6.	$A = B$	Hyp.
7.	$\lfloor AB \rfloor \ulcorner A = B \equiv. A \, \varepsilon \, B \wedge B \, \varepsilon \, A \urcorner$	T_O9
8.	$A \, \varepsilon \, B \wedge B \, \varepsilon \, A$	6, 7, $\lfloor\,\rfloor$e, $\equiv$e
9.	$B \, \varepsilon \, A$	8, $\wedge$e
10.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset A \, \varepsilon \, A \urcorner$	T_O15
11.	$B \, \varepsilon \, B$	9, 10, $\lfloor\,\rfloor$e, A/B, a/A, $\supset$e
12.	$B \, \varepsilon \, B$	2, 3-5, 6-11, $\vee$e
13.	$A \, \varepsilon \, el(B) \supset B \, \varepsilon \, B$	1-12, $\supset$i
14.	$\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, el(B) \supset B \, \varepsilon \, B \urcorner$	1-13, $\lfloor\,\rfloor$i

Ces thèses en appellent une autre. En effet, puisqu'un élément ou une partie est un ingrédient de ce qui est à considérer comme un tout, ce dernier étant créé à partir d'éléments qui participent à sa constitutivité ingrédentielle, il faut donc montrer que la classe collective est un objet individuel. C'est ce résultat qu'établit la thèse suivante:

T_M10: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset Kl(a) \varepsilon Kl(a) \urcorner$
<u>*Lecture*</u>: Si A est un des *a*, alors la classe des *a* est un objet.

En établissant que Kl(a) est un nom individuel, autrement dit que la classe collective est un objet individuel, cette thèse justifie ainsi que l'on interprète l'expression «A ε Kl(a)» comme «A est *la* classe des *a*».

Démonstration:

1.	Aa | $A \varepsilon a$	Hyp.
2.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \urcorner \urcorner$	Ax_M4
3.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \urcorner$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.	$\llcorner p \lrcorner \ulcorner p \supset p \urcorner$	$T_{\text{Protothétique}}$
5.	$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \supset B \varepsilon Kl(a) \urcorner$	4, p/B ε Kl(a)
6.	$\llcorner BC \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a). \wedge C \varepsilon Kl(a) \supset B = C \urcorner$	Ax_M3
7.	$\llcorner BC \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge C \varepsilon Kl(a). \supset B \varepsilon C \urcorner$	6, T_O9
8.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \urcorner \wedge \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \supset B \varepsilon Kl(a) \urcorner \wedge$ $\llcorner BC \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge C \varepsilon Kl(a). \supset B \varepsilon C \urcorner$	3, 5, 8, $\wedge$i
9.	$Kl(a) \varepsilon Kl(a)$	8, Ax_O
10.	$A \varepsilon a \supset Kl(a) \varepsilon Kl(a)$	1-9, $\supset$i
11.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset Kl(a) \varepsilon Kl(a) \urcorner$	1-10, $\llcorner\ \lrcorner$i

Poursuivons avec une thèse que l'on peut considérer comme l'expression formelle du rejet dans la Méréologie de la classe vide:

T_M11: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \varepsilon a \urcorner \urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si A est la classe des *a*, alors il existe au moins un B tel que B est *a*.

Démonstration:

1.	Aa | $A \varepsilon Kl(a)$	Hyp.
2.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset A \varepsilon A \urcorner$	T_M1
3.	$A \varepsilon A$	1, 2, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
4.	$\lfloor A \rfloor \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$	T_M5
5.	$A \varepsilon el(A)$	3, 4, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
6.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset$ $\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \varepsilon a \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B) \urcorner \urcorner \urcorner$	T_M3
7.	$\lfloor B \rfloor \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset$ $\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \varepsilon a \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B) \urcorner \urcorner$	1, 6, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
8.	$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \varepsilon a \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(A) \urcorner$	5, 7, $\lfloor\ \rfloor$e, B/A, $\supset$e
9.	CD | $C \varepsilon a \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(A)$	Hyp.
10.	$C \varepsilon a$	9, $\wedge$e
11.	$\lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \varepsilon a \urcorner$	10, $\exists$i
12.	$\lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \varepsilon a \urcorner$	8, 9-11, $\exists$e
13.	$A \varepsilon Kl(a) \supset \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \varepsilon a \urcorner \urcorner$	1-12, $\supset$i
14.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \varepsilon a \urcorner \urcorner$	1-13, $\lfloor\ \rfloor$i

$T_M 12$: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset A = Kl(a) \urcorner$

<u>Lecture</u>: Si A est la classe des *a*, alors A est identique à la classe des *a*.

Démonstration:

1.	Aa	$A \,\varepsilon\, Kl(a)$	Hyp.
2.		$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner \urcorner$	$T_M 11$
3.		$\lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner$	1, 2, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
4.		B $\quad B \,\varepsilon\, a$	Hyp.
5.		$\quad \lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, a \supset Kl(a) \,\varepsilon\, Kl(a) \urcorner$	$T_M 10$
6.		$\quad Kl(a) \,\varepsilon\, Kl(a)$	4, 5, $\lfloor\ \rfloor$e, A/B, $\supset$e
7.		$Kl(a) \,\varepsilon\, Kl(a)$	3, 4-6, $\exists$e
8.		$A \,\varepsilon\, Kl(a) \wedge Kl(a) \,\varepsilon\, Kl(a)$	1, 7, $\wedge$i
9.		$\lfloor ABa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, B \wedge B \,\varepsilon\, a \mathrel{.\supset} A = B) \urcorner$	$T_O 19$
10.		$A = Kl(a)$	8, 9, $\lfloor\ \rfloor$e, B/Kl(a), a/Kl(a), $\supset$e
11.		$A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset A = Kl(a)$	1-10, $\supset$i
12.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset A = Kl(a) \urcorner$		1-11, $\lfloor\ \rfloor$i

La thèse $T_M 5$ a établi que tout objet est élément de lui-même. Démontrons à présent qu'une classe collective, qui est une entité individuelle, est élément d'elle-même. Souvenons-nous que l'analyse par Leśniewski de l'antinomie de Russell est dirigée par cette thèse (chapitre II, section 5).

T_M13: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si A est la classe des *a*, alors A est élément d'elle-même.

Démonstration:

1.	Aa	$A \varepsilon Kl(a)$	Hyp.
2.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset A \varepsilon A \urcorner$	T_M1
3.		$A \varepsilon A$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.		$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$	T_M5
5.		$A \varepsilon el(A)$	3, 4, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
6.		$A \varepsilon Kl(a) \supset A \varepsilon el(A)$	1-5, $\supset$i
7.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$		1-6, $\llcorner\ \lrcorner$i

Les deux thèses suivantes sont particulièrement révélatrices des divergences entre la Méréologie et les théories classiques des classes ou ensembles. Elles expriment en effet qu'aucune distinction n'est faite entre un objet individuel et la classe composée de cet objet. La première établit que tout objet est la classe de lui-même tandis que la seconde montre que tout objet est identique à la classe de lui-même.

T_M14: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon \mathrm{Kl}(A) \urcorner$

Lecture: Si A est un objet, alors A est la classe de lui-même.

Démonstration:

1.	A $A \varepsilon A$	Hyp.
2.	B $B \varepsilon A$	Hyp.
3.	$A \varepsilon A$	1, reit.
4.	$\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a .\supset A = B \urcorner$	T_O19
5.	$B = A$	2, 3, $\wedge$i, 4, $\llcorner\lrcorner$e, B/A, A/B, a/A, $\supset$e
6.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon \mathrm{el}(A) \urcorner$	T_M5
7.	$A \varepsilon \mathrm{el}(A)$	3, 6, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
8.	$B \varepsilon \mathrm{el}(A)$	5, 7, =e
9.	$B \varepsilon A \supset B \varepsilon \mathrm{el}(A)$	2-8, $\supset$i
10.	$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon A \supset B \varepsilon \mathrm{el}(A) \urcorner$	2-9, $\llcorner\lrcorner$i
11.	B $B \varepsilon \mathrm{el}(A)$	Hyp.
12.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon A \urcorner$	T_O15
13.	$B \varepsilon B$	11, 12, $\llcorner\lrcorner$e, A/B, a/el(A), $\supset$e
14.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon \mathrm{el}(A) \urcorner$	T_M5
15.	$B \varepsilon \mathrm{el}(B)$	13, 14, $\llcorner\lrcorner$e, A/B, $\supset$e
16.	$A \varepsilon A$	1, reit.
17.	$A \varepsilon A \wedge B \varepsilon \mathrm{el}(A) \wedge B \varepsilon \mathrm{el}(B)$	11, 15, 16, $\wedge$i
18.	$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(C) \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(B) \urcorner$	17, $\exists$i, A/C, B/D
19.	$B \varepsilon \mathrm{el}(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(C) \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(B) \urcorner$	11-18, $\supset$i
20.	$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon \mathrm{el}(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(C) \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(B) \urcorner \urcorner$	11-19, $\llcorner\lrcorner$i
21.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(A)$	1, 10, 20, $\wedge$i, Df_{KL}
22.	$A \varepsilon A \supset A \varepsilon \mathrm{Kl}(A)$	1-21, $\supset$i
23.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon \mathrm{Kl}(A) \urcorner$	1-22, $\llcorner\lrcorner$i

T_M15: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \equiv A = Kl(A) \urcorner$

Lecture: A est un objet si et seulement si A est identique à la classe de lui-même.

Démonstration:

1.	A	$A \varepsilon A$	Hyp.
2.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon Kl(A)) \urcorner$	T_M14
3.		$A \varepsilon Kl(A)$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset A = Kl(a) \urcorner$	T_M11
5.		$A = Kl(A)$	3, 4 $\llcorner\ \lrcorner$e, a/A, $\supset$e
6		$A \varepsilon A \supset A = Kl(A)$	1-5, $\supset$i
7.		$A = Kl(A)$	Hyp.
8.		$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A = B \equiv. A \varepsilon B \wedge B \varepsilon A \urcorner$	T_O9
9.		$A \varepsilon Kl(A) \wedge Kl(A) \varepsilon A$	7, 8, $\llcorner\ \lrcorner$e, B/Kl(A), $\equiv$e
10.		$A \varepsilon Kl(A)$	9, $\wedge$e
11.		$A = Kl(A) \supset A \varepsilon Kl(A) \urcorner$	7-10, $\supset$i
12.		$A \varepsilon A \equiv A = Kl(A)$	6, 11, $\equiv$i
13.		$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \equiv A = Kl(A) \urcorner$	1-12, $\llcorner\ \lrcorner$i

La thèse suivante est le pendant de la thèse T_M2, obtenue à partir de la définition Df_{Kl}; elle exprime en effet que si un objet est *a*, alors il est élément de la classe collective composée des objets *a*.

T_M16: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon el(Kl(a)) \urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si A est un des objets *a*, alors A est élément de la classe générée par les *a*.

Démonstration:

1.	Aa	$A \varepsilon a$	Hyp.
2.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \urcorner \urcorner$	Ax_M4
3.		$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \urcorner$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.		B $B \varepsilon Kl(a)$	Hyp.
5.		$B = Kl(a)$	4, T_M12
6.		$A \varepsilon a$	1, réit.
7.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon a \supset B \varepsilon el(A) \urcorner \urcorner$	T_M2
8.		$A \varepsilon a \supset A \varepsilon el(B)$	4, 7, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, B/A, $\supset$e
9.		$A \varepsilon el(B)$	6, 8, $\supset$e
10.		$A \varepsilon el(Kl(a))$	5, 9, =e
11.		$A \varepsilon el(Kl(a))$	3, 4, 10, $\exists$e
12.		$A \varepsilon a \supset A \varepsilon el(Kl(a))$	1-11, $\supset$i
13.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon el(Kl(a)) \urcorner$		1-12, $\llcorner\ \lrcorner$i

Nous avons démontré avec la thèse T_M13 que tout objet est élément de lui-même. Montrons maintenant que tout objet est la classe des éléments de lui-même.

T_M17: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon Kl(el(A))\urcorner$

Lecture: Si A est un objet, alors A est la classe des éléments de lui-même.

Démonstration:

1.	$A \varepsilon A$	Hyp.
2.	B $B \varepsilon el(A)$	Hyp.
3.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon A\urcorner$	T_O15
4.	$B \varepsilon B$	2, 3, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, a/el(A), $\supset$e
5.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon el(A)\urcorner$	T_M5
6.	$B \varepsilon el(B)$	4, 5, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, $\supset$e
7.	$B \varepsilon el(B)$	6, rép.
8.	$B \varepsilon el(A) \wedge B \varepsilon el(B) \wedge B \varepsilon el(B)$	2, 6, 7, $\wedge$i
9.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon el(A) \wedge B \varepsilon el(C) \wedge B \varepsilon el(B)\urcorner$	8, $\exists$i, B/C
10.	$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon el(A) \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B)\urcorner$	9, $\exists$i, B/D
11.	$B \varepsilon el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon el(A) \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B)\urcorner$	2-10, $\supset$i
12.	$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon el(A) \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B)\urcorner\urcorner$	2-11, $\llcorner\ \lrcorner$i
13.	$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset B \varepsilon el(A)\urcorner$	$T_{protothétique}$
14.	$A \varepsilon Kl(el(A))$	1, 12, 13, $\wedge$i, Df_{KL}
15.	$A \varepsilon A \supset A \varepsilon Kl(el(A))$	1-14, $\supset$i
16.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon Kl(el(A))\urcorner$	1-15, $\llcorner\ \lrcorner$i

Sur la base de ce dernier résultat, démontrons que si un objet A est un élément d'un objet B, alors B est une classe collective d'objets et que A est un de ces objets.

T_M18: $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \varepsilon el(B) \equiv \llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner \urcorner$

<u>*Lecture*</u>: A est élément de B si et seulement si il existe *a* tel que B est la classe des *a* et A est un des *a*.

Démonstration:

1.	AB | $A \varepsilon el(B)$	Hyp.
2.	$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \varepsilon el(B) \supset B \varepsilon B \urcorner$	T_M9
3.	$B \varepsilon B$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon Kl(el(A)) \urcorner$	T_M17
5.	$B \varepsilon Kl(el(B))$	3, 4, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, $\supset$e
6.	$B \varepsilon Kl(el(B)) \wedge A \varepsilon el(B)$	1, 5, $\wedge$i
7.	$\llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner$	6, $\exists$i, el(B)/a
8.	$A \varepsilon el(B) \supset \llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner$	1-7, $\supset$i
9.	$\llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner$	Hyp.
10.	a | $B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a$	Hyp.
11.	$B \varepsilon Kl(a)$	10, $\wedge$e
12.	$A \varepsilon a$	10, $\wedge$e
13.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon a \supset B \varepsilon el(A) \urcorner \urcorner$	T_M2
14.	$A \varepsilon el(B)$	11, 12, 13, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, B/A, $\supset$e
15.	$A \varepsilon el(B)$	9, 10-14, $\exists$e
16	$\llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner \supset A \varepsilon el(B)$	9-15, $\supset$i
17.	$A \varepsilon el(B) \equiv \llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner$	8, 16, $\equiv$i
18.	$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \varepsilon el(B) \equiv \llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner \urcorner$	1-17, $\llcorner\ \lrcorner$i

Ajoutons à ce résultat une thèse établissant que si A est élément de B, alors tout élément de A est élément de B. Nous l'exprimons avec le relateur de l'inclusion faible, défini dans l'Ontologie avec la thèse T_O6.

T_M19: $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \varepsilon el(B) \supset el(A) \subset el(B) \urcorner$

Lecture: Si A est élément de B, alors l'extension des éléments de A est incluse dans l'extension des éléments de B.

Démonstration:

1.	AB | $A \varepsilon el(B)$	Hyp.
2.	C | $C \varepsilon el(A)$	Hyp.
3.	$A \varepsilon el(B)$	1, réit.
4.	$C \varepsilon el(A) \wedge A \varepsilon el(B)$	2, 3, $\wedge$i
5.	$\llcorner ABC \lrcorner \ulcorner A \varepsilon el(B) \wedge B \varepsilon el(C). \supset A \varepsilon el(C) \urcorner$	T_M6
6.	$C \varepsilon el(B)$	4, 5, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, B/A, C/B, $\supset$e
7.	$C \varepsilon el(A) \supset C \varepsilon el(B)$	2-6, $\supset$i
8.	$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon el(A) \supset C \varepsilon el(B) \urcorner$	2-7, $\llcorner\ \lrcorner$i
9.	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \equiv \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset C \varepsilon b \urcorner \urcorner$	T_O6
10.	$el(A) \subset el(B)$	8, 9, $\llcorner\ \lrcorner$e, a/el(A), b/el(B), $\equiv$e
11.	$A \varepsilon el(B) \supset el(A) \subset el(B)$	1-10, $\supset$i
12.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon el(B) \supset el(A) \subset el(B) \urcorner$	1-11, $\llcorner\ \lrcorner$i

Nous achèverons cette série de démonstrations avec deux thèses fondamentales dans la perspective de cette sémantique méréologique. La première exprime qu'il n'y a pas de classe de classe collective. Ce faisant, elle établit que le foncteur «Kl» est un foncteur idempotent. Quant à la seconde, elle est liée au nom vide et montre qu'il ne génère aucune classe.

$T_M 20$: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \equiv A \varepsilon Kl(Kl(a)) \urcorner$

Lecture: A est la classe des *a* si et seulement si A est la classe de la classe des *a*.

Démonstration:

1.	Aa	$A \varepsilon Kl(a)$	Hyp.
2.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(a) \urcorner \urcorner$	$Ax_M 4$
3.		$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon Kl(Kl(a)) \urcorner$	1, 2, $\llcorner \; \lrcorner$e, a/Kl(a), $\supset$e
4.	B	$B \varepsilon Kl(Kl(a))$	Hyp.
5.		$A \varepsilon Kl(a)$	1, reit.
6.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset A = Kl(a) \urcorner$	$T_M 12$
7.		$A = Kl(a)$	5, 6, $\llcorner \; \lrcorner$e, $\supset$e
8.		$B \varepsilon Kl(A)$	4, 7, =e
9.		$A \varepsilon A$	5, $T_M 1$
10.		$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon Kl(A) \urcorner$	$T_M 14$
11.		$A \varepsilon Kl(A)$	9, 10, $\llcorner \; \lrcorner$e, $\supset$e
12.		$A \varepsilon Kl(A) \wedge B \varepsilon Kl(A)$	8, 11, $\wedge$i
13.		$\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \wedge B \varepsilon Kl(a). \supset A = B \urcorner$	$Ax_M 3$
14.		$A = B$	12, $\llcorner \; \lrcorner$e, a/A, $\supset$e
15.		$A \varepsilon Kl(Kl(a))$	4, 14, =e
16.		$A \varepsilon Kl(Kl(a))$	3, 4-15, $\exists$e
17.		$A \varepsilon Kl(a) \supset A \varepsilon Kl(Kl(a))$	1-16, $\supset$i
18.		$A \varepsilon Kl(Kl(a))$	Hyp.
19.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B) \urcorner \urcorner \urcorner$	$T_M 3$
20.		$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon Kl(a) \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B) \urcorner \urcorner$	18, 19, $\llcorner \; \lrcorner$e, $\supset$e
21.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon Kl(a) \supset A \varepsilon A \urcorner$	$T_M 1$
22.		$A \varepsilon A$	18, 21, $\llcorner \; \lrcorner$e, a/Kl(a), $\supset$e
23.		$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon el(A) \urcorner$	$T_M 5$
24.		$A \varepsilon el(A)$	22, 23, $\llcorner \; \lrcorner$e, $\supset$e
25.		$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon Kl(a) \wedge D \varepsilon el(C) \wedge D \varepsilon el(B) \urcorner$	20, 24, $\llcorner \; \lrcorner$e, B/A, $\supset$e

26.	CD $C \varepsilon \mathrm{Kl}(a) \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(C) \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(B)$	Hyp.
27.	$C \varepsilon \mathrm{Kl}(a)$	26, $\wedge$e
28.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \mathrm{Kl}(a) \supset A = \mathrm{Kl}(a) \urcorner$	$T_M 12$
29.	$C = \mathrm{Kl}(a)$	27, 28, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, $\supset$e
30.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(\mathrm{Kl}(a))$	18, reit.
31.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(C)$	29, 30, =e
32.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \mathrm{Kl}(a) \supset A \varepsilon A \urcorner$	$T_M 1$
33.	$C \varepsilon C$	27, 32, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, $\supset$e
34.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon A \supset A \varepsilon \mathrm{Kl}(A) \urcorner$	$T_M 14$
35.	$C \varepsilon \mathrm{Kl}(C)$	33, 34, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, $\supset$e
36.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(C) \wedge C \varepsilon \mathrm{Kl}(C)$	31, 35, $\wedge$i
37.	$\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \mathrm{Kl}(a) \wedge B \varepsilon \mathrm{Kl}(a). \supset A = B \urcorner$	$Ax_M 3$
38.	$A = C$	36, 37, $\llcorner\ \lrcorner$e, B/C, $\supset$e
39.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(a)$	27, 38, =e
40.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(a)$	26, 27-39, $\exists$e
41.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(\mathrm{Kl}(a) \supset A \varepsilon \mathrm{Kl}(a))$	18-40, $\supset$i
42.	$A \varepsilon \mathrm{Kl}(a) \equiv A \varepsilon \mathrm{Kl}(\mathrm{Kl}(a))$	17, 41, $\equiv$i
43.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \mathrm{Kl}(a) \equiv A \varepsilon \mathrm{Kl}((\mathrm{Kl}(a)) \urcorner$	1-42, $\llcorner\ \lrcorner$i

T_M21: $\lfloor A \rfloor \ulcorner \sim(A\ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\Lambda)) \urcorner$
Lecture: Quel que soit le nom A, il n'est pas le nom d'une classe engendrée par le nom vide.

Démonstration:

1.	$A \mid A\ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\Lambda)$	Hyp.
2.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(a) \supset \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ a \urcorner \urcorner$	T_M11
3.	$\lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ \Lambda \urcorner$	1, 2, $\lfloor\ \rfloor$e, a/Λ, ⊃e
4.	$B \mid B\ \varepsilon\ \Lambda$	Hyp.
5.	$\lfloor A \rfloor \ulcorner \sim(A\ \varepsilon\ \Lambda \urcorner$	T_O22
6.	$\sim(B\ \varepsilon\ \Lambda)$	5, $\lfloor\ \rfloor$e, A/Λ
7.	$\sim \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ \Lambda \urcorner$	4, 6, ~e
8.	$\sim \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ \Lambda \urcorner$	3, 4-7, ∃e
9.	$\sim(A\ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\Lambda))$	1, 3, 8, ~i
10.	$\lfloor A \rfloor \ulcorner \sim(A\ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\Lambda)) \urcorner$	1-9, $\lfloor\ \rfloor$i

En guise de conclusion à cette première partie démonstrative, nous inscrirons les définitions de deux nouvelles constantes nominales, de catégorie *N*. La première de ces définitions est celle de la classe singulière. Son *definiens* fait apparaître le foncteur d'existence «sing», défini dans l'Ontologie avec la thèse T_O3.

T_M22: $\lfloor A \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ \mathrm{SING}_{KL} \equiv.\ A\ \varepsilon\ A \wedge \mathrm{sing}(\mathrm{el}(\mathrm{Kl}(a)) \urcorner$
Lecture: A est une *classe singulière* si et seulement si A est un objet et le nom el(Kl(a)) dénote un et un seul objet.

Cette définition est l'expression formelle de l'interprétation assignée à la classe singulière dans la Méréologie. Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre II, une classe est une classe singulière pour autant qu'elle n'est composée que d'un seul élément. Dans la perspective de la Méréologie, cela signifie que cet élément n'est pas composé de parties, au sens attribué au terme «partie» par les axiomes 1 et 2.

Quant à la seconde définition, elle définit une constante nominale définissant logiquement le concept d'univers. Son *définiens* est construit avec la constante nominale du nom universel, défini dans l'Ontologie avec la thèse T_O20.

T_M23: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon U \equiv . A \varepsilon A \wedge A \varepsilon Kl(V) \urcorner$
<u>Lecture</u>: A est *l'univers* si et seulement si A est un nom d'objet et A est la classe des noms individuels.

3. Résolution de l'argument de De Morgan

Le moment est venu de retourner vers l'argument problématique de De Morgan et de lui apporter une solution formelle. Commençons par en rappeler sa formulation:

Tout homme est un animal.

Toute tête d'un homme est une tête d'un animal.

Nous avons vu dans le premier chapitre que la traduction de l'argument dans le langage symbolique du calcul des prédicats du premier ordre est:

[1] $(\forall x)(ax \supset bx)$
[2] $(\forall y)(\exists x)(ax \wedge ryx) \supset (\exists x)(bx \wedge ryx))$

En termes ensemblistes, il lui correspond la formulation suivante:

La classe des hommes est incluse dans la classe des animaux.

La classe des têtes des hommes est incluse dans la classe des têtes des animaux.

Comme nous nous sommes largement exprimée à ce sujet au début de notre ouvrage, l'inclusion entre la classe des hommes et la classe des animaux exclut les liens méréologiques que les hommes et les animaux entretiennent avec leurs parties. En d'autres termes, l'appartenance d'un objet à la classe des hommes étant univoquement déterminée par le concept «homme», les têtes des hommes n'appartiennent pas à la classe des hommes. De là il est impossible de former, à partir de l'extension composant la classe des hommes, une classe qui serait celle des têtes des hommes *et* incluse dans la classe des hommes. Toute interprétation distributive est contrainte de traiter une propriété telle que «être une tête d'un homme» comme une relation entre deux classes, la classe des têtes et celle des hommes. Nous ne revenons pas davantage sur l'analyse que nous avons faite. Nous ne faisons que rappeler le problème à résoudre, à savoir fournir à la procédure de validation syntaxique une réalisation sémantique rendant compte de la relation de partie à tout, *en tant que telle,* qui est en cause dans l'argument.

Disposant du foncteur «Kl» qui permet de briser la singularité des objets pour les aborder comme les unités collectives de leurs ingrédients, et disposant par ailleurs de la définition d'une relation d'ingrédience, la résolution de ce problème est dès lors possible.

Comme nous allons le montrer, la résolution de l'argument de De Morgan se joue sur l'articulation et la conciliation opérée par l'Ontologie et la Méréologie entre le niveau distributif, ou purement extensionnel, et le niveau collectif.

En premier lieu, il s'agit de traduire la prémisse «tout homme est un animal» dans la syntaxe de l'Ontologie, de manière à rendre compte de la relation d'inclusion renfermée dans cette proposition. Celle-ci est une proposition affirmative universelle. En termes de l'Ontologie, elle exprime un rapport d'inclusion entre les noms pluriels «homme» et «animal», soit, en termes extensionnels, un rapport d'inclusion entre les extensions des noms «homme» et «animal».

On se souvient que dans le précédent chapitre, certains relateurs inclusifs ont été définis, dont parmi eux ceux de l'inclusion forte et de l'inclusion faible. Rappelons en les définitions:

T_o6: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \equiv \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \,\varepsilon\, a \supset D \,\varepsilon\, b \urcorner \urcorner$
T_o7: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \equiv. \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, a \urcorner \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \,\varepsilon\, a \supset D \,\varepsilon\, b \urcorner \urcorner$

Ces thèses se lisent:

T_o6: le nom *a* est faiblement inclus dans le nom *b* si et seulement si pour tout D, si D est un des *a* alors D est un des *b*.
T_o7: le nom *a* est fortement inclus dans le nom *b* si et seulement si il existe un objet C qui est *a* et pour tout D, si D est un des *a* alors D est un des *b*.

Notons que, traditionnellement, on parle de quantification forte, présupposant l'existence du sujet, et de quantification faible, n'imposant aucun engagement existentiel. On rend compte de la quantification forte par la forme verbale «chaque *a* est *b*» tandis que la quantification faible, valant pour des termes sujets qui sont des noms vides, est traduite par la forme verbale «tout *a* est *b*». Dans le cas de l'argument de De Morgan, nous considérons –non sans raison- que nous avons affaire à une quantification forte et que, par conséquent, le relateur extensionnel adéquat est celui de l'inclusion forte. Ainsi, avec *a* pour le nom «homme» et *b* pour le nom «animal», la prémisse «tout homme est un animal», comprise au sens défini ci-dessus comme «chaque homme est un animal», se traduit par la proposition «$a \subseteq b$».

Partant du mode de désignation de l'extensionnel, on peut accéder dans la Méréologie à l'analyse collective des entités générées par les extensions. Le foncteur «Kl» permet alors de décrire la totalité générée par l'extension du nom «homme» et la totalité générée par l'extension du nom «animal» comme des touts collectifs, constitués de tous les ingrédients qui composent les hommes et les animaux. Par conséquent, partant de la prémisse exprimant que les hommes sont contenus dans les animaux, on doit pouvoir montrer que tout ingrédient d'un homme est un ingrédient d'un animal. Il nous reste donc à expliciter formellement cette articulation.

Deux solutions vont être proposées. La première se présente sous la formulation suivante:

[I] *Si l'extension des objets a est fortement incluse dans l'extension des objets b, alors tout élément d'un objet qui est un des a est élément de la classe collective générée par les objets b.*

Son expression formelle est:

$\blacklozenge \llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, a \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \, \varepsilon \, el(C) \supset D \, \varepsilon \, el(Kl(b)) \urcorner \urcorner \urcorner$

Relevons que cette formule peut s'abréger au moyen du relateur de l'inclusion faible (thèse $T_o 6$), comme suit:

$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, a \supset el(C) \subset el(Kl(b)) \urcorner \urcorner$

La seconde solution se formule ainsi:

[II] *Si l'extension des objets a est fortement incluse dans l'extension des objets b, alors l'extension des éléments de la classe collective générée par les objets a est fortement incluse dans l'extension des éléments de la classe collective générée par les objets b.*

Son expression formelle est:

$\blacklozenge \llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b) \urcorner$

La démonstration formelle de la première thèse sera produite sur la base des quatre axiomes et des deux définitions de l'axiomatique, ainsi que dans le prolongement des thèses déjà démontrées. Pour la seconde, nous ajouterons la définition d'un foncteur nouveau que nous donnerons en temps voulu.

3.1. Première résolution

Commençons par établir la thèse [I]. Pour ce faire, démontrons en premier lieu la thèse suivante:

T_M24: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \: a \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \: \varepsilon \: el(A) \supset B \: \varepsilon \: el(Kl(a))\urcorner\urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si A est un des *a*, alors pour tout B, si B est un élément de A alors B est un élément de la classe des objets *a*.

La démonstration de la thèse T_M24 utilise deux thèses de la Méréologie précédemment démontrées: les thèses T_M16 et T_M6. La première exprime que tout objet qui est *a* est élément de la classe collective des *a*. La seconde exprime la propriété de transitivité de la relation «être élément de». Soient:

T_M16: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \: a \supset A \: \varepsilon \: el(Kl(a))\urcorner$
T_M6: $\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \: el(B) \wedge B \: \varepsilon \: el(C) \: .\!\supset A \: \varepsilon \: el(C)\urcorner$

Démonstration:

1.	Aa	$A \: \varepsilon \: a$	Hyp.
2.	B	$B \: \varepsilon \: el(A)$	Hyp.
3.		$A \: \varepsilon \: a$	1, reit.
4.		$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \: a \supset A \: \varepsilon \: el \: (Kl(a))\urcorner$	T_M16
5.		$A \: \varepsilon \: a \supset A \: \varepsilon \: el \: (Kl(a))$	4, $\lfloor \; \rfloor$e
6.		$A \: \varepsilon \: el \: (Kl(a))$	3, 5, $\supset$e
7.		$B \: \varepsilon \: el(A) \wedge A \: \varepsilon \: el \: (Kl(a))$	2, 5, $\wedge$i
8.		$\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \: el(B) \wedge B \: \varepsilon \: el(C). \supset A \: \varepsilon \: el(C)\urcorner$	T_M6
9.		$B \: \varepsilon \: el(A) \wedge A \: \varepsilon \: el(Kl(A)). \supset B \: \varepsilon \: el(Kl(a))$	8, $\lfloor \; \rfloor$e, A/B, B/A, C/Kl(a)
10.		$B \: \varepsilon \: el(Kl(a))$	7, 9, $\supset$e
11.		$B \: \varepsilon \: el(A) \supset B \: \varepsilon \: el(Kl(a))$	2-10, $\supset$i
12.		$\lfloor B \rfloor \ulcorner B \: \varepsilon \: el(A) \supset B \: \varepsilon \: el(Kl(a))\urcorner$	2-11, $\lfloor \; \rfloor$i
13.		$A \: \varepsilon \: a \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \: \varepsilon \: el(A) \supset B \: \varepsilon \: el(Kl(a))\urcorner$	1-12, $\supset$i
14.		$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \: \varepsilon \: a \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \: \varepsilon \: el(A) \supset B \: \varepsilon \: el \: (Kl(a))\urcorner\urcorner$	1-13, $\lfloor \; \rfloor$i

Avant de poursuivre, notons que cette thèse valide un argument tel que, par exemple, *Socrate est un homme, donc la tête de Socrate est la tête d'un homme.* Plongé dans une sémantique distributive, Socrate est le seul élément de la classe singulière composée de Socrate. Par contre, dans la Méréologie où tout objet peut être conçu comme la totalité de ses ingrédients, si Socrate appartient bien à la classe de Socrate, il n'est pas le seul élément de la classe de Socrate. En tant qu'entité individuelle, il vaut comme élément de lui-même, mais il est également le tout composé de ses éléments constitutifs.

Ayant – pour ainsi dire – rétabli Socrate dans sa dignité ontologique d'agrégat, démontrons maintenant la première thèse annoncée, celle exprimant que si l'extension du nom *a* est fortement incluse dans l'extension du nom *b*, alors tout élément d'un objet *a* est élément de la classe collective générée par les *b*.

T_M25: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon el(C) \supset D \varepsilon el(Kl(b)) \urcorner \urcorner \urcorner$

Démonstration:

1.	ab	$a \subseteq b$	Hyp.
2.		$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \equiv. \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \urcorner \wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset C \varepsilon b \urcorner \urcorner$	T_O7
3.		$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner c \varepsilon a \urcorner \wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset C \varepsilon b \urcorner$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\equiv$e
4.		$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset C \varepsilon b \urcorner$	3, $\wedge$e
5.	C	$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset C \varepsilon b \urcorner$	4, reit.
6.		$C \varepsilon a \supset C \varepsilon b$	5, $\llcorner\ \lrcorner$e
7.		$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset B \varepsilon el(Kl(a)) \urcorner \urcorner$	T_M24
8.		$C \varepsilon b \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon el(C) \supset D \varepsilon el(Kl(b)) \urcorner$	7, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, a/b, B/D
9.		$C \varepsilon a \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon el(C) \supset D \varepsilon el(Kl(b)) \urcorner$	6, 8, transitivité de $\supset$
10.		$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon el(C) \supset D \varepsilon el(Kl(b)) \urcorner \urcorner$	5-9, $\llcorner \lrcorner$i
11.		$a \subseteq b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon el(C) \supset D \varepsilon el\ (Kl(b)) \urcorner \urcorner$	1-10, $\supset$i
12.		$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon el(C) \supset D \varepsilon el\ (Kl(b)) \urcorner \urcorner \urcorner$	1-11, $\llcorner \lrcorner$i

Nous voici donc parvenue, avec cette thèse, à une résolution formelle de l'argument de De Morgan sous l'angle attendu. La tête d'un objet C qui est un homme étant un élément de l'objet C, la tête en question est également un élément de la classe collective composée des animaux.

Venons en à l'établissement de la seconde thèse. C'est à elle que nous accorderons notre préférence, pour des raisons que nous expliciterons une fois démontrée cette thèse.

3.2. Seconde résolution

La démonstration de la thèse [II] se fera sur la base d'un foncteur nouveau, celui d'*ensemble collectif*, symboliquement «st». La définition de ce foncteur peut s'inscrire à la suite des six thèses composant l'axiomatique. Nous aurions pu l'introduire lors de la présentation de cette dernière. Si nous ne l'avons pas fait c'est pour ne pas surcharger la première partie de ce chapitre.

Ce foncteur est, comme les précédents foncteurs méréologiques, un foncteur nominal à un argument nominal, de catégorie *N/N*. Sa définition est la suivante:

Df$_{ST}$:
$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \mathrm{st}(a) \equiv . A \varepsilon A \wedge \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon \mathrm{el}(A) \supset$
$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \wedge C \varepsilon \mathrm{el}(A) \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(B) \wedge D \varepsilon \mathrm{el}(C) \urcorner \urcorner \urcorner$
Lecture: A est un ensemble collectif si et seulement si les deux conditions suivantes sont remplies:

i) A est un objet.
ii) Si B est un élément de A alors il existe C et D tels que C est un des *a* et est un élément de A et D est un élément de B et élément de C.

On constate que la définition de la classe collective est affaiblie en ce sens que l'on n'exige pas que tout ce qui est *a* soit élément d'un ensemble collectif. L'ensemble collectif s'apparente d'une certaine manière avec la notion de sous-ensemble ou de partie, au sens ensembliste usuel. Cependant la différence essentielle est qu'un ensemble collectif d'objet *a* et le nom *a* appartiennent à la même catégorie sémantique. Par ailleurs, comme on pourra le vérifier avec les thèses suivantes, il conserve les propriétés attachées à la classe collective.

Illustrons cette définition avec un exemple. Considérons trois objets C_1, C_2 et C_3, désignés par le nom pluriel *a*. On a dès lors sept ensembles collectifs, composés des objets suivants:

C_1; C_2; C_3; C_1 C_2; C_1 C_3; C_2 C_3; C_1 C_2 C_3.

De manière générale, pour un domaine composé de k objets, on dénombre 2^k-1 ensembles collectifs.

Cela dit concernant ce nouveau foncteur, il nous faut établir un certain nombre de thèses préliminaires à la démonstration de la seconde thèse.

•*Thèses préliminaires:*

Nous inscrivons tout d'abord les deux thèses découlant des deux conjonctions composant le *definiens* de la définition du foncteur «st»:

T_M26: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon st(a) \supset A \varepsilon A \urcorner$

T_M27: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon st(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon el(A) \supset$
$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \wedge C \varepsilon el(A) \wedge D \varepsilon el(B) \wedge D \varepsilon el(C) \urcorner \urcorner \urcorner$

Poursuivons avec trois thèses, démontrables à partir de la définition Df_{ST} et de thèses dont nous disposons déjà. La première montre que la classe collective des *a* est un ensemble collectif de *a*. La seconde établit qu'un objet A est un ensemble collectif de *a* pour autant qu'il existe au moins un objet qui est *a*. Quant à la troisième, elle montre que si un objet est *a*, alors cet objet est un ensemble collectif de *a*.

T_M28: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset A \,\varepsilon\, st(a) \urcorner$

__Lecture__: Si A est la classe des objets *a*, alors A est un ensemble collectifs d'objets *a*.

Démonstration:

1.	Aa | $A \,\varepsilon\, Kl(a)$	Hyp.
2.	B | $B \,\varepsilon\, el(A)$	Hyp.
3.	$A \,\varepsilon\, Kl(a)$	1, réit.
4.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \,\varepsilon\, el(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \urcorner \urcorner \urcorner$	T_M3
5.	$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \urcorner$	2, 3, 4, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
6.	CD | $C \,\varepsilon\, a \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \wedge D \,\varepsilon\, el(B)$	Hyp.
7.	$C \,\varepsilon\, a$	6, $\wedge$e
8.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \,\varepsilon\, a \supset B \,\varepsilon\, el(A) \urcorner \urcorner$	T_M2
9.	$C \,\varepsilon\, el(A)$	1, 7, 8, $\lfloor\ \rfloor$e, B/C, $\supset$e
10.	$C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, el(A) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \wedge D \,\varepsilon\, el(C)$	6, 9, $\wedge$i
11.	$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, el(A) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \urcorner$	10, $\exists$i
12.	$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, el(C) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \urcorner$	5, 6-11, $\exists$e
13.	$B \,\varepsilon\, el(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \urcorner$	2-12, $\supset$i
14.	$\lfloor B \rfloor \ulcorner B \,\varepsilon\, el(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, el(C) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \urcorner \urcorner$	2-13, $\lfloor\ \rfloor$i
15.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset A \,\varepsilon\, A \urcorner$	T_M1
16.	$A \,\varepsilon\, A$	1, 15, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
17.	$A \,\varepsilon\, st(a)$	14, 16, $\wedge$i, Df_{ST}
18.	$A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset A \,\varepsilon\, st(a)$	1-17, $\supset$i
19.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, Kl(a) \supset A \,\varepsilon\, st(a) \urcorner$	1-18, $\lfloor\ \rfloor$i

T_M29: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, st(a) \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner \urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si A est un ensemble collectif de *a*, alors il y a au moins un objet qui est *a*.

Démonstration:

1.	Aa | $A \,\varepsilon\, st(a)$	Hyp.
2.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, st(a) \supset A \,\varepsilon\, A \urcorner$	T_M26
3.	$A \,\varepsilon\, A$	1, 2, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
4.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, A \supset A \,\varepsilon\, el(A) \urcorner$	T_M5
5.	$A \,\varepsilon\, el(A)$	3, 4, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
6.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, st(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, el(A) \wedge D \,\varepsilon\, el(B) \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \urcorner$	T_M27
7.	$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, el(A) \wedge D \,\varepsilon\, el(A) \wedge D \,\varepsilon\, el(C) \urcorner$	1, 5, 6, $\llcorner\lrcorner$e, B/A, $\supset$e
8.	CD | $C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, el(A) \wedge D \,\varepsilon\, el(A) \wedge D \,\varepsilon\, el(C)$	Hyp.
9.	$C \,\varepsilon\, a$	8, $\wedge$i
10.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner$	9, $\exists$i, C/B
11.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner$	7, 8-10, $\exists$e
12.	$A \,\varepsilon\, st(a) \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner$	1-11, $\supset$i
13.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, st(a) \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, a \urcorner \urcorner$	1-12, $\llcorner\lrcorner$i

T_M30: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset A\ \varepsilon\ st(a) \urcorner$

<u>Lecture</u>: Si A est un des objets *a*, alors A est un ensemble collectif d'objets *a*.

Démonstration:

1.	Aa | $A\ \varepsilon\ a$	Hyp.
2.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset A\ \varepsilon\ A \urcorner$	T_O15
3.	$A\ \varepsilon\ A$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.	B | $B\ \varepsilon\ el(A)$	Hyp.
5.	$A\ \varepsilon\ a$	1, réit.
6.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset A\ \varepsilon\ el(A) \urcorner$	T_M4
7.	$A\ \varepsilon\ el(A)$	5, 6, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
8.	$B\ \varepsilon\ el(B)$	4, 6, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, a/el(A), $\supset$e
9.	$A\ \varepsilon\ a \wedge A\ \varepsilon\ el(A) \wedge B\ \varepsilon\ el(B) \wedge B\ \varepsilon\ el(A)$	4, 5, 7, 8, $\wedge$i
10.	$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge C\ \varepsilon\ el(A) \wedge D\ \varepsilon\ el(B) \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \urcorner$	9, $\exists$i, A/C, B/D
11.	$B\ \varepsilon\ el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge C\ \varepsilon\ el(A) \wedge D\ \varepsilon\ el(B) \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \urcorner$	4-10, $\supset$i
12.	$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge C\ \varepsilon\ el(A) \wedge D\ \varepsilon\ el(B) \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \urcorner \urcorner$	4-11, $\llcorner\ \lrcorner$i
13.	$A\ \varepsilon\ st(a)$	3, 12, $\wedge$i, Df_{ST}
14.	$A\ \varepsilon\ a \supset A\ \varepsilon\ st(a)$	1-13, $\supset$i
15.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset A\ \varepsilon\ st(a) \urcorner$	1-14, $\llcorner\ \lrcorner$i

Poursuivons avec deux thèses établissant respectivement que si A est la classe des ensembles collectifs d'objets *a*, alors A est la classe des objets *a*, et vice-versa. La première nécessite une thèse intermédiaire, soit:

T_M31: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(st(a)) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \wedge D\ \varepsilon\ el(B) \urcorner \urcorner \urcorner$

<u>Lecture:</u> Si A est la classe des ensembles collectifs de *a*, alors si B est élément de A, alors pour quelque C et D, C est *a* et D est élément de C et D est élément de B.

Démonstration:

1.	Aa	$A \ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\mathrm{st}(a))$	Hyp.
2.	B	$B \ \varepsilon\ \mathrm{el}(A)$	Hyp.
3.		$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ a \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner \urcorner \urcorner$	$\mathrm{T_M}3$
4.		$A \ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\mathrm{st}(a))$	1, réit.
5.		$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ \mathrm{st}(a) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner$	2, 3, 4, $\lfloor\ \rfloor$e, a/st(a), $\supset$e
6.	CD	$C \ \varepsilon\ \mathrm{st}(a) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B)$	Hyp.
7.		$C \ \varepsilon\ \mathrm{st}(a)$	6, $\wedge$e
8.		$D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C)$	6, $\wedge$e
9.		$D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B)$	6, $\wedge$e
10.		$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \ \varepsilon\ \mathrm{st}(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \supset \lfloor \exists EF \rfloor \ulcorner E \ \varepsilon\ a \wedge E \ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(E) \urcorner \urcorner \urcorner$	$\mathrm{T_M}27$
11.		$\lfloor \exists EF \rfloor \ulcorner E \ \varepsilon\ a \wedge E \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(D) \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(E) \urcorner$	7, 8, 10, $\lfloor\ \rfloor$e, A/C, B/D, $\supset$e
12.	EF	$E \ \varepsilon\ a \wedge E \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(D) \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(E)$	Hyp.
13.		$E \ \varepsilon\ a$	12, $\wedge$e
14.		$F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(D)$	12, $\wedge$e
15.		$D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B)$	9, réit.
16.		$\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A \ \varepsilon\ \mathrm{al}(B) \wedge B \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) . \supset A \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \urcorner$	$\mathrm{T_M}6$
17.		$F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B)$	14, 15, $\wedge$i, 16, $\lfloor\ \rfloor$e, A/F, B/D, C/B, $\supset$e
18.		$F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(E)$	12, $\wedge$e
19.		$E \ \varepsilon\ a \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(E) \wedge F \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B)$	13, 17, 18, $\wedge$i
20.		$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ a \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner$	19, $\exists$i, E/C, F/D
21.		$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ a \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner$	11, 12-20, $\exists$e
22.		$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ a \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner$	5, 6-21, $\exists$e
23.		$B \ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ a \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner$	2-22, $\supset$i
24.		$\lfloor B \rfloor \ulcorner B \varepsilon \mathrm{el}(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \varepsilon a \wedge D \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner \urcorner$	2-23, $\lfloor\ \rfloor$i
25.		$A \ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\mathrm{st}(a)) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ a \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner \urcorner$	1-24, $\supset$i
26.		$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \ \varepsilon\ \mathrm{Kl}(\mathrm{st}(a)) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \ \varepsilon\ \mathrm{el}(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \ \varepsilon\ a \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(C) \wedge D \ \varepsilon\ \mathrm{el}(B) \urcorner \urcorner \urcorner$	1-25, $\lfloor\ \rfloor$i

T_M32: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(st(a)) \supset A\ \varepsilon\ Kl(a) \urcorner$

Lecture: Si A est la classe des ensembles collectifs d'objets *a*, alors A est la classe des objets *a*.

Démonstration:

1.	Aa $A\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	Hyp.
2.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A\ \varepsilon\ A \urcorner$	T_M1
3.	$A\ \varepsilon\ A$	1, 2, $\lfloor\ \rfloor$e, a/st(a), $\supset$e
4.	B $B\ \varepsilon\ a$	Hyp.
5.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset A\ \varepsilon\ st(a) \urcorner$	T_M30
6.	$B\ \varepsilon\ st(a)$	4, 5, $\lfloor\ \rfloor$e, A/B, $\supset$e
7.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ el(a) \supset B\ \varepsilon\ el(A) \urcorner \urcorner$	T_M2
8.	$A\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	1, réit.
9.	$B\ \varepsilon\ el(A)$	6, 7, 8 $\lfloor\ \rfloor$e, a/st(a), $\supset$e
10.	$B\ \varepsilon\ a \supset B\ \varepsilon\ el(A)$	4-9, $\supset$i
11.	$\lfloor B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ a \supset B\ \varepsilon\ el(A) \urcorner$	4-10 , $\lfloor\ \rfloor$i
12.	B $B\ \varepsilon\ el(A)$	Hyp.
13.	$A\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	1, réit.
14.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(st(a)) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ el(A) \supset$ $\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \wedge D\ \varepsilon\ el(B) \urcorner \urcorner \urcorner$	T_M31
15.	$\lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \wedge D\ \varepsilon\ el(B) \urcorner$	12, 13, 14, $\lfloor\ \rfloor$e, $\supset$e
16.	$B\ \varepsilon\ el(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \wedge D\ \varepsilon\ el(B) \urcorner$	12-15, $\supset$i
17.	$\lfloor B \rfloor \ulcorner B\ \varepsilon\ el(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C\ \varepsilon\ a \wedge D\ \varepsilon\ el(C) \wedge$ $D\ \varepsilon\ el(B) \urcorner \urcorner$	12-16, $\lfloor\ \rfloor$i
18.	$A\ \varepsilon\ Kl(a)$	3, 11, 17, $\wedge$i, Df_{KL}
19.	$\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(st(a)) \supset A\ \varepsilon\ Kl(a) \urcorner$	1-18, $\lfloor\ \rfloor$i

Démontrons maintenant la converse de cette thèse.

T_M33: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A\ \varepsilon\ Kl(st(a))\urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si A est la classe des objets *a*, alors A est la classe des ensembles collectifs d'objets *a*.

Démonstration:

1.	Aa $A\ \varepsilon\ Kl(a)$	Hyp.
2.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A\ \varepsilon\ st(a)\urcorner$	T_M28
3.	$A\ \varepsilon\ st(a)$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ Kl(a)\urcorner\urcorner$	Ax_M4
5.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ Kl(st(a))\urcorner$	3, 4, $\llcorner\ \lrcorner$e, a/st(a), $\supset$e
6.	B $B\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	Hyp.
7.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(st(a)) \supset A\ \varepsilon\ Kl(a)\urcorner$	T_M32
8.	$B\ \varepsilon\ Kl(a)$	6, 7, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, $\supset$e
9.	$A\ \varepsilon\ Kl(a)$	1, réit.
10.	$A\ \varepsilon\ Kl(a) \wedge B\ \varepsilon\ Kl(a)$	8, 9, $\wedge$i
11.	$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \wedge B\ \varepsilon\ Kl(a) .\supset A = B)\urcorner$	Ax_M3
12.	$A = B$	10, 11, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
13.	$A\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	6, 12, =e
14.	$A\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	5, 6-13, $\exists$e
15.	$A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	1-14, $\supset$i
16.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A\ \varepsilon\ (Kl(st(a))\urcorner$	1-15, $\llcorner\ \lrcorner$i

La dernière des thèses préliminaires à la démonstration de la thèse [II] exprime que tout ensemble collectif d'objets *a* est élément de la classe collective des *a*:

T_M34: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ st(a) \supset A\ \varepsilon\ el(Kl(a)) \urcorner$

Lecture: Si A est un ensemble collectif d'objets *a*, alors A est un élément de la classe collective des objets *a*.

Démonstration:

1.	Aa | $A\ \varepsilon\ st(a)$	Hyp.
2.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ st(a) \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ a \urcorner \urcorner$	T_M29
3.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ a \urcorner$	1, 2, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
4.	B | $B\ \varepsilon\ a$	Hyp.
5.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ Kl(a) \urcorner \urcorner$	Ax_M4
6.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ Kl(a) \urcorner$	4, 6, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/B, $\supset$e
7.	C | $C\ \varepsilon\ Kl(a)$	Hyp.
8.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A\ \varepsilon\ Kl(st(a)) \urcorner$	T_M33
9.	$C\ \varepsilon\ Kl(st(a))$	7, 8, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, $\supset$e
10.	$A\ \varepsilon\ st(a)$	1, réit.
11.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B\ \varepsilon\ a \supset B\ \varepsilon\ el(A) \urcorner \urcorner$	T_M2
12.	$A\ \varepsilon\ el(C)$	9, 10, 11, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, a/st(a), B/A, $\supset$e
13.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ Kl(a) \supset A = Kl(a) \urcorner$	T_M12
14.	$C = Kl(a)$	7, 13, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, $\supset$e
15.	$A\ \varepsilon\ el(Kl(a))$	12, 14, =e
16.	$A\ \varepsilon\ el(Kl(a))$	6, 7-15, $\exists$e
17.	$A\ \varepsilon\ el(Kl(a))$	3, 4-16, $\exists$e
18.	$A\ \varepsilon\ st(a) \supset A\ \varepsilon\ el(Kl(a))$	1-17, $\supset$i
19.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ st(a) \supset A\ \varepsilon\ el(Kl(a)) \urcorner$	1-18, $\llcorner\ \lrcorner$i

• *La seconde thèse*

Sa démonstration exige encore deux thèses. Celles-ci se démontrent sut la base des résultats qui viennent d'être établis. Abordons tout d'abord la première. Celle-ci exprime que si le nom *a* est faiblement inclus dans le nom *b* et A est la classe des *a*, alors la classe des objets *a* est un ensemble collectif d'objets *b*. Pour des raisons d'économie démonstrative, nous avons préféré cette thèse à la thèse énonçant que si le nom *a* et le nom *b* sont dans une relation d'inclusion forte alors la classe des objets *a* est un ensemble collectif d'objets *b*.

T_M35: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \wedge A \,\varepsilon\, Kl(a) \,.\!\supset A \,\varepsilon\, st(b) \urcorner$

<u>*Lecture*</u>: Si l'extension des objets *a* est faiblement incluse dans l'extension des objets *b* et A est la classe des objets *a*, alors A est un ensemble collectif d'objets *b*.

Démonstration:

1.	abA $a \subset b \wedge A \,\varepsilon\, \mathrm{Kl}(a)$	Hyp.
2.	$a \subset b$	1, $\wedge$e
3.	$A \,\varepsilon\, \mathrm{Kl}(a)$	1, $\wedge$e
4.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, \mathrm{Kl}(a) \supset A \,\varepsilon\, \mathrm{st}(a) \urcorner$	T_M28
5.	$A \,\varepsilon\, \mathrm{st}(a)$	3, 4, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
6.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, \mathrm{Kl}(a) \supset A \,\varepsilon\, A \urcorner$	T_M1
7.	$A \,\varepsilon\, A$	3, 6, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
8.	B $B \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A)$	Hyp.
9.	$A \,\varepsilon\, \mathrm{st}(a)$	5, réit.
10.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \,\varepsilon\, \mathrm{st}(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \supset$ $\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C) \urcorner\urcorner\urcorner$	T_M27
11.	$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C) \urcorner$	8, 9, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
12.	CD $C \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C)$	Hyp.
13.	$C \,\varepsilon\, a$	12, $\wedge$e
14.	$C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C)$	12, $\wedge$e
15.	$a \subset b$	2, réit.
16.	$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, a \supset C \,\varepsilon\, b \urcorner$	15, T_O6, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
17.	$C \,\varepsilon\, b$	13, 16, $\llcorner\lrcorner$e, $\supset$e
18.	$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, b \wedge C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C) \urcorner$	14, 17, $\wedge$i, $\exists$i
19.	$\llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, b \wedge C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C) \urcorner$	11, 12,18, $\exists$e
20.	$B \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, b \wedge C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge$ $D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C) \urcorner$	8-19, $\supset$i
21.	$\llcorner B \lrcorner \ulcorner B \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \,\varepsilon\, b \wedge C \,\varepsilon\, \mathrm{el}(A) \wedge$ $D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(B) \wedge D \,\varepsilon\, \mathrm{el}(C) \urcorner\urcorner$	8-20, $\llcorner\lrcorner$i
22.	$A \,\varepsilon\, \mathrm{st}(b)$	7, 21, $\wedge$i, Df_{ST}
23.	$a \subset b \wedge A \,\varepsilon\, \mathrm{Kl}(a). \supset A \,\varepsilon\, \mathrm{st}(b)$	1-22, $\supset$i
24.	$\llcorner abA \lrcorner \ulcorner a \subset b \wedge A \,\varepsilon\, \mathrm{Kl}(a). \supset A \,\varepsilon\, \mathrm{st}(b) \urcorner$	1-23, $\llcorner\lrcorner$i

Quant à l'ultime étape avant l'établissement de la thèse annoncée, c'est la démonstration d'une thèse exprimant que si le nom *a* et le nom *b* sont dans un rapport d'inclusion forte, alors la classe collective générée par les objets *a* est élément de la classe collective générée par les objets *b*.

Il s'agit donc d'une thèse qui exprime un rapport d'inclusion singulière entre l'entité collective Kl(a) et l'extension des éléments de la classe collective de la classe générée par les *b*.

T_M36: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset Kl(a) \; \varepsilon \; el(Kl(b)) \urcorner$

Lecture: Si l'extension du nom *a* est fortement incluse dans l'extension du nom *b*, alors la classe des objets *a* est élément de la classe des objets *b*.

Démonstration:

1.	ab $\;\mid\;$ $a \subseteq b$	Hyp.
2.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \; \varepsilon \; a \urcorner \wedge a \subset b$	1, T_O7
3.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \; \varepsilon \; a \urcorner$	2, $\wedge$e
4.	$a \subset b$	2, $\wedge$e
5.	C $\;\mid\;$ $C \; \varepsilon \; a$	Hyp.
6.	$\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \; \varepsilon \; a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \; \varepsilon \; Kl(a) \urcorner \urcorner$	Ax_M4
7.	$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \; \varepsilon \; Kl(a) \urcorner$	5, 6, $\llcorner \; \lrcorner$e, A/C, $\supset$e
8.	B $\;\mid\;$ $B \; \varepsilon \; Kl(a)$	Hyp.
9.	$a \subset b$	4, réit.
10.	$a \subset b \wedge B \; \varepsilon \; Kl(a)$	8, 9, $\wedge$i
11.	$\llcorner abA \lrcorner \ulcorner a \subset b \wedge A \; \varepsilon \; Kl(a). \supset A \; \varepsilon \; st(b) \urcorner$	T_M35
12.	$B \; \varepsilon \; st(b)$	10, 11, $\llcorner \; \lrcorner$e, A/B, $\supset$e
13.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \; \varepsilon \; st(a) \supset A \; \varepsilon \; el(Kl(a)) \urcorner$	T_M34
14.	$B \; \varepsilon \; el(Kl(b))$	12, 13, $\llcorner \; \lrcorner$e, A/B, a/b, $\supset$e
15.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \; \varepsilon \; Kl(a) \supset A = Kl(a) \urcorner$	T_M12
16.	$B = Kl(a)$	8, 15, $\llcorner \; \lrcorner$e, A/B, $\supset$e
17.	$Kl(a) \; \varepsilon \; el(Kl(b))$	14, 16, =e
18.	$Kl(a) \; \varepsilon \; el(Kl(b))$	7, 8-17, $\exists$e
19.	$Kl(a) \; \varepsilon \; el(Kl(b))$	3, 5-18, $\exists$e
20.	$a \subseteq b \supset Kl(a) \; \varepsilon \; el(Kl(b))$	1-19, $\supset$i
21.	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset Kl(a) \; \varepsilon \; el(Kl(b)) \urcorner$	1-20, $\llcorner \; \lrcorner$i

Démontrons enfin la seconde thèse:

T_M37: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b))\urcorner$

Démonstration:

1.	ab $a \subseteq b$	Hyp.
2.	C $C\ \varepsilon\ el(Kl(a))$	Hyp.
3.	$a \subseteq b$	1, réit.
4.	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset Kl(a)\ \varepsilon\ el(Kl(b))\urcorner$	T_M36
5.	$Kl(a)\ \varepsilon\ el(Kl(b))$	3, 4, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\supset$e
6.	$\llcorner ABC \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ el(B) \wedge B\ \varepsilon\ el(C). \supset A\ \varepsilon\ el(C)\urcorner$	T_M6
7.	$C\ \varepsilon\ el(Kl(a)) \wedge Kl(a)\ \varepsilon\ el(Kl(b))$	2, 5, $\wedge$i
8.	$C\ \varepsilon\ el(Kl(b))$	6, 7, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, B/Kl(a), C/Kl(b), $\supset$e
9.	$C\ \varepsilon\ el(Kl(a)) \supset C\ \varepsilon\ el(Kl(b))$	2-8, $\supset$i
10.	$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ el(Kl(a)) \supset C\ \varepsilon\ el(Kl(b))\urcorner$	2-9, $\llcorner\ \lrcorner$i
11.	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \equiv . \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \urcorner \wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a \supset C\ \varepsilon\ b\urcorner\urcorner$	T_07
12.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ a\urcorner$	1, 11, $\llcorner\ \lrcorner$e, $\equiv$e, $\wedge$e
13	C $C\ \varepsilon\ a$	Hyp.
14.	$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ a \supset A\ \varepsilon\ el(Kl(a))\urcorner$	T_M16
15.	$C\ \varepsilon\ el(Kl(a))$	13, 14, $\llcorner\ \lrcorner$e, A/C, $\supset$e
16.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ el(Kl(a))\urcorner$	15, $\exists$i
17.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ el(Kl(a))\urcorner$	12, 13-16, $\exists$e
18.	$\llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ el(Kl(a))\urcorner \wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ el(Kl(a)) \supset$ $C\ \varepsilon\ el(Kl(b)\urcorner$	10, 17, $\wedge$i
19.	$el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b)) \equiv \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ el(Kl(a))\urcorner \wedge$ $\llcorner C \lrcorner \ulcorner C\ \varepsilon\ el(Kl(a)) \supset C\ \varepsilon\ el(Kl(b))\urcorner\urcorner$	11, $\llcorner\ \lrcorner$e, a/el(Kl(a)), b/el(Kl(b))
20.	$el(Kl(a) \subseteq el(Kl(b))$	18, 19, $\equiv$e
21.	$a \subseteq b \supset el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b))$	1-20, $\supset$i
22.	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b))\urcorner$	1-21, $\llcorner\ \lrcorner$i

L'argument de De Morgan est donc également validé par cette dernière thèse. Une tête d'homme étant un élément de la classe collective conçue à partir des objets *a*, elle est aussi un élément de la classe collective conçue à partir des objets *b*.

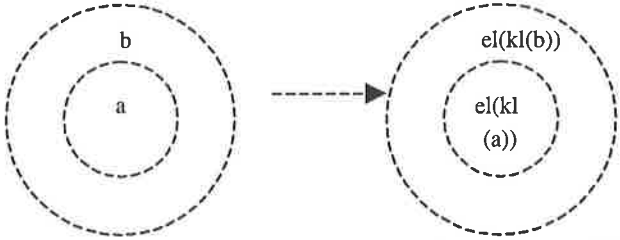
3.3. Remarques finales

Deux thèses de la Méréologie sont ainsi en présence qui ne diffèrent l'une de l'autre, dira-t-on, que par une nuance expressive. La première dit en substance que si les objets *a* sont contenus dans les objets *b*, alors tout élément d'un objet *a* est élément de la classe collective générée par les objets *a*. La seconde dit que si les objets *a* sont contenus dans les objets *b*, alors les éléments de la classe de la classe collective générée par les objets *a* sont contenus dans les éléments de la classe collective générée par les *b*. Cependant cette nuance est à notre avis essentielle, ou pour le moins révélatrice du pas accompli. Car si chacune des thèses valide l'argument de De Morgan, la seconde est l'expression formelle parfaite du passage opéré entre le mode d'appréhension distributif des objets et leur organisation collective. En validant le passage d'une relation d'inclusion entre les noms pluriels *a* et *b* à une relation d'inclusion entre les noms pluriels *el(Kl(a))* et *el(Kl(b))*, elle témoigne de la réussite de l'élargissement du champ de l'extensionnel à la relation d'ingrédience de partie à tout[1].

L'enjeu de notre travail était d'offrir à l'argument de De Morgan un modèle sémantique qui capture et donne une image fidèle de ses objets référentiels, relativement à leur liens méréologiques. C'est chose faite. Si l'on se souvient de notre dessin dans le premier chapitre (Section 3) confrontant les niveaux syntaxique, sémantique et de l'ontologie ordinaire, ce pas réalisé d'une extensionalité pure vers une pluri-extensionalité référentielle marque l'adéquation entre un modèle sémantique et l'organisation relationnelle du réel véhiculé par l'argument.

1 Le problème de l'unicité des têtes pourrait être soulevé. Il est possible de préciser cette unicité, mais nous n'avons pas jugé utile de l'intégrer dans ces pages.

Au schéma concluant l'analyse de la réalisation sémantique de l'argument dans le cadre de la logique standard du premier ordre (chapitre I, section 2.2), on peut dès lors lui substituer le suivant:



$a \subseteq b$ $\qquad$ $el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b))$

Les pointillés signifient que l'on n'a pas affaire à des classes distributives mais à des extensions pures, celles que désignent les noms pluriels *a, b, el(Kl(a))* et *el(Kl(b)).*

CONCLUSION

Donc si j'ai bien compris, dis-je, les barbicelles sont des composants des barbules, les barbules des composants des barbes, les barbes des composants des plumes, et les plumes des composants des oiseaux? (Patricia Cornwell)

Ainsi la Méréologie répare-t-elle le mauvais tour joué à la relation de partie à tout par la logique moderne et dont nous avons fait de l'argument de De Morgan le porte-parole. Comme nous l'avons dit dans notre introduction, cet argument occupe une place significative dans l'histoire de la logique. Révélateur de l'étroitesse des outils syllogistiques traditionnels, il se trouve à la base de l'impulsion donnée par De Morgan à la théorie des relations. Cependant il n'a jamais été abordé sous l'angle des rapports collectifs qu'entretiennent ses objets référentiels, la logique standard moderne n'ayant en effet pas inscrit la relation de partie à tout à son programme pour des raisons sur lesquelles il est inutile de revenir. C'est donc cette absence que nous avons voulu combler en faisant valoir que, dans le contexte d'un tel argument, c'est la relation d'ingrédience de partie à tout qui sémantiquement s'impose et que, à cet égard, la simple corrélation extensionnelle reconnue entre des entités individuelles par le cadre formel du calcul des prédicats n'est pas satisfaisante.

Nous avons montré que les théories de Leśniewski, véritables alternatives aux systèmes de référence standard, permettaient de répondre à un tel enjeu. Les thèses que nous avons produites dans le cadre de la Méréologie témoignent de cette réussite puisqu'elles respectent à la fois les enjeux syntaxique, sémantique et celui de l'adéquation du modèle aux présupposés ontologiques véhiculés par les concepts descriptifs mis en œuvre par le langage. C'est ainsi que nous avons pu «casser» l'unique représentation sémantique porteuse de la représentation des organisations ontologiques distinctes que sont les têtes des hommes et leurs maisons.

La force logique et philosophique des théories examinées est de satisfaire les deux orientations, formelle et descriptive, inconciliables dans le cadre propre aux systèmes classiques. La Méréologie, qui porte la dimension collective, ne vient pas se greffer comme une construction *ad hoc,* risquant de léser ou pour le moins nécessitant des aménagements de la théorie logique, mais rencontre *naturellement* celle-ci. L'histoire que nous avons retracée de son émergence a montré comment le paradoxe de Russell fut à la source de cette conciliation. C'est en séparant les modes d'appréhension distributif et collectif des classes, rétablissant pour ainsi dire chacun en son ordre avec l'Ontologie et la Méréologie, qu'il s'avéra possible de concilier les niveaux de singularité et de complexité des objets.

Au delà de la nouvelle lumière qui fut jeté sur l'antinomie et sa résolution, c'est cette caractéristique essentielle associée à ces théories sur laquelle nous avons jugé important d'insister. Nous voulions également mettre en avant que la Méréologie, et partant l'Ontologie qui la fonde, constituent un réceptacle et l'expression formelle d'une position ontologique première sur les constituants ultimes du réel. Le chemin qui partait de la relation de partie à tout n'était donc pas stérile pour conduire à une logique, comme l'affirmait Frege dans les propos cités plus haut.

Sans doute les conditions historiques et le poids d'une longue tradition formelle, renforcée par la réflexion logico-mathématique, explique que ce soit si facilement accréditée l'idée d'une opposition fondamentale entre les logiques que nous qualifions ici de formelle et d'appliquée. A la faveur des théories que nous venons de considérer, cette frontière s'estompe et perd son caractère d'opposition frontale. Si la séparation demeure, elle est relative. Car l'opposition n'est justifiable que dans la mesure où l'Ontologie fournit les directives générales pour tout langage visant à parler de mondes d'objets possibles, tandis que la Méréologie ne se laisse pas détacher d'une interprétation concrète de ces objets. En satisfaisant simultanément les modes distributif et collectif, L'Ontologie et la Méréologie témoignent davantage d'une certaine unité essentielle plus qu'elles ne reflètent deux espèces de logique. Jetons à ce sujet un dernier regard à la seconde des thèses supportant la résolution de l'argument de De Morgan:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b)) \urcorner$$

Face à cette thèse, témoignant de l'élargissement de la notion d'objet que nous préconisions au début de notre travail, de telle sorte qu'une place fût ménagée à sa complexité partitive, il nous est difficile de concéder que le champ de la logicité pure ait été entaché. Bien au contraire, nous pensons que l'argument de De Morgan sort de cette aventure revêtue d'une validité nouvelle et qui permet de justifier les qualités d'une logique libre, universelle et d'ordre supérieur, sur laquelle s'ancre la théorie des classes collectives.

Et à se prendre de nouveau la tête entre les mains, c'est cette fois avec l'assise ontologique d'un statut d'agrégat.

BIBLIOGRAPHIE A PROPOS DE LEŚNIEWSKI

ABELSON, Raziel

[1967] Definition, in: *The Encyclopedia*, vol. 2, 314-324.

ACZEL, Peter

[1977] An Introduction to Inductive Definition, in: J. Barwise (ed.), *Handbook of Mathematical Logic*. Dordrecht/Boston: Reidel, 739-782.

AGAZZI, Evandro (ed.)

[1981] *Modern Logic. A Survey: Historical, Philosophical and Mathematical Aspects of Modern Logic*. Dordrecht/Boston: Reidel.

AGAPOV, E.P.

[1982] Leśniewski's Conception of Deductive Systems (russian), in: *Logical Analysis of Natural Language* (Abstracts of the 8th All-Union Conference "Logic and Methodology of Science", Palanga, Sept. 26-28, 1982), Vilnius, 5-8.

AJDUKIEWICZ, Kazimierz (1890—1963)

[1923] O intencji pytania'co to jest P, (Referat z odczytu), *Ruch Filozoficzny* 7, 152b-153a.

[1926] Zalozenia logiki tradycyjnej (Fondements de la logique traditionnelle), *Przeglad Filozoficzny* 29, 200-229.

[1928] *Glowne zasady metodologii nauk i logiki formalney (Principes essentiels de la méthodologie des sciences)*, authorized typescript, Warsaw, 304p.

[1934a] W sprawie "uniwersaljow", *Przeglad Filozoficzny* 37, 219-234. Réimpression: [1960],169-210.

[1934b] Logistyczny antyirracjonalizm w Polsce, *Przeglad Filozoficzny* 37, 399-408. Trad. all. [1935a].

[1934c] Logiczne podstawy nauczania, (Les fondements logiques de l'enseignement), Offprint from Encyklopedii Wychowania (Encyclopedia of Education), Warszawa: Nasza Ksiegarnia, 79p.

[1935a] Der logistische Antiirrationalismus in Polen, *Erkenntnis* 5, 151-161. Trad. de [1934b].
[1935b] Die syntaktische Konnexität, *Studia Philosophica* 1, 1-27. Trad. angl. in McCall [1967].
[1949] On the Notion of Existence. Some Remarks Connected with the Problem of Idealism, *Studia Philosophica* 4 (1949-50 in 1951), 7-22.
[1960] *Jezyk i poznanie*, Warsaw, vol. 1, 1960, vol. 2, 1965.
[1967] Syntactic Connexion, in: McCall [1967], 207-231. Trad. angl. de [1935b].
[1973] *Problems and Theories of Philosophy*, Cambridge: Cambridge University Press.
[1978] *The Scientific World-perspective and Other Essays 1931-1963*, Dordrecht/Boston: Reidel.

ANDREWS, Peter
[1963] A Reduction of the Axioms for the Theory of Propositional Types, *Fundamenta Mathematicae* 52, 345-350.

ANGELELLI, Ignacio
[1967] *Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy*, Dordrecht/Boston: Reidel.
[1975] Freges Ort in der Begriffsgeschichte, in: C. Thiel (Hg), *Frege und die moderne Grundlagenforschung*, Meisenheim am Gland: Verlag Anton Hain, 9-22.

APOSTEL, Leo
[1960] Logic and Ontology, *Logique et Analyse* 3.11-12, 202-225.
[1976] Mereology, Time, Action and Meaning, *Festschrift Gerhard Frey Zum 60. Geburtstag*, Innsbruck, 189-233.

ARAI, Yoshinari
[1966] On Axiom Systems of Propositional Calculi, XVII, *Proc. Japan Acad.* 42, 351-354.

ARAI, Yoshinari & TANAKA, Shotaro

[1966a] On Axiom Systems of Propositional Calculi, XIX, *Proc. Japan Acad.* 42, 358-360.

[1966b] A Remark on Propositional Calculi with Variable Functors, *Proc. Japan Acad.* 42, 1056-1057.

ASENJO, Florencio G.

[1962] *El Todo y Las Partes: Estudios de Ontologia Formal*, Madrid: Editorial Martinez de Murguia.

[1965] Theory of Multiplicities, *Logique et Analyse* 8.30, 105-110.

[1969] Mathematical Organisms, *Logique et Analyse* 12.48, 301-310.

[1976] Leśniewski's Work on Nonclassical Set Theories, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow.

[1977a] Leśniewski's Work and Nonclassical Set Theories, *Studia Logica* 36.4, 249-255.

[1977b] Formalizing Multiple Location, in: *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability, Proc. of the 3rd Latin-American Symposium on Mathematical Logic*, Brazil: Campanias, 25-36.

BACON, John

[1967] Syllogistic without Existence, *NDJFL* 8, 195-219.

[1974] The Untenability of Genera, *Logique et Analyse* 17.65-66, 197-208.

BALDWIN, Thomas

[1978] Kripke, pseudo-Kripke, and Wallace, *Analysis* 38.4, 173-181.

BAIN Alexander

[1875] *Logique déductive et logique inductive*, Paris: Gernier Boillère, T. II, II.

BAR-HILLEL, Yehoshua (1915—1975)

[1950] On Syntactical Categories, *JSL* 15, 1-16. Réimpression [1964].

[1953] A Quasi-Arithmetical Notation for Syntactic Description, *Language* 29, 47-58. Réimpression [1964].

[1954] Indexical Expressions, *Mind* 63, 359-379. Réimpression [1970].

[1960] On Categorical and Phase Structure Grammars, *The Bulletin of the Research Council of Israel* 9F, 1-16. Réimpression [1964].

[1964] *Language and Information: Selected Essays on their Theory and Application*, Chichester: Addison-Wesley.

[1967a] Syntactical and Semantical Categories, in: *The Encyclopedia of Philosophy*, vol. 8, 57-61.

[1967b] Types, Theory of, in: *The Encyclopedia of Philosophy*, vol. 8, 168-172.

[1970] *Aspects of Language: Essays in Philosophy of Language, Linguistic Philosophy, and Methodology of Linguistics*, Jerusalem: The Magnes Press.

BARNETT, Dene

[1967] An Outline of Nominalistic Arithmetic, *JSL* 32.575.

[1976] Leśniewski's Mereology, Applications and Problems, *XXII[nd] Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow.

BARWISE, John

[1979] On Branching Quantifiers in English, *Journal of Philosophical Logic* 8, 47-80.

BATOG, Tadeusz

[1961a] Logiczna rekonstrukcja pojecia fonemu (Une reconstruction logique du concept de phonème), *Studia Logica* 11, 139-183.

[1961b] Critical Remarks on Greenberg's Axiomatic Phonology, *Studia Logica* 12, 195-205.

[1962] A Contribution to Axiomatic Phonology, *Studia Logica* 13, 67-80.

[1967] *The Axiomatic Method in Phonology*, London: Routledge & Kegan.

[1969] A Reduction in the Number of Primitive Concepts of Phonology, *Studia Logica* 25, 55-60.

BELNAP, Jean-Pierre

[1996] *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege, théories, conceptions et philosophie*, Paris: Vrin.

BERGMANN, Gustaw

[1967] *Realism, a Critique of Brentano and Meinong*, Wisconsin: University of Wisconsin Press.

BERRENDONNER, Alain

[1995] Anaphore associative et méréologie, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel: Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 237-256.

BETH, Evert W.

[1959] *The Foundations of Mathematics*, Dordrecht /Boston: Reidel.

[1966] Remarks on the Paradoxes of Logic and Set Theory, in: *Essays on the Foundations of Mathematics*, dedicated to A.A. Fraenkel in his 70th Birthday, Jerusalem, 307-311.

BETTI, Adriana

[1994] *Logica ed esistenza in Stanislaw Leśniewski*, Testi di laurea presentata all'Univ. di Firenze, rel. il prof. Ettore Casari.

[1975] Leśniewski, Stanislaw, Encyclopedia Britanica, Micropedia VI, 166 and Macriopedia X, 832-834.

BINKLEY, R.
[1970] Quantifying, Quotation, and a Paradox, *Noûs* 4, 271-277.
BIRD, Otto Allen
[1975] Leśniewski, Stanislaw, *Encyclopedia Britannica*, Micropedia VI, 166 and Macropedia X, 832-834.
BLACK, Robert
[1973] In Defense of "Principia Mathematica", *Mind* 82, 611-612.
BLANCHÉ, Robert
[1970] *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Paris: A. Colin.
BOCHENSKI, Inocenty M.
[1939] La logique de Théophraste, *Collectanea Logica* 1, 195-304.
[1947a] *La philosophie en Pologne 1919-1939*, Vol. III, *Vie Intellectuelle et Artistique*, Neuchâtel: Éditions de la Baconnière, 229-260.
[1947b] La logique de Théophraste, *Collectanea Friburgensia*, Nouvelle série, 32, 193 + 1p.
[1948] On the Categorical Syllogism, *Dominican Studies* 1, 35-57.
[1949] On the Syntactical Categories, *The New Scholasticism* 23, 257-280. Réimpression, Menne [1962].
[1956a] *The Problem of Universals*, University of Notre Dame Press. Réimpression, Menne [1962].
[1956b] *Formale Logik*. München: K. Alber.
[1981] The General Sense and Character of Modern Logic, in: E. Agazzi (ed.), [1981], 3-14.
[1994] Morals of Thought and Speech-reminiscences, in: Wolenski [1994], 1-8.

BOOLE, George

[1965] *The Mathematical Analysis of Logic*, Oxford, Blackwell.

BORKOWSKI, Ludwik

[1968] Kilka uwag o pojeciu definicji (Quelques remarques sur la notion de définition), *Studia Logica* 23, 59-70.

[1970] Logika formalna, (Logique formelle), Warszawa: PWN.

[1977] *Formale Logik: logische Systeme. Einführung in die Metalogik: ein Lehrbuch*, München: Beck.

BORNSTEIN, Benedykt

[1914] Podstawy filozoficzne teorji mnogosci (Fondation philosophique de la théorie des ensembles), *Przeglad Filozoficzny* 17, 183-193.

[1915] Polemika. W sprawie recenzji p. St. Leśniewskiego rozprawy mojej p. t. "Podstawy filozoficzne teorji mnogosci", *Przeglad Filozoficzny* 18, 121-140.

BOUDREAUX, Jack C.

[1976] Set Theoretical Models for Leśniewski's Logical Systems, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 2-5.

[19xx] A Model-Theoretic Analysis of Leśniewski's Logical Systems, *Z* 332.02013. Unpublished manuscript of 36p.

BOTTANI, Andrea

[2001] L'universalité et l'incomplétude de la méréologie extensionnelle classique, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 75-94.

BOURDEAU, Michel

[1999] Ryle et la question catégoriale, in: D. Miéville (éd.), *Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 13, 93-107.

BOURQUIN, Daniel

[1996] Les catégories syntaxico-sémantiques: petite histoire d'un grand problème, in: D. Miéville (éd.), Analyse catégorielle et logique. Université de Neuchâtel: Travaux de logique 10, 1-34.

[1999] Catégorie et anaphore, in: D. Miéville (éd.), *Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 13, 109-124.

BURGE, Tyler

[1972] Truth and Mass Terms, *The Journal of Philosophy* 69, 263-282.

[1975] Truth and Singular Terms, *Noûs* 8, 309-325.

[1977] A Theory of Aggregates, *Noûs* 11, 97-117.

CANTOR, Georg

[1887] Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* 91, 81-125; 92, 240-265.

[1895] Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehr, *Mathematische Annsalen* 46, 481-512.

CANTY, John Thomas

[1967] *Leśniewski's Ontology and Gödel's Incompleteness Theorem*, Ph. D. Dissertation, University of Notre Dame, under the direction of Sobocinski Publ. [1969a], [1969b].

[1968] On Symbolizing Singularity S5 Functions, *NDJFL* 9, 340-342.

[1969a] The Numerical Epsilon, *NDJFL* 10.1, 47-63.

[1969b] Leśniewski's Terminological Explanations as Recursive Concepts, *NDJFL* 10.4, 337-369.

[1969c] Ontology: Leśniewski's Logical Language, *Foundations of Language* 5, 455-469.

[1971] Elementary Logic without Referential Quantification, *NDJFL* 12, 441-446.
[1976] The Proper Interpretation of Ontology, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 6-8.
[1984] Ontology: Leśniewski's Logical Language, in: Srzednicki & Rickey (eds), [1984], 149-163.

CARNAP, Rudolf
[1949] *The Logical Syntax of Language*, London: Routledge & Kegan.

CAREWRIGHT, Helen M.
[1975] Amounts and Measure of Amount, *Noûs* 9, 143-164.

CASTANEDA Hector-Neri
[1988] Negations, Imperatives, Colors, Indexical Properties, Non-existence, and Russell's Paradox, in: D.F. Austin (ed.), *Philosophical Analysis. A Defense by Example*, Dordrecht: Kluwer, 169-205.

CELISCEV, Vitalij V.
[1974] Logiceskaja istina i empirizm (La vérité logique et l'empirisme), Novosibirsk: "Nauka" pub.
[1976] Logika suscestvovanija (Logique de l'existence), Novosibirsk: "Nauka" pub.

CHÉNIQUE, François
[1974] *Comprendre la logique moderne*, Paris: Dunod, vol. 2.

CHIKAWA, Kazuo
[1967] On Equivalences of Laws in Elementary Protothetics I, II, *Proceedings of the Japan Academy* 43, 743-747; 44, 56-59.

CHISHOLM, Roderick
[1973] Parts as Essential to their Wholes, *The Review of Metaphysics* 26, 581-603.

[1975] Mereological Essentialism: Some Further Considerations, *The Review of Metaphysics* 28, 477-484.

CHURCH, Alonzo

[1951] The Need for Abstract Entities in Semantic Analysis, *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences* 80, 100-112.

[1956] *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton: Princeton University Press, vol 1.

[1972] Axioms for Functional Calculi of Higher Order, in: R. Rudner & I. Scheffler (eds), *Logic and Art: Essays in Honor of Nelson Goodman*, London: Bobbs-Merrill, 97-213.

CHWISTEK, Leon (1884—1944)

[1922] Zasady czystej teorji typow (Principes de la théorie simple des types), *Przeglad Filozoficzny* 25, 359-391.

[1924] The Theory of Constructive Types. Principles of Logic and Mathematics, *Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego (Annales de la Société Polonaise de Mathématiques)* 2, 9-48 et 3, 92-141.

[1935] *Granice nauki. Zarys logiki i metodologii nauk scistych* (Les limites de la science. Éléments de logique et de méthodologie des sciences exactes), Lwow-Warszawa: Ksiaznica-Atlas. Trad. angl. [1948].

[1948] *Limits of Science*, London: Routledge & Kegan. Trad. revue et augmentée de [1935].

CIRULIS, Janis P.

[1975] Logika s Vkljuceniem (Logique avec inclusion). (Russe). *Zeitschrift für math. Logik und Grundlagen der Math.* 21, 247-266.

CLARKE, Dowman L.

[1981] A Calculus of Individuals based on "Connection", *Noûs* 22, 204-218.

CLAY, Robert E.

[1961] *Contributions to Mereology*, Ph.D. Dissertation, University of Notre Dame, under the direction of Sobocinski.

[1965] The Relation of Weakly Discrete to Set and Equinumerosity in Mereology, *NDJFL* 6.4, 325-340.

[1966] On the Definition of Mereological Class, *NDJFL* 7.4, 359-360.

[1968] The Consistency of Leśniewski's Mereology Relative to the Real Number System, *JSL* 33.2, 251-257.

[1969] Sole Axioms for Partially Ordered Sets, *Logique et Analyse* 12.48, 361-375.

[1970] The Dependence of a Mereological Axiom, *NDJFL* 11.4, 471-472.

[1971] A Model for Leśniewski's Mereology in Functions, *NDJFL* 12.4, 467-478. Corrections, *NDJFL* 16, 269-270.

[1972] On Inductive Finiteness in Mereology, *NDJFL* 13.1, 88-90.

[1973] Two Results in Leśniewski's Mereology, *NDJFL* 14, 559-564.

[1974a] Relation of Leśniewski's Mereology to Boolean Algebra, *JSL* 39.4, 638-648.

[1974b] Some Mereological Models, *NDJFL* 15, 141-146.

[1975] Single Axioms for Atomistic and Atomless Mereology, *NDJFL* 16.3, 345-351.

[1980] Introduction to Leśniewski's Logical Systems, *Annali dell'Istituto di Discipline Filosofiche dell'Università di Bologna*, 5-31.

[1981] *Leśniewski's Mereology*. Traduction de *La Méreologia de Leśniewski*. Universidad de Priente, Cumana. Non diffusé.

COHEN, Laurence Jonathon

[1966] Does Logic Deny the Possibility of an Empty Universe?, in: L. Cohen, *The Diversity of Meaning*, London: Methuen, 2nd ed., 255-264.

[1974] Roger Gallie and Substitutional Quantification, *Analysis* 34, 69-73.

CORCORAN, John; FRANK, William & MALONEY, Michael

[1974] String Theory, *JSL* 39, 625-637.

CORREIA, Fabrice

[2001] Dépendance existentielle, fondation et objets composés, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 115-128.

CRESSWELL, Max J.

[1966] Functions of Propositions, *JSL* 31, 545-560.

[1977] Categorial Languages. *Studia Logica* 36.4, 257-269.

CROSSLEY, John N., compiler

[1975] Reminiscences of Logicians, *Algebra and Logic, Lecture Notes on Mathematics* 450, Springer, 1-62.

CURRY, Haskell B.

[1961] Some Logical Aspects of Grammatical Structure, in: R. Jakobson (ed.), *Structure of Language and its Mathematical Aspects, Proc. 12th Symposium in Applied Mathematics*, Providence: American Mathematical Society, 56-58.

CZEZOWSKI, Tadeusz

[1949] *Logika. Podrecznik dla studiujacych nauki filozoficzne* (Logique. Manuel pour philosophes), Warszawa: Panstwowe Zaklady Wydawnictw Szkolnych.

[1974] Polish Philosophy in the Interwar Period 1919-1939, *Dialectica and Humanism* 1, 27-35. Summer 1974.

DAMBSKA, Izydora

[1948] W sprawie tzw. nazw pustych (Sur les noms dits vides), *Przeglad Filozoficzny* 44, 77-81.

DAVIS, Charles C., Jr.

[1973] *An Investigation Concerning the Hilbert-Sierpinski Logical Form of the Axiom of Choice*, Ph.D. Dissertation, University of Notre Dame, under the direction of Sobocinski.

[1974] Some Semantically Closed Languages, *Journal of Philosophical Logic* 3, 229-240.

[1975] An Investigation Concerning the Hilbert-Sierpinski Logical Form of the Axiom of Choice, *NDJFL* 16, 145-184.

[1976] A Note on the Axiom of Choice in Leśniewski's Ontology, *NDJFL* 17.1, 35-43.

DEGRANGE, Cédric

[2005] Les cercles, les cercles vicieux et leur principe, in: Gessler, Joray, Degrange [2005], 59-70.

DEMBOWSKI, Jan

[1952] *Science in New Poland*, London: Lawrence & Wishart.

DE MORGAN, Augustus

[1847] *Formal Logic or the Calculus of Inference, Necessary amd Probable*, London: Taxlor & Walton.

DE PATER, W. A.

[1974] Semiotiek in Polen, *Tijdschrift voor Philosophie* 36, 762-777.

DITCHEN, Ryszard; GLIBOWSKI, Edmund & KOSCIK, Stanislaw

[1963] O pewnym ukladzie pojec pierwotnych geometrii elementarnej (Sur un système de fondation de la géométrie élémentaire), *Acta Universitatis Wratislaviensis. Matematyka, fizyka, astronomia* 4.17, 5-11.

DJANKOV, B.
[1974] Rol' teoriji semanticeskich kategorij v obosnovanii sovremennich logiceskich teorij (Le rôle des catégories sémantiques dans les fondements des théories logiques modernes), *Philosophy in the Contemporary World. Philosophy and logic* (en Russe), Moscow: "Nauka", 439-457.

DREWNOWSKI, Jan Franciszek
[1934] Zarys programu filozoficznego (Esquisse d'un programme philosophique), *Przeglad Filozoficzny* 37, 3-38, 150-181, 262-292.

DUDMAN, V. H.
[1973] Frege on Definition, *Mind* 82, 609-610.

DUMITRIU, Anton
[1977] *History of Logic*, Tunbridge Wells Kent: Abacus Press.

DUMMETT, Michael
[1973] Frege's Way out: A Footnote to a Footnote, *Analysis* 33, 139-140.

DUNN, J.M. & BELNAP, Nuel D.
[1981] The Substitution Interpretation of the Quantifiers. *Noûs* 17, 35-43.

DUPRAZ, Marie-Louise & ROUAULT, Jacques
[1968] *Lexis-Affirmation-Négation: Étude fondée sur les classes*, Grenoble: Centre d'études pour la traduction automatique, document G. 2400-A.

EATON, Ralph M.
[1959] *General Logic. An Introducting Survey*, New York: C. Soubner's Sons (1ère ed. [1931]).

EBERLE, Rolf A.
[1965] *Nominalistic Systems–the Logic and Semantics of Some Nominalistic Positions*, Ph. D. dissertation,

University of California at Los Angeles, under the direction of Donald Kalish.
[1967] Some Complete Calculi of Individuals, *NDJFL* 8, 267-278.
[1968] Yoes on Non-Atomic Systems of Individuals, *Noûs* 2, 399-403.
[1969a] Non-Atomic Systems of Individuals Revisited, *Noûs* 3, 431-434.
[1969b] Denotationless Terms and Predicates Expressive of Positive Qualities, *Theoria* 35, 104-124.
[1970] *Nominalistic Systems*, Dordrecht/Boston: Reidel.
[1974] Ontologically Neutral Arithmetic, *Philosophia* 4, 67-94.

EDWARDS, Paul, Ed.
[1967] *The Encyclopedia of Philosophy*, New York: The Macmillan Company & the Free Press, and London: Collier-Macmillan Limited, 8 vols. Voir les articles suivants: "Ajdukiewicz, Kazimierz", I, 62-63, by Z.A. Jordan. "Brentano, Franz", 1, 363-368, by Roderick M. Chisholm. "Chwistek, Leon", II, 112-113, by H. Hiz. "Definition", II, 314-324, by Raziel Abelson. "Existence", IV, 509-513, by A.N. Prior. "Goodman, Nelson", II, 225-237, by Richard S. Rudner. "Kotarbinski, Tadeusz", IV, 361-363, by Z.A. Jordan. "Leśniewski, Stanislaw", IV, 441-443, by C. Lejewski. "Polish Logicians", IV, 566-568, by A.N. Prior. "Lukasiewicz, Jan", V, 104-107, by C. Lejewski. "Polish Philosophy", VI, 363-370, by George Krzywicki-Herburt. "Semantics, history of", VII, 358-406, by Norman Kretzmann. "Syntactical and semantical categories", VIII, 57-61, by Y. Bar-Hillel. "Tarski, Alfred", VIII, 77-81, by A. Mostowski. "Twardowski, K.", VIII, 166-167, by

George Krzywicki-Herburt. "Types theory of", VIII, 168-172, by Y. Bar-Hillel.

EVANS, Gareth

[1976] Semantic Structure and Logical Form, in: G. Evans (ed.), *Truth and Meaning: Essays in Semantics*, Oxford: Clarendon Press, 198-222.

EVENDEN, John

[1962] A Lattice Diagram for the Propositional Calculus, *Mathematical Gazette* 46, 119-122.

EVENDEN, John & HUBBELING, H. G.

[1969] A Synthesis of Truth-Function Diagrams, *Logique et Analyse* 12.46, 123-128.

FARBER, Marvin

[1943] *The Foundations of Phenomenology*, Albany: State University of New York Press, (3rd Edition, [1967]).

FEYS, Robert & FITCH, Frederic B.

[1969] *Dictionary of Symbols of Mathematical Logic*, Amsterdam: North-Holland.

FLOYD, W. F. & HARRIS, F.T.C. (eds)

[1964] Joseph Henry Woodger, Curriculum Vitae, in: *Form and Strategy in Science,* Studies Dedicated to Joseph Henry Woodger on the Occasion of his Seventieth Birthday, Dordrecht/Boston: Reidel, 1-6.

FRAENKEL, Abraham A. & BAR-HILLEL, Yehoshua

[1958] *Foundations of Set Theory*, Amsterdam: North Holland.

FRAENKEL, Abraham A., BAR-HILLEL, Yehoshua & LEVY, Azriel

[1973] *Foundations of Set Theory*, Amsterdam: North Holland. (Seconde édition revue de Fraenkel et Bar-Hillel [1958]).

FRANZKE, Norbert & RAUTENBERG, Wolfgang

[1972] Zur Geschichte der Logik in Polen, *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien*, Beiträge zur Logik, 39-94, Z 305, 02002.

FREDJ, Mounia

[1995] Implémentation des principes méréologiques, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel, Grou-pe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 275-296.

FREGE Gottlob (1848—1925)

[1893] *Grundgesetze der Arithmetik*, Jena, 2 vol. (Réimpression *Verlagsbuchhandlung*, Olms: Hildesheim [1962]).

[1894] *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung*. Breslau: Marcus. (Trad. française 1969, trad. anglaise 1953).

[1895] Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröder's Vorlesungen über die Algebra der Logik, *Archiv für systematische Philosophie* 1, 433-456. (Edité dans *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, ed. P. Geach & M. Black, 2nd ed. [1960], Oxford, 86-106).

[1953] *The Foundations of Arithmetic: A Logico-mathematical Enquiry into the Concept of Number*, New York: Philosophical Library. (Trad. par J.L. Austin).

[1962] *Grundgesetze der Arithmetik*, Hilldesheim: Olms, (1ère éd.: vol. 1 1893; vol. 2 1903).

[1964] *The Basic Law of Arithmetic*, Berkeley: University of California Press (Trans. and ed. M. Furth).

[1969] *Les fondements de l'arithmétique*, Paris: Seuil. (Trad. et introd. C. Imbert).

[1971] *Écrits logiques et philosophiques*, Paris: Seuil. (Trad. et introd. C. Imbert).

[1994] *Correspondance juin 1902-décembre 1904, mars-juin 1912*. Traduction, notes et introduction par C. Werbern, Paris: L'Unebêvue.

FREY, Louis

[1987] De la négation dans la logique d'Aristote, *Revue Européenne des Sciences Sociales*, 25.77, 45-60.

[1988] De la négation à l'affirmation en logique aristotélicienne, in: *La négation. La négation sous divers aspects. Actes du colloque, Neuchâtel 22-23 octobre 1987*, Université de Neuchâtel: Travaux de Centre de Recherches Sémiologiques, n° 56, 121-137.

GALLIE, Roger D.

[1973] A.N. Prior and Substitutional Quantification, *Analysis* 34, 65-69.

[1975] Substitutionalism and Substitutional Quantification, *Analysis* 35, 97-101.

GAUTHIER, Yvon

[1976] *Fondement des mathématiques: introduction à une philosophie constructiviste*, Montréal: Les Presses de l'Université de Montréal.

[1978] *Méthodes et concepts de la logique formelle*, Montréal: Les Presses de l'Université de Montréal.

GARDIES, Jean-Louis

[1975] *Esquisse d'une grammaire pure*, Paris: Vrin.

[1984] Rational Grammar, *Philosophia*.

[1994] *Les fondements sémantiques du discours naturel*. Paris: Vrin.

GEACH, Peter T.

[1956] On Frege's Way out, *Mind* 63, 408-409.

[1960] A Program for Syntax, *Synthese* 22, 3-17.

[1972] *Logic Matters*, Berkeley: University of California Press.

[1976] On So-Called Ontological Definitions, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 1.

GENTZEN, Gerhard

[1934] Untersuchungen über das logische Schliessen. *Mathematische Zeitschrift*.

GESSLER, Nadine

[1996] De la catégorie sémantique du nom à la définition collective de la classe, in: D. Miéville (éd.), *Analyse catégorielle et logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 10, 79-108.

[2001] Des têtes et des hommes, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 95-113.

[2002] *Défense d'une sémantique de la relation de partie à tout en logique. Résolution de l'argument de De Morgan*. Thèse soutenue à Neuchâtel sous la dir. de Denis Miéville, non publiée.

[2005] La stratification catégorielle dans l'Ontologie, in: Gessler, Joray, Degrange [2005], 9-36.

GESSLER, Nadine; JORAY, Pierre; DEGRANGE; Cédric

[2005] *Le logicisme catégoriel*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 16.

GIARETTA, Pierdaniele

[2001] Individuation and Mereological Universalism, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 55-74.

GILES-PETERS, Andrew Robert

[1972] *Nominalistic Philosophy of Logic, with Particular Reference to the Systems of Stanislaw Leśniewski*, Master of Arts thesis, Philosophy Department, La Trobe University, Bundoora, Victoria.

GLIBOWSKI, Edmund

[1969] The Application of Mereology to Grounding of Elementary Geometry, *Studia Logica* 24, 109-129.

GLIBOWSKI, Edmund & SLUPECKI, Jan

[1956] Geometria szescianow (Géometrie cubique), *Zeszyty Naukowe-Matematyka, Wyzsza Szkola Pedagogiczna*, Opole, 38-47.

GOBBER, Giovanni

[1985] Alle origini della grammatica categoriale: Husserl, Leśniewski, Ajdukiewicz, *Revista di filosofia neoscolastica* LXXVI.2, 258-295.

GOCHET, Paul

[1972] *Esquisse d'une théorie nominaliste de la proposition*, Paris: A. Colin.

[1980] *Outline of a Nominalistic Theory of Propositions. An Essay in the Theory of Meaning and in the Philosophy of Logic*, Dordrecht/Boston: Reidel.

GOCHET, Paul; GRIBOMONT, Pascal & THAYSE, André

[2000] *Logique*. Vol. 3 *Méthodes pour l'intelligence artif-cielle*, Paris: Hermès.

GÖDEL, Kurt

[1931] Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I, *Monatsch. für Math. und Physik*, 38, 193-198.

GODREY-SMITH, W.

[1976] Names, Indices and Individuals, *Analysis* 37, 1-10.

GOLDFARB, Warren D.

[1979] Logic in the Twenties: the Nature of the Quantifier, *JSL* 44.3, 351-382.

GOMBOCZ, Wolfgang L.
[1977a] Logik und Existenz im Mittelalter, *Philosophische Rundschau* 24, 255-267.
[1977b] Notizen zu Mallys Existenzfreier Logik, *Conceptus* 1, 393-396.
[1979] Leśniewski und Mally, *NDJFL* 20, 934-945.
[1982] Kopula, Quantifikation und "Nominalismus" bei Leśniewski und Mally I: Kopula, *Topoï* 2.

GONSETH, Ferdinand
[1937] *Qu'est-ce que la logique?* Paris: Hermann.

GOODELL, John D.
[1952] The Foundations of Computing Machinery, *The Journal of Computing Systems* 1, 1-13.
[1953a] The Foundations of Computing Machinery, Part II, *The Journal of Computing Systems* 1, 86-110.
[1953b] Notes on Decision Element Systems Using Various Practical Techniques, *The Journal of Computing Systems* 1, 196-199.

GOODMAN, Nelson
[1951] *The Structure of Appearance*, Harvard: Harvard University Press. (2nd edition, [1966], Indianapolis: Bobbs-Merrill).

GOODMAN, Nelson & QUINE, Willar v. O.
[1947] Steps toward a Constructive Nominalism, *JSL* 12, 105-122.

GÖTLIND, Erik
[1951] A Leśniewski-Mihailescu-Theorem for m-Valued Propositional Calculi, *Portugaliae Mathematica* 10, 97-102.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor
[1981] On the Development of Logics between the two World Wars, *American Mathematical Monthly* 88, 495-509.

GRELLING, Kurt & NELSON, Leonard
[1908] Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell and Burali-Forti. Bemerkungen zur vorstehenden Abhandlung von Gerhard Hessenberg, *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, n.s., vol. 2, 300-334.

GRENIEWSKI, Henryk
[1925] Proba dedukcyjnej teorji przyczynowosci (Essai de théorie déductive de la causalité), *Przelad Filozoficzny* 28, 82-105.
[1949] Certain Notions of the Theory of Numbers as Applied to the Propositional Calculus, *Casopis Pest. Mat. Fys.* 74, 132-136.
[1950] Functors of the Propositional Calculus, *Ann. Soc. Polon. Math.* 22, supplément, 78-86.
[1953] Logika formalna w Polsce w dobie Odrodzenia (La renaissance de la logique formelle en Pologne), *Problemy* 10, 658-664.

GRIZE, Jean-Blaise
[1967] Historique. Logique des classes et des propositions. Logique des prédicats. Logiques modales, in: *Logique et connaissance scientifique*, Paris: Gallimard (Encyclopédie de la Pléiade), 135-289.
[1972] *Notes sur l'ontologie et la méréologie de Leśniewski*, Université de Neuchâtel: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 12, 35p.
[1973] *Logique moderne*, Paris/ La Haye: Gauthier-Villars/ Mouton, fasc. III.

GROMSKA, Daniela
[1948] Philosophes polonais morts entre 1938 et 1945, *Studia Philosophica* 3, 31-91.

GROSSMANN, Reinhardt Siegbert

[1963] Common Names, in: E. B. Allaire *et al.* (eds), *Essays in Ontology*, Iowa: Publications in *Philosophy* 1, 64-75.

[1965] *The Structure of Mind*, Wisconsin: University of Wisconsin Press.

[1969] *Reflections on Frege's Philosophy*, Northwestern University Press.

GRZEGORCZYK, Andrzej

[1950] The Pragmatic Foundations of Semantics, *Synthese* 8, 300-324.

[1955] The Systems of Leśniewski in Relation to Contemporary Logical Research, *Studia Logica* 3, 77-97.

[1959] O pewnych formalnych konsekwencjach reizmu (Sur certaines conséquences formelles du réisme), *Fragmenty Filozoficzne*, seria druga, Ksiega pamiatkowa ku uczczeniu czterdziestolecia pracy nauczycielskiej w Uniwersytecie Warszawskim Profesora Tadeusza Kotarbinskiego, PWN, Warsaw, 7-14.

[1961a] Axiomatizability of Geometry without Points, *The Model in Mathematics*, Dordrecht/Boston: Reidel, 104-111, et *Synthese* 12, 228-235.

[1961b] Aksjomatyczne badanie pojecia przedluzenia czasowego (Le traitment axiomatique de la notion de prolongement temporal), *Studia Logica* 11, 23-35.

[1964] A Note on the Theory of Propositional Types, *Fundamenta Mathematicae* 54, 27-29.

GRZEGORCZYK, A,; MOSTOWSKI A, & RYLL-NARDZEWSKI C.

[1958] The Classical and the ω-Complete Arithmetic, *JSL* 23, 188-206.

GUMANSKI, Leon

[1960] Logika klasyczna a zalozenia egzystencjalne (Logique classique et présuppositions existentielles), *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Mikolaja kopernika w Toruniu, Filozofia 1, Z. 4.*

[1965] Jedynkowe systemy aksjomatyczne, *Prace Wydzialu filologicznofilo of icznego* 15.1, Towarzystwo Naukowe w Torunio, Torun, 75p.

HAACK, Susan

[1974] Mentioning Expressions, *Logique et Analyse* 18.67-68, 277-294.

[1974b] *Deviant Logic: Some Philosophical Issues*, London: Cambridge Univ. Press, 1974.

[1996] *Deviant Logic, Fuzzy Logic: beyond the Formalism*, Chicago: The University of Chicago Press.

HALLDÉN, Sören

[1949] An Analogy in Modal Logic to the Leśniewski-Mihailescu Theorem, *Norsk. Mat. Tiddsskr.* 31, 4-9.

HALPERN, Ignacy

[1911] Metafizyka, dzieje jej nazwy, pojec, pradow, *Ruch Filozoficzny* 1, 13-14.

HAMBLIN, Charles L.

[1973] A Felicitous Fragment of the Predicate Calculus, *NDJFL* 14, 433-447.

HARMAN, Gilbert

[1971] Substitutional Quantification and Quotation. *Noûs* 5, 213-214.

HAUSMAN, Alan & ECHELBARGER, Charles

[1968] Goodman's Nominalism, in: N. Rescher (ed.), *Studies in Logical Theory*, (American Philosophical Quarterly Monograph Series 2), 113-124.

HELLMAN, Geoffrey
[1969] Finitude, Infinitude, and Isomorphism of Interpretation in Some Nominalistic Calculi, *Noûs* 3, 413-425.

HELMER, Olaf
[1935] On the Theory of Axiom-Systems, *Analysis* 3, 1-11.
[1936] A Few Remarks on the Syntax of Axiom-Systems, *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique,* VII, *Logique*, 12-17.

HEMPLE, Carl G.
[1953] Reflections on Nelson Goodman's the Structure of Appearance, *The Philosophical Review* 62, 108-116.

HENKIN, Leon
[1953a] Banishing the Rule of Substitution for Functional Variables, *JSL* 18, 201-208.
[1953b] Some Notes on Nominalism, *JSL* 18, 19-29.
[1955] The Nominalistic Interpretation of Mathematical Language, *Bull. Soc. Math. Belg.* 7, 137-142.
[1962] Nominalistic Analysis of Mathematical Language, *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, Stanford University Press, 187-193.
[1963] A Theory of Propositional Types, *Fundamenta Mathematicae* 52, 323-334.

HENRY, Desmond Paul
[1962] An Anselmian Regress, *NDJFL* 3, 193-198.
[1963] Saint Anselm's Nonsense, *Mind* 72, 51-61.
[1964a] Ockham, Suppositio, and Modern Logic, *NDJFL* 5, 290-292.
[1964b] Being, Essence, and Existence, *Logique et Analyse* 7.27, 104-110.
[1964c] *The "De Grammatico of St. Anselm". The Theory of Paronymy*, Publications in Mediaeval studies n° 18, Notre Dame: University of Notre Dame Press.

[1965] Ockham and the Formal Distinction, *Franciscan Studies* 25, 285-292.
[1967] *The Logic of St. Anselm*, Oxford: Oxford University Press.
[1969] Leśniewski's Ontology and some Medieval Logicians, *NDJFL* 10.3, 324-326.
[1972] *Medieval Logic and Metaphysics: A Modern Introduction*, London: Hutchinson University Library.
[1974] *Commentary on "De Grammatico": The Historical-Logical Dimensions of a Dialogue of St. Anselm's*, Dordrecht/Boston: Reidel.
[1975] The Singular Syllogisms of Garlandus Compotista, *Revue Internationale de Philosophie* 29, 243-270.
[1982] Medieval Metaphysics and Contemporary Logical Language, *Topoï* 1, 43-51.

HILBERT, David
Über das Unendliche, *Mathematische Annalen* 95, 161-190. (Trad. fr. dans Largeault, [1972], 220-245).

HILBERT, David & BERNAYS, Paul
[1934-1939] *Grundlagen der Mathematik*, Berlin: Springer, vol. 1 et 2.

HINTIKKA, Jaakko *et al.*
[2003] *Philosophy and Logic. In Search of the Polish Tradition*, Dordrecht: Kluwer Academic Pub.

HIZ, Henry
[1948] *An Economic Foundation for Arithmetic*, Ph.D. Dissertation, Harvard University.
[1952] On Primitive Terms of Logic, *JSL* 17, 156-157.
[1957] Types and Environments, *Philosophy of Science* 24, 215-220.
[1959] O rzeczach (Sur les choses), *Fragmenty Filozoficzne* 20, 15-24.

[1960] The Intuitions of Grammatical Categories, *Methodos* 12, 311-319.

[1961a] Steps Toward Grammatical Recognition, *Advances in Documentation and Library Science*, vol. 3, part 2, *Information Retrieval and Machine Translation*, New York / London: Interscience Publishers, 811-822.

[1961b] Congrammaticality, Batteries of Transformations and Grammatical Categories, in: R. Jakobson (ed.), *Structure of Language and its Mathematical Aspects*, Providence: American Mathematical Society, 43-50.

[1961c] Syntactic Completion Analysis, *Transformations and Discourse Analysis Papers* 21, University of Pennsylvania.

[1964] A Linearization of Chemical Graphs, *Journal of Chemical Documentation* 4, 173-180.

[1965] Ontological Definitions in Augmented Protothetics, *JSL* 31, 149-150.

[1967] Grammar Logicism, *The Monist* 41, 110-127.

[1968] Computable and Uncomputable of Elements of Syntax, in: B. von Rootselaar & J.-F. Staal, *Logic, Methodology and Philosophy of Science* III, Amsterdam: North-Holland, 239-254.

[1971a] On the Abstractness of Individuals, in: M.K. Munitz, (ed.), *Identity and Individuation*, New York: New York University Press, 251-261.

[1971b] Kotarbinski in Truth, in: D.S. Wandyos (ed.), *Studies in Polish Civilization*.

[1973] On Assertions of Existence, in: M.K. Munitz, *Logic and Ontology*, New York: New York University Press, 175-191.

[1976] Descriptions In Russell and Leśniewski, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 62-67.

[1977] Descriptions in Russell's Theory and in Ontology, *Studia Logica* 36.4, 271-283.

HODGES, Wilfred & LEWIS, David

[1968] Finitude and Infinitude in the Atomic Calculus of Individuals, *Noûs* 2, 405-410.

HORWICH, Paul

[1975] A Formalization of "Nothing", *NDJFL* 15, 363-368.

HUGHES, Christopher

[2001] Identity and Counterparthood, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 23-54.

HUGLY, Philip

[1975] Quine's Way out, *Analysis* 36, 28-37.

HUGLY, Philip & SAYWARD, C.

[1976] Prior on Propositional Identity, *Analysis* 36, 182-183.

HUSSERL, Edmund

[1891] *Philosophie der Arithmetik*, Halle: C.E.M. Pfeffer (Robert Stricker).

[1900] *Logische Untersuchungen*. Halle: Max Niemeyer. (Trad. angl. de la 2e éd. par J.N. Findlay, *Logical Investigations*, Humanities Press [1970], 2 vols).

ISÉKI, Kiyoshi

[1966a] On Axiom Systems of the Propositional Calculus, XV, *Proceedings of the Japan Academy* 42, 217-220.

[1966b] Algebraic Formulations of Propositional Calculi with Variable Forming Functors, *Proceedings of the Japan Academy* 42, 1058-1059.

[1968a] *Kigô ronrigaku-meidai ronri* (Logique symbolique-Logique propositionnelle), Vol. I. Tokyo: Maki Pub.

[1968b] General Theory of Mappings, *Proceedings of the Japan Academy* 44, 663-666.

[1974] Remarks on Axioms of Magnitudes, *Math. Sem. Notes Kobe Univ.* 2.3, paper n° 33, 7p.

ISHIMOTO, Arata

[1976] A Propositional Fragment of Leśniewski's Ontology and Related Systems I. Résumé de ce manuscrit dans *Proceedings of the XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 12-15.

[1977] A Propositional Fragment of Leśniewski's Ontology. *Studia Logica* 36.4, 285-299.

IWANUS, Boguslaw

[1969a] Remarks about Syllogistic with Negative Terms, *Studia Logica* 24, 131-141.

[1969b] An Extension of the Traditional Logic Containing the Elementary Ontology and the Algebra of Classes, *Studia Logica* 25, 97-139.

[1973a] On Leśniewski's Elementary Ontology, *Studia Logica* 31, 73-125.

[1973b] Proof of Decidability of the Traditional Calculus of Names, *Studia Logica* 32, 131-147.

[1984] On Leśniewski's Elementary Ontology, in: Srzednicki & Rickey (eds), [1984], 165-215.

JARDINE, Charles J. & JARDINE, Nicholas

[1971] The Matching of Parts of Things, *Studia Logica* 27, 123-132.

JASKOWSKI, Stanislaw (1906—1965)

[1934] On the Rules of Supposition in Formal Logic, *Studia Logica* 1, 532.

[1948a] Une modification des définitions fondamentales de la géométrie des corps de M. A. Tarski, *Annales de la Société Polonaise de Mathématique* 21, 298-301.

[1948b] Sur certains axiomes de la géométrie élémentaire, *Annales de la Société Polonaise de Mathématique* 21, 349-350.

[1949a] Geometria Bryl (Géométrie des Solides), *Matematyka: Czasopismo dla nauczycieli* 1.3, 1-7.

[1949b] Quelques problèmes actuels concernant les fondements des mathématiques, *Casopis pro Pestovani Matematiky a fysiky* 74, 74-78.

[1950] Sur les axiomes de la géométrie des corps, *Dodatek do Rocznika Polskiego Towarzystwa Matematycznego* 22, 86-87. VI Zjazd Matematykow Polskich, Warszawa 20-23, IX, 1948.

JORAY, Pierre

[1999] Domaine de quantification et catégories syntaxico-sémantiques, in: D. Miéville (éd.), *Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 13, 43-62.

[2001] *La subordination logique. Une étude du nom complexe dans l'Ontologie de S. Leśniewski*, Berne: P. Lang.

[2002] Logicism in Leśniewski's Ontology, *Logica Trianguli* (Lodz, Nantes, Santiago de Compostela), 6, 3-20.

[2005a] Logicisme et définition explicite, in: Gessler, Joray Degrange [2005], 37-58.

[2005b] L'interprétation catégorielle des quantificateurs et la définition de la cardinalité, in: Joray (sous la dir.) [2005], 233-260.

[200.] Axiomatique et définition dans les systèmes logiques de Leśniewski, Tarski et Lukasiewicz, in: R. Pouivet (éd.), *Philosophie et logique en Pologne* (1919-1939), à paraître.

JORAY, Pierre (sous la dir.)

[2005] *La quantification dans la logique moderne*, Paris: L'Harmattan.

JORAY, Pierre & GODART-WENDLING, Béatrice
[2002] De la théorie des catégories sémantiques de Leśniewski à l'analyse de la quantification dans la syntaxe d'Ajdukiewicz, *Langages* 148, 28-50.
JORDAN, Zbigniew A. (1906—1965)
[1945] *The Development of Mathematical Logic and of Logical Positivism in Poland between the two Wars*, Polish Science and Learning, n° 6, Oxford: Oxford University Press.
[1963a] Logical Determinism, *NDJFL* 4, 1-38.
[1963b] O logicznym determinizmie, *Studia Logica* 14, 59-96.
[1963c] *Philosophy and Ideology: The Development of Philosophy and Marxism-Leninism in Poland since the Second World War*, Dordrecht/Boston: Reidel.
[1967] The Development of Mathematical Logic in Poland between the two Wars, in: S. McCall (ed.), [1967], 346-397.
KALINOWSKI, Georges
[1973] La logique de Leśniewski et la théologie de Saint Anselme, *Archives de Philosophie* 36, 407-416.
[1977] La grammaire pure et les catégories sémantiques, *Archives de Philosophie* 40, 467-475.
[1989] *Sur les fondements de la mathématique: fragments (discussions préalables, méréologie, ontologie) / Stanislaw Leśniewski*; trad. du polonais par G. Kalinowski; préf. de D. Miéville, Paris: Hermès.
[1995] Les démonstrations de la non-existence des objets généraux chez Leśniewski, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel, Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 121-146.

KAMINSKI, Stanislaw
[1977] The Development of Logic and the Philosophy of Science in Poland after the Second World War, *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftentheorie* 8, 163-171.
KAPLAN, David
[1970] Nominalistic Set Theory, *Noûs* 4, 225-240.
KEARNS, John Thomas
[1962] *Leśniewski, Language and Logic*, Ph.D. dissertation, Yale, 163p.
[1966] Quantifiers and Universal Validity, *Logique et Analyse* 9.35-36, 298-309.
[1967] The Contributions of Leśniewski, *NDJFL* 8.1-2, 61-93.
[1968a] A Universally Valid System of Predicate Calculus with no Existential Presuppositions, *Logique et Analyse* 11.43, 367-389.
[1968b] The Logical Concept of Existence, *NDJFL* 9.4, 313-324.
[1969] Two Views of Variables, *NDJFL* 10.2, 163-180.
[1970] Substance and Time, *The Journal of Philosophy* 67, 277-289.
[1979] A Little More Like English, *Logique et Analyse* 22.87, 353-368.
KELLEY, John L.
[1955] *General Topology*, New York: D. Van Nostrand.
KIELKOPF, Charles F.
[1976] Interpretations of the Quantifiers in Versions of Leśniewski's Ontology, *XIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 16.
[1977] Quantifiers in Ontology, *Studia Logica* 36.4, 301-307.

KLEENE, Stephen C.

[1977] *Introduction to Metamathematics*. New York: Van Nostrand.

KLIBANSKY, Raymond, (ed.)

[1968] *Contemporary Philosophy, a Survey*, Vol. I: *Logic and Foundations of Mathematics*, Firenze: La Nuova Italia.

KNEALE, William & KNEALE, Martha

[1962] *The Development of Logic*. Oxford: Clarendon Press.

KOBAYASHI, Mitsunori & ISHIMOTO, Arata

[1983] A Propositional Fragment of Leśniewski's Ontology and its Formulation by the Tableau Method, *JSL* 48, 522 (abstract).

KOKOSZYNSKA, Maria

[1968] Kazimierz Ajdukiewicz, in: R. Klibansky [1968], 202-208.

KORCIK, Antoni

[1954] Zdania egzystencjalne u Arystotelesa (Les propositions existentielles chez Aristote), *Polonia Sacra* (Krakow) 6, 46-50.

KORTLANDT, Frederik Herman Henri

[1972] *Modelling the Phoneme: New Trends in East European Phonemic Theory*, La Hague/Paris: Mouton.

KOTARBINSKA, Janina

[1961] On Ostensive Definition. *Atti del XII Congresso Intern. di Filosofia* V, 287-293.

KOTARBINSKI, Tadeusz

[1913] Zagadnienie istneia przyszlosci (Le problème de l'existence du futur), *Przeglad Filosoficzny* 12.

[1921] Sprawa istnienia przedmiotow idealnych (La question de l'existence d'objets idéaux), *Przeglad Filozoficzny* 24. Réimpression [1957a] 2, 7-39.

[1923] Prawdziwosc i falszywosc definicyj (Vérité et fausseté des définitions), *Przeglad Filozoficzny* 27, 263-264.

[1929] *Elementy teorji poznania, logiki formalnej i metodologji nauk* (Éléments de la théorie de la connaissance, logique formelle, et méthodologie des sciences), Lwow. Réimpression [1947], éd. revue [1961], Trad. angl. [1966b].

[1933] Grundlinien und Tendenzen der Philosophie in Polen, *Slavische Rundschau* 5, 219-229.

[1935] Zasadnicze mysli pansomatyzmu (Les idées fondamentales du pansomatisme), *Przeglad Filozoficzny* 38, 283-294. Trad. angl. [1955].

[1948] Sur l'attitude réiste (ou concrétiste), *Synthese* 7, 262-273.

[1949] O postawie reistycznej (Sur les fondements du réisme), *Mysl Wspolczesna* 4, n.10, 3-11.

[1955] The Fundamental Ideas of Pansomatism, *Mind* 64, 488-500. Trad. angl. de A. Tarski & D. Rynin [1935a].

[1956a] *Sprawnosc i blad. Z mysla o dobrej robocie nauczyciela* (Intelligence et erreurs. Lukasiewicz), Warszawa: Panstwowe Zaklady Wydawnictw Szkolnych, 102p.

[1956b] La logique en Pologne (1945-1955), *Les Études Philosophiques* n.s. 11, 234-241.

[1956c] Garstka wspomnien o Stanislawie Leśniewskim (Quelques souvenirs de S. Leśniewski), *Ruch Filozoficzny* 24, 155-163.

[1957a] *Wybor pism* (Œuvres choisies), Warsaw, vol. I, 733p., vol. II (1958), 936p.

[1957b] La philosophie dans la Pologne contemporaine, *Syntheses* 12.137, 29-38.

[1957c] *Wyklady z dziejow logiki* (Eléments d'histoire de la logique), Lodz: Societas Scientiarum Lodziensis 28, 244p. Trad. fr. [1964].
[1958] Fazy rozwojowe konkretyzmu, *Studia Filozoficzne* 4, 3-13.
[1959] *La logique en Pologne. Son originalité et les influences étrangères*, Rome: Angelo Signorelli Editore (Academia Polacca di Scienze e Lettere, Biblioteca di Roma, Conferenze, Fascicole 7), 24p.
[1964] *Leçons sur l'histoire de la logique*, Paris: PUF, Trad. fr. de [1957c]
[1966a] Sur l'attitude réiste ou concrétiste: le langage, *Actes du 13e Congrès des Sociétés de Philosophie de Langue Française*, Neuchâtel, I, 100-102.
[1966b] *Gnosiology. The Scientific Approach to the Theory of Knowledge*, Oxford: Pergamon Press. Trad. angl. de [1929].
[1967] Notes on the Development of Formal Logic in Poland in the Years 1900-39, in McCall [1967], 1-14.
[1976] Stanislaw Leśniewski: A Handful or Memories. Distributed at the Leśniewski Conference in Krakow.

KOWALSKI, James G.
[1975] *Leśniewski's Ontology Extended with the Axiom of Choice*, Ph.D. dissertation under Sobocinski at Notre Dame Publ. [1977].
[1977] Leśniewski's Ontology Extended with the Axiom of Choice, *NDJFL* 18.1, 1-78.

KRASZEWSKI, Zdzislaw & SUSZKO, Roman
[1966] O klasach normalnych i nienormalnych na terenie jezyka potocznego (Z badan nad pojeciem klasy I) (Les classes normales et non normales dans les langues naturelles – Recherches sur le concept de classe I), *Studia Logica* 19, 127-146.

[1968] Klasy normalne i nienormalne a teoriomnogosciowe i mereologiczne pojecie klasy (Z badan nad pojeciem klasy II) (Classes normales et non normales par rapport aux concepts ensembliste et méréologique de classe – Recherches sur le concept de classe II), *Studia Logica* 22, 85-97.

KRIPKE, Saul

[1976] Is there a Problem about Substitutional Quantification?, in: Mc Dowell (ed.), *Truth and Meaning*, Oxford: Clarendon Press, 325-419.

KROKIEWICZ, Adam

[1948] O logice stoikow (Sur la logique stoïcienne), *Kwartalnik Filozoficzny* 17, 173-197.

KRUSZEWSKI, Zbigniew

[1925] Ontologja bez aksjomatow (Ontologie sans axiomes), *Przeglad Filozoficzny* 28, 136.

KRZYZANOWSKI, Juliusz

[1939] Symbolika Ontologiczna czy Algebra logiki (Symbolisme ontologique ou algèbre logique), *Przeglad Klasyczny* 5, 85-89.

KUBINSKI, Tadeusz

[1958] Nazwy nieostre (Termes vagues), *Studia Logica* 7, 115-179.

[1959] Systemy pozornie sprzeczne (Systèmes quasi inconsistants), *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Wroclawskiego*, Seria B, Matematyki, Fizyki i Astronomii, 53-61.

[1960] An Attempt to Bring Logic Nearer to Colloquial Language, *Studia Logica* 10, 61-75.

[19xx] An Extension of the Theory of Syntactic Categories, *Acta Universitatis Wratislaviensis* 12, 19-36.

[1964] Cudzyslow i prawda (Usage des guillemets et vérité), *Ruch Filozoficzny* 23, 70-72.

[1965] Two Kinds of Quotation Mark Expressions in Formalized Languages, *Studia Logica* 17, 31-51.

[1966] Przeglad niektorych zagadnien logiki pytan (Compte rendu de certains problèmes de la logique des questions), *Studia Logica* 18, 105-137.

[1968] Uwagi o modelach systemu mereologii Leśniewskiego (Remarques sur les modèles du système leśniewskien de la méréologie), *Ruch Filozoficzny* 26, 336-338.

[1969] Pewna teoriomnogosciowa wlasnosc ontologii (Some Model Theoretic Properties of Ontology), *Ruch Filozoficzny* 27.4.

[1970] Pewne klasy relacji miedzy pytaniami (Une certaine classe de relations entre questions), *Ruch Filozoficzny* 28.3-4.

[1971a] Teoria identycznosci i ontologia elementarna (Théorie de l'identité et ontologie élémentaire), *Acta Universitatis Wratislaviensis* 139, *Prace Filozoficzne* VIII, 3-8.

[1971b] Trzy elementarne rachunki nazw (Trois calculs élémentaires des noms), *Acta Universitatis Wratislaviensis* 139, *Prace Filozoficzne* VIII, 9-24.

[1971c] A Report on Investigations concerning Mereology, *Acta Universitatis Wratislaviensis* 139, *Prace Filozoficzne* VIII, 48-69.

[1971d] O pseudodefinicjach aksjomatycznych stalej "jest" w teoriach elementarnych (Sur les définitions pseudo-axiomatiques de la constante "est" dans les théories élémentaires), *Ruch Filozoficzny* 29, 263-269.

KUBINSKI, Tadeusz & ZABSKI, Eugeniusz

[1971] Proby aksjomatycznego ujecia pojecia nieodroznialnosci empirycznej (Tentative de traitement axiomatique du concept d'indiscernabilité empirique), *Ruch Filozoficzny* 29, 270-274.

KUHN, Steven T.

[1980] Quantifiers as modal operators, *Studia Logica* 39.2-3, 145-148.

KÜNG, Guido

[1963] *Ontologie und Logistische Analyse der Sprache. Eine Untersuchung zur Zeitgenössischen Universalien-diskussion*, Wien: W. Springer.

[1967] *Ontology and the Logistic Analysis of Language*, Dordrecht/Boston: Reidel. Trad. de [1963].

[1972] Noema und Gegenstand, in: R. Haller (Hg.), *Jenseits von Sein und Nichtsein, Beiträge zur Meinong-forschung*, Graz: Akademische Drucks-und Verlags-anstalt, 55-62.

[1974] Prologue-Functors, *Journal of Philosophical Logic* 3, 241-254.

[1976] The Meaning of the Quantifiers in the Logic of Leśniewski, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 15.

[1977a] Nominalistische Logik Heute, *Allgemeine Zeitschrift für Philosophie* 1, 29-52.

[1977b] The Meaning of the Quantifiers in the Logic of Leśniewski, *Studia Logica* 36.4, 309-322.

[1978] Funktory prologowe i kwantifikatory u Stanislawa Leśniewskiego, *Studia Semiotyczne* 8, 200-210.

[1980] Nominalismus/Platonimus, in: J. Speck (Hsg), *Hand-buch wissenschaftstheoretischer Begriffe*, Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

[1981a] Abélard et les vues actuelles sur la question des universaux, in: F. Brunner (éd.), *Abélard: le "Dialogue", la philosophie de la logique*. (Actes du colloque de Neuchâtel, 16-17 novembre 1979). Genève /

Lausanne: *Cahiers de la Revue de Théologie et de Philosophie* 6, 99-118.
[1981b] Leśniewski's Systems, in: W. Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic as applied in the Study of Language; Concepts, Methods and Theories*, The Hague: M. Nijhoff, 168-177.
[1981c] Abailard and Present-Day View on the Problem of Universals, *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric II*; Warsaw University, English transl. of [1981a].
[1981d] O aktualnef sytuacji logiki nominalistycznej, *Roczniki Filosoficzne* 29, part I, 87-107.
[1982] Die Schwierigkeit mit der logischen Form ontologischer Aussagen, in: W. Leinfellner *et al.* (eds), *Language and Ontology*, (Proceedings of the 6th International Wittgenstein Symposium, 1981), Vienna: Hölder-Pichler-Tempsky.
[1983] The Difficulty with the Well-Formedness of Ontological Statements, *Topoï* 2, 111-119, English transl. of [1982].
[1984] Gehört die Logik zur Ontologie oder zur Mathematik?, *Freiburger Zeitschrift für Philosophie und Theologie* 31.1.

KÜNG, Guido & CANTY, John Thomas
[1970] Substitutional Quantification and Leśniewskian Quantifiers, *Theoria* 36.4, 165-182.

KURATOWSKI, Kazimierz
[1970] The Polish Mathematical Society between the two World Wars, *Rev. Polish Acad. Sci.* 15, 73-77.
[1980] *A Half-Century of Polish Mathematics. Remembrances and Reflection*, Oxford: Pergamon Press.

KURATOWSKI, Kazimierz & MOSTOWSKI, Andrzej
[1968] *Set Theory*, Amsterdam: North Holland.

KUZAWA, Mary Grace
[1968] *Modern Mathematics. The Genesis of a School in Poland*, College and University Press.

LAFORGE, Jean-Marc
[1974] Fondements pour une méréologie ensembliste, *Logique et Analyse* 17.65-66, 165-174.

LAMBEK, Joachim
[1958] The Mathematics of Sentence Structure, *American Mathematical Monthly* 65, 154-170.
[1959] Contributions to a Mechanical Analysis of the English Verb-Phrase, *Journal of the Canadian Linguistic Association* 5, 83-89.
[1961] On the Calculus of Syntactical Types, in: R. Jakobson (ed.), *Structure of Language and its Mathematical Aspects*, Providence: American Mathematical Society, 166-178.

LAMBEK, Jim
[1999] Les types en mathématique et en linguistique, in: D. Miéville (éd.), *Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 13, 147-158.

LAMBERT, Karel
[1963a] Existential Import Revisited, *NDJFL* 4, 288-292.
[1963b] Quantification and Existence, *Inquiry* 6, 311-324.
[1965] On Logic and Existence, *NDJFL* 6, 135-141.
[1967] Free Logic and the Concept of Existence, *NDJFL* 8, 133-144.
[1969] *The Logical Way of Doing Things*, New Haven/London: Yale University Press.
[19..] Explaining away Singular Non-Existence Statements, *Dialogue* 1.4.

LAMBERT, Karel & SCHARLE, Thomas
[1967] A Translation Theorem for two Systems of Free Logic, *Logique et Analyse* 10.39-40, 328-341.
LARGEAULT, Jean
[1970] *Logique et philosaophie chez Frege*, Paris/Louvain: Nauwelaerts.
[1972] *Enquête sur le nominalisme*, Paris/Louvain: Nauwelaerts.
LEBIEDIEWA, Swietlana
[1969a] The Systems of Modal Calculus of Names I, *Studia Logica* 24, 83-107.
[1969b] The Systems of Modal Calculus of Names, II: Modal Calculi of Names Based on the Classical Calculus of Propositions, *Studia Logica* 25, 79-96.
LE BLANC, Audoenus
[1985] New Axioms for Merelogy, *NDJFL* 26.4, 437-444.
LEBLANC, Hugues
[1973] *Truth, Syntax and Modality*, Amsterdam: North-Holland.
[1976] *Truth-value Semantics*, Amsterdam: North-Holland.
[1982] *Existence, Truth, and Probability*, New York: State University of New York.
LECOMTE, Alain
[1995] Une descendance des systèmes de Leśniewski. Le calcul de Lambek (de la grammaire logique aux grammaires de logiques des types), in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel, Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 207-236.
LEDNIKOV, E. E.
[1973] *Kriticeskij analiz nominalisticeskich tendencij v sovremennoj logike* (Analyse critique des tendances

nominalistes de la logique contemporaine), Kiev: Naukova dumka.

LEHRBERGER, John

[1974] *Functor Analysis of Natural Language*, Paris/La Haye: Mouton.

LEJEWSKI, Czeslaw

[1953] O pojeciu istnienia w logice (Sur le concept d'existence en logique), *Polskie Towarzystwo Naukowe Na Obczyznie* 4, 15-17.

[1954a] A Contribution to Leśniewski's Mereology, *Polskie Towarzystwo Naukowe Na Obczyznie* 5, 48-50.

[1954b] Logic and Existence, *British Journal for the Philosophy of Science* 5, 104-119.

[1955] A New Axiom of Mereology, *Polskie Towarzystwo Naukowe Na Obczyznie* 6, 65-70.

[1957] Proper Names, A symposium, *Proceedings of the Aristotelian Society*, Sup. vol. 31, 229-256.

[1958a] On Implicational Definitions, *Studia Logica* 8, 189-211.

[1958b] On Leśniewski's Ontology, *Ratio* 1, 150-176.

[1958c] Zu Leśniewskis Ontologie, *Ratio* 2, 50-78.

[1958d] Reviews of W. T. Parry's *A New Symbolism for the Propositional Calculus* and G.B. Standley's *Ideographic Computation in the Propositional Calculus*, *JSL* 23, 63.

[1960a] A Re-examination of the Russellian Theory of Descriptions, *Philosophy* 35, 14-29.

[1960b] Studies in the Axiomatic Foundations of Boolean Algebra I, II, III, *NDJFL* 1, 23-47 et 91-106, et 2, 79-93.

[1963a] A Note on a Problem concerning the Axiomatic Foundations of Mereology, *NDJFL* 4.2, 135-139.

[1963b] Aristotle's Syllogistic and its Extensions, *Synthese* 15, 125-154.
[1965] Parts of Speech, *Proceedings of the Aristotelian Society*, Sup. vol. 39, 189-204.
[1967a] A Theory of Non-Reflexive Identity and its Ontological Ramifications, in: P. Weingartner (Hg.), *Grundfragen der Wissenschaften und ihre Wurzeln in der Metaphysik*, Salzburg/München: Universitäts-verlag A. Pustet, 65-102.
[1967b] The Problems of Ontological Commitment, *Fragmenty Filozoficzne* (Third Series), 147-164.
[1967c] A Single Axiom for the Mereological Notion of Proper Part, *NDJFL* 7, 279-285.
[1967d] Leśniewski Stanislaw, in: P. Edwards (ed.), *The Encyclopedia of Philosophy*, Vol. 4, 441-443.
[1969] Consistency of Leśniewski's Mereology, *JSL* 34, 321-328.
[1970] Quantification and Ontological Commitment, in: W. Yourgrau & A.D. Breck (eds), *Physics, Logic and History*, New York/London: Plenum Press, 173-190.
[1973a] A Contribution to the Study of Extended Mereologies, *NDJFL* 14, 53-61.
[1973b] Leśniewski, Stanislaw, in: C.C. Gillispie (ed.), *Dictionary of Scientific Biography* 8, New York: Charles Scribner's Sons, 262-263.
[1974a] Popper's Theory of Formal or Deductive Inference, in: P.A. Schilpp (ed.), *The Philosophy of Karl Popper*, La Salle: Open Court Pub., Vol. I, 632-670.
[1974b] A System of Logic For Bicategorical Ontology, *Journal of Philosophical Logic* 3, 265-283.
[1975a] Logic, History of, *Encyclopedia Britannica*, Macro-pedia XI, 56-72.

[1975b] Syntax and Semantics of Ordinary Language, *The Aristotelian Society*, Sup. vol. 49, 127-146.

[1976a] On Prosleptic Premises, *NDJFL* 17, 1-18.

[1976b] Systems of Leśniewski's Ontology with the Functor of Weak Inclusion as the Only Primitive Term, *XXIInd Conference on the History of Logic*, 5-9 July, 1976, Krakow, 38p.

[1976c] Ontology and Logic, *Philosophy of Logic* (Proceedings of the Third Bristol Conf. in Critical Phil.), Berkeley: Univ. Calif. Press, 1-63.

[1977a] A Note concerning the Notion of Mereological Class, *NDJFL* 19.2, 251-263.

[1977b] Systems of Leśniewski's Ontology with the Functor of Weak Inclusion as the Only Primitive Term, *Studia Logica* 36.4, 323-349.

[1980] A Note concerning the Notion of Mereological Class. Postscript, *NDJFL* 21.4, 679-682.

[1981] Logic and Ontology, in: E. Agazzi (ed.), [1981], 379-398.

[1983] A Note on Leśniewski's Axiom System for the Mereological Notion of Ingredient or Element, *Topoï* 2, 63-71.

[1984] Logic and Existence, in: Srzednicki & Rickey (eds), [1984], 45-58.

[1985] Accomoding the Informal Notion of Merelogical Class within the Framework of Leśniewski's Ontology, *Dialectica* 39, 217-241.

[1989] *Ricordando Stanislaw Leśniewski*, Trento: Centro Studi per la Filosofia Mitteleuropea.

[1995] Remembering Stanislaw Leśniewski, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel, Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 25-66.

LENZEN, Wolfgang

[1976] Knowledge, Belief, Existence, and Quantifiers. A Note on Hintikka, *Grazer Philosophische Studien* 2, 55-65.

LEPAGE François

[2000] Partial Monotonic Protothetics, *Studia Logica* 66.1, 147-163.

LEONARD, Henry S.

[1967] *Principles of Reasoning: An Introduction to Logic, Methodology, and the Theory of Signs*, New York: Dover, édition revue.

LEONARD, Henry S. & GOODMAN, Nelson

[1936] A Calculus of Individuals, *JSL* 2, 63.

[1940] The Calculus of Individuals and its Uses, *JSL* 5, 45-55.

LEŚNIEWSKI, Stanislaw (1886—1939)

[1911] Przyczynek do analizy zdan egzystencjalnych (Contribution à l'analyse des propositions existentielles), *Przeglad Filozoficzny* 14, 329-345.

[1912] Proba dowodu ontologicznej zasady sprzecznosci (Essai de preuve du principe ontologique de contradiction), *Przeglad Filozoficzny* 15, 202-226.

[1913a] *Logiceskia razsuzdenia* (en russe), St. Petersburg, 87p.

[1913b] Czy prawda jest tylko wieczna czy tez wieczna i odwieczna? (La vérité est-elle vraie seulement éternellement ou aussi sans commencement?), *Nowe Tory* 18. Trad. angl. [1963].

[1913c] Krytyka logicznej zasady wylaczonego srodku (Critique du principe logique du tiers exclu), *Przeglad Filozoficzny* 16, 315-352.

[1914a] Czy klasa klas, nie podporzadkowanych sobie, jest podporzacdkowana sobie? (La classe des classes qui ne se contiennent pas elles-mêmes se contient-elle elle-même?), *Przeglad Filozoficzny* 17, 63-75.

[1914b] Teoria mnogosci na 'podstawach filozoficznych Benedykta Bornsteina', *Przeglad Filozoficzny* 17, 488-507.

[1916] *Podstawy ogolnej teoryi mnogosci. 1* (Fondements de la théorie générale des ensembles), Prace Polskiego Kola Naukowego w Moskwie. Sekcya matematyczno-przyrodnicza, no. 2, 42p., Moscow.

[1927] O podstawach matematyki (Sur les fondements des mathématiques), *Przeglad Filozoficzny* 30, 164-206; 31, 261-291; 32, 60-101; 33, 77-105 et 142-170.

[1929a] Über Funktionen, deren Felder Gruppen mit Rücksicht auf diese Funktionen sind, *Fundamenta Mathematicae* 13, 319-332.

[1929b] Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik, *Fundamenta Mathematicae* 14, 1-81.

[1929c] Über Funktionen, deren Felder Abelsche Gruppen in bezug auf diese Funktionen sind, *Fundamenta Mathematicae* 14, 242-251.

[1930a] Über die Grundlagen der Ontologie, *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III, 23, 111-132.

[1930b] Über Definitionen in der sogenannten Theorie der Deduktion, *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III, 23, 289-309.

[1931] O podstawach matematyki, chapitres X-XI, *PF* 34, 141-170.

[1938a] Einleitende Bemerkungen zur Fortsetzung meiner Mitteilung u. d. T. "Grundzüge eines neuen Systems

der Grundlagen der Mathematik", *Collectanea Logica* 1, 1-60. Trad. angl. [1967b].

[1938b] Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik, §12, *Collectanea Logica* 1, 61-144.

[1963] Is Truth only Eternal or Both Eternal and Sempiternal, *Polish Review* 8, 23-43. Trad. angl. de [1913b].

[1967a] *Stanislaw Leśniewski: Collected Papers.* Canty has collected Lesniewski's papers, with the exception of [1913a], [1913b], [1916], which could not be located, and the bound photostats have been deposited in the University of Notre Dame Library. BC/135/L637, vi + 297 pages.

[1967b] Introductory Remarks to the Continuation of my Article: Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik, in: McCall [1967], 116-169. Trad. angl. de [1938a].

[1967c] On Definitions in the So-Called Theory of Deduction, in: McCall [1967], 170-187. Trad. angl. de [1930b].

[1968] Is Truth Eternal or it Eternal and Since Eternity, *Polish Review* 8.3, 23-43. Trad. angl. de [1913b].

[1980] Japanese Translation of O Podstawach Matematyki, Rozdzial XI, *The Philosophy of Science*, 89-102.

[1983a] Leśniewski sobra la concepcion de los "eventos", *Theorema*, 83-89.

[1983b] On the Foundations of Mathematics, chapitres I-X, *Topoi* 2, 7-52. Traduction V. Sinisi.

[1989] *Sur les fondements de la mathématique. Fragments (Discussions préalables, méréologie, ontologie).* Trad. G. Kalinowski, Paris: Hermès.

[1992] *Collected Works I, II*, S.J. Surma, J.T. Srzednicki, D.I. Barnett (eds). Varsovie: Polish Scientific Pub. / Dordrecht/Boston: Kluwer.

LEWIS, David
[1970] Nominalistic Set Theory, *Noûs* 4, 225-240.
[1972] General Semantics, in: D. Davidson & G. Harman (eds), *Semantics of Natural Language*, Dordrecht/ Boston: Reidel, 169-218.
[1991] *Parts of Classes*, Oxford: Blackwell, 1991.
LINDENBAUM, Adolf (1904—1941)
[1931] Bemerkungen zu den vorhergehenden "Bemerkungen... " des Herrn J. v. Neumann, *Fundamenta Mathematicae* 17, 335-336.
[1936] Sur la simplicité formelle des notions, *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique,* VII *Logique*, Paris: Hermann, 29-38.
LINDENBAUM, Adolf & TARSKI, Alfred
[1926] Communication sur les recherches de la théorie des ensembles, *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III, 19, 299-330.
[1983] On the Limitations of the Means of Expression of Deductive Theories, in: Tarski [1983], 384-392.
LINSKY, Leonard & SCHUMM, George
[1971] Frege's Way out: A Footnote, *Analysis* 32, 5-7.
LIPPERT, Bernhard Matthäus
[1976] *Rekonstruktionen zur Leśniewski'schen Logik*, Zulassungsarbeit zum Staatsexamen, Konstanz.
LODE, Tenny
[1952] The Realization of a Universal Decision Element, *The Journal of Computing Systems* 1, 14-22.
LOPEZ-ESCOBAR, E.G.K. & MIRAGLIA, Francisco
[2002] *Definitions: the Primitive Concept of Logics or the Leśniewski-Tarski Legacy,* Warszawa: Institute of Mathematics Polish Academy of Science.

LORENZ, Kuno

[1976] Some Remarks on the Relation between the Dichotomy of Part and Whole with the Dichotomy of Property and Object, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 17.

[1977] On the Relation between the Partition of a whole into Parts and the Attribution of Properties to an Object, *Studia Logica* 36.4, 351-362.

LUKASIEWICZ, Jan (1878—1956)

[1910a] Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles, *Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie*, Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie, 15-38. Trad. angl.[1971].

[1910b] O *zasadzie sprzecznosci u Arystotelesa. Studyum krytyczne* (Sur le principe de contradiction chez Aristote: une étude critique), Krakow: Akademia Umiejetnosci.

[1921a] Logika dwuwartosciowa (Logique bivalente), *Przeglad Filozoficzny* 23, 189-205. Trad. angl. [1970b].

[1921b] O ontologji prof. Leśniewskiego (Sur l'ontologie du Prof. Leśniewski), *Przeglad Filozoficzny* 24, 248 et *Ruch Filozoficzny* 6, 72.

[1924] O pewnym sposobie pojmowania teorji dedukcji (Sur une certaine manière d'interpréter la théorie de la déduction), *Przeglad Filozoficzny* 28, 134-136.

[1924-25] Démonstration de la compatibilité des axiomes de la théorie de la déduction, *Annales de la Société polonaise de Mathématique III*.

[1928a] Rola definicji w systemach dedukcyjnych (Le rôle de la définition dans les systèmes déductifs), *Ruch Filozoficzny* 11, 164.

[1928b] O definicjach w teorii dedukcji (Sur les déductions dans les théories déductives), *Ruch Filozoficzny* 11, 177-178.

[1929] *Elementy logiki matematycznej*, Warsaw, viii + 200p. Seconde éd. 1958, PWN. Trad. angl. [1963].

[1939] Der Äquivalenzenkalkül, *Collectanea Logica I*, 145-169. Trad. angl. [1967].

[1951a] *Aristotle's Syllogistic, from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford: Clarendon Press.

[1951b] On Variable Functors of Propositional Arguments, *Proceedings of the Royal Irish Academy*, sect. A, 54, 25-35. Réimpression [1970a], 311-324.

[1953] Symposium: The Principle of Individuation I, *Proceedings of the Aristotelian Society*, Sup. vol. 27, 69-82.

[1961] *Z zagadnien logiki i filozofii, Pisma wybrane* (Problèmes de logique et de philosophie, textes choisis), PWN, Warsaw, ed. J. Slupecki, 309p.

[1963] *Elements of Mathematical Logic*, Oxford: Pergamon Press. Trad. de [1929].

[1967] On the History of the Logic of Propositions. The Equivalential calculus, in: S. McCall [1967], 66-87; 88-115. Trad. de [1939]. Réimpression [1970a], 250-277.

[1970a] *Jan Lukasiewicz, Selected Works*, (ed. L. Borkowski), Amsterdam: North-Holland / Warszawa: PWN Polish.

[1970b] Two-Valued Logic, in [1970a], 89-109. Trad. de [1921a].

[1971] On the Principle of Contradiction in Aristotle, *The Review of Metaphysics* 24, 485-509. Trad. de [1910a].

LUKASIEWICZ, Jan & TARSKI, Alfred
[1930] Untersuchungen über den Aussagenkalkül, *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III, 23, 30-50. Trad. angl. [1956], fr. [1972].
[1953] The Principle of Individuation I, *Proceedings of the Aristotelian Society* sup. vol. 27, 69-82.
[1956] Investigations into the Sentential Calculus, in: Tarski [1956], 38-59. Réimpression Lukasiewicz [1970], 131-152. Trad. de [1930].
[1963] *Elements of Mathematical Logic*, Oxford: Pergamon Press.
[1967] On the History of the Logic of Propositions. The Equivalential Calculus, in: S. McCall (ed.), [1967], 66-87; 88-115.
[1972] Recherches sur le calcul propositionnel, in: Tarski [1972], 45-65. Trad. de [1930].

LUSCHEI, Eugene C.
[1962] *The Logical Systems of Leśniewski*, Amsterdam: North-Holland.

LYONS, John
[1966] Towards a “Notation” Theory of the “Parts of Speech”, *Journal of Linguistics* 2, 209-236.
[1968] *Introduction to Theoretical Linguistics*, Cambridge: Cambridge University Press.

MACHOVER, Maurice
[1966] Contextual Determinancy in Leśniewski’s Grammar, *Studia Logica* 19, 47-58.

MANSEL, henry Longueville
[1851 Recent Extensions of Formal Logic, N*orth British Review*, 90-121.

MARCUS, Ruth Barcan
[1962] Interpreting Quantification, *Inquiry* 5, 252-259.

[1963] Modal Logics I: Modalities and Intensional Languages, in: M. Wartofsky (ed.), *Boston Studies in the Philosophy of Science*. Vol. 1, Dordrecht/ Boston: Reidel.

[1972] Quantification and Ontology, *Noûs* 6, 240-250.

MARSONET, Michele

[1980] Problemi di teoria della quantificazione nell'ontologia di Stanislaw Leśniewski, *Miscellanea filosofica* 1979, 39-64.

[1981] *Logica e impegno ontologica: saggio su Stanislaw Leśniewski*, Milano: Angeli.

MARTIN, Norman M.

[1953] On Completeness of Decision Element Sets, *The Journal of Computing Machinery* 1, 150-154.

MARTIN, Richard M.

[1953] On Truth and Multiple Denotation, *JSL* 18, 11-18.

[1958] *Truth and Denotation, A Study in Semantical Theory*, Chicago: University of Chicago Press.

[1962] Existential Quantification and the "Regimentation" of Ordinary Language, *Mind* 71, 525-529.

[1969] On Events and the Calculus of Individuals, *Proceedings of the XIVth International Congress of Philosophy* 3, 202-208.

[1978] On Quine's Philsosophy of Logic / In Defense of Nominalism, in: *Events, References and Logical Form*. Washington: The Catholic University of America Press, 181-192 / 253-261.

MARTIN, Richard M. & WOODGER, Joseph H.

[1951] Toward an Inscriptional Semantics, *JSL* 16, 191-203.

MAZURKIEWICZ, Stefan

[1939] Stanislaw Leśniewski (1886-1939), *Przeglad Filozoficzny* 42, 115.

MCCALL, Storrs
[1967] *Polish Logic, 1920-1939*, Oxford: Oxford University Press.
MENDELSON, Eliott
[1979] *Introduction to Mathematical Logic*, New York: D. Van Nostrand.
MENNE, Albert (ed.)
[1962] *Logico-Philosophical Studies*, Dordrecht/Boston: Reidel.
MEREDITH, Carew Arthur (1904—1976)
[1951] On an Extended System of the Propositional Calculus, *Proceedings of the Royal Irish Academy* 54, Sect A, 37-47.
MERILL, D.
[1977] On Morgan's argument, *NDJFL* XVIII, 133-138.
MERLEAU PONTY, Maurice
[1945] *Phénoménologie de la perception*, Paris: Gallimard.
MICHALOWSKI, Witold
[1955] Zagadnienie nazw pustych w sylogistyce w swietle ontologii Leśniewskiego (Le problème des noms sans référence dans la syllogistique d'Aristote, vu à partir de l'ontologie de Leśniewski), *Roczniki Filozoficzne* 5, 65-95; 227.
[1964] Non-Referential Names and a Particular Quantifier, *Studia Logica* 15, 273-274.
MIÉVILLE, Denis
[1983] Analogie et exemple, in: M.J. Borel, J.-B. Grize & D. Miéville (éds), *Essai de logique naturelle*, Berne, Francfort/M., New York: P. Lang, 147-224.
[1984a] Acquisition des connaissances et raisonnement non formel, in: *Les modes de raisonnement, Actes du colloque d'Arc*, Orsay.

[1984b] Classe-objet et classe méréologique, in: *Construction et transformations des objets de discours* (Actes du colloque Besançon-Neuchâtel), Université de Neuchâtel: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 47, 147-171.

[1984c] *Un développement des systèmes logiques de S. Leśniewski. Protothétique-Ontologie-Méréologie.* Berne, Francfort/M., New York: P. Lang.

[1984d] Logique naturelle et méréologie, in: J.-B. Grize *et al.* (éds), *Sémiologie du raisonnement*, Berne, Francfort/M., New York: P. Lang, 209-239.

[1985] Un aperçu des caractéristiques des systèmes logiques de S. Leśniewski, *Dialectica* 39.3, 165-179.

[1987] Axiomes et définitions chez Leśniewski: une manière génétique de développer les systèmes formels, *Theoria* (Segunda Epoca) 5-6, 285-307.

[1989] Préface à l'ouvrage de S. Leśniewski: *Sur les fondements de la mathématique. Fragments*, Paris: Hermès, 10-16. (Traduction G. Kalinowksi).

[1991] Articles: S. Leśniewski: l'homme et l'œuvre, Méréologie, Ontologie, Protothétique, in: *Encyclopédie Philosophique Universelle*, Paris: PUF, Vol. 2, 1603-1604, 1805-1806, 2097.

[1992a] S. Leśniewski, ou une manière d'aborder l'ontologie, *Sémiotiques* 2, 19-35.

[1992b] Définition conventionnelle et définition créative, in: G. Sommaruga-Rosolemos (éd.), *Aspects et problème du conventionnalisme*, Fribourg: Editions universitaires, 89-97.

[1993] L'antre des relations, in: *Relations formelles et non formelles*, Université de Neuchâte: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 61, 53-96.

[1995a] Calcul et raisonnement chez Leśniewski, in: *Raisonnement et calcul. Actes du colloque Neuchâtel*, Université de Neuchâtel: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 63, 133-147.

[1995b] Stanislaw Leśniewski et l'importance d'une logique développementale, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel, Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 67-92

[1996] A la recherche des catégories syntaxico-sémantiques oubliées, in: *Analyse catégorielle et logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 10, 35-41.

[1997a] La logique développementale, in: *Introduction aux logiques non classiques*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 11, 161-187.

[1997b] Microsystème, logique et lexique, *Cahiers de lexicographie* 71, 183-193.

[1997c] La classe-objet de discours a-t-elle des creux ou des bosses? in: *Logique, discours et pensée. Mélanges offerts à Jean-Blaise Grize*, textes recueillis et édités par D. Miéville & A. Berrendonner, Berne: P. Lang, 103-119.

[1999a] Associative Anaphora: an Attempt at Formalization, *Journal of Pragmatics* 31, 327-337.

[1999b] Expansion catégorielle et logique, in: D. Miéville (éd.), *Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 13, 1-41.

[2001a] *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, (sous la direction de D. Miéville), Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14.

[2001b] *Introduction à l'œuvre de S. Leśniewski*. Fascicule I: *La protothétique*. Université de Neuchâtel: Travaux de logique.

[2004] *Introduction à l'œuvre de S. Leśniewski*. Fascicule II: *L'ontologie*. Université de Neuchâtel: Travaux de logique.

[2005] Quantification et significations primitives, in: Joray (sous la dir.) [2005], 139-152.

MIÉVILLE, Denis & HOUDÉ Olivier (éds)

[1993] *Pensée logico-mathématique. Nouveaux objets interdisciplinaires*, Paris: P.U.F.

MIÉVILLE, Denis & VERNANT Denis (éds)

[1995] *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel, Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques.

MIHAILESCU, Eugene Gh.

[1937a] Recherches sur un sous-système du calcul des propositions, *Annales Scientifiques de l'Université de Jassy* 23, 106-124.

[1937b] Recherches sur la négation et l'équivalence dans le calcul des propositions, *Annales Scientifiques de l'Université de Jassy* 23, 388-403.

[1969] *Logica Matematica, Elemente de Calcul cu Propozitii se Predicate*, Editura Academiei Republicie Socialista România, Bucuresti.

MIKOLAJEWICZ, Boleslaw

[19xx] Zagadnienie odtwarzalnosci logiki tradycyjnej w pewnym elementarnym rachunku nazw (Le problème de la reconstructibilité de la logique traditionelle dans un calcul élémentaire des noms), *Acta Universitatis Wratislaviensis*.

MORAVCSIK, Julius M. E.
[1973] Mass Terms in English, in: J. Hintikka, J. Moravcsik & P. Suppes, *Approaches to Natural Language*, (Proc. of the 1970 Stanford Workshop on Grammar and Semantics), Dordrecht/Boston: Reidel, 263-285.

MORAWIEC, Adelina
[1961] Podstawy logiki nazw (Fondements de la théorie des noms), *Studia Logica* 12, 145-170.

MORGAN, Charles G.
[1973] Proper Definitions in Principia Mathematica, *International Logic Review* 4.7, 80-85.

MORRISON, Paul G.
[1970] An Axiom-Free Theory of the Part-Whole Relation, *JSL* 35, 358-359.

MORSCHER, E.; CZERMAK, J. & WEINGARTNER P. (eds)
[1977] *Problems in Logic and Ontology*, Papers presented at the Colloquium on Logic and Ontonlogy, Salzburg 1973, Graz: Akademische Druck-und Verlagsanstalt.

MORSE, Anthony P.
[1965] *A Theory of Sets*, New York & London: Academic Press.

MOSTOWSKI, Andrzej (1913—1974).
[1948] *Logika Matematyczna* (Logique mathématique), Warszawa-Wroclaw: Monografie Matematyczne, T. XVIII.

MULLIGAN, Kevin & SMITH, Barry
[1982] Piece of Theory, in: B. Smith (ed.), *Parts and Moments. Studies in Logic and Formal Ontolgy*, Munich: Philosophia, 15-109.
[1983] Framework for Formal Ontology, *Topoï* 2, 73-85.

MUNITZ, Milton K.
[1974] *Existence and Logic*, New York: New York University Press.

MYHILL, John

[1953] Arithmetic with Creative Definitions by Induction, *JSL* 18, 115-118.

[1959] Review of Suppes [1957a], *Bulletin of the American Mathematical Society* 65, 156-160.

NEF, Frédéric

[1995] Sémantique et ontologie: réflexions sur la théorie des objets et les propriétés, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel: Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 147-178.

[1999] La lecture par Brentano des catégories aristotéliciennes et l'ontologie formelle, in: D. Miéville (éd.), *Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 13, 63-92.

[2001] Propriétés, mondes possibles, objets et profils. Problèmes de méréologie modale, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 1-21.

NELSON, H. GRELLING, K.

[1908] Bemerkungen zu den Paradoxen von Russell und Burali-Forti, *Abhandlungen der Frie'schen Schule*, vol. 2, 301-324.

NEMESSZEGHY, E. Z. & NEMESSZEGHY, E. A.

[1971] Is $p \supset q =_{Df} \sim p \vee q$ a Proper Definition in the System of the Principia Mathematica?, *Mind* 80, 282-283.

[1973] On the Creative Role of the Definition (*psupsetg*) = ($\sim p \vee q$) Definition in the System of Principia: Reply to V. H. Dudman (I) and R. Black (II), *Mind* 82, 613-616.

[1976] On strongly Creative Definitions: A Reply to V.F. Rickey, *Logique et Analyse* 18.69-70175-182.

NEUMANN, John Von (1903—1957)

[1931] Bemerkungen zu den Ausführungen von Herrn St. Leśniewski über meine Arbeit "Zur Hilbertschen Beweistheorie", *Fundamenta Mathematicae* 17, 331-334.

NICOD, J.G.P.

[1917] A Reduction in the Number of the Primitive Propositions of Logic. *Proceedings of Cambridge Philosophical Society* 19.

NICOLAS, Georges

[1984] *L'espace originel*, Berne: P. Lang.

ODEGARD, Douglas

[1969] Classifying the Class-Membership Relation, *Logique et Analyse* 12.47, 221-224.

ONICESCU, Octav & RADU, Eugen

[1975] Roumanian Contributions to Logical Developments: Researches in Mathematical Logic and in the Foundations of Mathematics, *International Logic Review* 6.11, 81-88.

PARSONS, Charles

[I971] A Plea for Substitutional Quantification, *The Journal of Philosophy* 68, 231-237.

PARTEE, Barbara Hall

[1973] Some Transformational Extensions of Montague Grammar, *Journal of Philosophical Logic* 2, 509-531.

PASENKIEWICZ, Kazimierz

[1961] *Pierwsze Systemy Semantyki Leona Chwistka* (Les premiers systèmes sémantiques de Leon Chwistek).

PEIRCE, Charles Sanders

[1885] In the Algebra of Logic, *American Journal of Mathematics* 7.

[1960] *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Vol III: *Exact Logic*, Edited by C. Hartshorne & P. Weiss, Cambridge Mass.: The Belknap Press of Harvard University Press (1e éd. 1933).

PELLETIER, Francis Jeffry

[1974] On Some Proposals for the Semantics of Mass Nouns, *Journal of Philosophical Logic* 3, 87-108.

PERREIAH, Alan R.

[1971] Approaches to Supposition-Theory, *The New Scholasticism* 45, 381-408.

PERZANOWSKI, Jerzy

[1973] The Development of Cantor's Definition of the Set, in: S.J. Surma (ed.) [1977], 269-274.

PEETERS, Marc

[1997] *Discrépance et simulacre. La métaphysique de Kant dans la Critique de la raison pure et les systèmes logiques de Stanislaw Leśniewski (ontologie et méréologie)*, Dissertation présentée en vue de l'obtention du titre de docteur en philosophie et lettres, sous la dir. du prof. Robert Legros. Université Libre de Bruxelles: Institut de philosophie, 3 tomes.

[2000] La "neutralité laïque" de Leśniewski et l'"agnosticisme" de Russell, in: F. Beets & E. Gillet (sous la dir.), *Logique en perspective. Mélanges offerts à Paul Gochet*, Bruxelles: Ousia, 219-248.

PIAGET, Jean

[1972] *Essai de logique opératoire*, Paris: Dunod.

PLANTINGA, Alvin

[1975] On Mereological Essentialism, *The Review of Metaphysics* 28, 468-476.

POGORZELSKI, Witold A.
[1969] *Klasyczny rachunek zdan: Zarys teorii*, Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe. Traduit: Classical Propositional Calculus.
POPPER, Karl
[1963] Creative and Non-Creative Definitions in the Calculus of Probability, *Synthesis* 15, 167-186 + correction, 21, 107.
POZSGAY, Lawrence
[1971] Liberal Intuitionism as a Basis for Set Theory *Proceedings of a Symposium in Pure Math.*, Vol. XIII, Part 1: *Axiomatic Set Theory*, Providence: American Mathematical Society, 321-330.
PRAKEL, Judith M.
[1976] Mirroring Modalities in Leśniewski's Ontology, *XIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 22-23.
[1977] Some preliminary Suggestions for the Mirroring of Non-metaphysical Modalities in Lesniewsk's Ontology, *Studia Logica* 36.4, 363-376.
[1983] A Leśniewskian re-examination of Goodman's Nominalistic Rejection, *Topoi* 2.1, 87-97.
PRIOR, Arthur N. (1914—1969)
[1952] Review Article: Lukasiewicz's Symbolic Logic, *The Australasian Journal of Psychology and Philosophy* 30, 33-46.
[1955a] *Formal Logic*, Oxford: Clarendon Press, réédition en [1962].
[1955b] English and Ontology, *British Journal for the Philosophy of Science* 6, 64-65.
[1955c] Definitions, Rules and Axioms, *Proceedings of the Aristotelian Society* 56, 199-216.
[1959] Formalized Syllogistic, *Synthese* 11, 265-273.

[1962] Nonentities, in: R.J. Butler (ed.), *Analytic Philosophy*, Oxford: Barnes & Noble, 129-132.
[1964] The Algebra of the Copula, in: E.C. Moore & R.S. Robin (eds), *Studies in the Philosophy of Charles Sanders Peirce*, University of Massachusetts Press, (Second series), 79-94.
[1965] Existence in Leśniewski and in Russell, in: J. Crossley & M. Dummett (eds), *Formal Systems and Recursive Functions*, Amsterdam: North-Holland, 149-155.
[1971] *Objects of Thought*, ed. by P.T. Geach & A.J.P. Kenny, Oxford: Clarendon Press.
[1976] *Papers in Logic and Ethics*. Amherst: University of Massachusetts.

QUINE, Willard von Orman
[1951] Whitehead and the Rise of Modern Logic, in: J.-P. Schlipp (ed.), *The Philosophy of Alfred North Whitehead*, New York: Tudor, 127-163.
[1955a] On Frege's Way out, *Mind* 64, 145-159.
[1955b] *Mathematical Logic*, Cambridge: Harvard University Press.
[1961] *From a Logical Point of View*, Cambridge: Harvard University Press.
[1962] *Methods of Logic*, New York / Holt: Rinehart & Winston.
[1968a] Ontological Relativity, *The Journal of Philosophy* LXV, 185-211.
[1968b] Existence and Quantification, in: J. Margolis (ed.), *Fact and Existence*, Oxford: Blackwell, 1-17.
[1969] *Ontological Relativity and Other Essays*. New York: Columbia University Press.
[1970] *Philosophy of Logic*, Englewood Cliffs: Prentice Hall.

[1972] *Méthodes de logique*, Paris: A. Colin, trad. M. Clavelin.
[1976] *Mathematical Logic*, Cambridge: CUP (ed. revised)

RAND, Rose
[1938] Kotarbinskis Philosophie auf Grund seines Hauptwerkes: "Elemente der Erkenntnistheorie, der Logik und der Methodologie der Wissenschaften", *Erkenntnis* 7, 92-120.

RESCHER, Nicholas
[1955] Axioms for the Part Relation, *Philosophical Studies* (Minneapolis) 6, 8-11.
[1975] Mereology, *Encyclopedia Britannica*, Macropedia, XI, 36-37.

RESNIK, Michael D.
[1964] Some Observations Related to Frege's Way out, *Logique et Analyse* 7.27, 138-144.

RICKEY, V. Frederick
[1968] *An Axiomatic Theory of Syntax*, Ph.D. dissertation, University of Notre Dame, under the direction of B. Sobocinski.
[1972] Axiomatic Inscriptional Syntax, Part I: The Syntax of Protothetic, *NDJFL* 13, 1-33.
[1973] Axiomatic Inscriptional Syntax, Part II: The Syntax of Protothetic, *NDJFL* 14, 1-52.
[1974] The One-Variable Implicational Calculus, *NDJFL* 15, 478-480.
[1975a] Creative Definitions in Propositional Calculi, *NDJFL* 16, 273-294.
[1975b] On Creative Definitions in the "Principia Mathematica", *Logique et Analyse* 18.69-70, 175-182.
[1976a] A Survey of Leśniewski's Logic, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 24. Nvlle publ. [1977].

[1976b] Model Theory for Leśniewski's Logic, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 24.

[1977] A Survey of Leśniewski's Logic, *Studia Logica* 36, 407-426.

[1978] On Creative Definitions in First Order Functional Calculi, *NDJFL* 19, 307-309.

[1982] *An Annotated Leśniewski Bibliography*, Bowling Green: Bowling Green State University Press.

[1985] Interpretations of Leśniewski's Ontology, *Dialectica* 39.3,

ROSE, Alan

[1954] Caractérisation, au moyen de théories des treillis, du calcul des propositions à foncteurs variables. Applications scientifiques de la logique mathématique, *Actes du 2^{e} Colloque International de Logique Mathématique*, Paris, 25-30 août 1952, Institut Henri Poincaré, *Collection de logique mathématique*, Paris / Louvain: Gauthier-Villars / E. Nauwelaerts, ser. A, n° 5, 87-88.

[1971] Tautologies sans constantes, Comptes rendus *Académie Sci. Paris*, Série A272, 1617-1619.

ROUAULT, Jacques

[1971] *Approche formelle de problèmes liés à la sémantique des langues naturelles*, Thèse de Doctorat ès Sciences à l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble; Institut de Recherches en Mathématiques Avancées.

[1995] Représentations centrées objets, formalisation en linguistique et systèmes de Leśniewski, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel: Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 257-276.

RUSSELL, Bertrand

[1956] *The Principles of Mathematics*, London: Allen & Unwin, (1e éd. 1903).

[1970a] De la dénotation, *L'âge de la science* 3, 171-185, (1ère éd. 1905), trad. P. Devaux.

[1970b] *Introduction à la philosophie mathématique*, Paris: Payot, (trad. par G. Moreau).

[1989] *Écrits de logique philosophique*, Paris: P.U.F. (éd. Roy J.-M.).

[1991] Introduction à la philosophie mnathéamtique, Paris: Payot (1ère éd. [1919]).

RVACEV, Leonid A.

[1966] *Matematika i semantika nominalizm kak interpretacija matematika* (Nominalisme mathématique et sémantique comme interprétation des mathématiques), Kiev: Izdat. "Naukova Dumka", 88p.

SAGAL, Paul Thomas

[1973a] Implicit Definition, *The Monist* 57, 443-450.

[1973b] On how Best to Make Sense of Leśniewski's Ontology, *NDJFL* 14, 259-262.

[1973c] Predicates, Concepts, and Ontological Neutrality in Lorenzen, *Ratio* 15, 902-903.

SALAMUCHA, Jan (1903—1944)

[1930] *Pojecie dedukcji u Arystotelesa i sw. Tomasza z Akwinu. Studjum historyczno-krytyczne* (Le concept de déduction selon Aristote et St Thomas d'Aquin. Critique historique), Warsaw.

SANCHEZ VALENCIA, A.

[1995] Parsing-Driven Inference: Natural Logic, *Linguistic Analysis* 25, 258-285.

[1997] Head or Tail? De Morgan on the Bounds of Traditional Logic, *History and Philosophy of Logic* 18, 123-138.

SARLET, Henri

[1974] *La notion d'existence en logique formelle*, Mémoire présenté pour l'obtention de la licence en philosophie, Université de Liège, 181p.

[1976] La formalisation de "existe", *Logique et Analyse* 19.74-76, 469-478.

SCHARLE, Thomas W.

[1962a] A Diagram of the Functors of the Two-Valued Propositional Calculus, *NDJFL* 3, 243-255.

[1962b] Note to my Paper: "A Diagram of the Functors of the two-valued Propositional Calculus", *NDJFL* 3, 287-288.

[1970] Are Definitions Eliminable in Formal Systems?, *JSL* 35, 182-183.

[1971] Completeness of Many-Valued Protothetic, *JSL* 36, 363-364.

[1976] Higher Epsilons in Leśniewski's Ontology, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 30.

SCHEFFLER, Israel

[1972] Ambiguity: An Inscriptional Approach, in: R. Rudner & I. Scheffler (eds), *Logic and Art: Essays in Honor of Nelson Goodman*, New York: Bobbs-Merrill, 251-272.

SCHOCK, Rolf

[1968] *Logics without Existence Assumptions,* Stockholm: Almquist & Wiksell.

SCHRÖDER, R.

[1890] *Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*, T. 1, Leipzig: Teubner.

SCHULDENFREI, Richard

[1969] Eberle on Nominalism in Non-Atomic Systems, *Noûs* 3, 427-430.

SEVERENS, Richard Hoxie
[1960] *Ontological Commitments in Categorical Systems*, Ph.D. dissertation at Duke, directed by Romane Clark.
SHEFFER, H.M.
[1913] A Set of Five Independant Postulates for Boolean Algebras, with Application to Logical Constants, *Transactions of the American Mathematical Society* vol. 14.
SHEPARD, Philip T.
[1973] A Finite Arithmetic, *JSL* 38, 232-248.
SIKORSKI, Roman
[1970] The Polish Mathematical Society in the 25 Years of People's Poland, *Rev. Pol. Acad. Sci.* 15, 78-85.
SIMONS, Peter M.
[1978] Logic and Common Names, *Analysis* 38, 161-167.
[1980] Individuals Groups and Manifolds, in: F. Haller & W. Grassi (eds), *Language, Logic and Philosophy*, Vienne: Hölder-Pichler-Tempsky.
[1981] A Note on Leśniewski and Free Logic, *Logique et Analyse* 24.95-96, 415-420.
[1982a] Three Essays in Formal Ontology, in: B. Smith (ed.), *Parts and Moments, Studies in Logic and Formal Ontology*, Munich: Philosophia Verlag, 111-260.
[1982b] On Understanding Leśniewski, *History and Philosophy of Logic* 3, 165-191.
[1983] A Leśniewskian Language for the Nominalistic Theory of Substance and Accident, *Topoi* 2, 99-109.
[1984] A Bretanian Basis for Leśniewskian Logic, *Logique et Analyse* 27, 297-307.
[1987] *Parts. A Study in Ontology*, Oxford: Clarendon Press.
[1992] Leśniewskian Term Logic, *Lingua e Stile*, 25-46.

[1995] Leśniewski and Ontological Commitment, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel: Grou-pe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 103-119.
[2001] Are all Existential Parts Analytically Essential, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 129-149.

SINISI, Vito F.
[1962] Nominalism and Common Names, *The Philosophical Review* 71, 230-235.
[1964] Kotarbinski's Theory of Genuine Names, *Theoria* 30, 80-95.
[1965a] Discussion: "ε" and Common Names, *Philosophy of Science* 32, 281-286.
[1965b] Kotarbinski's Theory of Pseudo-Names, *Theoria* 31, 218-245.
[1966] Leśniewski's Analysis of Whitehead's Theory of Events, *NDJFL* 7, 323-327.
[1967a] A Few Comments on "A Few Comments on Concretis", *Theoria* 33, 72-77.
[1967b] Tarski on the Inconsistency of Colloquial Language, *Philosophy and Phenomenological Research* 27, 537-541.
[1969] Leśniewski and Frege on Collective Classes, *NDJFL* 10, 239-246.
[1976] Leśniewski's Analysis of Russell's Antinomy, *NDJFL* 17, 19-34.
[1983a] Leśniewski's Foundations of Mathematics, *Topoi* 2 3-52.
[1983b] The Development of Ontology, *Topoi* 2, 63-71.

SKIDMORE, Arthur

[1973] Existence and the Existential Quantifier, *International Logic Review* 8, 280-283.

SKOLIMOWSKI, Henryk

[1967] *Polish Analytical Philosophy. A Survey and a Comparison with British Analytical Philosophy*, New York: The Humanities Press.

SLESZYNSKI, Jan

[1921] O Logice Tradycyjnej (Sur la logique traditionelle), Wydawnictwo Towaratystwa Filozofucznego w Krakowie n° 8, Krakow.

SLUPECKI, Jerzy

[1946] Uwagi o sylogistyce Arystotelesa (Remarques sur la syllogistique d'Aristote), *Annales Universitatis Mariae Sktodowska-Curie* (Lublin), 1, section F, 187-191.

[1948] *Z badan nad sylogistyka, Arystotelesa* (Recherches sur la syllogistique d'Aristote), Wroclaw: Panstwowy Instytut Wydawniczy, (*Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wroclaw*, séries B, n° 6), 30p.

[1953] St. Leśniewski's Protothetics, *Studia Logica* 1, 44-112.

[1955a] S. Leśniewski's Calculus of Names, *Studia Logica* 3, 7-70.

[1955b] A Logical System Without Operators, *Studia Logica* 3, 98-124.

[1958] Towards a Generalized Mereology of Leśniewski, *Studia Logica* 8, 131-154.

[1968] Logic in Poland, in: Klibansky [1968], 190-201.

[1971] Leśniewski, Stanislaw (1886-1939), *Filozofia w Polsce: Slownik Pisarzy* (La philosophie polonaise:

dictionnaire des auteurs), Wroclaw: Zaklad Narodowy im. Ossolinskich, 221-224.

[1972] Leśniewski, Stanislaw (1886-1939), *Polski Slownik Biograficzny*, Wroclaw: Zaklad Narodowy im. Ossolinskich 17, 177-179.

SMART, John J. C.

[1956] Review of Prior [1955a], *The Australasian Journal of Philosophy* 34, 1 18-126.

SMIRNOV, Vladimir A.

[1965] Modelirovanije mira v strukture logiceskich jazykov (La modélisation du monde dans la structure des langages logiques), *Logic and Methodology of Science* (Proc. 4th All-Union symp., Kiev, 1965), Moscow, 117-125.

SOBOCINSKI, Boleslaw

[1932] Z badan nad teorja dedukcji (Recherches sur la théorie de la déduction), *Przeglad Filozoficzny* 35, 171-193.

[1934] O kolejnych uproszczeniach aksjomatyki "Ontologji" Prof. St. Leśniewskiego, *Fragmenty Filozoficzne* 1, 143-160. Trad. angl. [1967a].

[1939] Z badan nad prototetyka, *Collectanea Logica* 1, 171-177. Trad. angl. [1949a] et [1967a].

[1949a] *An Investigation of Protothetic*, Bruxelles: Cahiers de l'Institut d'Études polonaises en Belgique 5. Trad. angl. [1939].

[1949b] L'analyse de l'antinomie russellienne par Leśniewski, *Methodos* 1, 94-107, 220-228, 308-316; 2 [1950], 237-257.

[1953a] Z badan nad aksjomatyka prototetyki Stanislawa Leśniewskiego (Recherches sur l'axiomatique de la protothétique de S. Leśniewski), *Polskie*

Towarzystwo Naukowe Na Obczyznie, Rocznik 4 [1953-54 in 1954], 18-20.

[1953b] On a Universal Decision Element, *The Journal of Computing Systems* 1, 71-80.

[1954] Studies in Leśniewski's Mereology, *Polskie Towarzystwo Naukowe Na Obczyznie'*, Rocznik 5 [1954-55, in 1954], 34-43.

[1955] On Well Constructed Axiom Systems, *Polskie Towarzystwo Na Obczyznie*, Rocznik 6 [1955-56], 54-65.

[1956] In Memoriam, Jan Lukasiewicz (1878-1956), *Philosophical Studies* (Maynooth, Ireland) 6, 3-49.

[1957a] Jan Lukasiewicz (1878-1956), *Polskie Towarzystwo Na Obczyznie*, Rocznik 7 (1956-57 publiés en 1957), 3-21.

[1957b] La génesis de la Escuela Polaca de Logica, *Revista Oriente Europeo* (Madrid) 7, 83-95.

[1960] On the Single Axioms of Protothetic, I, II, III, *NDJFL* 1, 52-73; 2, 111-126 and 129-148.

[1967a] Successive Simplifications of the Axiom-System of Leśniewski's Ontology, in McCall [1967], 188-200. Trad. de [1934].

[1967b] An Investigation of Protothetic, in McCall [1967], 201-206. Trad. de [1939].

[1971a] Lattice-Theoretical and Mereological Forms of Hauber's Law, *NDJFL* 12, 81-85.

[1971b] Atomistic Mereology I, II, *NDJFL* 12, 89-103 and 203-213.

[1971c] A Note on an Axiom-System of Atomistic Mereology, *NDJFL* 12, 249-251.

[1975] Concerning the Postulate-Systems of Subtractive Abelian Groups, *NDJFL* 16, 429-444.

[1984] Leśniewski's Analysis of Russell's Paradox, in: Srzednicki & Rickey (eds), [1984],11-44.

SOLONIN, J. N.

[1969a] Teorija jazyka v rannich rabotach St. Lesniewskogo (La théorie du langage dans les premières œuvres de S. Leśniewski), *Problems of Philosophy and Sociology*, 1st out, Leningrad University pub., 103-107.

[1969b] Glavnyje certy logiko-matematiceskoj sistemy St. Lesniewskogo (Principaux aspects des systèmes logico-mathématiques de St. Leśniewski), *Vestnik Leningradskogo universiteta, ser. Ekonomika, filosofija, pravo* 23, 93-103.

[1970] Logiceskije issledovanija St. Leśniewskogo (Les recherches logiques de St. Leśniewski), Autorreferrat of thesis, Leningrad university.

[1975] Propositional Calculus with Variable Functors, *Contributed Papers*, to the Fifth International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, London, Ontario, Canada, 27 August - 2 September, 1975, XII-53 and XII-54.

SOMMERS, Fred

[1984] The Logic of Natural Language. Oxford: Clarendon Press.

SRZEDNICKI, Jan T.J.

[1976] On Being a (Material) Object, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 31-38.

SRZEDNICKI, Jan T.J. & RICKEY, V. Frederick (eds)

[1984] *Leśniewski's Systems: Ontology and Mereology*, Boston/The Hague: Nijhoff/ Wroclaw: Ossolineum.

SRZEDNICKI, Jan T.J. & STACHNIAK, Zbigniew (eds)

[1988] *S. Leśniewski's: Lecture Notes in Logic*, Dordrecht/ Boston: Kluwer.

[1998] *Leśniewski's Systems: Protothetic*, Dordrecht/ Boston: Kluwer.

STACHNIAK, Zbigniew

[1981] *Introduction to Modal Theory for Leśniewski's Ontology*, Acta Universitatis Wratilslaviensie 586, Prace Filosoficane XXXI, Logika 9, Wroclaw: Wydawnictwo Uniwersytetu Wroclawskiegp.

STASZEK, Walenty

[1969] Z badan nad klasyczna logika nazw (Sur la logique classique des noms), *Studia Logica* 25, 169-188.

[1973] Elementarna ontologia Leśniewskiego jako fragment teorii mnogosci Zermelo (L'ontologie élémentaire de Leśniewski comme fragment de la théorie des ensembles de Zermelo), *Studia Filozoficzne* 2 (87), 91-98.

STELZNER, Werner

[1976] Functor Variables, Function Variables, and Quasi-functors, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, 39-42.

STERNFIELD, Robert

[1966] *Frege's Logical Theory*, Carbondale & Edwardsville: Southern Illinois University Press.

STEVENSON, L.

[1973] Frege's two Definitions of Quantification, *Philosophical Quarterly* 23, 207-223.

STONE, Marshall H.

[1937] Note on Formal Logic, *American Journal of Mathematics* 59, 506-514.

STONERT, Henryk

[1959] *Definicje w naukach dedukcyjnych* (Les définitions dans les sciences déductives), Lodz: Zaklad Narodowy im. Ossolinskich we Wroclawiu.

SULLIVAN, Theodore F.
[1969] *Contributions to the Foundations of the Geometry of Solids*, Ph.D. dissertation, University of Notre Dame, under the direction of Robert E. Clay.
[1971] Affine Geometry Having a Solid as Primitive, *NDJFL* 12, 1-61.
[1972a] The Name Solid as Primitive in Projective Geometry, *NDJFL* 13, 95-97.
[1972b] On Certain Equivalence Classes of Spheres in L^P Spaces, *Notices of the American Mathematical Society* 19, A-29.
[1973a] The Geometry of Solids in Hilbert Spaces, *NDJFL* 14, 575-580. Publ. partielle de [1969].
[1973b] Tarski's Definition of Point in Banach Spaces, *Journal of Geometry* 3, 179-189.

SUNDHOLM, Göran
[2001] Tarski Leśniewski on Languages with Meaning Versus Language without Use, in: J. Hintikka *et al.* (eds), [2001], 109-128.

SUPPES, Patrick
[1957] *Introduction to Logic*, New York: van Nostrand. See Myhill [1959].
[1970] Probalistic Grammars for Natural Languages, *Synthese* 22, 95-116.
[1973] Problems in the Philosophy of Space and Time, in: P. Suppes (ed.), *Space, Time and Geometry*, Dordrecht/Boston: Reidel, 392-395.

SURMA, Stanislaw J.
[1971a] Method of Natural Deduction in Equivalential and Equivalential-Negational Propositional Calculus, *Universitas Iagellonica Acta Scientiarum Litterarumque, Schedae Logicae* 6, Krakow, 55-56.

[1971b] Przeglad wynikow i metod badan nad rownowaznosciowym rachunkiem zdan (Compte rendu des résultats et des méthodes du calcul équivalentiel des propositions), *Ruch Filozoficzny* 29, 284-290.

[1972a] A Uniform Method of Proof of the Completeness Theorem for the Equivalential Propositional Calculus and for some of its Extension, *Universitas Iagellonica Acta Scientiarum Litterarumque, Schedae Logicae* 7, Krakow, 35-50.

[1972b] A Survey of the Results and Methods of Investigations of the Equivalential Propositional Calculus, *Universitas Iagellonica Acta Scientiarum Litterarumque, Schedae Logicae* 7, Krakow, 51-75.

[1973a] *Studies in the History of Mathematical Logic*, Wroclaw: Polish Academy of Sciences, Institute of Philosophy and Sociology.

[1973b] A Survey of the Results and Methods of Investigations of the Equivalential Propositional Calculus, in: S.J. Surma (ed.), [1973a], 33-62.

[1973c] A Uniform Method of Proof of the Completeness Theorem for the Equivalential Propositional Calculus and for Some of its Extensions, in: S.J. Surma (ed.), [1973a], 63-80.

[1977] On the Work and Influence of Stanislaw Leśniewski, in: R.O. Gandy & J.M.E. Hyland (eds), *Logic Colloquium 76. Proceeding of a Conference held in Oxford in July 1976*, Amsterdam: North-Holland, 191-220.

SUSZKO, Roman

[1949] Z teorii definicji, *Poznanskie Totwarzystwo Przyjaciol Nauk, Prace Komisji Filozoficznej* 7, 403-431.

[1958] Syntactic Structure and Semantical Reference I, II, *Studia Logica* 8, 213-247 and 9, 63-93.

[1977] The Fregean Axiom and Polish Mathematical Logic in the 1920's. *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow, *Studia Logica* 36.4, 377-380.

TANAKA, Shotaro

[1966a] On Axiom Systems of Propositional Calculi. XVIII, *Proceedings of the Japan Academy* 42, 355-357.

[1966b] On Axiom Systems of Propositional Calculi. XX, *Proceedings of the Japan Academy* 42, 361-363.

[1966c] On the Propositional Calculus with a Variable Functor, *CδpCδNδp, Proceedings of the Japan Academy* 42, 1161-1163.

[1968a] On Axioms of Ontology, *Proceedings of the Japan Academy* 44, 54-55.

[1968b] On Theorems of Ontology, *Proceedings of the Japan Academy* 44, 231-233.

[1969a] On the Proposition *CδpCδNδp* with a Variable Functor, *Proceedings of the Japan Academy* 45, 95-96.

[1969b] Leśniewski's Protothetics S1, S2, I, II, III, *Proceedings of the Japan Academy* 45, 97-101, 259-262, 263-265.

[1970] On Axiom Systems of Ontology I, II, *Proceedings of the Japan Academy* 46, 255-257, and 47, 177-179.

TARSKI, Alfred

[1923a] O wyrazie pierwotnym logistyki (Sur le terme primitif de la logistique), *Przeglad Filozoficzny* 26, 68-89. Trad. fr. [1923b], [1924] et [1972b], angl. [1956a].

[1923b] Sur le terme primitif de la logistique, *Fundamenta Mathematicae* 4, 196-200.

[1924] Sur les "truth-functions" au sens de MM. Russell et Whitehead, *Fundamenta Mathematicae* 5, 59-74.

[1929] Les fondements de la géométrie des corps, *Ksiega Pamiatkowa Pierwszego Polskiego Zjazdu Matematycznego,* supplément aux *Annales de la Société Polonaise de Mathématique*, Krakow, 29-33. Trad. angl. [1956a], fr. [1972c].

[1930] O pojeciu prawdy w odniesieniu do sformalizowanych nauk dedukcyjnych (Sur la notion de vérité relativement aux sciences déductives formalisées), *Ruch Filozoficzny* 12, 210-211.

[1933] Pojecie prawdy w jezykach nauk dedukcyjnych (Le concept de vérité dans le langage des sciences déductives), *Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydzial III, nauk matematycznofizycznych (Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, Classe III, Sciences Mathématiques et Physiques)* 34, Warsaw. Trad. all. [1936a], angl. [1956a], fr. [1972d].

[1935] Zur Grundlegung der Booleschen Algebra I, *Fundamenta Mathematicae* 24, 177-198. Trad. angl. in [1956a].

[1936a] Der Wahrheitsbegrifft in den formalisierten Sprachen, *Studia Philosophica* 1, 261-405. Trad. de [1933].

[1936b] O ugruntowaniu naukowej semantyki, *Przeglad Filozoficzny* 39, 50-57.

[1936c] Grundlegung der wissenschaftlichen Semantik, *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique.*

[1939] On Well-Ordered Subsets of any Set, *Fundamenta Mathematicae* 32, 176-183.

[1941] *Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences*, enlarged and revised edition. New York: Oxford University Press.

[1944] The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics, *Philosophy and Phenomenological Research* 4, 341-376.

[1956] *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923-1938 by Alfred Tarski*, Oxford: Clarendon Press. Avec, entre autres, des trad. de [1923], [1929], [1933] et [1935].

[1972] *Logique, sémantique, métamathématique 1923-1944*, Paris: A. Colin, vol. 1. Trad. de [1956].

[1974] *Logique, sémantique, métamathématique 1923-1944*, Paris: A. Colin, vol. 2. Trad. G. Granger.

[1983] *Logic, Semantics, Metamathematics*, Indianapolis: Hackett.

TERREL, Burnham

[1978] Quantification and Brentano's Logic, *Grazer Philosophische Studien* 5, 45-65.

THARP, Leslie H.

[1971] Truth, Quantification, and Abstract Objects, *Noûs* 5, 363-372.

THOM, Paul

[1986] A Leśniewskian Reading of Ancient Ontology, Parmenides to Democritus, *History and Philosophy of Logic* 7.2, 155-166.

TRENTMAN, John A.

[1966] Leśniewski's Ontology and some Medieval Logicians, *NDJFL* 7, 361-364.

[1968] Extraordinary Language and Medieval Logic, *Dialogue* 7, 286-291.

[1976] On Interpretations, Leśniewski's Ontology, and the Study of Medieval Logic, *Journal of the History of Philosophy* 14, 217-222.

TREW, Anthony

[1970] Nonstandard Theories of Quantification and Identity, *JSL* 35, 267-294.

VACCARINO, Giuseppe

[1948] La scuola polacca di logica, *Sigma* 2.8-9, 527-546.

VANDERVEKEN, Daniel R.

[1975] An Extension of Leśniewski-Curry's Formal Theory of Syntactical Categories Adequate for the Categorically Open Functors, *Bulletin de la Section de Logique* 4.2, 78-79 (Polish Academy of Sciences, June 1975).

[1976] The Leśniewski-Curry Theory of Syntactical Categories and the Categorically Open Functors, *Studia Logica* 35, 191-201.

VAN FRAASSEN, Bas C.

[1966] *Foundations of the Causal Theory of Time*, University of Pittsburgh doctoral dissertation, University Microfilms, 66.13, 481.

VASYUKOV, Vladimir

[1993] A Leśniewskian Guide to Husserl's and Meinong's Jungles, *Axiomathes* 1, 59-74.

VARZI, Achille

[2001] Parts, Counterparts and Modal Occurents, in: *Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements*, Université de Neuchâtel: Travaux de logique 14, 151-171.

VERNANT, Denis

[1995] Logique et pragmatique: la genèse du concept d'assertion, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble /

Neuchâtel, Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 179-206.

[2000] Sur les fondements de la mathématique de Stanislaw Leśniewski, in: F. Beets & E. Gillet (sous la dir.), *Logique en perspective. Mélanges offerts à Paul Gochet*, Bruxelles: Ousia, 313-363.

[2001] *Introduction à la logique standard. Calcul des propositions, des prédicats et des relations*, Paris: Flammarion.

VUILLEMIN, Jules

[1967] *De la logique à la théologie. Cinq études sur Aristote*, Paris: Flammarion.

[1971] *Le Dieu D'Anselme et les apparences de la raison*, Paris: Aubier Montaigne.

WALLACE, J,

[1968] Convention T and Substitutional Quantification, *Noûs* 2, 199-209.

WALLIS, John R.

[1970] On the Frame of Reference, *Synthesis* 22, 117-150.

WANG, Hao

[1953] What is an Individual?, *The Philosophical Review* 62, 413-420.

WATANABE, Syozo

[1974a] *On Many Valued Protothetics*, Ph. D. dissertation at the University of Manchester under the direction of Lejewski.

[1974b] Many Valued Protothetic, *JSL* 39, 409-410.

WEINGARTNER, Paul

[1964] Vier Fragen zum Wahrheitsbegriff, *Salzburger Jahrbuch für Philosophie* 8, 31-74.

[1965] Can One Say of Definitions that they are True or False?, *Ratio* 7, 61-93.

[1966a] Der Begriff der Existenz Russell Theorie der Deskription, in: P. Weingartner (ed.), *Deskription, Analyzität und Existenz*, Salzburg: Pustet, 69-86.
[1966b] Sind das Cogito und ähnliche Existenzsätze zum Teil analytisch?, in: P. Weingartner (ed.), *Deskription, Analyzität und Existenz*, Salzburg: Pustet, 285-316.
[1967] Ontologische Fragen zur klassischen Wahrheitsdefinition, in: P. Weingartner (ed.), *Grund-fragen der Wissenschaften und ihre Wurzeln in der Metaphysik.* Salzburg: Putset, 37-67.
[1968] Modal Logics with two Kinds of Necessity and Possibility, *NDJFL* 9, 97-159.
[1974] On the Characterizations of Entities by Means of Individuals and Properties, *Journal of Philosophical Logic* 3, 323-336.
[1975] A Finite Aproximation to Models of Set Theory, *Studia Logica* 34, 45-58.
[1976a] Similarities and Differences Between the ε of Set-Theory and the Part-Whole-Relations, *XXIInd Conference on the History of Logic, 5-9 July 1976*, Krakow.
[1976b] The Problem of the Universe of Discourse of Metaphysics, in: *Science et Métaphysique. Colloque de l'Académie Internationale de Philosophie des Sciences*, Bruxelles 1973, Bruxelles: Office International de Librairie, 207-254.
[1981] Similarities and Differences between the ε of Set-Theory and the Part-Whole-Relations, in: K. Weinke (ed.), *Logik Ethik und Sprache, Festschrift für Rudolf Freundlich*, München: Oldenburg, 266-287.
[1982] A Note on Aristotle's Theory of Definition and Scientific Explanation, in: L. Geldsetzer, *Philosophie*

in der modernen Welt, Festschrift für A. Diemer. Düsseldorf: Philosophia Verlag.

WELLS,Rulen S.

[1951] Frege's Ontology, *The Review of Metaphysics* 4, 567.

WELSH, Paul J. Jr.

[1971] *Primitivity in Mereology*, Ph. D. dissertation, University of Notre Dame, under the direction of Robert E. Clay. Autre publ. [1978].

[1978] Primitivity in Mereology I, II, *NDJFL* 19, 25-62 and 355-385.

WENGERT, R.G.

[1974] Schematizing De Morgan's argument, *NDJFL* XV.1, 165-166.

WESTON, T.S.

[1974] Theories whose Quantification cannot be substitutional, *Noûs* 8, 361-369.

WHERRITT, Robert C.

[1971a] First-Order Equality Logic with Weak Existence Assumptions, *JSL* 36, 592.

WHITEHEAD, Alfred North & RUSSELL, Bertrand

[1910] *Principia Mathematica*. Cambridge: CUP, vol. 1. [1927] seconde édition.

[1912] *Principia Mathematica*. Cambridge: CUP, vol. 2.

[1913] *Principia Mathematica*. Cambridge: CUP, vol. 3.

WIEGNER, Adam

[1948] *Elementy logiki formalnej* (Eléments de logique formelle), Ksiegarnia Akademicka, Poznan.

WOLENSKI, Jan

[1987] Reism and Leśniewski's Ontology, *History and Philosophy of Logic* 7, 165-176.

[1989] *Logic and Philosophy in the Lvov-Warsaw School*, Dordrecht: Kluwer Academic Pub.

[1994] *Philosophical Logic in Poland*, Dordrecht: Kluwer.

[1995] Leśniewski's Logic and the Concept of Being, in: D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Leśniewski aujourd'hui*, Grenoble / Neuchâtel: Groupe de Recherches sur la philosophie et le langage / Centre de Recherches Sémiologiques, 93-102.

WOJTASIEWICZ, Olgierd

[1962] Towards a General Theory of Sign Systems I, II, *Studia Logica* 13, 81-101 and 21, 81-89.

WOODGER, Joseph Henry

[1931] Some Apparently Unavoidable Characteristics of Natural Scientific Theory, *Proceedings of the Aristotelian Society* 32, 95-120.

[1937] *The Axiomatic Method in Biology*, Cambridge University Press.

[1939] The Technique of Theory Construction, *International Encyclopedia of Unified Science*, 2.5, University of Chicago Press. (Aussi sous le titre de *Foundations of the Unity of Science; toward an International Encyclopedia of Unified Science*).

[1952a] Science without Properties, *The British Journal for the Philosophy of Science* 2, 193-216.

[1952b] From Biology to Mathematics, *The British Journal for the Philosophy of Science* 3, 1-21.

[1952c] *Biology and Language*, Cambridge: CUP.

[1960] Abstraction in Natural Science, in: E. Nagel, P. Suppes & A. Tarski (eds), *Logic, Methodology and the Philosophy of Science, Proceedings of the 1960 International Congress*, Stanford: Stanford University Press, 293-302.

WONSKI, A.

[1973] On the Old and New Methods of Interpreting Quantifiers, in: S.J. Surma (ed.), [1977], 255-260.

WOODS, John

[1973] Semantic Kinds, *Philosophia* 3, 117-152.

WOODS, John & WALTON, Douglas

[1977] Composition and Division, *Studia Logica* 36, 381-406.

YOES, M. G. Jr.

[1967] Nominalism and Non-Atomic Systems, *Noûs* 1, 193-200.

[1974] Intensional Logic and Ordinary Logic, *Noûs* 8, 165-177.

ZANASI, F.

[1984] Su alcuni aspetti della teoria della definizione nei sistemi logica di S. Leśniewski, *Annali di Discipline Filosofiche* dell'Università di Bologna, 219-232.

ZERMELO, Ernst

[1908] Über die Grundlagen der Mengenlehre, *Mathematische Annalen* 55.

ZUBER, Ryszard

[1973] *Logic and Semantics of Leśniewski*, Paris.

ANNEXES

1. Liste des règles en déduction naturelle

1. Règles générales

Règle rep

```
m | ❑
  |--------
  | ❑          m, rep
```

Règle réit

```
m | ❑
  | |------
  | | ❑        m, réit
```

Règle hyp

```
m | | ❑
  | |------
```

2. Règles pour les opérateurs propositionnels ⊃, ~, ∧, ∨, ≡

Règle ⊃i

```
m | | ❑
  | |------
n | | ❍
  | ❑ ⊃ ❍        m-n, ⊃i
```

Règle ⊃e

```
m | ❑ ⊃ ❍
n | ❑
  |---------
  | ❍            m, n, ⊃e
```

Règle ~ i

```
l | | ❑
  | |------
m | | ❍
n | | ~❍
  | ~❑           l, m, n, ~i
```

Règle ~~e

```
m | ~~❑
  |--------
  | ❑            m, ~~ e
```

Règle ~ e

m | ❑
n | ~❑
| --------
| ❍ m, n, ~e

Règle ~ ~ i

m | ❑
| --------
| ~~❑ m, ~~i

Règle ∧ i

m | ❑
n | ❍
| --------
| ❑ ∧ ❍ m, n, ∧i

Règle ∧ e

m | ❑ ∧ ❍
| --------
| ❍ m, ∧e

et

m | ❑ ∧ ❍
| --------
| ❑ m, ∧e

Règle ∨ i

m | ❑
| --------
| ❑ ∨ ❍ m, ∨i

et

m | ❍
| --------
| ❑ ∨ ❍ m, ∨i

Règle ∨ e

m | ❑ ∨ ❍
n | ~❑
| --------
| ❍ m, n, ∨e

et

m | ❑ ∨ ❍
n | ~❍
| --------
| ❑ m, n, ∨e

Règle ≡ i

m	❑ ⊃ ❍	
n	❍ ⊃ ❑	

	❑ ≡ ❍	m, n, ≡i

Règle ≡ e

m	❑ ≡ ❍		et	m	❑ ≡ ❍	
n	❑			n	❍	
	--------				--------	
	❍	m, n, ≡ e			❑	m, n, ≡e

3. Règles pour les quantificateurs

Règle ∀ i

m	X		•sous-déduction stricte:
			– sans hypothèse
	A(X)		– interdiction de réitérer une expression
	(∀X)A(X)	m-n, ∀i	contenant X libre

Règle ∀ e

m	(∀X)A(X)		•Substitution totale
			•Y doit être libre pour X dans A(X)
n	A(Y)	m, ∀e, X/Y	

Règle ∃i

m	A(X)		•substitution partielle ou totale
	-------		•Y doit être libre pour X dans A(X)
n	(∃Y)A[Y]	m, ∃i, X/Y	

Règle ∃e

$$
\begin{array}{l|l}
1 & (\exists X)A(X) \quad \bullet\text{interdiction de réitérer une expression avec X libre} \\
m & X \,|\, \underline{A(X)} \quad \bullet\text{B doit être une expression sans variable X libre} \\
  & \quad | \\
n & \quad |\, B \\
  & B \qquad\qquad 1, m\text{-}n, \exists e
\end{array}
$$

4. Règle pour l'identité

Règle =e

$$
\begin{array}{l|l}
1 & A(X) \\
m & X = Y \\
\hline
  & A[Y] \qquad\qquad 1, m, =e
\end{array}
$$

2. Autres axiomatiques de la Méréologie

L'axiomatique de 1918

C'est la version corrigée de l'axiomatique de 1916, en ce sens que les foncteurs définis n'apparaissent plus dans les axiomes. Son foncteur primitif est toujours «partie de», soit «pt». Elle comprend quatre axiomes sur la base desquels sont ensuite introduites les définitions des foncteurs «élément de» et «classe de», soient «el» et «Kl». Les deux premiers axiomes sont identiques à ceux de l'axiomatique précédente.

Axiome 1:

$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A\ \varepsilon\ pt(B) \supset B\ \varepsilon \sim pt(A) \urcorner$

Axiome 2:

$\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A \,\varepsilon\, pt(B) \wedge B \,\varepsilon\, pt(C) \,.\!\supset A \,\varepsilon\, pt(C) \urcorner$

Axiome 3:

$\lfloor ABa \rfloor \ulcorner ex(a) \wedge \lfloor C \rfloor \ulcorner C \,\varepsilon\, a \supset . \, C = A \vee C \,\varepsilon\, pt(A) :\wedge . \, C = B \vee C \varepsilon\, pt(B) \urcorner \wedge \lfloor D \rfloor \ulcorner D \,\varepsilon\, pt(A) \vee D \,\varepsilon\, pt(B) \supset \lfloor \exists E \rfloor \ulcorner E = D \vee E \,\varepsilon\, pt(D) \,.\!\wedge E \,\varepsilon\, a :\vee \lfloor \exists F \rfloor \ulcorner F \,\varepsilon\, a \wedge E \,\varepsilon\, pt(F) \urcorner \urcorner \urcorner \supset A \,\varepsilon\, B \urcorner$

Lecture: *Si* chaque *a* est le même objet que A ou est une partie de A *et* chaque *a* est le même objet que B ou une partie de B, et pour tout D – *si* D est une partie de A ou est une partie de B, *alors* quelque objet qui est le même objet que D ou est une partie de D est *a* ou est une partie de quelque *a*, *ALORS* A est B.

Axiome 4:

$\lfloor a \rfloor \ulcorner ex(a) \supset \lfloor \exists A \rfloor \ulcorner \lfloor B \rfloor \ulcorner B \,\varepsilon\, a \supset B = A \vee B \,\varepsilon\, pt(A) \urcorner \wedge \lfloor B \rfloor \ulcorner B \,\varepsilon\, pt(A) \supset \lfloor \exists C \rfloor \ulcorner C = B \vee C \,\varepsilon\, pt(B) \,.\!\wedge C \,\varepsilon\, a :\vee \lfloor \exists D \rfloor \ulcorner D \,\varepsilon\, a \wedge C \,\varepsilon\, pt(D) \urcorner \urcorner \urcorner \urcorner$

Lecture: *Si* quelque objet est *a*, *alors* il y a quelque A tel que – pour tout B, si B est *a* alors B est le même objet que A ou est une partie de A et pour tout B, si B est une partie de A, alors quelque objet qui est le même objet que B ou une partie de B est *a* ou est une partie de quelque *a*.

Sur la base de ces quatre axiomes sont inscrites la définition du foncteur «classe de» et celle du foncteur «élément de». Celles-ci étant identiques à celles composant la première axiomatique, nous ne les inscrivons pas.

L'axiomatique de 1920

Le foncteur primitif de cette axiomatique est «élément de», soit «el». Elle comprend quatre axiomes, à la suite desquels est inscrite la définition du foncteur «classe de».

Axiome 1:

$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A\, \varepsilon\, el(B) \wedge {\sim}(B\, \varepsilon\, A) .\supset B\, \varepsilon\, {\sim}(el(A))\urcorner$

Lecture: Si A est un élément de B et B n'est pas A, alors B n'est pas un élément de A.

Axiome 2:

$\llcorner ABC \lrcorner \ulcorner A\, \varepsilon\, el(B) \wedge B\, \varepsilon\, el(C) .\supset A\, \varepsilon\, el(C)\urcorner$

Lecture: Si A est un élément de B et B est un élément de C, alors A est un élément de C.

Axiome 3:

$ABa \lrcorner \ulcorner \llcorner C \lrcorner \ulcorner C\, \varepsilon\, a \supset. C\, \varepsilon\, el(A) \wedge C\, \varepsilon\, el(B)\urcorner \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner D\, \varepsilon\, el(A) \vee D\, \varepsilon\, el(B) .\supset \llcorner \exists EF \lrcorner \ulcorner E\, \varepsilon\, a \wedge F\, \varepsilon\, el(E) \wedge F\, \varepsilon\, el(D)\urcorner\urcorner \supset A\, \varepsilon\, B\urcorner$

Lecture: *Si* tout *a* est un élément de A et un élément de B et pour tout D, – si D est un élément de A ou est un élément de B, alors quelque élément de D est un élément de quelque *a*, *alors* A est B.

Axiome 4:

$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A\, \varepsilon\, a \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner \llcorner C \lrcorner \ulcorner C\, \varepsilon\, a \supset C\, \varepsilon\, el(B)\urcorner \wedge \llcorner C \lrcorner \ulcorner C\, \varepsilon\, el(B) \supset \llcorner \exists DE \lrcorner \ulcorner D\, \varepsilon\, a \wedge E\, \varepsilon\, el(C) \wedge E\, \varepsilon\, el(D)\urcorner\urcorner\urcorner\urcorner$

Lecture: *Si* quelque objet est *a*, *alors* il y a quelque B tel que – pour tout C, si C est *a* alors C est un élément de B et – pour tout C, si C est un élément de B, alors quelque élément de C est élément de quelque *a*.

La définition du foncteur «classe de» inscrite sur la base de ces axiomes est identique à celle des deux axiomatiques précédentes.

L'axiomatique de 1921

Son terme primitif est «extérieur à», symboliquement «ext». Elle comprend deux axiomes sur la base desquels sont inscrites les définitions des foncteurs «partie de», «élément de» et «partie de».

Axiome 1:

$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \text{ext}(B) \equiv \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon \text{ext}(A) \vee D \varepsilon \text{ext}(B) \urcorner \wedge D \varepsilon \sim(\text{ext}(C)) \urcorner \urcorner \urcorner$

<u>Lecture</u>: A est extérieur à B si et seulement si, pour tout C, – quelque objet extérieur à A ou extérieur à B n'est pas extérieur à C.

Axiome 2:

$\llcorner A\varphi \lrcorner \ulcorner \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon \varphi(a) \equiv C \varepsilon C \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner C \varepsilon \text{ext}(D) \equiv a \subset \text{ext}(D) \urcorner \urcorner \wedge \text{ex}(a). \supset \varphi(a) \varepsilon \varphi(a) \urcorner$

<u>Lecture</u>: *Si* pour tout C – C est φ(a) si et seulement si C est un objet et pour tout D – C est extérieur si et seulement si tout objet qui est *a* est extérieur à D et quelque objet est *a*, *alors* φ(a) est un objet.

Les définitions inscrites sur la base de ce système axiomatique sont les suivantes:

Définition 1:

$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \text{Kl}(a) \equiv. A \varepsilon A \wedge \llcorner B \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \text{ext}(B) \equiv \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset C \varepsilon \text{ext}(B) \urcorner \urcorner \urcorner$

<u>Lecture:</u> A est la classe des objets *a si et seulement si* A est un objet *et* pour tout B – A est extérieur à B *si et seulement si* pour tout C – *si* C est un *a alors* C est extérieur à B.

Définition 2:

$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \text{el}(B) \equiv. \llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner B \varepsilon \text{Kl}(a) \wedge A \varepsilon a \urcorner \urcorner$

<u>Lecture:</u> A est un élément de l'objet B *si et seulement si*, pour quelque *a* – B est la classe des objets a et A est un *a*.

Définition 3:

$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A\, \varepsilon\, pt(B) \equiv. A\, \varepsilon\, el(B) \wedge \sim(A = B)\urcorner$

Lecture: A est une partie de l'objet B *si et seulement si* A est un élément de l'objet B et A n'est pas le même objet que B.

Axiomatiques à un seul axiome

Nous en proposons deux. La première présente le foncteur primitif «élément de». Elle date de 1948 et est due à Sobocinski et Grzegorczyk. La deuxième contient le foncteur primitif «classe de». Elle a été formulée en 1954 par Lejewski.

Foncteur primitif «el»:

$\llcorner AB\lrcorner \ulcorner A\, \varepsilon\, el(B) \equiv. B\, \varepsilon\, B \wedge \llcorner fa\lrcorner \ulcorner \llcorner C\lrcorner \ulcorner C\, \varepsilon\, f(a) \equiv$
$\llcorner D\lrcorner \ulcorner D\, \varepsilon\, a \supset D\, \varepsilon\, el(C)\urcorner \wedge \llcorner D\lrcorner \ulcorner D\, \varepsilon\, el(C) \supset \llcorner \exists EF\lrcorner \ulcorner E\, \varepsilon\, a \wedge$
$F\, \varepsilon\, el(D) \wedge F\, \varepsilon\, el(E)\urcorner\urcorner \wedge B\, \varepsilon\, el(B) \wedge B\, \varepsilon\, a \supset A\, \varepsilon\, el(f(a))\urcorner\urcorner$

Foncteur primitif «Kl»

$\llcorner Aa\lrcorner \ulcorner A\, \varepsilon\, Kl(a) \equiv. A\, \varepsilon\, A \wedge \llcorner f\lrcorner \ulcorner \llcorner BC\lrcorner \ulcorner B\, \varepsilon\, f(C) \equiv.$
$\llcorner \exists d\lrcorner \ulcorner B\, \varepsilon\, d \wedge C\, \varepsilon\, Kl(d)\urcorner \supset B\, \varepsilon\, f(Kl(b))\urcorner \wedge \llcorner B\lrcorner \ulcorner B\, \varepsilon\, f(a) \supset$
$\llcorner \exists CD\lrcorner \ulcorner C\, \varepsilon\, a \wedge D\, \varepsilon\, f(B) \wedge D\, \varepsilon\, f(C)\urcorner\urcorner\urcorner\urcorner$

3. L'axiomatique de la Protothétique

Elle est composée de trois axiomes qui fixent la signification de son foncteur primitif, la biconditionnelle $\equiv$. Les deux premiers axiomes expriment les propriétés constitutives liées à la signification de ce foncteur, le troisième comprend le principe de bivalence et le principe d'extensionalité pour les propositions.

Axiome 1:

$\llcorner pqr\lrcorner \ulcorner ((p \equiv r) \equiv (q \equiv p)) \equiv (r \equiv q)\urcorner$

Axiome 2:

$$\lfloor pqr \rfloor \lceil (p \equiv (q \equiv r)) \equiv ((p \equiv q) \equiv r) \rceil$$

Axiome 3:

$$\lfloor pg \rfloor \lceil \lfloor f \rfloor \lceil g(pp) \equiv (\lfloor r \rfloor \lceil f(rr) \equiv (pp) \rceil \equiv$$
$$\lfloor r \rfloor \lceil f(rr) \equiv ((p \equiv \lfloor q \rfloor \lceil q \rceil p \rceil \rceil \equiv \lfloor q \rfloor \lceil g(qp) \rceil \rceil$$

Détermination catégorielle contextuelle

La dimension développementale des systèmes de Lesniewski passe par une détermination contextuelle de l'appartenance catégorielle des symboles.

1. Variables et constantes sont caractérisées formellement. La discrimination d'une variable d'une constante est opérée par la quantification. Tout signe présent à la fois dans le quantificateur et le sous quantificateur a le statut de *variable* et tout signe (à l'exception des parenthèses) n'apparaissant que dans le sous quantificateur a le statut de *constante* (il n'y a pas de variable libre dans les systèmes de Lesniewski).

Ainsi, dans les axiomes de la Protothétique, le symbole de la biconditionnelle est une constante tandis que tous les autres symboles (à l'exception des délimitateurs de quantification et des parenthèses) sont des variables. Les deux premiers axiomes renferment les variables p,q et r. Le troisième axiome ajoute les variables f et g. Quant à la reconnaissance de la catégorie sémantique d'une variable ou d'une constante, elle relève d'une détermination contextuelle dont les modalités sont les suivantes.

2. La détermination contextuelle est réglée par une écriture préfixée. Conformément à ce mode d'écriture contextuel, les axiomes se présentent sous la formulation suivante:

Axiome 1:

$$\lfloor pqr \rfloor \lceil \equiv(\equiv(\equiv(pr) \equiv(qp)) \equiv(rq)) \rceil$$

Axiome 2:

$$\llcorner pqr \lrcorner \ulcorner \equiv(\equiv(p\equiv(qr))\ \equiv(\equiv(pq)r)) \urcorner$$

Axiome 3:

$$\llcorner pg \lrcorner \ulcorner \equiv \llcorner f \lrcorner \ulcorner \equiv(g(pp) \equiv(\llcorner r \lrcorner \ulcorner \equiv(f(rr)\ g(pp)) \urcorner$$
$$\llcorner r \lrcorner \ulcorner \equiv(f(rr)\ g(\equiv(p \llcorner q \lrcorner \ulcorner q \urcorner)p)) \urcorner)) \urcorner \quad \llcorner q \lrcorner \ulcorner g(qp) \urcorner) \urcorner$$

Un contexte est caractérisé par la forme de ses parenthèses *et* le nombre de ses arguments. L’axiomatique pose le premier contexte (--). Celui-ci est destiné à contenir deux arguments de la catégorie *S*. Le foncteur de la biconditionnelle, ≡, associé à ce contexte, est de catégorie *S/SS*. Par la suite, si une nouvelle constante de cette même catégorie, *S/SS*, est introduite dans le système *via* la règle de définition, elle devra être associée à ce même contexte. Ainsi, tout autre opérateur propositionnel à deux arguments propositionnels qui serait défini devrait être associé au contexte (--). Par contre, si une constante d’une catégorie n’appartenant pas encore au système est définie, il est nécessaire de choisir un contexte nouveau.

Observons donc que c’est l’écriture contextuelle qui nous permet de savoir que les variables g et f qui apparaissent dans le troisième axiome sont de catégorie *S/SS*.

Quant à l’axiome de l’Ontologie que nous présentons sous la forme suivante:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\ \varepsilon\ b \equiv .\ \llcorner \exists c \lrcorner \ulcorner c\ \varepsilon\ a \urcorner \wedge \llcorner cd \lrcorner \ulcorner (c\ \varepsilon\ a \wedge d\ \varepsilon\ a) \supset c\ \varepsilon\ d \urcorner \wedge$$
$$\llcorner c \lrcorner \ulcorner c\ \varepsilon\ a \supset c\ \varepsilon\ b \urcorner \urcorner ,$$

sa formulation contextuelle est la suivante:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \equiv(\varepsilon\{ab\}\ \wedge(\llcorner \exists c \lrcorner \ulcorner \varepsilon\{ca\} \urcorner)\ \wedge\ (\llcorner cd \lrcorner \ulcorner \supset(\wedge(\varepsilon\{ca\}\ \varepsilon\{da\})$$
$$\varepsilon\{cd\}) \urcorner \llcorner c \lrcorner \ulcorner \supset(\varepsilon\{ca\}\ \varepsilon\{cb\}) \urcorner))) \urcorner$$

L’axiome pose le contexte {--}. Celui-ci est associé aux foncteurs propositionnels à deux arguments nominaux, de catégorie *S/NN*. Cette catégorie est celle du foncteur primitif ε.

Quant aux objets formels «a»,«b»,«c» et «d», ils ont le statut de variables et appartiennent à la catégorie sémantique des noms.

Des raisons pragmatiques nous ont conduit à préférer un mode d'écriture traditionnel. La présentation contextuelle des axiomes de la Protothétique suffit à ce convaincre que, pour qui n'est pas forgé à ce mode d'écriture, la lecture et la compréhension des thèses s'en trouve facilitée.

4. Liste des thèses

Thèses de l'Ontologie:

Ax_o: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \equiv . \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \urcorner \wedge$
$\llcorner CD \lrcorner \ulcorner (C \varepsilon A \wedge D \varepsilon A) \supset C \varepsilon D \urcorner \wedge$
$\llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \supset C \varepsilon b \urcorner \urcorner$

T_o1: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner ex\{a\} \equiv \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon a \urcorner \urcorner$

T_o2: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner uni\{a\} \equiv \llcorner BC \lrcorner \ulcorner B \varepsilon a \wedge C \varepsilon a. \supset B \varepsilon C \urcorner \urcorner$

T_o3: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner sing\{a\} \equiv. \ ex\{a\} \wedge uni\{a\} \urcorner$

T_o4: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner vid\{a\} \equiv \sim ex\{a\} \urcorner$

T_o5: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner pl\{a\} \equiv ex\{a\} \wedge \sim sing\{a\} \urcorner$

T_o6: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \equiv \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \supset C \varepsilon b \urcorner \urcorner$

T_o7: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \equiv. \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \urcorner \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon a \supset D \varepsilon b \urcorner \urcorner$

T_o8: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \Delta b \equiv \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \wedge C \varepsilon b \urcorner \urcorner$

T_o9: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a = b \equiv. \ a \varepsilon b \wedge b \varepsilon a \urcorner$

T_o10: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \approx b \equiv. \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon a \equiv C \varepsilon b \urcorner \urcorner$

T_o11: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \sim(b) \equiv. A \varepsilon A \wedge \sim(A \varepsilon b) \urcorner$

T_o12: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner \exists C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \urcorner \urcorner$

T_o13: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner CD \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \wedge D \varepsilon A. \supset C \varepsilon D \urcorner \urcorner$

T_o14: $\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \varepsilon A \supset C \varepsilon b \urcorner \urcorner$

T_o15: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon a \supset A \varepsilon A \urcorner$

T_o16: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner A \varepsilon b \urcorner \supset A \varepsilon A \urcorner \urcorner$

T_o17: $\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset A \varepsilon a \urcorner$

T_o18: $\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset B \varepsilon A \urcorner$

T_o19: $\llcorner ABa \lrcorner \ulcorner A \varepsilon B \wedge B \varepsilon a . \supset A = B \urcorner$

T_o20: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon V \equiv. A \varepsilon A \wedge A \varepsilon A \urcorner$

T_o21: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \varepsilon \Lambda \equiv. A \varepsilon A \wedge \neg(A \varepsilon A) \urcorner$

T_o22: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner \sim(A \varepsilon \Lambda) \urcorner$

T_o23: $\sim(\Lambda \varepsilon \Lambda)$

T_o24: $\sim(sing\{\Lambda\})$

T_o25: $\sim \llcorner a \lrcorner \ulcorner ex\{a\} \urcorner$

Thèses de la Méréologie

Ax_M1: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, pt(B) \supset B \, \varepsilon \, \sim(pt(A)) \urcorner$

Ax_M2: $\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, pt(B) \wedge B \, \varepsilon \, pt(C). \supset A \, \varepsilon \, pt(C) \urcorner$

Df_{EL}: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, el(B) \equiv. A \, \varepsilon \, pt(B) \vee A = B \urcorner$

Df_{KL}: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \equiv. A \, \varepsilon \, A \wedge \lfloor B \rfloor \ulcorner B \, \varepsilon \, a \supset B \, \varepsilon \, el(A) \urcorner \wedge$
$\lfloor B \rfloor \ulcorner B \, \varepsilon \, el(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \, \varepsilon \, a \wedge D \, \varepsilon \, el(C) \wedge$
$D \, \varepsilon \, el(B) \urcorner \urcorner \urcorner$

Ax_M3: $\lfloor ABa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \wedge B \, \varepsilon \, Kl(a) . \supset A = B \urcorner$

Ax_M4: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \, \varepsilon \, Kl(a) \urcorner \urcorner$

T_M1: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset A \, \varepsilon \, A \urcorner$

T_M2: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \, \varepsilon \, a \supset B \, \varepsilon \, el(A) \urcorner \urcorner$

T_M3: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset \lfloor B \rfloor \ulcorner B \, \varepsilon \, el(A) \supset \lfloor \exists CD \rfloor \ulcorner C \, \varepsilon \, a \wedge$
$D \, \varepsilon \, el(C) \wedge D \, \varepsilon \, el(B) \urcorner \urcorner \urcorner$

T_M4: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset A \, \varepsilon \, el(A) \urcorner$

T_M5: $\lfloor A \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, A \supset A \, \varepsilon \, el(A) \urcorner$

T_M6: $\lfloor ABC \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, el(B) \wedge B \, \varepsilon \, el(C). \supset A \, \varepsilon \, el(C) \urcorner$

T_M7: $\lfloor A \rfloor \ulcorner \sim(A \, \varepsilon \, pt(A)) \urcorner$

T_M8: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, pt(B) \supset B \, \varepsilon \, B \urcorner$

T_M9: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, el(B) \supset B \, \varepsilon \, B \urcorner$

T_M10: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset Kl(a) \, \varepsilon \, Kl(a) \urcorner$

T_M11: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \, \varepsilon \, a \urcorner \urcorner$

T_M12: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset A = Kl(a) \urcorner$

T_M13: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset A \, \varepsilon \, el(A) \urcorner$

T_M14: $\lfloor A \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, A \supset A \, \varepsilon \, Kl(A) \urcorner$

T_M15: $\lfloor A \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, A \equiv A = Kl(A) \urcorner$

T_M16: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset A \, \varepsilon \, el(Kl(a)) \urcorner$

T_M17: $\lfloor A \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, A \supset A \, \varepsilon \, Kl(el(A)) \urcorner$

T_M18: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, el(B) \equiv \lfloor \exists a \rfloor \ulcorner B \, \varepsilon \, Kl(a) \wedge A \, \varepsilon \, a \urcorner \urcorner$

T_M19: $\lfloor AB \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, el(B) \supset el(A) \subset el(B) \urcorner$

T_M20: $\lfloor Aa \rfloor \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \equiv A \, \varepsilon \, Kl(Kl(a)) \urcorner$

T_M21: $\lfloor A \rfloor \ulcorner \sim(A \, \varepsilon \, Kl(\Lambda)) \urcorner$

T_M22: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, SING_{KL} \equiv . A \, \varepsilon \, A \wedge sing(el(Kl(a))\urcorner$ (définition)

T_M23: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, U \equiv . A \, \varepsilon \, A \wedge A \, \varepsilon \, Kl(V)\urcorner$ (définition)

T_M24: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, el(A) \supset B \, \varepsilon \, el(Kl(a))\urcorner\urcorner$

T_M25: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset \llcorner C \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, a \supset \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \, \varepsilon \, el(C) \supset D \, \varepsilon \, el(Kl(b))\urcorner\urcorner\urcorner$

Df_{ST}: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, st(a) \equiv . A \, \varepsilon \, A \wedge \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, a \wedge C \, \varepsilon \, el(A) \wedge D \, \varepsilon \, el(B) \wedge D \, \varepsilon \, el(C)\urcorner\urcorner\urcorner$

T_M26: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, st(a) \supset A \, \varepsilon \, A\urcorner$

T_M27: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, st(a) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, a \wedge C \, \varepsilon \, el(A) \wedge D \, \varepsilon \, el(B) \wedge D \, \varepsilon \, el(C)\urcorner\urcorner\urcorner$

T_M28: $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset A \, \varepsilon \, st(a)\urcorner$

T_M29: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, st(a) \supset \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, a\urcorner\urcorner$

T_M30: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, a \supset A \, \varepsilon \, st(a)\urcorner$

T_M31: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(st(a)) \supset \llcorner B \lrcorner \ulcorner B \, \varepsilon \, el(A) \supset \llcorner \exists CD \lrcorner \ulcorner C \, \varepsilon \, a \wedge D \, \varepsilon \, el(C) \wedge D \, \varepsilon \, el(B)\urcorner\urcorner\urcorner$

T_M32: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(st(a)) \supset A \, \varepsilon \, Kl(a)\urcorner$

T_M33: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, Kl(a) \supset A \, \varepsilon \, Kl(st(a))\urcorner$

T_M34: $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner A \, \varepsilon \, st(a) \supset A \, \varepsilon \, el(Kl(a))\urcorner$

T_M35: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \wedge A \, \varepsilon \, Kl(a) . \supset A \, \varepsilon \, st(b)\urcorner$

T_M36: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset Kl(a) \, \varepsilon \, el(Kl(b))\urcorner$

T_M37: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subseteq b \supset el(Kl(a)) \subseteq el(Kl(b))\urcorner$

Travaux de logique
Liste des numéros parus

1. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Première partie. Septembre 1985 (épuisé).
2. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Deuxième partie. Janvier 1987 (épuisé).
3. James Gasser: La syllogistique d'Aristote à nos jours. Juin 1987.
4. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Première partie. Avril 1991 (réédition du n° 1; épuisé).
5. Denis Miéville Introduction à la théorie des systèmes formels. Deuxième partie. Avril 1991 (réédition du n° 2; épuisé).
6. Denis Miéville: La négation, une étude logique. Mai 1991 (épuisé).
7. Denis Miéville (éd.): Kurt Gödel. Actes du colloque, Neuchâtel, 13 et 14 juin 1991. Septembre 1992.
8. James Gasser: Introduction à la logique des relations de C.S. Peirce. Novembre 1993.
9. D. Miéville, P. Joray, D. Stauffer, N. Gessler: Études logiques. Port-Royal: une logique des idées. L'avènement de la théorie sémantique de la vérité de Tarski. George Boole et l'algèbre de la logique. Décembre 1994.
10. D. Bourquin, P. Joray, N. Gessler, D. Miéville: Analyse catégorielle et logique. Octobre 1996.
11. D. Miéville (éd.): Introduction aux logiques non classiques. Octobre 1997.
12. F. Vuissoz: La conception sémantique de la vérité. Logique et philosophie chez Alfred Tarski. Décembre 1998.
13. D. Miéville, P. Joray, F. Nef, M. Bourdeau, D. Bourquin, A. Lecomte, J. Lambek, B. Godart-Wendling: Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique. Actes du colloque organisé à Neuchâtel, les 16 et 17 octobre 1998. Septembre 1999.
14. F. Nef, C. Hughes, P. Giaretta, A. Bottani, N. Gessler, F. Correia. P. Simons, A. Varzi: Méréologie et modalités. Aspects critiques et développements. Actes du colloque, Neuchâtel, 20-21 octobre 2000. Août 2001.

⌦ D. Miéville, Introduction à l'œuvre de S. Lesniewski. Fasc. I: La protothétique. Novembre 2001.

15 A. Facchini, «Maison Hilbert»: un très joli édifice sans toit ni sol. Analyse model-théorétique d'un échec. Octobre 2003.

⌦ D. Miéville, Introduction à l'œuvre de S. Lesniewski. Fasc. II: L'ontologie. Novembre 2004.

16. N. Gessler, P. Joray, C. Degrange, Le logicisme catégoriel. Janvier 2005.

17. J.-Y. Béziau, A. Costa Leite, A. Facchini (eds), Aspects of Universal Logic. Décembre 2004.

⌦ N. Gesslwe, Introduction à l'œuvre de S. Lesniewski. Fasc. III: La Méréologie. Août 2005.

Ces publications peuvent être obtenues auprès du Centre de Recherches Sémiologiques au prix de **Fr.s. 15.-; Fr. 20.-** dès le n° 14 (TVA comprise).

Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques
Liste des numéros parus

*22. A.-F. Schmid: Philosophie et sciences chez Henri Poincaré: lecture philosophique. Octobre 1974.
*23. M.-J. Borel: Schématisation discursive et énonciation. Arguments théoriques et approche descriptive (LAD I). Octobre 1975.
*24. A. Licitra: Les relations interpropositionnelles. Huit types d'après R. Longacre (LAD I). Octobre 1975.
*25. (Collectif): Discours et structures sociales. Janvier 1977.
*26. M. Ebel: Langage, histoire, action: les recherches de Jean Pierre Faye. Septembre 1975.
*27. M. Ebel, P. Fiala: Recherches sur les discours xénophobes I. Juillet 1977.
*28. M. Ebel, P. Fiala: Recherches sur les discours xénophobes II. Juillet 1977.
*29. J.-B. Grize: Matériaux pour une logique naturelle (LAD I). Mai 1976.
*30. D. Miéville, M.-J. Borel, A. Licitra: Discours et analogie (LAD II). Mai 1977.
*31. J. Moeschler: Contribution linguistique à une sémiotique du cinéma. Mai 1977.
*32. A. Lecomte: Paraphrase et thématisation. Essais d'analyse logique. Décembre 1978.
*33. (Collectif): Langue et discours I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 2-4 octobre 1978. Mars 1978.
*34. (Collectif): Langue et discours II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 2-4 octobre 1978. Mars 1978.
*35. P. Baldi, J. Moeschler: Comment contrôler le discours: interaction et réfutation dans le débat Giscard-Mitterrand (1974). Juillet 1979.
*36. (Collectif): Quelques réflexions sur l'explication. Février 1980.
37. M. Sanchez-Mazas: Traduction arithmétique des graphes et des relations binaires et applications logiques et informatiques. Juin 1981.
*38. (Collectif): Le discours explicatif I. Septembre 1981.
*39. (Collectif): Le discours explicatif II. Septembre 1981.
40. C. Wülser: Actes de langage explicatifs. Février 1982.
*41. (Collectif): Logique naturelle du raisonnement. Avril 1982.
*42. (Collectif): Linguistique et sémiologie I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 5-6 octobre 1981. Juillet 1982.
43. (Collectif): Linguistique et sémiologie II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 5-6 octobre 1981. Juillet 1982.
*44. (Collectif): Raisonnements et raisons. Avril 1983.
45. F. Albera: Problèmes de l'énonciation au cinéma. Février 1984.
46. (Collectif): Construction et transformations des objets du discours I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 3-4 octobre 1983. Mars 1984.

47. (Collectif): Construction et transformations des objets du discours II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 3-4 octobre 1983. Mars 1984.
*48. (Collectif): Analyse de texte assistée par ordinateur. Utilisation du logiciel DEREDEC. Janvier 1985.
*49. (Collectif): Problèmes et méthodes d'une analyse de texte articulant organisation cognitive, argumentation et représentations sociales. Juin 1985
50. (Collectif): Actes du colloque «Dialogisme et Polyphonie», 27/28 septembre 1985. Avril 1986.
*51. (Collectif): Le discours descriptif. Du texte aux objets de connaissance I. Juillet 1986.
*52. (Collectif): Le discours descriptif. Du texte aux objets de connaissance II. Juillet 1986.
*53. (Collectif): La référence. Points de vue linguistique et logique. Mars 1987.
54. D. Apothéloz, J.-B. Grize: Langage, processus cognitif et genèse de la communication. Septembre 1987.
*55. (Collectif): La schématisation descriptive. Types textuels, formes et fonctions discursives. Janvier 1988.
56. D. Miéville, R. Martin, A. Culioli, G.G. Granger, C. Gillièron, G. Seel, J. Molino, L. Frey, J.-B. Grize: La négation sous divers aspects. Actes du colloque, Neuchâtel 22-23 octobre 1987. Septembre 1988.
*57. D. Miéville, D. Apothéloz, P.-Y. Brandt, G. Quiroz, J.-B. Grize: La négation. Contre-argumentation et contradiction. Septembre 1989.
*58. M. Charolles: De l'art de nager et des différentes manières d'en parler. Septembre 1990.
*59. D. Miéville, M.-J. Borel, J.-P. Desclés, J. Gasser, P.-Y. Brandt; D. Apothéloz, J. Moeschler, J. Jayez, M.F. Blès: La négation. Le rôle de la négation dans l'argumentation et le raisonnement. Actes du colloque, Neuchâtel 11-12 octobre 1990. Septembre 1991.
60. D. Miéville, D. Apothéloz, P.-Y. Brandt: Les organisations raisonnées. Analyse de l'articulation de séquences discursives. Juin 1992.
61. D. Miéville, M. Chavaz, E. Gattico: Relations formelles et non formelles. Septembre 1993.
62. D. Miéville, C. Tiercelin, G. Heinzmann, G. Deledalle, J. Gasser, N. Everaert-Desmedt, J. Réthoré, M. Balat, J.-P. Kaminker: Charles Sanders Peirce. Apports récents et perspectives en épistémologie, sémiologie, logique. Actes du colloque, Neuchâtel, 16-17 avril 1993. Avril 1994.

63. D. Miéville, J.-P. Desclés, P. Engel, J.-L. Gardies, J.-C. Gardin, J. Gasser, J.-B. Grize, F. Nef: Raisonnement et calcul. Actes du colloque, Neuchâtel, 24-25 juin 1994. Septembre 1995.
64. D. Apothéloz, U. Bähler, M. Schulz (éds), Analyser le musée. Actes du colloque international organisé par l'Association Suisse de Sémiotique (ASS/SGS), Lausanne 21-22 avril 1995. Août 1996.
65. D. Miéville, J.-L. Gardies, J.-B. Grize, O. Houdé, J.-P. Bronckart: Temps, logique et langage. Actes du Symposium tenu lors du colloque international «Penser le temps», Neuchâtel, 8-10 septembre 1996. Avril 1997.
00. A. Roulet Juan: Benno Besson en mouvement. Notes sur une mise en scène de «Lapin Lapin», comédie de Coline Serreau. Numéro spécial septembre 1998.
66. C. Salavastru: Identité et altérité. Les avatars de la rhétorique contemporaine. Novembre 1998.
67. D. Miéville, P. Joray, N. Gessler, B. Godart-Wendling, A. Bottani: Essais sur le nom et la nominalisation. Novembre 2000.

Les titres précédés d'un astérisque sont épuisés.
Les publications disponibles peuvent être obtenues auprès du Centre de Recherches Sémiologiques au **Fr.s. 15.-** , dès le n° 67 **Fr.s. 20.-** (TVA comprise).