

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL  
FACULTÉ DE DROIT ET DES SCIENCES ÉCONOMIQUES

# Impôt sur le revenu des personnes physiques

**Analyse d'un barème  
Distributions des revenus  
Modèles de simulation**

THÈSE

PRÉSENTÉE A LA FACULTÉ DE DROIT ET DES SCIENCES ÉCONOMIQUES  
POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES ÉCONOMIQUES

PAR

**BERNARD RENEVEY**

IMPRIMERIE DE LA BÉROCHE, SAINT-AUBIN

1977

Monsieur Bernard RENEVEY est autorisé à imprimer sa thèse de doctorat ès sciences économiques intitulée "Impôt sur le revenu des personnes physiques. Analyse d'un barême. Distributions des revenus. Modèles de simulation".

Il assume seul la responsabilité des opinions énoncées.

Neuchâtel, 21 juin 1977

Le doyen  
de la Faculté de droit  
et des sciences économiques

Jean Guinand

## AVANT PROPOS

Ces dernières années, la vie économique a été marquée par de profondes mutations dont les causes peuvent être regroupées en deux catégories principales : d'une part la croissance économique en termes réels et de l'autre l'inflation. Ces changements ont eu pour effet une remise en question de l'efficacité des divers instruments de la politique économique. Les instruments de politique fiscale n'ont pas échappé à ces bouleversements qui les ont touchés à des degrés divers. L'impôt progressif sur le revenu des personnes physiques, de par son assiette, constituait une cible particulièrement exposée. Dès lors, il nous a paru intéressant de cerner et d'analyser les effets de l'évolution conjoncturelle sur l'impôt produit par un type de barème déterminé, et, le cas échéant, de rechercher des solutions de rechange. Le barème particulier d'impôt sur le revenu des personnes physiques sur lequel nous avons porté notre attention est celui du canton de Neuchâtel<sup>1</sup> qui fait partie d'une famille de tarifs très largement répandue et présente donc un caractère suffisant de généralité.

La période sur laquelle s'étendent nos recherches va de 1965, année correspondant à la mise en application de la nouvelle loi sur les contributions directes, à 1974. Nous avons à notre disposition les statistiques complètes par classes de revenus pour cinq années : 1966, 1970, 1972, 1973 et 1974. Pour les cinq autres années les renseignements dont nous disposions se réduisaient à des sommes globales.

1. République et Canton de Neuchâtel, Loi sur les contributions directes du 9 juin 1964.

L'élaboration de cette étude a été grandement facilitée par le Professeur Paul Burgat, directeur de thèse, dont les conseils avisés, les encouragements et la disponibilité suscitent ma profonde gratitude. Je tiens à exprimer ma reconnaissance au Professeur Alfred Strohmeier, co-rapporteur de la thèse, pour son aide efficace. Mes remerciements vont également aux nombreuses personnes qui m'ont apporté leur aide, à l'Université et au Département cantonal des Finances notamment. Qu'il me soit permis enfin de remercier ma femme pour sa précieuse collaboration et sa patience sans limites.

PREMIERE PARTIE

1. SENSIBILITE AUX VARIATIONS CONJONCTURELLES DES  
RECETTES FISCALES PROCUREES PAR L'IMPOT SUR LE  
REVENU DES PERSONNES PHYSIQUES

=====

1.1 INTRODUCTION

L'impôt sur le revenu des personnes physiques (abrégé IRPP par la suite) procure une part importante des recettes fiscales des corporations de droit public contemporaines. Or, de par son assiette, cet impôt est fortement touché par les fluctuations économiques mais on ne connaît que très mal la mesure dans laquelle ces dernières affectent son produit.

Ce problème a souvent été abordé dans le cadre d'études sur les stabilisateurs automatiques. On sait que, conjointement aux mouvements compensatoires voulus par la politique fiscale, il existe des mouvements automatiques issus de réactions spontanées des différents postes du budget (recettes, dépenses et transferts) face à l'évolution conjoncturelle. L'étude des stabilisateurs automatiques a suscité passablement de controverses au niveau des définitions des termes et des modes de calcul utilisés.<sup>1</sup> Pour notre part nous avons retenu le point de vue de Pechman et Cohen qui distinguent deux possibilités de mesure des stabilisateurs automatiques, l'une consistant à appliquer la méthode "build in"

1. Voir à ce sujet : Musgrave R.A., The Theory of Public finance, Mc Graw-Hill Book Company, 1959, pp 501-502.

Pechman J., Yield of the Individual Income Tax during a Recession, National Tax Journal, March 1954.

Cohen L.J., An empirical Measurement of the Built in Flexibility of the Individual Income Tax, American Economic Review, May 1959.

ou méthode marginale, l'autre faisant appel à l'élasticité. La méthode marginale consiste à faire le quotient des accroissements des grandeurs considérées. C'est, par exemple, le mode de calcul choisi par Cohen pour mesurer l'effet stabilisateur de l'impôt sur le revenu. Quant à l'élasticité, nous allons y consacrer une part importante de notre exposé (§ 1.2) puisque c'est sur cette méthode que nous avons porté notre choix pour mesurer le lien existant entre les variations de l'IRPP et les fluctuations conjoncturelles.

En tant qu'indicateur conjoncturel nous avons utilisé le produit national brut aux prix de marché. Etant donné que nous nous plaçons au niveau cantonal, il aurait été intéressant d'utiliser un agrégat se situant sur le même plan mais le manque de données statistiques oblige dans ce cas à recourir à des estimations ce que nous avons fait à titre indicatif seulement.

## 1.2 CALCUL DE L'ELASTICITE DE L'IMPOT SUR LE REVENU DES PERSONNES PHYSIQUES ( $E_{P/Y}$ )

L'élasticité du produit de l'IRPP par rapport à l'indicateur conjoncturel s'obtient en faisant le quotient des accroissements relatifs correspondants des deux grandeurs :

$$E_{P/Y} = \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta Y}{Y}} \quad (1.1)$$

avec P : produit de la taxation

Y : indicateur conjoncturel

et  $\Delta P$ ,  $\Delta Y$  : accroissements pendant la période considérée.

Cette formule présente l'avantage de s'appliquer aux statistiques officielles publiées selon la périodicité choisie pour la taxation sur le revenu.

La valeur numérique de  $E_{P/Y}$  est influencée par plusieurs éléments dont les plus importants sont :

- La mesure dans laquelle l'assiette de l'impôt "répond" aux variations conjoncturelles.
- La structure du barème de l'impôt et plus précisément sa progressivité.

L'analyse séparée de ces éléments permet d'apporter une explication aux variations de  $E_{P/Y}$ . Pour ce faire on prendra comme point de départ les élasticités de l'assiette fiscale par rapport à  $Y$  ( $E_{R/Y}$ ) et celle du taux moyen par rapport à l'assiette fiscale ( $E_{T/R}$ ) puisqu'il est possible d'exprimer  $E_{P/Y}$  à l'aide d'une combinaison de ces deux élasticités.<sup>1</sup>

### 1.2.1 Elasticité de l'assiette fiscale par rapport à l'indicateur conjoncturel ( $E_{R/Y}$ )

$$E_{R/Y} = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta Y}{Y}} \quad (1.2)$$

avec  $R$  : matière imposable (revenu imposable total).

1. Voir à ce sujet le § 1.2.3, Calcul de  $E_{P/Y}$  à l'aide de  $E_{T/R}$  et  $E_{R/Y}$ .

$E_{R/Y}$  mesure donc la relation existant entre les variations relatives du facteur Y qui rappelons-le, est un indicateur économique global et celles de l'assiette fiscale, en l'occurrence le revenu imposable total. L'interprétation de  $E_{R/Y}$  est d'autant plus importante si l'on utilise, comme nous l'avons fait, une assiette fiscale cantonale et un indicateur conjoncturel qui, lui, se situe au niveau national. En effet  $E_{R/Y}$  traduit alors non seulement les différences de rythme de croissance entre revenu des personnes physiques et PNB mais inclut encore la différence de croissance économique entre le canton et la Confédération dans son ensemble.

### 1.2.2 Elasticité du taux moyen par rapport à l'assiette fiscale ( $E_{T/R}$ )

$$E_{T/R} = \frac{\frac{\Delta T}{T}}{\frac{\Delta R}{R}} \quad (1.3)$$

avec T : taux moyen de taxation, c'est-à-dire produit de la taxation P divisé par le revenu imposable R.

La variation du taux d'imposition dépend :

- du type de barème adopté<sup>1</sup>
- de l'évolution de l'assiette fiscale, évolution globale mais également évolution structurelle, c'est-à-dire modifications dans la répartition du revenu imposable entre les diverses tranches de taux déterminées par le barème.

1. Voir sur ce point le § 1.2.5, Analyse de la valeur théorique de l'élasticité.

1.2.3 Calcul de  $E_{P/Y}$  à l'aide de  $E_{T/R}$  et  $E_{R/Y}$

L'équation (1.1) s'écrit

$$E_{(P/Y)_0} = \frac{\frac{\Delta P}{P_0}}{\frac{\Delta Y}{Y_0}} \quad (1.4)$$

L'indice 0 indique que l'on considère la grandeur au début de la période, alors que l'indice 1 signifie que c'est la fin de cette même période qui est prise en considération.

$$\begin{aligned} \text{Or, comme } \Delta P &= P_1 - P_0 = T_1 R_1 - T_0 R_0 \\ &= (T_0 + \Delta T) R_1 - T_0 (R_1 - \Delta R) = \Delta T R_1 + T_0 \Delta R, \end{aligned}$$

nous obtenons à partir de (1.4) :

$$E_{P/Y} = \frac{\frac{\Delta T R_1 + T_0 \Delta R}{T_0 R_0}}{\frac{\Delta Y}{Y_0}} \quad (1.5)$$

ou :

$$E_{P/Y} = \frac{\frac{\Delta T}{T_0} \cdot R_1 + \Delta R}{R_0} \cdot \frac{Y_0}{\Delta Y} \quad (1.6)$$

De l'équation (1.3) nous tirons :

$$\frac{\Delta T}{T_0} = E_{(T/R)_0} \cdot \frac{\Delta R}{R_0} \quad (1.7)$$

et de (1.2) :

$$\frac{Y_0}{\Delta Y} = \frac{E_{R/Y} \cdot R_0}{\Delta R} \quad (1.8)$$

En substituant les seconds membres de (1.7) et (1.8) dans (1.6) nous obtenons :

$$E_{P/Y} = \frac{E_{T/R} \cdot \frac{\Delta R}{R_0} \cdot R_1 + \Delta R}{R_0} \cdot \frac{E_{R/Y} \cdot R_0}{\Delta R} \quad (1.9)$$

ou encore après simplification :

$$E_{P/Y} = (E_{T/R} \cdot \frac{R_1}{R_0} + 1) E_{R/Y} \quad (1.10)$$

#### 1.2.4 Passage du discret au continu pour le calcul de $E_{P/Y}$

D'un point de vue théorique l'élasticité doit pouvoir être calculée en chaque point ou plus exactement dans notre cas à chaque instant et non pas uniquement sur les intervalles de temps d'une durée déterminée comme l'exigent les formules (1.1) (1.2) et (1.3). Ceci signifie qu'il faut passer du discret au continu en établissant des relations fonctionnelles entre P et Y d'une part, T et R ainsi que R et Y d'autre part.

La formule (1.1), par exemple, devient :

$$E_{P/Y} = \lim_{\Delta Y \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta Y}{Y}} = \frac{Y}{P} \cdot \lim_{\Delta Y \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta Y} \quad (1.11)$$

ou

$$E_{P/Y} = \frac{Y}{P} \cdot \frac{dP}{dY} \quad (1.12)$$

Ce qui nous permet également d'écrire, après avoir rappelé que P est égal à TR,

$$E_{P/Y} = \frac{d(TR)}{dY} \cdot \frac{Y}{TR} \quad (1.13)$$

d'où

$$E_{P/Y} = \frac{TdR + RdT}{dY} \cdot \frac{Y}{TR} \quad (1.14)$$

ou

$$E_{P/Y} = \frac{dR}{dY} \cdot \frac{Y}{R} + \frac{dT}{dY} \cdot \frac{Y}{T} \quad (1.15)$$

c'est-à-dire

$$E_{P/Y} = E_{R/Y} + E_{T/Y} \quad (1.16)$$

Mais, étant donné l'identité

$$\frac{dT}{dY} \cdot \frac{Y}{T} = \frac{dR}{dY} \cdot \frac{Y}{R} \cdot \frac{dT}{dR} \cdot \frac{R}{T} \quad (1.17)$$

ou encore

$$E_{T/Y} = E_{R/Y} \cdot E_{T/R} \quad (1.18)$$

(1.16) devient :

$$E_{P/Y} = (1 + E_{T/R})E_{R/Y} \quad (1.19)$$

La comparaison des équations (1.10) et (1.19) est intéressante; la première donne l'expression de  $E_{P/Y}$  correspondant à un accroissement fini  $\Delta Y$  de Y alors que la seconde nous donne  $E_{P/Y}$  au point Y, c'est-à-dire après avoir fait tendre  $\Delta Y$  vers 0.

Un problème important se pose au niveau du choix des fonctions liant les variables deux à deux, la relation n'étant souvent pas évidente; deux catégories de fonctions sont généralement utilisées à cette fin<sup>1</sup> : les fonctions linéaires et les fonctions puissance.

Si l'on admet que Y et P sont liées par une fonction linéaire de la forme

$$P = aY + b, \quad (1.20)$$

a et b étant des constantes,  $E_{P/Y}$  sera donnée par l'expression :

$$E_{P/Y} = a \cdot \frac{Y}{P} \quad (1.21)$$

ou

$$E_{P/Y} = \frac{aY}{aY + b} \quad (1.22)$$

Alors que si l'on admet qu'il convient de choisir une fonction puissance :

$$P = aY^b, \quad (1.23)$$

$E_{P/Y}$  devient :

$$E_{P/Y} = a \cdot b \cdot Y^{b-1} \cdot \frac{Y}{P} \quad (1.24)$$

ou en remplaçant P par l'expression (1.23)

$$E_{P/Y} = b \quad (1.25)$$

1. Voir à ce sujet Prest A.R., The Sensitivity of the Yield of Personal Income Tax in the United Kingdom, Economic Journal, September 1972.

Le choix d'une fonction linéaire implique donc un produit marginal constant et une valeur de  $E_{P/Y}$  dépendant de  $Y^1$  alors que si l'on opte pour une fonction puissance  $E_{P/Y}$  est constante et peut être calculée en effectuant une régression linéaire sur l'équation :

$$\log P = \log a + b \log Y . \quad (1.26)$$

On rencontre fréquemment cette manière de faire dans la littérature<sup>2</sup>; son point faible réside dans l'hypothèse de la constance de l'élasticité difficile à justifier sur de longues périodes.

#### 1.2.5 Analyse de la valeur théorique de l'élasticité

Jusqu'ici nous avons présenté les différents modes de calcul de  $E_{P/Y}$  en nous plaçant au niveau du revenu imposable total (matière imposable) et du produit de sa taxation. Nous allons maintenant tenter de déceler le mode de variation théorique de  $E_{P/Y}$  en fonction du barème fiscal appliqué en nous ramenant pour cela au niveau du revenu *individuel*.

1. la dérivée de (1.22) étant égale à  $\frac{ab}{(aY + b)^2}$ ,  $E_{P/Y}$  sera une fonction monotone décroissante car on a toujours  $a > 0$  et généralement  $b < 0$ .
2. Voir sur ce point : Singer N.M., Estimating State Income-Tax Revenues : A new Approach, Review of Economics and statistics, Nov. 1970.

Balopoulos E.T., Fiscal Policy Models of the British Economy, North Holland Publishing Company 1967.

Evaluation des recettes et dépenses de la Confédération 1966-1974, Rapport de la Commission d'experts chargés d'élaborer les principes et les méthodes d'une planification à long terme des finances fédérales, juillet 1966.

Prest A.R., op. cit.

### 1.2.5.1 Elasticité de l'impôt par rapport au revenu imposable

La fonction d'imposition fait correspondre à tout revenu  $r$  l'impôt dû  $p$

$$p = f(r) . \quad (1.27)$$

Les fonctions d'imposition traditionnelles sont des fonctions continues représentées par une ligne polygonale dont les dérivées sont des fonctions discontinues en escalier (voir *figure 1.1*); on peut les regrouper en plusieurs catégories selon leurs particularités. Le groupe dont fait partie la fonction d'imposition du canton de Neuchâtel (*figure 1.1*) possède les caractéristiques que nous allons décrire ci-après.

La fonction d'imposition pour la classe<sup>1</sup>  $i$  est de la forme

$$p = m_i(r - \ell_i) + d_{i-1} \quad \ell_i < r \leq \ell_{i+1} \quad (1.28)$$

où  $m_i$  représente le taux marginal de la classe  $i$ ,  $\ell_i$  la limite inférieure de la classe  $i$  et  $d_{i-1}$  l'impôt payé par un contribuable disposant de revenu maximum de la classe  $i-1$ .

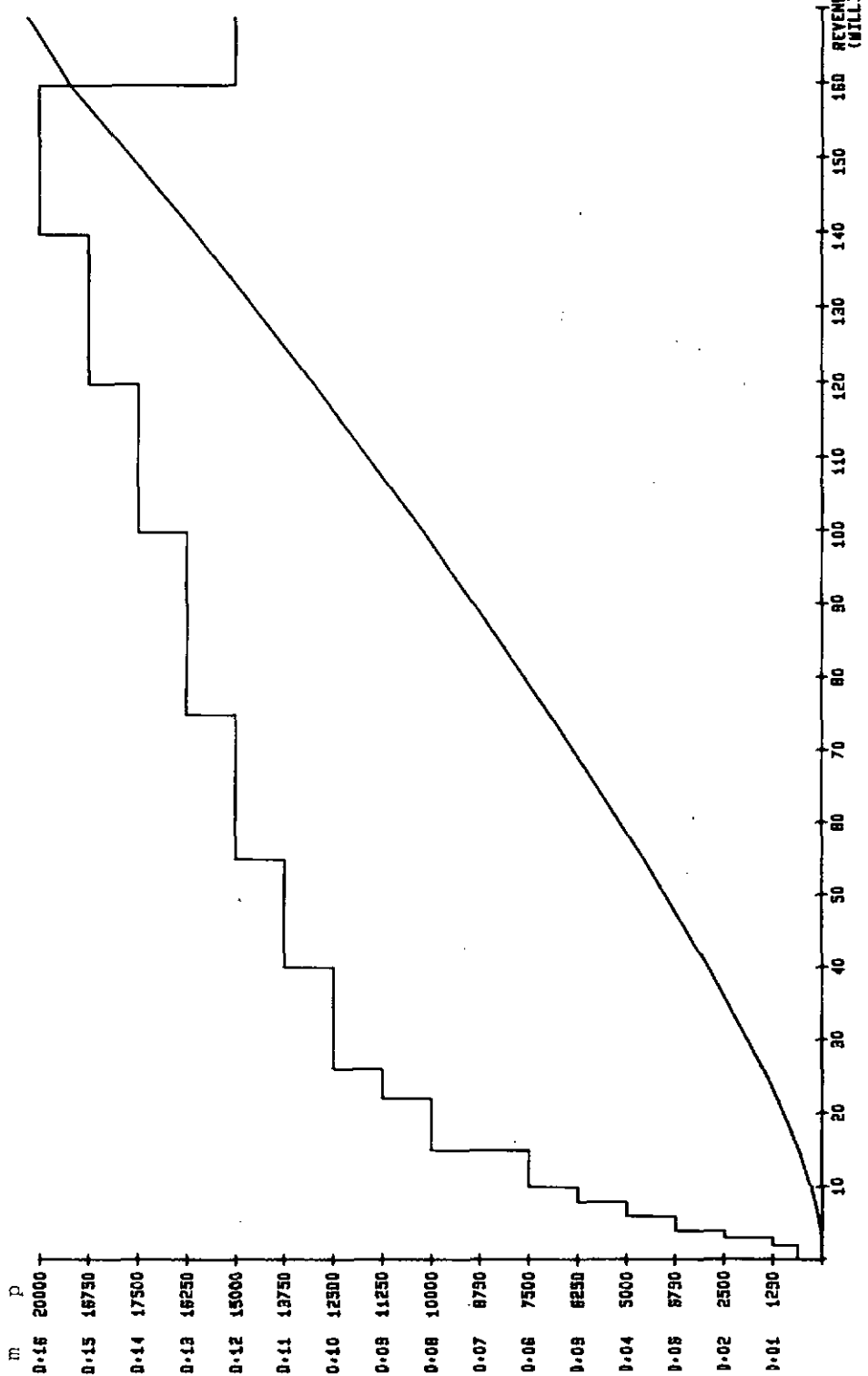
La formule (1.28) peut également s'écrire :

$$p = m_i r + (d_{i-1} - m_i \ell_i) \quad (1.29)$$

Comme la différence  $d_{i-1} - m_i \ell_i$  est constante sur une tranche de revenu donnée et qu'elle varie

1. Nous avons utilisé indifféremment les termes classes et tranches pour désigner les "catégories" déterminées par la loi sur les contributions directes.

Figure 1.1



d'une tranche à l'autre on peut dire que la fonction d'imposition est linéaire pour chaque tranche d'imposition.

L'élasticité de la fonction d'imposition par rapport au revenu nous est donnée par la formule :

$$E_{p/r} = \frac{dp}{dr} \cdot \frac{r}{p} \quad (1.30)$$

ou encore

$$E_{p/r} = \frac{m}{t} \quad (1.31)$$

car le taux marginal  $m$  est égal à  $\frac{dp}{dr}$  et le taux réel<sup>1</sup>  $t$  à  $\frac{p}{r}$ .

Dans le cas de fonctions d'imposition à taux marginal discontinu où il est entendu que la fonction est convexe (au sens large du terme), comme celle du canton de Neuchâtel, le taux marginal n'est jamais inférieur au taux réel. Il y a égalité dans les zones à imposition proportionnelle alors que dans les autres cas le taux marginal est supérieur, ce qui fait que, en vertu de (1.31), on peut dire que

$$E_{p/r} > 1 \quad (1.32)$$

Si cette dernière constatation vérifie bien l'égalité à un de l'élasticité dans les classes à imposition proportionnelle, elle ne permet par contre pas de tirer des conclusions pour les zones à taux progressif où l'élasticité dépend du type de barème adopté, nécessitant une étude particulière de cas en cas.

1. Nous employons à dessein l'expression taux réel pour désigner le taux moyen  $t$  afin qu'on ne le confonde pas avec le taux moyen annuel  $T$  tel que nous l'avons défini précédemment.

Dans notre cas, nous obtenons

$$E_{p/r} = \frac{m_i r}{m_i r + (d_{i-1} - m_i \ell_i)} \quad (1.33)$$

pour  $\ell_i < r \leq \ell_{i+1}$

La dérivée de la formule (1.33) par rapport à  $r$  se présente sous la forme :

$$(E_{p/r})' = \frac{m_i (d_{i-1} - m_i \ell_i)}{[m_i r + (d_{i-1} - m_i \ell_i)]^2} \quad (1.34)$$

Comme  $d_{i-1} - m_i \ell_i < 0$  dans la zone d'imposition progressive, l'élasticité s'y présente, dans chaque classe, comme une fonction décroissante du revenu. Le *tableau 1.1* nous renseigne sur les valeurs de l'élasticité pour chaque classe lorsque l'on applique la formule (1.33) au barème du canton de Neuchâtel. La *figure 1.2* illustre les résultats présentés dans les deux premières colonnes du *tableau 1.1* ; une analyse plus détaillée de ce graphique nous permet de faire les constatations suivantes :

- l'élasticité de l'impôt par rapport au revenu imposable est comprise entre 1 et 2,86
- la tendance générale de  $E_{p/r}$  dans la zone à l'imposition progressive est décroissante, ce qui signifie que, toutes choses restant égales par ailleurs, une augmentation des revenus provoquée par l'inflation a pour conséquence une diminution de l'élasticité moyenne de l'impôt par rapport au revenu imposable, celle-ci tendant vers 1.

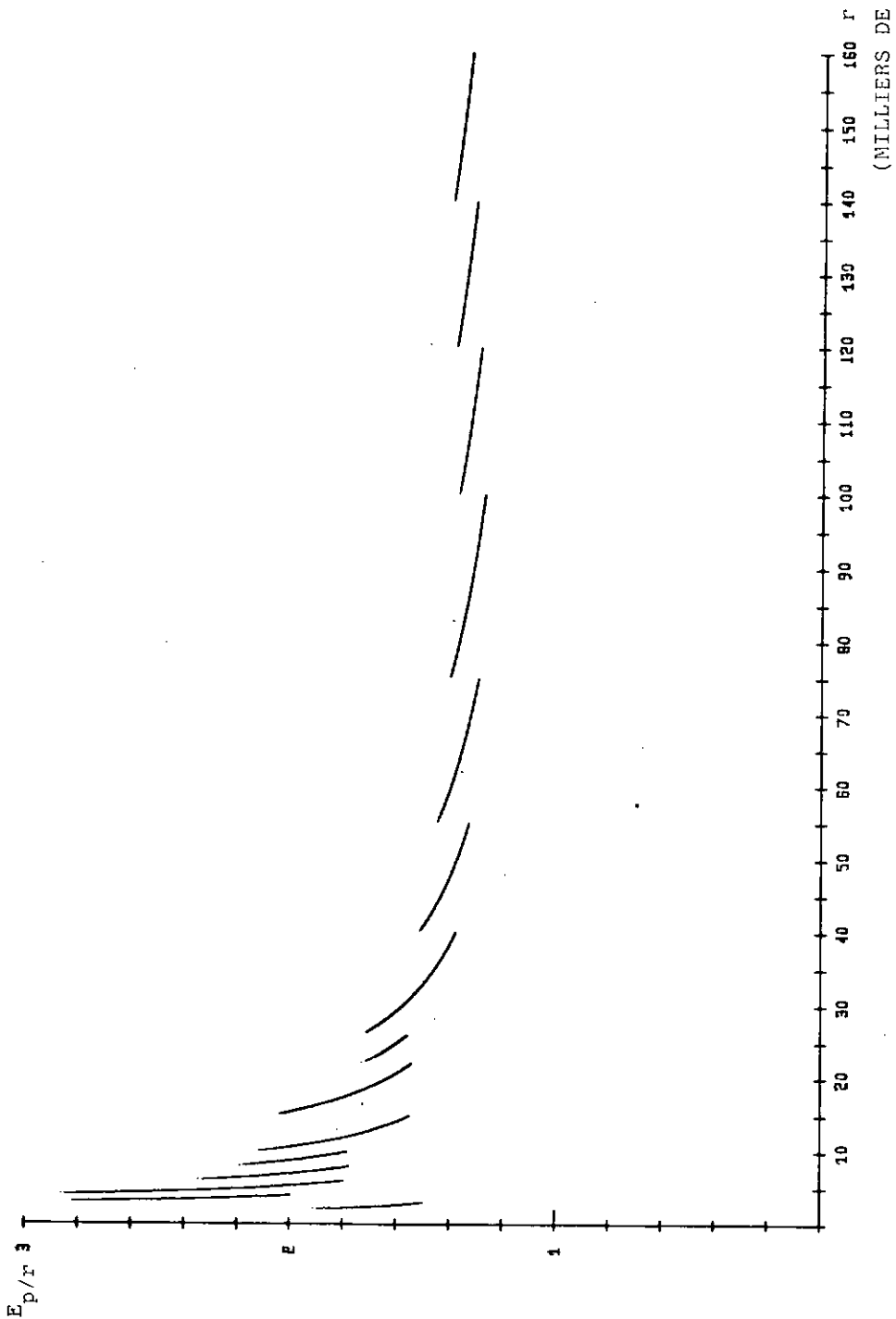
Elasticité de l'impôt par rapport au revenu imposable aux limites des classes déterminées par le barème du canton de Neuchâtel<sup>1</sup>

Tableau 1.1

| Classes de revenus  | $E_{p/r}$ |      | Valeurs de $E_{p/r}$ avant la modification de 1970 pour les classes concernées. |      |
|---------------------|-----------|------|---|------|
|                     | max.      | min. | max.  | min. |
| 100.- - 2000.-      | 1,00      | 1,00 | 1,00  | 1,00 |
| 2100.- - 3000.-     | 1,91      | 1,50 |   |      |
| 2100.- - 4000.-     |           |      | 1,91  | 1,33 |
| 3100.- - 4000.-     | 2,82      | 2,00 |   |      |
| 4100.- - 6000.-     | 2,86      | 1,80 | 1,95  | 1,50 |
| 6100.- - 8000.-     | 2,35      | 1,78 | 1,97  | 1,60 |
| 8100.- - 10000.-    | 2,19      | 1,78 | 1,98  | 1,67 |
| 10100.- - 14000.-   |           |      | 1,98  | 1,55 |
| 10100.- - 15000.-   | 2,20      | 1,55 |   |      |
| 14100.- - 18000.-   |           |      | 1,80  | 1,54 |
| 15100.- - 22000.-   | 2,05      | 1,54 |   |      |
| 18100.- - 22000.-   |           |      | 1,75  | 1,54 |
| 22100.- - 26000.-   | 1,73      | 1,56 |   |      |
| 26100.- - 40000.-   | 1,73      | 1,38 |   |      |
| 40100.- - 55000.-   | 1,51      | 1,33 |   |      |
| 55100.- - 75000.-   | 1,45      | 1,29 |   |      |
| 75100.- - 100000.-  | 1,40      | 1,27 |   |      |
| 100100.- - 120000.- | 1,37      | 1,29 |   |      |
| 120100.- - 140000.- | 1,38      | 1,31 |   |      |
| 140100.- - 160000.- | 1,40      | 1,33 |   |      |
| 160000.- et plus    |           | 1,00 |   |      |

1. Etant donné la période prise en considération, nous n'avons pas tenu compte des modifications survenues après 1974.

figure 1.2



1.2.5.2 Elasticité du taux réel par rapport au revenu imposable

La fonction donnant le taux réel établit une relation entre le revenu  $r$  et le taux réel correspondant  $t$  :

$$t = g(r) \quad (1.35)$$

Dans notre cas, cette fonction, découlant du résultat précédent (1.29), sera de la forme :

$$t = \frac{m_i r + (d_{i-1} - m_i \ell_i)}{r} \quad (1.36)$$

ou encore

$$t = m_i + \frac{d_{i-1} - m_i \ell_i}{r} \quad (1.37)$$

L'élasticité du taux réel par rapport au revenu imposable est donnée par la formule :

$$E_{t/r} = \frac{dt}{dr} \cdot \frac{r}{t} \quad (1.38)$$

ou

$$\begin{aligned} E_{t/r} &= \frac{d\left(\frac{p}{r}\right)}{dr} \cdot \frac{r^2}{p} = \frac{\frac{rdp - pdr}{r^2}}{dr} \cdot \frac{r^2}{p} \\ &= \frac{dp}{dr} \cdot \frac{r}{p} - 1 \end{aligned} \quad (1.39)$$

donc

$$E_{t/r} = \frac{m}{t} - 1 \quad (1.40)$$

et par conséquent, étant donné (1.31) :

$$E_{t/r} = E_{p/r} - 1 \quad (1.41)$$

Comme  $E_{p/r} \geq 1$  (voir § 1.2.1) on déduit de (1.41) que

$$E_{t/r} \geq 0 \quad (1.42)$$

dans le cas d'une fonction à taux marginal discontinu.

Pour ce qui est des constatations propres au barème que nous analysons, il n'est pas nécessaire de refaire toute l'analyse de  $E_{t/r}$ ; étant donné la relation obtenue sous (1.41) il est aisé de tirer des enseignements concernant  $E_{t/r}$  à partir de ceux relatifs à  $E_{p/r}$ . Toutefois, étant donné le rapport direct existant entre  $E_{t/r}$  et  $E_{T/R}$  (cette dernière valeur intervenant dans le calcul de  $E_{p/Y}$ ), il est utile d'insister sur quelques aspects particuliers de  $E_{t/r}$ .

L'analyse des valeurs fournies par  $E_{t/r} = E_{p/r} - 1$

ou, ce qui revient au même, par  $E_{t/r} = \frac{m_i^l i - d_{i-1}}{rt}$

nous permet de faire les remarques suivantes :

- a)  $E_{t/r}$  est comprise entre 1 et 1,86
- b)  $E_{t/r}$  n'est jamais supérieure à l'unité pour un revenu supérieur à 15 600.-, pour un revenu supérieur à 41 000.- elle est même toujours inférieure à 0,5.
- c) Une augmentation de revenu due à l'inflation, toutes choses restant égales par ailleurs, s'accompagne d'une diminution de  $E_{t/r}$  qui tend vers 0 quand  $r$  tend vers 160 000.-.

### 1.3 APPLICATION AUX DONNEES DU CANTON DE NEUCHATEL

Nous présentons ci-dessous (§ 1.3.1 à 1.3.4) les résultats obtenus en appliquant les formules (1.1), (1.2) et (1.3) aux données fiscales du canton de Neuchâtel pour la période 1965 - 1974<sup>1</sup> ainsi que ceux découlant du passage du discret au continu pour les mêmes données (§ 1.3.5). Comme nous l'avons signalé précédemment, nous avons utilisé le PNB aux prix du marché comme indicateur conjoncturel; à titre indicatif nous avons également effectué les calculs avec le revenu cantonal (§ 1.3.4) pour lequel nous avons obtenu des estimations à partir des chiffres publiés par l'Union de Banques Suisses<sup>2</sup>. Nous avons utilisé les valeurs par habitant de la taxation, du produit de la taxation et de l'indicateur conjoncturel afin de tenir compte également dans une certaine mesure des fluctuations démographiques.

#### 1.3.1 Calcul des valeurs de $E_{P/Y}$

Le *tableau 1.2* est le reflet des résultats obtenus par l'application de la formule (1.1), il nous permet de faire les constatations suivantes pour la période considérée :

- l'intervalle de variation de  $E_{P/Y}$  est assez grand (de 1,01 à 2,61)

1. Source : République et Canton de Neuchâtel, Rapports du Département des Finances, exercices 1965 à 1974.
2. Dans sa publication annuelle "La Suisse en chiffres", l'Union de Banques Suisses présente une estimation des revenus cantonaux; nous avons apporté quelques rectifications à cette estimation afin de tenir compte pour toute la période des modifications des statistiques de la Confédération (nouvelle série 1976).

- $E_{P/Y}$  ne varie pas dans une direction bien définie
- $E_{P/Y}$  est toujours supérieure à l'unité
- la moyenne pondérée<sup>1</sup> de  $E_{P/Y}$  est égale à 1,58
- la valeur de  $E_{P/Y}$  pour la période 70/71 (correspondant à la première application de la loi avec les modifications de novembre 1970) ne se distingue pas particulièrement des autres.

Tableau 1.2

| ELASTICITE RECETTES FISCALES - PNB |      | ( $E_{P/Y}$ ) |
|------------------------------------|------|---------------|
| 1965/66                            | 1,84 |               |
| 1966/67                            | 2,61 |               |
| 1967/68                            | 1,99 |               |
| 1968/69                            | 1,06 |               |
| 1969/70                            | 1,01 |               |
| 1970/71                            | 1,13 |               |
| 1971/72                            | 1,41 |               |
| 1972/73                            | 1,41 |               |
| 1973/74                            | 1,99 |               |

ELASTICITE MOYENNE PONDEREE = 1,58

### 1.3.2 Calcul des valeurs de $E_{R/Y}$

Le *tableau 1.3* qui présente les résultats obtenus à l'aide de la formule (1.2) permet de tirer des conclusions analogues à celles que nous venons de déduire du *tableau 1.2* pour  $E_{P/Y}$ , ce qui n'est pas surprenant étant donné la relation existant entre P et R, relation se traduisant au niveau des élas-

1. Pour le calcul de la moyenne pondérée nous avons utilisé

la formule 
$$\frac{\sum_{i=1}^n (E_{P/Y})_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i}$$

ticités par la prépondérance de  $E_{R/Y}$  sur  $E_{T/R}$  dans le calcul de  $E_{P/Y}$ <sup>1</sup>.

Comme particularité propre à  $E_{R/Y}$ , on note que six fois sur neuf sa valeur est inférieure à l'unité ce qui signifie que durant la période considérée une augmentation relative du PNB a fréquemment été accompagnée d'une augmentation relative plus faible du revenu imposable total.

Tableau 1.3

| ELASTICITE REVENU IMPOSABLE - PNB |      | ( $E_{R/Y}$ ) |
|-----------------------------------|------|---------------|
| 1965/66                           | 1,03 |               |
| 1966/67                           | 2,12 |               |
| 1967/68                           | 0,92 |               |
| 1968/69                           | 0,66 |               |
| 1969/70                           | 0,72 |               |
| 1970/71                           | 0,90 |               |
| 1971/72                           | 0,89 |               |
| 1972/73                           | 0,86 |               |
| 1973/74                           | 1,50 |               |
| ELASTICITE MOYENNE PONDEREE =     |      | 1,06          |

### 1.3.3 Calcul des valeurs de $E_{T/R}$

Bien que, comme nous venons de le voir, la valeur de  $E_{R/Y}$  ait une importance prépondérante dans le calcul de  $E_{P/Y}$ , celle de  $E_{T/R}$  n'est pas négliger. Au contraire, elle a même une importance particulière étant donné qu'elle seule nous donne des indications propres au barème fiscal considéré. Sur la base du *tableau 1.4* (obtenu par application de la formule (1.3)), nous sommes amenés à faire les cons-

1. Voir à ce sujet la formule (1.10).

tatations suivantes, constatations intéressantes dans la mesure où certaines d'entre elles diffèrent sensiblement de celles faites pour  $E_{P/Y}$  et  $E_{R/Y}$  :

- l'intervalle de variation est assez grand (0,21 à 1,10)
- $E_{T/R}$  ne varie pas monotonement
- à une exception près (67/68),  $E_{T/R}$  est toujours inférieure à l'unité
- la moyenne pondérée de  $E_{T/R}$  est égale à 0,50
- la valeur de  $E_{T/R}$  pour la première période après la modification de la loi (70/71) ne se distingue pas particulièrement des autres.

Tableau 1.4

ELASTICITE TAUX MOYEN - REVENU IMPOSABLE ( $E_{T/R}$ )

|         |      |
|---------|------|
| 1965/66 | 0,73 |
| 1966/67 | 0,21 |
| 1967/68 | 1,10 |
| 1968/69 | 0,58 |
| 1969/70 | 0,37 |
| 1970/71 | 0,23 |
| 1971/72 | 0,53 |
| 1972/73 | 0,59 |
| 1973/74 | 0,29 |

ELASTICITE MOYENNE PONDEREE = 0,50

1.3.4 Résultats obtenus en utilisant le revenu cantonal

L'utilisation de l'estimation du revenu cantonal en lieu et place du PNB permet d'obtenir les résultats présentés dans les *tableaux 1.5* et *1.6*. Seules les valeurs de  $E_{P/Y}$  et  $E_{R/Y}$  correspondant à la première période (1965/66) sont nettement distinctes

de celles obtenues avec le PNB. Ces exceptions s'expliquent par la variation relative très peu prononcée du revenu cantonal dans cet intervalle de temps (variation relative de 0,96 % pour le revenu cantonal contre 6,77 % pour le PNB).

Par contre les autres valeurs "gravitent" autour de celles obtenues avec le PNB.

Tableau 1.5

ELASTICITE RECETTES FISCALES - REVENU CANTONAL

|         |       |
|---------|-------|
| 1965/66 | 13,01 |
| 1966/67 | 2,92  |
| 1967/68 | 1,93  |
| 1968/69 | 0,89  |
| 1969/70 | 1,37  |
| 1970/71 | 1,08  |
| 1971/72 | 1,45  |
| 1972/73 | 1,31  |
| 1973/74 | 1,73  |

ELASTICITE MOYENNE PONDEREE = 2,52

Tableau 1.6

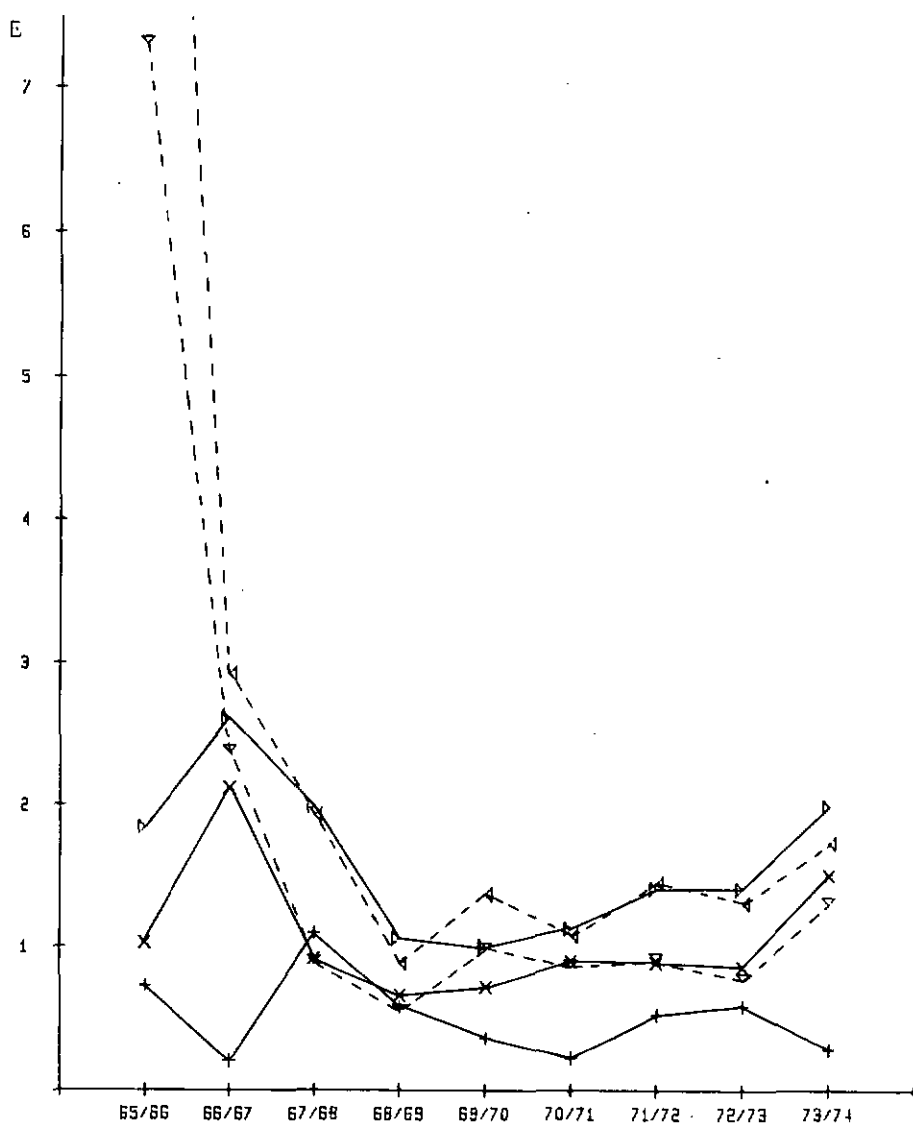
ELASTICITE REVENU IMPOSABLE - REVENU CANTONAL

|         |      |
|---------|------|
| 1965/66 | 7,30 |
| 1966/67 | 2,37 |
| 1967/68 | 0,89 |
| 1968/69 | 0,55 |
| 1969/70 | 0,98 |
| 1970/71 | 0,86 |
| 1971/72 | 0,91 |
| 1972/73 | 0,79 |
| 1973/74 | 1,30 |

ELASTICITE MOYENNE PONDEREE = 1,59

La *figure 1.3* illustre les constatations faites sur la base des *tableaux 1.2 à 1.6* en présentant sur un même diagramme  $E_{P/Y}$ ,  $E_{T/R}$  et  $E_{R/Y}$ .

*figure 1.3*



+ :  $E_{T/R}$     x :  $E_{R/Y}$  (PNB)    b :  $E_{P/Y}$  (PNB)    v :  $E_{R/Y}$  (RC)    d :  $E_{P/Y}$  (RC)

### 1.3.3 Résultats obtenus en passant du discret au continu

Comme nous l'avons relevé précédemment (§ 1.2.4), il s'avère que le principal problème qui se pose en passant du discret au continu est celui du choix des fonctions liant les variables deux à deux. Dans notre cas, une difficulté supplémentaire apparaît du fait que la période considérée est courte (10 ans).

Sur la base de la *figure 1.4* donnant la variable dépendante produit de la taxation en fonction de la variable indépendante PNB, nous avons porté notre choix sur une fonction linéaire à l'aide de laquelle nous avons obtenu le résultat suivant par régression<sup>1</sup> :

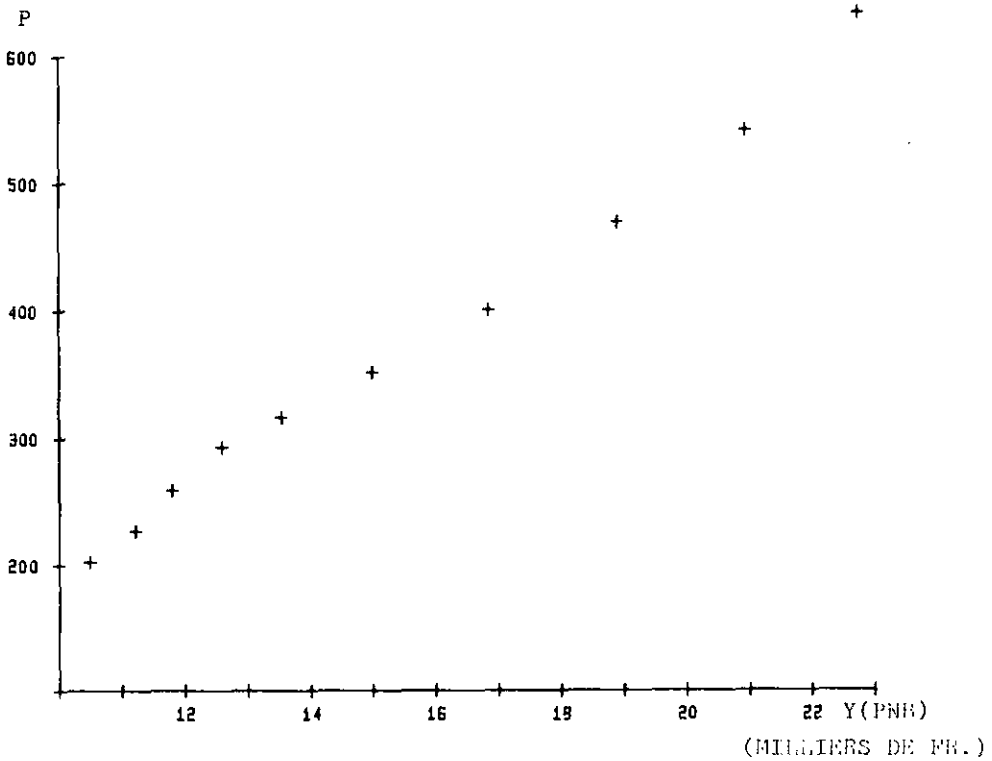
$$\begin{aligned} P &= 0,03280 Y - 135,59487 \\ \sigma &\quad (0,00110) \\ t &\quad ((29,66)) \end{aligned}$$

$$F = 879,67 \quad , \quad r = 0,99735$$

Au seuil  $\alpha = 0,1$ , nous rejetons l'hypothèse de la nullité des coefficients de régression (les tables de Student et de Fisher Snedecor nous donnent des valeurs de 1,86 pour t et 59,4 pour F).

1. Pour toutes les régressions nous avons utilisé les notations suivantes :  $\sigma$  : écart(s)-type(s) du ou des coefficients de régression, r : coefficient de corrélation, t et F : coefficients de Student et de Fisher Snedecor.

figure 1.4



En appliquant la formule (1.22), on obtient :

$$E_{P/Y} = \frac{0,03280 Y}{0,03280 Y - 135,59487}$$

il suffit alors de remplacer Y par ses valeurs pour obtenir les valeurs suivantes de  $E_{P/Y}$  :

Tableau 1.7

|    |      |
|----|------|
| 65 | 1,65 |
| 66 | 1,58 |
| 67 | 1,54 |
| 68 | 1,49 |
| 69 | 1,44 |
| 70 | 1,38 |
| 71 | 1,32 |
| 72 | 1,28 |
| 73 | 1,25 |
| 74 | 1,22 |

Les valeurs de  $E_{P/Y}$  sont naturellement décroissantes pour des valeurs croissantes de Y étant donné la forme de (1.22)<sup>1</sup>.

Afin de tenir compte de la légère modification de la loi dès 1971, nous avons introduit une variable muette<sup>2</sup> A prenant les valeurs 0 jusqu'à 1970 et 1 depuis 1971, l'équation de régression devient alors :

$$P = 0,03683 Y - 37,26693 A - 182,75515$$

|          |           |            |
|----------|-----------|------------|
| $\sigma$ | (0,00202) | (16,78232) |
| t        | ((18,15)) | ((-2,22))  |

$$F = 658,34 \quad , \quad r = 0,99735$$

1. Voir à ce propos le § 1.2.4

2. On rencontre également les termes *auxiliaire* et *artificielle* pour désigner ce type de variables.

Au seuil  $\alpha = 0,1$ , l'hypothèse de la nullité du coefficient de régression de A est rejetée, la table de Student donnant une valeur de 1,89.

Les valeurs de  $E_{P/Y}$  deviennent donc :

Tableau 1.8

|    |      |
|----|------|
| 65 | 1,90 |
| 66 | 1,79 |
| 67 | 1,72 |
| 68 | 1,65 |
| 69 | 1,58 |
| 70 | 1,49 |
| 71 | 1,55 |
| 72 | 1,46 |
| 73 | 1,40 |
| 74 | 1,36 |

On remarque une augmentation sensible par rapport aux valeurs présentées dans le *tableau 1.7*, augmentation due à l'introduction de la variable muette A.

Nous avons également essayé d'introduire dans la régression une variable représentant le temps, Z, afin de corriger l'effet de certains mouvements à long terme comme les modifications de la distribution des revenus, les changements de nature démographique, etc. Nous avons obtenu :

$$P = 0,03266 Y + 0,19501 Z - 147,06692$$

|          |           |           |
|----------|-----------|-----------|
| $\sigma$ | (0,00557) | (7,87029) |
| t        | ((5,86))  | ((0,02))  |

$$F = 384,74 \quad , \quad r = 0,99548$$

En appliquant le test de Student, au seuil  $\alpha = 0,1$ , nous acceptons l'hypothèse de la nullité du coefficient de régression de Z, ce qui signifie que ce coefficient n'est pas significativement différent de 0. L'introduction d'une variable représentant le temps ne semble donc pas être un apport intéressant dans notre cas.

Le choix d'une fonction linéaire a pour conséquence que les valeurs de  $E_{P/Y}$  sont obligatoirement décroissantes puisque le PNB par tête est toujours croissant durant la période considérée et que la dérivée de  $E_{P/Y}$  est strictement négative ( $a > 0$  et  $b < 0$ )<sup>1</sup>. Il n'est donc pas étonnant que les résultats présentés dans les *tableaux 1.7* et *1.8* ne soient pas identiques à ceux du *tableau 1.2* pour lesquels nous avons constaté que la variation n'avait pas une direction bien déterminée. Toutefois on pouvait espérer une plus grande concordance entre les deux approches et les fortes différences enregistrées démontrent bien que le choix d'une fonction linéaire conduit à une approximation assez grossière<sup>2</sup>.

La médiocrité de ces résultats nous a incité à renoncer à effectuer la décomposition de l'élasticité dans le cas continu car de toute évidence (les *figures 1.5* et *1.6* le démontrent clairement), le problème du choix des fonctions se pose de manière identique pour R et Y d'une part et pour T et R d'autre part.

1. Voir à ce sujet le § 1.2.4.

2. Notons que le choix d'une fonction puissance, impliquant la constance de l'élasticité sur toute la période ne conduit pas à de meilleurs résultats.

figure 1.5

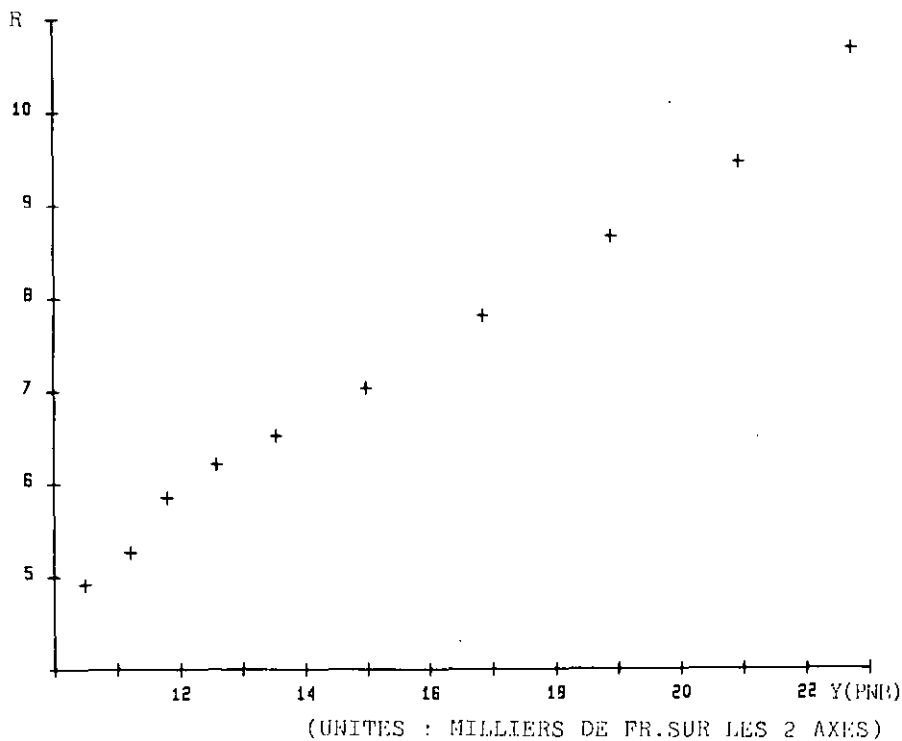
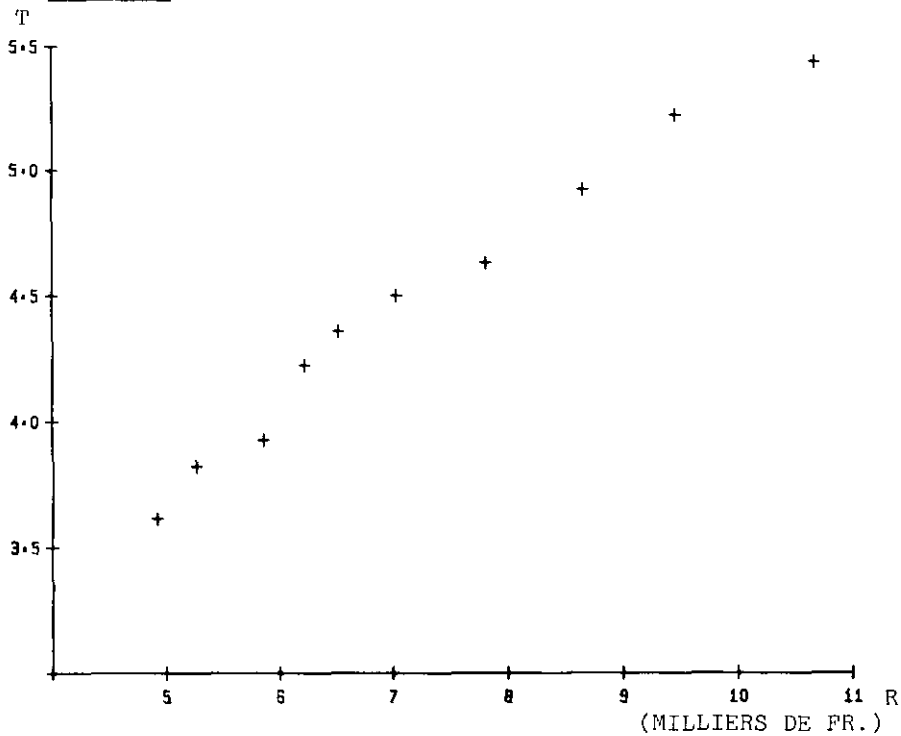


figure 1.6



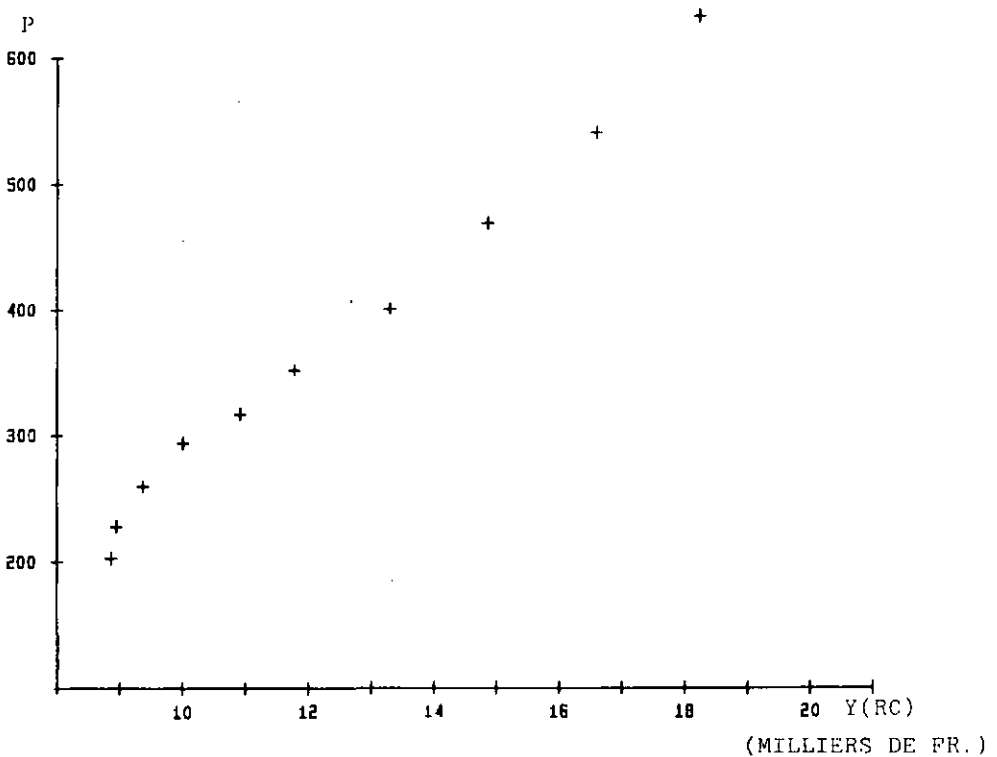
Le recours au revenu cantonal (*figure 1.7*) pose naturellement les mêmes problèmes que ceux que nous venons d'exposer et conduit aux résultats suivants :

$$\begin{aligned} P &= 0,04193 Y - 146,27230 \\ \sigma &\quad (0,00140) \\ t &\quad ((29,79)) \end{aligned}$$

$$F = 887,40 \quad , \quad r = 0,99552$$

L'application du test de Student à un seuil  $\alpha = 0,1$  nous permet de rejeter l'hypothèse de la nullité du coefficient de régression de Y.

figure 1.7



On obtient les valeurs suivantes pour  $E_{P/Y}$  :

Tableau 1.9

|    |      |
|----|------|
| 65 | 1,65 |
| 66 | 1,64 |
| 67 | 1,59 |
| 68 | 1,53 |
| 69 | 1,47 |
| 70 | 1,42 |
| 71 | 1,35 |
| 72 | 1,31 |
| 73 | 1,27 |
| 74 | 1,24 |

#### 1.4 CONCLUSION

L'application aux données effectives des fondements théoriques énoncés sous 1.2 est riche en enseignements divers.

La théorie de Musgrave<sup>1</sup> selon laquelle on peut attribuer les différences d'élasticité des produits des divers impôts aux différences des  $E_{R/Y}$ , admettant par là la prépondérance de  $E_{R/Y}$  sur  $E_{T/R}$  est naturellement vérifiée mais ceci ne diminue en rien la valeur de  $E_{T/R}$  qui représente une qualité propre de chaque loi d'impôt alors que  $E_{R/Y}$  apparaît comme une conséquence de l'évolution conjoncturelle et des conditions structurelles spécifiques de l'assiette fiscale.

La disparité des valeurs de  $E_{T/R}$  observée en 1.3.3 prouve l'action combinée de plusieurs phénomènes

1. Musgrave R.A., op. cit p. 510.

concourant à l'augmentation de l'assiette fiscale et à celle du produit de la taxation. Il est intéressant de noter que le rôle joué par l'inflation et les améliorations économiques générales est contrebalancé par d'autres phénomènes qui font que la tendance à la décroissance de  $E_{T/R}$  n'est pas très marquée. L'augmentation de revenu provoquée par l'accroissement du nombre de contribuables pourrait être un des facteurs explicatifs de cette situation. L'analyse de la distribution des revenus à laquelle nous allons procéder (deuxième partie) aura donc une double finalité; d'une part, elle visera à aboutir à la représentation de la distribution des revenus sous forme d'une fonction continue que nous utiliserons par la suite (troisième partie) et, d'autre part, par comparaison des fonctions représentant les distributions de revenus annuelles, nous obtiendrons des renseignements sur leur évolution structurelle durant la période qui nous intéresse.

DEUXIEME PARTIE

## 2. LA DISTRIBUTION DES REVENUS =====

### 2.1 INTRODUCTION

Dans les publications statistiques, les bénéficiaires de revenus (qui sont généralement des contribuables car les statistiques fiscales constituent pratiquement l'unique source de renseignements en la matière) sont regroupés par tranches de revenus d'amplitude variable. En plus du nombre de personnes dont le revenu est compris entre les limites inférieures et supérieures des classes ainsi constituées, on indique généralement la valeur du revenu total de ces personnes. On utilise des tranches d'amplitude variable afin de ne pas avoir d'effectifs trop petits ou trop fluctuants dans les zones à faible concentration de personnes (c'est-à-dire dans les zones de hauts revenus).

Graphiquement, ces données peuvent être représentées par un histogramme dont la base et la surface de chaque colonne sont constituées respectivement par une tranche de revenu et par le nombre de contribuables appartenant à cette tranche (*figure 2.1*).

Certains auteurs utilisent ce qu'ils nomment une pyramide double<sup>1</sup> (voir *figure 2.2*) pour représenter ces mêmes données; pour ce faire, ils placent le revenu sur l'axe vertical et le nombre de contribuables, ordonné selon la longueur des rectangles formés par chaque classe, sur l'axe horizontal.

1. Voir à ce sujet : Krelle W., *Verteilungstheorie*, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck) Tübingen 1962, p. 267-269.

figure 2.1

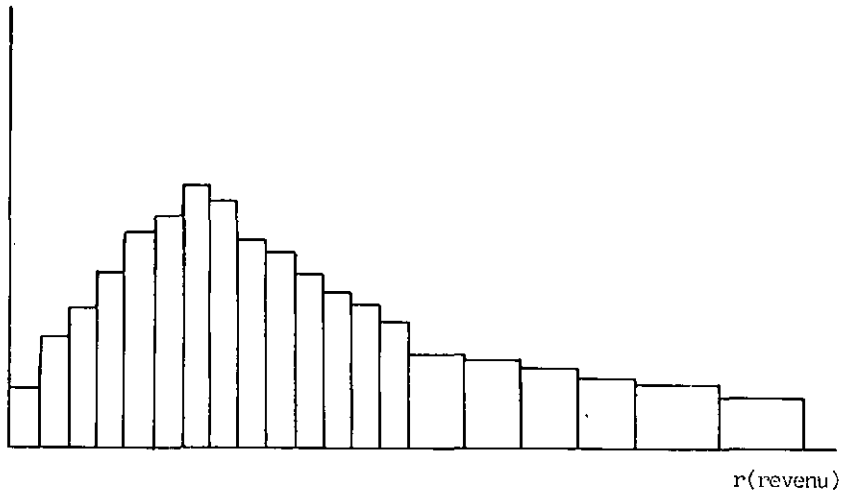
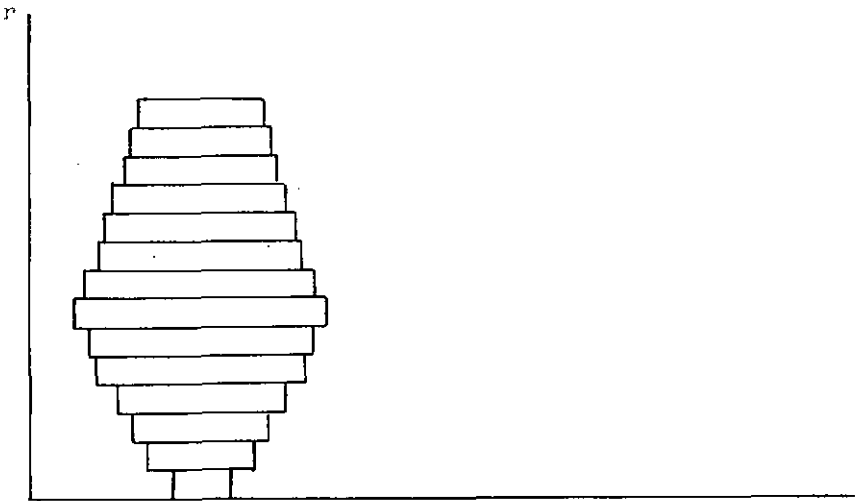


figure 2.2



Comme nous l'avons relevé à la fin de la première partie (§ 1.4) il est évident que la répartition des contribuables entre les différentes classes de revenus se modifie d'une année à l'autre, donc que l'allure des distributions évolue. Une comparaison globale des histogrammes annuels ne permet pas de se faire une idée très précise sur les changements intervenus. Les changements peuvent également être analysés par comparaison du nombre de contribuables, classe par classe, pour toutes les années considérées; ce mode de faire présente toutefois bien des désavantages dont le principal réside dans la difficulté d'aboutir à des conclusions d'ordre général à partir de résultats obtenus isolément pour chaque classe de revenu. Le recours à une fonction mathématique continue ne dépendant que de quelques paramètres dont on pourra étudier l'évolution dans le temps pour ajuster la distribution des revenus permet de remédier à ces inconvénients et présente d'autres avantages (notamment pour l'utilisation dans un modèle) dont nous ferons état par la suite (troisième partie).

Notre problème consiste donc à ajuster une fonction à un histogramme en tenant compte non seulement des particularités de la distribution des revenus mais également de considérations plus générales découlant de la prise en compte du problème dans son ensemble.

En fait il s'agit de concilier les objectifs suivants :

- 1) qualité de l'ajustement
- 2) possibilité d'interprétation économique des paramètres de la fonction
- 3) facilité d'emploi de la fonction dans un modèle.

Il est fort probable qu'on ne trouve pas une fonction qui satisfasse pleinement aux trois exigences simultanément car il peut y avoir conflit entre elles; la recherche d'une qualité excessive de l'ajustement peut, par exemple, nuire à la facilité d'emploi dans le modèle et à l'interprétation économique.

Le nombre  $N_i$  de personnes dont le revenu est compris entre  $l_i$  et  $l_{i+1}$  est donné par :

$$N_i = \int_{l_i}^{l_{i+1}} f(r) dr \quad (2.1)$$

L'expression (2.1) admet certaines variantes, Mishan et Dicks Mireaux<sup>1</sup> par exemple utilisent la relation suivante :

$$r = f(n) \quad (2.2)$$

avec  $n$  : numéro d'ordre des contribuables rangés selon l'ordre croissant de leur revenu.

Pour leur part Pareto et Gini, sous des formes diverses, utilisent des fonctions cumulatives sur lesquelles nous reviendrons en détail par la suite (§ 2.5 et 2.6).

1. Mishan E.J. and Dicks-Mireaux L.A., Progressive Taxation in an inflationary Economy, American Economic Review, September 1958.

## 2.2 PROPRIETES DE LA DISTRIBUTION DES REVENUS

Etant donné que nous avons opté pour une démarche empirique (nous recherchons la fonction qui ajuste "au mieux" l'histogramme sans nous appuyer sur des considérations théoriques préalables quant à la distribution), nous allons dresser la liste des propriétés les plus importantes de la distribution des revenus afin d'avoir un point de départ pour les investigations futures :

- la variable indépendante "revenu" est définie pour des valeurs strictement positives
- la distribution des revenus est dissymétrique, les classes de bas et moyens revenus représentent une concentration beaucoup plus forte de personnes que les classes de revenus plus élevés. Les effectifs sont donc étalés vers la droite alors que du côté gauche la distribution débute très abruptement.

Certains auteurs qui portaient le revenu en ordonnées et le nombre de contribuables en abscisses (Say, Pareto et Amoroso notamment), qualifiaient la distribution des revenus de "pyramide", de "toupie" ou de "fiasque", expressions décrivant fort bien sa forme particulière.

Ces propriétés empiriques ne constituent pas une particularité propre aux distributions que nous avons étudiées; elles sont vérifiées pour toutes les distributions de revenus. Notre démarche a donc principalement consisté à analyser et tenter d'adapter à notre cas les modèles généralement utilisés pour décrire de telles distributions.

## 2.3 LA LOI LOGNORMALE A DEUX PARAMETRES<sup>1</sup>

### 2.3.1 Définition

On dit qu'une variable aléatoire  $X$  suit une loi lognormale si son logarithme suit une loi normale, de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ .

$$\ln X \sim N(\mu, \sigma) \quad (2.3)$$

d'où

$$X = e^{\mu + \sigma U} \quad (2.4)$$

avec  $U$  : variable aléatoire suivant une loi normale, centrée et réduite.

### 2.3.2 Propriétés

2.3.2.1 Les nombres négatifs ne possédant pas de logarithmes réels et le logarithme de 0 étant infini, les valeurs de  $X$  appartiennent à  $\mathbb{R}^+$ .

2.3.2.2 La densité de probabilité de la distribution lognormale est la suivante :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.5)$$

1. Voir à ce sujet : Aitchison J. and Brown J.A.C., The Lognormal Distribution, Cambridge University Press, 1969 et Calot G., Cours de statistique descriptive, Dunod Paris 1965, pp. 153-168.

2.3.2.3 D'une manière générale, la distribution lognormale est dissymétrique et étalée vers la droite.

2.3.2.4 La correspondance observée jusqu'ici entre les propriétés de la loi lognormale et celles de la distribution des revenus nous incite à approfondir notre analyse. Nous sommes amenés aux considérations suivantes : les variations de deux revenus différents ont une probabilité beaucoup plus grande d'être semblables en pourcentage qu'en valeur absolue. En effet, admettons par exemple que les revenus annuels de deux personnes soient respectivement de 20 000.- et 100 000.- francs. Dans les conditions économiques qui sont celles de la période examinée, une augmentation de 1000.- francs en valeur absolue de chaque revenu nous paraît beaucoup moins vraisemblable qu'une variation de 5 % pour chacun.

Cette caractéristique parle en faveur de l'emploi des logarithmes pour décrire la distribution des revenus étant donné qu'à une augmentation de même pourcentage des différentes valeurs de la variable correspond un accroissement égal des logarithmes. Dans notre exemple, la variation en logarithme dans l'hypothèse d'une augmentation de 5 % est égale à  $\log 1,05$ .

### 2.3.3 Conditions de validité

"Si  $\bar{X}$  est la résultante d'un très grand nombre de causes indépendantes à effets positifs, se composant de façon multiplicative, chacune de ces causes ayant un effet négligeable devant l'effet global,

alors X est distribuée suivant la loi lognormale<sup>1</sup>. Certains auteurs, Gibrat<sup>2</sup> par exemple, admettent qu'une distribution des revenus satisfait à ces conditions; d'autres, Champernowne<sup>3</sup> notamment, ne sont pas de cet avis. Quant à nous, nous allons utiliser tout d'abord la loi lognormale, puis examiner la qualité de cet ajustement.

#### 2.3.4 Application de la loi lognormale à deux paramètres

Le *tableau 2.1* et la *figure 2.3* donnent une image de l'application de la loi lognormale à deux paramètres aux données du canton de Neuchâtel pour les revenus imposables correspondant à l'année de taxation 1974. Il apparaît immédiatement que la loi lognormale appliquée sous sa forme la plus simple ne fournit qu'une approximation médiocre et bien peu satisfaisante de la distribution des revenus. Le graphique permet de constater que la courbe ajustée ne fournit même pas un résultat satisfaisant sur un fragment de l'intervalle total du revenu car elle est nettement décalée sur la gauche par rapport à l'histogramme. Ce décalage signifie que le passage aux logarithmes a pour conséquence un renversement de tendance : la courbe de départ était biaisée positivement, celle que nous obtenons en prenant le logarithme du revenu est biaisée négativement. L'introduction d'un facteur correctif devrait donc nous permettre de trouver une courbe approximativement symétrique.

1. Calot G., op. cit., p. 159.

2. Gibrat R., Les inégalités économiques, Librairie du Recueil Sirey, Paris 1931.

3. Champernowne D.G., The Distribution of Income between Persons, Cambridge University Press, 1973.

Tableau 2.1

ANNEE DE TAXATION 1974

| CLASSES DE REVENUS | $N_i$ | $\frac{N_i}{\Delta x_i}$ | $\frac{E_i}{\Delta x_i}$ | CHI 2   |
|--------------------|-------|--------------------------|--------------------------|---------|
| 100. - 2000.       | 2321. | 2321.                    | 875.                     | 2384.38 |
| 2100. - 4000.      | 4368. | 4368.                    | 4747.                    | 30.36   |
| 4100. - 6000.      | 5211. | 5211.                    | 7256.                    | 576.54  |
| 6100. - 8000.      | 5342. | 5342.                    | 7905.                    | 831.38  |
| 8100. - 10000.     | 5418. | 5418.                    | 7612.                    | 632.81  |
| 10100. - 12000.    | 5569. | 5569.                    | 6940.                    | 271.19  |
| 12100. - 14000.    | 5799. | 5799.                    | 6162.                    | 21.45   |
| 14100. - 16000.    | 6368. | 6368.                    | 5399.                    | 173.62  |
| 16100. - 18000.    | 6590. | 6590.                    | 4701.                    | 758.45  |
| 18100. - 20000.    | 6223. | 6223.                    | 4083.                    | 1120.70 |
| 20100. - 22000.    | 5533. | 5533.                    | 3546.                    | 1113.24 |
| 22100. - 24000.    | 4750. | 4750.                    | 3082.                    | 901.96  |
| 24100. - 26000.    | 3988. | 3988.                    | 2684.                    | 632.93  |
| 26100. - 28000.    | 3371. | 3371.                    | 2343.                    | 450.84  |
| 28100. - 30000.    | 2809. | 2809.                    | 2050.                    | 280.61  |
| 30100. - 35000.    | 4854. | 1941.                    | 1640.                    | 55.20   |
| 35100. - 40000.    | 2672. | 1068.                    | 1202.                    | 14.91   |
| 40100. - 45000.    | 1633. | 653.                     | 896.                     | 65.81   |
| 45100. - 50000.    | 973.  | 389.                     | 677.                     | 122.77  |
| 50100. - 55000.    | 631.  | 252.                     | 519.                     | 137.34  |
| 55100. - 60000.    | 449.  | 179.                     | 403.                     | 124.07  |
| 60100. - 65000.    | 353.  | 141.                     | 316.                     | 77.18   |
| 65100. - 70000.    | 266.  | 106.                     | 251.                     | 83.42   |
| 70100. - 75000.    | 221.  | 88.                      | 201.                     | 63.15   |
| 75100. - 80000.    | 169.  | 67.                      | 162.                     | 55.34   |
| 80100. - 100000.   | 467.  | 46.                      | 101.                     | 29.27   |
| 100100. - 120000.  | 241.  | 24.                      | 48.                      | 12.59   |
| 120100. - 140000.  | 170.  | 17.                      | 25.                      | 2.93    |
| 140100. - 160000.  | 93.   | 9.                       | 14.                      | 1.77    |
| 160100. - 180000.  | 79.   | 7.                       | 8.                       | 0.03    |
| 180100. - 200000.  | 50.   | 5.                       | 5.                       | 0.00    |
| 200100. - 250000.  | 72.   | 2.                       | 2.                       | 0.00    |
| 250100. - 300000.  | 45.   | 1.                       | 0.                       | 0.80    |
| 300100. - 400000.  | 46.   | 0.                       | 0.                       | 1.36    |
| 400100. - 500000.  | 21.   | 0.                       | 0.                       | 1.71    |
| 500100. - 600000.  | 20.   | 0.                       | 0.                       | 6.51    |
| 600100. - 700000.  | 6.    | 0.                       | 0.                       | 1.56    |
| PLUS DE 700000.    | 23.   | 0.                       | 0.                       | 3.96    |

$\mu = 9.59883$

$\sigma = 0.85941$

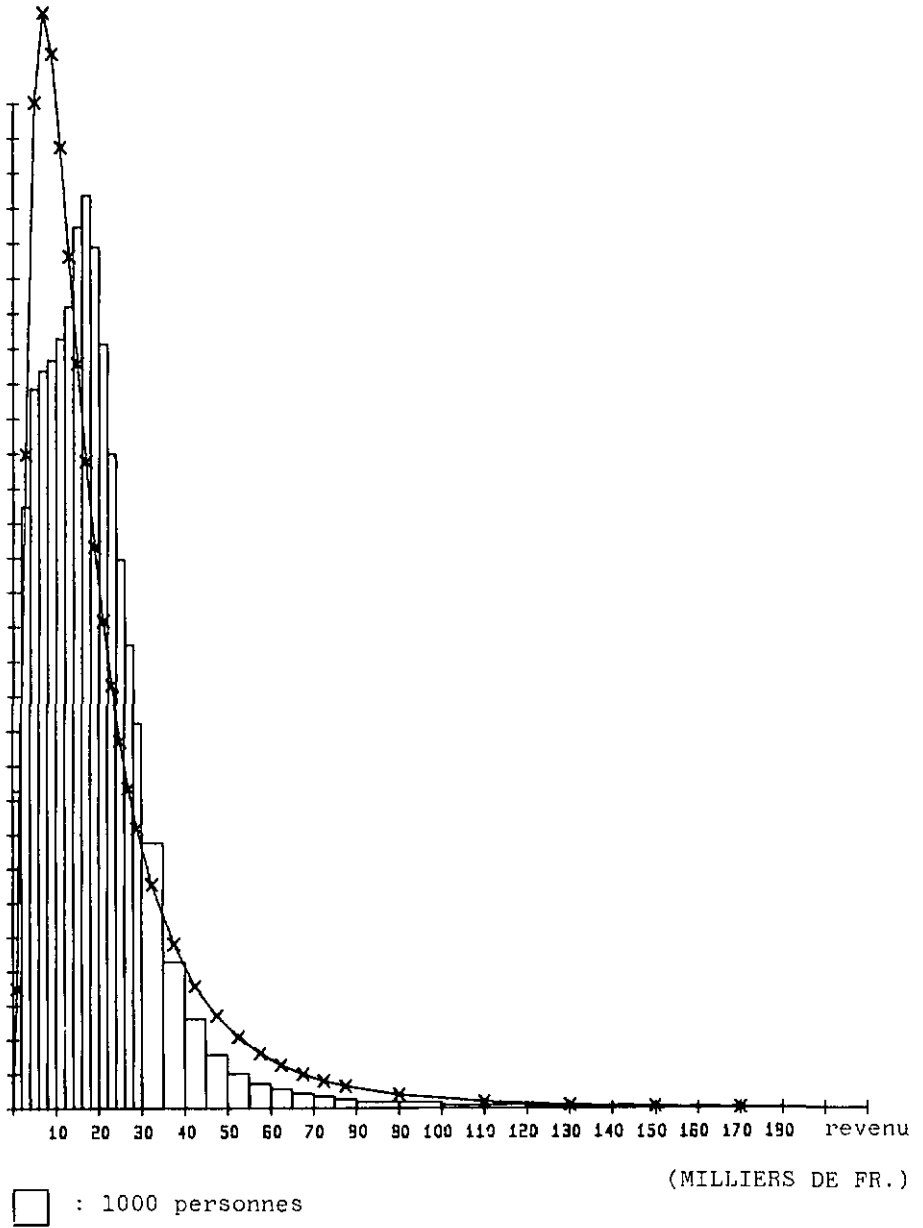
$N_i$  : Effectifs observés de la i-ième classe

$E_i$  : Effectifs théoriques de la i-ième classe

$\Delta x_i$  : Amplitude de la i-ième classe (unité : 2000.-)

N.B. Pour le calcul du chi-carré les variables ne sont pas tronquées. Cette remarque est également valable pour les tableaux suivants.

figure 2.3



## 2.4 LA LOI LOGNORMALE A TROIS PARAMETRES<sup>1,2</sup>

Les constatations faites en 2.3.4 nous font penser qu'un décalage de la courbe lognormale par rapport à l'origine serait de nature à améliorer l'ajustement. Ce déplacement peut se faire par l'introduction d'un troisième paramètre,  $c$ . Dès lors, c'est le logarithme de  $X' = X - c$  qui suit une loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$  et non plus celui de  $X$ ,  $c$  étant une constante positive. Dans notre cas, c'est  $X' = X + c$  ( $c > 0$ ) qui nous intéresse puisque nous désirons un décalage vers la droite de la courbe d'ajustement.

La valeur de  $c$  étant inconnue, nous avons tout d'abord tenté de lui donner certaines valeurs de manière empirique afin d'examiner les répercussions du décalage sur la courbe d'ajustement. Les résultats présentés dans le *tableau 2.2* et illustrés par la *figure 2.4* correspondent à un décalage de  $c = 2000$ , alors que pour les *tableaux 2.3* et *2.4* et les *figures 2.5* et *2.6* on a donné à  $c$  respectivement les valeurs 4000 et 6000. Par rapport aux résultats obtenus avec la distribution lognormale à deux paramètres, on observe une nette amélioration sans pourtant qu'on puisse qualifier l'ajustement de bon. Toutefois les améliorations obtenues sur des portions de courbe différentes selon les valeurs de  $c$  nous ont incité à chercher une estimation de ce troisième paramètre à partir des données effectives. A cet effet, nous avons porté notre choix sur la méthode des quantiles qui se présente de la manière

1. Aitchison J. and Brown J.A.C., op. cit., pp. 14-16.

2. Metcalf C.E., An Econometric Model of the Income Distribution, Markham Publishing Company, Chicago 1972.

Tableau 2.2

ANNEE DE TAXATION 1974  
DECALAGE DE 2000.

| CLASSES DE REVENUS | $N_i$ | $\frac{N_i}{\Delta x_i}$ | $\frac{E_i}{\Delta x_i}$ | CHI 2  |
|--------------------|-------|--------------------------|--------------------------|--------|
| 100. - 2000.       | 2321. | 2321.                    | 1406.                    | 594.40 |
| 2100. - 4000.      | 4368. | 4368.                    | 3925.                    | 49.89  |
| 4100. - 6000.      | 5211. | 5211.                    | 5943.                    | 90.22  |
| 6100. - 8000.      | 5342. | 5342.                    | 6979.                    | 383.99 |
| 8100. - 10000.     | 5418. | 5418.                    | 7227.                    | 453.12 |
| 10100. - 12000.    | 5569. | 5569.                    | 6984.                    | 286.74 |
| 12100. - 14000.    | 5799. | 5799.                    | 6478.                    | 71.21  |
| 14100. - 16000.    | 6368. | 6368.                    | 5859.                    | 44.13  |
| 16100. - 18000.    | 6590. | 6590.                    | 5215.                    | 362.22 |
| 18100. - 20000.    | 6223. | 6223.                    | 4595.                    | 576.19 |
| 20100. - 22000.    | 5533. | 5533.                    | 4023.                    | 566.06 |
| 22100. - 24000.    | 4750. | 4750.                    | 3509.                    | 438.56 |
| 24100. - 26000.    | 3988. | 3988.                    | 3054.                    | 285.55 |
| 26100. - 28000.    | 3371. | 3371.                    | 2655.                    | 192.89 |
| 28100. - 30000.    | 2809. | 2809.                    | 2308.                    | 108.62 |
| 30100. - 35000.    | 4854. | 1941.                    | 1816.                    | 8.53   |
| 35100. - 40000.    | 2672. | 1068.                    | 1290.                    | 38.04  |
| 40100. - 45000.    | 1633. | 653.                     | 925.                     | 79.90  |
| 45100. - 50000.    | 973.  | 389.                     | 670.                     | 118.03 |
| 50100. - 55000.    | 631.  | 252.                     | 491.                     | 116.16 |
| 55100. - 60000.    | 449.  | 179.                     | 363.                     | 93.30  |
| 60100. - 65000.    | 353.  | 141.                     | 272.                     | 63.08  |
| 65100. - 70000.    | 266.  | 106.                     | 205.                     | 47.94  |
| 70100. - 75000.    | 221.  | 88.                      | 156.                     | 29.88  |
| 75100. - 80000.    | 169.  | 67.                      | 120.                     | 23.33  |
| 80100. - 100000.   | 467.  | 46.                      | 67.                      | 6.36   |
| 100100. - 120000.  | 241.  | 24.                      | 27.                      | 0.31   |
| 120100. - 140000.  | 170.  | 17.                      | 11.                      | 2.22   |
| 140100. - 160000.  | 93.   | 9.                       | 5.                       | 2.44   |
| 160100. - 180000.  | 79.   | 7.                       | 2.                       | 9.24   |
| 180100. - 200000.  | 50.   | 5.                       | 1.                       | 8.38   |
| 200100. - 250000.  | 72.   | 2.                       | 0.                       | 17.48  |
| 250100. - 300000.  | 45.   | 1.                       | 0.                       | 23.58  |
| 300100. - 400000.  | 46.   | 0.                       | 0.                       | 34.94  |
| 400100. - 500000.  | 21.   | 0.                       | 0.                       | 161.19 |
| 500100. - 600000.  | 20.   | 0.                       | 0.                       | 58.62  |
| 600100. - 700000.  | 6.    | 0.                       | 0.                       | 229.51 |
| PLUS DE 700000.    | 23.   | 0.                       | 0.                       |        |

$\mu = 9.77249$

$\sigma = 0.69780$

figure 2.4

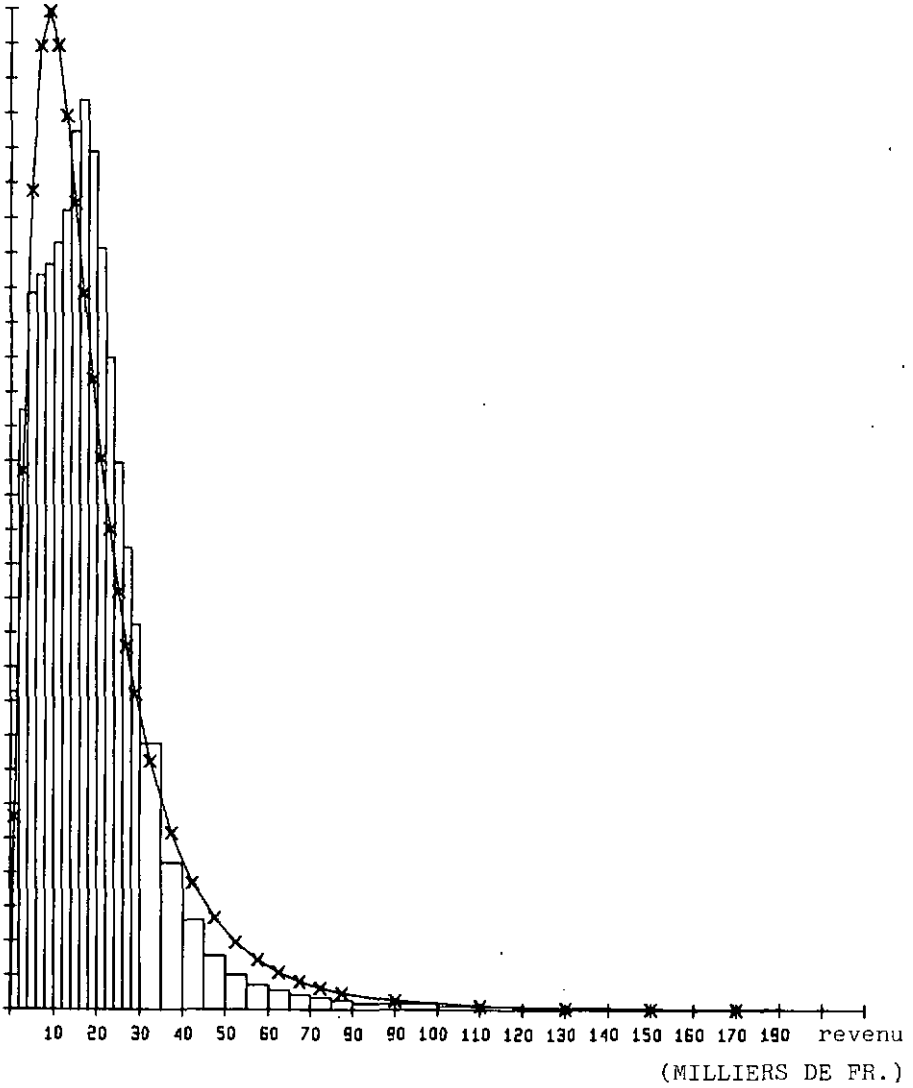


Tableau 2.3

ANNEE DE TAXATION 1974

DECLAJAGE DE 4000.

| CLASSES DE REVENUS | $N_1$ | $\frac{N_1}{\Delta x_1}$ | $\frac{E_1}{\Delta x_1}$ | CHI 2   |
|--------------------|-------|--------------------------|--------------------------|---------|
| 100. - 2000.       | 2321. | 2321.                    | 1746.                    | 189.11  |
| 2100. - 4000.      | 4368. | 4368.                    | 3685.                    | 126.19  |
| 4100. - 6000.      | 5211. | 5211.                    | 5344.                    | 3.32    |
| 6100. - 8000.      | 5342. | 5342.                    | 6379.                    | 168.58  |
| 8100. - 10000.     | 5418. | 5418.                    | 6808.                    | 284.13  |
| 10100. - 12000.    | 5569. | 5569.                    | 6783.                    | 217.41  |
| 12100. - 14000.    | 5799. | 5799.                    | 6462.                    | 68.11   |
| 14100. - 16000.    | 6368. | 6368.                    | 5974.                    | 25.88   |
| 16100. - 18000.    | 6590. | 6590.                    | 5411.                    | 256.80  |
| 18100. - 20000.    | 6223. | 6223.                    | 4830.                    | 401.20  |
| 20100. - 22000.    | 5533. | 5533.                    | 4269.                    | 373.98  |
| 22100. - 24000.    | 4750. | 4750.                    | 3746.                    | 268.74  |
| 24100. - 26000.    | 3988. | 3988.                    | 3271.                    | 156.86  |
| 26100. - 28000.    | 3371. | 3371.                    | 2847.                    | 96.30   |
| 28100. - 30000.    | 2809. | 2809.                    | 2472.                    | 45.73   |
| 30100. - 35000.    | 4854. | 1941.                    | 1935.                    | 0.02    |
| 35100. - 40000.    | 2672. | 1068.                    | 1353.                    | 60.00   |
| 40100. - 45000.    | 1633. | 653.                     | 950.                     | 92.98   |
| 45100. - 50000.    | 973.  | 389.                     | 671.                     | 118.77  |
| 50100. - 55000.    | 631.  | 252.                     | 478.                     | 106.74  |
| 55100. - 60000.    | 449.  | 179.                     | 343.                     | 78.31   |
| 60100. - 65000.    | 353.  | 141.                     | 249.                     | 46.69   |
| 65100. - 70000.    | 266.  | 106.                     | 182.                     | 31.43   |
| 70100. - 75000.    | 221.  | 88.                      | 134.                     | 15.63   |
| 75100. - 80000.    | 169.  | 67.                      | 99.                      | 10.36   |
| 80100. - 100000.   | 467.  | 46.                      | 51.                      | 0.48    |
| 100100. - 120000.  | 241.  | 24.                      | 18.                      | 2.03    |
| 120100. - 140000.  | 170.  | 17.                      | 6.                       | 14.69   |
| 140100. - 160000.  | 93.   | 9.                       | 2.                       | 14.42   |
| 160100. - 180000.  | 79.   | 7.                       | 1.                       | 34.62   |
| 180100. - 200000.  | 50.   | 5.                       | 0.                       | 32.67   |
| 200100. - 250000.  | 72.   | 2.                       | 0.                       | 37.08   |
| 250100. - 300000.  | 45.   | 1.                       | 0.                       | 76.44   |
| 300100. - 400000.  | 46.   | 0.                       | 0.                       | 127.86  |
| 400100. - 500000.  | 21.   | 0.                       | 0.                       | 276.32  |
| 500100. - 600000.  | 20.   | 0.                       | 0.                       | 1795.32 |
| 600100. - 700000.  | 6.    | 0.                       | 0.                       | 895.32  |
| PLUS DE 700000.    | 23.   | 0.                       | 0.                       | 5210.41 |

$\mu = 9.90451$

$\sigma = 0.61043$

figure 2.5

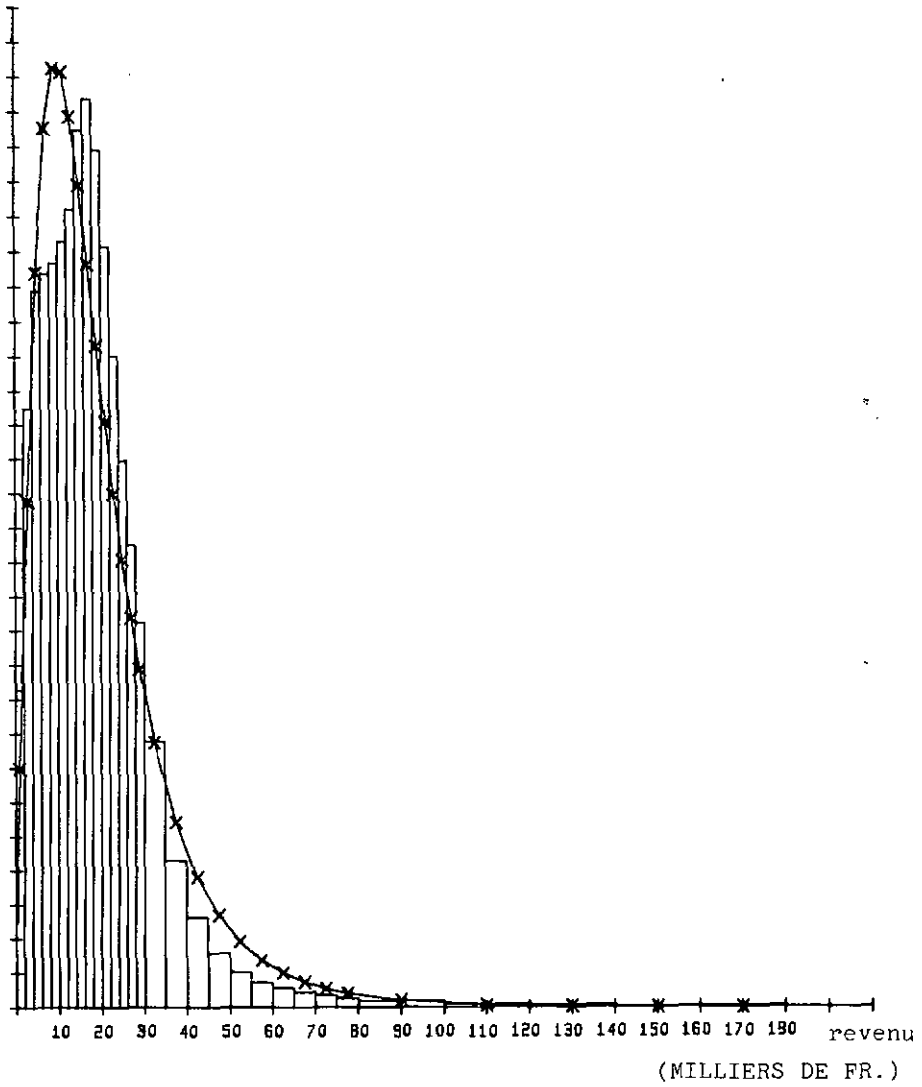


Tableau 2.4

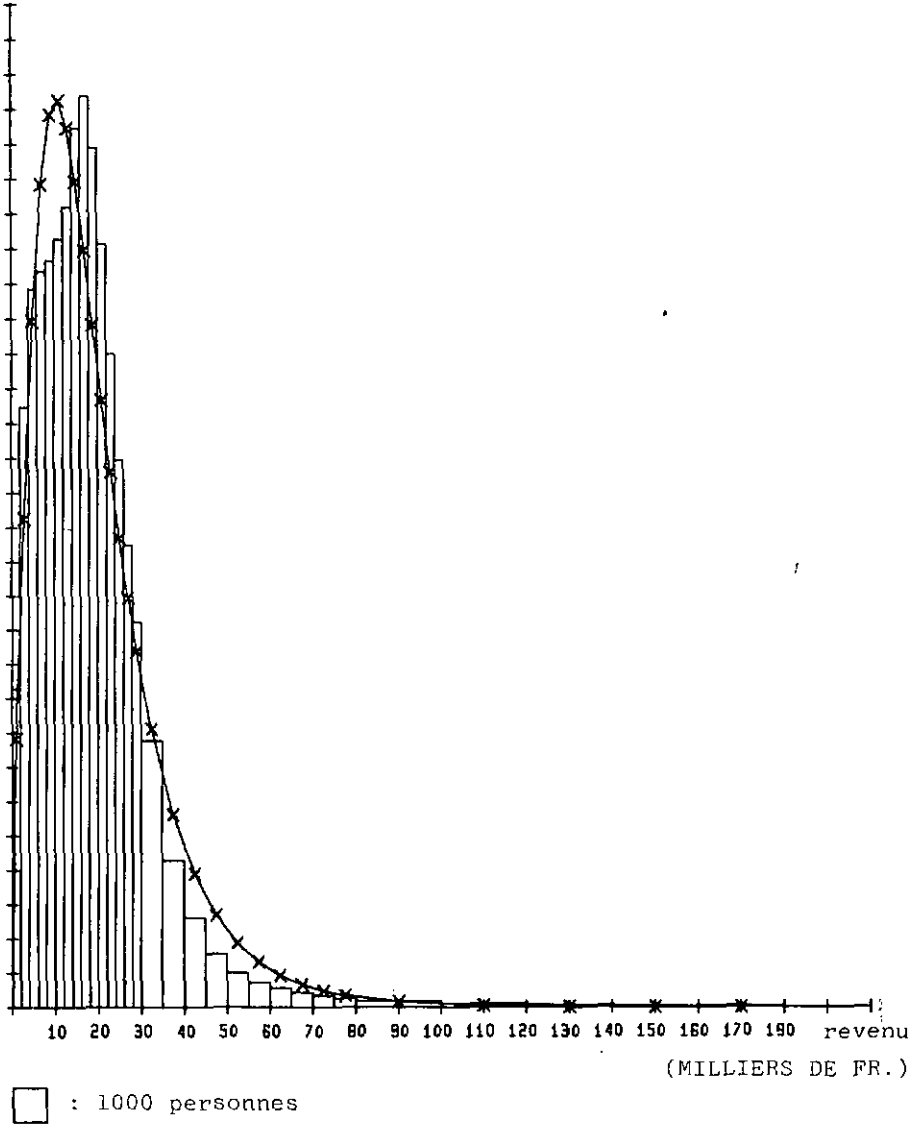
ANNEE DE TAXATION 1974  
DECALAGE DE 6000.

| CLASSES DE REVENUS | $N_i$ | $\frac{N_i}{\Delta x_i}$ | $\frac{E_i}{\Delta x_i}$ | CHI 2    |
|--------------------|-------|--------------------------|--------------------------|----------|
| 100. - 2000.       | 2321. | 2321.                    | 1952.                    | 69.60    |
| 2100. - 4000.      | 4368. | 4368.                    | 3560.                    | 183.05   |
| 4100. - 6000.      | 5211. | 5211.                    | 4981.                    | 10.57    |
| 6100. - 8000.      | 5342. | 5342.                    | 5960.                    | 64.25    |
| 8100. - 10000.     | 5418. | 5418.                    | 6462.                    | 168.72   |
| 10100. - 12000.    | 5569. | 5569.                    | 6560.                    | 149.92   |
| 12100. - 14000.    | 5799. | 5799.                    | 6366.                    | 50.56    |
| 14100. - 16000.    | 6368. | 6368.                    | 5982.                    | 24.77    |
| 16100. - 18000.    | 6590. | 6590.                    | 5493.                    | 218.64   |
| 18100. - 20000.    | 6223. | 6223.                    | 4959.                    | 321.62   |
| 20100. - 22000.    | 5533. | 5533.                    | 4421.                    | 279.21   |
| 22100. - 24000.    | 4750. | 4750.                    | 3905.                    | 182.67   |
| 24100. - 26000.    | 3988. | 3988.                    | 3425.                    | 92.47    |
| 26100. - 28000.    | 3371. | 3371.                    | 2988.                    | 48.94    |
| 28100. - 30000.    | 2809. | 2809.                    | 2597.                    | 17.19    |
| 30100. - 35000.    | 4854. | 1941.                    | 2028.                    | 3.76     |
| 35100. - 40000.    | 2672. | 1068.                    | 1407.                    | 81.53    |
| 40100. - 45000.    | 1633. | 653.                     | 974.                     | 105.97   |
| 45100. - 50000.    | 973.  | 389.                     | 676.                     | 121.92   |
| 50100. - 55000.    | 631.  | 252.                     | 471.                     | 101.95   |
| 55100. - 60000.    | 449.  | 179.                     | 331.                     | 69.27    |
| 60100. - 65000.    | 353.  | 141.                     | 233.                     | 36.77    |
| 65100. - 70000.    | 266.  | 106.                     | 166.                     | 21.73    |
| 70100. - 75000.    | 221.  | 88.                      | 119.                     | 8.08     |
| 75100. - 80000.    | 169.  | 67.                      | 86.                      | 4.07     |
| 80100. - 100000.   | 467.  | 46.                      | 42.                      | 0.5C     |
| 100100. - 120000.  | 241.  | 24.                      | 13.                      | 9.35     |
| 120100. - 140000.  | 170.  | 17.                      | 4.                       | 35.33    |
| 140100. - 160000.  | 93.   | 9.                       | 1.                       | 35.51    |
| 160100. - 180000.  | 79.   | 7.                       | 0.                       | 80.32    |
| 180100. - 200000.  | 50.   | 5.                       | 0.                       | 81.14    |
| 200100. - 250000.  | 72.   | 2.                       | 0.                       | 100.94   |
| 250100. - 300000.  | 45.   | 1.                       | 0.                       | 250.17   |
| 300100. - 400000.  | 46.   | 0.                       | 0.                       | 530.93   |
| 400100. - 500000.  | 21.   | 0.                       | 0.                       | 1674.15  |
| 500100. - 600000.  | 20.   | 0.                       | 0.                       | 15166.74 |
| 600100. - 700000.  | 6.    | 0.                       | 0.                       | 10171.61 |
| PLUS DE 700000.    | 23.   | 0.                       | 0.                       | 83415.87 |

$\mu = 10.01541$

$\sigma = 0.54981$

figure 2.6



suivante : on utilise trois quantiles à savoir  $q$ ,  $\frac{1}{2}$  (médiane) et  $1 - q$ ,  $0 < q < \frac{1}{2}$ .

Admettons que la médiane de la distribution effective corresponde à un revenu de  $k$  francs et les deux autres quantiles à des revenus respectifs de  $ak$  et  $bk$  francs.  $\log(X + c)$  est supposé suivre une loi normale, donc  $\log(ak + c)$  et  $\log(bk + c)$  sont équidistants de la médiane  $\log(k + c)$  de cette loi et, par définition de la loi normale, on a :

$$U = \frac{\log(k + c) - \log(ak + c)}{\sigma} = \frac{\log(bk + c) - \log(k + c)}{\sigma} \quad (2.6)$$

ce qui nous permet de déterminer  $c$ , car de (2.6) il vient :

$$\frac{k + c}{ak + c} = \frac{bk + c}{k + c} \quad (2.7)$$

et

$$c = k \left( \frac{ab - 1}{2 - a - b} \right) \quad (2.8)$$

La moyenne  $\mu$  est égale à la médiane et l'écart-type  $\sigma$  peut être facilement déterminé à partir de (2.6) puisque la variable centrée réduite  $U$  nous est donnée par la table de la loi normale.

#### 2.4.1 Application de la loi lognormale à trois paramètres

Nous avons tout d'abord porté notre choix sur les quantiles 0,05 et 0,95, suivant en cela les conseils

de Aitchison et Brown<sup>1</sup> et nous avons obtenu les résultats du *tableau 2.5* illustrés par la *figure 2.7*. On peut observer que si les résultats sont nettement meilleurs qu'avec les précédentes applications de la loi lognormale, ils ne sont pas pour autant très satisfaisants et ceci notamment pour la partie droite de la distribution. Avec les quantiles 0,1 et 0,9 (*tableau 2.6 et figure 2.8*) les résultats sont meilleurs pour les bas revenus (à l'exception des deux premières classes) mais ils sont encore moins bons que précédemment pour les revenus élevés. Une analyse approfondie, étayée par l'essai de plusieurs autres couples de valeurs pour les quantiles, nous conduit à la conclusion que la loi lognormale déplacée ne permet pas d'ajuster la distribution des revenus dans son ensemble mais que, par contre, elle peut fournir une approximation satisfaisante pour la partie gauche de l'histogramme.

Les imperfections observées lors de l'emploi de la loi lognormale nous ont incité à remonter dans le temps afin de voir si les travaux des précurseurs en matière d'ajustement de distribution des revenus (Pareto et Gini notamment) pouvaient nous permettre d'obtenir une meilleure approximation pour la distribution dans son ensemble ou pour une partie de celle-ci.

1. Aitchison J. and Brown J.A.C., op. cit., p. 58.

Tableau 2.5

ANNEE DE TAXATION 1974

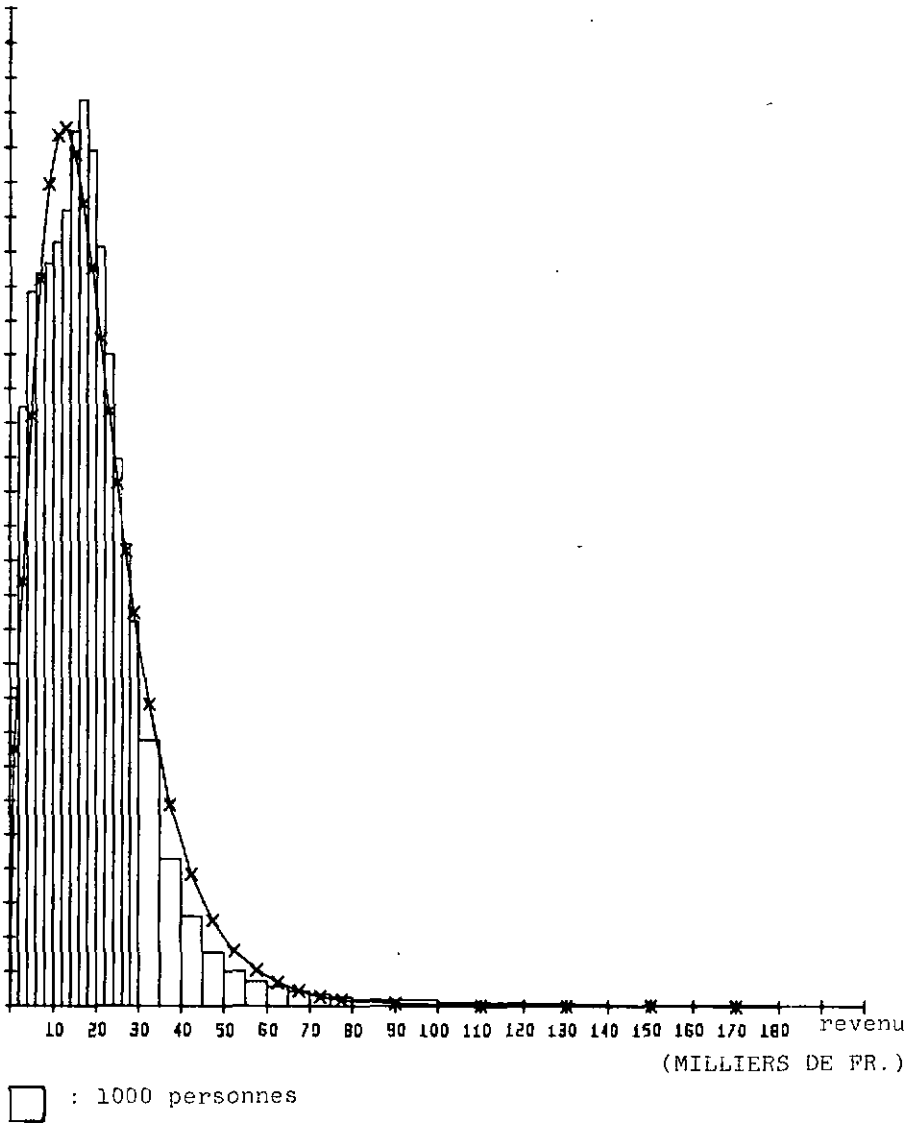
| CLASSES DE REVENUS | $N_i$ | $\frac{N_i}{\Delta x_i}$ | $\frac{E_i}{\Delta x_i}$ | CHI 2   |
|--------------------|-------|--------------------------|--------------------------|---------|
| 100. - 2000.       | 2321. | 2321.                    | 1876.                    | 105.23  |
| 2100. - 4000.      | 4368. | 4368.                    | 3095.                    | 523.37  |
| 4100. - 6000.      | 5211. | 5211.                    | 4300.                    | 192.64  |
| 6100. - 8000.      | 5342. | 5342.                    | 5299.                    | 0.34    |
| 8100. - 10000.     | 5418. | 5418.                    | 5986.                    | 53.90   |
| 10100. - 12000.    | 5569. | 5569.                    | 6338.                    | 93.47   |
| 12100. - 14000.    | 5799. | 5799.                    | 6391.                    | 54.90   |
| 14100. - 16000.    | 6368. | 6368.                    | 6205.                    | 4.24    |
| 16100. - 18000.    | 6590. | 6590.                    | 5850.                    | 93.54   |
| 18100. - 20000.    | 6223. | 6223.                    | 5387.                    | 129.52  |
| 20100. - 22000.    | 5533. | 5533.                    | 4870.                    | 90.16   |
| 22100. - 24000.    | 4750. | 4750.                    | 4337.                    | 39.23   |
| 24100. - 26000.    | 3988. | 3988.                    | 3816.                    | 7.64    |
| 26100. - 28000.    | 3371. | 3371.                    | 3325.                    | 0.61    |
| 28100. - 30000.    | 2809. | 2809.                    | 2875.                    | 1.51    |
| 30100. - 35000.    | 4854. | 1941.                    | 2205.                    | 31.62   |
| 35100. - 40000.    | 2672. | 1068.                    | 1468.                    | 108.87  |
| 40100. - 45000.    | 1633. | 653.                     | 961.                     | 99.03   |
| 45100. - 50000.    | 973.  | 389.                     | 624.                     | 88.61   |
| 50100. - 55000.    | 631.  | 252.                     | 403.                     | 56.84   |
| 55100. - 60000.    | 449.  | 179.                     | 261.                     | 25.51   |
| 60100. - 65000.    | 353.  | 141.                     | 169.                     | 4.67    |
| 65100. - 70000.    | 266.  | 106.                     | 110.                     | 0.12    |
| 70100. - 75000.    | 221.  | 88.                      | 72.                      | 3.73    |
| 75100. - 80000.    | 169.  | 67.                      | 47.                      | 8.68    |
| 80100. - 100000.   | 467.  | 46.                      | 18.                      | 41.14   |
| 100100. - 120000.  | 241.  | 24.                      | 3.                       | 103.42  |
| 120100. - 140000.  | 170.  | 17.                      | 0.                       | 286.07  |
| 140100. - 160000.  | 93.   | 9.                       | 0.                       | 360.54  |
| 160100. - 180000.  | 79.   | 7.                       | 0.                       | 984.34  |
| 180100. - 200000.  | 50.   | 5.                       | 0.                       | 1353.20 |
| 200100. - 250000.  | 72.   | 2.                       | 0.                       | .       |
| 250100. - 300000.  | 45.   | 1.                       | 0.                       | .       |
| 300100. - 400000.  | 46.   | 0.                       | 0.                       | .       |
| 400100. - 500000.  | 21.   | 0.                       | 0.                       | .       |
| 500100. - 600000.  | 20.   | 0.                       | 0.                       | .       |
| 600100. - 700000.  | 6.    | 0.                       | 0.                       | .       |
| PLUS DE 700000.    | 23.   | 0.                       | 0.                       | .       |

$\mu = 10.23677$        $\sigma = 0.42549$

$q = 0.05$        $1 - q = 0.95$

$c = 10934.$

figure 2.7



ANNEE DE TAXATION 1974

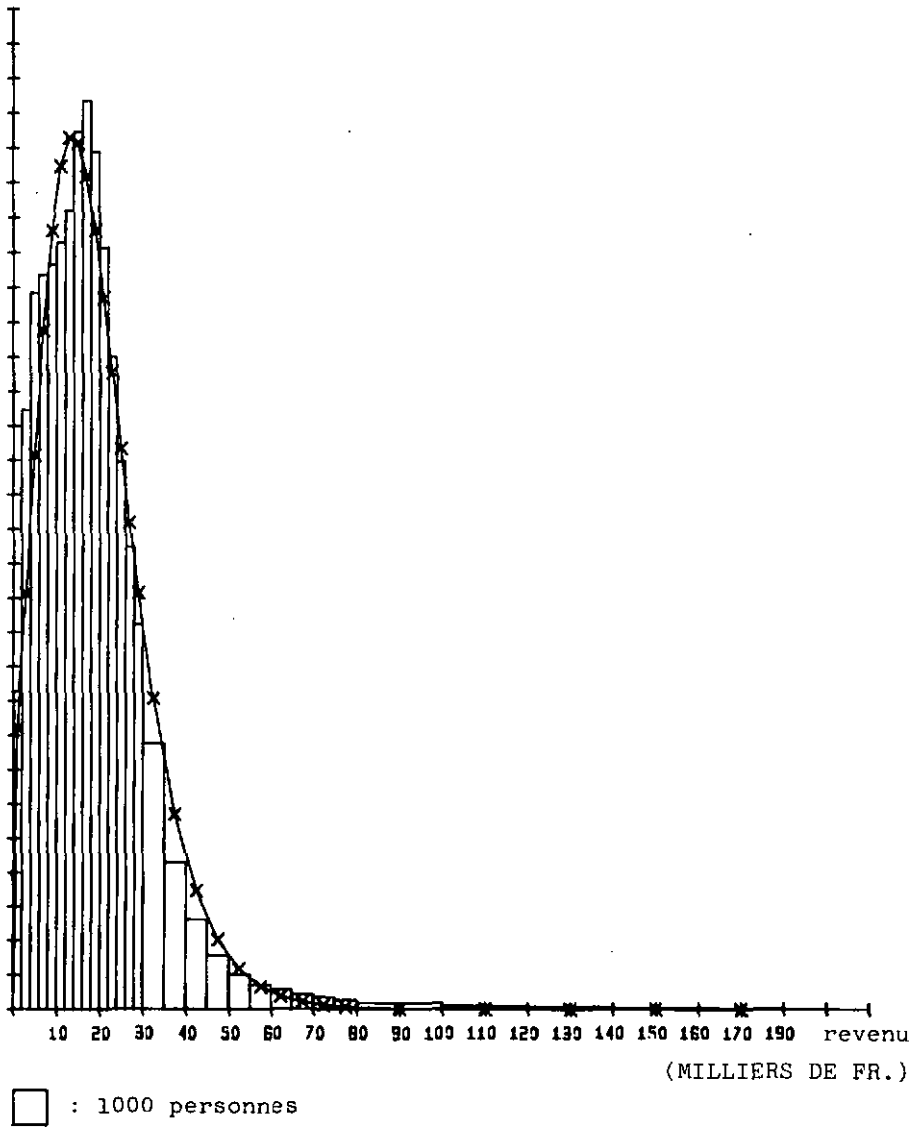
| CLASSES DE REVENUS | $N_i$ | $\frac{N_i}{\Delta x_i}$ | $\frac{E_i}{\Delta x_i}$ | CHI 2   |
|--------------------|-------|--------------------------|--------------------------|---------|
| 100. - 2000.       | 2321. | 2321.                    | 2052.                    | 35.05   |
| 2100. - 4000.      | 4368. | 4368.                    | 3032.                    | 587.78  |
| 4100. - 6000.      | 5211. | 5211.                    | 4037.                    | 340.98  |
| 6100. - 8000.      | 5342. | 5342.                    | 4944.                    | 32.00   |
| 8100. - 10000.     | 5418. | 5418.                    | 5656.                    | 10.07   |
| 10100. - 12000.    | 5569. | 5569.                    | 6120.                    | 49.73   |
| 12100. - 14000.    | 5799. | 5799.                    | 6323.                    | 43.50   |
| 14100. - 16000.    | 6368. | 6368.                    | 6285.                    | 1.08    |
| 16100. - 18000.    | 6590. | 6590.                    | 6047.                    | 48.63   |
| 18100. - 20000.    | 6223. | 6223.                    | 5661.                    | 55.79   |
| 20100. - 22000.    | 5533. | 5533.                    | 5176.                    | 24.55   |
| 22100. - 24000.    | 4750. | 4750.                    | 4639.                    | 2.62    |
| 24100. - 26000.    | 3988. | 3988.                    | 4087.                    | 2.43    |
| 26100. - 28000.    | 3371. | 3371.                    | 3548.                    | 8.90    |
| 28100. - 30000.    | 2809. | 2809.                    | 3041.                    | 17.81   |
| 30100. - 35000.    | 4854. | 1941.                    | 2274.                    | 48.85   |
| 35100. - 40000.    | 2672. | 1068.                    | 1429.                    | 91.22   |
| 40100. - 45000.    | 1633. | 653.                     | 864.                     | 51.80   |
| 45100. - 50000.    | 973.  | 389.                     | 509.                     | 28.24   |
| 50100. - 55000.    | 631.  | 252.                     | 294.                     | 5.92    |
| 55100. - 60000.    | 449.  | 179.                     | 167.                     | 0.82    |
| 60100. - 65000.    | 353.  | 141.                     | 94.                      | 22.51   |
| 65100. - 70000.    | 266.  | 106.                     | 53.                      | 52.34   |
| 70100. - 75000.    | 221.  | 88.                      | 30.                      | 113.22  |
| 75100. - 80000.    | 169.  | 67.                      | 16.                      | 152.23  |
| 80100. - 100000.   | 467.  | 46.                      | 4.                       | 4.      |
| 100100. - 120000.  | 241.  | 24.                      | 0.                       | 1079.37 |
| 120100. - 140000.  | 170.  | 17.                      | 0.                       | 4891.95 |
| 140100. - 160000.  | 93.   | 9.                       | 0.                       | .       |
| 160100. - 180000.  | 79.   | 7.                       | 0.                       | .       |
| 180100. - 200000.  | 50.   | 5.                       | 0.                       | .       |
| 200100. - 250000.  | 72.   | 2.                       | 0.                       | .       |
| 250100. - 300000.  | 45.   | 1.                       | 0.                       | .       |
| 300100. - 400000.  | 46.   | 0.                       | 0.                       | .       |
| 400100. - 500000.  | 21.   | 0.                       | 0.                       | .       |
| 500100. - 600000.  | 20.   | 0.                       | 0.                       | .       |
| 600100. - 700000.  | 6.    | 0.                       | 0.                       | .       |
| PLUS DE 700000.    | 23.   | 0.                       | 0.                       | .       |

$\mu = 10.53751$        $\sigma = 0.30467$

$q = 0.10$        $1 - q = 0.90$

$c = 20727.$

figure 2.8



## 2.5 LA LOI DE PARETO

"L'impôt sur le revenu nous fournit, pour plusieurs pays, des renseignements précieux sur la répartition des richesses. Sans exagérer la rigueur de ces statistiques, qui se ressentent toujours plus ou moins des efforts que font les contribuables pour échapper à l'impôt, on peut prendre les chiffres qu'elles nous fournissent comme une représentation au moins approximative du phénomène. Nous proposons d'examiner si ces chiffres se distribuent au hasard, ou s'ils se groupent suivant quelque loi".

Ainsi s'exprime V. Pareto dans un écrit sur "la courbe de la répartition de la richesse"<sup>1</sup> qui fait suite à un article de 1895<sup>2</sup> dans lequel il formulait pour la première fois ce qui devait devenir la "loi de Pareto". Trouvée empiriquement sur la base de données statistiques de plusieurs pays, cette loi permet d'exprimer la relation qui existe entre un revenu donné  $x$ , et le nombre de personnes  $N$  disposant d'un revenu égal ou supérieur à  $x$ ; portant les logarithmes des valeurs de ces deux variables sur un système d'axes, Pareto a été "frappé du fait que les points ainsi déterminés ont une tendance très marquée à se disposer en ligne droite"<sup>3</sup>. D'où la formulation de la "loi de Pareto" :

1. Pareto V., La courbe de la répartition de la richesse, Université de Lausanne, Recueil publié par la Faculté de Droit à l'occasion de l'Exposition nationale suisse, Genève 1896. Nouvelle parution : Ecrits sur la courbe de la répartition de la richesse réunis et présentés par Giovanni Busino, Librairie Droz, Genève 1967.
2. Article paru dans le "Giornale degli Economisti", Roma janvier 1895.
3. Pareto V., op. cit., p. 2.

$$\log N = \log A - \alpha \log x, \quad (2.9)$$

A et  $\alpha$  étant des constantes facilement déterminables,

$$\text{ou } N = \frac{A}{x^\alpha} \quad (2.10)$$

La formule (2.10) permet l'interprétation suivante : une augmentation de 1 % d'un niveau de revenu donné a pour conséquence une diminution de  $\alpha$  % du nombre des personnes disposant au moins de ce revenu. En effet,

$$dN = - \alpha A \frac{1}{x^{\alpha+1}} dx$$

$$\text{ou } dN = - \alpha \frac{A}{x^\alpha} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$\text{ou } dN = - \alpha N \frac{dx}{x}$$

$$\text{ou encore } \frac{dN}{N} = - \alpha \frac{dx}{x} .$$

$$\text{Si } \frac{dx}{x} = 0,01, \frac{dN}{N} = -0,01\alpha$$

L'étude de la fonction (2.10) permet immédiatement de constater que la loi de Pareto ne peut pas servir à ajuster entièrement une distribution des revenus ayant la forme que nous avons décrite au § 2.1. En effet, la dérivée de (2.10) se présente de la manière suivante :

$$N' = - \frac{\alpha A}{x^{\alpha+1}} \quad (2.11)$$

L'expression (2.11) est une fonction de densité de probabilité, à un facteur près l'intégrale de cette fonction sur un intervalle de revenu donné nous indique donc le nombre de personnes disposant d'un revenu compris dans cet intervalle; c'est par conséquent cette fonction que l'on peut comparer à l'histogramme de la distribution des revenus. Or la fonction (2.11) est une fonction monotone sur  $R^+$ , croissante ou décroissante selon le signe de  $\alpha$  alors que la distribution des revenus comporte un maximum. Il semble donc qu'il serait opportun d'appliquer la loi de Pareto uniquement pour des revenus au moins supérieurs à celui correspondant à la valeur modale de la distribution.

Constatant que ce qu'on peut prendre au premier abord pour une droite sur du papier logarithmique est en réalité une courbe très peu concave vers l'axe des  $x$ , Pareto donne une seconde approximation :

$$N = \frac{A}{(x+a)^\alpha} \cdot 10^{-\beta x} \quad (2.12)$$

$a$  et  $\beta$  étant de nouvelles constantes qui, comme l'indique Pareto sont souvent si petites que l'on se ramène à la première formulation.

Enfin Pareto a proposé l'expression :

$$N = \frac{A}{(x+a)^\alpha} \quad , \quad (2.13)$$

il précise également que la constante  $a$  est souvent très petite, presque nulle; (2.13) est un cas particulier ( $\beta = 0$ ) de (2.12).

La deuxième et la troisième approximation apportent certainement un degré de précision supérieur à l'ajustement; néanmoins, elles ne résolvent pas le problème de la partie inférieure de la distribution tout en compliquant singulièrement les calculs; c'est la raison pour laquelle nous avons renoncé à les utiliser.

### 2.5.1 Application de la loi de Pareto

L'application de la loi de Pareto à des données réelles confirme les points faibles exposés ci-dessus dans l'analyse théorique; en effet, l'examen de la *figure 2.9* (à échelles logarithmiques) laisse immédiatement apparaître la non linéarité du phénomène, du moins en ce qui concerne son extrémité gauche; par contre, pour la partie centrale et, dans une moindre mesure, pour l'extrémité droite, un ajustement linéaire est applicable.

Les *tableaux 2.7, 2.8, 2.9, 2.10 et 2.11* sont le reflet des résultats obtenus par ajustement linéaire (méthode des moindres carrés) sur les logarithmes de l'ensemble des données pour les cinq années respectives. Les fréquences théoriques ainsi calculées confirment naturellement le fait qu'un ajustement linéaire ne peut pas convenir à l'ensemble des termes qui constituent une série annuelle, quelle qu'elle soit.

La *figure 2.9* présente encore un autre intérêt. Elle permet de comparer l'évolution dans le temps de la distribution des revenus. Il est évident que si la distribution des revenus n'avait subi aucune modification durant la période considérée les cinq courbes annuelles seraient confondues et que, toutes choses réstant égales par ailleurs,

figure 2.9

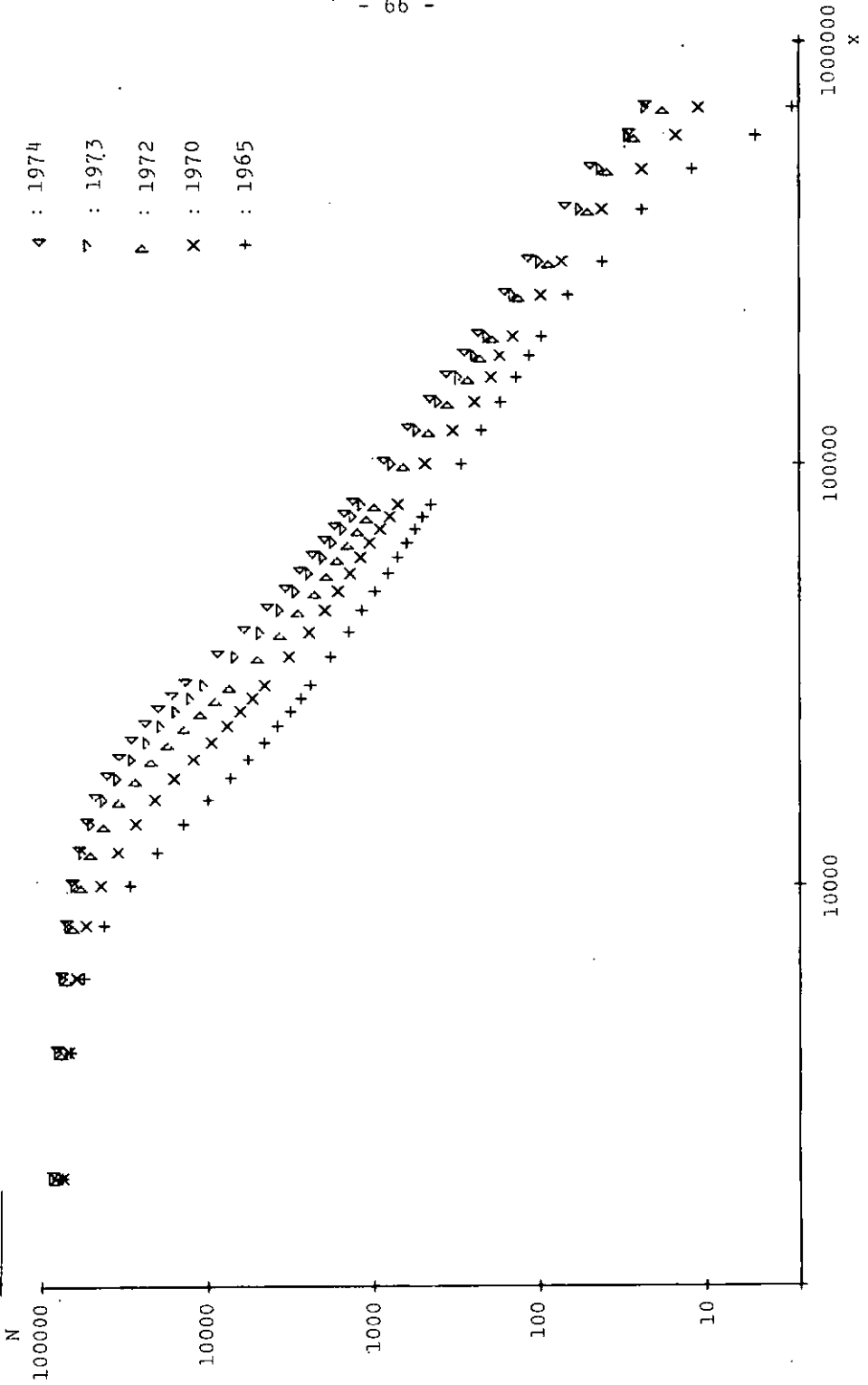


Tableau 2.7

ANNEE DE TAXATION 1966

| X       | N       |           | EFFECTIFS |         | CHI 2     |
|---------|---------|-----------|-----------|---------|-----------|
|         | OBSERVE | THEORIQUE | OBS.      | THEOR.  |           |
| 2000.   | 74749.  | 353407.   | 11418.    |         |           |
| 4000.   | 66488.  | 99452.    | 8261.     | 253954. | 237700.87 |
| 6000.   | 55305.  | 47370.    | 11183.    | 52082.  | 32118.07  |
| 8000.   | 42029.  | 27987.    | 13276.    | 19382.  | 1924.01   |
| 10000.  | 29218.  | 18607.    | 12811.    | 9379.   | 1255.20   |
| 12000.  | 20114.  | 13330.    | 9104.     | 5277.   | 2775.42   |
| 14000.  | 13963.  | 10055.    | 6151.     | 3275.   | 2524.49   |
| 16000.  | 9940.   | 7875.     | 4023.     | 2179.   | 1560.26   |
| 18000.  | 7322.   | 6349.     | 2618.     | 1526.   | 780.35    |
| 20000.  | 5707.   | 5236.     | 1615.     | 1113.   | 226.39    |
| 22000.  | 4577.   | 4398.     | 1130.     | 837.    | 101.92    |
| 24000.  | 3797.   | 3751.     | 780.      | 647.    | 27.23     |
| 26000.  | 3210.   | 3240.     | 587.      | 510.    | 11.32     |
| 28000.  | 2742.   | 2829.     | 468.      | 410.    | 7.96      |
| 30000.  | 2399.   | 2494.     | 343.      | 335.    | 0.16      |
| 35000.  | 1822.   | 1881.     | 577.      | 612.    | 2.09      |
| 40000.  | 1420.   | 1473.     | 402.      | 407.    | 0.07      |
| 45000.  | 1184.   | 1187.     | 236.      | 285.    | 8.61      |
| 50000.  | 985.    | 979.      | 199.      | 208.    | 0.41      |
| 55000.  | 825.    | 822.      | 160.      | 156.    | 0.06      |
| 60000.  | 722.    | 701.      | 103.      | 121.    | 2.70      |
| 65000.  | 634.    | 606.      | 88.       | 95.     | 0.60      |
| 70000.  | 561.    | 529.      | 73.       | 76.     | 0.19      |
| 75000.  | 507.    | 466.      | 54.       | 62.     | 1.22      |
| 80000.  | 451.    | 414.      | 56.       | 51.     | 0.31      |
| 100000. | 297.    | 275.      | 154.      | 138.    | 1.62      |
| 120000. | 225.    | 197.      | 72.       | 78.     | 0.48      |
| 140000. | 173.    | 148.      | 52.       | 48.     | 0.24      |
| 160000. | 137.    | 116.      | 36.       | 32.     | 0.42      |
| 180000. | 115.    | 94.       | 22.       | 22.     | 0.01      |
| 200000. | 97.     | 77.       | 18.       | 16.     | 0.13      |
| 250000. | 67.     | 51.       | 30.       | 26.     | 0.61      |
| 300000. | 42.     | 36.       | 25.       | 14.     | 7.35      |
| 400000. | 24.     | 21.       | 18.       | 15.     | 0.54      |
| 500000. | 12.     | 14.       | 12.       | 7.      | 2.99      |
| 600000. | 5.      | 10.       | 7.        | 4.      | 2.01      |
| 700000. | 3.      | 7.        | 2.        | 2.      | 0.12      |

Tableau 2.8

ANNÉE DE TAXATION 1970

| X       | N       | N         | N     | EFFECTIFS | CHI 2     |
|---------|---------|-----------|-------|-----------|-----------|
|         | OBSERVE | THEORIQUE | OBS.  | THEOR.    |           |
| 2000.   | 74052.  | 462864.   | 6869. | 324991.   | 312717.18 |
| 4000.   | 67856.  | 137873.   | 6196. | 69983.    | 57594.50  |
| 6000.   | 61360.  | 67890.    | 6496. | 26821.    | 13273.89  |
| 8000.   | 53407.  | 41068.    | 7953. | 13259.    | 463.21    |
| 10000.  | 44014.  | 27808.    | 9393. | 7586.     | 1127.54   |
| 12000.  | 34553.  | 20222.    | 9461. | 4774.     | 1798.12   |
| 14000.  | 26848.  | 15447.    | 7705. | 3214.     | 2635.09   |
| 16000.  | 20723.  | 12233.    | 6125. | 2275.     | 2890.67   |
| 18000.  | 15883.  | 9957.     | 4840. | 1674.     | 2393.16   |
| 20000.  | 12207.  | 8283.     | 3676. | 1270.     | 1473.38   |
| 22000.  | 9568.   | 7012.     | 2639. | 989.      | 874.35    |
| 24000.  | 7649.   | 6023.     | 1919. | 786.      | 351.68    |
| 26000.  | 6337.   | 5237.     | 1312. | 636.      | 189.17    |
| 28000.  | 5354.   | 4601.     | 983.  | 522.      | 173.88    |
| 30000.  | 4530.   | 4078.     | 824.  | 963.      | 101.67    |
| 35000.  | 3254.   | 3115.     | 1276. | 648.      | 30.06     |
| 40000.  | 2466.   | 2467.     | 788.  | 458.      | 4.04      |
| 45000.  | 1964.   | 2008.     | 502.  | 337.      | 0.33      |
| 50000.  | 1637.   | 1670.     | 327.  | 256.      | 0.41      |
| 55000.  | 1391.   | 1414.     | 246.  | 199.      | 1.53      |
| 60000.  | 1209.   | 1214.     | 182.  | 158.      | 0.46      |
| 65000.  | 1059.   | 1056.     | 150.  | 128.      | 1.06      |
| 70000.  | 919.    | 928.      | 140.  | 105.      | 1.27      |
| 75000.  | 802.    | 822.      | 117.  | 87.       | 0.15      |
| 80000.  | 718.    | 734.      | 84.   | 231.      | 0.16      |
| 100000. | 487.    | 497.      | 231.  | 135.      | 2.44      |
| 120000. | 333.    | 361.      | 154.  | 85.       | 0.14      |
| 140000. | 244.    | 276.      | 89.   | 57.       | 1.57      |
| 160000. | 196.    | 218.      | 48.   | 40.       | 7.71      |
| 180000. | 173.    | 178.      | 23.   | 29.       | 0.03      |
| 200000. | 144.    | 148.      | 29.   | 47.       | 0.17      |
| 250000. | 99.     | 100.      | 45.   | 27.       | 0.06      |
| 300000. | 73.     | 72.       | 26.   | 28.       | 0.16      |
| 400000. | 42.     | 44.       | 31.   | 14.       | 0.98      |
| 500000. | 24.     | 29.       | 18.   | 9.        | 0.08      |
| 600000. | 15.     | 21.       | 9.    | 8.        | 0.25      |
| 700000. | 11.     | 16.       | 4.    | 5.        |           |

Tableau 2.9

ANNEE DE TAXATION 1972

| X       | N       |           | EFFECTIFS |         | C-I 2     |
|---------|---------|-----------|-----------|---------|-----------|
|         | OBSERVE | THEORIQUE | OBS.      | THEOR.  |           |
| 2000.   | 81450.  | 636383.   | 5695.     |         |           |
| 4000.   | 75623.  | 191601.   | 5827.     | 444782. | 433205.00 |
| 6000.   | 70191.  | 94939.    | 5432.     | 96662.  | 86103.34  |
| 8000.   | 64547.  | 57686.    | 5644.     | 37252.  | 26819.26  |
| 10000.  | 57810.  | 39196.    | 6737.     | 18490.  | 7470.87   |
| 12000.  | 50354.  | 28584.    | 7456.     | 10612.  | 938.90    |
| 14000.  | 42167.  | 21886.    | 8187.     | 6697.   | 331.47    |
| 16000.  | 34184.  | 17368.    | 7983.     | 4518.   | 2655.86   |
| 18000.  | 27254.  | 14163.    | 6930.     | 3204.   | 4330.29   |
| 20000.  | 21794.  | 11801.    | 5460.     | 2362.   | 4062.27   |
| 22000.  | 17395.  | 10005.    | 4399.     | 1795.   | 3774.51   |
| 24000.  | 13852.  | 8606.     | 3543.     | 1399.   | 3282.46   |
| 26000.  | 11080.  | 7492.     | 2772.     | 1113.   | 2467.89   |
| 28000.  | 9028.   | 6589.     | 2052.     | 902.    | 1464.57   |
| 30000.  | 7449.   | 5847.     | 1579.     | 742.    | 943.71    |
| 35000.  | 5005.   | 4477.     | 2444.     | 1370.   | 841.85    |
| 40000.  | 3689.   | 3553.     | 1316.     | 924.    | 165.87    |
| 45000.  | 2869.   | 2897.     | 820.      | 655.    | 41.22     |
| 50000.  | 2288.   | 2414.     | 581.      | 483.    | 19.77     |
| 55000.  | 1918.   | 2046.     | 370.      | 367.    | 0.01      |
| 60000.  | 1655.   | 1760.     | 263.      | 286.    | 1.89      |
| 65000.  | 1435.   | 1532.     | 220.      | 227.    | 0.27      |
| 70000.  | 1260.   | 1348.     | 175.      | 184.    | 0.49      |
| 75000.  | 1109.   | 1196.     | 151.      | 151.    | 0.00      |
| 80000.  | 989.    | 1069.     | 120.      | 126.    | 0.33      |
| 100000. | 659.    | 726.      | 330.      | 342.    | 0.48      |
| 120000. | 466.    | 530.      | 193.      | 196.    | 0.07      |
| 140000. | 360.    | 405.      | 106.      | 124.    | 2.66      |
| 160000. | 272.    | 322.      | 88.       | 83.     | 0.21      |
| 180000. | 228.    | 262.      | 44.       | 59.     | 4.00      |
| 200000. | 191.    | 218.      | 37.       | 43.     | 1.05      |
| 250000. | 133.    | 148.      | 58.       | 70.     | 2.10      |
| 300000. | 88.     | 108.      | 45.       | 40.     | 0.55      |
| 400000. | 51.     | 65.       | 37.       | 42.     | 0.72      |
| 500000. | 39.     | 44.       | 12.       | 21.     | 3.93      |
| 600000. | 27.     | 32.       | 12.       | 12.     | 0.00      |
| 700000. | 18.     | 24.       | 9.        | 7.      | 0.23      |

Tableau 2.10

ANNEE DE TAXATION 1973

| X       | N       |           | EFFECTIFS |         | CHI 2     |
|---------|---------|-----------|-----------|---------|-----------|
|         | OBSERVE | THEORIQUE | OBS.      | THEOR.  |           |
| 2000.   | 82186.  | 745374.   | 5038.     |         |           |
| 4000.   | 76348.  | 223566.   | 5838.     | 521808. | 510197.93 |
| 6000.   | 71349.  | 110532.   | 4999.     | 113033. | 103257.00 |
| 8000.   | 66391.  | 67055.    | 4958.     | 43476.  | 34125.68  |
| 10000.  | 60832.  | 45507.    | 5559.     | 21548.  | 11864.94  |
| 12000.  | 54734.  | 33152.    | 6098.     | 12354.  | 3168.21   |
| 14000.  | 47902.  | 25363.    | 6832.     | 7788.   | 117.56    |
| 16000.  | 40560.  | 20112.    | 7342.     | 5251.   | 832.39    |
| 18000.  | 33336.  | 16390.    | 7224.     | 3721.   | 3295.81   |
| 20000.  | 27306.  | 13649.    | 6030.     | 2741.   | 3944.19   |
| 22000.  | 22348.  | 11566.    | 4958.     | 2082.   | 3968.86   |
| 24000.  | 18264.  | 9943.     | 4084.     | 1622.   | 3733.42   |
| 26000.  | 14918.  | 8652.     | 3346.     | 1290.   | 3271.67   |
| 28000.  | 12174.  | 7607.     | 2744.     | 1045.   | 2760.61   |
| 30000.  | 10078.  | 6748.     | 2096.     | 859.    | 1779.79   |
| 35000.  | 6595.   | 5162.     | 3483.     | 1585.   | 2271.12   |
| 40000.  | 4658.   | 4093.     | 1937.     | 1068.   | 705.01    |
| 45000.  | 3548.   | 3336.     | 1110.     | 757.    | 163.96    |
| 50000.  | 2828.   | 2778.     | 720.      | 558.    | 46.99     |
| 55000.  | 2333.   | 2354.     | 495.      | 423.    | 11.90     |
| 60000.  | 1944.   | 2024.     | 389.      | 330.    | 10.43     |
| 65000.  | 1690.   | 1761.     | 254.      | 262.    | 0.29      |
| 70000.  | 1472.   | 1548.     | 218.      | 212.    | 0.12      |
| 75000.  | 1285.   | 1373.     | 187.      | 174.    | 0.83      |
| 80000.  | 1139.   | 1227.     | 146.      | 145.    | 0.00      |
| 100000. | 747.    | 833.      | 392.      | 394.    | 0.01      |
| 120000. | 526.    | 607.      | 221.      | 226.    | 0.12      |
| 140000. | 388.    | 464.      | 138.      | 142.    | 0.15      |
| 160000. | 294.    | 368.      | 94.       | 96.     | 0.04      |
| 180000. | 236.    | 300.      | 58.       | 68.     | 1.51      |
| 200000. | 199.    | 249.      | 37.       | 50.     | 3.47      |
| 250000. | 138.    | 169.      | 61.       | 80.     | 4.64      |
| 300000. | 95.     | 123.      | 43.       | 46.     | 0.20      |
| 400000. | 55.     | 74.       | 40.       | 48.     | 1.52      |
| 500000. | 41.     | 50.       | 14.       | 24.     | 4.22      |
| 600000. | 28.     | 37.       | 13.       | 13.     | 0.04      |
| 700000. | 22.     | 28.       | 6.        | 8.      | 0.84      |

Tableau 2.11

ANNEE DE TAXATION: 1974

| X       | N       |           | EFFECTIFS |         | CHI 2     |
|---------|---------|-----------|-----------|---------|-----------|
|         | OBSERVE | THEORIQUE | OBS.      | THEOR.  |           |
| 2000.   | 84893.  | 853983.   | 2321.     |         |           |
| 4000.   | 80525.  | 257851.   | 4368.     | 596132. | 587428.50 |
| 6000.   | 75314.  | 127979.   | 5211.     | 129871. | 119658.48 |
| 8000.   | 69972.  | 77855.    | 5342.     | 50124.  | 40009.81  |
| 10000.  | 64554.  | 52949.    | 5418.     | 24906.  | 15248.73  |
| 12000.  | 58985.  | 38642.    | 5569.     | 14307.  | 5336.87   |
| 14000.  | 53186.  | 29607.    | 5799.     | 9034.   | 1158.90   |
| 16000.  | 46818.  | 23507.    | 6368.     | 6099.   | 11.79     |
| 18000.  | 40228.  | 19179.    | 6590.     | 4328.   | 1181.86   |
| 20000.  | 34005.  | 15987.    | 6223.     | 3191.   | 2878.49   |
| 22000.  | 28472.  | 13560.    | 5533.     | 2427.   | 3973.90   |
| 24000.  | 23722.  | 11667.    | 4750.     | 1892.   | 4313.78   |
| 26000.  | 19734.  | 10160.    | 3988.     | 1506.   | 4085.19   |
| 28000.  | 16363.  | 8939.     | 3371.     | 1221.   | 3785.28   |
| 30000.  | 13554.  | 7935.     | 2809.     | 1004.   | 3241.50   |
| 35000.  | 8700.   | 6079.     | 4854.     | 1855.   | 4846.85   |
| 40000.  | 6028.   | 4827.     | 2672.     | 1252.   | 1608.51   |
| 45000.  | 4395.   | 3938.     | 1633.     | 888.    | 623.11    |
| 50000.  | 3422.   | 3283.     | 973.      | 655.    | 153.85    |
| 55000.  | 2791.   | 2784.     | 631.      | 498.    | 35.25     |
| 60000.  | 2342.   | 2395.     | 449.      | 388.    | 9.37      |
| 65000.  | 1989.   | 2086.     | 353.      | 309.    | 6.13      |
| 70000.  | 1723.   | 1835.     | 266.      | 250.    | 0.92      |
| 75000.  | 1502.   | 1629.     | 221.      | 206.    | 1.05      |
| 80000.  | 1333.   | 1457.     | 169.      | 171.    | 0.04      |
| 100000. | 866.    | 991.      | 467.      | 466.    | 0.00      |
| 120000. | 625.    | 723.      | 241.      | 267.    | 2.69      |
| 140000. | 455.    | 554.      | 170.      | 169.    | 0.00      |
| 160000. | 362.    | 440.      | 93.       | 114.    | 3.93      |
| 180000. | 283.    | 359.      | 79.       | 81.     | 0.05      |
| 200000. | 233.    | 299.      | 50.       | 59.     | 1.59      |
| 250000. | 161.    | 203.      | 72.       | 95.     | 5.88      |
| 300000. | 116.    | 148.      | 45.       | 55.     | 1.81      |
| 400000. | 70.     | 90.       | 46.       | 58.     | 2.55      |
| 500000. | 49.     | 61.       | 21.       | 28.     | 2.16      |
| 600000. | 29.     | 44.       | 20.       | 16.     | 0.69      |
| 700000. | 23.     | 34.       | 6.        | 10.     | 1.91      |

une augmentation annuelle des revenus aurait eu pour conséquence un déplacement de la courbe vers la droite. Si l'on admet que l'on peut appliquer la loi de Pareto, on peut faire l'importante remarque suivante : la conséquence d'un pur effet inflationniste augmentant tous les revenus d'un même pourcentage  $b$  est une translation de la courbe (droite) car l'expression (2.10) devient :

$$N = \frac{A}{(bx)^\alpha} \quad (2.14)$$

d'où

$$\log N = \log A - \alpha(\log b + \log x) \quad (2.15)$$

ou encore

$$\log N = \log A - \alpha \log b - \alpha \log x. \quad (2.16)$$

L'expression  $\log A - \alpha \log b$ , constante, représentant la nouvelle ordonnée à l'origine alors que la pente de la droite demeure  $\alpha$ .

Or les ajustements que nous avons effectués, ajustements qui souffrent tous dans une semblable mesure de l'imperfection de la méthode pour les classes inférieures, nous montrent que pour les années prises en considération les droites ne sont pas parallèles; la hauteur à l'origine confirme le déplacement vers la droite mais la pente n'est pas constante<sup>1</sup>.

Cette variation de la pente des droites d'ajustement peut être interprétée de plusieurs manières :

1. Voir à ce sujet le *tableau 2.12*.

Tableau 2.12

Loi de Pareto. Equations des droites de régression

1966 :         $\ln N = -1,8292 \ln x + 26,6792$   
          $\sigma$         (0,04474)  
          $t$         ((40,88))

$r = -0,98960$

1970 :         $\ln N = -1,7472 \ln x + 26,3258$   
          $\sigma$         (0,04856)  
          $t$         ((37,97))

$r = -0,98665$

1972 :         $\ln N = -1,7317 \ln x + 26,5267$   
          $\sigma$         (0,05821)  
          $t$         ((29,74))

$r = -0,98067$

1973 :         $\ln N = -1,7372 \ln x + 26,7264$   
          $\sigma$         (0,06455)  
          $t$         ((26,91))

$r = -0,97658$

1974 :         $\ln N = -1,7276 \ln x + 26,7895$   
          $\sigma$         (0,06948)  
          $t$         ((24,86))

$r = -0,97272$

elle peut résulter du fait que l'augmentation de revenu n'a pas été d'un pourcentage constant à tous les niveaux mais il se peut également qu'il y ait eu par exemple un apport extérieur de nouveaux contribuables dans certaines classes de revenus. La loi de Pareto ne permet pas de préciser les causes de cette variation.

En valeur absolue, la pente des droites d'ajustement décroît régulièrement durant la période considérée, à l'exception de l'année 1973 qui marque une légère augmentation.

## 2.6 COURBE DE GINI

La formule proposée par C. Gini<sup>1</sup>, postérieure à celle de Pareto, peut être considérée comme un développement de celle-ci. La différence essentielle entre les deux approches réside dans le fait que Gini introduit le revenu total, A, obtenu par les N personnes ayant un revenu supérieur à x. La loi de Gini est donnée par :

$$N = K \cdot A^{\delta} \quad (2.17)$$

ou

$$\log N = \log K + \delta \log A \quad (2.18)$$

K et  $\delta$  sont des constantes;  $\delta$  est souvent appelé indice de concentration de Gini, il a souvent été utilisé (tout comme le paramètre  $\alpha$  de Pareto d'ailleurs) en tant qu'indice de l'inégalité de la distribution des revenus. Comme celle de Pareto, la formule de Gini a été trouvée empiriquement. A partir de l'expression (2.17) on peut proposer l'interprétation suivante : considérons un niveau de revenu  $x_1$ , le nombre de personnes disposant de ce revenu ou d'un revenu supérieur  $N_1$ , ainsi que le revenu total de ces personnes  $A_1$ , ensuite abaissons ce niveau de revenu d'un pourcentage tel que le revenu total  $A_1$  augmente de 1 %, la conséquence sera que le nombre de personnes ayant un revenu égal ou supérieur au second niveau se trouvera supérieur de  $\delta$  % à  $N_1$  et ceci est vrai pour n'importe quel  $x_1$ .

1. Gini C., On the Measure of Concentration with Special Reference to Income and Wealth, Cowles Commission, 1935.

En effet,

$$dN = \delta K A^{\delta-1} dA$$

$$\text{ou } dN = \delta \frac{N}{A} dA$$

$$\text{d'où } \frac{dN}{N} = \delta \frac{dA}{A} .$$

$$\text{Si } \frac{dA}{A} = 0,01 , \quad \frac{dN}{N} = 0,01\delta .$$

Bien que la formule de Gini soit moins connue que celle de Pareto, il semble qu'elle permette d'obtenir une approximation satisfaisante pour un intervalle de revenus plus étendu que cette dernière; toutefois elle ne suffit pas non plus pour décrire la distribution des revenus dans sa totalité, l'approximation dans les classes de revenus les plus basses étant à nouveau très médiocre.

Afin d'obtenir un résultat satisfaisant pour les bas revenus il est possible d'utiliser la formule de Gini sous une deuxième forme<sup>1</sup> qui consiste à prendre en considération le revenu total dont bénéficient les personnes non plus au-dessus mais au-dessous d'un niveau  $x$ . Le recours à cette seconde formulation a pour corollaire le fait que l'amélioration de l'ajustement pour une extrémité de la distribution sera accompagnée d'une détérioration pour l'autre extrémité.

Nous proposerons dans le paragraphe suivant une combinaison des deux approches.

1. Voir à ce sujet : Bowman M.J., A graphical Analysis of personal Income Distribution in the United States, American Economic Review, Vol XXXV, No 4, Septembre 1945.

### 2.6.1 Application des formules de Gini

Le *tableau 2.13* et la *figure 2.10* présentent les résultats obtenus par l'application de la première formule de Gini à la distribution du revenu imposable de la taxation 1974; la qualité très médiocre de l'ajustement pour les classes de bas revenus est évidente, néanmoins dans ces mêmes classes on remarque une nette amélioration par rapport aux résultats obtenus avec la loi de Pareto. La qualité de l'ajustement croît progressivement lorsqu'on s'éloigne des zones à bas revenus et demeure d'une manière générale au moins aussi bonne que celle obtenue à l'aide de la loi de Pareto.

L'application de la deuxième formule de Gini procure les résultats présentés dans le *tableau 2.14* (*figure 2.11*). Comme prévu, les constatations suggérées par cette seconde approche sont à l'opposé de celles que l'on a faites plus haut, l'ajustement étant bon pour les classes de revenus inférieures et se détériorant par la suite.

Les observations faites sur la base des *tableaux 2.13* et *2.14* nous ont incité à combiner les deux approches, c'est-à-dire que nous avons utilisé la deuxième approche pour les bas revenus et la première pour les revenus plus élevés. Le choix de la classe de revenus à partir de laquelle on change de formule est effectué par comparaison des résultats obtenus<sup>1</sup> en appliquant séparément chacune des deux méthodes à l'ensemble de la distribution.

1. C'est la valeur du chi-carré qui nous a fourni une mesure de la qualité du résultat; nous avons cherché à minimiser cette valeur.

Tableau 2.13

ANNÉE DE TAXATION 1974

| X       | A           | N      | EFFECTIFS   | CHI 2 |
|---------|-------------|--------|-------------|-------|
|         |             | THEOR. | 085. THEOR. |       |
| 2000.   | 1821297801. | 77621. | 2321.       |       |
| 4000.   | 1807960901. | 76525. | 4368.       | 1095. |
| 6000.   | 1781480801. | 74373. | 5211.       | 2152. |
| 8000.   | 1743876801. | 71367. | 5342.       | 3005. |
| 10000.  | 1694636701. | 67522. | 5418.       | 3845. |
| 12000.  | 1632995301. | 62854. | 5569.       | 4668. |
| 14000.  | 1557146201. | 57332. | 5799.       | 5522. |
| 16000.  | 1461158301. | 50695. | 6368.       | 6636. |
| 18000.  | 1337917101. | 42753. | 6590.       | 7941. |
| 20000.  | 1219185701. | 35722. | 6223.       | 7031. |
| 22000.  | 1102712101. | 29418. | 5533.       | 6303. |
| 24000.  | 993288600.  | 24036. | 4750.       | 5382. |
| 26000.  | 893373800.  | 19581. | 3988.       | 4454. |
| 28000.  | 802235400.  | 15902. | 3371.       | 3678. |
| 30000.  | 720710900.  | 12926. | 2809.       | 2976. |
| 35000.  | 563882600.  | 8043.  | 4854.       | 4883. |
| 40000.  | 464138800.  | 5520.  | 2672.       | 2522. |
| 45000.  | 394826100.  | 4037.  | 1633.       | 1482. |
| 50000.  | 348696800.  | 3175.  | 973.        | 862.  |
| 55000.  | 315658200.  | 2619.  | 631.        | 555.  |
| 60000.  | 289825900.  | 2220.  | 449.        | 398.  |
| 65000.  | 267767600.  | 1905.  | 353.        | 315.  |
| 70000.  | 249794700.  | 1666.  | 266.        | 239.  |
| 75000.  | 233797900.  | 1465.  | 221.        | 200.  |
| 80000.  | 220672600.  | 1311.  | 169.        | 154.  |
| 100000. | 178978100.  | 874.   | 467.        | 436.  |
| 120000. | 152754500.  | 643.   | 241.        | 230.  |
| 140000. | 130874800.  | 477.   | 170.        | 166.  |
| 160000. | 116969500.  | 384.   | 93.         | 93.   |
| 180000. | 103532900.  | 303.   | 79.         | 80.   |
| 200000. | 94030200.   | 251.   | 50.         | 51.   |
| 250000. | 78068300.   | 175.   | 72.         | 76.   |
| 300000. | 65645200.   | 125.   | 45.         | 50.   |
| 400000. | 49934000.   | 74.    | 46.         | 51.   |
| 500000. | 40597500.   | 49.    | 21.         | 24.   |
| 600000. | 29628100.   | 27.    | 20.         | 22.   |
| 700000. | 25826400.   | 20.    | 6.          | 6.    |

Figure 2.10

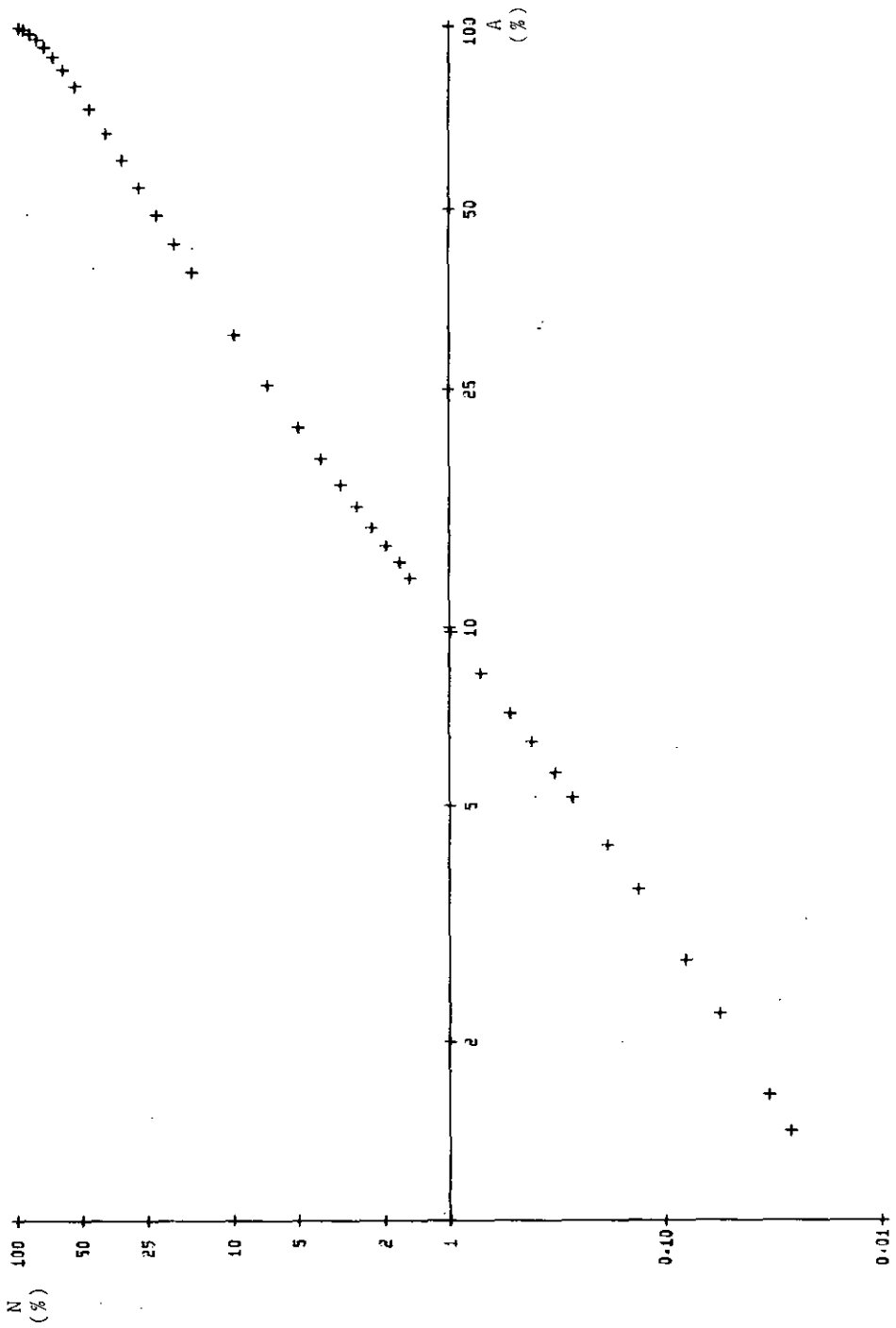
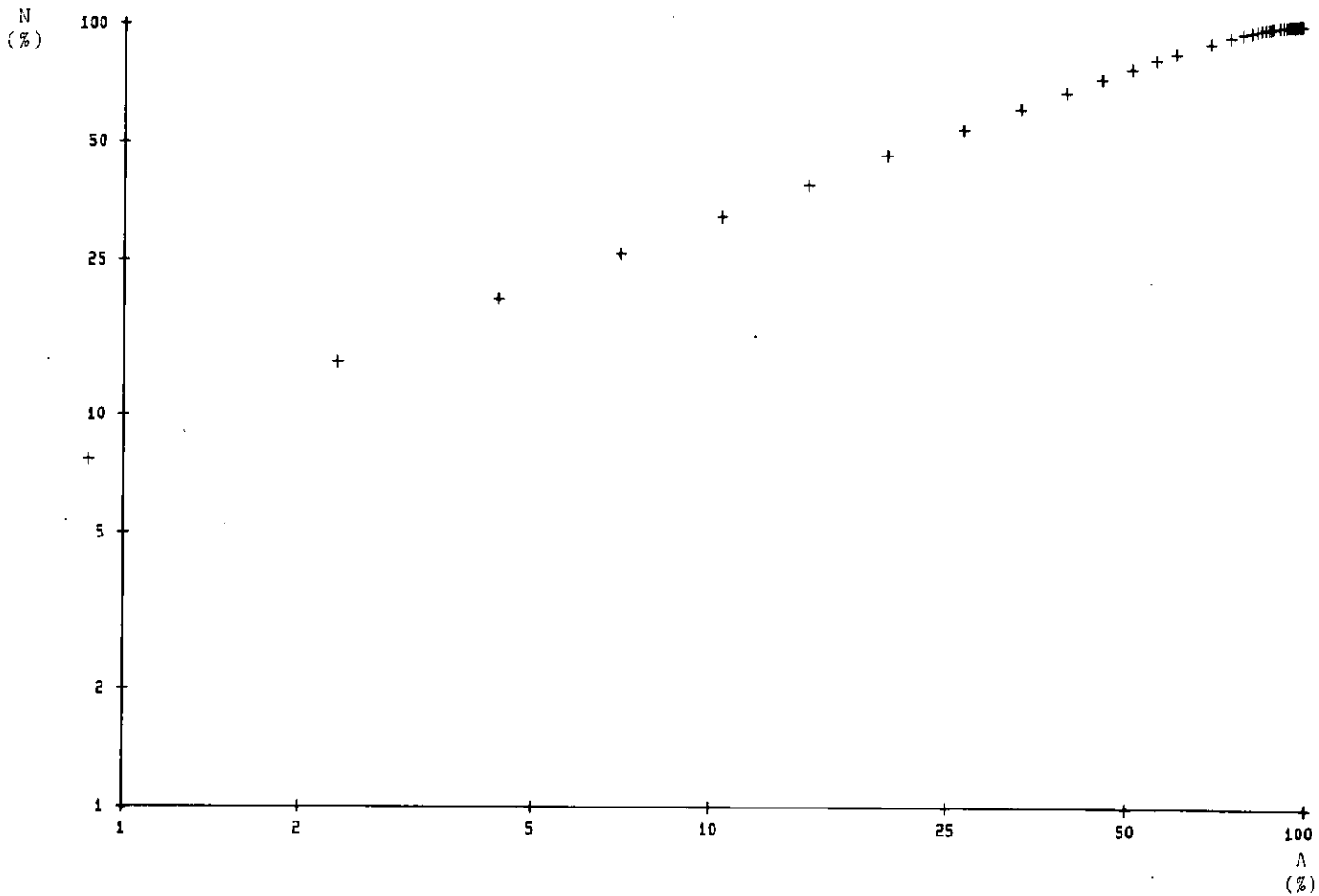


Tableau 2.14

ANNEE DE TAXATION 1974

| X       | A            | N      | EFFECTIFS   | CHI 2  |
|---------|--------------|--------|-------------|--------|
|         |              | THEOR. | 085. THEOR. |        |
| 2000.   | 25477300.    | 2538.  | 2321.       | 2538.  |
| 4000.   | 15884200.    | 6919.  | 4368.       | 18.62  |
| 6000.   | 42364300.    | 11843. | 5211.       | 0.03   |
| 8000.   | 79968300.    | 16774. | 5342.       | 16.72  |
| 10000.  | 129208400.   | 21817. | 5418.       | 34.29  |
| 12000.  | 190849800.   | 27015. | 5569.       | 27.86  |
| 14000.  | 266698900.   | 32451. | 5799.       | 26.47  |
| 16000.  | 362686800.   | 38403. | 6368.       | 24.25  |
| 18000.  | 485928000.   | 45079. | 6590.       | 28.95  |
| 20000.  | 604659400.   | 50814. | 6223.       | 1.09   |
| 22000.  | 721133000.   | 55963. | 5533.       | 41.41  |
| 24000.  | 830556500.   | 60467. | 4750.       | 28.68  |
| 26000.  | 930471300.   | 64349. | 3988.       | 13.48  |
| 28000.  | 1021609700.  | 67729. | 3371.       | 2.85   |
| 30000.  | 1103134201.  | 70639. | 2809.       | 0.02   |
| 35000.  | 1259962501.  | 75976. | 2909.       | 3.48   |
| 40000.  | 1359706301.  | 79214. | 4854.       | 43.60  |
| 45000.  | 1429019001.  | 81401. | 1633.       | 99.05  |
| 50000.  | 1475148301.  | 82831. | 973.        | 140.52 |
| 55000.  | 1508186901.  | 83842. | 631.        | 145.66 |
| 60000.  | 1534019201.  | 84626. | 449.        | 143.00 |
| 65000.  | 1556077501.  | 85290. | 353.        | 142.97 |
| 70000.  | 1574050401.  | 85829. | 266.        | 146.04 |
| 75000.  | 1590047201.  | 86305. | 221.        | 137.75 |
| 80000.  | 1603172501.  | 86695. | 169.        | 137.22 |
| 100000. | 16448867001. | 87923. | 467.        | 124.90 |
| 120000. | 1671090601.  | 88688. | 241.        | 471.70 |
| 140000. | 1692970301.  | 89323. | 170.        | 359.12 |
| 160000. | 1706875601.  | 89724. | 79.         | 339.87 |
| 180000. | 1720314201.  | 90110. | 79.         | 236.76 |
| 200000. | 1729814901.  | 90382. | 50.         | 386.   |
| 250000. | 1745776801.  | 90838. | 72.         | 272.   |
| 300000. | 1758199901.  | 91192. | 45.         | 181.54 |
| 400000. | 1773911101.  | 91638. | 46.         | 323.34 |
| 500000. | 1783247601.  | 91901. | 21.         | 269.31 |
| 600000. | 1794217001.  | 92211. | 20.         | 358.30 |
| 700000. | 1798018701.  | 92318. | 6.          | 223.59 |
|         |              |        |             | 270.58 |
|         |              |        |             | 95.32  |

*figure 2.11*



Les chiffres du *tableau 2.15* correspondent à l'application de la deuxième formule jusqu'à la 15ième classe de revenu (classe 28 - 30000.-) puis de la première pour les classes suivantes.

Nous avons appliqué le même processus aux autres années pour lesquelles nous disposons d'une statistique complète et avons obtenu les résultats présentés dans les *tableaux 2.16 à 2.19*.

Pour l'année 1966 le changement de formule est réalisé à partir de la 10ième classe (20 - 22000.-), en 1970 et 1972 à partir de la 11ième classe (22 - 24000.-) et en 1973 à partir de la 13ième classe (26 - 28000.-). L'endroit à partir duquel a lieu le changement de formule suit une progression qui semble correspondre au déplacement du mode de la distribution des revenus pour la période considérée.

Tableau 2.15

ANNEE DE TAXATION, 1974

| X       | A           | N      |       | EFFECTIFS |      | CHI 2 |
|---------|-------------|--------|-------|-----------|------|-------|
|         |             | THEOR. | OBS.  | THEOR.    | OBS. |       |
| 2000.   | 2547300.    | 2380.  | 2321. | 2380.     |      | 1.50  |
| 4000.   | 15884200.   | 6740.  | 4368. | 4359.     |      | 0.01  |
| 6000.   | 42364300.   | 11774. | 5211. | 5033.     |      | 6.23  |
| 8000.   | 79968300.   | 16897. | 5342. | 5123.     |      | 9.34  |
| 10000.  | 129208400.  | 22197. | 5418. | 5299.     |      | 2.62  |
| 12000.  | 190849800.  | 27709. | 5569. | 5511.     |      | 0.59  |
| 14000.  | 266698900.  | 33516. | 5799. | 5807.     |      | 0.01  |
| 16000.  | 362686800.  | 39918. | 6368. | 6401.     |      | 0.17  |
| 18000.  | 485928000.  | 47142. | 6590. | 7223.     |      | 55.57 |
| 20000.  | 604659400.  | 53381. | 6223. | 6239.     |      | 0.04  |
| 22000.  | 721133000.  | 59005. | 5533. | 5623.     |      | 1.46  |
| 24000.  | 830556500.  | 63940. | 4750. | 4935.     |      | 6.95  |
| 26000.  | 930471300.  | 68206. | 3988. | 4266.     |      | 18.13 |
| 28000.  | 1021609700. | 71928. | 3371. | 3721.     |      | 33.08 |
| 30000.  | 720710900.  | 13658. | 2809. | 3209.     |      | 49.98 |
| 35000.  | 563882600.  | 8439.  | 4854. | 5219.     |      | 25.62 |
| 40000.  | 464138800.  | 5759.  | 2672. | 2679.     |      | 0.01  |
| 45000.  | 394826100.  | 4193.  | 1633. | 1566.     |      | 2.84  |
| 50000.  | 348696800.  | 3286.  | 973.  | 907.      |      | 4.76  |
| 55000.  | 315658200.  | 2703.  | 631.  | 583.      |      | 3.93  |
| 60000.  | 289825900.  | 2286.  | 449.  | 416.      |      | 2.46  |
| 65000.  | 267767600.  | 1957.  | 353.  | 328.      |      | 1.76  |
| 70000.  | 249794700.  | 1707.  | 266.  | 249.      |      | 1.09  |
| 75000.  | 233797900.  | 1499.  | 221.  | 207.      |      | 0.81  |
| 80000.  | 220672600.  | 1339.  | 169.  | 160.      |      | 0.42  |
| 100000. | 178978100.  | 887.   | 467.  | 451.      |      | 0.55  |
| 120000. | 152754500.  | 650.   | 241.  | 237.      |      | 0.05  |
| 140000. | 130874800.  | 480.   | 170.  | 170.      |      | 0.00  |
| 160000. | 116969500.  | 385.   | 93.   | 95.       |      | 0.04  |
| 180000. | 103532900.  | 303.   | 79.   | 82.       |      | 0.11  |
| 200000. | 94030200.   | 251.   | 50.   | 52.       |      | 0.09  |
| 250000. | 78068300.   | 174.   | 72.   | 76.       |      | 0.29  |
| 300000. | 65645200.   | 124.   | 45.   | 50.       |      | 0.54  |
| 400000. | 49934000.   | 72.    | 46.   | 51.       |      | 0.59  |
| 500000. | 40597500.   | 48.    | 21.   | 24.       |      | 0.42  |
| 600000. | 29628100.   | 26.    | 20.   | 22.       |      | 0.23  |
| 700000. | 25826400.   | 19.    | 6.    | 6.        |      | 0.00  |

Tableau 2.16

ANNEE DE TAXATION 1966

| X       | A          | N      |        | EFFECTIFS |        | CHI 2 |
|---------|------------|--------|--------|-----------|--------|-------|
|         |            | THEOR. | OBS.   | THEOR.    | OBS.   |       |
| 2000.   | 9671200.   | 10931. | 11418. | 10931.    | 21.62  |       |
| 4000.   | 35046400.  | 20264. | 8261.  | 9332.     | 123.03 |       |
| 6000.   | 92210900.  | 32220. | 11183. | 11956.    | 49.98  |       |
| 8000.   | 186182700. | 45124. | 13276. | 12904.    | 10.72  |       |
| 10000.  | 301762600. | 56878. | 12811. | 11753.    | 95.08  |       |
| 12000.  | 401917300. | 65254. | 9104.  | 8376.     | 63.16  |       |
| 14000.  | 481819800. | 71180. | 6151.  | 5925.     | 8.56   |       |
| 16000.  | 542113300. | 75319. | 4023.  | 4138.     | 3.24   |       |
| 18000.  | 586583100. | 78220. | 2618.  | 2900.     | 27.60  |       |
| 20000.  | 617303300. | 80158. | 1615.  | 1937.     | 53.72  |       |
| 22000.  | 215409300. | 3138.  | 1130.  | 1463.     | 75.95  |       |
| 24000.  | 197437700. | 2706.  | 780.   | 431.      | 280.45 |       |
| 26000.  | 182745600. | 2373.  | 587.   | 333.      | 193.01 |       |
| 28000.  | 170073600. | 2100.  | 468.   | 272.      | 139.51 |       |
| 30000.  | 160109100. | 1895.  | 343.   | 204.      | 93.15  |       |
| 35000.  | 141455400. | 1536.  | 577.   | 359.      | 130.97 |       |
| 40000.  | 126362500. | 1268.  | 402.   | 268.      | 66.99  |       |
| 45000.  | 116322200. | 1101.  | 236.   | 166.      | 29.09  |       |
| 50000.  | 106817800. | 953.   | 199.   | 148.      | 17.13  |       |
| 55000.  | 98417200.  | 829.   | 160.   | 123.      | 10.55  |       |
| 60000.  | 92488400.  | 746.   | 103.   | 83.       | 4.77   |       |
| 65000.  | 86987500.  | 672.   | 88.    | 73.       | 2.71   |       |
| 70000.  | 82054100.  | 608.   | 73.    | 63.       | 1.42   |       |
| 75000.  | 78126700.  | 560.   | 54.    | 48.       | 0.58   |       |
| 80000.  | 73771100.  | 508.   | 56.    | 52.       | 0.30   |       |
| 100000. | 59889400.  | 356.   | 154.   | 151.      | 0.03   |       |
| 120000. | 52003600.  | 280.   | 72.    | 76.       | 0.21   |       |
| 140000. | 45274800.  | 221.   | 52.    | 58.       | 0.79   |       |
| 160000. | 39891500.  | 178.   | 36.    | 42.       | 1.10   |       |
| 180000. | 36196800.  | 151.   | 22.    | 27.       | 0.99   |       |
| 200000. | 32751400.  | 127.   | 18.    | 23.       | 1.36   |       |
| 250000. | 26038900.  | 86.    | 30.    | 41.       | 3.07   |       |
| 300000. | 19152500.  | 51.    | 25.    | 35.       | 2.95   |       |
| 400000. | 12980200.  | 26.    | 18.    | 24.       | 1.88   |       |
| 500000. | 7752000.   | 11.    | 12.    | 15.       | 0.78   |       |
| 600000. | 4007400.   | 3.     | 7.     | 7.        | 0.02   |       |
| 700000. | 2715900.   | 1.     | 2.     | 1.        | 0.03   |       |

Tableau 2.17

ANNEE DE TAXATION 1970

| X       | A          | N      |       | EFFECTIFS |      | CHI 2  |
|---------|------------|--------|-------|-----------|------|--------|
|         |            | THEOR. | OBS.  | THEOR.    | OBS. |        |
| 2000.   | 7558800.   | 6790.  | 6869. | 6790.     |      | 0.90   |
| 4000.   | 26493800.  | 13013. | 6196. | 6222.     |      | 0.11   |
| 6000.   | 59660200.  | 19825. | 6496. | 6812.     |      | 14.67  |
| 8000.   | 116082800. | 27999. | 7953. | 8173.     |      | 5.97   |
| 10000.  | 201416000. | 37262. | 9393. | 9262.     |      | 1.83   |
| 12000.  | 305942800. | 46283. | 9461. | 9020.     |      | 21.47  |
| 14000.  | 406310300. | 53619. | 7705. | 7336.     |      | 18.48  |
| 16000.  | 498359200. | 59610. | 6125. | 5990.     |      | 3.03   |
| 18000.  | 580705800. | 64530. | 4840. | 4920.     |      | 1.30   |
| 20000.  | 650627900. | 68449. | 3676. | 3919.     |      | 15.10  |
| 22000.  | 706079800. | 71415. | 2639. | 2965.     |      | 36.03  |
| 24000.  | 366294200. | 6106.  | 1919. | 2281.     |      | 57.61  |
| 26000.  | 333435900. | 5142.  | 1312. | 964.      |      | 125.27 |
| 28000.  | 306889800. | 4418.  | 983.  | 723.      |      | 92.72  |
| 30000.  | 282934400. | 3808.  | 824.  | 610.      |      | 74.85  |
| 35000.  | 241658800. | 2854.  | 1276. | 954.      |      | 108.62 |
| 40000.  | 212231000. | 2250.  | 788.  | 603.      |      | 56.52  |
| 45000.  | 190899800. | 1854.  | 502.  | 396.      |      | 28.12  |
| 50000.  | 175351900. | 1587.  | 327.  | 266.      |      | 13.55  |
| 55000.  | 162448800. | 1380.  | 246.  | 207.      |      | 7.30   |
| 60000.  | 151986700. | 1222.  | 182.  | 158.      |      | 3.56   |
| 65000.  | 142617700. | 1088.  | 150.  | 134.      |      | 1.84   |
| 70000.  | 133156800. | 959.   | 140.  | 128.      |      | 1.05   |
| 75000.  | 124643100. | 850.   | 117.  | 109.      |      | 0.55   |
| 80000.  | 118138400. | 771.   | 84.   | 79.       |      | 0.26   |
| 100000. | 97570600.  | 543.   | 231.  | 227.      |      | 0.05   |
| 120000. | 80788100.  | 384.   | 154.  | 158.      |      | 0.13   |
| 140000. | 69185500.  | 289.   | 89.   | 95.       |      | 0.37   |
| 160000. | 62048800.  | 237.   | 48.   | 52.       |      | 0.35   |
| 180000. | 58130900.  | 210.   | 23.   | 26.       |      | 0.51   |
| 200000. | 52648000.  | 175.   | 29.   | 34.       |      | 1.00   |
| 250000. | 42771400.  | 120.   | 45.   | 55.       |      | 2.01   |
| 300000. | 35710500.  | 86.    | 26.   | 33.       |      | 1.80   |
| 400000. | 24940800.  | 44.    | 31.   | 41.       |      | 2.70   |
| 500000. | 16771800.  | 21.    | 18.   | 23.       |      | 1.14   |
| 600000. | 11867800.  | 11.    | 9.    | 10.       |      | 0.13   |
| 700000. | 9287200.   | 7.     | 4.    | 4.        |      | 0.00   |

Tableau 2.18

ANNEE DE TAXATION 1972

| X       | A          | N      | EFFECTIFS   | CHI 2 |
|---------|------------|--------|-------------|-------|
|         |            | THEOR. | OBS. THEOR. |       |
| 2000.   | 6646900.   | 5758.  | 5695.       | 5758. |
| 4000.   | 24233400.  | 11313. | 5827.       | 5555. |
| 6000.   | 51704400.  | 16804. | 5432.       | 5490. |
| 8000.   | 91686700.  | 22661. | 5644.       | 5857. |
| 10000.  | 152959800. | 29602. | 6737.       | 6940. |
| 12000.  | 235754800. | 37103. | 7456.       | 7500. |
| 14000.  | 344337400. | 45216. | 8187.       | 8113. |
| 16000.  | 466468600. | 52981. | 7983.       | 7764. |
| 18000.  | 586422600. | 59704. | 6930.       | 6723. |
| 20000.  | 692442700. | 65115. | 5460.       | 5411. |
| 22000.  | 785880900. | 69563. | 4399.       | 4448. |
| 24000.  | 608334200. | 13111. | 3543.       | 3678. |
| 26000.  | 538962400. | 10336. | 2772.       | 2774. |
| 28000.  | 483539500. | 8352.  | 2052.       | 1983. |
| 30000.  | 437717400. | 6869.  | 1579.       | 1483. |
| 35000.  | 358686600. | 4646.  | 2444.       | 2223. |
| 40000.  | 309467200. | 3477.  | 1316.       | 1169. |
| 45000.  | 274654800. | 2750.  | 820.        | 726.  |
| 50000.  | 247066100. | 2234.  | 581.        | 516.  |
| 55000.  | 227656000. | 1902.  | 370.        | 331.  |
| 60000.  | 212536600. | 1662.  | 263.        | 240.  |
| 65000.  | 198755900. | 1457.  | 220.        | 205.  |
| 70000.  | 186908900. | 1291.  | 175.        | 165.  |
| 75000.  | 175951900. | 1147.  | 151.        | 144.  |
| 80000.  | 166638600. | 1031.  | 120.        | 116.  |
| 100000. | 137124100. | 703.   | 330.        | 327.  |
| 120000. | 115888100. | 505.   | 193.        | 197.  |
| 140000. | 102188200. | 394.   | 106.        | 110.  |
| 160000. | 89106100.  | 301.   | 88.         | 93.   |
| 180000. | 81684700.  | 254.   | 44.         | 47.   |
| 200000. | 74588500.  | 212.   | 37.         | 41.   |
| 250000. | 61707100.  | 146.   | 58.         | 66.   |
| 300000. | 49308100.  | 94.    | 45.         | 52.   |
| 400000. | 36314000.  | 51.    | 37.         | 42.   |
| 500000. | 31039700.  | 38.    | 12.         | 13.   |
| 600000. | 24319100.  | 23.    | 12.         | 14.   |
| 700000. | 18570400.  | 13.    | 9.          | 9.    |

Tableau 2.19

ANNEE DE TAXATION 1973

| X       | A          | N      |       | EFFECTIFS |      | CHI 2 |
|---------|------------|--------|-------|-----------|------|-------|
|         |            | THEOR. | OBS.  | THEOR.    | OBS. |       |
| 2000.   | 5917500.   | 5171.  | 5038. | 5171.     |      | 3.43  |
| 4000.   | 23482700.  | 10629. | 5838. | 5458.     |      | 26.45 |
| 6000.   | 48751800.  | 15571. | 4999. | 4942.     |      | 0.64  |
| 8000.   | 83819100.  | 20670. | 4958. | 5099.     |      | 3.90  |
| 10000.  | 134356500. | 26452. | 5559. | 5781.     |      | 8.59  |
| 12000.  | 201847300. | 32724. | 6098. | 6271.     |      | 4.79  |
| 14000.  | 291252700. | 39638. | 6832. | 6913.     |      | 0.96  |
| 16000.  | 401933100. | 46906. | 7342. | 7268.     |      | 0.74  |
| 18000.  | 525093200. | 53940. | 7224. | 7033.     |      | 5.15  |
| 20000.  | 639843600. | 59810. | 6030. | 5870.     |      | 4.31  |
| 22000.  | 744170400. | 64724. | 4958. | 4913.     |      | 0.39  |
| 24000.  | 838205700. | 68878. | 4084. | 4153.     |      | 1.17  |
| 26000.  | 921936400. | 72393. | 3346. | 3514.     |      | 8.10  |
| 28000.  | 618929900. | 12306. | 2744. | 2987.     |      | 19.78 |
| 30000.  | 558064900. | 10010. | 2096. | 2295.     |      | 17.27 |
| 35000.  | 445637600. | 6392.  | 3483. | 3618.     |      | 5.08  |
| 40000.  | 373368700. | 4491.  | 1937. | 1900.     |      | 0.70  |
| 45000.  | 326352300. | 3434.  | 1110. | 1057.     |      | 2.62  |
| 50000.  | 292167500. | 2754.  | 720.  | 680.      |      | 2.34  |
| 55000.  | 266214600. | 2288.  | 495.  | 466.      |      | 1.75  |
| 60000.  | 243831900. | 1920.  | 389.  | 367.      |      | 1.24  |
| 65000.  | 227960300. | 1679.  | 254.  | 241.      |      | 0.67  |
| 70000.  | 213242900. | 1470.  | 218.  | 209.      |      | 0.36  |
| 75000.  | 199681900. | 1289.  | 187.  | 180.      |      | 0.23  |
| 80000.  | 188363300. | 1147.  | 146.  | 141.      |      | 0.13  |
| 100000. | 153260100. | 760.   | 392.  | 387.      |      | 0.06  |
| 120000. | 129080500. | 540.   | 221.  | 220.      |      | 0.00  |
| 140000. | 111361800. | 402.   | 138.  | 137.      |      | 0.00  |
| 160000. | 97331000.  | 307.   | 94.   | 94.       |      | 0.00  |
| 180000. | 87478300.  | 248.   | 58.   | 58.       |      | 0.01  |
| 200000. | 80496400.  | 210.   | 37.   | 38.       |      | 0.02  |
| 250000. | 67145600.  | 146.   | 61.   | 63.       |      | 0.13  |
| 300000. | 55352500.  | 99.    | 43.   | 46.       |      | 0.32  |
| 400000. | 41256300.  | 55.    | 40.   | 44.       |      | 0.41  |
| 500000. | 35255000.  | 40.    | 14.   | 14.       |      | 0.06  |
| 600000. | 28187600.  | 26.    | 13.   | 14.       |      | 0.17  |
| 700000. | 24460700.  | 19.    | 6.    | 6.        |      | 0.02  |

Les résultats obtenus pour l'ensemble des années prises en considération permettent de faire les constatations suivantes :

- l'application des deux formules de Gini séparément à chaque distribution annuelle (*tableau 2.20*) confirme les constatations faites lors de l'emploi de la loi de Pareto concernant la modification de la pente de la droite d'ajustement<sup>1</sup>; avec la première formule la pente est croissante jusqu'en 1973 où s'amorce une diminution, avec la deuxième une stabilisation apparaît dès 1970
- les résultats obtenus pour chaque année par combinaison des deux formules (*tableau 2.21*) permettent de constater que pour la partie inférieure de la distribution les pentes des droites d'ajustement ont des valeurs croissantes avec une stabilisation entre 1970 et 1973 alors que pour la partie supérieure, la pente est croissante jusqu'à 1973 y compris et qu'une diminution est observée en 1974.

On remarque donc que pour les bas revenus des mouvements importants dus à des causes autres que l'inflation se sont produits entre 1966 et 1970 et en 1974 alors que pour la partie de la distribution concernant les revenus plus élevés des effets semblables ont été enregistrés durant toute la période considérée.

1. A première vue on pourrait penser qu'il y a contradiction entre les deux approches puisque les coefficients des droites de régression décroissent avec la loi de Pareto et croissent avec celle de Gini mais cette apparente contradiction s'explique par l'approche revenu différente dans les deux cas. A ce sujet, voir plus haut l'interprétation des formules (2.9) et (2.18).

Tableau 2.20

Courbe de Gini. Equations des droites de régression

Première approche

$$1966 : \quad \ln N = -27,1087 + 1,8477 \ln A$$

$$\sigma \quad (0,03213)$$

$$t \quad ((57,49))$$

$$r = 0,99474$$

$$1970 : \quad \ln N = -28,9327 + 1,9178 \ln A$$

$$\sigma \quad (0,02122)$$

$$t \quad ((90,36))$$

$$r = 0,99786$$

$$1972 : \quad \ln N = -30,2457 + 1,9641 \ln A$$

$$\sigma \quad (0,01015)$$

$$t \quad ((193,41))$$

$$r = 0,99953$$

$$1973 : \quad \ln N = -30,3790 + 1,9630 \ln A$$

$$\sigma \quad (0,00674)$$

$$t \quad ((290,72))$$

$$r = 0,99979$$

$$1974 : \quad \ln N = -29,9693 + 1,9335 \ln A$$

$$\sigma \quad (0,00772)$$

$$t \quad ((250,04))$$

$$r = 0,99971$$

Deuxième approche

$$\begin{aligned} 1966 : \quad \ln N &= 1,8803 + 0,4632 \ln A \\ \sigma &\quad (0,00514) \\ t &\quad ((89,89)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99784$$

$$\begin{aligned} 1970 : \quad \ln N &= 0,9779 + 0,4981 \ln A \\ \sigma &\quad (0,00495) \\ t &\quad ((100,41)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99826$$

$$\begin{aligned} 1972 : \quad \ln N &= 0,7565 + 0,5055 \ln A \\ \sigma &\quad (0,00388) \\ t &\quad ((130,06)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99896$$

$$\begin{aligned} 1973 : \quad \ln N &= 0,7083 + 0,5056 \ln A \\ \sigma &\quad (0,00384) \\ t &\quad ((131,30)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99898$$

$$\begin{aligned} 1974 : \quad \ln N &= -0,2420 + 0,5478 \ln A \\ \sigma &\quad (0,00446) \\ t &\quad ((122,63)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99883$$

Tableau 2.21

Courbe de Gini. Meilleurs ajustements combinés pour  
chaque année

1966 :  $\ln N = 1,5890 + 0,4793 \ln A$

$\sigma$  (0,00576)

t ((83,18))

r = 0,99935

$\ln N = -24,5565 + 1,6994 \ln A$

$\sigma$  (0,03946)

t ((43,06))

r = 0,99378

1970 :  $\ln N = 0,6093 + 0,5186 \ln A$

$\sigma$  (0,00204)

t ((252,96))

r = 0,99992

$\ln N = -27,3446 + 1,8287 \ln A$

$\sigma$  (0,03392)

t ((53,91))

r = 0,99606

1972 :  $\ln N = 0,4574 + 0,5220 \ln A$

$\sigma$  (0,00167)

t ((07,45))

r = 0,99994

$$\begin{aligned} \ln N &= -30,2387 + 1,9637 \ln A \\ \sigma &(0,01948) \\ t &((100,75)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99886$$

$$\begin{aligned} 1973 : \quad \ln N &= 0,3998 + 0,5227 \ln A \\ \sigma &(0,00219) \\ t &((237,96)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99989$$

$$\begin{aligned} \ln N &= -30,9475 + 1,9939 \ln A \\ \sigma &(0,01039) \\ t &((191,75)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99971$$

$$\begin{aligned} 1974 : \quad \ln N &= -0,6118 + 0,5685 \ln A \\ \sigma &(0,00238) \\ t &((237,61)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99988$$

$$\begin{aligned} \ln N &= -30,4986 + 1,9622 \ln A \\ \sigma &(0,01476) \\ t &((132,91)) \end{aligned}$$

$$r = 0,99943$$

## 2.7 MODELE D'AMOROSO

Constatant les lacunes de la première approximation de Pareto, apte à décrire une distribution des revenus lorsque celle-ci a la forme d'une pyramide, mais non lorsqu'elle a la forme d'une "toupie", Amoroso<sup>1</sup> propose la fonction suivante :

$$y = ce^{-\gamma(x-h)^{\frac{1}{s}}}(x-h)^{\frac{p-s}{s}} \quad (2.19)$$

où  $h < x < \infty$ .

avec  $x$  : revenu

$\int_{x_1}^{x_2} y dx$  : nombre de personnes ayant un revenu compris entre  $x_1$  et  $x_2$

$c, h, \gamma, p$  : constantes essentiellement positives

$s$  : constante non nulle de signe non fixé *a priori*.

Sous forme logarithmique nous avons :

$$\log y = \alpha + \beta \log(x-h) - \gamma(x-h)^\varepsilon \quad (2.20)$$

en posant

$$\alpha = \log c, \quad \beta = \frac{p-s}{s}, \quad \varepsilon = \frac{1}{s}$$

Amoroso précise que la courbe ainsi obtenue ne coïncide avec aucune des courbes de Pearson mais qu'elle comprend comme cas particuliers<sup>2</sup> les types III et V auxquels elle se réduit respectivement pour  $s = 1$  et  $s = -1$ . D'autre part pour  $s = 1$ , on se ramène à la seconde approximation de Pareto.

1. Amoroso L., Ricerche intorno alla curva dei redditi, Annali de Matematica pura ed applicata, Serie Quarta, 1925.
2. Voir Kendall et Stuart, The advanced Theory of Statistic, tome 1, Charles Griffin and Company Limited, London 1969, pp. 152 et 176.

Comme la courbe contient cinq paramètres indépendants, Amoroso propose d'exprimer à leur aide cinq éléments caractéristiques de la distribution soit par exemple : le revenu minimal, le revenu moyen, le nombre total de revenus, la concentration des détenteurs de revenus et celle des revenus. Tout autre élément peut être exprimé à l'aide de ceux que nous venons de citer et qui peuvent être considérés comme les constantes fondamentales de la distribution des revenus.

Une différence est à relever avec Pareto; Amoroso utilise le nombre de personnes disposant d'un revenu  $x$  alors que Pareto emploie le nombre de personnes ayant un revenu supérieur à  $x$ .

Amoroso montre que la forme de la courbe pour  $x$  compris entre  $h$  et  $\infty$  dépend essentiellement du signe de  $p - s$ ; s'il est négatif, la fonction est toujours décroissante et on a alors une pyramide; s'il est positif, la fonction est croissante, puis décroissante, on obtient donc une toupie.

Pratiquement, Amoroso se donne quatre valeurs de départ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  et  $x_4$  desquelles il soustrait  $h$  ( $h$  correspondant à l'extrême gauche de l'ensemble de définition de la fonction d'Amoroso donc au revenu minimal). Les quatre valeurs  $x_1 - h$ ,  $x_2 - h$ ,  $x_3 - h$  et  $x_4 - h$  doivent être en progression géométrique de telle manière que la quasi totalité des revenus soit comprise entre  $x_1 - h$  et  $x_4 - h$ ; les quatre valeurs correspondantes de  $y$  sont alors déterminées empiriquement à partir de la distribution effective. Il reste à déterminer  $c$ ,  $\gamma$ ,  $s$  et  $p$ .

Pour ce faire, Amoroso démontre que si :

$$T_1 = -\log y_1 + 2 \log y_2 - \log y_3$$

$$T_2 = -\log y_2 + 2 \log y_3 - \log y_4$$

$$T_3 = (x_1 - h)^{\frac{1}{s}} - 2(x_2 - h)^{\frac{1}{s}} + (x_3 - h)^{\frac{1}{s}}$$

$$T_4 = (x_2 - h)^{\frac{1}{s}} - 2(x_3 - h)^{\frac{1}{s}} + (x_4 - h)^{\frac{1}{s}}$$

et 
$$\lambda = \frac{x_{i+1} - h}{x_i}$$

alors, 
$$s = \frac{\log \lambda}{\log T_2 - \log T_1}$$

$$\gamma = \frac{T_i}{T_{i+2}} \quad i = 1, 2$$

$$\frac{p-s}{s} = \frac{\log y_{i+1} - \log y_i + \gamma \left[ (x_{i+1} - h)^{\frac{1}{s}} - (x_i - h)^{\frac{1}{s}} \right]}{\log \lambda} \quad i = 1, 2, 3$$

$$\text{et } \log c = \log y_i + \gamma_1 (x_i - h)^{\frac{1}{s}} - \frac{p-s}{s} \log (x_i - h) \quad i = 1, 2, 3, 4$$

### 2.7.1 Application de la formule d'Amoroso

Dans les trois tableaux présentés ci-après, nous avons appliqué la méthode proposée par Amoroso<sup>1</sup>. La différence entre les trois tableaux réside dans le choix des  $x_i$  et par conséquent des  $y_i$  correspondants. Pour chaque ensemble de quatre couples  $(x, y)$ , on a fait varier le revenu minimal  $h$ .

1. Nous avons fait l'hypothèse d'une distribution uniforme à l'intérieur de chaque classe.

Pour le *tableau 2.22*, les  $x_j$  sont en progression géométrique de raison  $\lambda = 8,5$ ; ils recouvrent assez bien l'ensemble de la distribution (de 1000.- à 614 125.-); malheureusement, la courbe obtenue n'est qu'une approximation très lâche de notre distribution de revenus et ceci pour toutes les valeurs de  $h$  que nous avons choisies. La courbe d'Amoroso est trop "pointue", c'est-à-dire qu'elle prend trop vite des valeurs élevées pour ensuite décroître trop rapidement.

Le choix de valeurs différentes pour les  $x_j$  et pour  $\lambda$  nous fournit les résultats présentés dans le *tableau 2.23*. On remarque immédiatement que les effectifs théoriques pour les classes inférieures sont largement trop grands (les astérisques signifient que l'on a des nombres supérieurs à 999'999 !). Par comparaison avec le *tableau 2.22*, il est intéressant de noter les modifications très importantes qu'occasionnent les changements de valeurs des  $x_j$ .

Le *tableau 2.24* correspond à des  $x_j$  ne recouvrant pas toute la distribution des revenus (contrairement aux indications d'Amoroso). Cet essai n'apporte rien de plus que les deux précédents. On remarque toutefois que la valeur modale, pour chaque valeur de  $h$ , est nettement inférieure à celles des tableaux précédents.

Tableau 2.22

ANNEE DE TAXATION 1974

LAMBDA = 8.50 X1 = 1000. X2 = 8500. X3 = 72250. X4 = 614125.  
 Y1 = 1.16050 Y2 = 2.70900 Y3 = 0.04420 Y4 = 0.00006

| CLASSES DE REVENUS | EFFECTIFS OBSERVES | EFFECTIFS THEORIQUES |       |       |                  |       |        |        |
|--------------------|--------------------|----------------------|-------|-------|------------------|-------|--------|--------|
|                    |                    | H=-1000.             | -500. | 0.    | 500. 1200. 2000. |       |        |        |
| 100. -             | 2000.              | 2321.                | 3893. | 3415. | 2320.            | 606.  | 44.    | 10247. |
| 2100. -            | 4000.              | 4368.                | 7065. | 7674. | 8371.            | 9152. | 10264. | 10247. |
| 4100. -            | 6000.              | 5211.                | 7058. | 7490. | 7996.            | 8601. | 9686.  | 11470. |
| 6100. -            | 8000.              | 5342.                | 6165. | 6314. | 6481.            | 6671. | 6986.  | 7451.  |
| 8100. -            | 10000.             | 5418.                | 5178. | 5140. | 5100.            | 5057. | 4988.  | 4897.  |
| 10100. -           | 12000.             | 5569.                | 4305. | 4165. | 4020.            | 3868. | 3643.  | 3364.  |
| 12100. -           | 14000.             | 5799.                | 3583. | 3393. | 3201.            | 3008. | 2731.  | 2406.  |
| 14100. -           | 16000.             | 6368.                | 2996. | 2787. | 2581.            | 2378. | 2097.  | 1780.  |
| 16100. -           | 18000.             | 6590.                | 2523. | 2312. | 2107.            | 1910. | 1644.  | 1354.  |
| 18100. -           | 20000.             | 6223.                | 2140. | 1935. | 1740.            | 1556. | 1312.  | 1055.  |
| 20100. -           | 22000.             | 5533.                | 1827. | 1634. | 1453.            | 1283. | 1064.  | 837.   |
| 22100. -           | 24000.             | 4750.                | 1571. | 1391. | 1225.            | 1071. | 874.   | 676.   |
| 24100. -           | 26000.             | 3988.                | 1360. | 1193. | 1041.            | 902.  | 727.   | 554.   |
| 26100. -           | 28000.             | 3371.                | 1184. | 1031. | 892.             | 767.  | 611.   | 459.   |
| 28100. -           | 30000.             | 2809.                | 1036. | 896.  | 770.             | 657.  | 519.   | 385.   |
| 30100. -           | 35000.             | 4854.                | 2078. | 1779. | 1513.            | 1277. | 993.   | 725.   |
| 35100. -           | 40000.             | 2672.                | 1553. | 1313. | 1103.            | 920.  | 703.   | 502.   |
| 40100. -           | 45000.             | 1633.                | 1189. | 995.  | 827.             | 683.  | 515.   | 362.   |
| 45100. -           | 50000.             | 973.                 | 929.  | 771.  | 636.             | 521.  | 388.   | 269.   |
| 50100. -           | 55000.             | 631.                 | 738.  | 608.  | 498.             | 405.  | 299.   | 206.   |
| 55100. -           | 60000.             | 449.                 | 595.  | 488.  | 397.             | 321.  | 235.   | 160.   |
| 60100. -           | 65000.             | 353.                 | 487.  | 397.  | 322.             | 259.  | 188.   | 127.   |
| 65100. -           | 70000.             | 266.                 | 402.  | 327.  | 264.             | 211.  | 153.   | 102.   |
| 70100. -           | 75000.             | 221.                 | 336.  | 272.  | 218.             | 174.  | 125.   | 84.    |
| 75100. -           | 80000.             | 169.                 | 283.  | 228.  | 183.             | 146.  | 104.   | 69.    |
| 80100. -           | 100000.            | 467.                 | 767.  | 614.  | 489.             | 387.  | 275.   | 181.   |
| 100100. -          | 120000.            | 241.                 | 444.  | 353.  | 279.             | 219.  | 154.   | 100.   |
| 120100. -          | 140000.            | 170.                 | 277.  | 219.  | 172.             | 135.  | 94.    | 61.    |
| 140100. -          | 160000.            | 93.                  | 183.  | 144.  | 113.             | 88.   | 61.    | 39.    |
| 160100. -          | 180000.            | 79.                  | 126.  | 99.   | 77.              | 60.   | 41.    | 26.    |
| 180100. -          | 200000.            | 50.                  | 90.   | 71.   | 55.              | 43.   | 29.    | 19.    |
| 200100. -          | 250000.            | 72.                  | 134.  | 105.  | 82.              | 63.   | 43.    | 28.    |
| 250100. -          | 300000.            | 45.                  | 71.   | 55.   | 43.              | 33.   | 23.    | 14.    |
| 300100. -          | 400000.            | 46.                  | 65.   | 51.   | 39.              | 30.   | 21.    | 13.    |
| 400100. -          | 500000.            | 21.                  | 28.   | 22.   | 17.              | 13.   | 9.     | 5.     |
| 500100. -          | 600000.            | 20.                  | 14.   | 11.   | 8.               | 6.    | 4.     | 3.     |
| 600100. -          | 700000.            | 6.                   | 7.    | 6.    | 4.               | 3.    | 2.     | 1.     |
| PLUS DE 700000.    |                    | 23.                  | 9.    | 7.    | 6.               | 4.    | 3.     | 2.     |

Tableau 2.23

ANNEE DE TAXATION 1974

LAMBDA = 6.50 X1 = 2400. X2 = 15600. X3 = 101400. X4 = 659100.  
 Y1 = 2.18400 Y2 = 3.18400 Y3 = 0.01205 Y4 = 0.000006

| CLASSES DE REVENUS |   | EFFECTIFS OBSERVES |       |         |         | EFFECTIFS THEORIQUES |         |         |         |       |       |       |       |
|--------------------|---|--------------------|-------|---------|---------|----------------------|---------|---------|---------|-------|-------|-------|-------|
|                    |   | H=-1000.           |       | -500.   |         | 0.                   |         | 500.    |         | 1200. |       | 2000. |       |
| 100.               | - | 2000.              | 2321. | *****   | *****   | *****                | *****   | *****   | *****   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 2100.              | - | 4000.              | 4368. | *****   | *****   | *****                | *****   | *****   | *****   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 4100.              | - | 6000.              | 5211. | 421098. | 574586. | 830925.              | *****   | *****   | *****   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 6100.              | - | 8000.              | 5342. | 101424. | 117930. | 139774.              | 169574. | 233679. | 372203. | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 8100.              | - | 10000.             | 5418. | 39596.  | 42940.  | 46938.               | 51787.  | 60549.  | 74868.  | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 10100.             | - | 12000.             | 5569. | 19735.  | 20607.  | 21596.               | 22722.  | 24592.  | 27284.  | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 12100.             | - | 14000.             | 5799. | 11368.  | 11595.  | 11844.               | 12117.  | 12549.  | 13129.  | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 14100.             | - | 16000.             | 6368. | 7201.   | 7229.   | 7258.                | 7290.   | 7339.   | 7401.   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 16100.             | - | 18000.             | 6590. | 4877.   | 4839.   | 4800.                | 4758.   | 4696.   | 4619.   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 18100.             | - | 20000.             | 6223. | 3471.   | 3414.   | 3355.                | 3294.   | 3203.   | 3093.   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 20100.             | - | 22000.             | 5533. | 2567.   | 2507.   | 2446.                | 2383.   | 2292.   | 2182.   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 22100.             | - | 24000.             | 4750. | 1957.   | 1901.   | 1844.                | 1785.   | 1701.   | 1602.   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 24100.             | - | 26000.             | 3988. | 1529.   | 1478.   | 1427.                | 1375.   | 1301.   | 1214.   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 26100.             | - | 28000.             | 3371. | 1220.   | 1175.   | 1129.                | 1083.   | 1019.   | 944.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 28100.             | - | 30000.             | 2809. | 990.    | 950.    | 910.                 | 870.    | 814.    | 749.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 30100.             | - | 35000.             | 4854. | 1778.   | 1699.   | 1619.                | 1540.   | 1430.   | 1305.   | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 35100.             | - | 40000.             | 2672. | 1177.   | 1118.   | 1060.                | 1003.   | 924.    | 835.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 40100.             | - | 45000.             | 1633. | 822.    | 778.    | 734.                 | 692.    | 633.    | 568.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 45100.             | - | 50000.             | 973.  | 598.    | 564.    | 531.                 | 499.    | 454.    | 405.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 50100.             | - | 55000.             | 631.  | 450.    | 423.    | 397.                 | 372.    | 337.    | 300.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 55100.             | - | 60000.             | 449.  | 347.    | 326.    | 305.                 | 285.    | 258.    | 228.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 60100.             | - | 65000.             | 353.  | 274.    | 257.    | 240.                 | 224.    | 202.    | 178.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 65100.             | - | 70000.             | 266.  | 220.    | 206.    | 192.                 | 179.    | 161.    | 142.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 70100.             | - | 75000.             | 221.  | 180.    | 168.    | 157.                 | 146.    | 131.    | 115.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 75100.             | - | 80000.             | 169.  | 149.    | 139.    | 129.                 | 120.    | 108.    | 94.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 80100.             | - | 100000.            | 467.  | 391.    | 364.    | 338.                 | 313.    | 280.    | 244.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 100100.            | - | 120000.            | 241.  | 222.    | 206.    | 191.                 | 176.    | 157.    | 136.    | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 120100.            | - | 140000.            | 170.  | 138.    | 128.    | 118.                 | 109.    | 97.     | 84.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 140100.            | - | 160000.            | 93.   | 92.     | 85.     | 79.                  | 72.     | 64.     | 55.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 160100.            | - | 180000.            | 79.   | 65.     | 60.     | 55.                  | 51.     | 45.     | 38.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 180100.            | - | 200000.            | 50.   | 47.     | 43.     | 40.                  | 37.     | 32.     | 28.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 200100.            | - | 250000.            | 72.   | 73.     | 68.     | 62.                  | 57.     | 50.     | 43.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 250100.            | - | 300000.            | 45.   | 41.     | 38.     | 35.                  | 32.     | 28.     | 24.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 300100.            | - | 400000.            | 46.   | 42.     | 39.     | 35.                  | 32.     | 28.     | 24.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 400100.            | - | 500000.            | 21.   | 20.     | 19.     | 17.                  | 16.     | 14.     | 12.     | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 500100.            | - | 600000.            | 20.   | 11.     | 10.     | 10.                  | 9.      | 8.      | 6.      | ***** | ***** | ***** | ***** |
| 600100.            | - | 700000.            | 6.    | 7.      | 6.      | 6.                   | 5.      | 5.      | 4.      | ***** | ***** | ***** | ***** |
| PLUS DE 700000.    |   |                    | 23.   | 13.     | 12.     | 11.                  | 10.     | 8.      | 7.      | ***** | ***** | ***** | ***** |

Tableau 2.24

ANNEE DE TAXATION 1974

LAMBDA = 6.50 X1 = 1000. X2 = 6500. X3 = 42250. X4 = 274625.  
 Y1 = 1.16050 Y2 = 2.67100 Y3 = 0.32660 Y4 = 0.00090

| CLASSES DE REVENUS | EFFECTIFS OBSERVES | EFFECTIFS THEORIQUES |       |       |       |        |       |
|--------------------|--------------------|----------------------|-------|-------|-------|--------|-------|
|                    |                    | H=-1000.             | -500. | 0.    | 500.  | 1200.  | 2000. |
| 100. - 2000.       | 2321.              | 8445.                | 5391. | 2321. | 342.  | 2.     | 38.   |
| 2100. - 4000.      | 4368.              | 7702.                | 6602. | 5182. | 3497. | 1195.  | 38.   |
| 4100. - 6000.      | 5211.              | 6282.                | 5990. | 5576. | 4995. | 3799.  | 0.    |
| 6100. - 8000.      | 5342.              | 5062.                | 5126. | 5223. | 5371. | 5745.  | 0.    |
| 8100. - 10000.     | 5418.              | 4103.                | 4327. | 4675. | 5243. | 6873.  | 0.    |
| 10100. - 12000.    | 5569.              | 3358.                | 3650. | 4114. | 4904. | 7393.  | 0.    |
| 12100. - 14000.    | 5799.              | 2778.                | 3090. | 3598. | 4493. | 7515.  | 0.    |
| 14100. - 16000.    | 6368.              | 2321.                | 2630. | 3144. | 4072. | 7388.  | 0.    |
| 16100. - 18000.    | 6590.              | 1956.                | 2252. | 2750. | 3670. | 7113.  | 0.    |
| 18100. - 20000.    | 6223.              | 1662.                | 1939. | 2411. | 3300. | 6755.  | 0.    |
| 20100. - 22000.    | 5533.              | 1423.                | 1680. | 2121. | 2965. | 6356.  | 0.    |
| 22100. - 24000.    | 4750.              | 1227.                | 1462. | 1871. | 2665. | 5945.  | 0.    |
| 24100. - 26000.    | 3988.              | 1064.                | 1279. | 1656. | 2397. | 5536.  | 0.    |
| 26100. - 28000.    | 3371.              | 928.                 | 1124. | 1471. | 2159. | 5141.  | 0.    |
| 28100. - 30000.    | 2809.              | 813.                 | 992.  | 1310. | 1948. | 4765.  | 0.    |
| 30100. - 35000.    | 4854.              | 1632.                | 2012. | 2695. | 4084. | 10402. | 0.    |
| 35100. - 40000.    | 2672.              | 1217.                | 1520. | 2069. | 3205. | 7580.  | 0.    |
| 40100. - 45000.    | 1633.              | 927.                 | 1169. | 1613. | 2543. | 2112.  | 0.    |
| 45100. - 50000.    | 973.               | 719.                 | 914.  | 1274. | 2039. | 0.     | 0.    |
| 50100. - 55000.    | 631.               | 566.                 | 725.  | 1019. | 1650. | 0.     | 0.    |
| 55100. - 60000.    | 449.               | 452.                 | 581.  | 824.  | 1347. | 0.     | 0.    |
| 60100. - 65000.    | 353.               | 365.                 | 472.  | 672.  | 1108. | 0.     | 0.    |
| 65100. - 70000.    | 266.               | 297.                 | 386.  | 554.  | 919.  | 0.     | 0.    |
| 70100. - 75000.    | 221.               | 245.                 | 319.  | 459.  | 767.  | 0.     | 0.    |
| 75100. - 80000.    | 169.               | 203.                 | 265.  | 384.  | 644.  | 0.     | 0.    |
| 80100. - 100000.   | 467.               | 526.                 | 692.  | 1008. | 1708. | 0.     | 0.    |
| 100100. - 120000.  | 241.               | 283.                 | 374.  | 549.  | 939.  | 0.     | 0.    |
| 120100. - 140000.  | 170.               | 163.                 | 216.  | 318.  | 547.  | 0.     | 0.    |
| 140100. - 160000.  | 93.                | 99.                  | 132.  | 194.  | 334.  | 0.     | 0.    |
| 160100. - 180000.  | 79.                | 63.                  | 84.   | 123.  | 212.  | 0.     | 0.    |
| 180100. - 200000.  | 50.                | 41.                  | 55.   | 81.   | 139.  | 0.     | 0.    |
| 200100. - 250000.  | 72.                | 53.                  | 71.   | 104.  | 177.  | 0.     | 0.    |
| 250100. - 300000.  | 45.                | 23.                  | 30.   | 44.   | 0.    | 0.     | 0.    |
| 300100. - 400000.  | 46.                | 16.                  | 21.   | 30.   | 0.    | 0.     | 0.    |
| 400100. - 500000.  | 21.                | 4.                   | 6.    | 8.    | 0.    | 0.     | 0.    |
| 500100. - 600000.  | 20.                | 1.                   | 2.    | 3.    | 0.    | 0.     | 0.    |
| 600100. - 700000.  | 6.                 | 0.                   | 0.    | 1.    | 0.    | 0.     | 0.    |
| PLUS DE 700000.    | 23.                | 0.                   | 0.    | 0.    | 0.    | 0.     | 0.    |

## 2.8 CONCLUSION

Les différentes méthodes d'ajustement de la distribution des revenus proposées dans la littérature recèlent toutes indéniablement certaines qualités; elles s'adaptent généralement fort bien à l'une ou l'autre distribution particulière mais ne permettent pas sans autre une extension à n'importe quelles données. L'utilisation de statistiques fiscales explique certainement une bonne partie des différences existant entre diverses distributions des revenus, ceci en raison notamment des particularités de chaque régime fiscal (exemptions, abattements etc.) et de la fraude.

La combinaison des deux formules de Gini conduit incontestablement aux meilleurs ajustements pour les distributions de revenus à notre disposition. La loi lognormale et celle de Pareto ne fournissent de bons résultats que sur une partie de la distribution, mais, étant donné leur complémentarité, on peut envisager d'ajuster le début de la distribution au moyen de la loi lognormale et le reste à l'aide de la loi de Pareto.

Notons d'autre part que les modifications dans la répartition des revenus entre les diverses classes, modifications dues à des causes autres que l'inflation, pressenties lors de l'étude de l'élasticité, sont confirmées par les différentes méthodes d'analyse de la distribution des revenus.

TROISIEME PARTIE



### 3. SIMULATION

=====

#### 3.1 INTRODUCTION

Comme nous l'avons déjà souligné précédemment, la période 1965 - 1974 a été caractérisée du point de vue conjoncturel par une forte expansion et une surchauffe économique traduite par des taux d'inflation records (l'indice suisse des prix à la consommation a passé de 214,8 à 345,4). Une telle hausse des prix a eu pour conséquence que partout la question s'est posée très sérieusement de savoir s'il fallait ajuster automatiquement les variables économiques clés afin de supprimer les effets de redistribution inopportuns.

En ce qui concerne l'IRPP, on constate que si le revenu ou du moins certaines de ses composantes (comme les salaires notamment) ont été indexés régulièrement en fonction des prix, les barèmes d'imposition n'ont généralement subi que peu de modifications. Or la rigidité d'un barème progressif à abattements forfaitaires en période d'inflation entraîne une augmentation des recettes fiscales fort appréciée par les finances publiques mais également une redistribution de la charge fiscale entre les contribuables, peu souhaitable, bien connue sous les termes de progression à froid ou de freinage nominal par l'impôt. Comme d'autre part l'élasticité du taux moyen par rapport au revenu imposable tend, toutes choses restant égales par ailleurs, vers un<sup>1</sup> ce qui signifie que le

1. Voir à ce sujet le § 1.2.5 Analyse de la valeur théorique de l'élasticité.

taux d'augmentation des recettes est dégressif, le côté positif de la non-modification du barème (à savoir l'augmentation des recettes) est nettement moins évident et risque de ne pas se poursuivre éternellement.

Pour lutter contre les aspects indésirables de la progression à froid, on a le choix entre une indexation automatique, d'une part, et des mesures discrétionnaires d'autre part. Le système d'adaptation automatique de l'impôt en fonction de l'inflation n'a semble-t-il aucune chance d'être pris en considération dans notre canton dans un court délai; mais, d'autre part, le type même du barème de l'IRPP n'est pas adapté au régime des mesures discrétionnaires de par son manque de souplesse. Dans cette dernière partie nous avons utilisé un modèle de simulation pour comparer le tarif d'impôt actuel avec d'autres types de barèmes plus souples d'emploi. Il est très important de noter que nous ne prétendons pas que les barèmes particuliers que nous avons utilisés sont substituables tels quels au barème existant; nous insistons sur le fait que c'est le type de barème qui nous paraît intéressant; quant au choix de la fonction utilisée en dernier lieu, les possibilités sont multiples.

### 3.2 MODELES DE SIMULATION

La détermination de la recette fiscale procurée par l'application de la fonction d'imposition sur le revenu choisie à une population donnée peut être présentée par un modèle constitué par l'équation suivante :

$$P = \int_0^{\infty} N f(r) \Lambda(r) dr \quad (3.1)$$

où P représente la recette fiscale totale, r, le revenu, N le nombre total de contribuables, f, la fonction d'imposition et  $\Lambda$  la fonction de densité de probabilité de la distribution des revenus.

Le revenu total est donné par :

$$R = \int_0^{\infty} N \cdot r \cdot \Lambda(r) dr \quad (3.2)$$

Dans notre cas, comme nous ne connaissons pas de manière absolument certaine le nombre total de contribuables pour certaines années, nous avons supprimé la multiplication par N dans (3.1) et (3.2) ce qui fait que P et R représentent respectivement la moyenne par contribuable de la recette fiscale et du revenu et non plus la recette fiscale et le revenu total eux-mêmes.

En prenant successivement pour  $\Lambda(x)$ , le barème du canton de Neuchâtel et deux autres fonctions d'imposition, ce modèle va nous permettre de simuler les effets des modifications apportées en regard de l'évolution de la distribution des revenus.

### 3.3 FONCTIONS D'IMPOSITION

#### 3.3.1 Critique du barème actuel

Nous avons présenté ci-dessus (première partie) les caractéristiques du type de barème actuellement appliqué dans le canton de Neuchâtel; nous lui trouvons les inconvénients suivants :

- la détermination de la longueur des tranches et des taux qui y sont appliqués est plus ou moins arbitraire
- le taux marginal augmente par sauts
- le taux marginal décroît à partir d'une certaine valeur
- la croissance du taux réel dans chaque classe n'est pas régulière : à une forte augmentation résultant du passage d'une catégorie à l'autre succède un ralentissement progressif jusqu'à la limite supérieure de la catégorie (voir *figure 3.1*)

Le recours à une fonction d'imposition continue permet de remédier à une grande partie de ces défauts tout en permettant une souplesse d'utilisation incomparablement plus grande.

#### 3.3.2 Choix de la fonction d'imposition

Pour remédier aux défauts que nous avons énumérés dans le paragraphe précédent (3.3.1) il convient d'adopter une fonction convexe vers le bas admettant une asymptote oblique ou représentée par une droite à partir d'un niveau de revenu déterminé (*figure 3.2*).

figure 3.1

t  
(taux réel)

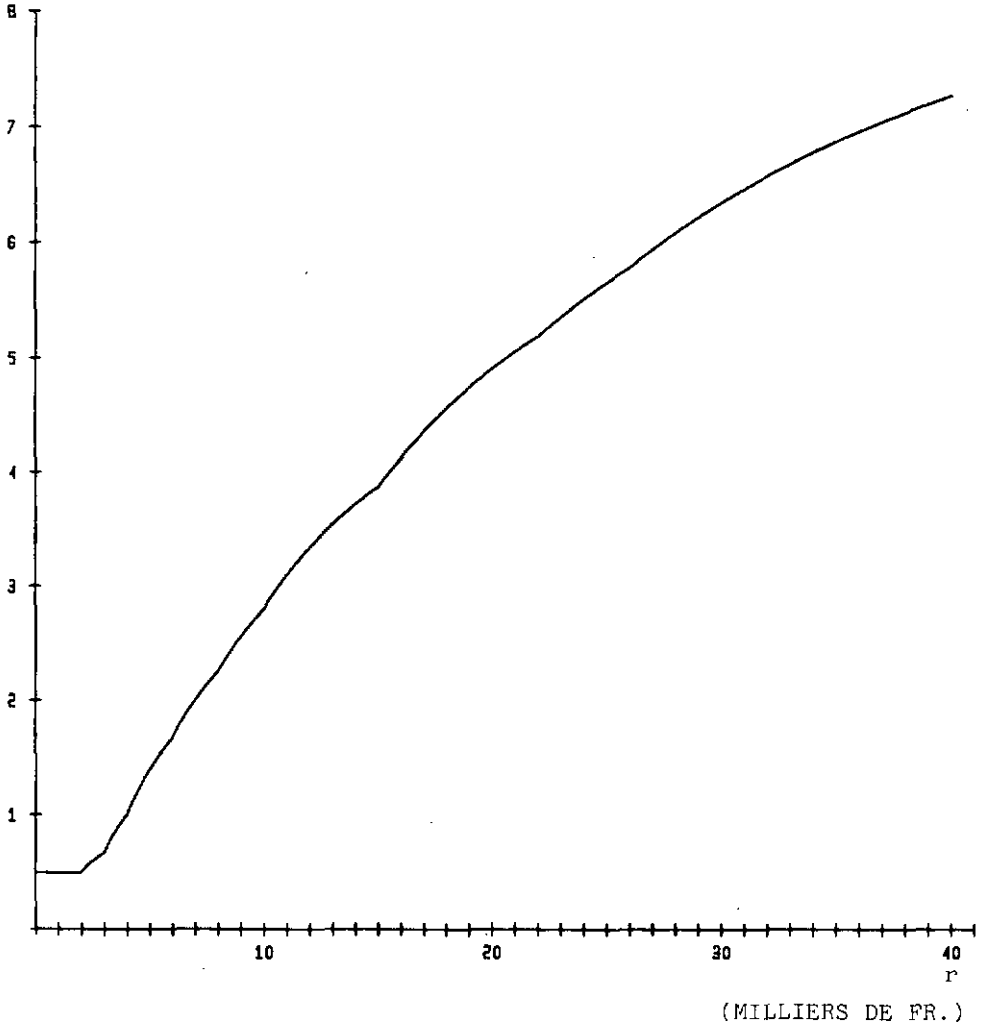
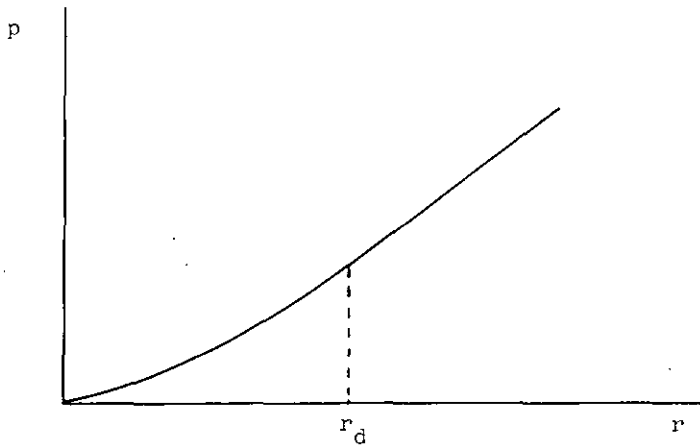
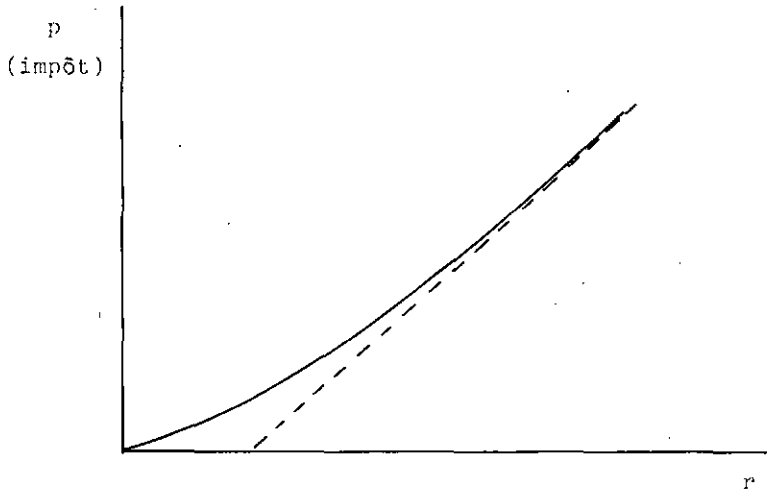


figure 3.2



Cette fonction<sup>1</sup> sera notée de la façon suivante :

$$p = f(r) \quad (3.3)$$

avec  $r$  : revenu

et  $p$  : impôt correspondant.

Nous avons choisi d'utiliser dans notre modèle de simulation deux fonctions proposées par M. P. Burgat<sup>2</sup> qui nous paraissent répondre aux buts que nous nous sommes fixés. La première de ces fonctions,  $f_1$ , est de la forme :

$$p = ar - b + be^{-\alpha r} \quad , \quad (3.4)$$

$a, b$  et  $\alpha$  : constantes positives

elle admet pour asymptote la droite  $y = ar - b$  puisque  $be^{-\alpha r} \rightarrow 0$  quand  $x \rightarrow +\infty$ .

La fonction "taux marginal" est donnée par :

$$m = a - \alpha be^{-\alpha r} \quad ; \quad (3.5)$$

$a$  est le taux marginal limite, choisi *a priori* vers lequel tend  $m$ .

$b$  et  $\alpha$  sont déterminés par résolution du système d'équations obtenu en introduisant dans (3.5) les valeurs du taux marginal initial,  $t_0$ , relatif au revenu nul d'une part, celle d'un taux  $t_1$  et du

1. Nous utiliserons une fonction continue pour des raisons évidentes de simplicité, mais le passage à une présentation plus traditionnelle, par tranche de 100.-, est aisé.
2. P. Burgat, Variation du taux marginal de l'impôt progressif en fonction du revenu, Revue suisse d'économie politique et de statistique, 101e année, fasc. 4, 1965 et Condition de non-décroissance du taux marginal d'un impôt progressif, Revue suisse d'économie politique et de statistique, 113e année, fasc. 2, 1977.

revenu correspondant  $r_1$  d'autre part. On obtient :

$$\alpha = \frac{1}{r_1} \ln \frac{a - t_0}{a - t_1} \quad (3.6)$$

$$b = \frac{(a - t_0) r_1}{\ln \frac{a - t_0}{a - t_1}} \quad (3.7)$$

Le taux réel, égal à  $\frac{p}{r}$ , est donné par l'équation

$$t = a - \frac{b}{r} + b \frac{e^{-\alpha r}}{r} \quad (3.8)$$

$t$  tend vers  $a$  quand  $r$  tend vers  $\infty$ .

La deuxième fonction,  $f_2$ , permet de choisir le niveau de revenu, représenté par le paramètre  $r_d$ , à partir duquel le taux marginal est constant; elle se présente comme suit :

$$p = \begin{cases} ar - b(r_d - \frac{1}{\alpha}) + b(r_d - r - \frac{1}{\alpha})e^{-\alpha r} & (0 \leq r \leq r_d) \\ ar - b \left[ r_d - \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha r_d}) \right] & (r \geq r_d) \end{cases} \quad (3.9)$$

avec la fonction "taux marginal" correspondante :

$$m = \begin{cases} a - \alpha b(r_d - r)e^{-\alpha r} & (0 \leq r \leq r_d) \\ a & (r \geq r_d) \end{cases} \quad (3.10)$$

La détermination de  $\alpha$  et  $b$  est analogue à celle des paramètres dans le cas de la fonction  $f_1$ .

$$\alpha = \frac{1}{r_1} \ln \frac{(a-t_0)(r_d-r_1)}{(a-t_1)r_d} \quad (3.11)$$

$$b = \frac{(a-t_0)r_1}{r_d} \left[ \ln \frac{(a-t_0)(r_d-r_1)}{(a-t_1)r_d} - 1 \right] \quad (3.12)$$

Ici également  $\alpha$  et  $b$  doivent être positifs.

On vérifie aisément que les dérivées secondes de (3.4) et (3.9) sont  $\geq 0$  ; par conséquent le taux marginal ne peut pas décroître et les fonctions d'imposition sont convexes vers le bas.

### 3.4 LA DISTRIBUTION DES REVENUS

Dans la deuxième partie de notre étude, nous avons énuméré les qualités et les défauts de quelques fonctions généralement utilisées pour décrire la distribution des revenus. Sur la base de ces renseignements, nous allons maintenant nous efforcer de choisir la fonction s'adaptant le mieux à notre modèle de simulation.

Le recours à la formule de Gini, qui procure les meilleurs résultats pour l'ajustement, ne serait pas très heureux car il nécessite la connaissance du revenu total par classe, données statistiques que nous ne possédons pas pour toutes les années, ce qui nous obligerait à introduire des hypothèses supplémentaires. Quant à la loi lognormale et à celle de Pareto, nous avons constaté qu'elles ne pouvaient ni l'une ni l'autre décrire la distribution dans son ensemble. Nous avons donc opté pour l'utilisation de la loi lognormale à trois paramètres

pour la première partie de la distribution et de la loi de Pareto pour la seconde. Le passage d'une loi à l'autre est effectué pour un revenu déterminé empiriquement sur la base des distributions annuelles pour lesquelles nous disposons d'une statistique complète<sup>1</sup>.

### 3.4.1 Estimation des paramètres

#### 3.4.1.1 Loi lognormale tronquée à trois paramètres

Sur la base des données statistiques complètes on détermine les quantiles et médianes de cinq distributions annuelles (1966, 1970, 1972, 1973, 1974); ces paramètres sont ensuite utilisés pour effectuer trois régressions qui permettent d'obtenir une estimation des quantiles et de la médiane de chaque distribution annuelle pour toute la période prise en considération.

Les trois équations de régression sont les suivantes<sup>2</sup>:

pour le premier décile :

$$\ln H = 0,13288 \tau + 6,95550$$

$$\sigma \quad (0,01841)$$

$$t \quad ((7,22))$$

$$\rho = 0,97239$$

1. Ces données statistiques permettent de constater que la loi de Pareto s'applique à une proportion constante de la population totale (environ 5,2 %), proportion que nous avons également utilisée pour les années où le détail de la distribution n'est pas connu.
2. Dans la troisième partie c'est  $\rho$  qui représente le coefficient de corrélation,  $r$  étant réservé au revenu.

pour la médiane :

$$\begin{aligned} \ln D &= 0,09749 \tau + 8,70253 \\ \sigma & \quad (0,00549) \\ t & \quad ((17,77)) \end{aligned}$$

$$\rho = 0,99528$$

pour le dernier décile :

$$\begin{aligned} \ln W &= 0,09301 \tau + 9,38345 \\ \sigma & \quad (0,00441) \\ t & \quad ((21,09703)) \end{aligned}$$

$$\rho = 0,99665$$

( $\tau$  représente le temps exprimé en années compté à partir de 1).

Connaissant le premier décile, la médiane et le dernier décile pour chaque distribution annuelle, il nous est dès lors aisé de retrouver les paramètres de la loi lognormale,  $\mu$ ,  $\sigma$  et  $c$ <sup>1</sup>:

|        | $\mu$    | $\sigma$ | $c$   |
|--------|----------|----------|-------|
| 1965 : | 10,48168 | 0,12906  | 29022 |
| 1966 : | 10,57779 | 0,12814  | 31940 |
| 1967 : | 10,67236 | 0,12740  | 35084 |
| 1968 : | 10,76388 | 0,12702  | 38393 |
| 1969 : | 10,85309 | 0,12691  | 41895 |
| 1970 : | 10,94030 | 0,12702  | 45602 |
| 1971 : | 11,02422 | 0,12751  | 49434 |
| 1972 : | 11,10565 | 0,12830  | 53419 |
| 1973 : | 11,18346 | 0,12952  | 57459 |
| 1974 : | 11,25933 | 0,13098  | 61647 |

1. Pour retrouver ces paramètres il suffit en effet de recourir aux équations 2.6 à 2.8 du § 2.4, La loi lognormale à trois paramètres.

### 3.4.1.2 Loi de Pareto tronquée

L'application de la formule de Pareto à la seconde partie de la distribution des revenus des cinq années de base conduit aux expressions suivantes :

$$\begin{aligned} 1966 : \quad \ln N &= 1,9208 \ln r + 27,7190 \\ \sigma & \quad (0,04686) \\ t & \quad ((40,98)) \end{aligned}$$

$$\rho = -0,99246$$

$$\begin{aligned} 1970 : \quad \ln N &= 1,8443 \ln r + 27,3974 \\ \sigma & \quad (0,01804) \\ t & \quad ((102,17)) \end{aligned}$$

$$\rho = -0,99887$$

$$\begin{aligned} 1972 : \quad \ln N &= 1,8211 \ln r + 27,4686 \\ \sigma & \quad (0,01052) \\ t & \quad ((173,00)) \end{aligned}$$

$$\rho = -0,99953$$

$$\begin{aligned} 1973 : \quad \ln N &= 1,8622 \ln r + 28,0713 \\ \sigma & \quad (0,01231) \\ t & \quad ((151,19)) \end{aligned}$$

$$\rho = -0,99945$$

$$\begin{aligned} 1974 : \quad \ln N &= 1,8793 \ln r + 28,4346 \\ \sigma & \quad (0,01286) \\ t & \quad ((146,12)) \end{aligned}$$

$$\rho = -0,99944$$

On remarque que les paramètres  $\beta$  et  $A$  ont une évolution assez peu marquée, à tendance indéterminée. Dès lors il nous a paru logique d'utiliser comme estimation de  $\beta$  et de  $A$  les moyennes respectives de ces deux paramètres sur les cinq années de base, soit  $\bar{\beta} = 1,8655$  et  $\bar{A} = 27,8182$ .

### 3.4.2 Passage d'une fonction de distribution à l'autre

Etant admis le principe de l'emploi de deux lois tronquées pour ajuster la distribution des revenus, il s'agit de déterminer pour chaque année le revenu limite  $r^*$  où s'effectuera le passage de la loi log-normale à celle de Pareto. Les cinq distributions annuelles connues nous permettent d'obtenir cinq revenus limites<sup>1</sup> sur la base desquels nous allons effectuer une régression afin d'être à même d'obtenir par interpolation les données manquantes.

$$\begin{aligned} \ln r^* &= 0,08872 \tau + 9,30661 \\ \sigma & \quad (0,00329) \\ t & \quad ((26,96)) \end{aligned}$$

$$\rho = 0,99794$$

permet donc de calculer les différentes valeurs de  $r^*$  :

|      |   |       |
|------|---|-------|
| 1965 | : | 19837 |
| 1966 | : | 21678 |
| 1967 | : | 23689 |

1. Voir à ce sujet le § 3.4, La distribution des revenus.

|      |   |       |
|------|---|-------|
| 1968 | : | 25887 |
| 1969 | : | 28288 |
| 1970 | : | 30913 |
| 1971 | : | 33780 |
| 1972 | : | 36915 |
| 1973 | : | 40340 |
| 1974 | : | 44082 |

D'autre part les fonctions de distribution des revenus doivent satisfaire aux deux conditions suivantes :

- Il faut que la loi de Pareto s'applique à environ 5,2 % de la population, par conséquent on doit avoir :

$$\lambda \int_{r^*}^{\infty} \frac{\beta A}{r^{\beta+1}} dr = 0,052 \quad (3.13)$$

- Etant donné que la fonction de distribution des revenus est une densité de probabilité, il faut que :

$$\nu \int_c^{r^*+c} \frac{1}{r\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln r - \mu)^2}{2\sigma^2}} = 0,948 \quad (3.14)$$

A, B, c, r\*, u et  $\sigma$  sont les paramètres connus des deux lois;  $\lambda$  et  $\nu$ , inconnus, sont introduits de manière à obtenir les égalités (3.13) et (3.14).

Les figures 3.3 et 3.4 présentent les dix distributions annuelles satisfaisant à toutes les conditions posées, respectivement pour la loi lognormale et pour celle de Pareto.

figure 3.3

Loi lognormale tronquée à trois paramètres (de 1965 à 1974)

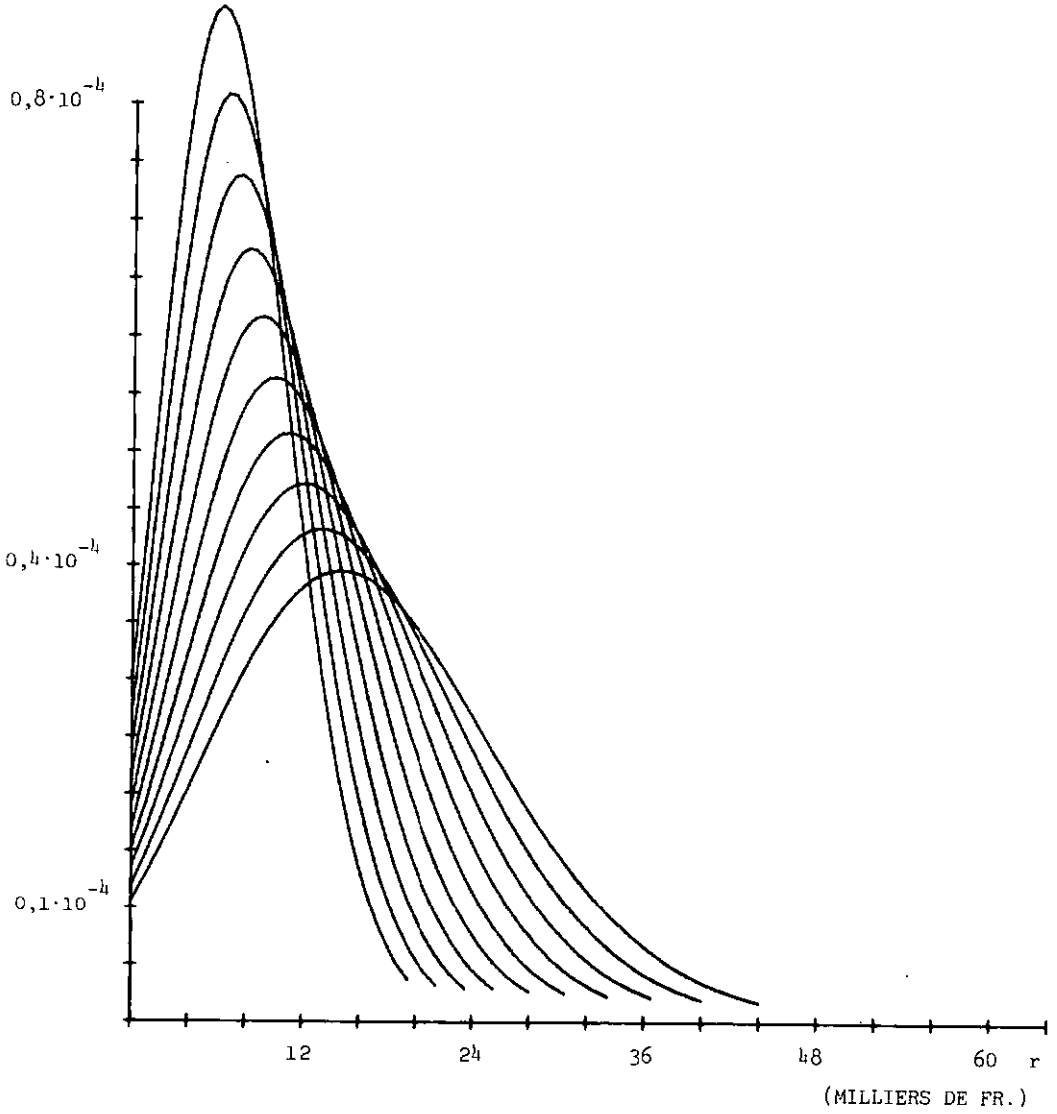
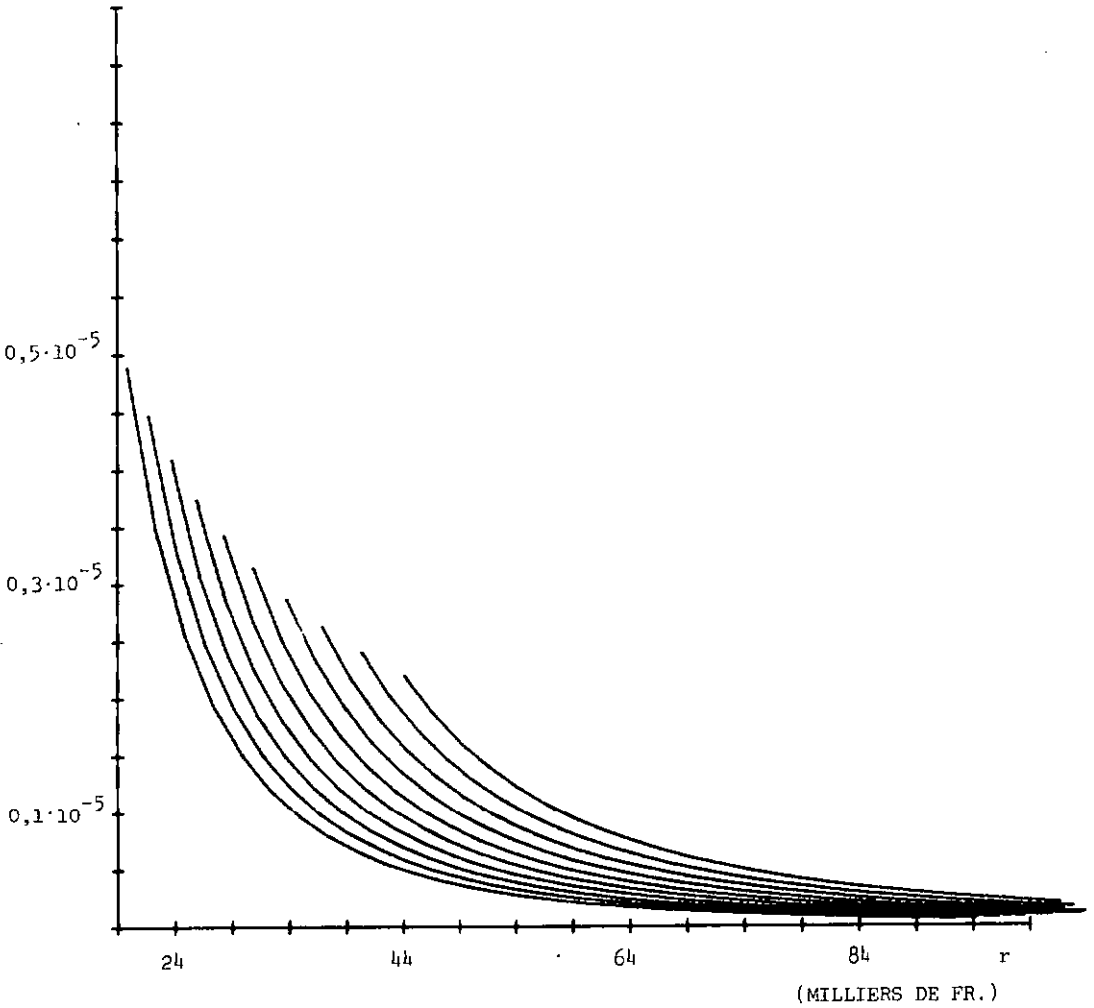


figure 3.4

Loi de Pareto tronquée (de 1965 à 1974)



### 3.5 PRESENTATION DES RESULTATS

La simulation a été effectuée en trois phases bien distinctes : la première avec le barème de la loi cantonale afin d'établir une base de comparaison pour la suite, les deux autres respectivement avec les deux fonctions d'imposition  $f_1$  et  $f_2$ .

#### 3.5.1 Simulation avec le barème actuel

La troisième colonne du *tableau 3.1* présente les résultats obtenus par l'application de nos fonctions de distribution de revenu au barème de la loi cantonale en vigueur depuis 1965 (en tenant compte des modifications apportées en cours de période).

La *figure 3.5* permet d'observer l'évolution de l'élasticité du taux moyen par rapport au revenu durant la période considérée. En raison des hypothèses que nous avons faites quant à l'évolution de la distribution des revenus (voir § 3.4) il est normal que ce graphe soit moins tourmenté que celui obtenu avec les valeurs effectives de  $E_{T/R}$  (première partie, *figure 1.3*). La chute enregistrée pour 71/72 s'explique par la modification de la loi. D'autre part on remarque très bien sur la *figure 3.5* la tendance décroissante de  $E_{T/R}$  conformément à ce que nous attendions<sup>1</sup>.

1. Voir à ce sujet le § 1.2.5, Analyse de la valeur théorique de l'élasticité.

Tableau 3.1

PRODUIT DE LA TAXATION<sup>1</sup>

| Année | Revenu | Loi fonction $f_1$ |                 |           |           |           |           |           |           |      |  |
|-------|--------|--------------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|--|
|       |        | cantonale          | $x_1 = 14500.-$ | $14750.-$ | $15000.-$ | $15250.-$ | $15500.-$ | $15750.-$ | $16000.-$ |      |  |
| 1     | 2      | 3                  | 4               | 5         | 6         | 7         | 8         | 9         | 10        |      |  |
| 1965  | 9105   | 374                | 375             | 371       | 367       | 363       | 359       | 356       | 352       | 352  |  |
| 1966  | 9989   | 430                | 433             | 429       | 425       | 420       | 416       | 412       | 408       | 408  |  |
| 1967  | 10960  | 495                | 501             | 498       | 491       | 486       | 482       | 477       | 472       | 472  |  |
| 1968  | 12025  | 570                | 579             | 574       | 568       | 562       | 557       | 552       | 546       | 546  |  |
| 1969  | 13192  | 654                | 669             | 662       | 656       | 650       | 643       | 637       | 632       | 632  |  |
| 1970  | 14472  | 751                | 772             | 764       | 757       | 750       | 743       | 736       | 729       | 729  |  |
| 1971  | 15875  | 848                | 889             | 881       | 873       | 865       | 857       | 849       | 841       | 841  |  |
| 1972  | 17415  | 975                | 1024            | 1014      | 1005      | 996       | 987       | 978       | 970       | 970  |  |
| 1973  | 19103  | 1121               | 1177            | 1167      | 1156      | 1146      | 1136      | 1126      | 1117      | 1117 |  |
| 1974  | 20953  | 1285               | 1352            | 1340      | 1329      | 1317      | 1306      | 1295      | 1284      | 1284 |  |

Les chiffres en italique correspondent pour chaque année aux valeurs de  $f_1$  s'approchant le plus de celles de la loi cantonale.

1. Rappel : nous calculons la moyenne par contribuable du produit de la taxation (voir à ce sujet le § 3.2 Modèles de simulation).

figure 3.5

$E_{T/R}$  (loi cantonale)

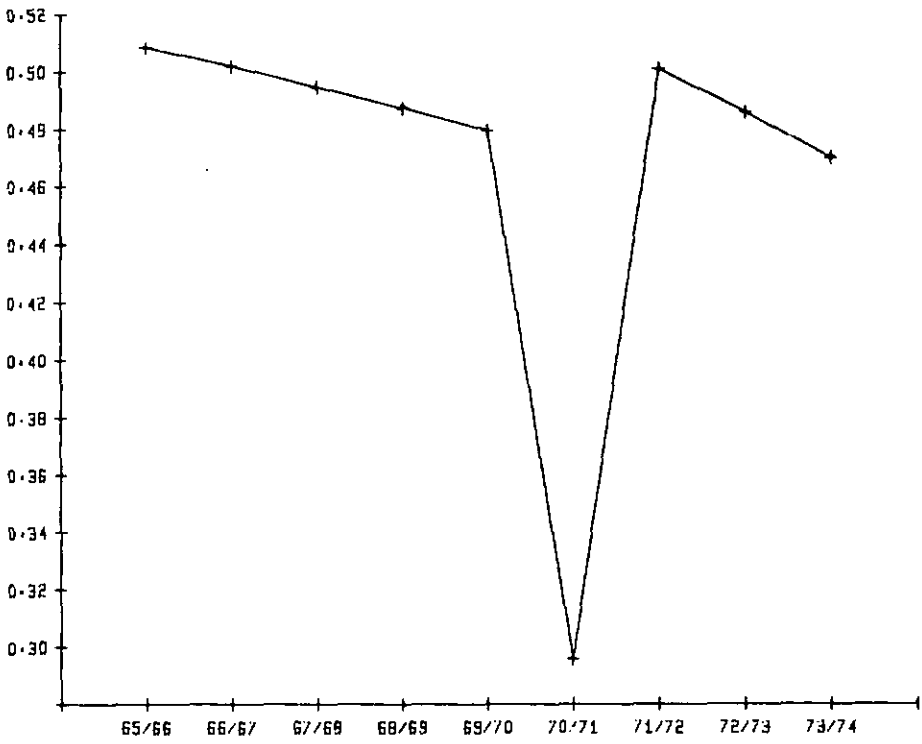
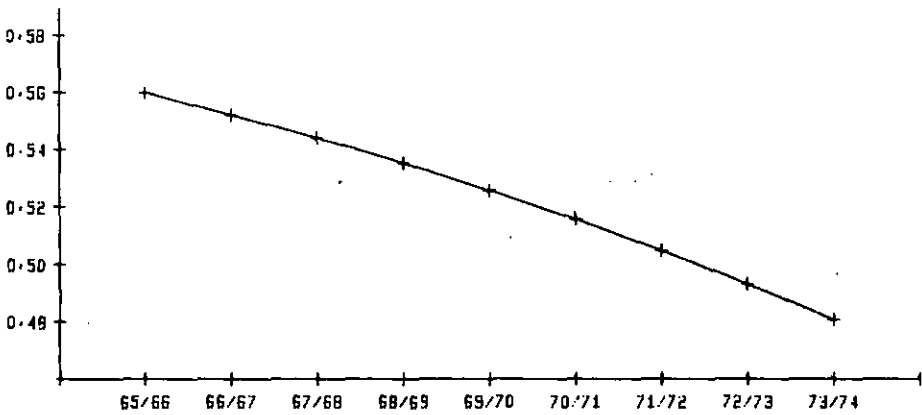


figure 3.6

$E_{T/R}$  (fonction  $f_1$ ,  $x_1 = 14500.-$ )



### 3.5.2 Simulation avec la fonction d'imposition $f_1$

Avec la fonction d'imposition  $f_1$  et les valeurs 0 pour le taux initial et 0,07 pour le taux  $t_1$  correspondant à un revenu  $r_1 = 14\ 500.-$ , on obtient pour la moyenne du produit de la taxation en 1965 une somme très proche de celle obtenue avec le barème de la loi cantonale. On remarque, par contre que pour 1966 déjà (voir *tableau 3.1* et *figure 3.7*) notre modèle fournit une charge fiscale moyenne supérieure et que l'écart va en s'amplifiant avec les années. Pour que les valeurs obtenues avec notre fonction  $f_1$  soient également proches de celles obtenues avec le barème officiel pour les autres années, il faut modifier un ou plusieurs des trois paramètres de départ de la fonction d'imposition. Afin de simplifier la présentation, nous avons choisi de ne modifier que le paramètre  $r_1$ , la modification consistant en un accroissement dont le pas est 250.-. Cette manière de procéder permet de constater la facilité d'adaptation de notre fonction d'imposition. En effet, la comparaison des colonnes 4 à 10 du *tableau 3.1* avec la 3ième colonne de ce même tableau montre bien qu'il serait aisé, avec la fonction  $f_1$ , d'obtenir des sommes très proches de celles auxquelles conduit le barème de la loi cantonale<sup>1</sup>.

1. Ceci démontre la souplesse d'utilisation de la fonction d'imposition utilisée mais ne signifie nullement, nous le soulignons encore une fois, que cette fonction pourrait être substituée sans autre au barème de la loi cantonale.

figure 3.7

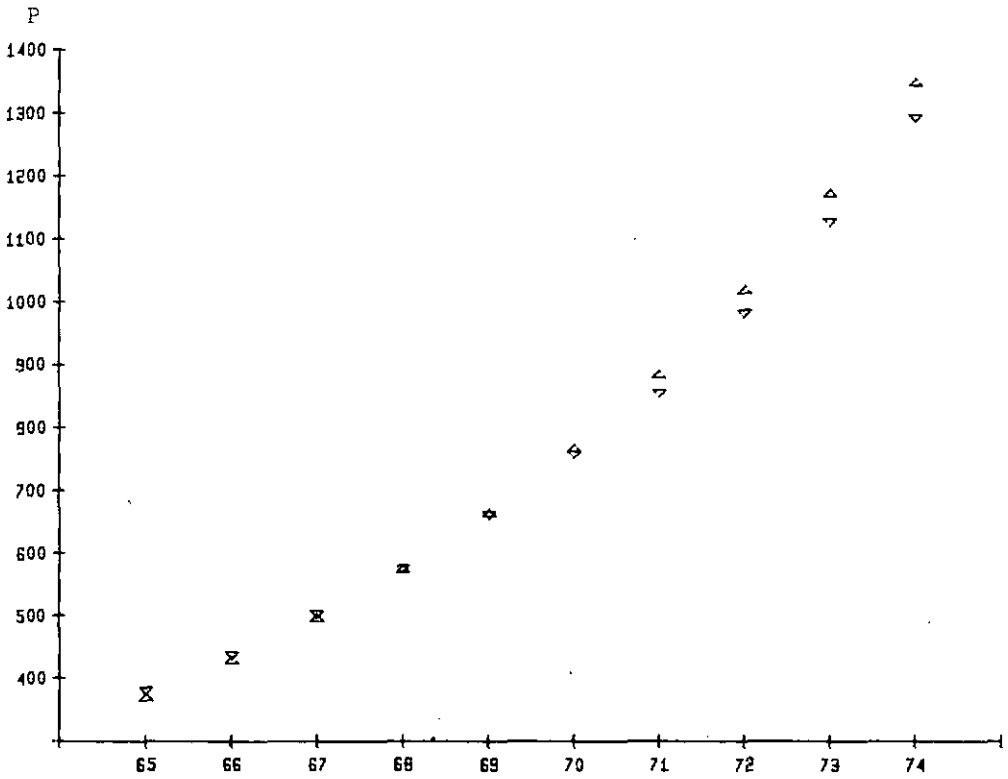


Tableau 3.2 Fonction d'imposition  $f_1$ , évolution de l'impôt, du taux marginal et du taux réel pour trois valeurs différentes de  $r_1$ .

ANNEE DE TAXATION 65

a = 14.0

| $\bar{r}$ | $r_1 = 14500.-$ |      |      | $r_1 = 14750.-$ |      |      | $r_1 = 15000.-$ |      |      |
|-----------|-----------------|------|------|-----------------|------|------|-----------------|------|------|
|           | p               | m    | t    | p               | m    | t    | p               | m    | t    |
| 1102.     | 5.              | 0.7  | 0.5  | 4.              | 0.7  | 0.5  | 4.              | 0.7  | 0.4  |
| 3056.     | 30.             | 1.9  | 1.0  | 30.             | 1.9  | 1.0  | 29.             | 1.8  | 1.0  |
| 5017.     | 78.             | 3.0  | 1.6  | 77.             | 2.9  | 1.5  | 76.             | 2.9  | 1.5  |
| 6985.     | 147.            | 4.0  | 2.1  | 145.            | 3.9  | 2.1  | 142.            | 3.9  | 2.0  |
| 8957.     | 234.            | 4.9  | 2.6  | 231.            | 4.8  | 2.6  | 227.            | 4.7  | 2.5  |
| 10934.    | 339.            | 5.7  | 3.1  | 334.            | 5.6  | 3.1  | 329.            | 5.6  | 3.0  |
| 12914.    | 459.            | 6.4  | 3.6  | 453.            | 6.4  | 3.5  | 447.            | 6.3  | 3.5  |
| 14897.    | 594.            | 7.1  | 4.0  | 586.            | 7.0  | 3.9  | 578.            | 7.0  | 3.9  |
| 16883.    | 742.            | 7.8  | 4.4  | 732.            | 7.7  | 4.3  | 723.            | 7.6  | 4.3  |
| 18809.    | 896.            | 8.3  | 4.8  | 885.            | 8.2  | 4.7  | 874.            | 8.1  | 4.6  |
| 20865.    | 1073.           | 8.8  | 5.1  | 1059.           | 8.7  | 5.1  | 1047.           | 8.7  | 5.0  |
| 22958.    | 1263.           | 9.3  | 5.5  | 1248.           | 9.2  | 5.4  | 1233.           | 9.2  | 5.4  |
| 24961.    | 1454.           | 9.8  | 5.8  | 1437.           | 9.7  | 5.8  | 1421.           | 9.6  | 5.7  |
| 26964.    | 1653.           | 10.1 | 6.1  | 1635.           | 10.1 | 6.1  | 1617.           | 10.0 | 6.0  |
| 28967.    | 1860.           | 10.5 | 6.4  | 1840.           | 10.4 | 6.4  | 1820.           | 10.3 | 6.3  |
| 32316.    | 2221.           | 11.0 | 6.9  | 2199.           | 10.9 | 6.8  | 2176.           | 10.9 | 6.7  |
| 37340.    | 2791.           | 11.6 | 7.5  | 2764.           | 11.6 | 7.4  | 2738.           | 11.5 | 7.3  |
| 42359.    | 3389.           | 12.2 | 8.0  | 3359.           | 12.1 | 7.9  | 3329.           | 12.0 | 7.9  |
| 47374.    | 4008.           | 12.5 | 8.5  | 3975.           | 12.5 | 8.4  | 3942.           | 12.4 | 8.3  |
| 52386.    | 4645.           | 12.9 | 8.9  | 4609.           | 12.8 | 8.8  | 4574.           | 12.8 | 8.7  |
| 57396.    | 5295.           | 13.1 | 9.2  | 5257.           | 13.1 | 9.2  | 5219.           | 13.0 | 9.1  |
| 62404.    | 5956.           | 13.3 | 9.5  | 5916.           | 13.3 | 9.5  | 5876.           | 13.2 | 9.4  |
| 67411.    | 6625.           | 13.4 | 9.8  | 6584.           | 13.4 | 9.8  | 6542.           | 13.4 | 9.7  |
| 72417.    | 7301.           | 13.6 | 10.1 | 7258.           | 13.5 | 10.0 | 7215.           | 13.5 | 10.0 |
| 77422.    | 7983.           | 13.7 | 10.3 | 7938.           | 13.6 | 10.3 | 7894.           | 13.6 | 10.2 |
| 88938.    | 9565.           | 13.8 | 10.8 | 9519.           | 13.8 | 10.7 | 9473.           | 13.8 | 10.7 |
| 109131.   | 12366.          | 13.9 | 11.3 | 12317.          | 13.9 | 11.3 | 12268.          | 13.9 | 11.2 |
| 129265.   | 15174.          | 14.0 | 11.7 | 15125.          | 14.0 | 11.7 | 15075.          | 14.0 | 11.7 |
| 149363.   | 17984.          | 14.0 | 12.0 | 17934.          | 14.0 | 12.0 | 17884.          | 14.0 | 12.0 |
| 169438.   | 20793.          | 14.0 | 12.3 | 20743.          | 14.0 | 12.2 | 20692.          | 14.0 | 12.2 |
| 189497.   | 23601.          | 14.0 | 12.5 | 23550.          | 14.0 | 12.4 | 23500.          | 14.0 | 12.4 |
| 222345.   | 28199.          | 14.0 | 12.7 | 28149.          | 14.0 | 12.7 | 28098.          | 14.0 | 12.6 |
| 272828.   | 35267.          | 14.0 | 12.9 | 35216.          | 14.0 | 12.9 | 35166.          | 14.0 | 12.9 |
| 343172.   | 45115.          | 14.0 | 13.1 | 45064.          | 14.0 | 13.1 | 45014.          | 14.0 | 13.1 |
| 444691.   | 59328.          | 14.0 | 13.3 | 59277.          | 14.0 | 13.3 | 59227.          | 14.0 | 13.3 |
| 545657.   | 73463.          | 14.0 | 13.5 | 73412.          | 14.0 | 13.5 | 73362.          | 14.0 | 13.4 |
| 646325.   | 87556.          | 14.0 | 13.5 | 87506.          | 14.0 | 13.5 | 87455.          | 14.0 | 13.5 |
| 970861.   | 132991.         | 14.0 | 13.7 | 132941.         | 14.0 | 13.7 | 132890.         | 14.0 | 13.7 |

revenu moyen

9105

impôt moyen

375

371

367

taux moyen

4.11

4.07

4.03

$$\alpha = 0.478 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha = 0.469 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha = 0.462 \cdot 10^{-4}$$

$$b = 2928.67$$

$$b = 2979.16$$

$$b = 3029.65$$

$\bar{r}$  : revenu moyen de chaque classe

### 3.5.3 Simulation avec la fonction d'imposition $f_2$

La comparaison des colonnes 3 et 4 du *tableau 3.3* conduit à des constatations identiques à celles faites pour  $f_1$ . Il y a en effet fort peu de différence entre les charges fiscales moyennes procurées par les deux fonctions (voir à ce sujet les colonnes 4 respectives des *tableaux 3.1 et 3.3*). Le *tableau 3.4* où est représentée la progression des taux marginaux et réels, lors de l'emploi de  $f_2$ , avec diverses valeurs pour  $r_d$  (revenu limite à partir duquel le taux marginal est constant) permet d'expliquer cette similitude. On observe effectivement sur ce tableau que, dans chaque cas, le taux marginal est déjà plus grand ou égal à 13,9 % pour un revenu de 110 000.- ; à ce niveau la courbe du taux marginal est donc déjà très proche de son asymptote oblique et par conséquent, le choix de la valeur  $r_d$  n'a que peu d'influence sur l'évolution des taux.

Tableau 3.3

| Année | Revenu | Produit de la taxation |   |
|-------|--------|------------------------|---|
|       |        | Loi cantonale          | fonction $f_2$ $t_0=0, t_1=0,07,$<br>$x_1=14500.-, x_d=15000.-$ |
| 1     | 2      | 3                      | 4   |
| 1965  | 9105   | 374                    | 374   |
| 1966  | 9989   | 430                    | 433   |
| 1967  | 10960  | 495                    | 501   |
| 1968  | 12025  | 570                    | 579   |
| 1969  | 13192  | 654                    | 669   |
| 1970  | 14472  | 751                    | 772   |
| 1971  | 15875  | 848                    | 890   |
| 1972  | 17415  | 975                    | 1024  |
| 1973  | 19103  | 1121                   | 1178  |
| 1974  | 20953  | 1285                   | 1354  |

Tableau 3.4 Fonction d'imposition  $f_p$ , évolution de l'impôt, du taux marginal et du taux réel pour trois valeurs différentes de  $r_d$ .

ANNEE DE TAXATION 74

a = 14.0

| $\bar{r}$ | $r_d = 150000.-$ |      |      | $r_d = 160000.-$ |      |      | $r_d = 170000.-$ |      |      |
|-----------|------------------|------|------|------------------|------|------|------------------|------|------|
|           | p                | m    | t    | p                | m    | t    | p                | m    | t    |
| 1061.     | 4.               | 0.7  | 0.4  | 4.               | 0.7  | 0.4  | 4.               | 0.7  | 0.4  |
| 3049.     | 30.              | 1.9  | 1.0  | 30.              | 1.9  | 1.0  | 30.              | 1.9  | 1.0  |
| 5039.     | 79.              | 3.0  | 1.6  | 79.              | 3.0  | 1.6  | 79.              | 3.0  | 1.6  |
| 7029.     | 148.             | 4.0  | 2.1  | 148.             | 4.0  | 2.1  | 148.             | 4.0  | 2.1  |
| 9021.     | 236.             | 4.9  | 2.6  | 236.             | 4.9  | 2.6  | 237.             | 4.9  | 2.6  |
| 11013.    | 342.             | 5.7  | 3.1  | 342.             | 5.7  | 3.1  | 342.             | 5.7  | 3.1  |
| 13005.    | 464.             | 6.5  | 3.6  | 464.             | 6.5  | 3.6  | 464.             | 6.5  | 3.6  |
| 14998.    | 600.             | 7.2  | 4.0  | 600.             | 7.2  | 4.0  | 600.             | 7.2  | 4.0  |
| 16992.    | 749.             | 7.8  | 4.4  | 749.             | 7.8  | 4.4  | 749.             | 7.8  | 4.4  |
| 18986.    | 910.             | 8.4  | 4.8  | 910.             | 8.4  | 4.8  | 910.             | 8.4  | 4.8  |
| 20981.    | 1082.            | 8.9  | 5.2  | 1082.            | 8.9  | 5.2  | 1082.            | 8.9  | 5.2  |
| 22976.    | 1264.            | 9.4  | 5.5  | 1264.            | 9.4  | 5.5  | 1264.            | 9.3  | 5.5  |
| 24971.    | 1455.            | 9.8  | 5.8  | 1455.            | 9.8  | 5.8  | 1455.            | 9.8  | 5.8  |
| 26967.    | 1654.            | 10.2 | 6.1  | 1654.            | 10.2 | 6.1  | 1654.            | 10.2 | 6.1  |
| 28963.    | 1861.            | 10.5 | 6.4  | 1861.            | 10.5 | 6.4  | 1861.            | 10.5 | 6.4  |
| 32231.    | 2215.            | 11.0 | 6.9  | 2215.            | 11.0 | 6.9  | 2214.            | 11.0 | 6.9  |
| 37183.    | 2778.            | 11.7 | 7.5  | 2778.            | 11.7 | 7.5  | 2777.            | 11.7 | 7.5  |
| 41803.    | 3329.            | 12.2 | 8.0  | 3328.            | 12.2 | 8.0  | 3327.            | 12.1 | 8.0  |
| 46863.    | 3956.            | 12.6 | 8.4  | 3955.            | 12.6 | 8.4  | 3953.            | 12.6 | 8.4  |
| 52386.    | 4660.            | 12.9 | 8.9  | 4658.            | 12.9 | 8.9  | 4657.            | 12.9 | 8.9  |
| 57396.    | 5314.            | 13.2 | 9.3  | 5312.            | 13.2 | 9.3  | 5309.            | 13.1 | 9.3  |
| 62404.    | 5979.            | 13.4 | 9.6  | 5975.            | 13.3 | 9.6  | 5973.            | 13.3 | 9.6  |
| 67411.    | 6651.            | 13.5 | 9.9  | 6648.            | 13.5 | 9.9  | 6645.            | 13.5 | 9.9  |
| 72417.    | 7330.            | 13.6 | 10.1 | 7326.            | 13.6 | 10.1 | 7323.            | 13.6 | 10.1 |
| 77422.    | 8014.            | 13.7 | 10.4 | 8010.            | 13.7 | 10.3 | 8006.            | 13.7 | 10.3 |
| 88938.    | 9603.            | 13.8 | 10.8 | 9598.            | 13.8 | 10.8 | 9594.            | 13.8 | 10.8 |
| 109131.   | 12412.           | 14.0 | 11.4 | 12405.           | 13.9 | 11.4 | 12400.           | 13.9 | 11.4 |
| 129265.   | 15225.           | 14.0 | 11.8 | 15218.           | 14.0 | 11.8 | 15212.           | 14.0 | 11.8 |
| 149363.   | 18038.           | 14.0 | 12.1 | 18030.           | 14.0 | 12.1 | 18024.           | 14.0 | 12.1 |
| 169438.   | 20848.           | 14.0 | 12.3 | 20841.           | 14.0 | 12.3 | 20834.           | 14.0 | 12.3 |
| 189497.   | 23657.           | 14.0 | 12.5 | 23649.           | 14.0 | 12.5 | 23642.           | 14.0 | 12.5 |
| 222345.   | 28255.           | 14.0 | 12.7 | 28248.           | 14.0 | 12.7 | 28241.           | 14.0 | 12.7 |
| 272828.   | 35323.           | 14.0 | 12.9 | 35315.           | 14.0 | 12.9 | 35309.           | 14.0 | 12.9 |
| 343172.   | 45171.           | 14.0 | 13.2 | 45163.           | 14.0 | 13.2 | 45157.           | 14.0 | 13.2 |
| 444691.   | 59384.           | 14.0 | 13.4 | 59376.           | 14.0 | 13.4 | 59370.           | 14.0 | 13.3 |
| 545657.   | 73519.           | 14.0 | 13.5 | 73511.           | 14.0 | 13.5 | 73505.           | 14.0 | 13.5 |
| 646325.   | 87613.           | 14.0 | 13.6 | 87605.           | 14.0 | 13.6 | 87598.           | 14.0 | 13.6 |
| 970861.   | 133048.          | 14.0 | 13.7 | 133040.          | 14.0 | 13.7 | 133033.          | 14.0 | 13.7 |

revenu moyen

20953

impôt moyen

1354

1353

1353

taux moyen

6.46

6.46

6.46

$$\alpha = 0.407 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha = 0.412 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha = 0.416 \cdot 10^{-4}$$

$$b = 0.02288$$

$$b = 0.02121$$

$$b = 0.01977$$

$\bar{r}$  : revenu moyen de chaque classe

### 3.6 CONCLUSION

Soulignons tout d'abord une dernière fois que nous ne prétendons nullement que les fonctions que nous avons utilisées sont aptes, sans autres modifications, à remplacer le barème actuellement en vigueur. Ces fonctions ont pour elles le grand avantage de la simplicité et de la souplesse d'utilisation mais il est bien clair qu'il en existe quantité d'autres, peut-être plus adéquates, pour traduire les volontés du législateur.

Nous avons posé comme principe de départ la continuité de la fonction d'imposition, il faut noter à ce sujet que l'emploi de fonctions polynomiales tronquées (comme c'est le cas entre autres en Allemagne) satisfait à cette condition par intervalles mais ne respecte pas la condition de non-décroissance du taux marginal. Cette dernière condition pourrait être satisfaite en recourant à une fonction polynomiale non tronquée avec le désavantage péremptoire que le taux marginal d'une telle fonction tendrait vers l'infini, ce qui aurait pour conséquence que l'impôt finirait par dépasser le revenu !

Les simulations que nous avons effectuées démontrent la souplesse d'utilisation des fonctions d'imposition utilisées. Dans la pratique, en posant quelques hypothèses sur la distribution des revenus, il serait aisé, par exemple dans le cadre de la procédure budgétaire, de simuler les effets des modifications de l'un ou l'autre paramètre sur le produit de la taxation.

B I B L I O G R A P H I E

A. OUVRAGES

AITCHISON J. and BROWN J.A.C., The Lognormal Distribution, Cambridge University Press, 1969.

BALOPOULOS E.T., Fiscal Policy Models of the British Economy, North-Holland Publishing Company, 1967.

BLUM W.J. and KALVEN H.Jr., The Uneasy Case for Progressive Taxation, University of Chicago Press, 1953.

CALOT G., Cours de statistique descriptive, Dunod, Paris 1965.

CHAMPERNOWNE D.G., The Distribution of Income between Persons, Cambridge University Press, 1973.

DUVERGER M., Finances publiques, Presses Universitaires de France, Paris 1965.

FOLLIET P., Les tarifs d'impôts, essai de mathématiques fiscales, Thèse, Genève 1947.

GIBRAT R., Les inégalités économiques, Librairie du Recueil Syrey, Paris 1931.

HAGEMANN G., Aufkommenselastizitäten ausgewählter Steuern in der Bundesrepublik Deutschland 1950 - 1963, Kieler Studien, Forschungsberichte des Instituts für Weltwirtschaft an der Universität Kiel, Tübingen 1968.

IIFP (Institut International de Finances Publiques), Inflation, croissance économique et fiscalité, Congrès de Barcelone, septembre 1973.

JOHANSEN L., Economie publique, A. Colin, Paris 1975

KAISER E., La distribution des revenus dans la technique mathématique de la sécurité sociale, thèse genevoise, Berne 1950.

KENDALL M.G. and STUART A., The advanced Theory of Statistics, Charles Griffin and Company Limited, London 1969.

KRELLE W., Verteilungstheorie, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), Tübingen 1962.

LARDI P., Empirische Untersuchungen zur personellen Einkommensverteilung in der Schweiz, Basler Dissertation, Riehen 1970.

LE DUFF R., Economie financière, Librairie Dalloz, Paris 1972.

METCALF C.E., An Econometric Model of the Income Distribution, Markham Publishing Company, Chicago 1972.

MUSGRAVE R.A., The Theory of Public Finance, A Study in Public Economy, Mc Graw-Hill Book Company, New York 1959.

NOTH A., Die Personelle Einkommensverteilung in der Schweiz 1949 bis 1968, Dissertation, Freiburg 1975.

OCDE, Ajustement des systèmes d'impôt sur le revenu des personnes physiques en fonction de l'inflation, un rapport du Comité des Affaires Fiscales, Paris 1976.

PARETO V., La courbe de la répartition de la richesse, Université de Lausanne, Recueil publié par la Faculté

de Droit à l'occasion de l'Exposition nationale suisse, Genève 1896. Nouvelle parution : Ecrits sur la Courbe de la répartition de la richesse réunis et présentés par Giovanni Busino, Librairie Droz, Genève 1967.

PEN J., Income Distribution, Penguin Books, 1974.

PETER A., Die Messung der personellen Einkommensverteilung, zürcher Dissertation, Bern 1969.

Rapport de la Commission d'Experts chargée d'élaborer les principes et les méthodes d'une planification à long terme des finances fédérales, Evaluation des recettes et dépenses de la Confédération 1966 - 1974, St Gall 1966.

ROSE M., Die Steuerprogression als automatischer Stabilisator, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1975.

SPAHN P.B., Die Besteuerung der persönlichen Einkommen in der Bundesrepublik Deutschland - System und Modell -, Inaugural - Dissertation, Berlin 1972.

STUDER F., Wirtschaftsstabilisierende Faktoren im schweizerischen Steuersystem, Eine dynamische Analyse der Steueraufkommenselastizitäten und -flexibilitäten der wichtigsten Steuern in den kantonalen Steuersystemen der Schweiz, H. Lang, Bern 1972.

TANZI V., The Individual Income Tax and Economic Growth, An International Comparison, Johns Hopkins Press, Baltimore 1969.

B. PERIODIQUES

AITCHISON J. and BROWN J.A.C., On Criteria for Description of Income Distribution, *Metroeconomica*, 6, 88, 1954.

ALLAN J.R., DODGE D.D. and PODDAR S.M., Indexing the Personal Income Tax, *Canadian Tax Journal*, July - August 1974.

ALLEN R.I.G. and SAVAGE D., Inflation and the Personal Income Tax, *National Institute of Economic and social Research*, November 1974.

AMOROSO L., Ricerche intorno alla curva dei redditi; *Annali Matematica pura ed applicata, Serie Quarta*, 2, 123, 1925.

BAHL R.W., A Regression Approach to Tax Effort and Tax Ratio Analysis, *IMF Staff Papers*, November 1971.

BERGLAS E., Income Tax and the Distribution of Income : an international Comparison, *Public Finance*, No 4, 1971.

BJERKE K., Income and Wages Distributions, Part I : A Survey of the literature, *Review of Income and Wealth*, September 1970.

BOWMAN M.J., A graphical Analysis of personal Income Distribution in the United States, *American Economic Review*, September 1945.

BOUCHER M. et LEBEL J.G., Conjecture sur le comportement de l'impôt sur le revenu des particuliers, *L'Actualité Economique*, octobre - décembre 1973.

BÖS D., Indexbindung von Einkommen und progressive Besteuerung, Zeitschrift für Nationalökonomie, 1-2 1974.

BREJON N., L'enrichissement de l'Etat par l'IRPP : recherche empirique sur les causes de l'accroissement du produit de l'impôt et du nombre de contribuables salariés et retraités en France, 1960-1970, Revue de Science Financière, No 2 1974.

BURGAT P., Variation du taux marginal de l'impôt progressif en fonction du revenu, Revue suisse d'économie politique et de statistique, fasc. 4 1965.

BURGAT P., Condition de non-décroissance du taux marginal d'un impôt progressif, Revue suisse d'économie politique et de statistique, fasc. 2 1977.

CARY BROWN E. and KRUIZENGA R.J., Income Sensitivity of a Simple Personal Income Tax; Review of Economics and Statistics, August 1959.

CHAMPERNOWNE D.G., A Model of Income Distribution, Economic Journal, June 1953.

COHEN L.J., An Empirical Measurement of the Built in Flexibility of the Individual Income Tax, American Economic Review, May 1959.

COHEN L.J., A More Recent Measurement of the Built in Flexibility of the Individual Income Tax, National Tax Journal, June 1960.

DICH J.S., On the Possibility of Measuring the Distribution of Personal Income, Review of Income and Wealth, September 1970.

Von FURSTENBERG G.M., Individual Income Taxation and Inflation, National Tax Journal, March 1975.

GINI C., On the Measure of Concentration with Special Reference to Income and Wealth, Cowles Commission 1935.

HAMBOR J.C., NORMAN M.R. and RUSSEL R.R., A Tax Revenue Forecasting Model for the State of Hawaii, Public Finance Quarterly, October 1974.

KULLMER L., Die praktische Bedeutung der Steuerprogression für die Grösse der Aufkommenselastizität einer Steuer, Bemerkungen zu Ausführungen R.A. Musgrave in seiner "Theory of Public Finance", Public Finance, No 1/2 1965.

KULLMER L., Zur Aufkommenselastizität einer progressiven Einkommenssteuer in einer wachsenden Wirtschaft, Public Finance, 3/4 1965.

LIEBENBERG M. and HYMAN K., Distribution from Income Tax and Survey Data, 1944, Studies in Income and Wealth No 13, New York : National Bureau of Economic Research.

LEVINE D.B. and SINGER N.M., The Mathematical Relation between the Income Density Function and the Measurement of Income Inequality, Econometrica, March 1970.

MANSFIELD C.Y., Elasticity and Buoyancy of a Tax System : A Method applied to Paraguay, IMF Staff Papers, July 1972.

MISHAN E.J. and DICKS-MIREAUX L.A., Progressive Taxation in an Inflationary Economy, American Economic Review, September 1958.

MORAWETZ D., The Yield of Personal Income Tax, Economic Journal, September 1971.

MORGAN J., The Anatomy of Income Distribution, Review of Economics and Statistics, August 1962.

MORRISENS L., L'élasticité des recettes fiscales par rapport au revenu imposable des particuliers et aux taux d'imposition, Public Finance, No 3 1968.

MUSGRAVE R.A., Fiscal Policy in Prosperity and Depression, American Economic Association, May 1948.

MUSGRAVE R.A., On measuring Fiscal Performances; The Review of Economics and Statistics, May 1964.

MUSGRAVE R.A. and MILLER H., Built in Flexibility, American Economic Review, March 1948.

MUSGRAVE R.A., CARROLL J.J., COOK L.O. and FRANE L., Distribution of Tax Payments by Income Groups : A Case Study for 1948, National Tax Journal, March 1951.

NORMAN M. and RUSSELL R.R., A Personal Income Tax Simulation Model with an Application to the State of Hawaii, National Tax Journal, No 4 1970.

PEARSE P.H., Automatic Stabilization and the British Taxes on Income, Review of Economic Studies, February 1962.

PECHMAN J.A., Yield of the Individual Income Tax during a Recession, National Tax Journal, March 1954.

PECHMAN J.A. and OKNER B.A., Simulation of the Carter Commission Tax Proposals for the United States, National Tax Journal, March 1969.

POLLAK H., Steueraufkommenselastizitäten und ihre Komponenten, Bemerkungen Zu einer Studie von G. Hagemann, Finanz Archiv, Oktober 1968.

POOLE K.E., The Impact of Erosion of the Personal Income Tax on Economic Stability, Finanz Archiv, Bd 18, 1957/58.

PREST A.R., The Sensitivity of the Yield of Personal Income Tax in the United Kingdom, Economic Journal, September 1962.

PREST A.R., Inflation and the Public Finance, Three Bank Review, March 1973.

RECKTENWALD H.C., German Income Tax Reform, A Simulation Model, Journal of Public Economics, August 1972.

ROY R., Pareto statisticien : la distribution des revenus, Revue d'économie politique, tome LIX, 1949.

RUGGERI G.C., Indexing and the Progressivity of the Personal Income Tax in Canada, Finanz Archiv, 3 1976.

RUGGLES R., Income Distribution Theory, Review of Income and Wealth, September 1970.

RUTHERFORD R.S.C., Income Distribution : a new Model, Econometrica, Vol. 23, 1955.

SEIDL C., TOPRITZHOFER E. and GRAFENDORFER W., An Outline of a Theory of Progressive Individual Income Tax Functions, Zeitschrift für Nationalökonomie, 30, 1970.

SINGER N.M., Estimating State Income-Tax Revenues : a new Approach, Review of Economics and Statistics, November 1970.

SINGER N.M., The Use of Dummy Variables in estimating the Income Elasticity of State Income Tax Revenues, National Tax Journal, June 1968.

SLITOR R.E., The Measurement of Progressivity and Built In Flexibility, Quarterly Journal of Economics, February 1948.

SOLTOW L.R., The historic Rise in the Number of Taxpayers in a State with Constant Tax Law, National Tax Journal, December 1955.

SMITH P.E., Built in Flexibility of the Individual Income Tax : Quarterly Estimates, National Tax Journal, June 1962.

SMITH P.E., A note on the Built in Flexibility of the Individual Income Tax, Econometrica, October 1963.

SOLARI L., La simulation dans la prévision et la programmation en économétrie; Revue suisse d'Economie politique et de Statistique, septembre/décembre 1966.

SPAHN P.B., Simulating Long-Term Changes of Income Distribution within an Income Tax Model for West Germany; Public Finance, No 2 1975.

Statistiques et études financières, le modèle de l'impôt sur le revenu; série orange 1971/3 et 1975/17.

STEDEN W., Zur Dynamisierung von Steuertarifen, Finanz Archiv, No 2 1976.

TANZI V., A Proposal for a dynamically Self-Adjusting Individual Income Tax, Public Finance, No 4. 1966.

TERUO H. and AGUIRRE C.A., Maintening the Level of Income Tax Collections under Inflationary Conditions, IMF Staff Papers, July 1970.

THOMASSEN H., An Exploitation Model of Revenue Generation in a State, Georgia 1950/64, Southern Economic Journal, October 1965.

VUKELICH G., The effect of Inflation on Real Tax Rates, Canadian Tax Journal, July/August 1972.

WALES I.J., Analysis of the Constancy of the Effective Tax Rate, Review of Economics and Statistics, February 1968.

WASYLENKO M., Estimating the Elasticity of State Personal Income Taxes, National Tax Journal, March 1975.

WEISSKOFF R., Income Distribution and Economic Growth in Puerto Rico, Argentina and Mexico, Review of Income and Wealth, December 1970.

WILFORD W.T., State Tax Stability Criteria and the Revenue-Income Elasticity Coefficient Reconsidered, National Tax Journal, No 3 1965.

T A B L E   D E S   M A T I E R E S  
=====

Pages

PREMIERE PARTIE

|  |    |
|--|----|
| <u>1. SENSIBILITE AUX VARIATIONS CONJONCTURELLES</u><br><u>DES RECETTES FISCALES PROCUREES PAR L'IMPOT</u><br><u>SUR LE REVENU DES PERSONNES PHYSIQUES</u> |    |
| 1.1 Introduction   | 5  |
| 1.2 Calcul de l'élasticité de l'impôt sur le<br>revenu des personnes physiques ( $E_{P/Y}$ )   | 6  |
| 1.2.1 Elasticité de l'assiette fiscale<br>par rapport à l'indicateur con-<br>joncturel ( $E_{R/Y}$ )   | 7  |
| 1.2.2 Elasticité du taux moyen par rap-<br>port à l'assiette fiscale ( $E_{T/R}$ )   | 8  |
| 1.2.3 Calcul de $E_{P/Y}$ à l'aide de $E_{T/R}$<br>et $E_{R/Y}$  | 9  |
| 1.2.4 Passage du discret au continu pour<br>le calcul de $E_{P/Y}$   | 10 |
| 1.2.5 Analyse de la valeur théorique de<br>l'élasticité  | 13 |
| 1.3 Application aux données du canton de<br>Neuchâtel  | 22 |
| 1.3.1 Calcul des valeurs de $E_{P/Y}$  | 22 |
| 1.3.2 Calcul des valeurs de $E_{R/Y}$  | 23 |
| 1.3.3 Calcul des valeurs de $E_{T/R}$  | 24 |
| 1.3.4 Résultats obtenus en utilisant le<br>revenu cantonal   | 25 |
| 1.3.5 Résultats obtenus en passant du<br>discret au continu  | 28 |

TABLE DES MATIERES (suite) Pages

|                |    |
|----------------|----|
| 1.4 Conclusion | 35 |
|----------------|----|

DEUXIEME PARTIE

2. LA DISTRIBUTION DES REVENUS

|  |     |
|--|-----|
| 2.1 Introduction   | 39  |
| 2.2 Propriétés de la distribution des revenus                | 43  |
| 2.3 La loi lognormale à deux paramètres                      | 44  |
| 2.3.1 Définition   | 44  |
| 2.3.2 Propriétés   | 44  |
| 2.3.3 Conditions de validité                                 | 45  |
| 2.3.4 Application de la loi lognormale<br>à deux paramètres  | 46  |
| 2.4 La loi lognormale à trois paramètres                     | 49  |
| 2.4.1 Application de la loi lognormale<br>à trois paramètres | 56  |
| 2.5 La loi de Pareto   | 62  |
| 2.5.1 Application de la loi de Pareto                        | 65  |
| 2.6 Courbe de Gini   | 75  |
| 2.6.1 Application des formules de Gini                       | 77  |
| 2.7 Modèle d'Amoroso   | 93  |
| 2.7.1 Application de la formule d'Amoroso                    | 95  |
| 2.8 Conclusion   | 100 |

TABLE DES MATIERES (suite)

Pages

TROISIEME PARTIE

3. SIMULATION

|  |     |
|--|-----|
| 3.1 Introduction                                       | 103 |
| 3.2 Modèle de simulation                               | 104 |
| 3.3 Fonction d'imposition                              | 106 |
| 3.3.1 Critique du barème actuel                        | 106 |
| 3.3.2 Choix de la fonction d'imposition                | 106 |
| 3.4 La distribution des revenus                        | 111 |
| 3.4.1 Estimation des paramètres                        | 112 |
| 3.4.2 Passage d'une fonction de distribution à l'autre | 115 |
| 3.5 Présentation des résultats                         | 119 |
| 3.5.1 Simulation avec le barème actuel                 | 119 |
| 3.5.2 Simulation avec la fonction d'imposition $f_1$   | 122 |
| 3.5.3 Simulation avec la fonction d'imposition $f_2$   | 125 |
| 3.6 Conclusion   | 127 |