Pierre Joray

La subordination logique

Une étude du nom complexe dans l'Ontologie de S. Leśniewski

PETER LANG
Bern · Berlin · Bruxelles · Frankfurt a. M. · New York · Oxford · Wien

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Joray, Pierre:
La subordination logique :
une étude du nom complexe dans l'Ontologie de S. Leśniewski / Pierre Joray. - Bern ;
Berlin ; Bruxelles ; Frankfurt a. M. ; New York ; Oxford ; Wien : Lang, 2001
(Publications universitaires européennes : Ser. 20, Philosophie ; Vol. 622)
Zugl.: Neuchâtel, Univ., Diss., 1999
ISBN 3-906765-69-5

Avec le soutien de l'Etat de Neuchâtel

Thèse présentée sous le titre «Nom complexe et prédication: vers une logique de la subordination» à la Faculté des lettres et sciences humaines de l'Université de Neuchâtel pour obtenir le grade de docteur ès lettres.
La Faculté des lettres et sciences humaines de l'Université de Neuchâtel, se fondant sur les rapports de M. Denis Miéville, professeur à l'Université de Neuchâtel, M. Denis Vernant, professeur à l'Université Pierre Mendès France de Grenoble et M. Henri Volken, professeur à l'Université de Lausanne, autorise l'impression de la thèse présentée par M. Pierre Joray, en laissant à l'auteur la responsabilité des opinions énoncées.

Neuchâtel, le 19 mai 1999.

Le doyen
Anton Näf

ISBN 3-906765-69-5
ISSN 0721-3417

© Peter Lang SA
Editions scientifiques européennes
Jupiterstr. 15, Case postale, CH-3000 Berne 15; info@peterlang.com
Bern, Berlin, Bruxelles, Frankfurt/M., New York, Oxford, Wien, 2001

Tous droits réservés.
Réimpression ou reproduction interdite par n'importe quel procédé,
notamment par microfilm, xérographie, microfiche,
microcarte, offset, etc.

Imprimé en Allemagne

Publications Universitaires Européennes
Europäische Hochschulschriften
European University Studies

Série XX
Philosophie

Reihe XX Series XX
Philosophie
Philosophy

Vol./Band 622

PETER LANG
Bern · Berlin · Bruxelles · Frankfurt a. M. · New York · Oxford · Wien

La subordination logique

A Florence et Charlotte

Remerciements

Ma gratitude va tout d'abord au professeur Denis Miéville, qui par ses conseils amicaux et ses incitations constantes à la curiosité scientifique m'a offert son soutien tout au long de ce travail, ainsi qu'aux professeurs Denis Vernant et Henri Volken pour leurs remarques et la critique exigeante qu'ils ont bien voulu faire de mon manuscrit.

J'exprime enfin ma profonde reconnaissance à Christiane Tripet pour sa constante disponibilité et l'aide considérable qu'elle a prêtée à la mise en forme de cet ouvrage.

Sommaire

Introduction 1

Chapitre I: La problématique de la subordination logique 7

I.1 Logique formelle, raisonnement et analyse discursive 9
I.2 La notion de nom logique 17
I.3 Nom logique et catégories sémantiques 23
I.4 Le nom complexe et les mécanismes logiques de la subordination 31
I.5 Nom complexe et description 39
I.6 Enjeux et limites de la perspective russellienne 47
I.6.1 Le problème de la démarcation 48
I.6.2 Le problème des noms vides 55
I.6.3 Limites de la neutralité ontologique 62
I.7 En conclusion 67

Chapitre II: Méthode et approche catégorielle 71

II.1 Subordination logique et langage ordinaire 73
II.2 Expression linguistique de la subordination logique 83
II.3 L'approche catégorielle comme méthode d'analyse 91
II.4 Le système catégoriel A 97
II.4.1 Syntaxe de A 98
II.4.2 Sémantique de A 103
II.4.3 Une application de A 117

II.5 Analyse et détermination catégorielle des foncteurs de subordination logique 123
II.5.1 Relatives explicatives et relatives déterminatives 123
II.5.2 Le problème de l'article 125
II.5.3 Analyse catégorielle de la relative déterminative 128
II.5.4 Relatives déterminatives et modification du nom 138
II.5.5 Une nouvelle règle d'inférence 141
II.5.6 Le principe de paramétrage 143
II.6 En conclusion: une catégorie pour les foncteurs de subordination logique 149

Chapitre III: Une logique de la subordination 153

III.1 Préambule 155
III.2 L'Ontologie de S. Lesniewski 157
III.2.1 Approche présémantique 158
III.2.2 L'axiome de l'Ontologie 162
III.2.3 Les règles d'inférence 164
III.2.4 Quelques résultats 172
III.3 Calcul des noms et subordination logique 175
III.3.1 Existence et positionnalité 177
III.3.2 La détermination en nombre et l'article défini 182
III.3.3 La catégorie S/N 187
III.3.4 Les foncteurs de subordination 191
III.3.5 Applications 201
III.4 Quantification et interprétation 213
III.4.1 Domaines de quantification 213
III.4.2 La quantification objectuelle 214
III.4.3 La quantification substitutionnelle 215
III.4.4 La quantification catégorielle 220
III.5 La perspective sémantique 231
III.5.1 Une Ontologie minimale 231
III.5.2 Le calcul des noms 240
III.5.3 Une logique de la subordination interprétée 246

Conclusion 251

Annexes

I: Liste des thèses 259
II: Bibliothèque des contextes 263
III: Démonstrations 265

Bibliographie 273

Index nominum 279

Index rerum 281

INTRODUCTION

Introduction

Sous le titre de «On denoting» paraissait en 1905 un court article de Russell qui allait avoir sur la question du nom logique une influence considérable. S'inscrivant à l'opposé de la logique traditionnelle, qui avait toujours accordé au nom une place centrale dans le contenu logique des énoncés, Russell affirmait que la plupart des noms du langage ordinaire ne pouvaient pas être considérés sans difficultés comme des constituants logiques.

Sous le nom de *théorie des descriptions* prenait ainsi forme l'instrument qui allait conduire la logique moderne à faire disparaître de son vocabulaire spécialisé la vieille notion grammaticale de nom. Les noms du langage ordinaire, s'ils restaient les objets de l'analyse grammaticale des énoncés, ne devaient plus être considérés par le logicien, selon le mot de Quine, que comme de simples «commodités strictement redondantes». Quine, à la suite de Russell, montra en effet que, s'il était possible de conserver certains noms, moyennant de strictes conditions sur leur caractère dénotant, il était beaucoup plus aisé de s'en passer totalement et de restreindre le langage formel à l'unique utilisation des variables et de la quantification.

Construits dans la visée logiciste de Russell, les systèmes issus des *Principia Mathematica* devenaient les instruments privilégiés de la rationalité scientifique. Les conséquences réductionnistes de la théorie des descriptions en faisaient, en contrepartie, des langages si éloignés des langues naturelles qu'il était douteux à plusieurs égards qu'on puisse y formaliser la diversité des formes du raisonnement ordinaire.

Notre examen critique des systèmes classiques porte essentiellement dans ce travail sur trois points. Le premier consiste à mettre en doute la possibilité théorique d'une élimination complète des noms du langage symbolique. Si Russell n'envisage pas lui-même une réduction aussi radicale, il échoue pourtant dans l'élaboration d'un critère proprement logique de démarcation entre noms et descriptions. Par le second, nous rappelons l'incapacité bien connue des théories classiques à rendre compte d'une manière satisfaisante des pratiques raisonnées faisant un usage de noms vides. Enfin, le troisième porte sur les inconvénients

inhérents au caractère implicite des présupposés ontologiques attachés au traitement classique de la quantification, tel qu'on le trouve en particulier dans les *Principia*.

Ce travail a pour but de montrer comment il est possible de concevoir un formalisme qui, ne prenant pas pour base la théorie russellienne des descriptions, réussit à s'affranchir des limitations auxquelles elle conduit. En redonnant au nom logique une définition aussi large que possible, nous nous sommes cependant trouvé d'emblée confronté, dans l'analyse formelle, à la diversité considérable des formes qu'il pouvait revêtir dans l'usage ordinaire.

La difficulté, bien entendu, ne résidait pas dans la formalisation des noms simples, mais dans celle des formes complexes du nom logique, qualifiées par Russell d'*expressions dénotantes*. Grâce à une méthode d'analyse fondée essentiellement sur le calcul des catégories sémantiques, nous montrons que les noms complexes peuvent se ranger en deux familles structurellement distinctes. Il y a, d'une part, ceux dont les constituants sont eux-mêmes des noms logiques. Enfermant des articulations telles que des négations, conjonctions ou disjonctions nominales, ils sont composés, comme le disent les grammairiens, par *coordination*. Il y a, d'autre part, ceux dont un des constituants au moins est de nature propositionnelle ou prédicative. C'est à ces derniers que nous avons accordé l'essentiel de notre attention. Nous soutenons qu'il est nécessaire pour les formaliser de disposer d'un genre d'opérateurs jusque-là absents des systèmes de logique. Par analogie avec la grammaire, nous avons choisi de les qualifier d'opérateurs de *subordination logique*.

Après une analyse détaillée, visant à dégager de leurs réalisations discursives les propriétés structurelles propres aux formes logiques de la subordination, il nous fallait encore disposer d'un formalisme adapté à notre projet. Bien entendu, nous ne sommes pas parti de rien. En faisant appel au calcul extensionnel des noms de Stanislaw Lesniewski, nous disposions dès le départ d'un outil puissant pour la représentation d'un riche ensemble d'opérateurs nominaux.

La partie originale et constructive de notre travail a alors consisté à développer dans cette logique les instruments indispensables à une formalisation des mécanismes opératoires de la subordination logique.

Face à la théorie russellienne des descriptions, nous montrons enfin qu'un tel calcul constitue une alternative adéquate dans le traitement formel des noms logiques et répond ainsi aux exigences de notre projet.

Ajoutons, pour terminer, que les références bibliographiques ont été placées en fin d'ouvrage. Celles-ci sont précédées de trois annexes. Les deux premières sont destinées à faciliter la lecture des passages formels. La dernière regroupe un ensemble de démonstrations dont la présence dans le texte aurait par trop alourdi la présentation.

CHAPITRE I

La problématique de la subordination logique

I.1 Logique formelle, raisonnement et analyse discursive

S'il est impossible de voir sous l'étiquette de logique formelle ou de logique mathématique une seule et unique théorie, il est aujourd'hui admis que l'on doit entendre par là une discipline à caractère normatif. Un tel caractère a pourtant, dans les diverses théories qui composent la logique contemporaine, des portées différentes. Parmi ces théories, certaines sont en effet des logiques en un sens strictement formaliste. Elles constituent de ce fait, un peu à l'image des théories algébriques, de purs calculs symboliques dont la normativité va en quelque sorte de soi. Ces théories, nous les laisserons ici de côté pour nous intéresser uniquement à celles qui, en un sens plus traditionnel du terme logique, ont été conçues dans le but de régler, par des moyens formels, la question de la validité des inférences et des démonstrations du discours rationnel.

Si ces théories sont formelles et conduisent également à l'élaboration de calculs symboliques, leur statut normatif est à comprendre en un sens particulier, dans la mesure où elles entretiennent des liens avec la pratique effective du raisonnement. D'un côté, on s'accorde généralement pour reconnaître que les mécanismes particuliers dont use en pratique le raisonneur doivent rester hors du domaine de la logique. Ceux-ci relèvent en effet proprement du domaine de la psychologie du raisonnement. Et lorsqu'on affirme que la logique ne doit pas être une science descriptive mais normative, on entend que son rôle n'est pas d'expliquer ni encore moins de décrire comment le sujet psychologique parvient à admettre la validité ou la non-validité d'une inférence. Le rôle de la logique est en effet bien autre, il revient à dégager les conditions objectives sous lesquelles les inférences doivent être jugées valides par un raisonneur soucieux de la cohérence et de la rationalité de ses enchaînements.

D'un autre côté, soutenir, dans une perspective radicalement anti-psychologiste comme celle par exemple de Frege, que la nécessité propre aux énoncés de la logique est strictement indépendante et pour ainsi dire

sans liens avec les représentations du raisonnement, pose un sérieux problème: la logique n'est alors rien d'autre qu'un ensemble de contraintes organisées autour de conditions que la rationalité, soit se pose à elle-même, soit découvre dans un univers objectif d'entités quasi platoniciennes[1]. Il devient ainsi problématique, sinon impossible, de saisir en quoi la logique peut encore constituer une norme pour les raisonnements effectifs du sujet. En effet, comment comprendre alors qu'une théorie logique puisse rendre compte dans une mesure plus ou moins large des intuitions que nous pouvons avoir quant à la validité d'inférences particulières? La considération même d'une telle relation entre la théorie logique et son application au raisonnement nous impose en somme de préciser, voir de modifier, le sens dans lequel on considère que la logique est une science normative.

Nous dirons ici que nous entendons par la normativité de la logique que celle-ci constitue une *formalisation* des mécanismes que la pensée met en oeuvre lorsqu'elle vise à une cohérence rationnelle. Il n'y a pas ainsi lieu ni de postuler l'existence d'un monde de faits idéaux et nécessaires que la logique se fixerait pour tâche de décrire, ni encore de considérer les règles logiques comme de pures conventions ou comme des pratiques instituées dans nos systèmes de signes. La logique cependant continue à constituer en ce sens une norme du rationnel. Elle explicite certains principes ou certaines conditions générales sous lesquels sera reconnue la rationalité ou la cohérence de nos pratiques raisonnées.

Bien entendu, le domaine spécifique de la logique devra rester situé au-delà de tous faits observables. Ses lois doivent demeurer en droit parfaitement indépendantes de ceux-là. C'est ainsi que l'on a considéré, dans la plupart des cas, comme *a priori* la validité de principes comme ceux du tiers-exclu et de la non contradiction[2]. Cependant par le fait

1 Les deux positions évoquées ici se rapportent essentiellement à celle de Wittgenstein ou de Carnap d'une part et à celle de Frege de l'autre. *Cf.* à ce sujet Engel (1989: 329-341).

2 La validité universelle de tels principes ne va cependant pas de soi. La logique intuitionniste, par exemple, se caractérise en particulier par le rejet du tiers-exclu. Quant à la non contradiction, elle est généralement associée à l'idée que toute théorie inconsistante est forcément triviale (i.e. toute expression y est un théorème). Il est pourtant douteux qu'un tel rôle soit accordé à la contradiction dans le

même que la formalisation constitue une sorte de procédé d'abstraction, il faut bien admettre que l'élaboration d'une théorie logique en dernier ressort pourra prendre appui sur un certain type de données ou du moins se soumettre à une révisabilité factuelle. La formalisation, en d'autres termes, ne peut avoir de sens que dans la mesure où elle s'applique à quelque chose et ainsi on peut admettre que la donnée de mécanismes effectifs du raisonnement puisse constituer pour la logique un terrain d'investigation dans l'élaboration ou la modification de ses formalismes.

Il ne s'agit pourtant pas de revenir à un psychologisme semblable à celui contesté par Frege. Il nous faut pour le montrer préciser cette démarche particulière que nous avons jusqu'ici qualifiée du terme général de *formalisation*. La différence essentielle d'avec le psychologisme consiste à concevoir le processus d'abstraction de la formalisation non pas comme une généralisation opérée à partir des états psychologiques des raisonneurs, mais comme une idéalisation ou une objectivation qui nous garantit au bout du compte l'autonomie complète des lois logiques. Une telle position, que l'on pourrait qualifier de psychologisme faible, échappe à notre sens aux critiques de Frege contre le psychologisme de son époque.

Pourtant, concevoir une logique par le recours à des faits observables ne va pas sans poser de problème et demande en tout cas une méthodologie précise. Il faut cependant garder ici à l'esprit la place bien particulière que ces observables peuvent être amenés à prendre. Pas plus que la notion intuitive de validité, la description des mécanismes observables du raisonnement ne va prendre effectivement part à la construction formelle, celle-ci reste en effet pleinement indépendante et organisée autour de ses propres exigences. Autrement dit, l'appel aux faits ne doit intervenir que dans la phase d'élaboration des formalismes et ceci avec le rôle d'un guide extérieur ou plutôt celui d'un fil

---

raisonnement effectif et comme le relève Volken «Dans l'argumentation non formelle, et notamment dans les sciences humaines, la contradiction joue, peut-être parfois, un rôle plus positif, servant de catalyseur ou de stimulant au dialogue» (1997a: 73). Les logiques dites *paraconsistantes* se sont précisément développées dans le but d'affaiblir le pouvoir de la contradiction. Leur existence montre qu'il est possible de construire des systèmes non triviaux acceptant la présence de contradictions, *cf.* Volken (1997a et b) et Priest *et alii*(1989).

conducteur. Aucune formalisation ne saurait pratiquement se faire à l'aveugle. Lorsque le logicien construit une syntaxe en vue, par exemple, de formaliser certaines notions qu'il a de la nécessité et de la possibilité logiques, comment pourrait-il poser des axiomes et des règles pour une logique modale sans se laisser guider, au moins en partie, par son intuition de telles modalités ainsi que par l'observation de leur usage dans le raisonnement effectif?

Rappelons enfin le rôle central que jouent dans la logique moderne les théories dites classiques[3]. Issues principalement des *Principia Mathemetica* de Whitehead et Russell, elles ont su s'imposer, par leur méthode et des propriétés remarquables, comme un point de référence pour l'ensemble des recherches logiques modernes. Si elles continuent à jouer ce rôle, elles ont cependant perdu aujourd'hui leur statut d'unique «noyau dur» de la discipline. La multitude contemporaine des théories non classiques en est en quelque sorte le témoignage et montre dans quelle mesure les positions classiques demeurent révisables.

Le projet de ce travail s'inscrit dans une telle perspective. Il s'agit d'étudier des opérations que la logique classique, pour des raisons qui lui sont propres, n'a pas su ou n'a pas même tenté de thématiser pour elles-mêmes. Et si nous accordons une telle importance à la prise en compte par la logique de ces opérations, c'est bien par la constatation du rôle que celles-ci peuvent être amenées à jouer dans le raisonnement effectif. Ce constat ne peut se faire que par l'observation des faits discursifs et du langage par le biais desquels forcément nous exprimons nos raisonnements. Si donc les faits auxquels nous avons fait allusion jusqu'ici restent de droit les mécanismes que met en oeuvre le raisonneur et s'étendent ainsi aux objets de la psychologie du raisonnement, c'est sur les faits discursifs et langagiers, car eux seuls restent pleinement accessibles à l'analyse, que nous porterons notre attention.

3 Dans ce travail, nous qualifierons de *classiques* ou *standard* les théories logiques issues principalement des travaux de Frege et Russell, dont les développements ont conduit aux systèmes formels du premier ordre. L'ensemble des doctrines qui précèdent la modernité en logique sera par ailleurs qualifié de *logique traditionnelle*.

La forme logique

Au reste, rappelons que la déduction apparaît essentiellement comme un enchaînement réglé d'énoncés d'un langage, enchaînement dans lequel il s'agit de rendre impossible tout passage du vrai au faux. En ce sens, le travail d'abstraction du logicien consiste à mettre en évidence, dans les énoncés d'un langage, les éléments structuraux qui d'une manière constante et récurrente modifient leur valeur de vérité. On appelle généralement *forme logique* la présence et l'organisation de tels éléments – les constantes logiques – à l'intérieur des énoncés. On oppose alors à ces constantes les autres éléments – dits non logiques –, c'est-à-dire tout ce qui vient en quelque sorte remplir la forme logique et constitue le *contenu* des énoncés, contenu dont il s'agit précisément, pour la logique formelle, de s'abstraire.

Cependant, la question de la forme logique pose un problème de démarcation que la simple opposition de la forme et du contenu ne suffit pas à résoudre. Et si ce problème revient à savoir ce qu'on entend par constante logique, il reste qu'on ne dispose à ce sujet d'aucun critère véritablement adéquat et définitif. En somme, la question de la nature des constantes logiques dépend bien entendu de certaines conditions au premier rang desquelles on placera la consistance du système logique obtenu[4]. Mais celle-ci dépend également des visées de la formalisation et de la classe des inférences que le logicien entend rendre admissibles sur la base de ses conceptions préalables et de son intuition de raisonneur. Si la position centrale de la logique des propositions et, dans une moindre mesure, de la logique des prédicats apparaît aujourd'hui comme incontournable, comment expliquer l'émergence de certaines logiques non standard, sinon par la volonté de prendre en compte des inférences jugées valides et jouant sur des constantes jusque-là tenues hors du champ de ce qui est reconnu comme logique.

On pourrait conclure de ce qui précède que la mise en évidence de la forme logique des énoncés d'un langage demeure largement un exercice sans filet et qui ne peut trouver de justification qu'*a posteriori*, une fois le travail de formalisation terminé et complété par une étude des

4 Si la consistance n'est pas toujours requise, la condition la plus faible est au moins la non trivialité, *cf. supra*, note 2.

propriétés métathéoriques obtenues. Cette conclusion nous paraît cependant excessive, puisque précisément les théories logiques établies nous fournissent d'ores et déjà une base importante d'analyse, base qui, de par ses propriétés remarquables, s'impose en quelque sorte à toute tentative d'élargissement de la notion de constante logique.

Avec la logique des propositions, tout d'abord, on prend comme unité fondamentale d'analyse les entités porteuses d'une valeur de vérité. On peut alors mettre en évidence les constantes logiques propositionnelles et établir que, sous la condition de l'extensionnalité, celles-ci se réduisent à quatre pour les opérations unaires et seize pour les binaires. Vient ensuite la logique des prédicats. L'analyse de la proposition met en évidence de nouveaux éléments qui ne lui sont pas réductibles. Partant du fait que la valeur de vérité d'une proposition ne peut être déterminée sans que son contenu ne porte sur quelque chose, on est amené à considérer comme seconde unité d'analyse les entités référentielles, éléments indispensables à la compréhension de la notion fondamentale de *fonction propositionnelle*. La logique standard nous propose ainsi ses grilles d'analyse qui, en termes de propositions, d'opérateurs, de propriétés, de relations et de quantificateurs, nous permettent d'accéder à une forme logique sous-jacente aux énoncés du langage naturel.

Quelquefois cependant, l'expression discursive du raisonnement s'avère fort éloignée des possibilités expressives de la langue formelle et l'on est alors contraint, pour appliquer les grilles de l'analyse logique, de modifier l'expression linguistique des énoncés que l'on désire traduire dans le langage formel. Bien entendu, toute modification doit pouvoir garantir la permanence du sens logique des énoncés, autrement dit, elle doit en laisser inchangées les conditions de vérité. Et si ces modifications apparaissent dans de nombreux cas comme une étape nécessaire à un travail de traduction logique, se pose alors la question de leur légitimité puisque la logique ne peut garantir par elle-même, dans de telles transformations, la permanence des conditions de vérité. La seule assurance dont nous pouvons disposer passe par un recours à nos intuitions de locuteur.

Précisons cependant notre position. Il ne s'agit nullement de remettre en cause les résultats fondamentaux de la logique du premier ordre, mais plutôt de rappeler que les formes mises en évidence, bien que primitives

et générales, sont issues de la formalisation d'un domaine extrêmement spécifique et élaboré: celui du raisonnement mathématique. Leur pertinence dans ce domaine est aujourd'hui hors de doute, mais lorsqu'on considère d'une manière plus large le rôle et l'importance de la logique par rapport à l'ensemble du savoir déductif, il nous faut reconnaître que les systèmes classiques du premier ordre ne suffisent pas à couvrir l'ensemble du champ de la logique extensionnelle. Le problème de la traduction revêt alors une nouvelle dimension. Dès lors que l'expression discursive de la pensée apparaît inadéquate aux catégories admises de l'analyse logique, plutôt que de plier celle-là aux exigences de celles-ci, il devient pertinent d'envisager un renversement des rapports et de se pencher sur l'existence possible d'opérations logiques différentes de celles étudiées par la logique classique. Le travail consiste alors à étudier certaines formes pour elles-mêmes, en prenant comme appui une analyse de leurs traces discursives.

Bien entendu, une telle démarche demande tout d'abord de se limiter à un projet spécifique. Il est aussi nécessaire de disposer d'une méthodologie d'analyse logique et d'un cadre de représentation formel adéquat. Comme nous allons le montrer, associée à des méthodes d'analyse linguistique, la théorie des catégories sémantiques, issue principalement des travaux d'Ajdukiewicz (1935) et de Bar-Hillel (1953), nous fournit un outil puissant pour l'analyse logique des énoncés.

Quant au projet lui-même, il consiste à étudier, en plus des opérations classiques telles que la négation, la conjonction, la disjonction, etc., des opérations que nous qualifierons d'opérations de *subordination logique*. Sans vouloir entrer d'ores et déjà dans l'explication d'un tel terme, emprunté au vocabulaire de la grammaire, disons qu'il s'agira d'opérations relevant de la fonction référentielle et qu'il faut pour commencer nous pencher sur la question du nom logique.

I.2 La notion de nom logique

Pour mener l'examen de la notion de nom logique, il nous faut revenir tout d'abord à ce que nous avons désigné plus haut comme les unités fondamentales de l'analyse logique. Nous partons du fait général que la démarche logique consiste, au sujet des énoncés, à porter l'attention sur leur valeur de vérité. Nous avons dit que la première unité d'analyse logique est la proposition. Cela signifie que nous considérons la proposition comme l'unité logique la plus générale qui puisse signifier comme un tout de manière indépendante. En termes traditionnels, on dira que la proposition constitue pour la logique le premier des *catégorèmes*.

Comme le relève Husserl (1962: 94-100), on peut en effet distinguer deux sortes d'expressions ou de signes linguistiques. Les uns se caractérisent comme étant pourvus à eux seuls d'un sens autonome et plein – les *catégorèmes* – alors que d'autres ne sont susceptibles de faire pleinement sens que par leurs associations linguistiques avec d'autres expressions, qui viennent en quelque sorte les compléter. Ces dernières sont alors rangées dans l'ensemble des *syncatégorèmes*. Selon Husserl, pour donner un fondement solide à cette distinction grammaticale, il faut la ramener à celle plus générale entre *significations dépendantes* et *indépendantes*[5]. La présence d'articulations linguistiques dans l'expression des significations n'est pas dans ce cas un critère pertinent, et seules l'unité et l'autonomie de sa signification font d'une expression un catégorème. Les syncatégorèmes à l'opposé se caractérisent par la dépendance de leurs significations; leurs expressions linguistiques, comme le dit Husserl, «ne peuvent figurer que comme composantes formelles des expressions de significations indépendantes, elles deviennent ainsi des expressions linguistiques dépendantes, des expressions 'incomplètes» (1962: 98).

Ainsi pour Husserl, les catégorèmes, par l'indépendance de leur signification, sont des expressions qui «peuvent exister isolément comme locutions achevées» (1962: 104). Les syncatégorèmes n'ont pas cette possibilité, s'ils ont bien une signification, celle-ci est dépendante en ce

5 *Cf.* à ce sujet Bourquin (1996: 2-7).

sens qu'elle possède essentiellement, comme le dit Husserl, un «besoin de complément». Les syncatégorèmes sont au sens de Frege des *fonctions*, autrement dit, des éléments dont la dénotation est essentiellement *insaturée*. Conformément à ce critère, on retiendra donc la proposition comme un catégorème. Bien qu'articulée, elle désigne à elle seule une valeur de vérité de manière tout à fait indépendante. Bien entendu, il en va ainsi tout aussi bien des propositions atomiques que des propositions composées, et l'on reconnaîtra comme des syncatégorèmes les articulations qui permettent à partir de propositions atomiques de former l'unité d'une proposition composée. Tel est le cas des conjonctions, disjonctions, conditionnelles, etc. qui, dépourvues d'une signification indépendante, ne font que concourir à la signification pleine et entière de l'expression propositionnelle où elles apparaissent.

La proposition ne constitue cependant pas l'unique catégorème des expressions considérées dans leur sens logique. Bien qu'elle soit la seule à désigner pleinement une valeur de vérité, on sait que même lorsqu'elle est simple ou atomique celle-ci comprend encore un autre type d'articulation. Et comme le remarque Frege:

> On peut envisager de décomposer les propositions [...] en deux parties dont l'une est fermée sur soi et dont l'autre réclame un complément, est insaturée. On analysera par exemple la proposition «César conquit les Gaules» en «César» et «conquit les Gaules». La seconde partie est insaturée, elle traîne une place vide avec elle, et ce n'est qu'après avoir rempli cette place par un nom propre ou une expression qui représente un nom propre qu'on voit naître un sens fermé sur lui-même [autrement dit, le sens d'un catégorème]. (1891: 91 trad.).

L'analyse de la proposition révèle ainsi la présence essentielle d'un élément syncatégorématique, celui que l'on désigne en logique moderne, à la suite de Frege, comme une *fonction propositionnelle*. Cette fonction ne peut accéder à un «sens fermé sur lui-même» que lorsqu'elle porte sur un (voire plusieurs) *argument*, sur un élément qui vient la «saturer», et cet élément est ce que l'on appelle en logique un *nom*. Il nous faut donc reconnaître la présence à l'intérieur de la proposition d'un élément irréductible à la notion de proposition et que l'on érigera au rang de catégorème. Le ranger dans les syncatégorèmes ne pourrait en effet se faire sans mettre en péril la notion fondamentale de fonction propositionnelle. Car si tel était le cas, il faudrait considérer les deux parties de

la proposition analysée comme deux fonctions se complétant mutuellement, ce qui est absurde au vu de la nature de la fonction. Comme le dit Frege: «Les deux parties en lesquelles l'expression est analysée, le signe de l'argument et l'expression de la fonction, ne sont pas du même genre» (1891: 84 trad.) et il ajoute, en prenant l'exemple de la fonction arithmétique, «l'argument est un nombre, *un tout fermé sur soi*, ce que n'est nullement la fonction» (idem, nous soul.). Ajoutons que ce qui vaut ici pour la fonction arithmétique vaut pour toute fonction, la différence étant qu'«il n'y a plus lieu de se limiter aux nombres, [qu']on doit admettre comme argument tout objet en général» (idem: 91). Que l'argument désigne un nombre, une chose ou encore une personne, autrement dit tout ce qui tombe sous la notion d'objet au sens de Frege, il ne peut être qu'un catégorème. Puisque précisément «un objet est tout ce qui n'est pas fonction, c'est ce dont l'expression ne comporte aucune place vide» (idem: 92).

Vers une définition

Il faut donc considérer dans l'analyse logique deux sortes de catégorèmes: les propositions d'une part, qui dénotent une valeur de vérité, les noms (au sens logique) de l'autre, desquels on peut donner une première définition générale: on appellera *nom logique* toute expression qui d'une manière ou d'une autre dénote quelque objet au sens le plus général de ce terme. Il est possible désormais, avec une définition du nom qui s'appuie explicitement sur la fonction de dénotation, de revenir à notre point de départ et d'y rattacher en quelque sorte notre second catégorème. Puisqu'enfin, comme on pourrait le dire, une fois encore à la suite de Frege, porter l'attention sur la valeur de vérité des énoncés, ce n'est pas seulement reconnaître l'unité de la proposition, c'est aussi comprendre que celle-ci enferme des éléments référentiels. Dès lors que l'on s'intéresse à la valeur de vérité d'un énoncé, on doit attribuer ou supposer à ses éléments nominaux une certaine dénotation; sinon comment saisir le rôle de ces éléments dans la constitution de la valeur de la proposition. C'est ce que Frege entend lorsqu'au sujet de la proposition «Ulysse fut déposé sur le sol d'Ithaque dans un profond sommeil», il écrit: «Il est certain toutefois que si l'on prend sérieusement cette

proposition pour une proposition vraie ou fausse, on attribue, ce faisant, une dénotation au nom d'Ulysse, en plus du sens» (1892: 109).

Précisons encore, quant à notre définition du nom, que nous attribuons au terme un sens qui s'éloigne passablement de celui qu'on lui connaît en grammaire. Le nom pour les grammairiens est une sorte de mot qu'on appelle aussi *substantif*. Or ici le nom est tout aussi bien le simple substantif que l'expression nominale complexe. Nous nous éloignons cependant sur un point de Husserl. Il affirme en effet que «par noms nous ne devons pas entendre *les simples substantifs* qui, à eux seuls n'expriment pas un acte complet [i.e. n'ont pas une signification indépendante]» (1962: 275). Il est vrai que dans une langue comme le français, par exemple, un substantif comme *pomme* ne semble en mesure de signifier pleinement que lorsqu'il est accompagné d'un élément de détermination (par exemple un article). Cependant, et comme nous le verrons au chapitre II, cette conception du substantif conduit à considérer les expressions nominales complexes comme des entités élémentaires, inanalysables en termes catégoriels. D'autre part, il est clair que de nombreuses langues (l'anglais, par exemple) autorisent un usage du substantif seul pour l'expression d'un sens nominal complet et indépendant. Nous admettons donc, pour notre part, les expressions nominales ainsi que les substantifs seuls comme des catégorèmes[6].

La définition très générale que nous avons proposée fait encore apparaître un autre problème. En parlant du nom comme d'une expression qui *dénote*, que devons-nous dire d'exemples qui, comme «Pégase» ou «l'actuel roi de France», semblent bien être des noms, mais ne dénotent aucun objet (i.e. des noms vides)?

Il semblerait que l'on doive alors accepter de considérer comme noms des expressions qui ne dénotent rien. Cela reviendrait à considérer comme des termes dénotatifs des termes qui, en fait, ne dénotent pas. Le problème s'accentue encore lorsqu'on songe que, pour la plupart des exemples donnés, on peut considérer des états du monde relativement auxquels ils sont vides. A vouloir appliquer notre définition de manière stricte, ne faudrait-il admettre l'expression *l'auteur de Moby Dick* comme un nom qu'après 1851, date avant laquelle elle ne pouvait

6 Nous aurons l'occasion de revenir sur cette question délicate en II.5.2.

désigner personne? Plus grave encore, il semble qu'à chaque exemple de nom, on puisse associer une expression de même forme qui pourtant ne dénote pas. Ce qu'il y a de gênant dans une telle problématique, bien entendu, c'est qu'il semble impossible de disposer d'un critère logique pour départager les termes qui dénotent véritablement des termes vides.

Une solution possible consiste à affaiblir notre définition, en admettant comme noms logiques non seulement les expressions qui dénotent effectivement quelque objet, mais aussi celles qui sont simplement susceptibles de le faire. On rangerait de la sorte, aux côtés de noms comme *Socrate* ou *l'auteur de Moby Dick*, des noms factuellement vides comme *Ulysse* ou *Eugénie Grandet*. Cette solution est cependant encore insuffisante car on aimerait pouvoir ranger dans les noms logiques des expressions comme *le cercle carré* ou encore *le mouton tautologique*, dont on sait qu'elles ne peuvent dénoter aucun objet existant. S'il y a bien, dans de tels cas, la possibilité d'un critère logique de démarcation[7], il reste que leur forme est bien celle de noms et qu'on peut former sur leur base de véritables propositions dans lesquelles ils apparaissent comme des catégorèmes.

Nous aimerions, pour ces raisons, pouvoir les considérer comme des noms. Ainsi faut-il encore une fois affaiblir notre définition, mais alors en s'appuyant plus directement sur le caractère de constituant catégorématique de la proposition. Cet accès quasi substitutionnel au nom logique nous amène à en donner la nouvelle définition suivante: est un *nom logique* toute expression catégorématique qui dans une proposition peut prendre la place d'un sujet logique, tout ce qui est susceptible de venir saturer une fonction propositionnelle. Poser une telle définition ne suppose pas que l'on puisse désormais se passer de la notion de dénotation. Mais cela a l'avantage de laisser ouverte la question de la nature de la dénotation. On peut entendre par «dénoter» une fonction extrêmement large. On pourra dire en termes husserliens que dénoter, pour un nom, c'est exprimer un acte qui pose le sujet simple et complet d'une proposition. La question de l'existence de l'objet visé

7 Sans vouloir développer une problématique sur laquelle nous aurons à revenir, indiquons seulement que l'on voit ici se manifester une distinction de la plus grande importance logique entre des noms factuellement vides et des noms nécessairement ou logiquement vides.

est ici (provisoirement) écartée du problème de la définition du nom logique et l'on comprend alors que l'on peut accepter comme noms toutes les expressions considérées plus haut ainsi que les fameux exemples de Husserl: *l'ouverture du Reichstag* ou encore l'expression *qu'enfin la pluie soit survenue* dans la proposition *Qu'enfin la pluie soit survenue réjouira les agriculteurs*. Ces expressions nominales, si elles dénotent, ne dénotent certainement pas des objets au sens naïf ou simplement matériel du terme. C'est ainsi sur cette dernière définition que nous allons nous appuyer dans la suite de notre propos.

Cela dit, il nous reste à examiner une notion qui est restée jusqu'ici sous-jacente et qui va nous permettre de donner de tout ce qui précède une image aux contours plus distincts: il s'agit de la notion de *catégorie sémantique*.

I.3 Nom logique et catégories sémantiques

On insiste fréquemment sur le caractère fondamentalement intuitif de la notion de catégorie[8]. Et si l'on excepte le caractère technique des manipulations symboliques, il apparaît en effet que la notion générale de catégorie langagière repose sur quelques constats élémentaires. Afin de rendre compte de la grande multiplicité de sens dont une langue articulée est capable, il faut disposer d'un certain nombre de classes – ou catégories – pour pouvoir regrouper les expressions ou parties d'expressions de cette langue, organisées autour des modes fondamentaux de signification dont elle dispose. Chacune de ces classes doit être accompagnée d'un mode de composition qui exprime la manière dont ses éléments sont associés à d'autres dans la formation des expressions douées de sens de la langue considérée.

Bien entendu, l'idée de catégoriser le langage n'est pas nouvelle, elle remonte même à la Grèce classique[9], mais l'origine moderne des réflexions sur les catégories sémantiques (désormais CS) remonte aux *Logische Untersuchungen* de Husserl[10]. Il fut en effet le premier à assigner au logicien la tâche d'expliciter, dans ce qu'il nomme une «grammaire pure logique», les lois fondamentales de connexion qui garantissent les expression de ses langages du non-sens logique. Ces lois sont premières, elles précèdent l'explicitation des lois logiques au sens habituel du terme, celles qui nous garantissent de l'absurdité logique. Comme le dit Husserl: «On ne doit pas confondre ce qui n'a pas de sens (*das Unsinnige*) avec l'absurde (*das Widersinnige*) que, de son côté, par exagération, on qualifie volontiers de dépourvu de sens, bien qu'il constitue au contraire un domaine partiel de ce qui est doué de sens (*das Sinnvolle*)» (1962: 121). Dans les langages formels d'aujourd'hui, on

8 La notion de catégorie remonte bien entendu à Aristote, mais son sens grammatical technique, dans la tradition et surtout dans les grammaires catégorielles actuelles, s'est considérablement éloigné de son acception primitive. Sur l'histoire de cette notion, et les définitions qui ont pu lui être attribuées, *cf.* en particulier De Libera et Rosier (1992), Nef (1999).

9 *Cf.* Lallot (1988).

10 *Cf.* Bourquin (1996).

parle, en termes syntaxiques, d'*expressions bien formées*. Celles-ci correspondent, en fait, d'un point de vue sémantique, aux expressions susceptibles de recevoir une interprétation. Si nous continuons à parler ici, comme Husserl, d'*expressions douées de sens*, ce n'est pas uniquement pour une raison de conformité historique, mais parce que cette notion est plus primitive et que la terminologie de la logique d'aujourd'hui présuppose en fait la «grammaire» que Husserl appelle de ses voeux.

Husserl montre alors que toute langue articulée doit faire fond sur ce qu'il nomme une «armature idéale». Cette armature est la donnée de classes d'équivalence substitutionnelle – les CS – associées à des modes propres de combinaison. La notion de *catégorie sémantique* se définit comme un ensemble d'éléments substituables les uns aux autres dans des contextes significatifs. Plus précisément, on dira que deux termes ou parties d'expressions t_1 et t_2 d'une langue L ressortissent à une même CS, si et seulement si, à l'intérieur de toute expression $E(t_1)$ de L (expression qui contient t_1), on peut substituer t_2 à t_1 sans que le résultat obtenu $E(t_1/t_2)$ ne perde son caractère sensé, autrement dit, sans qu'il ne devienne une suite incohérente de symboles.

Par exemple, dans la langue de la logique des propositions, les symboles «$\wedge$» et «$\supset$» sont d'une même CS car, lorsqu'on substitue le premier au second dans une expression douée de sens comme (3.1), on obtient toujours une expression elle aussi douée de sens, en l'occurrence (3.2):

(3.1) $p \supset {\sim}p$
(3.2) $p \wedge {\sim}p$

Peu importe ici que l'on passe d'une expression consistante à une expression inconsistante, seul nous intéresse que (3.2), comme (3.1), soit une expression douée de sens.

En revanche «~» n'est pas de la même catégorie que les deux symboles précédents. Il suffit pour le montrer de le substituer à «⊃» dans (3.1). On obtient alors (3.3), qui n'est pas doué de sens[11]:

(3.3) p~~p

Si nous prenons ici nos exemples dans un langage formel, il ne faut pas comprendre que l'application de la notion de CS y soit confinée. Il doit en effet être possible de l'appliquer généralement à toute langue articulée, qu'elle soit artificielle ou non. Husserl insiste sur la visée tout à fait générale de son propos et sur la pertinence de ses lois sur l'ensemble du domaine des significations. Tarski écrit de son côté:

> La théorie des catégories sémantiques s'enracine si profondément dans les intuitions fondamentales relatives au sens des expressions, qu'il est impossible d'imaginer un langage scientifique dont les propositions posséderaient un sens intuitif distinct et dont la structure ne pourrait s'accorder avec cette théorie [...]. (1972: 215).

Cependant, pour chaque type de langue, suivant le niveau d'analyse visé, il est nécessaire de spécifier la théorie relativement à certaines interrogations.

Remarquons premièrement que, pour dégager les CS d'une langue donnée, il est nécessaire de pouvoir faire fond sur une connaissance préalable de ce que sont les expressions douées de sens de cette langue. Deuxièmement, parmi ces expressions et les parties qui les composent, on doit être capable de distinguer entre celles qui font sens de manière indépendante et celles dont la signification est dépendante. On retrouve ici la distinction entre catégorèmes et syncatégorèmes et, en termes catégoriels, on dira que les expressions indépendantes forment les catégories dites *de base* et les dépendantes les catégories *fonctorielles* ou *dérivées*. Reprenons notre exemple de la logique des propositions:

(3.1) p ⊃ ~p

Ses parties «p», «~p» ressortissent à une catégorie de base, en l'occurrence, celle des propositions, qui expriment de manière

11 Autrement dit, ce qui distingue (3.1) et (3.2) de (3.3), c'est que seules les deux premières expressions sont susceptibles de recevoir, dans la sémantique, une valeur de vérité.

indépendante une valeur de vérité. En revanche, les parties «~» et «p ⊃ » sont incomplètes. Elles ressortissent ainsi à des catégories dérivées. Chacune des catégories dérivées est associée à un mode de composition qui exprime comment ses éléments doivent être complétés pour former des expressions douées de sens. Ici «~» et «p ⊃ » doivent toutes deux être complétées, à droite, par une expression propositionnelle. Si on leur adjoint, par exemple, l'expression (3.1) entière (mise entre parenthèses pour éviter des confusions de lecture), on obtient les expressions complètes suivantes:

(3.4) ~(p ⊃ ~p)
(3.5) p ⊃ (p ⊃ ~p)

Suite à l'analyse frégéenne de la proposition, on peut comprendre l'entreprise catégorielle initiée par Husserl comme un nouvel élargissement des notions de *fonction* et d'*argument*, par leur application aux questions de grammaticalité.

On trouve en effet une situation tout à fait analogue à ce qui a été décrit dans le symbolisme de l'Analyse mathématique. Les symboles de fonction (ou *foncteurs*), comme le remarquait Frege, y sont des expressions incomplètes. Elles demandent à être saturées par un ou plusieurs éléments issus d'ensembles déterminés (le domaine de définition de la fonction). Une expression comme «cos(x)» n'exprime à elle seule aucun nombre[12]. C'est seulement lorsqu'elle est complétée, par exemple par le nombre 0, qu'elle devient l'expression complète d'un nombre déterminé: «cos(0)», qui exprime le nombre 1.

Remarquons qu'il s'agit là plus que d'une simple ressemblance formelle. Cette nouvelle manière d'aborder la question de la grammaticalité logique des expressions ouvre la voie à la mathématisation d'une manière traditionnelle d'analyser les faits de langue: il s'agit de la théorie traditionnelle des *parties du discours*. Très proche de par ses principes de la théorie catégorielle, elle s'en distingue cependant par plusieurs aspects.

12 Relevons ici une différence d'avec ce qui précède: l'usage d'un symbole x de variable qui a pour rôle d'indiquer la place vide que remplira l'argument. L'expression est bien en ce sens incomplète.

Il y a premièrement une importante différence entre les deux théories concernant la sélection des éléments catégorématiques. La théorie catégorielle ne reconnaît pas dans le verbe un tel élément car celui-ci, bien qu'indispensable dans nos langues à la constitution d'un discours, reste un élément incomplet. Il est alors remplacé par un élément proprement catégorématique puisque complet: la proposition.

Deuxièmement, la théorie catégorielle se distingue de la théorie traditionnelle par sa plus grande généralité. Contrairement aux parties du discours, l'édifice catégoriel ne repose pas sur une (ou même plusieurs) langue particulière et ses lois sont générales en ce sens qu'elles doivent s'appliquer à toute langue articulée.

Troisièmement, la notion de catégorie sémantique revêt une transparence que les parties du discours n'ont pas. Une catégorie est par elle-même l'expression du mode de signification de ses éléments: lorsqu'on dit par exemple d'un foncteur qu'il est de catégorie S/NN, on exprime immédiatement qu'il s'agit d'un élément qui, pour former une proposition, doit être saturé par deux noms.

Enfin, les catégories se distinguent encore par le fait qu'elles sont toutes caractérisées à partir des seules catégories de base. Elles s'organisent alors comme une hiérarchie qui rend explicite les différents rapports qu'elles entretiennent. Tout cela donne à la théorie catégorielle une plus grande précision ainsi qu'un caractère calculatoire que ne peuvent avoir les parties du discours[13]. L'édifice catégoriel peut ainsi être qualifié, selon le mot de Bar-Hillel (1953), de *notation quasi arithmétique* pour le contrôle de la bonne formation des expressions.

Dans le cas spécifique de l'analyse logique des énoncés, on attribuera aux deux espèces de catégorèmes retenus, les deux index suivants, désignant les catégories de base: S pour les propositions, N pour les noms logiques. Tout élément insaturé tombera sous une catégorie dérivée. Par exemple, une fonction propositionnelle unaire (une propriété) sera analysée comme formatrice de proposition S, à partir d'un unique argument nominal N. Dans la notation commode d'Ajdukiewicz (1935), on attribuera à une telle fonction l'index catégoriel S/N, où le dénominateur indique la catégorie et le nombre du ou des arguments de

13 Sur les critiques modernes de la théorie traditionnelle des parties du discours, *cf.* Lagarde (1988).

la fonction et le numérateur la catégorie de son résultat. Une relation binaire tombera sous la catégorie S/NN, et les opérateurs propositionnels sous S/S pour les unaires (par exemple, la négation) et S/SS pour les binaires (par exemple, la conditionnelle).

Sans vouloir exposer pour l'instant la combinatoire complète des catégories logiques, retenons ici que toute catégorie fonctorielle ou dérivée s'exprime par son index à partir des deux catégories de base N et S. Elle se trouve entièrement déterminée par les informations suivantes: 1. le nombre de ses arguments (son *arité*), 2. leurs catégories respectives (ou *domaine catégoriel*) et enfin 3. la catégorie de son résultat (ou *codomaine catégoriel*).

Il est désormais possible de donner de l'analyse de la proposition une version catégorielle. Une expression de catégorie S comme «Socrate est mortel» se divise en deux parties. L'une est constituée par une fonction propositionnelle insaturée, l'autre par l'argument nominal qui vient la compléter en une proposition. On rangera ainsi «Socrate» dans la catégorie N de base et la fonction «est mortel» dans celle des foncteurs formateurs de propositions à argument nominal unique: S/N. La bonne connexion de l'ensemble de l'expression est assurée par la présence, à côté du foncteur, d'un élément de la catégorie requise pour être son argument. La juxtaposition des deux éléments de catégories N et S/N produit l'unité de la proposition. On pourra ainsi inscrire comme une règle:

(S/N) $N \rightarrow S$

On devine déjà avec celle-ci l'application d'une règle générale de simplification que l'on peut expliciter ainsi:

> A chaque fois qu'un foncteur de catégorie $c/c_1c_2 \ldots c_n$ (où $n \geq 1$) est suivi de n éléments des catégories respectives $c_1, c_2, \ldots, c_n$, la catégorie de la suite obtenue sera c.
> $(c/c_1c_2 \ldots c_n)c_1c_2 \ldots c_n \rightarrow c$

Montrer la bonne connexion d'une expression consistera à établir, par un *calcul catégoriel* appliquant la règle de simplification, que l'on peut réduire la suite des index associés aux éléments de l'expression à un index unique de catégorie de base (S ou éventuellement N pour les expressions nominales).

Comme nous le verrons dans notre chapitre II, il est possible de décrire formellement cette procédure. Ajoutons simplement que la représentation catégorielle permet de mettre en évidence les rapports fonctionnels qui existent entre les éléments logiques des énoncés. On voit par exemple qu'il est impossible structurellement d'analyser la proposition à l'aide de la seule catégorie de base S et que seul le recours à la catégorie N permet de saisir la nature de l'incomplétude de la fonction propositionnelle. Cette remarque prendra toute son importance quand il s'agira pour nous de montrer le caractère essentiel des constantes nominales dans le langage symbolique de la logique des prédicats (*cf. infra* 1.6.1).

I.4 Le nom complexe et les mécanismes logiques de la subordination

Comme nous l'avons évoqué plus haut, il tombe sous la catégorie du nom, aux côtés d'éléments simples et inanalysables, une grande diversité d'expressions composées elles-mêmes d'éléments plus simples qu'une analyse logique doit être en mesure de mettre en évidence.

Ainsi, de même que l'on parle de propositions simples et de propositions complexes, on opposera désormais aux noms simples – dont *Socrate*, *Eugénie Grandet* ou encore le célèbre *ceci* de Russell sont à première vue des exemples – les noms dits complexes, c'est-à-dire toutes expressions nominales comportant des articulations susceptibles d'être révélées par une analyse logique. Le parallélisme évoqué ici entre propositions et noms ne doit pas cependant voiler un certain nombre de différences importantes.

Premièrement, toute proposition même simple est susceptible, comme on le sait, d'une analyse logique. Ce qu'on entend par simplicité de la proposition signifie uniquement l'absence d'un certain type d'articulations logiques, en l'occurrence les opérateurs propositionnels. La simplicité dans le nom signifie plus que cela. Bien entendu, elle exclut la présence dans le nom de ce qu'on pourrait appeler ici des opérateurs nominaux – entendons par là toutes articulations qui, comme la négation ou la conjonction nominale, produisent un nom à partir d'éléments eux-mêmes nominaux (N/NN...N)[14]. Mais elle exclut aussi toute autre articulation logique. Le nom peut ainsi être complexe en plusieurs sens: d'une part, il peut l'être par la présence d'opérateurs nominaux, de l'autre, par celle d'articulations d'un genre différent (la présence conjointe des deux genres n'étant bien entendu pas exclue).

Deuxièmement, s'il paraît indubitable qu'il y a des propositions simples dans le sens que nous avons mentionné, cela ne va pas de soi en ce qui concerne les noms. En effet, il est tout à fait clair que de nombreux noms ne comportent aucun opérateur nominal, mais il est plus

14 Il s'agit des opérateurs que nous qualifions plus loin de *coordination logique*.

difficile de savoir s'il y en a qui ne comptent aucune articulation logique quelle qu'elle soit. La question est loin d'être simple, mais admettons pour l'instant qu'il en existe effectivement. Nous montrerons par la suite que le nier ne va pas sans engendrer certaines absurdités.

Enfin, troisièmement, si l'absence d'opérateurs propositionnels suffit à parler de simplicité dans les propositions, c'est que celles-ci sont toutes susceptibles en dernier lieu d'une même analyse structurelle. On reconnaît en effet en chacune d'elles, d'une part une fonction propositionnelle qui prend ses valeurs dans l'ensemble des valeurs de vérité, de l'autre un ou des éléments saturants. Cette homogénéité structurelle, une fois de plus, ne se retrouve pas dans les noms. Car, à la diversité des opérateurs nominaux, s'ajoute encore une multiplicité – du moins apparente – d'autres articulations nominales. Et même si l'on est loin de disposer d'une vue systématique de ces articulations, on peut, du moins sous l'angle catégoriel, en parcourir l'ensemble des possibles. A partir des deux catégories de base de l'analyse logique – N et S –, il est aisé de dériver l'ensemble des catégories fonctorielles dont l'index possède au numérateur le N de la catégorie des noms[15].

Positionnalité et affirmation implicite

Certes, il ne s'agit pas de mener ici une étude systématique des types possibles d'articulations nominales. Mais il nous faut, pour cerner notre objet, en distinguer plusieurs familles. Sur la base des remarques précédentes, abordons la question en reprenant une importante distinction proposée par Husserl au sujet des représentations nominales, et qui s'applique au nom tel qu'il a été abordé ici.

Il faut, selon Husserl, distinguer parmi les noms deux espèces: d'une part des noms *positionnels*, de l'autre des noms *non positionnels*. Les premiers sont ceux «qui confèrent à ce qui est nommé la valeur d'un existant», les seconds ceux «qui ne le font pas» (1962: 275). Il apparaît en effet de manière claire que, dans certains cas, l'usage du nom enferme, d'une manière qu'il reste à déterminer, l'affirmation implicite de l'existence de ce qui est nommé. Considérant des exemples comme *le prince Henri, la statue de Roland sur le marché* et *le facteur qui passe*

15 Les catégories N/N, N/NN, N/S, N/SN ou encore N/(S/N)N en sont des exemples.

rapidement, Husserl affirme: «celui qui emploie ces noms dans un discours véridique et avec un sens normal 'sait' que le prince Henri est une personne réelle et non pas un être chimérique, qu'il y a au marché une statue de Roland, que le facteur passe en hâte» et il ajoute: «les objets nommés [...] ne lui apparaissent pas seulement comme existants, il les exprime aussi comme tels» (1962: 274). Il y a ainsi des noms qui, dans leur usage, remplissent une fonction manifestement plus large que celle qui pouvait en être attendue: non seulement ils nomment leur objet, mais ils le nomment comme existant. Si Husserl distingue ici clairement entre la fonction proprement dénotative des noms et la fonction attachée à leur usage positionnel, il ne dit pas avec précision en quoi consiste selon lui cette dernière. Nous comprendrons, pour notre part, la positionnalité d'un nom comme le fait que son usage dans un contexte propositionnel implique logiquement l'affirmation de l'existence de l'objet dénoté[16]. Bien qu'implicite dans l'expression ordinaire, cette affirmation est donc à considérer comme présente dans le contenu logique des énoncés concernés. On peut alors nier une proposition comme «La statue de Roland au marché est en granit» de deux manières: soit en affirmant que cette statue n'est pas en granit, soit en niant qu'il y ait une telle statue.

Au demeurant, il est manifeste que dans la grande majorité des cas, au moins en ce qui concerne les langues que nous connaissons, l'usage des noms est positionnel. Et si cela ne fait pas de doute, c'est plutôt l'existence des noms non positionnels qui apparaît problématique. Il nous semble en fait, sinon impossible, du moins extrêmement difficile d'en formuler des exemples. On sait de plus le sort que réservera Russell à l'exemple cité par Husserl des jugements d'existence, où selon ce dernier la matière nominale apparaît «sans aucune position existentielle»[17] (1962: 275). Nous admettons cependant, avec Husserl, que la distinction faite entre la fonction de dénotation du nom et son usage positionnel conduit à considérer la possibilité au moins théorique de

16 Nous verrons en I.6 qu'il est possible d'envisager la positionnalité des noms d'une manière différente. Frege, en effet, propose d'y voir non pas une affirmation implicite, mais ce qu'il appelle une *présupposition* d'existence. Cette solution ne convient cependant pas ici et nous en examinerons les raisons plus bas.

17 *Cf.* Russell (1918: 211-213) et *infra* I.5.

noms non positionnels. Ranger, comme nous le faisons, le nom dans les catégorèmes, et donc dans les expressions qui peuvent faire sens hors de tout contexte propositionnel, conduit d'ailleurs implicitement à cette possibilité.

Cela dit, que l'on admette ou non la possibilité au moins théorique d'un usage non positionnel du nom, ce qui nous importe c'est que dans la majorité des cas c'est un usage positionnel qui en est fait. Celui-ci comporte, relativement à la notion même de nom, un caractère qui peut sembler à première vue paradoxal. Husserl énonçait la chose en disant de ces noms «qu'ils visent et nomment l'objet comme *existant réellement*, sans pour cela être plus que de simples noms, en d'autres termes sans qu'on puisse les considérer comme des énoncés complets» (1962: 274). Il va de soi qu'aucun énoncé ou proposition ne peut, tel quel, jouer le rôle de sujet logique, c'est-à-dire sans avoir subi au préalable une modification qui en fasse un nom. Cela n'implique pas que le nom ne puisse en quelque manière contenir une proposition, mais plutôt que celui-ci ne peut être pleinement un nom que si cette proposition y est d'une manière ou d'une autre modifiée.

Ainsi, il n'y a autour du nom positionnel qu'un paradoxe apparent. Car, si l'usage d'un tel nom implique véritablement l'existence de ce qui est dénoté, ce n'est qu'en vertu d'une certaine *relation* qui existe entre le nom et la proposition qu'il contient sous une forme forcément modifiée. Comme le dit encore Husserl, «le nom positionnel n'est certainement pas un énoncé, une expression d'un jugement se suffisant en quelque sorte à lui-même. Il n'en est pas moins vrai qu'il implique un jugement» et il ajoute un peu plus loin «Quand quelqu'un dit *le facteur en train de passer*, il y a bien là-dedans un jugement: *le facteur passe*» (1962: 277).

Il y a plus, et comme on le devine déjà dans ce dernier exemple, la présence implicite ou explicite de propositions dans la composition des noms complexes dépasse largement la question de la positionnalité. Ainsi une proposition dont le sujet est complexe, comme «l'auteur de *Moby Dick* est américain», implique-t-elle non seulement l'existence d'une personne désignée par le nom complexe, mais aussi son unicité et que celle-ci a écrit l'ouvrage connu sous le titre de *Moby Dick*. De même, une proposition contenant «le facteur qui passe rapidement»

implique-t-elle l'existence unique d'un tel facteur, ainsi, comme le dit Husserl, que celui-ci «passe en hâte».

Tout cela ne va évidemment pas sans rappeler les analyses devenues classiques de Russell. Celles-ci ne s'accordent cependant pas avec une définition du nom aussi large que celle que nous avons proposée. Elles demandent expressément, comme chacun sait, de distinguer, parmi les noms au sens large, entre des noms véritables, qui n'impliquent aucune affirmation, et ce que Russell appelle des descriptions, rangées hors du domaine des noms logiques.

Nous allons montrer, par la suite, en quoi ces solutions conduisent à des conséquences qui peuvent être jugées comme des impasses et comment il est possible d'en élaborer d'autres qui conservent à la notion de nom logique le sens large que nous lui avons attribué.

La subordination logique

On admettra ainsi, sur la base des considérations qui précèdent, qu'un nom puisse contenir des constituants propositionnels. Et nous appellerons *subordination logique* l'organisation des noms complexes contenant de tels constituants.

Il va de soi que dans la perspective classique, issue principalement des travaux de Russell, l'ensemble de ces noms complexes est en quelque sorte vidé de son contenu. Chacun d'entre eux y est traité, non pas comme un nom, mais comme une description. Nous soutiendrons dans ces pages qu'il est néanmoins possible de les traiter comme tels et ceci moyennant une approche différente de l'analyse logique des énoncés ainsi qu'une transformation de l'appareil formel. Il s'agit, pour ce faire, d'étudier la subordination logique pour elle-même, sans l'éliminer des éléments possibles de la forme logique.

La présence de propositions dans la composition du nom complexe ne peut aller, comme nous l'avons dit, sans quelque modification de celles-ci. L'étude de la subordination logique se donne précisément pour but la mise en évidence et la représentation formelle des mécanismes liés à ce type de modifications ainsi que des rapports logiques qu'entretiennent les propositions modifiées avec d'autres propositions.

Ajoutons encore qu'il ne faut pas entendre ici le terme de *subordination* en complet accord avec les définitions qu'en peuvent proposer les linguistes. Car, si le choix de ce terme s'est en quelque sorte imposé à nous, ce n'est qu'en vertu d'une analogie partielle avec les analyses grammaticales.

D'une part, la présence d'une proposition dans le composé que constitue un nom complexe met celle-ci dans un rapport entre éléments qui, comme le diraient les grammairiens, ne sont pas de même niveau. On peut ainsi de manière similaire qualifier d'éléments de *coordination logique* les articulations qui, comme la négation, la conjonction, etc. joignent en un tout d'un certain niveau des éléments de ce même niveau.

D'autre part, on constate, dans une large majorité de cas, que l'expression linguistique des noms complexes sur lesquels nous portons notre attention se traduit, ou peut se traduire, dans des formes comportant des propositions dites *subordonnées*. On en rencontre en fait deux sortes principales, que les grammairiens distinguent classiquement en *propositions relatives* et *propositions complétives*. Nous reviendrons dans nos analyses sur la pertinence logique d'une telle distinction grammaticale (*cf. infra* II.5.3). Mais ajoutons d'ores et déjà que, si la grammaire peut parfois guider le logicien, les deux notions de *subordination* – logique et grammaticale – ne se recoupent que partiellement. Tout nom complexe relevant de la subordination logique ne s'exprime pas nécessairement par le truchement d'une proposition subordonnée. Et, à l'inverse, il est certain que toute proposition subordonnée n'implique pas la présence dans la forme logique de l'énoncé où elle apparaît d'un nom complexe. Qu'il suffise pour s'en convaincre de considérer les deux exemples suivants. Le premier,

L'auteur de Moby Dick

ne comporte aucune proposition subordonnée et exprime pourtant un nom complexe logiquement subordonné. Alors que le second,

Il est possible que Jean vienne

contient bien une telle proposition sans pour autant exprimer aucun nom complexe.

Ce que nous entendons par *subordination logique* ayant été précisé, il nous faut à présent examiner les raisons qui imposent dans le traitement classique des noms complexes à en faire l'économie au profit de la notion de *description*.

I.5 Nom complexe et description

Pour Russell comme pour Frege, la notion de *nom logique* ne saurait se concevoir comme plus étendue que celle de *nom propre*. Frege est cependant le seul à admettre comme noms logiques des expressions complexes. Il dit en effet: «j'entends [par 'noms'] toute manière de désigner qui joue le rôle d'un nom propre: ce dont la dénotation est un objet déterminé (ce mot étant pris dans l'acceptation la plus large) mais ne saurait être ni un concept ni une relation» et il ajoute «la désignation d'un objet singulier peut consister en *plusieurs mots ou autres signes*. A fin de brièveté, on appellera nom propre toute désignation de ce type» (1892: 103-104 nous soul.). Le nom logique selon Frege recouvre ainsi, d'une part, les noms propres au sens grammatical, comme *Aristote*, mais aussi, de l'autre, des expressions composées, des combinaisons de signes, pour autant que leur référence soit un objet unique et déterminé.

Russell, comme on le sait, refuse à ce type d'expressions le statut d'authentique nom logique. Les raisons qu'il invoque reposent, selon lui, sur «les difficultés auxquelles on se heurte inévitablement quand on considère que les expressions dénotantes représentent des constituants authentiques des propositions dans l'expression verbale desquelles elles figurent» (1905: 207 trad.).

Sans vouloir entrer ici dans les détails bien connus de la critique par Russell de la théorie frégéenne du sens et de la dénotation[18], nous allons examiner les raisons qui vont pousser Russell dans ses écrits logiques à «[réduire] toutes les propositions où figurent des expressions dénotantes à des formes où n'en figure aucune» (1905: 207 trad.). Pour Russell, comme pour toute la tradition logique issue des *Principia Mathematica*, ne peuvent être des noms logiques que les éléments dénotants simples, représentables dans le système logique par un symbole unique de constante d'objet[19]. Toute autre expression dénotante est alors rangée dans les *descriptions*, autrement dit parmi ce que Russell considère comme des *symboles incomplets*.

18 *Cf.* Russell (1905) et Vernant (1993: 201-243).

19 Sur les critères du nom logique chez Russell, *cf. infra* I.6.1.

On rencontre dans les *Principia Mathematica* trois sortes de symboles incomplets: les classes, les relations et bien sûr les descriptions. «Par symbole 'incomplet', nous disent Whitehead et Russell, nous entendons un symbole qui n'est supposé n'avoir aucun sens isolément et qui n'est défini que dans certains contextes». Avec de tels symboles, précisent-ils encore, «il faut ajouter quelque chose pour obtenir quoi que ce soit qui ait une signification» (1927: 31 trad.). C'est ainsi que les noms propres comme «Socrate» peuvent être représentés par un symbole unique; ils possèdent un sens complet sans l'aide d'aucun contexte. Les descriptions seront par contre représentées à l'aide d'un nouveau symbole – le fameux iota «ι», hérité de la notation de Peano – et seulement dans une expression complexe «$(\iota x)(\phi x)$», que l'on peut lire comme «le x satisfaisant la fonction $\phi\hat{x}$». D'un point de vue opératoire, l'opérateur iota se comporte en fait comme un quantificateur, mais les auteurs ne peuvent donner de l'expression «$(\iota x)(\phi x)$» une définition nominale (comme on peut le faire par exemple avec «$(\exists x)(\phi x)$» que l'on définit par «$\sim(\forall x)\sim(\phi x)$»). Elle ne peut en effet être introduite dans les *Principia* que par le biais de ce que les auteurs nomment une «définition d'usage» (*definition in use*), c'est-à-dire une définition qui place le *definiendum* explicitement dans le contexte où il est susceptible de prendre sens. On trouve ainsi dans les *Principia* la définition suivante[20], où «$(\iota x)(\phi x)$» apparaît comme argument de la fonction $f\hat{y}$:

$$f\{(\iota x)(\phi x)\} =: (\exists c): \phi x . \equiv_x . x=c : fc \quad \text{Def}$$

Toute expression propositionnelle portant sur une description $(\iota x)(\phi x)$ se réduit alors, par définition, à une expression symbolique complexe où celle-ci a disparu complètement au profit de ce que Russell nomme une *proposition générale*. Celle-ci, bien que portant sur un objet singulier déterminé, n'en comporte aucune mention et s'exprime uniquement par le biais de fonctions propositionnelles quantifiées.

Il n'en demeure pas moins que l'expression «$(\iota x)(\phi x)$» constitue, à côté de la simple constante, un moyen pour désigner un individu déterminé. Mais tout le problème consiste à montrer que ces deux modes de désignation ne sauraient, d'un point de vue logique, être assimilées l'une à l'autre et qu'ainsi, comme l'affirment les auteurs des *Principia*,

20 Il s'agit de la définition 14.01, que nous donnons ici sous une forme simplifiée.

«$(\iota x)(\Phi x)$ est-il purement symbolique et ne représente-t-il pas *directement* un objet, comme le fait généralement un petit caractère latin indépendant [i.e. une constante d'objet]» (1927: 312 trad., nous soul.).

Afin d'écarter toute possibilité d'assimilation entre nom logique et description, Russell propose deux types d'arguments, que nous allons maintenant examiner.

Les propositions d'existence

Le premier porte sur des expressions qui affirment une existence singulière, comme par exemple:

(5.1) L'homme au masque de fer a existé
(5.2) Romulus a existé

Bien que ces deux expressions soient clairement des propositions, elles ne peuvent pas porter directement sur les objets respectifs désignés par «l'homme au masque de fer» et «Romulus». C'est pourtant ce qui devrait être le cas si ces deux expressions dénotantes étaient de véritables noms logiques. Car lorsqu'on fournit à un véritable nom – «Socrate» par exemple – un certain contexte – comme par exemple «Socrate est mortel», «ces mots représentent *un fait dont Socrate lui-même est un constituant*, il y a un certain objet, à savoir Socrate, qui a la propriété de la mortalité, et cet objet est un constituant du fait complexe que nous affirmons quand nous disons 'Socrate est mortel» (1927: 309 trad., nous soul.)[21]. Or cela ne se peut pas avec les propositions considérées et il suffit pour s'en convaincre, selon Russell, d'en examiner les négations. Si dans «Romulus n'a pas existé», «Romulus» était un nom, la proposition affirmerait d'un certain objet que celui-ci n'a pas existé; ce qui est absurde, «parce que vous ne pouvez pas avoir dans une proposition un constituant qui n'est rien du tout» Russell (1918: 402 trad.).

Russell en conclut, au sujet de l'exemple examiné, que «le nom 'Romulus' n'est pas vraiment un nom mais une espèce de description

21 Comme l'écrit encore Russell dans une réponse à une objection de Frege: «Ich glaube dass der Mont Blanc selbst, trotz aller seine Schneefelder, Bestandheil desses ist was eigentlich behauptet wird im Satze "Der Mont Blanc ist mehr als 4000 Meter hoch"» Frege, Russell (1994: 96).

tronquée. Il représente une personne qui a fait telles et telles choses, qui a tué Rémus, fondé Rome, etc. C'est un raccourci de cette description» (1918: 403 trad.).

Ceci vaut pour toute proposition d'existence et montre que les descriptions ne peuvent pas (au moins, pas toujours) être assimilées à des noms.

> When in ordinary language or in philosophy, something is said to «exist», it is always something *described*, i.e. it is not something immediately presented, like a taste or a patch of colour, but something like «matter» or «mind» or «Homer» (meaning «the author of the Homeric poems»), which is known by description as «the so-and-so», and is thus of the form $(\iota x)(\Phi x)$. Whitehead, Russell (1927: 174-175).

Les propositions d'identité

Le second type d'argument porte sur certaines propositions d'identité. Il comprend en fait deux variantes et vise à établir une séparation, cette fois-ci complète, entre noms et descriptions. Reprenant l'énigme exposée par Russell (1905) concernant la curiosité de George IV, les auteurs des *Principia* examinent la proposition

> (5.3) Scott est l'auteur de *Waverley*

Celle-ci exprime une relation d'équivalence. Mais, comme le remarquait déjà Frege (1892: 102 trad.), cette relation peut s'interpréter de deux manières: d'une part, comme une identité entre objets, de l'autre, comme une relation qui porte non pas sur les objets désignés, mais sur les signes eux-mêmes. Les auteurs des *Principia* se proposent de montrer que, dans chacune de ces interprétations, il est impossible d'assimiler la description «l'auteur de *Waverley*» à un véritable nom logique.

Le premier argument concerne l'interprétation de la proposition comme exprimant une *identité d'objets*. Celle-ci est conforme à la définition de l'identité que l'on trouve dans les *Principia* et qui signifie en substance que x et y sont identiques si et seulement si tout ce qu'on peut affirmer de l'objet x peut l'être aussi de l'objet y[22]. L'identité ainsi comprise ne peut en fait porter que sur un seul et même objet.

22 *Cf.* définition 13.01 (1927: 168).

L'assertion d'une identité x=y autorise ainsi la substitution entre elles, en tout contexte propositionnel, des occurences de «x» et «y». Comme le remarquait déjà Frege, dans un tel cas, on ne voit pas en quoi une expression comme «a=b» pourrait différer, si elle est vraie, de l'expression «a=a».

Whitehead et Russell reprennent le propos de Frege en faisant l'hypothèse absurde que «l'auteur de *Waverley*», tout comme «Scott», est un véritable nom. Ils affirment alors: «Si 'l'auteur de *Waverley*' pouvait être considéré comme un nom propre et supposé représenter quelque objet c, la proposition devrait être 'Scott est c» (1927: 310 trad.). On tombe alors dans un dilemme. Si l'individu c est quelqu'un d'autre que Scott, la proposition ne peut être que fausse. Sinon, c'est-à-dire si c est bien Scott, la proposition ne dira rien d'autre que celle-ci: «Scott est Scott». Et, comme le disent les auteurs, c'est là quelque chose de «trivial, et tout à fait différent de 'Scott est l'auteur de *Waverley*» (1927: 310 trad.).

On est donc conduit à l'absurdité suivante: «Si 'c' est un nom, la proposition 'Scott est c' est soit fausse soit tautologique» Russell (1918: 406 trad.), ce qui n'est bien entendu pas le cas de la proposition (5.3). Il faut donc, pour éviter cette absurdité, rejeter l'hypothèse de départ et admettre que «l'auteur de *Waverley*» ne peut être assimilé à un nom; il s'agit bien d'une description de la forme $(\iota x)(\Phi x)$.

Reste encore aux auteurs des *Principia*, pour être complets, à examiner l'autre interprétation, celle où la proposition est comprise comme exprimant une *relation entre signes*. Là encore, il s'agira de montrer que l'hypothèse d'une assimilation de la description à un nom mène à une absurdité.

Selon Russell, dire que «Scott est l'auteur de *Waverley*» exprime que «Scott» et «l'auteur de *Waverley*» sont deux noms pour une même personne est, selon ses termes, «totalement illusoire» (1918: 405 trad.). Cette manière de faire met en péril la notion de vérité car on considère alors que, comme «Scott», «l'auteur de *Waverley*» aurait pu être utilisé comme une pure appellation de Scott. Ceci aurait bien entendu pu se produire – comme le dit Frege, «on ne peut interdire à personne de prendre n'importe quel événement ou objet arbitrairement choisi pour désigner n'importe quoi» (1892: 103 trad.). Comme le disent les auteurs,

«s'il avait été appelé de la sorte, la proposition serait vraie même si quelqu'un d'autre avait écrit *Waverley*; tandis que si personne ne l'avait appelé ainsi, la proposition serait fausse, même s'il avait écrit *Waverley*» (1927: 311 trad.). Et l'on voit alors que la valeur de vérité de la proposition (5.3) devient totalement indépendante de cette autre proposition «Scott a écrit *Waverley*», ce qui est bien sûr inacceptable.

Il est désormais clair, pour Whitehead et Russell, qu'aucune description de la forme le tel-et-tel – ou symboliquement $(\iota x)(\Phi x)$ – ne peut être assimilée à un véritable nom, c'est-à-dire à une constante nominale.

On trouve ainsi dans le corps des *Principia* qu'il est illicite par définition d'écrire avec le symbole «E!», qui représente le «prédicat» d'existence, une expression comme:

$$E!a$$

Toute proposition d'existence s'exprime en effet dans la forme:

$$E!(\iota x)(\Phi x)$$

dont la définition, conforme à l'esprit de celle de $(\iota x)(\Phi x)$, est posée comme suit:

$$14.02 \quad E!(\iota x)(\Phi x) .=: (\exists b) : \Phi x . \equiv_x . x=b \qquad Df.$$

On peut montrer que cette formule est impliquée par toute proposition qui contient la description $(\iota x)(\Phi x)$, autrement dit, on a bien le théorème suivant:

$$14.21 \quad \vdash : \psi(\iota x)(\Phi x) . \supset . E! (\iota x)(\Phi x)$$

qui rend compte du caractère explicitement positionnel de l'usage des descriptions dans les *Principia*.

D'autre part, une proposition d'identité, comme «Scott est l'auteur de *Waverley*» s'exprimera alors:

$$a = (\iota x)(\Phi x)$$

Et l'on peut montrer à l'aide de la définition de la description 14.01, que cette formule est tout simplement équivalente à celle-ci:

$$\Phi x . \equiv_x . x=a$$

Ceci montre que «Scott est l'auteur de *Waverley*» ne peut être vraie que si Scott a écrit *Waverley* et qu'elle est fausse sinon.

De cette manière, toute expression contenant une description sera-t-elle ramenée, par sa traduction symbolique, à une *proposition générale* ne contenant aucun élément référentiel. Le symbolisme ingénieux des *Principia* permet ainsi d'éliminer du langage logique toute expression dénotante et de résoudre les difficultés soulevées par les énigmes de Russell.

Il reste cependant à examiner si les traductions en termes de quantifications existentielles permettent effectivement d'apporter une solution aux problèmes liés à la dénotation. Cet examen nous amènera dans la suite à montrer que la direction prise par Russell engage le logicien à se prononcer sur des questions qui ne sont pas proprement du domaine de la logique mais plutôt de ceux de l'ontologie et de la philosophie de la connaissance.

I.6 Enjeux et limites de la perspective russellienne

Comme nous l'avons dit, la théorie russellienne des descriptions est sans conteste celle qui a eu l'influence la plus déterminante sur les développements ultérieurs de la logique moderne. Bien entendu, on trouve aussi dans l'histoire récente de la discipline, à côté des recherches qui présentent explicitement pour cadre la perspective russellienne, quelques tentatives de traitement du nom complexe qui empruntent un chemin différent. Il ne s'agit pas pour nous de déterminer ici si l'une de ces théories doit l'emporter au détriment des autres, mais plutôt de constater la possibilité de cette diversité et de mesurer les avantages et inconvénients qui s'attachent à certaines directions que peut prendre la recherche.

On retient généralement comme une des principales manières de s'opposer au traitement russellien des descriptions la manière dont Frege aborde la question. Celui-ci, en quelques mots, considère que l'usage d'un nom complexe descriptif n'implique pas explicitement l'affirmation de l'existence unique d'une certaine référence. S'appuyant sur l'usage ordinaire, Frege soutient, à l'inverse de ce que nous avons dit (*cf. supra* I.4), que la négation d'une proposition comme «Kepler mourut dans la misère» est simplement «Kepler ne mourut pas dans la misère», et non pas une proposition disjonctive comme «Kepler ne mourut pas dans la misère ou le nom 'Kepler' ne dénote rien». Pour lui, l'usage d'une proposition contenant des noms – que ceux-ci soient simples ou composés – ne fait que *présupposer* le caractère dénotatif de ces éléments, sans pour autant l'impliquer. «Bien plus, dit-il, la supposition que le nom 'Kepler' désigne quelque chose vaut tout autant pour l'affirmation 'Kepler mourut dans la misère' que pour l'affirmation opposée» (1892: 116 trad.).

Le caractère non explicite de la présupposition permet à Frege d'esquiver en quelque sorte les questions ontologiques liées au problème de la dénotation, en les rejetant hors du domaine propre du symbolisme logique. Conçue dans une perspective plus large que les analyses de Russell, la théorie frégéenne ne néglige pas, comme le dit Vernant,

«l'usage ludique ou esthétique du langage, tout entier fondé sur la possibilité d'utiliser, à titre d'*images*, des expressions sans références effectives» (1986a: 153). Ouvrant la voie aux études pragmatiques du discours, la perspective frégéenne ne peut pourtant s'appliquer facilement à un projet logique qui prend pour unique champ les énoncés du discours rationnel ou scientifique. L'usage scientifique du discours se caractérise essentiellement par l'attention qui est portée aux valeurs de vérité des énoncés. Il s'avère alors primordial de pouvoir s'assurer que chaque énoncé possède bel et bien une telle valeur. En ce sens, l'analyse frégéenne demeure problématique, car elle ne saurait véritablement échapper au danger de passer, dans le discours scientifique, de la présupposition à une pure et simple *illusion de référence*.

Notre projet, sur ce plan, se rapproche certainement plus de celui de Russell que de la perspective de Frege[23]. Le principal avantage de la théorie russellienne des descriptions est sans doute qu'elle échappe totalement au danger inhérent à l'illusion de référence, car elle offre les possibilités techniques de rendre parfaitement explicite, dans le symbolisme de la logique, tout ce qui est supposé par l'usage des termes descriptifs.

Cela bien entendu ne va pas sans une certaine complexification de l'appareil symbolique et un travail de traduction rendu parfois assez ardu. Il ne s'agit là selon nous que d'un défaut d'ordre pratique et c'est d'un genre différent de problèmes que nous voulons parler ici.

I.6.1 Le problème de la démarcation

Comme nous l'avons vu, la volonté d'expliciter totalement dans le langage symbolique ce qui est sous-entendu par un usage ordinaire des noms conduit Russell à réduire considérablement la notion de nom logique au profit de celle de description. Non seulement, aucun nom complexe ne peut être traduit par une constante nominale, mais les noms propres eux-mêmes, comme on le constate dans les exemples de Russell,

23 C'est pourquoi nous avons choisi plus haut, comme Russell le fait, d'analyser la positionnalité des noms en termes d'affirmation d'existence, laissant du coup de côté la présupposition frégéenne.

sont la plupart du temps considérés comme des descriptions tronquées, (i.e. comme des facilités linguistiques que le langage symbolique doit démanteler). Se pose ainsi légitimement la question de savoir comment établir une ligne précise de démarcation entre les descriptions d'une part et ce que Russell appelle les véritables noms propres logiques (*logically proper names*) de l'autre. On ne voit en fait pas bien ce qui peut autoriser Russell, dans certains de ses écrits, à faire de «Scott» ou de «Socrate» des exemples de véritables noms[24] alors que «Romulus» est conçu invariablement comme une description tronquée. A en croire la *Philosophie de l'atomisme logique* (1918: 212-213), cette différence ne se fonde ni plus ni moins que sur le degré de certitude que nous avons de faire référence à un individu réel lorsque nous utilisons ces noms. Bien entendu, il ne faut pas ici prendre le choix de ces exemples trop au sérieux; Russell y a probablement recours pour des raisons d'exposition de ses arguments. Et il reconnaît lui-même qu'il est difficile de trouver des exemples de noms logiques dans le langage ordinaire, car ceux-ci doivent donner un accès immédiat à leur dénotation. Comme le disent Kneale et Kneale:

> According to Russell a *logically proper name* is one used to designate an object of which the speaker is directly aware at the time of speaking, e.g. something which he sees in a basic and unanalysable sense of the word «see», and it designates what it does without saying or implying anything about it. (1962: 596).

Il est bien clair que la majorité des noms propres du langage ordinaire ne peut remplir ces conditions. Et pour marquer la limite, Russell va faire appel à sa fameuse distinction entre deux sortes de connaissance: la connaissance directe (*by acquaintance*) et la connaissance par description. Selon cette théorie, toute connaissance est réductible au bout du compte à une connaissance directe, c'est-à-dire la connaissance d'une chose que nous avons par expérience directe. L'expérience directe d'une chose est celle que l'on a, comme le dit Russell, «quand elle est là directement devant nous, que nous en avons connaissance, sans l'intermédiaire d'aucun processus d'inférence ou de quelques connaissance de vérité que ce soit» (1912: 69 trad.).

24 *Cf.* par exemple Whitehead, Russell (1927: 66).

Le bien-fondé de la réflexion de Russell n'est pas ici l'objet de notre propos, mais lorsqu'il explique que seules les choses dont nous avons une connaissance directe peuvent être désignées par de véritables noms logiques, nous remarquons que le critère de démarcation qu'il utilise entre noms et descriptions n'est pas un critère logique, ni même sémiotique, mais clairement un critère épistémique. Insistons sur un fait: que le critère soit bon ou non n'est pas ici le problème, seulement il n'y a aucune raison d'ordre logique de l'accepter ou de le rejeter. De plus, si tout le monde reconnaît volontiers que le langage ordinaire est ambigu et véhicule une grande part d'implicite, nous sommes réticents à admettre une des conséquences du critère de Russell: les énoncés du langage ordinaire ne peuvent avoir aucune sorte d'objectivité dans la mesure où les propositions qu'ils expriment sont totalement différentes selon que les états de connaissance de celui qui les interprète sont plus ou moins éloignés de son expérience directe.

Les conditions de la connaissance directe étant très fortes, les seuls exemples que peut donner Russell de véritables noms logiques sont des mots comme «*this*», ou «*that*» lorsqu'ils sont utilisés pour désigner des données sensorielles (*sense-data*). Ainsi même lorsque nous désignons dans une assemblée par le mot «ceci» un certain objet que tout le monde perçoit – un livre par exemple – si c'est du livre lui-même que nous voulons parler, il nous faudra considérer «ceci» comme exprimant une description. Les seules choses que nous puissions désigner directement sont ce qui constitue notre perception du livre: son apparence, son toucher, etc. Or nous doutons que pratiquement il en soit ainsi et que nous n'usions pas en fait d'un nom propre pour désigner le livre. Le bon sens nous paraît ici d'un plus grand secours qu'une réflexion philosophique, par ailleurs fort utile, mais qui ne peut nous satisfaire là où légitimement c'est un critère d'ordre logique que nous attendons.

En résumé, soit nous admettons avec Russell que «ceci» ne peut désigner le livre lui-même que par le biais d'une description et nous nous éloignons alors d'une manière considérable de l'usage ordinaire, soit nous admettons, par une sorte de coup de force – comme le fait d'ailleurs Russell avec ses exemples de «Scott» ou de «Socrate» – en considérant «ceci» comme un véritable nom. Mais alors, que faisons-nous d'autre que ce que fait Frege quand il dit que l'usage des noms *présuppose* une

certaine dénotation. Il ne nous semble pas du rôle de la logique de se prononcer quant à l'existence effective d'une quelconque dénotation et pourtant, comme nous allons le voir, il ne semble pas qu'elle puisse cependant se passer totalement des noms. La position de Russell nous apparaît donc, en l'absence d'un critère logique de démarcation entre noms et description, dépendante de ses conceptions épistémiques[25].

Le réductionnisme de Quine

Comme le dit Quine:

> [Russell, avec sa réduction des descriptions] ne franchit pas l'étape suivante qui consiste à traiter tous les noms comme des descriptions et ainsi à les éliminer à leur tour. Il préféra conserver une distinction épistémologique [ou plutôt *épistémique*] entre les noms qui étaient des descriptions abrégées et ceux qui constituaient irréductiblement des noms propres, appris par connaissance directe. (1972: 249).

La position de Quine nous semble à ce sujet exemplaire et constitue une solution qui pousse la réduction russellienne dans ses dernières conséquences. En l'absence de critère de démarcation logique entre noms et descriptions, tout engage le logicien vers un traitement global des désignateurs[26] comme descriptions. Pour Quine, non seulement les expressions dénotantes et les descriptions tronquées de Russell sont réductibles, mais aussi d'une manière générale tous les termes singuliers. Ainsi donc tous les désignateurs nominaux du langage ordinaire sont-ils disqualifiés au profit des uniques variables individuelles et de la quantification.

Si Quine dépasse Russell dans l'ampleur qu'il donne à la réduction, il s'en écarte aussi quant à la méthode. Là où Russell propose de remplacer les noms par des éléments proprement descriptifs, Quine les disqualifie d'une manière plus radicale encore, par un procédé qui tient pratique-

25 On trouve encore dans les *Principia* une manière différente de marquer la limite entre noms et descriptions, malheureusement son caractère épistémique une fois de plus ne fait aucun doute: «Partout où le sujet grammatical d'une proposition peut être supposé ne pas exister sans que cette proposition soit par là privée de sens, il est évident que le sujet grammatical n'est pas un nom propre, i.e. un nom représentant directement quelque objet» (1927: 309 trad.).

26 Nous reprenons ce terme générique à Kripke (1982: 18).

ment de la convention. Ainsi, au lieu de remplacer «Socrate» par ses descriptions bien connues – «celui qui but la ciguë», «le maître de Platon», etc. – toutes de la forme «le tel-et-tel», Quine propose de lui substituer la description «celui qui socratise». Il s'agit en fait de réduire tout nom logique à un prédicat qui, par convention, ne sera vrai que du seul individu dont il est question. Comme le dit Quine:

> Imaginons que «a» est un nom, et que «Fa» est un énoncé quelconque qui contient ce nom. Il est clair que «Fa» équivaut à «(∃x)(a=x . Fx)». Cela nous montre que «a» peut très bien ne jamais avoir d'occurrence en dehors du contexte «a= ». Or nous avons toujours la faculté de rendre l'assemblage «a= » par un prédicat simple «A» à une place, et de laisser tomber le nom «a». Ainsi «Fa» donne lieu à «(∃x)(Ax . Fx)», dans lequel le prédicat «A» est vrai seulement de l'objet a. (1975: 43).

Une réduction aussi radicale que celle de Quine est en fait inconcevable dans une perspective strictement russellienne. Si toutes les désignations étaient remplacées par des expressions effectivement descriptives – comme avec «le maître de Platon» en lieu et place de «Socrate» – il va de soi que l'on tomberait avec l'usage des descriptions dans un *regressus* à l'infini. Car montrer qu'il y a une chose unique qui est le tel-et-tel ne pourra se faire en dernier lieu qu'en faisant appel à une nouvelle description.

Si la solution de Quine permet effectivement de sortir du *regressus* et possède l'incontestable avantage de simplifier la grammaire logique en éliminant les noms, on ne voit pas en quoi elle résoudrait les problèmes spécifiques de la dénomination puisqu'elle ne fait que les reporter sur les prédicats conventionnels sensés remplacer les noms logiques de Russell. Ces problèmes, comme le dit Kripke, «s'appliqueraient tous, *mutatis mutandis*, au langage réformé [de Quine]; en particulier la question "Comment la référence de 'Socrate' est-elle déterminée?" se transformera en: "Comment l'extension de 'socratise' est-elle déterminée?» (1982: 18, n.15). En effet, lorsque Quine discute, par exemple, des propositions d'existence telles que «Pégase existe», il propose de les remplacer par des expressions quantifiées comme:

$$(\exists y)(x)(x=y .\equiv pegx)$$

Nous ne voyons pas comment il peut affirmer qu'il s'agit là d'une «way of maintaining control over questions of vocabulary independently of

questions of fact» (1976: 150). Car, dès lors qu'il s'agira de déterminer si pour un certain objet x on a bien pegx, en quoi cela sera-t-il différent de la question de savoir si ce x est bien un objet désigné par le nom «Pégase»? En bref, nous sommes ici entièrement d'accord avec Kripke lorsqu'il affirme que la solution de Quine «ne visait pas à donner une théorie de la référence des noms, mais à réformer le langage de façon avantageuse» (1982: 18, n.15).

D'un côté comme de l'autre, si l'on refuse d'admettre le critère épistémique de Russell pour tracer les limites entre noms et descriptions, on sera forcé d'admettre au moins la possibilité de réduction de tous les noms à des expressions descriptives et par là même confronté au *regressus*.

On pourra objecter qu'il ne s'agit là que d'un propos théorique et qu'il suffit de considérer les grands avantages opératoires d'une logique des prédicats sans noms pour montrer qu'il n'y a pas là de véritable limitation; un peu comme on prouve le mouvement en marchant. Nous ajouterons que, même si l'on accorde une importance relative à la question du *regressus*, il y a selon nous des raisons de penser qu'aucune logique des propositions analysées ne peut réellement faire l'économie de la notion de nom et que seul un point de vue strictement formaliste de la logique permet de l'accepter. Il est vrai que l'on peut concevoir sans mal une logique des prédicats parfaitement opératoire et ne faisant appel à aucune constante d'objet. Mais seul un point de vue un peu étriqué permet d'affirmer sur cette base que la logique peut se concevoir sans l'aide de la notion de nom. Comment pourrait-on en effet comprendre encore l'analyse moderne de la proposition, qui fait appel explicitement à la notion de *fonction propositionnelle*? Dans l'analyse fondatrice de Frege, l'unité de la proposition est composée de deux parties dont l'une est «fermée sur soi» et l'autre «réclame un complément, est insaturée». Comprendre la notion de fonction propositionnelle, c'est comprendre qu'il s'agit d'un élément ayant une ou plusieurs places vides et que cet élément produit une proposition lorsque ces places sont remplies par des noms propres.

Il y a en fait plusieurs manières de compléter une fonction propositionnelle en une proposition. La première est celle que nous venons de mentionner: en saturant ses places vides par des noms. Cette procédure

est la seule par laquelle on *sature* à proprement parler la fonction. Mais on peut aussi bien sûr compléter une fonction propositionnelle en lui appliquant une quantification. Si cette seconde manière de procéder ne fait appel à aucun nom, le problème se reporte pourtant sur la notion de quantification. La quantification classique, dont il est ici question, est réglée par le fait que les variables apparaissent précisément à des places qui peuvent être occupées par des noms (*cf. infra* III.4.2). En ce sens, les variables quantifiables ne sont rien d'autre que des sortes de noms temporaires dont le seul but est d'indiquer la place que peut venir prendre un nom véritable. D'une manière comme de l'autre, se passer de la notion de nom, c'est se rendre inintelligibles des notions aussi importantes pour la logique moderne que celle de fonction propositionnelle ou celle de quantification.

Le cadre russellien, à notre sens, ne permet pas d'échapper à la nécessité de disposer d'un critère explicite de démarcation entre noms et descriptions. D'un côté, on peut choisir de revenir sur nos pas en acceptant, dans la formalisation des désignateurs, un critère à la Russell, sachant pourtant que par son caractère épistémique il restera toujours sujet à révision. De l'autre, on peut tenter d'aborder la question du critère d'une manière différente.

La principale des tentatives en ce sens a été celle de Kripke. Celui-ci tente de réfuter la théorie russellienne à l'aide d'une distinction entre désignateurs dits «rigides» et «non rigides». Comme l'explique en substance Engel (1985: 82-88), les arguments de Kripke contre Russell jouent sur la considération d'énoncés contrefactuels. Ils sont donc de nature modale. Kripke tente de montrer qu'il est impossible de réduire tout nom propre du langage naturel à une description dans la mesure où certains noms (les désignateurs rigides) désignent le même individu dans tous les «mondes possibles». Ceux-ci ne peuvent être réduits à une forme *le tel-et-tel*, puisque précisément on peut considérer des énoncés *à leur sujet* qui expriment qu'ils auraient pu ne pas être *tel et tel*.

Comme le rappelle cependant Engel, «il est notoire que l'interprétation des énoncés contrefactuels [...] pose des problèmes délicats» (1985: 83). La question reste à notre sens ouverte, d'autant plus que le recours à des logiques modales quantifiées demeure problématique pour l'interprétation des modalités contenues dans les énoncés.

Enfin, indiquons qu'il est également possible de construire un critère sur des conditions d'ordre pragmatique. Les noms propres, dit par exemple Searle, «nous rendent capables de nous référer publiquement à des objets sans nous forcer à soulever des problèmes et à parvenir à un accord sur la question de savoir quelles caractéristiques descriptives constituent exactement l'identité de l'objet. Ils ne fonctionnent pas comme des descriptions, mais comme des portemanteaux sur lesquels accrocher des descriptions» cité par Engel (1985: 81).

Il n'est pas dans notre intention d'examiner ici la pertinence de ces différentes tentatives. Nous les mentionnons cependant dans le but d'indiquer que la question de la démarcation, soulevée par la théorie de Russell, est loin d'être close.

La démarche que nous envisageons dans notre projet est en fait plus radicale. Elle consiste à rejeter plus en amont certains des éléments essentiels de la théorie des descriptions. Mais avant d'y venir, examinons pour l'instant un autre problème.

I.6.2 Le problème des noms vides

Quoi qu'il en soit de la manière de fixer la ligne de démarcation entre noms et descriptions, il est une question sur laquelle se retrouvent toutes les théories issues du cadre fondateur posé par les auteurs des *Principia*. Il ne peut y avoir de véritables noms logiques que là où la référence est donnée d'une manière tout à fait directe. Partout où cela n'est pas le cas, il faut voir dans l'usage ordinaire des noms une forme dissimulée de description. Autrement dit, il préside à cette position une conception purement référentielle des noms dont une des conséquences immédiates est qu'il n'y a pas de nom véritable sans référence effective. Or il n'est pas besoin d'insister sur le fait que le langage ordinaire fait un usage fréquent de noms dont il est admis que la référence fait défaut.

Attachée à la fonction proprement référentielle des noms, la logique classique ne peut y voir, une fois de plus, que les formes abrégées de descriptions qui ne sont satisfaites par aucun objet. Assurant l'ancrage du discours logique dans le réel, la fonction référentielle est essentiellement attachée à l'usage du nom logique et la notion même de nom vide apparaît dès lors comme totalement dépourvue de sens.

Cette caractéristique de la logique russellienne est intimement liée à la manière d'y traiter l'attribution d'existence. Conformément à la doctrine qui remonte à Frege, il est exclu d'admettre comme sensée l'écriture «E!a» où le symbole «E!» désigne le prédicat d'existence et «a» un authentique nom. L'existence en fait ne peut être attribuée qu'à une description «$(\iota x)(\phi x)$» et par l'intermédiaire du quantificateur existentiel «$\exists$». L'attribution d'existence, tout comme d'ailleurs l'usage de toute description définie, se ramène à celui d'une quantification existentielle, ce qui fait que la notion logique d'existence est exclusivement caractérisée par celle de la quantification existentielle.

Ainsi faut-il clairement distinguer ici *l'existence logique* attachée à une description $(\iota x)(\phi x)$ – qui se réduit en fait à la satisfaction de la fonction $\phi\hat{x}$ par un et un seul objet – de ce qu'il faudrait plutôt nommer la *réalité* de ce que le nom «a» nomme. Ces deux notions de réalité et d'existence logique ne sont pourtant pas, dans les *Principia*, dénuées de tout lien, et si Whitehead et Russell font de l'existence logique une «idée primitive» de leurs «theory of apparent variables», on peut tout de même en pousser encore l'analyse.

Posant «$(\exists x).\ \phi x$» comme idée primitive, les auteurs des *Principia* ajoutent «Here '$\exists$' stands for 'there exists', and the whole symbol may be read 'there exists an x such that ϕx» (1927: 127). Comme le remarque Vernant, une telle lecture de «$(\exists x).\phi x$» «manifeste la dépendance du quantificateur à l'égard de la notion de satisfaction d'une fonction, donc de la notion principielle de *vérité*. Quantifier existentiellement la fonction $[\phi\hat{x}]$ pose la question de la vérité des propositions engendrables à partir de cette fonction» (1986a: 91). Or l'unique manière d'établir une thèse d'existence dans les *Principia* est réglée par la toute première proposition primitive du système:

9.1 $\vdash : \phi x.\supset.(\exists z).\phi z$ Pp

Les auteurs commentent cette proposition en disant:

> [It] states that, if ϕx is true, then there is a value of $\phi \hat{z}$ which is true; i.e. if we can find an instance of a function which is true, then the function is «sometimes true». [...] Pratically, the above primitive proposition gives the only method of proving «existence-theorems»: in order to prove such theorems, it is necessary (and sufficient) to find some instance in which an object possesses the property in question. (1927: 131).

Il ne faut pas ici se leurrer quant à la présence dans l'antécédent de 9.1 d'une variable libre x. La proposition signifie bien qu'il faut pour détacher l'expression «$(\exists z).\ \phi z$» disposer d'une expression «ϕa», où «a» est un nom qui satisfait $f\hat{x}$. On comprend que «a» ne peut bien entendu pas être «vide» et doit, si l'on peut dire, posséder réalité. Comme le dit encore Vernant «c'est la réalité prosaïque de l'objet a qui, assurant la vérité de la proposition élémentaire [ϕa], fonde la satisfiabilité de la fonction [$\phi \hat{x}$] et, partant, autorise l'assertion de la proposition existentielle [$(\exists z).\phi z$]» (1986a: 90-91).

Bien entendu il n'est pas question, tant qu'on reste dans la logique pure, de faire un quelconque appel à une telle «réalité prosaïque» d'objets, mais c'est bien un certain *feeling of reality*, selon le mot de Russell, qui autorise en fin de compte l'application de la logique au monde réel. Comme le dit Russell,

> [Ce *sentiment de réalité*] doit être préservé même dans les études les plus abstraites. Je maintiens que la logique ne doit pas plus admettre la licorne que ne le peut la zoologie, car la logique est tout aussi liée au monde réel que ne l'est la zoologie, malgré son caractère plus abstrait et général. Affirmer que les licornes ont une existence en héraldique, dans la littérature ou dans notre imagination est une dérobade pitoyable et mesquine. Ce qui existe en héraldique n'est pas un animal de chair et de sang, se mouvant et respirant de sa propre initiative. Ce qui existe alors est une image ou une description faite de mots. De même soutenir que Hamlet, par exemple existe dans son propre monde, celui de l'imagination de Shakespeare, aussi réellement que Napoléon existe dans le monde ordinaire, constitue une confusion délibérée, une confusion portée au-delà de la limite du croyable. Il n'y a qu'un monde, le «monde réel». L'imagination de Shakespeare en est une partie et les pensées qu'il a eues en écrivant *Hamlet* sont des réalités. De même sont les pensées qui nous viennent quand nous lisons la pièce. Mais c'est la véritable essence de la fiction que sa réalité n'appartient qu'aux pensées, aux sentiments de Shakespeare et de ses lecteurs, tandis que, en dehors de cela, il n'y a point d'Hamlet objectif. (1970: 202-203, trad. modifiée).

Dès lors, et en ajoutant pour l'usage des noms véritables le critère épistémique de la connaissance directe, Russell assure par le biais de la quantification l'ancrage de la logique dans la réalité et, partant, son applicabilité.

La réduction de tous les noms vides du langage ordinaire à des descriptions qui ne sont satisfaites par aucun objet pose cependant des problèmes d'applicabilité de la logique à certains raisonnements et pas seulement dans les domaines littéraires et fictionnels auxquels Russell fait allusion. Ces problèmes sont bien connus et nous les illustrerons ici par deux exemples. Le premier concerne la pratique mathématique, le second le domaine des *ficta*.

Comme il a été plusieurs fois le cas dans l'histoire des mathématiques, la notion de nombre, s'appuyant au départ sur la série intuitive des entiers naturels, a connu, à l'occasion de la rencontre de problèmes spécifiques, diverses extensions. Que ce soit par son extension aux nombres négatifs, aux nombres fractionnaires ou encore aux nombres réels, la notion de nombre a chaque fois été modifiée lorsque des cas particuliers semblaient présenter un défi face à ce qui était pressenti comme une loi.

Le cas des nombres complexes, qui enferment une partie dite *imaginaire*, ne fait dans cette perspective pas exception. Le problème apparaît ici avec les fonctions réelles du $n^{ième}$ degré qui n'admettent qu'un nombre inférieur à n de racines réelles. L'exemple classique est celui des fonctions du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels[27]. On sait que les racines de telles fonctions sont données par l'expression suivante:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Or trois cas sont ici susceptibles de se présenter: l'argument de la racine (b^2-4ac) peut être plus grand que zéro, égal à zéro, ou encore plus petit que zéro. Dans le premier cas, on obtient bien, pour f(x), deux solutions réelles. Dans les autres cas, on sait cependant que le nombre de solutions est inférieur à 2 – une solution dans le second cas et aucune dans le

27 Il va de soi que $a \neq 0$, sinon il ne s'agirait pas d'une fonction du second degré.

troisième[28]. Le problème évidemment naît du fait que la racine carrée n'est définie que sur la partie positive de l'ensemble R des nombres réels, puisqu'il n'y a en effet aucun nombre réel dont le carré soit négatif.

L'idée vint donc aux mathématiciens d'introduire dans leur langage, et de manière conventionnelle, le symbole «i» – comme *imaginaire* – pour désigner, comme si elle existait, la valeur de la racine appliquée au nombre -1. En agissant ensuite comme s'il s'agissait d'une valeur réelle, les mathématiciens montrèrent que toute fonction du second degré possédait toujours les deux solutions – dites complexes – suivantes:

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a} \cdot i$$

$$x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a} \cdot i$$

Il devenait alors possible, dans la théorie ainsi modifiée, de montrer d'une manière générale la fameuse loi suivante: *Toute fonction de degré n possède toujours n racines*[29]. Et il faut ajouter bien sûr que quelquefois ces racines possèdent une partie *imaginaire*, c'est-à-dire qu'elles s'expriment à l'aide du symbole «i».

On peut certes rétorquer que «i» n'est pas en fait un symbole vide. Car, comme on sait, il est possible de définir toute expression contenant «i» par une expression qui ne le contient pas, et ceci en la ramenant à un couple ordonné de nombres réels[30]. Il faut cependant, pour ce faire, redéfinir la notion elle-même de nombre. Le domaine des nombres – dits

28 En fait le second cas se réduit au premier et ne pose pas problème. On dit alors qu'il y a deux solutions confondues, et pour le voir il suffit de considérer que le polynôme exprimant la fonction $ax^2 + bx + c$ peut alors se réécrire comme le produit suivant: $a(x-x_1)(x-x_2)$, où les racines x_1 et x_2 sont simplement identiques. Cette réécriture n'est impossible que dans le cas de l'absence de racine.

29 Les racines pouvant bien entendu être parfois confondues. *Cf.* note précédente.

30 En effet, tout nombre complexe peut être exprimé dans une forme a+bi où a et b sont réels. On pourra ainsi le définir comme couple ordonné <a, b> qui ne contient plus i.

alors *complexes* – devient l'ensemble des couples ordonnés de nombres réels. Cela dit, si cette réduction fonde en effet la réflexion mathématique, nous doutons cependant qu'elle en explique la démarche effective, ou du moins, nous doutons qu'il soit impossible de raisonner correctement à l'aide de «i» sans effectuer cette réduction. Il est en effet parfaitement possible de raisonner avec «i», *comme s'il s'agissait d'un nombre réel* et d'énoncer à son sujet des propositions qui peuvent être tenues pour vraies. Il n'est pas absurde par exemple de tenir pour vraies dans cette perspective des propositions comme:

$$i^2 = -1$$

$$(a + bi)(c + di) = ac - bd + (ad + bc)i$$

où tous les symboles excepté «i» sont ceux de l'algèbre des nombres réels.

En conséquence, il ne paraît pas exclu dans la pratique du raisonnement mathématique d'énoncer des propositions vraies contenant un nom vide, d'autant plus que cette pratique s'avère non contradictoire, comme le travail de fondation peut *a posteriori* le montrer. Or, si l'on opère ici la réduction classique des noms vides à des descriptions, il est clair que tout énoncé comportant des noms vides ne pourra qu'être évalué comme faux, car on manquera toujours à satisfaire la clause existentielle de la forme logique. La théorie purement référentielle du nom impose donc ici une limite d'applicabilité de la logique à un domaine du raisonnement pourtant avéré.

Examinons encore un exemple, pris cette fois dans le domaine des *ficta*. Nous ne pouvons ici qu'être en accord avec Russell lorsqu'il considère comme une «confusion portée au-delà de la limite du croyable» le fait d'admettre à un même niveau de réalité Hamlet et Napoléon. Cependant, et comme il le dit lui-même, les *ficta* comme Hamlet ou Pégase ont tout de même une existence comme «image ou description faite de mots» et c'est probablement ceci qui conduit généralement à admettre comme vraies certaines propositions qui les prennent pour sujets. Il nous paraît parfaitement acceptable (et nullement contradictoire) de tenir pour vraies des propositions comme:

(6.1) Hamlet est le fils de Gertrude
(6.2) Pégase est un cheval ailé.

S'il est cohérent de voir dans ces noms propres du langage ordinaire des descriptions tronquées, la réduction russellienne nous contraint à évaluer comme fausse toute proposition qui les contient. Dès lors que la forme logique obtenue à partir de ces énoncés est une existentielle, elles ne pourront être que fausses puisque rien dans le domaine de ce qui est tenu pour réel ne sera susceptible d'en satisfaire les descriptions. A moins d'accorder – ce qui est absurde – un même statut de réalité à Pégase et Napoléon, il n'y aura aucun individu dans le domaine qui pourra satisfaire la fonction «x est un cheval ailé». Partant, toute proposition comme:

(6.3) $(\exists x)$(x est un cheval ailé)

sera fausse. C'est en ce sens que l'assertion d'une telle proposition nous engage quant à la réalité d'un individu comme Pégase. Ceci, bien entendu et comme nous l'avons dit, est inacceptable. Mais nous soutenons ici qu'il est possible raisonnablement d'asserter des propositions comme (6.1) et (6.2) sans pour autant s'engager sur l'existence d'individus désignés par «Hamlet» et «Pégase». Et c'est bien ce que la pratique ordinaire du raisonnement semble attester. Comme le dit Miéville: «Certes le logicien n'a pas à décider ce que devrait être l'ontologie, mais il est en droit de s'intéresser, dans la mesure où il participe à l'élaboration de théories capables de représenter les raisonnements déductifs valides, à des structures logiques qui autorisent la présence des noms vides» (1987: 95).

On objectera peut-être que la justification est faible et qu'il serait ici fautif de suivre dans un langage fondationnel une pratique raisonnée dont on est en rien, sinon par l'intuition, assuré de la validité. L'objection porterait ici effectivement s'il était impossible de lire la proposition existentielle (6.3) autrement que comme «il y a au moins une entité x telle que x est un cheval ailé». Cette lecture classique est connue comme l'interprétation «objectuelle» de la quantification. Mais, comme le souligne Vernant: «Une telle interprétation n'est cependant pas obligatoire» (1986a: 112). Il est possible en effet de résoudre de manière cohérente et élégante les problèmes posés par les propositions existentielles en proposant une lecture différente de la quantification. L'interprétation dite «substitutionnelle» de la quantification a ceci de particulier

que, tout en conservant les caractéristiques opératoires de la quantification classique, elle n'impose concernant les variables aucun engagement ontologique. En fait, là où la quantification classique implique un engagement ontologique sur la variable, la quantification substitutionnelle demande plus faiblement que l'on puisse trouver au moins une *expression* qui, substituée à la variable de la fonction propositionnelle, fournisse une proposition vraie. Une expression comme:

(∃x) x est le maître de Platon

pourra être validée dans toute interprétation qui admet aussi la proposition «Socrate est le maître de Platon» et ceci sans que l'on se prononce sur l'éventuelle réalité de Socrate.

Il devient ainsi possible d'asserter l'énoncé (6.3) sans qu'il faille pour autant considérer comme existant un objet x qui en satisfait la fonction propositionnelle. L'énoncé sera vrai dès lors que l'on se situera dans un discours où la substitution du terme «Pégase» à «x» produit une proposition vraie. Le problème de l'existence logique se ramène en fait avec la quantification substitutionnelle non pas à celui de la réalité d'*objets* mais à la simple existence des *expressions* du langage utilisé et celle-ci, comme le reconnaît implicitement Russell[31], n'est pas raisonnablement à mettre en doute. Nous reviendrons plus loin sur les différentes versions de la quantification (*cf. infra* III.4).

I.6.3 Limites de la neutralité ontologique

Dans le passage précédent, nous avons montré que les logiques issues de la perspective ouverte par les *Principia* ne constituent pas des systèmes dits «libres», autrement dit des systèmes qui admettent des noms vides. Nous avons montré également dans quelle mesure cet état de fait conduit à des limitations qui touchent les possibilités d'application de ces logiques à des domaines particuliers du raisonnement.

Les pages qui suivent sont consacrées à une autre limitation bien connue des systèmes classiques. Celle-ci concerne les conditions qui

31 *Cf.* le passage cité ci-dessus où Russell reconnaît aux *ficta* une existence «d'image ou de *description faite de mots*».

entourent le choix d'un domaine sémantique d'interprétation des expressions du langage formel. Tout système classique avec identité, à commencer par les *Principia*, admet, à titre de thèse, l'expression suivante:

(6.4) $(\exists x)\ x=x$

On conçoit sans difficulté qu'une telle expression, ainsi par ailleurs que toutes formules quantifiées, ne peuvent recevoir d'interprétation que dans la mesure où l'on dispose d'un certain nombre de valeurs susceptibles d'être prises par les variables quantifiées. Ceci ne fait ici en somme que rappeler que toute quantification suppose pour être interprétée un certain domaine de valeurs dit «domaine de quantification». Il serait absurde en effet d'interpréter la quantification sur un domaine vide de quantification. Cela reviendrait sans doute à admettre les variables comme des symboles pouvant ne recevoir dans certaines interprétations aucune signification particulière. En ce sens, la présence dans un système logique de la thèse (6.4) n'indique en fait rien d'autre que le caractère non vide du domaine de quantification.

La question devient pourtant problématique dès lors que l'on associe à la syntaxe proprement dite de la quantification une certaine *lecture* de celle-ci. De la présupposition d'un ensemble non vide de quantification on passe alors dans les systèmes classiques à une présupposition plus forte, qui est de nature ontologique. La lecture objectuelle de la quantification impose en effet de considérer le domaine de quantification comme un domaine d'*objets* (*cf. infra* III.4).

La thèse (6.4) revêt alors une importance bien différente car elle endosse une affirmation à caractère ontologique: celle de l'existence d'au moins un individu dans l'univers d'interprétation. Certes, dira-t-on, une telle présupposition ontologique semble tout à fait minimale, et il est assurément raisonnable, dans toute perspective d'application de la logique à un domaine particulier, de devoir s'engager, quelque peu que ce soit, quant à la réalité des objets dont il sera question. Le caractère extra logique revêtu par la thèse (6.4) a pourtant gêné Russell lui-même. Une telle thèse constituait selon lui une entrave au caractère universel de sa logique.

Dans un passage de 1918 où il est question des propositions de pure logique, Russell affirme:

> Suppose you take such a proposition as «there is at least one thing in the world». That is a proposition that you can express in logical terms. It will mean, if you like, that the propositional function «x=x» is a possible one [i.e. (∃x)x=x]. That is a proposition, therefore, that you can express in logical terms; but you cannot know from logic whether it is true or false. So far as you do know it, you know it empirically, because there might happen not to be a universe, and then it would not be true. It is merely an accident, so to speak, that there is a universe. (1918: 210).

Notons par ailleurs que Russell se garde bien de rappeler dans ce texte que la proposition (∃x)x=x est précisément une thèse des *Principia*. En 1919, il écrira:

> Nous en sommes réduits à l'observation empirique pour déterminer s'il peut y avoir *n* individus dans le monde. Parmi les mondes possibles, au sens leibnitzien, il y en aura ayant un, deux, trois ... individus. Il n'apparaît même pas de nécessité logique pour qu'il doive y avoir même un individu pour que le monde puisse exister,

et il ajoute, cette fois-ci, dans une note:

> Dans les *Principia Mathematica* les propositions primitives sont telles qu'elles permettent d'inférer qu'un individu au moins existe. Mais aujourd'hui je considère cela comme un défaut de pureté logique. (1970: 241-242).

Les logiciens qui poursuivirent dans la voie ouverte par Russell ne semblent pas avoir fait grand cas de l'embarras de celui-ci. La possibilité d'interprétation sur un domaine vide d'objet étant généralement conçue, sinon comme absurde, du moins comme dénuée d'intérêt. Les Kneale affirment, par exemple, que «the restriction [to a non empty domain] is really no restriction at all because there can be no empty domains of individuals» (1962: 707). L'argument qu'ils proposent à l'appui de cette affirmation repose tout entier sur l'idée que le domaine de quantification doit nécessairement être le domaine d'objet lui-même. Et comme il n'y a là aucune nécessité, il ne reste plus qu'une affirmation, certes raisonnable, mais qui demeure insoutenable d'un point de vue strictement logique.

Le problème se situe en fait bel et bien où Russell l'avait placé. Si la considération d'un univers vide d'objet est peut-être absurde, on ne peut

pourtant pas en exclure la possibilité logique. Il s'agit ainsi d'une véritable restriction quant à l'universalité de la logique lorsque l'expression de ses lois ne peut recevoir d'interprétation sur un tel domaine. Tout engagement implicite sur l'existence d'objets conduit la logique à restreindre son champ et compromet son universalité; c'est bien là le sens de la remarque de Russell.

D'autre part, il faut bien reconnaître avec Quine qu'il serait absurde de rejeter des lois logiques pour l'unique raison qu'elles ne sont pas valides sur un univers vide. Et ceci est suffisant selon lui pour écarter un cas tout à fait particulier: «It behooves us therefore to put aside the one relatively inutile case of the empty universe» et il ajoute «so as not to cut ourself off from laws *applicable in all other cases*» (1963: 161 nous soul.). Comme l'indique Quine, le problème touche à *l'applicabilité* des lois logiques à tous les autres cas, c'est-à-dire si l'on veut, à tous les cas «réellement» envisageables. Nous restons sur ce point en accord avec Quine. Mais si l'applicabilité de la logique pure au réel exige l'affirmation de l'existence d'au moins un individu, nous demandons que cette affirmation ne se fasse pas *implicitement*, par le biais d'une lecture particulière associée à la syntaxe, mais de manière *explicite*, dans le champ de la sémantique.

Une fois de plus, la solution semble devoir passer par un rejet de la lecture classique de la quantification. Et, là encore, la version substitutionnelle se profile comme une alternative possible. Certes, celle-ci consiste également en une *lecture* de la quantification. Mais elle a l'avantage de n'enfermer aucune affirmation ontologique implicite. En distinguant soigneusement domaine de quantification et domaine d'objets, la question de l'existence des éléments de ce dernier se trouve détachée de la théorie de la quantification. Le seul engagement existentiel demeurant, qu'exprime encore la thèse (6.4), concerne les éléments du premier domaine. Mais celui-ci ne comprend alors que des *expressions* du langage formel, celles qui sont susceptibles d'être substituées aux variables quantifiées. Comme le dit Vernant: «A ceux qui ferait remarquer qu'on ne saurait donc éviter tout engagement ontologique, on pourrait rétorquer qu'il s'agit d'un engagement minimal, portant non sur des objets complexes et abstraits, mais sur de simples expressions

linguistiques, réalités parfaitement maîtrisables et indispensables» (1986a: 114).

Ainsi la question de la neutralité ontologique apparaît-elle, à l'instar de celle des noms vides, intimement liée à la dimension existentielle que supporte la quantification classique. Et, comme nous aurons à le montrer, le choix d'une quantification non objectuelle (substitutionnelle ou autre), soigneusement distincte du problème de l'existence, devra dans un cas comme dans l'autre permettre d'échapper aux limitations mentionnées[32].

32 Sur les applications de la quantification substitutionnelle, *cf.* Vernant (1986b). De plus, il nous semble intéressant de relever ici la réflexion de Henry, qui voit dans la réforme de la quantification une possibilité d'abolir «certain confusions which vitiate some contemporary logic, and at the same time unfit it for the analysis of medieval logical theses» (1972: 29). Il relève ainsi non seulement l'intérêt moderne d'une telle perspective, mais aussi une plus grande proximité avec les réflexions logiques de la tradition.

I.7 En conclusion

Notre parcours critique à travers la théorie des descriptions a porté essentiellement sur trois points. Le premier concerne la place à accorder au nom dans la théorie logique. Nous avons montré la nécessité qu'il y a dans les systèmes classiques à disposer d'un critère de démarcation entre noms et descriptions et en quoi l'établissement de celui-ci demeure problématique. Par les deuxième et troisième points, nous avons montré que la conception référentielle des variables et de la quantification conduit les systèmes classiques à ne pouvoir être ni libres, ni universels. Condition épistémique d'une part, engagement ontologique sur la valeur des variables de l'autre, chacun des aspects que nous avons discutés indique à sa manière un relatif «défaut de pureté logique» auquel mènent les réflexions issues du cadre russellien. D'un point de vue plus large, il faut pourtant rappeler que cet état de fait trouve sa source dans certaines visées particulières. Produit du projet logiciste de réduction des mathématiques, les réflexions engagées par Russell et Whitehead se sont en effet caractérisées par une obsession permanente d'assurer à l'édifice logique un ancrage solide dans le réel.

L'applicabilité des lois logiques au réel doit certainement, comme le soutient Quine en substance, l'emporter sur le désir d'échapper à un manque, somme toute minimal, de pureté logique dans la théorie. Comme le disaient, dans un contexte fort différent, les auteurs de Port-Royal, pourtant conscients de l'importance d'une délimitation des domaines du savoir: «tout ce qui est utile à la fin de chaque art lui appartient, soit que la connaissance lui en soit particulière, soit qu'il y ait aussi d'autres arts et d'autres sciences qui s'en servent» Arnauld et Nicole (1981: 103).

Cela dit, si les solutions classiques atteignent largement les buts qu'elles se sont fixés, elles rencontrent cependant des difficultés importantes quant à la représentation de certaines formes avérées de pratiques raisonnées. D'une part, la place extrêmement réduite qu'elles attribuent aux noms logiques les conduit à s'éloigner considérablement de l'usage ordinaire. Si cela n'est pas à proprement parler un défaut, on se trouve tout de même confronté à un travail ardu de traduction pour la mise en

évidence des formes logiques. Ce travail reste par ailleurs toujours suspect aux yeux du logicien, dans la mesure où il ne peut guère trouver de justification dernière en dehors du domaine de l'intuition. D'autre part, les réflexions classiques, par crainte d'introduire des références illusoires, échouent clairement à rendre compte des mécanismes déductifs à l'oeuvre dans les raisonnements faisant un usage de noms vides.

On pourra retenir ici de l'adage trop général de Port-Royal que tout ce qui peut être utile à la fin de chaque science et qui ne lui appartient pas en propre ne devra être conservé que dans la mesure où cela n'en dénature pas le projet, ni n'en restreint le champ d'application. Dès lors on peut demander s'il n'est pas souhaitable de reprendre le problème autrement et de traiter de la formalisation des noms sur une base différente de celle de la théorie des descriptions. Nous soutenons qu'une telle alternative est réalisable, dans le but de concevoir une logique possédant une plus grande liberté d'expression. Il s'agit alors de revenir, comme avec Frege, à une distinction élémentaire entre des noms simples et des noms complexes, et de rejeter le caractère radical de la distinction de Russell entre noms logiques et descriptions.

Ce projet nous impose d'emblée plusieurs conditions. Il faut tout d'abord disposer d'un calcul compositionnel des noms. Celui-ci doit permettre de déterminer la valeur des entités complexes sur la base unique de leur organisation formelle ainsi que la valeur de leurs constituants. Ceci suppose bien entendu de disposer d'un ensemble suffisant et adéquat d'opérations nominales. La diversité des opérations nominales dans les langues ordinaires ne fait aucun doute. Toutes bien sûr ne présentent pas le même intérêt logique et un travail de formalisation s'impose pour déterminer ce qu'en peut retenir une logique extensionnelle. Viennent en premier lieu des opérations de composition des noms complexes à partir de noms plus simples. On y trouvera par exemple des négations, des conjonctions, des disjonctions nominales, etc. Il s'agit des opérations que nous avons qualifiées plus haut de *coordination logique*. Toutes tombent en effet sous des catégories dont l'index est de la forme N/NN...N, où le nombre de N au dénominateur en indique simplement l'arité (unaire pour les négations, binaire pour les conjonctions, etc).

Ces opérations revêtent une grande importance et mériteraient, dans chaque cas, une étude détaillée. Pourtant le but de notre travail jusqu'à présent a été de montrer qu'elles demeurent insuffisantes. Afin qu'un calcul des noms soit capable au moins de rivaliser avec le pouvoir expressif de la théorie des descriptions, il est nécessaire qu'il contienne des opérations d'une autre nature, capables d'expliciter dans les noms complexes la présence d'éléments propositionnels. Comment pourrions-nous donner un traitement logique d'exemples comme «l'auteur de *Moby Dick*», «l'actuel roi de France» ou encore «la maison qui est rouge» sans mettre en évidence la relation qui existe entre la valeur du nom complexe et les constituants propositionnels qui y donnent accès? Notre projet est donc de montrer que l'on peut développer, dans la perspective de la formalisation des noms, un calcul qui intègre des opérateurs que nous avons qualifiés de *subordination logique*.

Il faut pour mener à bien un tel projet disposer d'un formalisme adéquat, et il est bien évident qu'on ne peut attendre de la logique classique qu'elle offre les outils adaptés à une telle démarche. Le formalisme requis devra en effet répondre à plusieurs exigences. Il devra tout d'abord accorder une place prépondérante aux noms logiques et disposer d'un appareil souple pour la représentation de ceux-ci. Par ailleurs, il est souhaitable qu'il échappe pour sa part aux critiques formulées à l'encontre des systèmes classiques: il devra être à la fois libre et universel.

Tout cela bien évidemment ne va pas sans difficultés, dès lors qu'il s'agit de réviser d'une manière assez générale le langage de la logique. Indiquons d'emblée que nous n'entendons pas partir ici de rien. Nous reprenons entièrement à notre compte la restriction que pose Miéville quant à l'élaboration d'une logique libre: «acceptons une révision des systèmes classiques pour autant que nous ayons épuisé les ressources d'autres systèmes logiques qui se sont développés en marge du courant dominant» (1987: 102).

Développée au tournant des années vingt, sur la base d'une logique quantifiée des propositions – la Protothétique – l'Ontologie de Stanislaw Lesniewski constitue un calcul généralisé des noms. Un peu à l'image de la logique traditionnelle, l'Ontologie est conçue sur la base d'un unique foncteur formateur de propositions singulières, à partir d'arguments

nominaux. Nous montrerons dans notre chapitre III qu'elle répond effectivement aux conditions posées. Il s'agit d'une logique à la fois libre et universelle. Elle se caractérise en outre par une distinction claire entre domaine d'objets et domaine de quantification, qui permet d'examiner les problèmes spécifiques de la quantification indépendamment de ceux relatifs à la question de la référence et à celle de la représentation du caractère positionnel des noms de l'usage ordinaire.

Notre chapitre III sera ainsi consacré, d'une part, à la présentation et à l'examen de l'Ontologie de Lesniewski; nous y montrerons, de l'autre, comment il est possible d'y développer – ce qui n'a pas encore été fait – une expansion du calcul des noms incluant des opérateurs de subordination logique.

Rappelons encore qu'aucun projet de formalisation ne saurait, selon nous, se faire sans une certaine base de départ et sans un projet précis. Ainsi, avant d'entamer la partie proprement constructive de ce travail, il nous faut par une analyse méthodique dégager de leurs réalisations discursives les éléments syntaxiques et sémantiques susceptibles de guider les élaborations formelles. C'est ce travail que nous allons maintenant présenter et qui fait l'objet de notre chapitre II.

CHAPITRE II

Méthode et approche catégorielle

II.1 Subordination logique et langage ordinaire

Relevons tout d'abord qu'aucune application de la notion de subordination logique ne saurait se concevoir sur la base d'une définition du nom aussi restreinte que celle des théories classiques. Il nous faut ainsi pour commencer rappeler la définition que nous avions proposée: nous entendons par *nom logique* toute expression catégorématique qui, dans une proposition, peut prendre la place de sujet logique, tout ce qui est susceptible de venir saturer une fonction propositionnelle. Une telle conception soulève bien entendu des problèmes spécifiques, que nous ne rappellerons pas ici; elle comporte cependant certains avantages qui sont tout à fait essentiels à notre projet.

Contrairement à la conception classique, cette définition permet premièrement de ranger sous un même concept l'ensemble des expressions qu'une réflexion naïve conduit à reconnaître comme des expressions nominales. S'il ne peut s'agir là d'un trait décisif dans le choix d'une définition, il permet tout de même d'éviter le caractère contre-intuitif d'une conception classique qui s'éloigne si considérablement du sens commun qu'aucun nom du langage ordinaire ne semble en dernier lieu pouvoir y résister.

Deuxièmement, la généralité d'une telle définition nous conduit à considérer comme des noms, non seulement les éléments simples que sont les noms logiques de la théorie classique, mais aussi toute expression, qu'elle soit simple ou complexe, susceptible de jouer le rôle saturant que l'on reconnaît ordinairement à ces premiers éléments. Nous avions vu enfin l'intérêt de disposer d'une définition qui ne fasse pas appel explicitement à la notion de dénotation. Il est en effet souhaitable de pouvoir traiter séparément deux aspects de la problématique du nom qui restent sinon irréductiblement liés. Il s'agit, d'une part du caractère de désignateur des expressions nominales, d'autre part de la question de l'existence des objets désignés. La définition quasi substitutionnelle du nom que nous avons posée permet, en accord avec le sens commun, de traiter généralement comme noms des expressions dont il n'est pas dit

qu'elles dénotent dans un sens unique du verbe dénoter. Elle permet aussi d'éviter d'avoir à s'expliquer sur une notion aussi paradoxale que celle d'expression dénotante qui ne dénote pas. Le problème de l'existence se trouve ainsi écarté du travail de définition du nom; il appartiendra au domaine de la sémantique de se donner les moyens d'opérer certaines discriminations.

Cela dit, on peut craindre avec notre définition de se trouver confronté dans la formalisation à la diversité considérable des formes que peuvent revêtir dans le langage ordinaire des expressions nominales. On comprend cependant qu'il est essentiel au projet d'un calcul des noms de s'appuyer sur une conception large du nom, sous laquelle tombent, d'une part des éléments simples et inanalysables, de l'autre des expressions complexes. Notre tâche est précisément d'examiner les moyens nécessaires à un calcul visant à rapporter la valeur du complexe à celle des éléments qui le composent.

Bien entendu, la diversité des opérations nominales que présente le langage ordinaire ne fait aucun doute et nous n'avons pas pour but d'en offrir ici une étude exhaustive. Une étude systématique n'apparaît d'ailleurs pas nécessaire à une démarche logique qui se fixe explicitement pour condition le caractère extensionnel des opérations visées, ainsi que la compositionnalité du calcul obtenu. Notre intention n'est pas de donner une théorie générale du nom complexe mais, rappelons-le, de sélectionner certaines opérations nécessaires à un calcul des noms dont la prétention est d'offrir au moins une alternative à la théorie classique des descriptions.

Nous distinguerons parmi ces opérations deux familles principales. Il y a tout d'abord celles que nous avons qualifiées d'opérations de *coordination logique*, autrement dit celles qui prennent pour arguments des éléments eux-mêmes nominaux. Citons parmi celles-ci deux sortes importantes qui ont attiré l'attention des logiciens. Il s'agit d'une part des opérations unaires de négation nominale, de l'autre des opérations binaires de conjonction nominale. Dans ces deux cas, il est possible de montrer que l'analyse classique de la logique des prédicats se trouve confrontée à de graves problèmes pour rendre compte de la forme logique d'inférences qui s'appuient sur de telles opérations. Il n'est pas cependant dans notre propos d'en discuter ici et nous nous contenterons

de renvoyer aux études, encore trop rares, qui en traitent spécifiquement[1].

Comme nous l'avons dit, pour offrir à la théorie des descriptions une véritable alternative, il est nécessaire dans un calcul des noms de disposer d'opérations capables de régler l'usage d'expressions nominales complexes dont certains constituants se rapportent aux propositions. Ces opérations sont précisément celles que nous avons qualifiées de *subordination logique*. Nous en donnions plus haut la définition suivante: qualifions de *subordination logique* l'organisation spécifique des expressions nominales complexes contenant des constituants propositionnels. Il va de soi qu'une partie très importante des expressions nominales complexes se trouve concernée par la subordination logique. Et, comme nous l'avons souligné, la présence des constituants propositionnels n'y est pas toujours explicite dans l'expression ordinaire.

Rappelons tout d'abord que l'usage ordinaire des noms, dans une très large majorité de cas, est un usage positionnel. L'usage du nom très généralement enferme implicitement l'affirmation de l'existence de ce qui est dénoté. Le cas des affirmations d'existence n'est pourtant pas – et de loin – le seul cas d'affirmation implicite. On trouve en effet enfermées dans les expressions complexes du langage ordinaire toutes sortes de constituants propositionnels.

Le jugement implicite d'existence apparaît cependant comme un cas particulier et doit donc être traité comme tel. N'importe quel nom en effet, que son expression soit simple ou complexe, est susceptible dans le langage ordinaire d'être l'objet d'un usage positionnel. Rendre cette affirmation explicite dans l'expression ne peut d'ailleurs rien changer au problème. Car toute explicitation du caractère positionnel de l'usage d'un nom ne fait qu'ajouter à l'expression une redondance. On pourrait, à la rigueur, marquer attributivement l'existence et plutôt que d'affirmer «Socrate est mortel» énoncer «Socrate, qui existe, est mortel». Mais l'usage du mot «Socrate» n'en demeurerait pas moins aussi positionnel que dans le premier énoncé. On ne peut avec l'adjonction de la relative «qui existe» que marquer dans l'expression quelque chose qui est déjà contenu dans l'usage de l'antécédent «Socrate». L'explicitation ne peut

1 Sur la négation nominale, *cf.* Miéville (1991), Frey (1987), Henry (1972: 73-88), et sur les conjonctions, Henry (1972: 48-52). *Cf.* également *infra* III.3.

être que redondante et ceci montre déjà suffisamment qu'un calcul des noms doit traiter d'une manière spécifique ce cas particulier.

Les problèmes que soulèvent généralement les propositions d'existence sont en ce sens un bon révélateur. Si Husserl donne pour exemple d'usage non positionnel du nom le sujet d'une proposition comme «Socrate existe», nous pensons qu'il s'agit d'une erreur d'analyse logique. Russell, comme d'ailleurs Kant et Hume avant lui, a abondamment montré à quelles apories logiques on est conduit si l'on considère dans de tels exemples l'existence comme une simple propriété[2]. Voilà clairement un cas où l'analyse logique doit se défier de l'analyse grammaticale et où on peut douter que le mot «Socrate» vienne simplement saturer une fonction propositionnelle «x existe». Nous verrons dans notre chapitre III que l'Ontologie de Lesniewski donne à ce problème une solution qui permettra aussi de traiter spécifiquement des usages positionnels.

Ce cas mis à part, il nous faut désormais examiner les autres situations de subordination logique. Si les constituants propositionnels ne sont pas toujours explicites dans l'expression des noms complexes, le langage ordinaire dispose de plusieurs formes pour en marquer la présence. En français, comme dans la plupart des langues, les marqueurs de la subordination logique se trouvent dans un ensemble varié de formes grammaticales. Viennent essentiellement s'y ranger ce que la grammaire traditionnelle appelle, dans un sens large du terme, les *déterminants du nom*. Entendons par là tous les constituants possibles du groupe nominal qui dépendent du substantif principal: les articles et les adjectifs principalement, mais aussi tous compléments qu'un substantif peut recevoir, et qui forment avec lui ce que les linguistes nomment un *syntagme nominal*.

Bien entendu, ces différents constituants sont susceptibles de fonctions grammaticales fort diverses et qui ne relèvent pas toujours

2 *Cf.* Russell (1918: 388-401), Kant (1944: 425-431). L'idée de l'existence comme ne pouvant se réduire à une propriété d'objets est déjà présente chez Hume lorsqu'il affirme, par exemple: «We have no abstract idea of existence, distinguishable and separable from the idea of particular objects. It is impossible, therefore, that this idea of existence can be annexed to the idea of any object [...]» (1978: 623).

d'un rapport de subordination logique. Ils ont pourtant en commun de participer à ce que les grammairiens ont pris l'habitude de nommer la *détermination* du substantif. Cette notion traditionnelle en grammaire est cependant trop générale pour offrir un cadre précis à nos analyses. Il convient ainsi de commencer par un examen de la détermination dont le but sera de sélectionner, parmi les formes linguistiques concernées, celles qui jouent un rôle prépondérant dans l'expression des rapports de subordination logique.

D'un côté, on entend par détermination la fonction qui donne au substantif sa complétude et lui permet de prendre part à la construction d'un énoncé de la langue. En français, c'est l'article qui remplit généralement cette fonction. De l'autre, la détermination ne désigne pas toujours un moyen d'aboutir à la complétude d'un nom: soit que l'élément à modifier n'est pas forcément incomplet, soit encore que le résultat demeure incomplet. De «un triangle» à «un triangle rectangle», il y a bien détermination mais c'est d'une expression complète à une autre que l'on passe. Sous un autre angle, on dira que de «triangle» à «triangle rectangle», la détermination ne sort pas de l'incomplétude.

Actualisation et caractérisation

Dès lors, il convient de distinguer entre plusieurs sortes de détermination. Il y a d'abord la détermination qui produit un nom complet à partir d'un substantif qui ne l'est pas. Nous appellerons cette fonction, qui est généralement remplie par l'article, la fonction d'*actualisation* du substantif. Son rôle est, comme le dit Bidaud, «[d']effectue[r] un choix entre toutes les virtualités du substantif» (1985: 11). Ce qu'elle détermine ou précise principalement c'est le nombre sous lequel le substantif est considéré. Les traits concernés sont ici principalement singulier/pluriel, mais aussi défini/indéfini[3], et le meilleur outil dont le logicien dispose classiquement pour en rendre compte formellement demeure la quantification. Wilmet propose d'ailleurs d'appeler les marques de l'actualisation les *quantifiants* (1983: 19).

3 Nous laissons ici délibérément de côté les traits qui sont étrangers à une analyse logique, tels que le genre, animé/inanimé, etc.

Il y a enfin une détermination en un sens différent et plus large, auquel convient le terme de *caractérisation*. Sa fonction n'est pas proprement de rendre complet ce qui ne l'est pas, mais plutôt de modifier ou de préciser un nom dans son contenu ou son extension. Cette caractérisation est proprement le fait de ce qu'on pourrait appeler les compléments du nom: en premier lieu les adjectifs, mais aussi les substantifs apposés, les relatives, etc. C'est dans cet ensemble d'éléments, qui se caractérisent syntaxiquement par leur position d'épithète, que se trouvent les cas de subordination logique.

Certes les choses ne sont pas si tranchées dans le langage ordinaire. Et il est probablement illusoire de vouloir tracer une limite aussi nette entre actualisation et caractérisation. Qu'il suffise ici de considérer quelques exemples. L'ajout d'une relative dans les énoncés suivants montre le rôle important que peut jouer un complément dans l'actualisation du substantif:

(1.1) L'homme est un assassin.
(1.2) L'homme que tu vois est un assassin.

L'énoncé (1.1) en effet se prête à deux lectures: l'une est universelle (et correspond à «Tout homme est un assassin»), l'autre singulière (par exemple si (1.1) se trouve dans le contexte: «Je connais un couple étrange. L'homme est un assassin»). La présence de la relative dans (1.2) exclut par contre toute lecture universelle et l'on voit que le sujet complexe ne peut être qu'un nom singulier. De même l'ajout d'un nom propre en apposition, dans les exemples suivants, singularise le substantif et rend impossible la variante plurielle:

(1.3) le président
les présidents
(1.4) le président Chirac
*les présidents Chirac.

Les rôles spécifiques des deux types de détermination n'en demeurent pourtant pas moins logiquement distincts. Il convient alors de remarquer que la caractérisation peut parfois être telle qu'elle rend impossible certaines actualisations. Ceci ne signifie pas que ce n'est plus l'article seul qui actualise, mais seulement que certains états de caractérisation n'autorisent pas n'importe quelle actualisation. Le cas des noms propres

est ici révélateur. Grévisse indique, à leur sujet, qu'ils «sont suffisamment déterminés par eux-mêmes et [...] se passent d'ordinaire de l'article» (1986: § 571). Sans nous opposer à cela, nous dirons cependant plutôt que leur état de caractérisation est tel qu'il est inutile de marquer explicitement par un article leur actualisation. Nous préférons ainsi parler, comme le fait la *Grammaire Larousse* (Chevalier *et al.*, 1964: 220), d'*article zéro* ou encore d'*article sous-entendu*.

Les articles ne sont bien entendu pas les seules marques linguistiques possibles de l'actualisation et il faudrait au moins considérer encore les démonstratifs, les possessifs et les interrogatifs. Leur rôle n'est cependant pas aussi spécifique que celui des articles. Et si l'on met de côté les interrogatifs, qui sortent clairement du cadre de notre recherche, il est toujours possible pour le logicien de se contenter de les remplacer par des paraphrases d'où ils sont éliminés et où l'on distinguera à nouveau soigneusement actualisation et caractérisation. Wilmet parle à leur sujet «d'amalgames» qui «associent étroitement la quantification et la caractérisation» (1983: 23). De «mon livre» par exemple on passera à «le livre qui m'appartient», de «ces livres» à «les livres que je désigne» en respectant évidemment, dans chaque cas, d'éventuelles contraintes contextuelles.

D'un point de vue logique, nous retiendrons ainsi l'article comme l'élément essentiel de l'actualisation, ou disons encore comme quantifiant. Cette restriction ne saurait constituer pour nous une difficulté. Notre but, rappelons-le, n'est pas de donner des phénomènes linguistiques en question une description adéquate et générale. Il nous suffit en effet d'en saisir certaines caractéristiques directrices susceptibles de guider le travail de formalisation logique.

Cela dit, s'il convenait ici de parler de l'actualisation, c'est que ce travail est nécessaire pour délimiter plus précisément le type de détermination qui nous importe: la caractérisation. Syntaxiquement, nous l'avons dit, les éléments de caractérisation se distinguent par leur position d'épithète. Ils apparaissent, autrement dit, là où pourrait se trouver un adjectif épithète.

Les fonctions de l'épithète, et partant des éléments de caractérisation, sont en français multiples. M. Noailly, par exemple, en distingue quatre sortes qu'elle nomme respectivement la *qualification*, la *coordination*, la

complémentation et enfin l'*identification* (1990, *passim*). Le problème pour nous n'est pas de disposer d'une nomenclature exhaustive, mais de sélectionner parmi ces éléments ceux qui relèvent clairement de la subordination logique. Et malheureusement les définitions syntaxiques que donne Noailly de ces quatre catégories de caractérisation ne peuvent suffire à marquer la limite que nous cherchons[4]. Toutefois, la qualification semble devoir ici l'emporter et peut-être une partie aussi de l'identification.

D'un point de vue grammatical, la qualification peut se ramener au rapport qui existe entre un substantif et un adjectif qualificatif. Le critère est alors le suivant: dans un groupe N Adj on a affaire à un rapport de qualification lorsqu'on peut le remplacer par le groupe N *qui est* Adj. Dans «la maison rouge est grande» l'adjectif «rouge» est qualificatif car cet énoncé est équivalent de par son contenu à «la maison qui est rouge est grande». Ce critère est également applicable aux substantifs épithètes, et l'on dira par exemple «un médecin dentiste» est «un médecin qui est dentiste». Le rapport de qualification se reconnaît ainsi pour le grammairien à la possibilité que l'on a de l'exprimer à l'aide d'une relative épithète. Les déterminations par qualification sont donc celles qui au moins sous-entendent une telle proposition. Comme exemple de détermination non qualifiante, prenons les adjectifs des expressions nominales suivantes: «le droit chemin», «ce vieux camarade» ou encore «la brigade criminelle». Il est inutile de vouloir rendre ces adjectifs par le tour N *qui est* Adj. Mais il convient à ce stade de faire deux remarques.

Premièrement, le critère proposé est ici trop restrictif pour la sélection des éléments exprimant un rapport de subordination logique. Attaché à la forme particulière d'un substantif suivi d'un adjectif, il ne permet pas en effet de retenir d'autres types d'épithètes tout aussi concernés par le rapport en question. Il nous faut ainsi l'affaiblir et dire, sans précision de forme spécifique: les éléments de qualification sont, parmi les épithètes attachées à un substantif, ceux dont le contenu peut être rendu par une paraphrase en proposition relative.

Deuxièmement, il convient de relever la nature proprement grammaticale d'un tel critère. Celui-ci semble pourtant devoir convenir à

4 D'autant plus que les catégories proposées par Noailly ont été conçues pour décrire le cas particulier des substantifs épithètes.

notre but. Il permet en effet de sélectionner, parmi les déterminants de caractérisation – déterminants dont la fonction est de modifier un nom dans son contenu ou son extension – ceux dont on a la possibilité de rendre explicite dans l'expression la présence, au moins sous-entendue, d'une proposition.

Enfin, remarquons que la sélection ainsi faite recouvre, au-delà de ce que Noailly appelle la qualification, des éléments qui ressortissent à ce qu'elle nomme l'identification. Nous citions plus haut un énoncé qui en fournit un exemple: «Le président Chirac». Celui-ci peut être rendu par des expressions que le logicien jugera équivalentes, comme «le président qui est Chirac» ou encore «le président qui se nomme 'Chirac». L'identification n'est ici pour nous qu'une forme ultime de qualification, celle que nous décrivions plus haut comme restreignant par la modification opérée du substantif les possibilités de son actualisation par un article.

En conclusion, nous retiendrons dans la perspective logique qui est la nôtre que ce que les grammairiens entendent par détermination recouvre au moins deux fonctions qui intéressent le logicien. Il y a d'un part l'actualisation, qui concerne essentiellement la question du nombre ou de la quantité sous lequel est pris un nom dans une proposition. Ce premier aspect ne concerne pas la subordination logique, mais est nécessaire, comme nous le verrons en III.3.2, à la formalisation que nous envisageons des noms complexes. D'autre part, il y a dans le vaste champ de la caractérisation des éléments de détermination qui expriment un rapport de subordination logique. Pour les sélectionner, nous avons fait appel à un critère grammatical. Celui-ci nous a permis de montrer tout d'abord qu'il existe, dans une langue comme le français, une certaine diversité dans les formes que peut revêtir l'expression ordinaire de la subordination logique. Enfin, il nous a montré également qu'il existe dans cette diversité une forme privilégiée – la proposition relative – qui est la seule à rendre explicite dans l'expression la présence du rapport de subordination logique. Notre attention sera donc dans la suite toute entière consacrée à cette forme. Il nous faut pourtant encore montrer que seuls certains types de relatives sont concernés et en quoi ils constituent la forme langagière la plus adéquate pour l'expression du rapport logique qui nous importe.

II.2 Expression linguistique de la subordination logique

La relative, comme nous venons de le voir, constitue l'unique forme de détermination du nom qui rend explicite, au niveau de l'expression, la présence de l'élément propositionnel qui caractérise le rapport de subordination logique. Bien entendu, elle n'est de loin pas l'unique forme possible de la qualification. Comme le montrent les exemples suivants, on peut tout aussi bien rencontrer des adjectifs (2.1), des substantifs (2.2) et même ce que les linguistes nomment des syntagmes prépositionnels (2.3):

(2.1) La maison *rouge*
La maison *qui est rouge*

(2.2) Un livre *événement*
Un livre *qui est un événement*

(2.3) La statue *devant la mairie*
La statue *qui est devant la mairie*

Tous ces déterminants sont qualifiants et expriment un rapport de subordination logique comme en témoignent les paraphrases en relative qu'on peut leur substituer sans que leur contenu en soit changé.

Enfin, comme nous allons le montrer, la relative, bien que n'étant pas un élément linguistique simple, constitue, du point de vue qui est le nôtre, la forme la plus élémentaire parmi les différents déterminants qui nous importent. Il ne s'agit pas bien sûr de n'importe quelle sorte de proposition relative, mais uniquement de celle que nous avons appelée plus haut la relative épithète. Le phénomène, comme on dit parfois, de la *relativisation*[5] est cependant en français, comme dans de nombreuses langues, particulièrement vaste. Il revêt des formes multiples qui peuvent remplir diverses fonctions. Il va de soi qu'il n'entre pas dans notre intention d'en donner une vue générale et nous nous contenterons pour cela de renvoyer aux importantes monographies qui sont parues sur ce

5 Fuchs et Milner (1979: 13).

sujet[6]. Notre propos, nous l'avons dit, ne concerne qu'une forme de la relative. Elle constitue selon Touratier ce qui «semble être le type normal de la relative ou plutôt le type auquel on pense immédiatement quand on doit donner un exemple de relative» (1980: 9). Les exemples de ces relatives sont ceux que l'on rencontre généralement dans les grammaires scolaires et qui, comme «les lettres que tu as écrites», «la maison dont le toit est rouge», ou encore «l'église qui est au milieu du village», sont toutes des relatives avec antécédent. Elles viennent autrement dit compléter un substantif, ou parfois aussi un pronom, et remplissent une fonction d'épithète.

La grammaire, à l'opposé de ce que nous affirmions, a souvent considéré que toute forme d'épithète doit pouvoir se ramener à la forme la plus simple et la plus évidente de l'épithète: l'adjectif. On constate en effet que, par commutation, toute forme d'épithète peut être remplacée par un adjectif sans que l'énoncé concerné ne devienne mal formé. S'appuyant ensuite sur une hypothèse traditionnelle selon laquelle une fonction syntaxique ne doit appartenir qu'à une seule partie de discours, on en est venu à considérer que toute forme d'épithète n'est en fait qu'une forme spéciale de l'adjectif. Le cas de la relative ne fait pas exception et son rapprochement avec l'adjectif pourrait apparaître comme plus fort encore. Touratier relate ce rapprochement classique en affirmant: «on a d'abord souvent remarqué que dans bon nombre de cas une relative peut être remplacée par un adjectif, sans qu'on enregistre vraiment une modification dans le contenu» (1980: 24). Cette possibilité n'est cependant pas générale et dans bon nombre de cas seul le test de la commutation demeure applicable, mais alors sans la conservation du contenu. Il n'en demeure pas moins que relatives et adjectifs ont été conçus comme appartenant à une même classe d'éléments linguistiques. De là est venue l'idée de faire de la relative une forme développée de l'adjectif. Toute relative épithète devenait en droit remplaçable, sans changement de contenu, par un adjectif simple, bien qu'en pratique la pauvreté du lexique ne le permette pas toujours.

Cette conception, comme l'ont relevé de nombreux linguistes[7], prête cependant le flanc à d'importantes objections. Tout d'abord, si la relative

6 *Cf.* Fuchs et Milner (1979), Touratier (1980), Godard (1988) et Muller (1996).

7 A ce sujet, *cf.* Touratier (1980: 52-63).

peut parfois remplacer l'adjectif, elle ne peut en aucun cas remplir toutes les fonctions de l'adjectif. En particulier, il demeure impossible d'utiliser la relative avec une fonction d'attribut, qui est pourtant essentielle à l'adjectif. D'autre part, on pourrait tout aussi bien considérer que, dans sa fonction d'épithète, c'est l'adjectif qui peut être remplacé par une relative. Ceci d'autant que la remarque devient alors tout à fait générale. On peut en effet toujours construire une relative qui en remplacement de n'importe quel adjectif ou de n'importe quelle épithète – pour autant que l'on se situe dans le champ de la qualification – conserve à l'énoncé son contenu d'origine.

On peut donc être amené à penser, comme nous l'avons fait, que toute épithète de qualification cache en fait une proposition relative et exprime d'un point de vue logique un rapport de subordination. Sans aller jusque-là, Touratier remarque tout de même que «outre le fait [...] que beaucoup de relatives peuvent être remplacées, sans préjudice pour le sens, par un adjectif, on constate que lorsqu'on veut préciser le sens d'un adjectif ou reprendre le contenu d'un adjectif, mais en donnant plus de détails, automatiquement on recourt à une subordonnée relative» (1980: 26). La relative serait donc en quelque sorte le moyen le plus naturel, et surtout le plus libre, que la langue ait développé pour exprimer explicitement et avec le plus de détails la modification que produit sur le nom l'ajout d'une épithète de qualification.

On trouve dans les travaux de Port-Royal une conception toute proche de celle-ci et qui sera d'ailleurs reprise et développée, dans la perspective qui est la leur, par les générativistes. On lit par exemple dans la *Grammaire générale et raisonnée*:

> Que lorsqu'on joint ensemble deux noms [...] soit par apposition comme *Urbs Roma*, soit comme adjectif, comme *Deus Sanctus*; surtout si cet adjectif est un participe, *canis currens*: toutes ces façons de parler enferment le relatif: *Urbs quae dicitur Roma*; *Deus qui est Sanctus*; *Canis qui currit*. Et qu'il dépend du génie des langues de se servir de l'une ou de l'autre manière. Arnauld et Lancelot (1966: 69-70).

Relative, adjectif et toute forme d'épithète de qualification ne sont de notre point de vue que des moyens linguistiques différents pour exprimer un même rapport logique. Ils ont en commun une fonction qui les caractérise dans un usage particulier: la fonction d'épithète. Cela ne

signifie en aucun cas qu'il faille les ranger tous sous l'étiquette d'une même partie du discours. Hors de cet usage d'épithète, leurs fonctions peuvent bien sûr diverger, comme le montre l'usage de l'adjectif comme attribut.

Dans son usage d'épithète cependant, la relative est la forme la plus fondamentale des déterminants de qualification. Elle est la seule forme par laquelle peut être exprimé le contenu logique de toutes les autres. Et cette forme est celle d'une proposition qui modifie le contenu d'un nom. Les générativistes ont cru voir dans les travaux de Port-Royal une esquisse de leur théorie moderne. Les trois propositions que les Messieurs disent être enfermées dans leur fameux exemple *Dieu invisible a créé le monde visible* ne font pour Chomsky (1966: 33-35) qu'exprimer la structure profonde sous-jacente à l'énoncé de surface. Nous ne pouvons ici nous prononcer sur la valeur théorique de ce rapprochement des recherches de Chomsky et des écrits de Port-Royal. Mais nous retiendrons plus simplement, avec Touratier, que les auteurs de Port-Royal voient «dans *Dieu invisible a créé le monde visible* et *Dieu, qui est invisible, a créé le monde, qui est visible* deux réalités grammaticales différentes, mais une même réalité logique, deux structures syntaxiques différentes, mais une même activité logique» (1980: 61). Cette «réalité logique», cachée ou explicite dans l'expression, c'est, dans le cas des épithètes de qualification, ce que nous avons appelé la subordination logique. La relative n'exprime en fait rien de plus que l'adjectif ou le substantif épithète. Elle est pourtant la forme de base, celle qui permet de créer des modificateurs du nom pour lesquels le lexique n'est pas assez riche. Et c'est bien sûr la seule qui exprime explicitement le rapport logique sous-jacent à toute épithète de qualification. Là où Port-Royal voyait la «façon de parler» la plus proche de nos opérations de l'esprit, là où Chomsky voyait la «structure profonde» sous-jacente aux épithètes, nous ne voyons qu'un moyen expressif parmi d'autres, mais un moyen qui est le plus riche que la langue ait produit, pour exprimer les modifications logiques que l'on peut apporter au contenu d'un nom.

C'est pourquoi la relative épithète est pour nous l'élément privilégié pour une analyse logique des manifestations linguistiques de la subordination logique. Il nous faudra pourtant garder à l'esprit la

diversité de ces formes, avec en particulier l'adjectif et le substantif épithète.

Selon le point de vue adopté, la réduction des épithètes à des formes spéciales de l'adjectif n'est pourtant pas dénuée de sens. Elle dénote simplement une démarche grammaticale fort éloignée de la nôtre. Cette démarche, en dépit de ses qualités, est pour notre projet particulier d'un intérêt moindre. Nous en retiendrons pourtant une chose: le «comportement» syntaxique de la relative, comme de toute épithète, peut clairement prendre pour modèle celui de l'adjectif épithète. Toute analyse de la relative qui ne peut en tenir compte irait à notre sens à l'encontre d'une réalité linguistique évidente.

Avant de passer à l'analyse, il nous faut encore évoquer un problème qui, s'il n'est pas au coeur de notre propos, s'y trouve tout de même fortement associé. Il s'agit de la fameuse distinction entre *relative déterminative* et *relative explicative*. Cette opposition semble plutôt correspondre à deux usages de la relative et non à deux types de la relative elle-même. L'exemple suivant, que nous empruntons à Kleiber (1981), est en effet, en l'absence de ponctuation, susceptible de deux lectures fort différentes:

(2.4) Les Alsaciens qui boivent de la bière sont obèses.

Dans la lecture déterminative, on dira que le prédicat «sont obèses» n'est affirmé que des Alsaciens buveurs de bière. Avec l'explicative au contraire, c'est de tous les Alsaciens qu'il est affirmé. La relative ne fait alors qu'apporter une information supplémentaire: que ceux-ci, par ailleurs, boivent de la bière.

On rencontre dans la tradition grammaticale différentes définitions de cette opposition. La plus répandue remonte en fait à la *Logique* de Port-Royal et non, comme on le croit souvent, à la *Grammaire*. Elle repose sur le concept d'extension. La relative déterminative est celle qui restreint l'extension du concept exprimé par l'antécédent, alors que l'explicative laisse celle-ci inchangée.

Le caractère logique d'une telle définition ne pouvait cependant que mettre les grammairiens dans l'embarras[8]. Pourtant, les nombreuses tentatives pour élaborer un critère proprement grammatical de la distinction ont abouti à des résultats assez mitigés. Seules des marques dans l'intonation, souvent difficiles à mesurer, ou alors à l'écrit, l'usage d'une ponctuation conventionnelle[9], permettraient à notre sens d'interpréter en pratique certains énoncés qui restent sinon irréductiblement ambigus[10].

La définition en termes d'extension indique cependant pour notre propos logique une importante différence. Les relatives que nous avons sélectionnées ne marquent en effet pas toujours dans leur usage une modification du contenu logique de l'antécédent. Nous dirons simplement ici qu'il est certain que dans l'étude de la subordination logique seuls les cas de déterminatives nous intéressent proprement. La relative explicative, pour celui qui s'intéresse aux aspects pragmatiques du langage, voire à l'étude de la force persuasive de certaines formes, présente bien sûr un grand intérêt. Pour notre part, nous considérons qu'une relative explicative ne fait qu'ajouter à l'énoncé une affirmation supplémentaire. Et il est plus simple, pour le logicien, de la traiter sur le même plan que la principale.

Nous ne choisirons ainsi dans nos exemples que des cas qui sont clairement déterminatifs ou du moins en ferons-nous l'hypothèse. Ce qui nous intéresse dans un exemple comme (2.4), c'est l'usage d'une relative pour modifier le contenu logique du sujet de la proposition.

(2.4) Les Alsaciens qui boivent de la bière sont obèses.

8 Les tentatives pour éliminer cette distinction de la grammaire sont nombreuses. Nous citerons ici l'exemple de Kleiber (1981), qui lui préfère une distinction entre relatives *spécifiantes* et *non spécifiantes*.

9 On lit par exemple dans *Le bon usage*: «Il n'y a ni pause dans l'oral ni virgule dans l'écrit entre l'antécédent et la [relative déterminative]» et plus loin «La relative non déterminative [=explicative] est *souvent* séparée de l'antécédent par une pause dans l'oral et une virgule dans l'écrit» Grévisse (1986: § 1059 nous soul.).

10 *Cf.* Touratier (1980: 264-276).

Dans le cas contraire, nous y verrons simplement une variante linguistique d'une conjonction de propositions[11]:

(2.4)' Les Alsaciens boivent de la bière *et* ils sont obèses.

Ce dernier cas ne présente plus un intérêt spécifique pour le calcul des noms que nous envisageons.

Par la discussion qui précède, nous avons désormais précisé quel devra être le champ de notre investigation logique. Il nous reste ainsi à examiner la structure logique de la relative déterminative. Pour cela, il nous faut cependant disposer encore d'une méthode d'analyse conforme à notre projet. C'est ce que nous allons maintenant détailler.

11 Cette manière de traiter les explicatives remonte aux travaux du Moyen Age et est devenue courante depuis la *Logique* de Port-Royal. *Cf.* à ce sujet Touratier (1980: 251-263) et Joray (1993: 25-30).

II.3 L'approche catégorielle comme méthode d'analyse

Si l'abstraction qui caractérise la formalisation logique consiste, comme nous l'avons dit, à mettre en évidence certains traits structuraux des langages dans lesquels nous raisonnons, il ne faut en aucun cas perdre de vue qu'un tel travail nécessite un projet logique spécifique ainsi qu'une méthodologie (*cf. supra* I.1).

Le projet désormais est clair. Afin d'échapper à certaines contraintes propres de la théorie classique, il s'agit d'élaborer un calcul extensionnel des noms. Ce calcul ne saurait se concevoir avec une certaine envergure sans disposer d'opérations, non seulement de coordination logique, mais aussi de subordination logique. Dans cette perspective, notre travail d'investigation a consisté dans un premier temps à sélectionner, dans la multitude des formes linguistiques de la détermination du nom, celles qui sont susceptibles de nous indiquer les aspects structuraux qui caractérisent l'expression ordinaire de la subordination logique.

Si la grammaire a pu jusqu'ici nous indiquer le chemin, c'est désormais à une méthode logique que nous devons avoir recours. Comme nous l'enseigne l'histoire récente de notre discipline, bien que fort utile et parfois même nécessaire, le guide grammatical ne saurait être utilisé par le logicien qu'avec une extrême prudence. Contrairement aux langages formalisés de la logique, le langage naturel a ceci de particulier qu'il est un instrument répondant à la fois à des finalités différentes. Résultat d'une évolution historique qui se caractérise par des contraintes multiples, le langage naturel ne peut en effet se prêter que partiellement à l'analyse logique.

En revanche, si le langage naturel a peut-être pour finalité première la communication et certainement des fonctions sociales, expressives ou encore poétiques, il n'en demeure pas moins qu'il est aussi l'outil du raisonnement. A ce titre, nous l'avons dit, il demeure un objet privilégié de l'investigation logique. Notre travail ne pourrait d'ailleurs avoir aucune pertinence sans l'hypothèse qu'il y a entre le langage naturel et le langage formel une certaine communauté structurelle.

Il nous paraît ici raisonnable d'assumer une telle hypothèse, d'autant qu'elle a pu s'avérer fructueuse dans le passé de la logique moderne. Il ne s'agit pourtant pas, bien entendu, de revenir au vieux parallélisme logico-grammatical que l'on a si souvent reproché aux penseurs de la tradition[12]. C'est ici une base commune bien plus modeste qui est postulée. Elle constitue en fait ce qu'on pourrait appeler un degré minimal de la grammaticalité, c'est-à-dire un ensemble de conditions si élémentaires du sens qu'il deviendrait sans elles impossible de concevoir un langage articulé pouvant servir de support à la pensée raisonnée.

La méthode que nous proposons d'utiliser dans nos analyses se base pour l'essentiel sur une théorie que nous avons déjà esquissée: la théorie des catégories sémantiques. Rappelons ici qu'une telle théorie consiste à expliciter par des moyens logiques ce que Husserl concevait comme les lois générales et fondamentales qui régissent le domaine pur de la signification. Elle constitue de la sorte un instrument d'analyse applicable à toute langue articulée et qui a pour but d'énoncer les conditions minimales de la bonne formation des énoncés. Bien entendu, les contraintes qui pèsent sur la formation des expressions d'un langage sont multiples. Mais Husserl constate que, si elles sont souvent le fruit d'habitudes linguistiques contingentes, certaines d'entre elles, au contraire, possèdent un caractère objectif et nécessaire.

C'est l'ensemble de ces contraintes qui constitue la base minimale de la grammaticalité à laquelle nous faisions allusion et qui permet par ailleurs d'analyser sur un même fond les langues naturelles et les langages formels.

La théorie catégorielle, comme nous l'avons dit, se donne pour tâche de mettre en évidence l'ensemble de ces contraintes élémentaires. Elle consiste, par une application générale de la notion de *fonction*, à élaborer une classification des éléments du langage. Lesniewski fut le premier à en mesurer l'importance logique. Il en explicite à la suite de l'ébauche de Husserl les principes, qui sont en fait d'une assez grande simplicité. Nous les résumons ici en quatre points:

12 Ce parallélisme est particulièrement remarquable dans les travaux de Port-Royal. *Cf.* à ce sujet Swiggers (1984).

1. Dans tout langage donné L, on peut distinguer deux grandes familles d'expressions ou de parties d'expressions. Il y a d'une part celles qui font sens par elles-mêmes, sans pour cela nécessiter la présence d'aucun contexte particulier. C'est ce que Husserl appelle les *catégorèmes* et qui se rangeront ici sous les *catégories de base*. D'autre part, il y a des expressions incomplètes, qui ne peuvent faire sens qu'à l'intérieur de certains contextes. Comme les fonctions mathématiques, elles demandent pour faire pleinement sens à être saturées par d'autres éléments. Elles se rangeront ainsi pour leur part dans la famille des *foncteurs*.

2. Chacune de ces deux grandes familles se divise ensuite en différentes *catégories*. Aucune expression de L ne peut appartenir à plus d'une catégorie et l'on dira que deux expressions appartiennent à une même catégorie si et seulement si toute expression douée de sens de L qui contient l'une d'entre elles restera douée de sens lorsqu'on l'aura remplacée par la seconde.

3. Les catégories de L représentent les modes possibles de signification dans L. Les catégories de base représentent pour leur part les modes fondamentaux et indépendants alors que les catégories de foncteurs représentent les modes dérivés et dépendants.

4. Chaque catégorie de foncteur, ou *catégorie dérivée*, peut être associée de manière univoque à une directive. Celle-ci stipule la nature catégorielle du contexte dans lequel un élément de la catégorie en question peut faire pleinement sens. Elle indique en fait le nombre et les catégories respectives des arguments susceptibles de venir saturer cet élément.

Ajdukiewicz fut le premier en 1935 à proposer, sur la base des principes énoncés par Lesniewski, une systématisation de la théorie catégorielle[13]. Toute catégorie d'un langage L peut être univoquement déterminée à partir d'un ensemble très limité de symboles désignant les seules catégories de base de L. Dans les cas les plus courants, on aura pour les catégories de base deux symboles fondamentaux: S pour les propositions, N pour les expressions nominales. Déterminer une catégorie dérivée C consiste ensuite à indiquer, d'une part le nombre et les catégories respectives des éléments nécessaires à la saturation d'un élément de C, de l'autre la catégorie du résultat obtenu.

Un prédicat binaire par exemple se caractérise par le fait que deux éléments de catégorie N sont nécessaires à sa saturation et que le résultat obtenu est de catégorie S. Ajdukiewicz propose de résumer cette

13 *Cf.* Ajdukiewicz (1935).

information par une notation fractionnelle dont nous avons déjà décrit brièvement le principe. En inscrivant au dénominateur les catégories respectives des arguments saturants et au numérateur la catégorie du résultat, on associera dans notre exemple S/NN à la catégorie des prédicats binaires.

Aussi complexe que soit un élément de L, on pourra toujours exprimer sa catégorie à l'aide d'un index fractionnel construit uniquement sur des symboles catégoriels de base. Il devient alors possible pour un langage donné de générer à partir des catégories de base l'ensemble potentiel des modes de signification de ce langage.

Dans un langage L comprenant les deux catégories de base N et S, on définira l'ensemble des catégories possibles de la manière inductive suivante:

i. S et N sont des catégories de L.

ii. Si c, c_1, c_2, ..., c_n sont des catégories de L, alors ($c/c_1c_2...c_n$) est également une catégorie de L. *Il s'agit de la catégorie des foncteurs formateurs de la catégorie c dont les arguments saturants sont nécessairement issus des catégories respectives* c_1, c_2, ..., c_n.

iii. Rien n'est une catégorie de L sinon par ce qui précède.

Cette définition n'indique en aucun cas l'ensemble effectif des catégories d'un certain langage, elle ne fait que générer l'ensemble potentiel, et d'ailleurs infini, des catégories que l'on peut rencontrer dans un langage basé sur les deux modes fondamentaux de signification que sont N et S. Quelques exemples suffiront à montrer l'ampleur d'un tel ensemble[14]:

(3.1) S est une catégorie de L, par i.
(3.2) S/S est une catégorie, par i et ii.
(3.3) (S/S)/S est une catégorie, par i., (3.2), et ii.
(3.4) ((S/S)/S)/NS est une catégorie, par i., (3.3) et ii.
(3.5) (((S/S)/S)/NS)/((S/S)/S)N est une catégorie, par i., (3.3), (3.4). et ii.
etc.

A cette classification potentielle des catégories d'un langage, Ajdukiewicz ajoute encore une dimension calculatoire. Il propose, par un système de déduction catégorielle, une méthode de vérification de ce qu'il nomme la «connexion syntaxique» des énoncés. Cette méthode, qui

14 Par convention, nous ôtons ici les parenthèses extérieures.

est à la base de toutes les grammaires catégorielles, constitue un outil de vérification logique de la bonne formation des énoncés. Le principe en est relativement simple. Il s'agit de remplacer le travail grammatical classique, qui porte directement sur les unités linguistiques, par une démarche inférentielle abstraite qui porte sur les catégories respectives de ces unités. Montrer qu'un énoncé est «syntaxiquement connecté», c'est montrer que la suite formée par les catégories respectives des unités linguistiques peut se ramener, par un calcul, à la catégorie attendue de l'énoncé entier. Nous décrirons plus loin, d'une manière systématique, les principes de ce calcul.

Cela dit, ajoutons que ce qu'Ajdukiewicz appelle «connexion syntaxique» ne correspond pas généralement à un critère exhaustif de la grammaticalité. Il faudrait pour cela développer un système catégoriel beaucoup plus fin et qui tienne compte des particularités de chaque langue. La «connexion syntaxique» constitue cependant un critère minimal et nécessaire de toute grammaticalité. C'est ce qui fait sa force et sa généralité. Le système d'Ajdukiewicz décrit en fait précisément les contraintes nécessaires de la «grammaire pure logique» que Husserl appelait de ses voeux. Et c'est pourquoi il constitue un outil adapté à notre projet. Il permet en effet dans l'analyse des énoncés du langage ordinaire de mettre en évidence les traits structuraux nécessaires à la représentation de la forme logique. Mais avant tout, il convient pour nous de disposer d'un outil formel d'analyse et c'est à la construction de celui-ci que nous allons maintenant nous employer.

II.4 Le système catégoriel A

Bien que nous nous éloignions passablement des choix terminologiques que fit Ajdukiewicz, la présentation qui suit se veut une généralisation et une formalisation de son système de 1935. Nous avons choisi de l'exposer sous la forme d'un système formel que nous appellerons le système catégoriel A.

Mais indiquons avant de commencer une difficulté d'ordre pratique. Dans toute démarche catégorielle, il est en effet important de garder à l'esprit que le calcul ne porte pas directement sur les unités du langage à étudier mais sur un symbolisme abstrait qui leur est associé. Or, comme on le sait, tout système formel est lui-même un langage; il contient à ce titre également des unités linguistiques ainsi que des expressions. Celles-ci, bien qu'elles soient destinées à être associées aux unités et expressions du langage à étudier, ne doivent en aucun cas être confondues avec celles-là.

La présentation qui va suivre ne concerne en réalité que le langage abstrait du système A. Comme dans toute construction formelle, il nous a fallu traiter en deux volets bien distincts syntaxe et sémantique. Commençant par la syntaxe, il nous a paru opportun, çà et là, d'apporter un commentaire sur le sens qui est visé par le formalisme. Il ne faudrait bien entendu pas voir là plus que de simples indications présémantiques dont le but est de rendre la construction plus intuitive. Seule en effet l'association rigoureuse d'une sémantique nous permettra de concevoir le système A comme un outil d'analyse de la connexion syntaxique d'énoncés du langage à étudier. Tout ceci revêt peut-être les attributs d'une certaine gymnastique d'esprit, mais c'est le prix à payer pour disposer d'un outil formel dont le caractère opératoire apparaîtra clairement dès lors que nous aurons affaire à des exemples concrets d'analyse.

II.4.1 Syntaxe de A

Commençons par nous donner abstraitement un langage L qui sera au bout du compte le langage à analyser. Celui-ci se caractérise pour l'instant uniquement par un nombre m de modes fondamentaux de signification ou, disons déjà, un nombre m de catégories de base. Un système catégoriel A pour L est la donnée de quatre ensembles: un *alphabet,* un ensemble d'*expressions bien formées* (ebf), un ensemble d'*axiomes*, et enfin un ensemble de *règles.* On peut résumer la chose sous la forme du quadruple suivant, dont nous allons détailler les éléments:

$$A = <\mathcal{A}, \mathcal{E}, \mathcal{P}, \mathcal{R}>$$

L'alphabet $\mathcal{A}$:

$\mathcal{A}$ est l'union des trois ensembles finis suivants, dont le premier contient m symboles destinés à représenter les m catégories de base de L, le second un symbole de connecteur catégoriel et le troisième enfin des parenthèses:

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2 \cup \mathcal{A}_3$$
$$\mathcal{A}_1 = \{ b_1, b_2, \ldots, b_m \}$$
$$\mathcal{A}_2 = \{ / \}$$
$$\mathcal{A}_3 = \{ (,) \}$$

Par souci de généralité, nous avons choisi, contrairement à Ajdukiewicz, de laisser indéterminé le nombre m de catégories de base. On ne saurait pourtant concevoir un langage qui n'ait pas au moins une catégorie de base. Une seule catégorie de base est parfois suffisante comme le montre l'exemple du langage de la logique des propositions avec la catégorie S.

L'ensemble $\mathcal{E}$ des ebf:

Pour définir l'ensemble des ebf, il nous faut procéder en deux temps. Associer des index catégoriels aux énoncés de L, c'est en effet commencer par associer une catégorie déterminée à chacune des unités linguistiques de celui-ci. Ainsi, avant de définir ce qui sera en somme les «phrases» de notre système A, il convient de dire ce que sont les «mots».

Nous appellerons ceux-ci les *termes catégoriels*; ils sont destinés à représenter l'ensemble potentiel des catégories que pourraient recevoir des unités linguistiques de L.

Termes catégoriels (TC):

(i) Les b_i sont des TC.

(ii) Si c, c_1, c_2, ..., c_n sont des TC alors ($c/c_1\ c_2 \ldots c_n$) est un TC.

(iii) Rien n'est TC sinon par ce qui précède.

Les TC constitués d'un symbole unique (b_i) désigneront, bien entendu, les catégories de base de L. Les fractions complexes désigneront en revanche les catégories dérivées. L'écriture choisie permettra, comme nous l'avons dit, une reconnaissance immédiate de la nature catégorielle des unités fonctorielles concernées. Les c_i du dénominateur indiquant le nombre et les catégories respectives des arguments requis pour la saturation, alors que le c du numérateur indiquera la catégorie du résultat obtenu.

Les termes destinés à êtres associés aux unités de L étant définis, il convient désormais de passer aux «phrases», c'est-à-dire aux ebf de A. Nous appellerons celles-ci des *séquences catégorielles*. Formées simplement de suites de termes catégoriels, c'est sur elles que portera le calcul de vérification de la connexion syntaxique.

Séquence catégorielle (SC):

(i) Un TC est une SC.

(ii) Si A et B sont des SC, alors AB est une SC.

(iii) Rien n'est SC sinon par ce qui précède.

Cette définition, comme on le voit, est extrêmement large. Sont en effet des SC n'importe quelle suite de termes catégoriels. Cela signifie que l'on accepte comme ebf de A toute séquence de catégories et donc les «phrases catégorielles» qui pourront être associées à n'importe quelle suite d'unités linguistiques de L. Bien entendu, seule une partie des séquences catégorielles nous intéresse véritablement; il s'agit de celles qui pourront être associées à des énoncés bien formés (ou, plus

précisément, «syntaxiquement connectés» du langage L à étudier). C'est à cette tâche de détermination que sera affectée la partie proprement inférentielle de A. Il s'agira de se donner les moyens de sélectionner, parmi les SC, celles qui relèvent d'une bonne connexion catégorielle. Nous appellerons ces séquences particulières des *séquences catégorématiques*; elles joueront en somme le rôle des *théorèmes* de notre système A.

Pour construire la partie inférentielle de A, il convient tout d'abord de disposer d'une *base axiomatique* $\mathcal{P}$. Le choix des axiomes apparaît cependant problématique et demande une réflexion sur ce qui est attendu du langage L. Disons tout d'abord que le choix le plus cohérent consiste à poser comme axiomes l'ensemble de tous les b_i. Il apparaît en effet raisonnable de considérer les symboles de base comme les théorèmes catégoriels par excellence. Ceux-ci, nous l'avons dit, sont censés représenter les catégories fondamentales de L et donc l'ensemble des expressions catégorématiques de L.

L'usage n'est cependant en ce sens pas constant. Si l'on accorde parfois à certains types d'éléments d'un langage le statut de catégorème, il n'est pas nécessaire qu'on leur accorde *ipso facto* celui d'énoncé bien formé. Cela dépend en effet de ce qui est attendu du langage en question. L'exemple le plus frappant à ce titre est celui des langages fondés sur les deux catégories traditionnelles que sont N et S. S'il est en effet nécessaire à l'analyse grammaticale d'accorder aux expressions nominales le statut de catégorèmes, les avis des grammairiens sont très partagés quant à savoir si elles forment à elles seules des énoncés à proprement parler. Nommer, comme on le dit souvent, ne suffit pas à faire un discours. Et donc s'il est attendu des énoncés d'un langage qu'ils puissent former un discours, on ne retiendra comme catégorie des énoncés que l'unique catégorie S. Remarquons qu'un tel choix ne concerne pas directement la structure catégorielle d'un langage, mais plutôt, comme nous l'avons vu, l'usage qui est attendu de ses énoncés. Nous ne disposons ainsi d'aucune marque formelle pour distinguer ces deux types de catégories de base. Il convient cependant de marquer ici cette différence en laissant ouvert le choix des axiomes. Ceux-ci regroupant ainsi, soit le tout des b_i, soit une partie seulement d'entre eux.

Il conviendra bien sûr par la suite d'associer dans chacun des cas particuliers une sémantique qui tienne explicitement compte de ce choix.

L'ensemble $\mathcal{P}$ des axiomes:

$\mathcal{P}$ est un sous-ensemble de $\mathcal{E}$ (les ebf) qui consiste en une partie non vide des éléments de la forme b_i.

L'ensemble $\mathcal{R}$ des règles:

Il ne contient en fait qu'une seule règle d'inférence.

***Règle de simplification* (Rs):**

Soient E et E' deux SC. E' est une conséquence syntaxique immédiate de E par Rs *ssi*

On obtient E', lorsqu'en parcourant E de gauche à droite, à la première rencontre d'une suite de TC de la forme $(c/c_1\ c_2 \ldots c_n)\ c_1\ c_2 \ldots c_n$, on remplace celle-ci par c.

Si l'énoncé de la règle est un peu ardu, le principe en est simple. Lorsqu'on rencontre dans une certaine séquence une suite associée à un foncteur suivi précisément par les arguments qui lui conviennent, on remplace cette suite par l'unique résultat de la fonction[15]. On peut d'ailleurs résumer la chose par le schéma plus intuitif suivant:

Rs: $E[\ldots(c/c_1\ c_2 \ldots c_n)\ c_1\ c_2 \ldots c_n \ldots] \rightarrow E'[\ \ldots c \ldots\ ]$

Dans l'exemple suivant, on voit que la seconde séquence est bien une conséquence de la première par Rs puisque la partie en gras peut effectivement être simplifiée selon le schéma de règle:

15 La question de l'ordre d'application de la règle est fondamentale dans le système proposé. En indiquant dans la règle une priorité d'application de gauche à droite, nous évitons d'avoir à considérer différentes stratégies dans les applications successives de cette règle. La raison en est que différentes stratégies pourraient ne pas toujours aboutir à un même résultat. C'est le cas par exemple avec une SC comme $(c_1/(c_1/c_2)\ c_2)\ (c_1/c_2)\ c_2$. En respectant l'ordre, on obtient après une application de la règle la SC simple c_1. Par contre, en appliquant la règle depuis la droite, on obtient la SC non simplifiable $(c_1/(c_1/c_2)\ c_2)\ c_1$. En d'autres termes, sans mention d'un ordre, la déduction dans A manquerait à satisfaire la propriété dite de Church-Rosser. Sur cette propriété, *cf.* par exemple Desclés (1990: 208).

1. $(b_1/b_2b_3)\ (b_2/b_3\ (b_1/b_2))\ b_3\ (b_1/b_2)\ b_3$
2. $(b_1/b_2b_3)\ b_2\ b_3$ 1, Rs

Pour définir la notion de *séquence catégorématique* – pour ainsi dire les *théorèmes* de A – il convient préalablement d'introduire celle de *preuve catégorielle*. Il faut effectivement disposer d'une procédure formelle pour montrer qu'une SC est ou n'est pas *catégorématique*.

Définition 1:

Une ***preuve catégorielle*** est une suite ordonnée finie de SC répondant aux deux conditions suivantes:

1. Chacune des SC, exceptée la première est une conséquence immédiate par Rs d'une SC qui la précède.
2. La dernière SC est un axiome.

En reprenant l'exemple ci-dessus et en admettant que b_1 est un axiome, il suffit d'ajouter une troisième ligne pour obtenir une preuve catégorielle:

1. $(b_1/b_2b_3)\ (b_2/b_3\ (b_1/b_2))\ b_3\ (b_1/b_2)\ b_3$
2. $(b_1/b_2b_3)\ b_2\ b_3$ 1, Rs
3. b_1 2, Rs

Définition 2:

Une ***séquence catégorématique*** (ou ***théorème catégoriel***) est la première ligne d'une preuve catégorielle. Si une séquence α est catégorématique on notera $\vdash_A \alpha$.

Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, si b_1 est un axiome, on dira que la ligne 1 est une *séquence catégorématique*. On remarquera encore que toute ligne d'une preuve est une séquence catégorématique et que, trivialement, tout axiome est lui-même une séquence catégorématique.

L'idée qui justifie ces définitions est simple: une séquence est catégorématique, lorsqu'après un certain nombre de simplifications, on a pu la réduire à un axiome. Il n'est pourtant pas indispensable d'adopter cette forme un peu surprenante de preuve dont la conclusion, pour une fois, se trouve en tête et non à la fin. Cette procédure correspond cependant à la manière informelle de procéder en analyse catégorielle. Il s'agit en effet de partir d'un énoncé complexe d'un langage, de lui associer une séquence de catégories correspondant aux unités qui la

composent et de montrer enfin par une procédure de réduction que cette séquence se ramène bien à une catégorie élémentaire.

Par ailleurs, cette forme en quelque sorte inversée de preuve présente un autre avantage important: celui de constituer une procédure totalement déterministe. On peut en effet toujours dire si une SC peut être simplifiée ou non et la règle est faite de telle manière qu'une SC simplifiable ne peut jamais l'être que d'une et une seule manière. Ainsi, lorsqu'une preuve aboutit, on est assuré du caractère catégorématique de sa première ligne, mais aussi et surtout, lorsqu'elle n'aboutit pas, on est assuré de même que sa première ligne n'est pas catégorématique. On peut donc d'ores et déjà affirmer que l'ensemble des théorèmes de A est *décidable*[16].

II.4.2 Sémantique de A[17]

Donner une sémantique pour le système A est un travail qui se fait en plusieurs étapes. Premièrement, il s'agit de donner une *interprétation* des éléments syntaxiques de base de A, autrement dit les b_i. L'*évaluation* des expressions de A se fait ensuite en deux étapes: tout d'abord, il faut donner une procédure d'évaluation des *termes catégoriels*, enfin nous pourrons dire comment évaluer les *séquences catégorielles*.

Interprétation

Une interprétation I est la donnée d'un triplet composé de deux ensembles et d'une application:

$$I = \langle M, \Psi, M' \rangle$$

16 Cette propriété de A est en particulier la conséquence de deux choix. D'une part, nous n'avons qu'une seule règle d'inférence, de l'autre, la contrainte sur son ordre d'application garantit d'une manière triviale la propriété de Church-Rosser.

17 On trouve dans les travaux de Cresswell des sémantiques catégorielles très semblables à celle que nous proposons ici. *Cf.* par exemple Cresswell (1973: 75) et (1976: 4).

L'ensemble M:

Il s'agit d'un ensemble complexe destiné à regrouper les différents modes fondamentaux de signification du langage visé L. D'un point de vue sémantique, chaque mode de signification est formellement déterminé par la donnée d'un ensemble. Celui-ci, qui peut être fini ou infini, mais toujours non vide, est constitué de toutes les significations que peut prendre un élément linguistique de L qui tombe sous le mode en question.

Si, par exemple, le langage L permet d'exprimer des propositions, on dira qu'il possède, parmi ses différents modes fondamentaux de signification, un certain mode, déterminé par l'ensemble de significations suivant[18]:

{vrai; faux}.

Ajoutons encore, au vu des contraintes catégorielles qui pèsent sur le langage L, qu'il convient que ses différents modes de signification soient représentés par des ensembles disjoints. En effet, aucun élément linguistique d'une certaine catégorie ne doit pouvoir être associé à une même signification qu'un élément d'une autre catégorie.

Ainsi, le premier constituant M d'une interprétation I est un ensemble complexe, fini et non vide, ayant comme éléments des ensembles disjoints de significations (les M_i), ces éléments étant destinés à représenter les différents modes fondamentaux de signification du langage visé L. Formellement, nous aurons donc:

$M = \{M_1, M_2, ..., M_m\}$

18 Pour autant que l'on se situe dans un langage de la bivalence propositionnelle. Dans un langage propositionnel trivalent, on aura simplement un ensemble de trois significations.

L'application Ψ:

Ψ est une application bijective qui fixe une correspondance biunivoque entre les symboles b_i de catégories de base et les éléments de M. Elle a pour but de fixer une valeur en termes d'ensembles de significations à chacun des b_i. Nous voyons enfin qu'il convient que M possède le même nombre d'éléments qu'il y a de b_i dans la syntaxe.

L'ensemble M':

L'ensemble M' est un sous-ensemble non vide de M qui a pour but de sélectionner dans M un certain nombre d'éléments, dits *éléments marqués*. Ceux-ci sont destinés à être associés aux b_i sélectionnés dans la syntaxe comme des axiomes.

Cela dit, afin d'assurer une certaine cohérence entre syntaxe et sémantique, il nous faut encore poser la définition suivante:

Définition 3:

Une interprétation I est ***adéquate relativement à une syntaxe A*** ssi

1. la cardinalité de l'ensemble M est identique au nombre m de symboles de catégorie de base de A
2. la bijection Ψ associe à chaque axiome de A, et à eux seulement, un élément marqué de l'ensemble M'.

Remarquons pour terminer que deux interprétations adéquates pour une même syntaxe A ne peuvent différer que par les contenus respectifs des éléments de l'ensemble M des modes de signification.

Evaluation

L'évaluation, comme nous l'avons dit, se construit en deux temps. La première procédure concerne les termes catégoriels.

Termes catégoriels:

Evaluer un TC de A, dans une interprétation I, consiste à lui associer une valeur calculée sur la base de l'ensemble M et par le biais de la fonction Val_I^T définie comme suit (Les indices de la fonction indiquent pour T qu'il s'agit de l'évaluation des TC et pour I que celle-ci se fait sur la base de l'interprétation I):

1. $Val_I^T(b_i) = \Psi(b_i)$ dans I.
2. $Val_I^T(c/c_1\ c_2 \ldots c_n) =$
   $\{\varphi \mid \varphi : Val_I^T(c_1) \times Val_I^T(c_2) \times \ldots \times Val_I^T(c_n) \rightarrow Val_I^T(c)\}$

Par cette dernière notation, nous désignons l'ensemble des *applications* possibles φ telles que φ a pour *domaine:*

$$Val_I^T(c_1) \times Val_I^T(c_2) \times \ldots \times Val_I^T(c_n)$$

et pour *codomaine:*

$$Val_I^T(c)$$

On voit par là que la valeur d'un TC de A est toujours un ensemble. Celui-ci peut cependant être de deux types fort différents. Lorsque le terme est formé d'un unique symbole de base, sa valeur est un ensemble de *significations de base* (un des éléments M_i de M). Par contre, lorsque le TC est complexe, et donc sous forme de fraction, sa valeur est un ensemble d'*applications*, celles-ci constituent des significations dites *dérivées.* Pour comprendre cela prenons pour exemple un langage dont la seule catégorie de base est S et posons l'interprétation I suivante:

$$1: \begin{cases} M = \{M_1\} \text{ où } M_1 = \{V, F\} \\ \Psi(S) = M_1 \\ M' = M \end{cases}$$

Voyons ce qu'il advient alors de l'évaluation des termes, en donnant quelques exemples:

(4.1) $\mathrm{Val}_I^T(S) = \Psi(S) = \{V, F\}$

(4.2) $\mathrm{Val}_I^T(S/S) = \{\varphi \mid \varphi\colon \{V, F\} \rightarrow \{V, F\}\}$

(4.3) $\mathrm{Val}_I^T(S/SS) = \{\varphi \mid \varphi\colon \{V, F\} \times \{V, F\} \rightarrow \{V, F\}\}$

(4.4) $\mathrm{Val}_I^T((S/S)/S) = \{\varphi_1 \mid \varphi_1\colon \{V, F\} \rightarrow \{\varphi_2 \mid \varphi_2\colon \{V, F\} \rightarrow \{V, F\}\}\}$

La valeur du terme S ne pose pas de problème. Il s'agit simplement du domaine de signification {V, F} associé par I à la catégorie S des propositions. Pour les TC complexes, il en va tout autrement. Leur valeur est un ensemble d'applications. On commence par considérer toutes les combinaisons possibles de significations que peuvent prendre les arguments du terme en question. S'il y a un unique argument on aura un seul ensemble, sinon on obtiendra un produit cartésien des ensembles respectifs de significations des arguments. On obtient alors le *domaine* des applications recherchées. Le *codomaine* est constitué par l'ensemble des significations que peut recevoir le numérateur du terme. Celui-ci ne peut pas être un produit cartésien; il y a toujours un seul élément au numérateur. La valeur du terme en question est enfin l'ensemble des applications possibles allant du domaine au codomaine dont nous venons de parler.

Dans le cas d'un langage propositionnel comme celui de notre exemple, on énonce généralement ces significations sous forme de *tables de vérité*. Une proposition S peut recevoir deux valeurs V ou F. Un opérateur unaire S/S est associé à une table de deux lignes qui est en fait une application de {V, F} dans {V, F}. Une table pour un opérateur binaire S/SS comporte quatre lignes, elle représente une application de $\{V, F\} \times \{V, F\}$ dans {V, F}. La valeur d'un terme ayant au numérateur une expression complexe est un peu plus difficile à voir. La catégorie de notre exemple (4.4) est celle des foncteurs qui produisent un opérateur unaire à partir d'une simple proposition.

On pourrait imaginer par exemple un foncteur * de cette dernière catégorie que l'on définirait par la table suivante (P désignant une proposition atomique quelconque):

P	*(P)
V	V V F F
F	V F F V

Cette table exprime bien une des applications allant de {V, F} dans un ensemble complexe, celui des significations possibles des opérateurs unaires (i.e. le codomaine est ici lui-même l'ensemble des applications de {V, F} dans {V, F}).

Les tables de vérité constituent bien entendu un moyen simple et intuitif d'indiquer les valeurs applicatives des foncteurs d'une certaine catégorie. Ce mode de présentation s'avère cependant très rapidement fastidieux. Il n'est en fait pratiquement utilisable que pour les foncteurs de catégories assez simples. De plus, dès que les catégories de base sont associées à des ensembles infinis de significations, il devient impossible de présenter les valeurs sous forme de tables finies. Il est bien évident que la question de la cardinalité des ensembles de significations revêt pour la sémantique de A une importance prépondérante.

Cardinalité des ensembles de signification:

Il est en effet très utile de pouvoir déterminer pour chaque catégoric le nombre précis de significations différentes que peuvent y recevoir les foncteurs. Bien entendu, dès qu'un foncteur relève d'une catégorie qui dérive de catégories de base elles-mêmes infinies, l'ensemble des significations qui peuvent lui être associées est infini.

Dans les cas finis, par contre, il est toujours possible de déterminer la cardinalité des ensembles de significations associés. Le calcul de cette cardinalité est donné comme suit:

1. La cardinalité des ensembles associés aux *catégories de base* $\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(b_i))$ est une donnée de l'interprétation et en particulier de l'ensemble M des ensembles fondamentaux de significations.

2. Celle des *catégories dérivées* se calcule ainsi:

$$\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(c/c_1\, c_2 \ldots c_n)) = \mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(c))^{\prod_{i=1}^{n} \mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(c_i))}$$

Cette dernière formule s'obtient aisément sur la base des deux formules générales suivantes:

a. $\mathrm{Card}(E \times F) = \mathrm{Card}(E).\mathrm{Card}(F)$

b. $\mathrm{Card}(\{\varphi \mid \varphi: E \rightarrow F\}) = \mathrm{Card}(F)^{\mathrm{Card}(E)}$

Prenons pour exemple un langage ayant comme catégories de base S et N. Posons ensuite l'interprétation I:

$$\text{I:} \quad \left| \begin{array}{l} M = \{M_1, M_2\} \text{ où } M_1 = \{V, F\} \text{ et } M_2 = \{o_1, o_2, o_3\} \\ \Psi(S) = M_1;\ \Psi(N) = M_2 \\ M' = \{M_1\} \end{array} \right.$$

Calculons maintenant la cardinalité des valeurs de quelques catégories.

(4.5) $\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S)) = \mathrm{Card}(M_1) = 2$ (donnée par I)

(4.6) $\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(N)) = \mathrm{Card}(M_2) = 3$ (donnée par I)

(4.7) $\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S/S)) = \mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S))^{\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S))} = 2^2 = 4$

(4.8) $\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S/SS)) = \mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S))^{\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S))\,.\,\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S))} = 2^{2.2} = 16$

On sait en effet que les significations possibles des opérateurs unaires et binaires sont respectivement au nombre de 4 et 16 dans une interprétation bivalente comme I.

(4.9) $\text{Card}(\text{Val}_I^T((S/S)/S)) = \text{Card}(\text{Val}_I^T(S/S))^{\text{Card}(\text{Val}_I^T(S))} = 4^2 = 16$

(4.10) $\text{Card}(\text{Val}_I^T(S/N)) = \text{Card}(\text{Val}_I^T(S))^{\text{Card}(\text{Val}_I^T(N))} = 2^3 = 8$

(4.11) $\text{Card}(\text{Val}_I^T(S/N_1\ N_2 \ldots N_n)) = \text{Card}(\text{Val}_I^T(S))^{\text{Card}(\text{Val}_I^T(N))^n} = 2^{3^n}$

Par les exemples (4.10) et (4.11) on a pu déterminer que sous l'interprétation I, il y a exactement 8 familles de propriétés différentes et que ce nombre s'élève à 2^{3^n} pour les relateurs n-aires.

Séquences catégorielles:

Afin de clore le volet sémantique, il convient encore de dire en quoi consiste l'évaluation des ebf, c'est-à-dire l'évaluation des séquences catégorielles. Une telle évaluation a pour but d'attribuer à chaque élément de l'ensemble $\mathfrak{E}$ des ebf une certaine valeur qui indiquera, conventionnellement, s'il est valide ou non dans une interprétation I donnée.

Commençons ainsi par poser un ensemble de valeurs $V = \{1, 0\}$. Une procédure d'évaluation des SC dans une interprétation I sera la donnée d'une fonction Val_I^S qui attribuera à chaque élément de $\mathfrak{E}$ une valeur de V.

$$\text{Val}_I^S: \mathfrak{E} \rightarrow V$$

Par convention, une séquence catégorielle α sera dite valide dans I si et seulement si $\text{Val}_I^S(\alpha) = 1$ et nous poserons encore la définition suivante:

Définition 4:

> Une séquence catégorielle α est ***logiquement valide dans A*** si et seulement si α est valide ($\text{Val}_I^S(\alpha) = 1$) dans toute interprétation I adéquate relativement à A. Et nous noterons alors $\models_A \alpha$

L'évaluation d'une séquence catégorielle α dans une certaine interprétation I est le résultat d'une procédure calculatoire déterminée par la fonction Val_I^S. Cette procédure, bien entendu, doit répondre aux conditions d'un calcul compositionnel; elle a pour but d'attribuer à α une

valeur qui sera déterminée entièrement par son organisation interne ainsi que les valeurs respectives de ses composants.

On sait, par construction, que toute séquence catégorielle α est simplement une suite de n TC, où $n \geq 1$. La valeur de chacun des TC qui composent α est donnée dans I par la fonction Val_I^T, que nous avons déjà décrite. On commencera ainsi par considérer que toute séquence α peut être associée à une certaine suite de valeurs α_I^*, que nous appellerons la *séquence sémantique* de α dans I. α_I^* se construit à partir de la séquence catégorielle α comme suit:

α : c1c2 ... cn (où les ci sont des TC)

α_I^* : $Val_I^T(c_1)\ Val_I^T(c_2) \ldots\ Val_I^T(c_n)$

C'est à partir de α_I^* que sera déterminée la valeur de α dans I. Cependant, comme nous l'avons vu dans les pages précédentes, les valeurs respectives des termes c_i ne sont pas des éléments simples. Il s'agit en effet d'ensembles qui sont soit composés de significations fondamentales (lorsque le TC est une catégorie de base) soit composés d'applications (lorsque le TC est une catégorie dérivée). α_I^* est donc une suite de tels ensembles.

La procédure que nous proposons comporte deux étapes successives. Il s'agira premièrement d'opérer à partir de α_I^* une certaine *simplification*. La valeur de α dans I se calculera enfin à partir du résultat de cette simplification, que nous appellerons *réduction de* α_I^*, et noterons $R(\alpha_I^*)$.

Considérons tout d'abord qu'une séquence sémantique α_I^* peut être susceptible d'une certaine transformation T que nous décrirons comme suit:

Transformation T:

Soit α_i^* une *séquence sémantique*. On obtiendra la *transformée* $T(\alpha_i^*)$ lorsqu'en parcourant α_i^* de gauche à droite[19], dès qu'on trouvera un segment de la forme:

$$]\varphi\,|\,\varphi : E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_m \rightarrow F]\ E_1\ E_2 \ldots E_m \qquad (m \geq 1)$$

on le remplacera dans α_i^* par l'unique ensemble F. (Si α_i^* ne comporte aucun segment de la forme décrite, on dira que la transformation T n'est pas applicable).

Notons d'emblée que la transformée $T(\alpha_i^*)$ est également une séquence sémantique puisque l'ensemble F qui vient remplacer le segment concerné dans α_i^* est lui-même la valeur dans I d'un certain terme catégoriel de A. Ceci a pour conséquence que la transformée $T(\alpha_i^*)$ peut être susceptible (si sa forme le permet) d'une nouvelle application de la transformation T. On peut dès lors considérer la chose suivante:

Réduction R:

Soit α_i^* une *séquence sémantique*. On obtiendra ***la réduction*** $\mathbf{R}(\alpha_i^*)$ lorsqu'on aura appliqué successivement à α_i^* la transformation T autant de fois qu'il est possible. (Lorsque aucune application de T n'est possible, $R(\alpha_i^*)$ sera tout simplement identique à α_i^*).

Sur la base de cette réduction, nous sommes enfin en mesure de dire ce qu'est la valeur d'une séquence catégorielle α dans une interprétation I.

Evaluation des SC:

Soit α une SC et I une interprétation. L'évaluation de α dans I est la donnée d'une fonction Val_I^S telle que:

$Val_I^S(\alpha) = 1$ *ssi*

i. $R(\alpha_i^*)$ est une séquence sémantique *simple*. (i.e. $R(\alpha_i^*)$ n'est pas constitué d'une suite d'ensembles mais d'un unique ensemble).

ii. $R(\alpha_i^*) \in M'$ dans I. (i.e. $R(\alpha_i^*)$ n'est autre qu'un des ensembles *marqués* de significations fondamentales de I).

19 Parallèlement à la syntaxe, la transformation T est soumise au même ordre d'application que Rs.

Avant de refermer ce passage sur la sémantique, examinons encore un exemple complet d'évaluation. Soit, pour commencer, un système A dont nous spécifions la syntaxe comme suit:

A: $A_1 = \{b_1, b_2\}$ (deux symboles de catégorie de base)

$\mathcal{P} = \{b_1\}$ (l'unique axiome de A est b_1)

Prenons ensuite la séquence α suivante:

$$\alpha =_{df} (b_1/b_2\ (b_1/b_2))\ b_2\ ((b_1/b_2)/b_1)b_1$$

On peut montrer aisément qu'il s'agit d'une *séquence catégorématique*; α est en effet la première ligne de la *preuve catégorielle* suivante et nous avons $\vdash_A \alpha$:

1. $(b_1/b_2\ (b_1/b_2))\ b_2\ ((b_1/b_2)/b_1)\ b_1$
2. $(b_1/b_2\ (b_1/b_2))\ b_2\ (b_1/b_2)$ 1, Rs
3. b_1 2, Rs

Posons maintenant une certaine interprétation I, adéquate relativement à la syntaxe posée:

I: $M = \{M_1, M_2\}$ où $M_1 = \{V, F\}$ et $M_2 = \{o_1, o_2, o_3\}$

$\Psi(b_1) = M_1$; $\Psi(b_2) = M_2$

$M' = \{M_1\}$

Voyons comment évaluer la séquence. α est une suite formée de quatre TC: c_1, c_2, c_3 et c_4. Il nous faut commencer par évaluer ces quatre termes. Pour simplifier la démarche, prenons-les dans un ordre croissant de complexité:

c_2: $Val_I^T(b_2) = \Psi(b_2) = M_2$

c_4: $Val_I^T(b_1) = \Psi(b_1) = M_1$

c_3: Tout d'abord, $Val_I^T(b_1/b_2) = \{\varphi_1 \mid \varphi_1 : M_2 \rightarrow M_1\}$, et enfin
$Val_I^T((b_1/b_2)/b_1) = \{\varphi_2 \mid \varphi_2 : M_1 \rightarrow \{\varphi_1 \mid \varphi_1 : M_2 \rightarrow M_1\}\}$

c_1: $Val_I^T(b_1/b_2\ (b_1/b_2)) = \{\varphi_3 \mid \varphi_3 : M_2 \times \{\varphi_1 \mid \varphi_1 : M_2 \rightarrow M_1\} \rightarrow M_1\}$

Afin d'évaluer α, formons la *séquence sémantique* α_i^*, formée des valeurs respectives des c_i de α:

$$\alpha_i^*: \quad \{\varphi_3 \mid \varphi_3: M_2 \times \{\varphi_1 \mid \varphi_1: M_2 \to M_1\} \to M_1\}\, M_2$$
$$\{\varphi_2 \mid \varphi_2: M_1 \to \{\varphi_1 \mid \varphi_1: M_2 \to M_1\}\}\, M_1$$

Appliquons – si possible – la transformation T:

$$T(\alpha_i^*): \{\varphi_3 \mid \varphi_3: M_2 \times \{\varphi_1 \mid \varphi_1: M_2 \to M_1\} \to M_1\}\, M_2\, \{\varphi_1 \mid \varphi_1: M_2 \to M_1\}$$

Et encore une fois T:

$$T(T(\alpha_i^*)): M_1$$

Cette fois le résultat ne peut plus être transformé et on a donc:

$$R(\alpha_i^*) = T(T(\alpha_i^*)): M_1$$

On peut désormais évaluer α et on obtient:

$$Val_I^S(\alpha) = 1 \quad \text{car}$$
(i) $R(\alpha_i^*)$ est simple; son unique élément est M_1
(ii) $R(\alpha_i^*) \in M' \qquad (M_1 \in \{M_1\})$

α est donc *valide dans I*. De plus, comme les contenus respectifs de M_1 et M_2 n'entrent pas en compte dans la détermination de la valeur de α dans I, on peut affirmer que α est valide dans toute interprétation adéquate relativement à la syntaxe posée, et donc α est logiquement valide dans A: $\models_A \alpha$.

L'exemple qui précède suffit à montrer que la syntaxe et la sémantique des systèmes A ont été conçues dans un complet parallélisme. Premièrement, les seules interprétations qui entrent en ligne de compte dans le calcul de la validité logique sont celles qui sont *adéquates* par rapport à la syntaxe concernée. Le nombre des ensembles M_i de significations fondamentales doit en effet correspondre au nombre des b_i de la syntaxe et la bijection Ψ doit associer à chaque axiome (et uniquement aux axiomes) un des éléments *marqués* de M'. Deuxièmement, la procédure d'évaluation des ebf suit un chemin qui est rigoureusement parallèle à la construction syntaxique des preuves. Ceci, bien entendu, est dû à la similitude qui existe entre, d'une part, la règle syntaxique de simplification Rs, de l'autre, la transformation des séquences sémantiques T.

La transformation T constitue, terme à terme, le pendant sémantique de la règle Rs. L'intérêt de la transformation T est en fin de compte plus théorique que pratique. La formulation de T nous permet en effet de confirmer les aspects présémantiques qui ont conduit à l'élaboration de Rs comme unique règle de A. Lorsqu'avec la règle Rs nous passons d'un segment complexe $(c/c_1c_2 \ldots c_n)c_1c_2 \ldots c_n$ à un segment simplifié c, nous pouvons désormais comprendre que la relation syntaxique qui est en cause est fondée sur une relation sémantique.

Dire d'un foncteur qu'il est d'une certaine catégorie, c'est dire que sa signification est une application qui a pour domaine et codomaine des ensembles déterminés. La transformation T s'appuie sur l'idée suivante: lorsqu'une application est suivie par des éléments qui ressortissent précisément à son *domaine*, alors la simplification du tout ainsi formé ne peut être qu'un élément de son *codomaine*. Ceci correspond bien, mais exprimé en des termes précis, à ce qui était visé dans la présémantique de la règle Rs[20]. Ajoutons encore que la transformée, comme la règle, sont toutes deux soumises à la même restriction quant à l'ordre de leur application.

Le parallélisme dans lequel syntaxe et sémantique ont été conçues nous amène encore à considérer d'autres résultats. On peut en effet affirmer sur cette base que les systèmes A sont fondés et complets sémantiquement[21], ce qui peut s'exprimer par le métathéorème suivant:

20 *Cf. supra* II.4.1.

21 Notons qu'à certains égards la sémantique proposée semble plus forte que la syntaxe. La notion centrale d'application d'une fonction à ses arguments n'y est cependant exploitée qu'avec certaines restrictions qui visent à conserver le parallélisme mentionné. D'une part, ne sont prises en considérations que les interprétations adéquates relativement à la syntaxe, de l'autre, est imposé à la transformation T le même ordre d'application qu'à la règle Rs. Nous reviendrons sur cette question lorsque sera exploitée en II.5.5 et II.5.6 l'idée d'une saturation partielle des fonctions.

Métathéorème 1:

Pour toute séquence catégorielle α de A, $\vdash_A \alpha$ ssi $\models_A \alpha$.

Terminons en rappelant que la syntaxe de A est décidable. Au nom du métathéorème 1, nous pouvons donc affirmer que A est décidable, ce que nous exprimons dans le métathéorème suivant:

Métathéorème 2:

Quelle que soit la séquence catégorielle α de A, on peut toujours déterminer, par une procédure syntaxique et finie, si, oui ou non, on a $\vdash_A \alpha$ respectivement $\models_A \alpha$.

La chose étant acquise en ce qui concerne le statut de théorème, on peut se passer, grâce au métathéorème 1, de l'examiner pour la validité logique.

Si la construction d'une sémantique formelle demeure nécessaire à l'établissement de tels résultats, ceux-ci nous montrent en retour une certaine indépendance pratique de la syntaxe catégorielle. Dès lors que l'on dispose d'un langage L suffisamment déterminé et que l'on sait à quelle fin il sera utilisé, la syntaxe catégorielle seule apparaît comme un instrument adéquat pour montrer la «connexion syntaxique» des énoncés. Cette vérification passe tout d'abord par l'explicitation des modes fondamentaux de significations du langage visé L. Elle relève aussi de certains choix.

Le premier d'entre eux consiste à privilégier dans L ses aspects extensionnels. Si la syntaxe de A est applicable à des langages contenant des foncteurs intensionnels, cela n'est pas le cas de la sémantique que nous venons de construire. Dans une logique modale comme S5 par exemple, si les opérateurs modaux L et M sont bien de catégorie S/S, leur signification ne peut en aucun cas être décrite comme une application φ: $\{V,F\} \rightarrow \{V,F\}$[22].

Il s'agira enfin d'expliciter parmi les différents rôles que peut revêtir un langage celui que l'on entend faire jouer à L. Nous avons dit plus haut que si l'analyse logique peut prendre pour objet d'investigation le

22 Sur le caractère intensionnel des modalités, *cf.* par exemple Gardies (1979: 31-39). Pour une brève présentation des logiques modales propositionnelles, et en particulier S5, *cf.* Joray (1997).

langage ordinaire, c'est dans la mesure où parmi ses multiples finalités, il demeure un outil incontournable dans l'expression du raisonnement. A ce titre, il n'est pas incongru de faire figurer le langage ordinaire dans la famille des langages à finalité logique. Il convient cependant, pour ce faire, de prendre certaines précautions. Tout d'abord, il faut se donner les moyens d'éviter les ambiguïtés ainsi que généralement les usages figurés. Ensuite, il s'agit de s'abstraire des aspects pragmatiques du langage ordinaire. Nous entendons par là, d'une part, l'usage d'éléments relatifs à la situation d'interlocution (les déictiques, les marques temporelles, les indicateurs de subjectivité comme les pronoms personnels, etc.), de l'autre, l'usage du langage dans des actes autres qu'assertifs, dans le sens restreint que donnent les logiciens à ce terme[23].

L'outil catégoriel que nous avons présenté ici a été conçu dans le but d'une plus grande généralité possible. Cette généralité nous a permis d'étudier d'une manière neutre les aspects structurels qui caractérisent la démarche catégorielle, ainsi que d'en mettre en évidence certaines propriétés importantes. Dans la visée des analyses particulières que nous nous sommes fixées, il nous faut désormais disposer d'un outil catégoriel plus spécifique, apte à rendre compte des éléments structurels propres aux langages à finalité logique. C'est à cette spécification que sont consacrées les dernières pages de cette section.

II.4.3 Une application de A

Toute application du système A consiste en premier lieu en une spécification de celui-ci relative à la nature particulière des langages visés ainsi qu'à l'usage qui en est envisagé. Dans le cas des langages à finalité logique, nous avions vu que les deux unités fondamentales nécessaires à

23 Comme l'a montré Vernant, le discours logique ne peut s'abstraire de tout élément pragmatique. Le logicien ne peut en effet éviter totalement le recours à la notion d'assertion. Celle-ci, bien que comprise en un sens impersonnel et réductible à l'usage des règles d'un système formalisé, n'en demeure pas moins une notion pragmatique. Les usages dont il s'agit de s'abstraire ici sont ceux que Vernant décrit comme directifs, promissifs, expressifs ou encore les actes de déclaration comme le fameux «la séance est ouverte» dans la bouche du président. Pour plus de détails, *cf.* Vernant (1997: chap. II et III).

l'analyse sont, d'une part la proposition, de l'autre le nom logique (*Cf. supra* I.2). Il y a donc pour l'analyse logique deux sortes de catégorèmes. Le premier d'entre eux conserve cependant sur l'autre une certaine primauté. Bien que le nom signifie lui aussi comme un tout indépendant, la proposition est la seule dont la signification est précisément celle qui est attendue des énoncés complets et bien formés d'un langage logique.

De tout ceci, il ressort deux choses. L'analyse catégorielle de tels langages doit premièrement s'appuyer sur des catégories de base qui sont au nombre de deux. Nous avons désormais pris l'habitude de les désigner par S pour les propositions et N pour les noms. Deuxièmement, seules les propositions sont porteuses d'une signification qui correspond à celle qui est attendue pour les énoncés des langages en question.

Dès lors la spécification attendue pour le système catégoriel va pour ainsi dire de soi, et nous poserons pour commencer la syntaxe suivante:

$$\text{A:} \left| \begin{array}{l} A_1 = \{N, S\} \\ \\ \mathcal{P} = \{S\} \end{array} \right.$$

Par facilité d'écriture, nous renonçons à partir d'ici à l'usage des symboles b_i pour les catégories de base, les symboles N et S étant plus habituels. Notre alphabet comprend alors deux symboles distincts de catégories de base. Un seul d'entre eux enfin est érigé, comme expression catégorielle, au statut d'axiome du système.

Concernant la sémantique, il convient tout d'abord de proposer une interprétation qui soit adéquate relativement à la syntaxe. Quant au choix des ensembles de significations fondamentales, il reste ici encore largement ouvert. Nous pouvons cependant déjà le spécifier en ajoutant que les valeurs propositionnelles visées dans notre projet sont celles de la bivalence classique. Pour les noms par contre, la chose est plus délicate. La définition large que nous en avons donnée ne nous permet pas d'en réduire ici la valeur à un ensemble d'objets singuliers. Nous nous contenterons pour l'instant de dire que les noms sont associés à un ensemble abstrait de *significations nominales*. Cet ensemble pourra être fini ou infini et rien ne dit pour l'instant si ses éléments seront associés à des

objets de l'univers du discours. La nature spécifique des significations nominales n'importe cependant pas directement à la vérification de la «connexion syntaxique» et nous nous contenterons de proposer pour l'instant l'interprétation I suivante:

$$\text{I:} \quad \begin{cases} M = \{M_1, M_2\} \text{ où } M_1 = \{V, F\} \text{ et } M_2 = \{s_1, s_2, s_3, \ldots\} \\ \Psi(S) = M_1;\ \Psi(N) = M_2 \\ M' = \{M_1\} \end{cases}$$

Avec ceci, nous disposons désormais d'un outil formel adéquat pour la vérification catégorielle. Mais insistons d'emblée sur un point: aucune méthode catégorielle ne suffit à elle seule pour mener l'analyse complète des énoncés d'un langage. L'analyse catégorielle ne constitue en fait qu'un outil de vérification de la «connexion syntaxique» et ne peut s'appliquer que sur la base de certaines connaissances concernant le langage en question. En aucun cas, l'analyse catégorielle ne permet de faire l'économie d'une analyse grammaticale classique. Elle permet cependant, et c'est en cela qu'elle nous intéresse tout particulièrement, de discriminer parmi les analyses au sens classique celles qui satisfont aux critères de la «connexion syntaxique», et donc à ce que Husserl appelait les lois *a priori* du domaine pur des significations.

Nous avons déjà souligné combien la description catégorielle est dépendante de la langue étudiée. La définition de la «connexion syntaxique» ne peut premièrement prendre véritablement sens que relativement au choix des catégories de base. Ensuite toute application de l'analyse catégorielle suppose que l'on soit capable d'attribuer à chaque unité linguistique une catégorie qui correspond à son sens dans l'usage de la langue en question.

Dans son article de 1935, Ajdukiewicz donne deux exemples pour montrer comment s'applique sa méthode de vérification. L'un est issu de la logique des propositions, l'autre d'une langue naturelle:

$$(4.12) \quad \sim p \supset p .\supset. p$$

Chaque symbole (exceptés les points) est une unité linguistique et de ce fait associé à une catégorie. Une connaissance naïve de la logique des

propositions suffit à savoir que «p» désigne ici une proposition, alors que «~» et «⊃» sont des opérateurs propositionnels respectivement unaire et binaire. On obtient donc les associations suivantes:

(4.12)	~	p	⊃	p	.⊃.	p
	S/S	S	S/SS	S	S/SS	S

Pour l'exemple en langue naturelle, Ajdukiewicz propose enfin:

(4.13)	The	lilac	smells	very	strongly
	N/N	N	S/N	((S/N)/(S/N))/((S/N)/(S/N))	(S/N)/(S/N)
	and	the	rose	blooms	
	S/S	N/N	N	S/N	

Les verbes transitifs tels que «smells» et «blooms», par exemple, forment une proposition lorsqu'ils sont saturés par un nom et reçoivent ainsi la catégorie S/N. Indiquons encore comment Ajdukiewicz catégorise les adverbes modifiant un verbe pour former un verbe complexe. C'est le cas de «strongly» qui modifie «smells» pour former le verbe complexe «smells strongly», la catégorie associée est donc (N/S)/(N/S). «very» par contre agit lui-même sur l'adverbe «strongly» pour former l'adverbe complexe «very strongly», il faut donc redoubler la catégorie pour obtenir enfin ((S/N)/(S/N))/((S/N)/(S/N)).

Dans l'idéal, chaque unité linguistique ne devra être associée qu'à une seule et même catégorie quel que soit le contexte où elle se trouve. Cette contrainte ne fonctionne bien entendu pleinement qu'avec les langues artificielles et on admettra avec les langues naturelles qu'une même entité linguistique puisse renvoyer à des unités sémantiques différentes[24].

L'étape suivante consiste à construire, à partir des différentes catégories obtenues, la *séquence catégorielle* qui sera associée à l'énoncé tout entier. Pour obtenir la *séquence catégorielle*, il s'agit toujours d'inscrire en premier la catégorie du foncteur dominant et de la faire suivre des catégories respectives de ses arguments. Ce problème d'ordre se pose une fois de plus fort différemment dans les langues artificielles et

24 Il existe en sémantique formelle des tentatives de traitement du lexique comme un système dynamique permettant d'associer à une même entrée lexicale des catégories (ou types) différents selon les contextes d'apparition du terme. *Cf.* par exemple Pustejovsky et Boguraev (1993).

les langues naturelles. Les langues artificielles en effet comportent généralement des indicateurs qui rendent explicite et univoque l'ordre foncteur-arguments. Avec l'exemple (4.12), les points indiquent clairement que l'ordre à trouver est le suivant (il s'agit en fait de l'ordre habituel des langages dits *préfixés* dont la notation polonaise de Lukasiewicz est un exemple):

(4.12) $\supset$ $\supset$ ~ p p p (en notation polonaise: CCNppp)
S/SS S/SS S/S S S S

On obtient ainsi la séquence appropriée de l'énoncé (4.12). Par la *preuve catégorielle* suivante, on montre qu'il s'agit d'une *séquence catégorématique* et donc que (4.12) est syntaxiquement connecté:

1. (S/SS) (S/SS) (S/S) (S) (S) (S)
2. (S/SS) (S/SS) (S) (S) (S) 1, Rs
3. (S/SS) (S) (S) 2, Rs
4. (S) 3, Rs

donc $\vdash_A$ (S/SS) (S/SS) (S/S) (S) (S) (S).

Dans le cas des langues naturelles, par contre, le problème est assez différent. Et comme le dit Gardies:

> Le linguiste sans doute est bien obligé de tenir compte du fait que la langue naturelle qu'il étudie, suivant la nature du foncteur, tantôt place les arguments avant le foncteur, tantôt les place tous après, et tantôt encore les distribue selon leur rôle précis, les uns avant, les autres après. (1975: 73).

Le système catégoriel A ne permet pas de tenir compte de ce fait. Et s'il est possible, comme l'a montré Bar-Hillel[25], de concevoir un système catégoriel qui indique les directions dans lesquelles doivent être recherchés les arguments, nous préférons nous contenter ici d'un système *unidirectionnel*, plus compatible avec nos visées logiques. C'est le prix qu'il faut payer si l'on veut conserver à l'approche catégorielle toute sa généralité. Il s'agit pour nous de rester fidèle à l'esprit du projet husserlien, en évitant d'intégrer dans la description des aspects particuliers à certaines langues seulement. Pour palier ce problème de l'ordre, il nous faut alors supposer que l'analyste possède une connaissance

25 *Cf.* Bar Hillel (1953) et, pour une vue générale sur les applications linguistiques des grammaires catégorielles, Oerlhe *et al.* (1988).

suffisante de la langue pour qu'il soit toujours en mesure de restituer, à partir des énoncés, l'ordre canonique foncteur-arguments. L'exemple (4.13) d'Ajdukiewicz devient alors:

(4.13)	and	very	strongly	smells
	S/SS	((S/N)/(S/N))/((S/N)/(S/N))	(S/N)/(S/N)	S/N

the	lilac	blooms	the	rose
N/N	N	S/N	N/N	N

Et l'on montre qu'il s'agit d'un énoncé syntaxiquement connecté par la *preuve catégorielle* suivante:

1.	(S/SS) (((S/N)/(S/N))/((S/N)/(S/N))) ((S/N)/(S/N)) (S/N) (N/N) (N) (S/N) (N/N) (N)	
2.	(S/SS) ((S/N)/(S/N)) (S/N) (N/N) (N) (S/N) (N/N) (N)	1, Rs
3.	(S/SS) (S/N) (N/N) (N) (S/N) (N/N) (N)	2, Rs
4.	(S/SS) (S/N) (N) (S/N) (N/N) (N)	3, Rs
5.	(S/SS) (S) (S/N) (N/N) (N)	4, Rs
6.	(S/SS) (S) (S/N) (N)	5, Rs
7.	(S/SS) (S) (S)	6, Rs
8.	(S)	7, Rs (axiome)

II.5 Analyse et détermination catégorielle des foncteurs de subordination logique

Grâce au système catégoriel A, nous disposons désormais d'un outil méthodologique conforme à notre projet. Parmi les formes linguistiques permettant d'exprimer un rapport de subordination logique, nous en avons sélectionné une (*cf. supra* II.2) qui occupe pour nous une position privilégiée. La relative épithète constitue en effet l'unique forme de détermination qui rend explicite au niveau de l'expression le rôle d'une proposition dans la modification du nom. Rappelons cependant qu'il existe, dans une langue comme le français, des formes et des usages multiples de la relative. Tous, bien entendu, ne relèvent pas de l'expression d'un rapport logique de subordination. Et, si nous avons déjà effectué certaines distinctions, il convient encore, avant d'entrer dans l'analyse proprement dite, d'examiner parmi les relatives certaines différences dans leur organisation structurelle, afin d'établir plus précisément ce que nous entendons par relative épithète déterminative.

II.5.1 Relatives explicatives et relatives déterminatives

Nous avons déjà signalé (*cf. supra* II.2) qu'on distingue généralement deux usages fort différents de la relative épithète. D'un côté, certaines relatives opèrent sur leur antécédent une modification de leur contenu logique. On dit alors qu'elles sont *déterminatives* ou *restrictives*. De l'autre, certaines relatives apparaissent par rapport à leur antécédent comme de simples appositions, ce sont les relatives dites *explicatives*.

Si les deux types de relatives sont au regard de la grammaire des propositions subordonnées, elles se distinguent pourtant radicalement d'un point de vue logique. La relative déterminative est en effet la seule qui exprime un rapport de subordination logique. Elle apparaît dans la construction nominale comme un constituant à part entière. L'explicative par contre remplit une fonction toute autre, car elle agit sur un antécédent qui est déjà, à lui seul, un constituant indépendant de la proposition principale.

Loin de pouvoir tout simplement être omise, sans que la principale en soit changée, comme on le lit souvent dans les grammaires scolaires[26], la relative explicative se distingue pourtant de la déterminative par le fait qu'on peut en exprimer le contenu hors de la principale. Là où la principale et la subordonnée peuvent être exprimées par deux propositions séparées, qui portent simplement sur un même nom, la relative est explicative. Il n'y a pas lieu dans un tel cas de supposer un rapport de subordination logique. La forme logique de l'énoncé est alors une conjonction de deux propositions qui ont simplement en commun de porter sur un même nom. Cela dit, si la distinction logique entre les deux sortes de relateurs est claire, les énoncés du langage ordinaire restent fréquemment ambigus. On ne dispose en effet souvent d'aucune marque effective pour distinguer les deux interprétations. Du point de vue de l'analyse, il nous faut pourtant supposer qu'à une telle différence de sens doivent correspondre des organisations syntaxiques distinctes.

Une manière de discriminer les relatives consiste à examiner dans l'organisation de l'expression nominale le rôle que joue un élément dont nous avons jusqu'ici peu parlé: l'article. En tant qu'élément d'actualisation, l'article joue ici un rôle décisif. Il est le seul des déterminants qui indique d'une manière explicite selon quel nombre le substantif est pris dans l'énoncé. Or, contrairement à d'autres langues, l'article est considéré en français comme un élément obligatoire. Cela signifie que, dans la plupart des cas, le substantif ne constitue pas à lui seul une expression nominale susceptible d'entrer telle quelle dans un énoncé. A ce titre, l'article a encore pour fonction de venir clore en la complétant une expression nominale, afin d'en faire le constituant d'un énoncé. Le champ d'application de l'article marque, dans une langue comme le français, les limites extérieures de ce qui est interne à ce constituant.

La grammaire scolaire se contente souvent de dire que l'article détermine ou actualise uniquement un substantif. Or, si l'on considère que l'article peut au contraire porter sur une expression nominale déjà complexe[27], on voit tout de suite quelle différence structurelle peut être supposée entre une relative déterminative et une relative explicative.

26 Béchade dit par exemple: «la relative explicative entretient des liens lâches avec la principale; on peut l'ôter sans que le sens de la phrase en pâtisse» (1994: § 416).

27 On pourrait à la rigueur parler ici de *substantif complexe*.

Lorsque le champ d'application de l'article englobe la relative, celle-ci est déterminative car elle participe pleinement à l'organisation du nom comme constituant de l'énoncé. Lorsqu'au contraire, elle est extérieure à ce champ, elle ne vient que s'appliquer à un nom qui est déjà constitué par lui-même; son rôle ne peut être que celui d'une explicative en apposition au nom. Comme le dit Touratier: «quand la relative est déterminative, l'antécédent et la relative forment une construction qui se combine à son tour avec le déterminant; mais quand la relative est explicative, le déterminant et le nom forment une construction et c'est avec cette construction que la relative est en rapport syntaxique» (1980: 371).

L'ambiguïté d'un énoncé comme celui de Kleiber cité plus haut (2.4), *Les Alsaciens qui boivent de la bière sont obèses*, peut alors se résoudre en lui appliquant les deux analyses syntaxiques suivantes, dont la première correspond à la déterminative et la seconde à l'explicative.

(2.4) a) Les (Alsaciens qui boivent de la bière) sont obèses.
b) Les (Alsaciens) (qui boivent de la bière) sont obèses.

On voit dans (a) que la relative est partie intégrante du sujet logique de l'énoncé. Dans (b) par contre, c'est uniquement «Les Alsaciens» qui constitue le sujet du prédicat «sont obèses». La relative n'intervient alors que comme une apposition. Elle constitue du point de vue logique une seconde proposition qui, au même titre que la principale, porte sur «Les Alsaciens».

Nous retiendrons de tout ceci essentiellement deux choses. Premièrement, et comme nous l'avions d'emblée supposé, la relative déterminative est bien la seule qui exprime un rapport de subordination logique. Deuxièmement, il apparaît dans ce qui précède qu'aucune analyse de la subordination logique dans son expression linguistique ne peut faire l'économie d'un examen du rôle de l'article.

II.5.2 Le problème de l'article

Le traitement de l'article ainsi que la prise en considération du rapport qu'il entretient avec les autres constituants de l'expression nominale posent cependant un problème épineux à l'analyse catégorielle telle que

nous l'avons présentée. Reprenons, pour le montrer, l'exemple fameux d'Ajdukiewicz: *The lilac smells very strongly and the rose blooms.* Dans son article de 1935, Ajdukiewicz propose de catégoriser les substantifs et leurs articles de la manière suivante:

The	lilac
N/N	N

Cet exemple, comme le relève Gardies, «est, en un sens, difficilement traduisible en français, du fait de cette particularité de la langue anglaise que l'article *the* peut être omis dans certains cas» (1975: 75). Le problème se pose plus clairement en français lorsqu'on décide d'y adopter une catégorisation similaire.

Le	lilas
N/N	N

Dès lors que l'on entend traiter l'article comme un foncteur nominal N/N, il est évident que l'on doit alors considérer le substantif seul comme un élément de la catégorie N. La solution d'Ajdukiewicz a ceci de gênant qu'elle semble aller à l'encontre d'un des principes essentiels de la démarche catégorielle. Ce principe consiste à considérer que tout élément d'une catégorie de base doit avoir dans le langage considéré un statut de catégorème. Or il est clair que dans la plupart des langues, et plus encore en français où l'article est considéré comme obligatoire, le substantif seul ne constitue que rarement un élément *indépendant*[28]. Le problème consiste ici à savoir ce qu'on entend alors par *indépendant.* Gardies appuie son refus de catégoriser l'article en N/N sur le fait qu'en français, le substantif ne peut remplir à lui seul le rôle d'un constituant nominal. On ne peut en effet admettre en français un énoncé comme:

* Lilas sent très fort.

Cela dit, que devons-nous entendre ici par indépendance? Gardies propose pour sortir de l'ornière de ne considérer comme nom – autrement dit comme catégorème – que des expressions qui peuvent à elles seules remplir la fonction grammaticale d'un syntagme nominal. «Nous continuerons donc à considérer que *les jeunes, un jeune, ce jeune, les*

28 Nous avons déjà mentionné le problème en I.2.

jeunes gens, un jeune homme, ce jeune homme constituent des noms, mais non pas le substantif ou l'adjectif *jeune*. De même pour *le lilas* et *lilas*» (1975: 77).

Cette solution nous paraît être le fruit d'une conception trop étroite et surtout trop grammaticale du catégorème. D'une part, elle rend tout simplement impossible toute analyse en termes catégoriels des constituants d'une expression nominale. Ni l'article, ni aucune épithète ne peut alors être considéré comme un foncteur qui prendrait le substantif pour argument. Comme le pense Gardies, ils ne sont alors plus que de simples *monèmes*, qui ne peuvent être encore ni un nom, ni une proposition, ni même un foncteur; ils échappent par là même à une analyse logique. D'autre part, on ne voit pas très bien en quel sens du terme une expression nominale comme *le lilas* peut être qualifiée de plus *indépendante* que ne l'est le substantif *lilas*. Car enfin, comme nous l'avons déjà relevé, aucun nom ne peut en un sens strict être qualifié d'indépendant; aucun ne peut à lui seul constituer un énoncé complet. Avec un critère d'indépendance aussi fort, nous sommes d'avis que seules les propositions pourraient à strictement parler figurer parmi les catégorèmes et constituer alors une catégorie de base pour l'analyse logique.

L'indépendance que l'on accorde aux catégorèmes n'est à notre avis pas un critère de ce genre. Il s'agit bien plutôt d'une indépendance *sémantique*. Le catégorème est un élément dont le sens est complet sans qu'on ait pour cela besoin de le saturer par quelque argument. Autrement dit, un élément est catégorématique quand il n'est pas un foncteur. Comme le reconnaît d'ailleurs Ajdukiewicz, il est probablement impossible de donner de ces notions de *foncteurs* et de *catégorie de base* une définition plus précise et, s'il y a difficulté, nous dirons que c'est à ce niveau général qu'il faut la voir[29].

A ce titre, le simple substantif *lilas* est un élément de la catégorie N, comme l'est également l'expression *le lilas*, car il n'a besoin pour faire sens d'être saturé par aucun argument. Le système d'Ajdukiewicz a pour but de montrer la *connexion syntaxique*, et rappelons que celle-ci n'est pas généralement un critère suffisant de la grammaticalité. Il se trouve

29 *Cf.* Ajdukiewicz (1935: 204 trad.).

que le français a pour condition supplémentaire de la grammaticalité la présence d'un article à la tête des expressions nominales. De cela, l'analyse catégorielle telle que nous la concevons n'a pas à rendre compte, pas plus qu'elle n'aurait à le faire par exemple de l'obligation d'accorder en français l'adjectif en genre et en nombre. Contrairement à de telles marques morphologiques, l'article se distingue pourtant comme un véritable foncteur. L'analyse doit être de ce fait en mesure d'en décrire la nature catégorielle. Dans ce but, des auteurs comme Ajdukiewicz ou encore, après lui, un linguiste comme Bar-Hillel adoptent une catégorisation qui correspond à la suivante:

Les	fleurs	bleues
N/N	N	N/N

L'article, tout comme l'adjectif épithète, apparaît alors comme un foncteur nominal dont l'argument unique est lui-même un nom. C'est alors seulement qu'un outil catégoriel tel que celui que nous avons adopté s'avère adéquat pour décrire l'organisation fonctionnelle qui régit les différents constituants d'une expression nominale complexe, et ceci sur un plan logique. Mais voyons enfin ce qu'il en est dans le cas qui nous importe ici, celui de la relative déterminative.

II.5.3 Analyse catégorielle de la relative déterminative

Nous commencerons notre analyse en nous appuyant sur deux exemples:

(5.1) La maison qui est rouge est grande.
(5.2) Le triangle est une figure que Pythagore affectionnait.

Il s'agit de deux énoncés complexes dont chacun comprend une proposition relative déterminative. Dans le premier, elle est un constituant du sujet, alors que dans le second, elle est un constituant de l'attribut du verbe principal. Notons tout d'abord qu'à chaque fois le segment formé de la relative et de son antécédent est un nom qui, bien que complexe, relève comme un tout de la catégorie N. On obtient en effet un énoncé bien formé lorsqu'on substitue à ce segment un élément nominal «simple». En substituant par exemple «la demeure» à «la

maison qui est rouge» dans (5.1) et «un polygone» à «une figure que Pythagore affectionnait» dans (5.2), on obtient:

(5.3) La demeure est grande.
(5.4) Le triangle est un polygone.

Ces deux énoncés possèdent une connexion syntaxique. L'analyse qui suit montre que leurs séquences catégorielles sont catégorématiques[30]:

(5.3) La demeure est grande.
N/N N S/N(N/N) N/N

1. (S/N(N/N)) (N/N) (N) (N/N)
2. (S/N(N/N)) (N) (N/N) 1, Rs
3. (S) 2, Rs (axiome)

(5.4) Le triangle est un polygone
N/N N S/NN N/N N

1. (S/NN) (N/N) (N) (N/N) (N)
2. (S/NN) (N) (N/N) (N) 1, Rs
3. (S/NN) (N) (N) 2, Rs
4. (S) 3, Rs (axiome)

Etant admis désormais que le segment contenant la relative dans (5.1) et (5.2) relève de la catégorie N, il s'agit maintenant de comprendre comment s'agencent ses différents constituants. La principale difficulté consiste alors à en établir une catégorisation adéquate. Parmi les différents constituants du segment nominal complexe, une seule unité linguistique paraît ne pas pouvoir figurer telle quelle dans la construction d'un énoncé simple: le pronom relatif. Partant de là, la cohérence de l'analyse nous impose d'attribuer aux autres constituants les termes catégoriels qui leur conviennent de manière régulière dans des contextes simples. Dans (5.1) sont concernés les éléments *la, maison, est* et *rouge*, dans (5.2) il s'agit de *une, figure, Pythagore* et *affectionnait.*

30 Comme on le sait, le verbe *être* est polysémique en français comme dans la plupart des langues. C'est pourquoi il est susceptible de plusieurs catégorisations. Dans nos exemples, il sera tantôt de catégorie S/NN, tantôt S/N(N/N).

Prenons pour exemples les énoncés simples que l'on peut tout naturellement confectionner avec ces divers éléments:

(5.5) La maison est rouge.
(5.6) Pythagore affectionnait une figure.

Leurs catégorisations et preuves catégorielles sont ici sans difficulté:

(5.5) La maison est rouge
N/N N S/N(N/N) N/N

1. (S/N(N/N)) (N/N) (N) (N/N)
2. (S/N(N/N)) (N) (N/N) 1, Rs
3. (S) 2, Rs (axiome)

(5.6) Pythagore affectionnait une figure
N S/NN N/N N

1. (S/NN) (N) (N/N) (N)
2. (S/NN) (N) (N) 1, Rs
3. (S) 2, Rs (axiome)

Concernant les segments nominaux complexes de (5.1) et (5.2), nous disposons désormais de plusieurs informations. D'une part, nous connaissons les catégories de tous leurs constituants excepté le pronom relatif. D'autre part, nous savons, de ce qui précède, que dans une expression nominale avec une relative déterminative, c'est l'article qui domine la construction. L'article est de catégorie N/N, et comme il porte sur le reste de l'expression nominale, nous savons que le substantif suivi de la relative fournit un tout de catégorie N. On peut résumer la situation par les schémas suivants:

(5.1) La maison qui est rouge est grande
N/N N ? S/N(N/N) N/N
└──────────────┘
N

(5.2) Le triangle est une figure que Pythagore affectionnait
N/N N ? N S/NN
└──────────────────────┘
N

Concernant le pronom relatif, nous pouvons désormais affirmer deux choses. Premièrement, il est le seul élément qui puisse dominer

l'expression sur laquelle porte l'article. Deuxièmement, il s'agit d'un foncteur dont la catégorie du résultat ne peut être que N.

Il reste cependant à déterminer le nombre et les catégories respectives de ses arguments. D'un côté, il est clair que le relatif porte sur la relative elle-même. Comme le dit la grammaire, le relatif est un élément subordonnant. C'est lui qui fait de la proposition où il figure une subordonnée. De l'autre côté, c'est encore le relatif qui indique le lien qui existe entre la relative et le substantif qu'elle prend pour antécédent. Le relatif est donc un foncteur nominal qui porte sur deux éléments distincts: la proposition relative d'une part, l'antécédent de l'autre. Sa catégorie doit donc être celle d'un foncteur en[31] N/SN.

Cette catégorisation est pourtant inadéquate comme le montrent les analyses suivantes des énoncés (5.1) et (5.2):

(5.1)	La	maison	qui	est	rouge	est	grande	
	N/N	N	N/SN	S/N(N/N)	N/N	S/N(N/N)	N/N	
1.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/SN)	(S/N(N/N))	(N/N)	(N)	(N/N)	
2.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/SN)	(S/N(N/N))	(N)	(N/N)		1, Rs
3.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/SN)	(S)				2, Rs
								(non simplifiable)

(5.2)	Le	triangle	est	une	figure	que	Pythagore	affectionnait
	N/N	N	S/NN	N/N	N	N/SN	N	S/NN
1.	(S/NN)	(N/N)	(N)	(N/N)	(N/SN)	(S/NN)	(N)	(N)
2.	(S/NN)	(N)	(N/N)	(N/SN)	(S/NN)	(N)	(N)	1, Rs
3.	(S/NN)	(N)	(N/N)	(N/SN)	(S)			2, Rs
								(non simplifiable)

La construction d'une preuve catégorielle s'avère en effet chaque fois impossible, et la raison en est assez évidente. Le verbe de la relative est un foncteur binaire: S/N(N/N) dans (5.1) et S/NN dans (5.2). Or, s'il se trouve saturé par des arguments des catégories requises, c'est à chaque fois par le recours à un élément hors de la relative. Ce dernier vient

31 Nous n'avons jusqu'ici aucune raison de privilégier un ordre particulier pour les arguments du foncteur. Le choix que nous faisons de catégoriser le relatif en N/SN plutôt qu'en N/NS n'est pourtant pas arbitraire. Nous verrons plus loin quelle en sera la justification, *cf. infra* II.5.5 et II.5.6.

ensuite à manquer pour la saturation d'un autre foncteur, ce qui a pour effet de bloquer la simplification.

La catégorisation du relatif en N/SN pose en fait deux problèmes. Tout d'abord, et comme on le voit dans les séquences obtenues, il manque à chaque fois un élément nominal à la saturation du foncteur relatif. Enfin, l'ordre requis pour les arguments conduit à faire figurer la catégorie de l'antécédent dans une position qui en fait un argument du verbe de la relative. Une solution consiste alors à considérer le relatif comme un foncteur à un seul argument, propositionnel. Sa catégorie est alors N/S et l'on obtient cette fois-ci pour (5.1) et (5.2) les preuves catégorielles suivantes:

(5.1)	La	maison	qui	est	rouge	est	grande	
	N/N	N	N/S	S/N(N/N)	N/N	S/N(N/N)	N/N	
1.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/S)	(S/N(N/N))	(N)	(N/N)	(N/N)	
2.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/S)	(S)	(N/N)		1, Rs	
3.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N)	(N/N)			2, Rs	
4.	(S/N(N/N))	(N)	(N/N)				3, Rs	
5.	(S)						4, Rs	(axiome)

(5.2)	Le	triangle	est	une	figure	que	Pythagore	affectionnait
	N/N	N	S/NN	N/N	N	N/S	N	S/NN
1.	(S/NN)	(N/N)	(N)	(N/N)	(N/S)	(S/NN)	(N)	(N)
2.	(S/NN)	(N)	(N/N)	(N/S)	(S/NN)	(N)	(N)	
3.	(S/NN)	(N)	(N/N)	(N/S)	(S)		1, Rs	
4.	(S/NN)	(N)	(N/N)	(N)			2, Rs	
5.	(S/NN)	(N)	(N)				3, Rs	
6.	(S)						4, Rs	(axiome)

Cependant, bien que cette manière de catégoriser le relatif conduise effectivement à reconnaître aux énoncés concernés une connexion syntaxique, elle entraîne concernant la nature des propositions relatives des conséquences inacceptables.

Premièrement, si l'analyse catégorielle a une utilité, c'est qu'on la veut capable de distinguer parmi les éléments d'un langage ceux dont la nature fonctionnelle est clairement différente. Avec une catégorisation en N/S pour le pronom relatif, nous sommes amenés à considérer celui-ci comme un foncteur qui modifie une proposition pour en faire un nom. Sur le plan fonctionnel, cela signifie que la relative se trouve rangée dans

l'ensemble des formes dont la langue dispose pour la *nominalisation* des propositions. Indiscernable par sa catégorie, le pronom relatif se trouve dès lors associé à des éléments linguistiques dont la fonction est pourtant fort différente. Le principal représentant de ceux-ci en français est le *que* des complétives. Et l'on voit, en comparant les exemples (5.7) et (5.8), comment l'analyse en vient à traiter d'une manière identique des formes aussi distinctes fonctionnellement que la relative et la complétive:

(5.7)	Je	vois	la	maison	qui	est	rouge
	N	*S/NN*	**N/N**	**N**	**N/S**	*S/N(N/N)*	**N/N**
(5.8)	Je	vois	que	la	maison	est	rouge
	N	S/NN	N/S	N/N	N	S/N(N/N)	N/N

Au contraire de la complétive, la relative ne relève pas en un sens strict de la nominalisation[32] des propositions et son rôle est bien plutôt celui d'un déterminant.

Deuxièmement, la catégorisation en N/S implique une partition de l'énoncé qui est non seulement peu naturelle et intuitive, mais va tout simplement à l'encontre de toutes les analyses grammaticales reçues. On voit en effet l'antécédent devenir un constituant à part entière de la proposition relative. Or, d'une part, la proposition relative devient alors un élément complexe dont on ne comprend pas bien pourquoi il est discontinu. Un de ses éléments se trouve en effet séparé des autres par la présence du pronom relatif. D'autre part, lorsque nous disons que l'antécédent devient un constituant de la relative, précisons qu'il s'agit de l'antécédent sans son article. Le substantif seul ne peut pourtant pas en principe figurer en français comme constituant d'un énoncé propositionnel et il faudrait ici accepter que le cas de la relative fait exception.

Troisièmement enfin, plutôt que de rapprocher par la catégorisation les relatives introduites par *qui* et *que* des complétives, il serait souhaitable de pouvoir les rapprocher d'autres relatives, en particulier celles introduites par *dont*. Dans l'exemple (5.9), on constate qu'avec une

32 Le terme de *nominalisation* recouvre en fait des fonctions diverses. Nous insistons ici sur le fait que le relatif n'est en aucun cas un foncteur dont le résultat est le nom d'une proposition ou d'un énoncé. C'est pourquoi il convient de le distinguer clairement du *que* des complétives ou de marques de nominalisation comme les guillemets. Sur les foncteurs de ce genre, *cf.* Gardies (*1975*: *197-210*).

catégorisation de *dont* en N/S, il est impossible d'obtenir une preuve catégorielle:

(5.9)	La	maison	dont	le	toit	est	rouge	est	grande	
	N/N	N	N/S	N/N	N	S/N(N/N)	N/N	S/N(N/N)	N/N	
1.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/S)	(S/N(N/N))	(N/N)	(N)	(N/N)	(N)	(N/N)	
2.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/S)	(S/N(N/N))	(N)	(N/N)	(N)	(N/N)		1, Rs
3.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/S)	(S)	(N)	(N/N)				2, Rs
4.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N)	(N)	(N/N)					3, Rs
5.	(S/N(N/N))	(N)	(N)	(N/N)						4, Rs (non simplifiable)

Par contre, notre première catégorisation en N/SN est ici tout à fait satisfaisante pour *dont*:

(5.9)	La	maison	**dont**	le	toit	est	rouge	est	grande	
	N/N	N	N/SN	N/N	N	S/N(N/N)	N/N	S/N(N/N)	N/N	
1.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/SN)	(S/N(N/N))	(N/N)	(N)	(N/N)	(N)	(N/N)	
2.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/SN)	(S/N(N/N))	(N)	(N/N)	(N)	(N/N)		1, Rs
3.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N/SN)	(S)	(N)	(N/N)				2, Rs
4.	(S/N(N/N))	(N/N)	(N)	(N/N)						3, Rs
5.	(S/N(N/N))	(N)	(N/N)							4, Rs
6.	(S)									5, Rs (axiome)

La catégorisation en N/SN de *qui* et *que* dans les exemples (5.1) et (5.2) privait le relatif de son argument nominal. Dans une relative avec *dont*, la proposition qui suit le relatif est déjà complète sans l'antécédent. Celui-ci peut donc garder sa place comme argument direct du relatif *dont*. C'est bien ici le relatif qui, comme foncteur dominant, lie en un tout de catégorie N, d'une part la relative, de l'autre le substantif qui lui sert d'antécédent[33]. La relative reste ici, en un sens, indépendante du reste de l'expression nominale car y figure avec *le toit* l'élément nominal qui manquait dans nos exemples (5.1) et (5.2).

Il est remarquable, lorsqu'on compare ces premiers exemples avec (5.9), que les relatifs *qui* et *que* semblent cumuler les deux fonctions qui se rapportent ici respectivement à *dont* et à *le toit*. Il s'agit d'une part de

33 Bien que l'on entende généralement par *antécédent* un substantif accompagné de son article, c'est parfois comme ici le substantif seul qui joue ce rôle. Que l'on pense par exemple à l'antécédent de *tous* dans l'énoncé *Un politicien corrompu ne doit pas nous faire conclure que* tous *le sont.*

la fonction propre de relatif (celle qui subordonne la proposition et la lie à l'antécédent), de l'autre celle du constituant nominal de la proposition relative (généralement sujet, objet direct ou encore attribut du verbe de la relative). Il convient peut-être de marquer ce cumul dans l'analyse, en attribuant aux relatifs *qui* et *que*, non pas une seule, mais deux catégories: N/SN pour le foncteur relatif et N pour le constituant de la relative.

En français, les pronoms relatifs *qui* et *que* se trouvent généralement en tête de la proposition relative (sauf lorsqu'ils sont précédés d'une préposition). Ce n'est pas leur position dans la relative, mais uniquement leur variation désinentielle qui permet de déterminer leur fonction spécifique comme constituant de la relative: sujet avec la désinence *-i*, attribut, objet direct ou parfois même indirect avec la désinence *-e*. Nous proposons ainsi (peut-être un peu artificiellement) de ranger la désinence dans la catégorie N; le radical *qu-* représente alors, à lui seul, le foncteur relatif et relève de la catégorie N/SN. L'analyse obtenue conduit bien, cette fois-ci, aux preuves catégorielles suivantes:

(5.1)	La	maison	qu-	-i	est	rouge	est	grande
	N/N	**N**	**N/SN**	**N**	**S/N(N/N)**	**N/N**	**S/N(N/N)**	**N/N**

1.	**(S/N(N/N))** (N/N) **(N/SN)** **(S/N(N/N))** (N) (N/N) (N) (N/N)	
2.	**(S/N(N/N))** (N/N) **(N/SN)** (S) (N) (N/N)	1, Rs
3.	**(S/N(N/N))** (N/N) (N) (N/N)	2, Rs
4.	**(S/N(N/N))** (N) (N/N)	3, Rs
5.	**(S)**	4, Rs (axiome)

(5.2)	Le	triangle	est	une	figure	qu-	-e	Pythagore	affectionnait
	N/N	**N**	**S/NN**	**N/N**	**N**	**N/SN**	**N**	**N**	**S/NN**

1.	**(S/NN)** (N/N) (N) (N/N) **(N/SN)** **(S/NN)** (N) (N) (N)	
2.	**(S/NN)** (N) (N/N) **(N/SN)** **(S/NN)** (N) (N) (N)	1, Rs
3.	**(S/NN)** (N) (N/N) **(N/SN)** (S) (N)	2, Rs
4.	**(S/NN)** (N) (N/N) (N)	3, Rs
5.	**(S/NN)** (N) (N)	4, Rs
6.	**(S)**	5, Rs (axiome)

Cette manière de diviser le relatif en deux unités linguistiques distinctes peut sembler un arrangement artificiel dont le but serait uniquement de conserver notre première analyse en N/SN. Cela dit, elle a pour avantage d'éviter les conséquences négatives de la catégorisation en N/S. Tout

d'abord, elle permet de traiter *qui* et *que* sous une même catégorie que le relatif *dont*. Ensuite, la distinction que nous faisons entre les deux rôles du pronom relatif est reconnue par la plupart des grammairiens, à commencer par les auteurs de Port-Royal. On trouve dans la *Grammaire générale et raisonnée* l'analyse qui suit:

> [Le] pronom relatif a quelque chose de commun avec les autres pronoms, et quelque chose de propre. Ce qu'il a de commun, est qu'il se met au lieu du nom [...]. Ce qu'il a de propre peut être considéré en deux manières. La 1ère en ce qu'il a toujours rapport à un autre nom ou pronom qu'on appelle antécédent [...]. La 2ème [...] est que la proposition dans laquelle il entre (qu'on peut appeler *incidente*) peut faire partie du sujet ou de l'attribut d'une autre proposition, qu'on peut appeler principale. Arnauld et Lancelot (1966: 66-67).

Plus proche de nous, et comme l'indique Touratier (1980: 71), c'est Tesnière qui a le plus insisté sur cette double fonction du relatif, que les auteurs de Port-Royal résumaient comme ses «deux usages [...]; l'un d'être pronom, et l'autre de marquer l'union d'une proposition avec une autre» (1966: 72). Tesnière écrit en effet «le pronom relatif est un mot de *nature double*, composé de deux éléments syntaxiques fondus ensemble, que l'analyse syntaxique révèle comme syntaxiquement distincts» (1959: 560). Il admet même que pour éviter de faire figurer le relatif deux fois dans ses fameux «stemmas»[34], il convient, comme nous l'avons fait ici, de le scinder en deux morceaux qu'il appellera d'une part le «transférème» et de l'autre «l'anaphorème».

> Quand on s'efforce de mettre une proposition relative en stemma, on s'aperçoit vite qu'on est amené à y faire figurer le pronom relatif en deux endroits [...]. Soit par exemple le membre de phrase fr.: *l'homme qui écrit*, *qui* a autant de droit à figurer comme translatif de la proposition transférende dont le verbe est *écrit* [i.e. la relative], puisque c'est lui qui transfère cette proposition en adjectif subordonné à *l'homme*, que comme prime actant de ce même verbe *écrit*, puisqu'il représente par anaphore le mot *homme* et est en cette qualité le prime actant de *écrit*. (1959: 560).

34 Le stemma constitue chez Tesnière une représentation hiérarchique des liens de dépendance entre les unités linguistiques d'un énoncé. Il représente visuellement ce que Tesnière appelle «les structures de la phrase». *Cf.* (1959: 14-16).

Mais il ajoute un peu plus loin:

> Il est évidemment à peu près impraticable de dissocier ces deux éléments. Toutefois, si l'on veut s'y essayer pour tenter de matérialiser dans le stemma la fonction de chacun d'eux, on peut dire que, quand leur fusion est aussi étroite que dans fr. *qui* dans l'exemple qui nous intéresse, le transférème est *qu-* tandis que l'anaphorème est *-i.* (1959: 561).

Il nous paraît ainsi amplement justifié de conserver ici une analyse qui attribue au relatif les deux catégories que sont N/SN et N. Bien entendu la catégorisation en N/S conserve l'avantage d'une certaine simplicité catégorielle. Elle ne permet cependant de rendre compte du rôle spécifique du relatif que d'une manière très insuffisante.

Ajoutons que ce qui échappe encore à la catégorisation en N/S, et que celle en N/SN + N permet de retenir, c'est la fonction de pronom du relatif. En tant que pronom, le relatif a en effet pour rôle de reprendre anaphoriquement son antécédent à l'intérieur de la proposition relative. Cette reprise anaphorique semble peut-être relever d'un phénomène proprement linguistique, elle a pourtant ici toute son importance. D'une part, l'absence de l'article ne pose alors plus aucun problème grammatical. Le pronom en français peut fort bien, à lui seul et donc sans article, tenir lieu de constituant nominal d'un énoncé propositionnel. D'autre part, et c'est ce qui nous importe ici, prendre en considération le lien anaphorique entre le relatif et son antécédent, c'est se donner les moyens de distinguer, du point de vue de leurs contenus logiques, l'antécédent d'un côté et ce qui en est repris à l'intérieur de la relative de l'autre.

La langue naturelle s'avère à ce sujet d'une grande souplesse d'expression. Dans la plupart des cas, la reprise est, si l'on peut dire, «fidèle», c'est-à-dire que le pronom anaphorique et son antécédent relèvent d'un même contenu nominal logique. Il en va ainsi par exemple dans nos énoncés (5.1) et (5.2) et en fait chaque fois que l'on a affaire à une construction relative en *qui* ou en *que*. Dans des situations simples de ce genre, il n'y a alors aucun obstacle logique à considérer que la prédication de la relative porte sur l'antécédent lui-même. Ceci explique en particulier pourquoi de tels exemples admettent sans difficulté une analyse simplifiée en N/S.

Par contre, dans un exemple de relative introduite par *dont*, comme

(5.9) La maison dont le toit est rouge est grande

le rapport anaphorique ne possède pas le caractère de «fidélité» dont nous parlions. Ce qui est dit être rouge dans la relative, ce n'est pas simplement la maison en question mais une partie de celle-ci, en l'occurrence son toit[35].

La prise en considération d'un tel exemple nous montre que la langue naturelle possède la capacité, dans la construction des termes nominaux complexes, d'associer une prédication de plusieurs manières au terme antécédent et donc d'exprimer diverses relations logiques de subordination. Nous ne pouvons affirmer, pour l'instant, si un calcul logique des noms sera en mesure d'accéder à une telle richesse expressive. Il faudrait, pour ce faire, disposer au moins d'une théorie formelle de la reprise anaphorique[36]. Il est certain pourtant que, pour laisser ouverte une telle perspective, l'analyse qu'il convient de choisir est celle qui distingue dans le pronom relatif deux unités de catégories respectives N/SN et N.

II.5.4 Relatives déterminatives et modification du nom

Si l'analyse catégorielle qui précède nous permet d'expliciter l'organisation fonctionnelle de nos exemples de relatives déterminatives, elle semble cependant échouer sur deux aspects lorsqu'on la rapporte aux buts que nous nous sommes fixés.

Premièrement, si la catégorisation que nous avons obtenue permet, comme nous venons de le voir, de reconnaître au relatif son statut grammatical de constituant de la proposition relative, elle ne peut en aucun cas rendre compte de la nature du lien logique qu'entretiennent le

35 Concernant le cas de *dont*, indiquons que la situation est plus complexe. Il est problématique dans (5.9) de distinguer radicalement le relatif *dont* et le nom *le toit*, car c'est leur usage conjoint qui détermine le rapport anaphorique avec l'antécédent. On peut peut-être voir dans (5.9) une forme dont la construction artificielle suivante serait un équivalent logique: * *La maison qu- (le toit de -i) est rouge est grande*. Nous reviendrons sur ce problème dans notre chapitre III.

36 Sur cette question, *cf.* Bourquin (1999).

pronom et son antécédent. Tout semble aller jusqu'ici, dans l'analyse, comme si la relative était en quelque sorte indépendante de son antécédent. Or, il est bien évident que c'est précisément par le lien anaphorique du pronom que la relative se rapporte à son antécédent et le modifie. Nous verrons dans notre chapitre III (*cf.* III.3.4) comment le travail de formalisation devra compléter ce qui précède par une analyse logique du rôle du pronom.

Deuxièmement, en adoptant pour le relatif une catégorie de foncteurs binaires N/SN, il semble que l'on s'interdise de comprendre la relative comme une forme de déterminant de qualification et donc comme un modificateur du nom. D'un point de vue fonctionnel, en effet, le découpage obtenu correspond pour l'expression nominale au schéma suivant:

(5.10) La [qu- (est (-i, rouge) , maison)]
N/N N/SN S/N(N/N) N N/N N

Pourtant, comme nous l'avons soutenu, relatives, adjectifs et toute forme de déterminants de qualification se caractérisent grammaticalement par leur fonction d'épithète. Toute espèce d'épithète constitue pour l'analyse catégorielle un modificateur nominal et doit de ce fait, comme par ailleurs l'article, être associée à la catégorie N/N. Il en va par exemple ainsi de l'adjectif qui est la forme la plus évidente de l'épithète en français. Un segment nominal comme (5.11) reçoit en effet les catégorisations suivantes:

(5.11) La maison *rouge*
N/N N N/N

On ne voit pas ici, avec la catégorisation adoptée pour le relatif *qu-*, comment voir encore dans la relative un modificateur du nom comme l'est l'adjectif épithète. La grammaire, de son côté, admet sans restriction la substitution à l'adjectif *rouge* du segment relatif *qui est rouge*. Il faudrait, pour expliquer cela, être en mesure de montrer que les éléments substituables relèvent, lorsqu'ils sont pris comme un tout, d'une même catégorie: N/N. Or il est évident qu'avec l'analyse proposée, le segment *qui est rouge* n'apparaît même pas comme un constituant catégoriel à part entière de l'expression nominale complète *la maison qui est rouge*. Sa séquence catégorielle ne peut être simplifiée en un unique terme catégoriel que lorsqu'on y adjoint l'antécédent du relatif:

(5.12) qu- -i est rouge
N/SN N S/N(N/N) N/N

1. (N/SN) (S/N(N/N)) (N) (N/N)
2. (N/SN) (S) 1, Rs (non simplifiable)

Accompagné de l'antécédent, par contre, on obtient:

(5.13) maison qu- -i est rouge
N N/SN N S/N(N/N) N/N

1. (N/SN) (S/N(N/N)) (N) (N/N) (N)
2. (N/SN) (S) (N) 1, Rs
3. (N) 2, Rs (expression nominale)

Aucune des analyses qui précèdent ne permet en effet d'attribuer à un quelconque stade de la simplification la catégorie N/N des modificateurs du nom au segment relatif *qui est rouge*.

Examinons pourtant l'exemple (5.12), qui présente l'analyse indépendante de ce segment. S'il est incontestable que le résultat obtenu après simplification est une séquence non simplifiable de deux termes, on peut faire le raisonnement intuitif suivant. L'idéal serait d'obtenir après simplification une catégorie unique qui soit identique à celle de l'adjectif, N/N. Le résultat bien entendu n'est pas celui-ci; d'un certain point de vue pourtant il n'en est pas tellement éloigné. Oubliant les contraintes relatives au système catégoriel A, considérons pour un temps que le résultat obtenu en (5.12) puisse être conçu comme une unique catégorie et notons la chose ainsi: [(N/SN)(S)]. Comme nous l'avons vu avec (5.13), ce qui manque à la séquence (5.12) pour être simplifiée en N, c'est un élément nominal supplémentaire (en l'occurrence le substantif *maison*). Autrement dit, si [(N/SN)(S)] était bien une unique catégorie, ses éléments se caractériseraient comme des foncteurs formateurs de N, saturables par un unique élément nominal. Ceux-ci se comporteraient ainsi exactement comme des foncteurs de la catégorie N/N du système A, et nous aurions en somme une équivalence fonctionnelle entre [(N/SN)(S)] et N/N.

Pourtant, il ne va pas de soi qu'on puisse rendre compte d'un tel rapport avec les outils catégoriels que nous nous sommes donnés.

II.5.5 Une nouvelle règle d'inférence

La première solution envisageable consisterait à modifier l'outil catégoriel. Une nouvelle règle d'inférence pourrait alors autoriser le passage du segment catégoriel (N/SN) (S) à la catégorie unique (N/N). Une règle de ce genre est parfaitement concevable; elle consisterait d'une manière générale à autoriser que tout foncteur n-aire (n>1) puisse être saturé d'une manière seulement partielle. On voit en effet avec le segment (N/SN)(S) que le foncteur relatif est suivi de son premier argument, celui de la catégorie (S). La nouvelle règle permettrait alors d'effectuer une *simplification partielle* qui ferait de l'expression complexe caractérisée par (N/SN) (S) un foncteur unaire de catégorie N/N.

Remarquons d'emblée que l'élaboration d'une telle règle introduit des contraintes quant à l'ordre des arguments. Il faut en effet éviter qu'un foncteur puisse être saturé entièrement, suite à des applications successives de la règle, sans que ses arguments ne se soient présentés à sa droite dans l'ordre requis habituellement par la règle Rs. Pour résoudre cette question, il est nécessaire de préciser dans la nouvelle règle que la saturation partielle ne peut s'effectuer qu'en présence du premier argument attendu par le foncteur. On obtient alors pour la nouvelle règle, dite *règle de paramétrage* (Rp), le schéma suivant, où E et E' sont deux séquences catégorielles:

$$\text{Rp: } E[\ldots(c/c_1c_2\ldots c_n)\,c_1\ldots] \rightarrow E'[\ldots(c/c_2\ldots c_n)\ldots]$$

L'idée de simplification partielle, qui est à la base de la règle Rp, nous permet par ailleurs de disposer enfin d'une justification quant à l'ordre adopté pour les arguments du foncteur relatif. Car il apparaît nécessaire, si l'on veut pouvoir réduire la relative à une épithète en N/N, de catégoriser le relatif en N/SN plutôt qu'en N/NS. La saturation partielle d'une fonction ne se conçoit d'une manière cohérente que dans le respect des contraintes relatives à la règle Rs. C'est ainsi que l'ordre que nous avions choisi plus haut trouve ici sa justification[37].

37 Nous reviendrons sur ce point en II.5.6.

Grâce à la nouvelle règle Rp, nous aurions désormais pour le segment (5.12) l'analyse attendue:

(5.12)	qu-	-i	est	rouge
	N/SN	N	S/N(N/N)	N/N

1. (N/SN) (S/N(N/N)) (N) (N/N)
2. (N/SN) (S) 1, Rs
3. (N/N) 2, Rp (catégorie des déterminants)

Il en irait évidemment de même pour le segment relatif *que Pythagore affectionnait* de notre exemple (5.2).

(5.14)	qu-	-e	Pythagore	affectionnait
	N/SN	N	N	S/NN

1. (N/SN) (S/NN) (N) (N)
2. (N/SN) (S) 1, Rs
3. (N/N) 2, Rp (catégorie des déterminants)

L'ajout de la règle Rp constitue effectivement une solution possible à notre problème. Pourtant, si elle nous indique la voie à suivre, ce n'est pas la solution que nous retiendrons ici.

En modifiant de la sorte l'appareil déductif de notre système catégoriel, nous perdons le caractère de simplicité auquel nous avions des raisons de tenir. La règle Rp nous apparaît tout d'abord essentiellement comme un outil *ad hoc* auquel il est difficile de reconnaître un fondement intuitif aussi solide que celui qui prévalait à la construction de Rs. D'autre part, le choix qui s'offre alors de pouvoir agir sur une séquence catégorielle par l'une ou l'autre des deux règles Rs et Rp semble d'emblée devoir remettre en question le caractère strictement déterministe des preuves dans le système A[38]. Enfin, comme toute modification de l'appareil inférentiel, l'ajout de la règle Rp constituerait une refonte au moins partielle de notre système A, dont il faudrait examiner avec précision les conséquences tant syntaxiques que sémantiques.

Ce travail, bien entendu, n'est pas impossible, mais il existe une autre solution à notre problème qui, sans entraîner aucune modification du

38 L'introduction, par l'ajout d'une seconde règle, de différentes stratégies de preuve poserait essentiellement le problème de leur convergence et nécessiterait l'établissement d'une propriété de Church-Rosser. *Cf. supra* II.4.1, n.15.

système A, s'appuie comme la règle Rp sur le principe de saturation partielle des foncteurs.

II.5.6 Le principe de paramétrage

La solution que nous proposons ici s'appuie sur un résultat que l'on doit à Schönfinkel (1924: §2) et qui a été redécouvert par Curry, de manière indépendante[39]. Ce résultat, plus connu comme le principe de *curriage*[40], montre qu'en présence d'une fonction à plusieurs arguments, il est toujours possible de scinder celle-ci en une série de fonctions unaires. Prenons la fonction:

F(x, y)

C'est une fonction binaire qui dépend à la fois de x et y. Pourtant considérons un instant que l'opérande x se trouve fixé. On obtient alors une fonction dont la variation ne dépend plus que de l'opérande y. On pourrait alors l'écrire:

G(y)

La fonction G est bien une fonction unaire, mais elle dépend de ce qu'on appelle en mathématique un *paramètre*, c'est-à-dire la valeur fixée de x. Cela signifie que l'on peut considérer la fonction G (la fonction elle-même et non le résultat de son application à l'opérande y) comme la valeur d'une nouvelle fonction f, unaire, telle que:

f(x) = G

Sa forme ne l'indiquant pas, précisons que f n'est pas une fonction de même catégorie que G. Son résultat est lui-même une fonction; on parle alors pour f de *fonction paramétrée*.

39 *Cf.* en particulier Curry et Feys (1958).

40 Aux termes de *curriage* ou de *curryfication*, nous préférons ici celui de *paramétrage*. Non seulement ce dernier nous semble plus parlant mais encore la paternité du principe ne revient pas à Curry mais à Schönfinkel et peut-être même à Frege. *Cf.* à ce sujet Desclés (1986: 21 et *passim*). On trouve également dans les *Principia* l'usage d'un principe similaire. *Cf.* Whitehead et Russell (1927: 151, déf. 11.01-11.04) et Vernant (1993: 106-107).

Puisque, pour une certaine valeur fixée de x, nous avons admis que

$$F(x, y) = G(y)$$

nous pouvons donc tout aussi bien écrire:

$$F(x, y) = f(x)(y)$$

où f est une fonction différente de F, qui lorsqu'elle est saturée par un certain x donne pour résultat une fonction unaire: f(x) ou, ce qui est la même chose, G. Cette fonction, à son tour, lorsqu'elle est saturée par un certain y, donne pour résultat la valeur F(x, y), pour ces mêmes x et y.

Le principe de *paramétrage*, bien entendu, vaut pour toute fonction n-aire, et l'on peut toujours construire, par étapes, une fonction f paramétrée qui corresponde à une fonction n-aire F comme suit:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_1)(x_2)\ldots(x_n)$$

Prenons un exemple spécifique. Soit · la multiplication sur l'ensemble des entiers naturels. Il s'agit d'une fonction binaire telle que:

$$\begin{aligned} \cdot : \mathbb{N} \times \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N} \\ x \cdot y &\rightarrow z \end{aligned}$$

Considérons alors $\dot{\cdot}$, la fonction paramétrée associée à ·. Si nous fixons x = 3, le résultat $\dot{\cdot}(x)$ de la fonction $\dot{\cdot}$ devient $\dot{\cdot}(3)$, qui est une fonction unaire: la multiplication par 3. Nous pouvons alors écrire[41]:

$$\dot{\cdot}(3)(y) = 3 \cdot y$$

Et d'une manière générale:

$$\dot{\cdot}(x)(y) = x \cdot y$$

Le principe de paramétrage indique que pour toute fonction F n-aire (n>1), il est *toujours* possible de construire une fonction f unaire paramétrée qui, appliquée *successivement* aux opérandes de F, donne au bout du compte le même résultat.

Le principe est tout à fait général et ne s'applique pas uniquement aux foncteurs numériques. Montrons encore comment il s'applique aux foncteurs propositionnelles. Soit ⊃ l'opérateur de conditionnelle. Il s'agit

41 Ou, plus précisément, $\dot{\cdot}$ est la multiplication de 3 par quelque chose.

d'un foncteur binaire de catégorie S/SS et donc dans un calcul bivalent nous avons:

$$\supset : \{V, F\} \times \{V, F\} \rightarrow \{V, F\}$$

On donne généralement la définition de $\supset$ par sa table de vérité canonique:

p	q	p ⊃ q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Nous pouvons alors associer à $\supset$ son foncteur unaire paramétré $\underline{\supseteq}$. Il s'agit d'un foncteur qui, lorsqu'il est saturé par une proposition, donne pour résultat un foncteur unaire de catégorie S/S. La catégorie de $\underline{\supseteq}$ est donc (S/S)/S, et nous pouvons le déterminer par une table complexe:

p	$\underline{\supseteq}$ (p)
V	V V F F
F	V V F V

Les valeurs de $\underline{\supseteq}$ (p) sont elles-mêmes des tables d'opérateurs unaires S/S.

Il est maintenant aisé de montrer l'équivalence vérifonctionnelle:

$p \supset q \leftrightarrow \trianglerighteq (p)(q)$

Ceci se fait par le calcul suivant:

p	q	$\trianglerighteq$ (p)	$\trianglerighteq$ (p)(q)	$p \supset q$
V	V	V V F F	V	V
V	F	V V F F	F	F
F	V	V V F V	V	V
F	F	V V F V	V	V

En termes catégoriels, nous pouvons dire qu'à tout foncteur F de catégorie S/SS, on peut associer – et ceci de manière biunivoque – un foncteur f paramétré de catégorie (S/S)/S *équivalent* à F. L'équivalence entre F et f s'entend ici en ce sens qu'appliqués à une même suite d'arguments des catégories requises pour la saturation de F, les deux foncteurs f et F donnent un résultat identique. Nous parlerons alors d'*équivalence applicative.*

Le principe de l'association biunivoque entre un foncteur et sa version paramétrée peut bien entendu être généralisé[42]:

Pour les foncteurs binaires:

> A tout foncteur F de la catégorie $c/c_1\ c_2$, on peut associer de manière biunivoque un foncteur paramétré f, équivalent applicativement, de la catégorie $(c/c_2)/c_1$.

Pour les foncteurs n-aires:

> A tout foncteur F de la catégorie $c/c_1\ c_2 \ldots c_n$ (n>1), on peut associer de manière biunivoque un foncteur paramétré f, équivalent applicativement, de la catégorie $((\ldots(((c/c_n)/c_{n-1})/c_{n-2}) \ldots)/c_2)/c_1$.

42 Pour l'exposition et la démonstration générale du principe, nous renvoyons ici aux travaux de Schönfinkel (1924), Curry et Feys (1958) et plus récemment Desclés (1990: chap. 5).

Nous pouvons désormais appliquer le principe du paramétrage à notre foncteur problématique de départ. Le relatif *qu-* est un foncteur binaire de la catégorie N/SN. Comme dans le cas de la règle Rp, le paramétrage nécessite le choix de N/SN et non celui de N/NS. Les fonctions paramétrées ont ceci de particulier qu'elles mettent en évidence la question de l'ordre des arguments. Celle-ci reste opaque tant que l'on ne considère que des fonctions n-aires. Pour pouvoir appliquer le principe et réduire la relative à une épithète, il est impératif de catégoriser le relatif en N/SN.

Associons alors au relatif sa version unaire paramétrée *qu-*, dont la catégorie est (N/N)/S. Avec cette nouvelle version, non seulement nos exemples d'énoncés demeurent syntaxiquement connectés, mais ce que nous avons appelé leur segment relatif se réduit bien cette fois-ci à la catégorie N/N des déterminants de qualification:

(5.1)	La	maison	qu-	-i	est	rouge	est	grande
	N/N	N	(N/N)/S	N	S/N(N/N)	N/N	S/N(N/N)	N/N

1.	(S/N(N/N)) (N/N) ((N/N)/S) (S/N(N/N)) (N) (N/N) (N) (N/N)	
2.	(S/N(N/N)) (N/N) ((N/N)/S) (S) (N) (N/N)	1, Rs
3.	(S/N(N/N)) (N/N) (N/N) (N) (N/N)	2, Rs
4.	(S/N(N/N)) (N/N) (N) (N/N)	3, Rs
5.	(S/N(N/N)) (N) (N/N)	4, Rs
6.	(S)	5, Rs (axiome)

Les éléments en gras montrent comment, jusqu'à la ligne 3., le segment *qu- i est rouge* est réduit à la catégorie unique N/N. Le découpage de l'énoncé est cette fois équivalent à celui obtenu pour un simple adjectif épithète:

(5.15)	La	maison	rouge	est	grande
	N/N	N	N/N	S/N(N/N)	N/N

1.	(S/N(N/N)) (N/N) (N/N) (N) (N/N)	Théorème (*cf.* ligne 3 ci-dessus)

Cette analyse convient bien entendu également à nos exemples de relatives introduites par *que* et par *dont*:

(5.2) Le triangle est une figure qu- -e Pythagore affectionnait
N/N N S/NN N/N N (N/N)/S N N S/NN

1. (S/NN) (N/N) (N) (N/N) ((N/N)/S) (S/NN) (N) (N) (N)
2. (S/NN) (N) (N/N) ((N/N)/S) (S/NN) (N) (N) (N) 1, Rs
3. (S/NN) (N) (N/N) ((N/N)/S) (S) (N) 2, Rs
4. (S/NN) (N) (N/N) (N/N) (N) 3, Rs
5. (S/NN) (N) (N/N) (N) 4, Rs
6. (S/NN) (N) (N) 5, Rs
7. (S) 6, Rs (axiome)

(5.9) La maison dont le toit est rouge est grande
N/N N (N/N)/S N/N N S/N(N/N) N/N S/N(N/N) N/N

1. (S/N(N/N)) (N/N) ((N/N)/S) (S/N(N/N)) (N/N) (N) (N/N) (N) (N/N)
2. (S/N(N/N)) (N/N) ((N/N)/S) (S/N(N/N)) (N) (N/N) (N) (N/N) 1, Rs
3. (S/N(N/N)) (N/N) ((N/N)/S) (S) (N) (N/N) 2, Rs
4. (S/N(N/N)) (N/N) (N/N) (N) (N/N) 3, Rs
5. (S/N(N/N)) (N/N) (N) (N/N) 4, Rs
6. (S/N(N/N)) (N) (N/N) 5, Rs
7. (S) 6, Rs (axiome)

Comme la version binaire, la version paramétrée du foncteur relatif en (N/N)/S nous amène donc à reconnaître la connexion syntaxique de tous les exemples que nous avons pris en considération. De plus, l'équivalence applicative, garantie par le principe de paramétrage, est établie hors du système A. Elle nous permet ainsi de conserver celui-ci dans sa simplicité, sans aucune modification de l'appareil déductif.

II.6 En conclusion: une catégorie pour les foncteurs de subordination logique

Avec la version paramétrée en (N/N)/S, nous disposons désormais pour le foncteur relatif d'une catégorisation qui répond à toutes les conditions attendues. Non seulement, elle nous permet, sans modification du système A, de reconnaître l'appartenance des relatives à l'ensemble des déterminants de qualification, mais elle hérite encore de tous les avantages que nous avions reconnus à la version binaire en N/SN. Le principe du paramétrage nous garantit en effet qu'il existe entre les deux versions du foncteur relatif une complète équivalence applicative. Ceci ne signifie en aucun cas une identité de catégorie. Cependant, placées à la tête des mêmes arguments, les deux versions du foncteur relatif mènent à un résultat identique.

L'équivalence applicative nous autorise ainsi, par le remplacement de N/SN par (N/N)/S, à intégrer dans une analyse qui se veut des plus générales, un des aspects importants de la proposition relative: sa fonction de modificateur du nom, qui la rend comparable, d'un point de vue fonctionnel, à tout déterminant de qualification et en particulier à l'adjectif épithète.

Pourtant, reconnaissons-le, tout ceci semble relever largement d'une spécificité linguistique: la particularité que se sont données certaines langues, comme le français, d'exprimer les rapports de subordination logique, soit dans une forme explicite comme celle de la proposition relative, soit dans une forme contractée comme celle de l'adjectif épithète. Cette spécificité ne doit recevoir dans le travail de formalisation qu'une importance relative. Une fois celle-ci reconnue et surtout expliquée d'un point de vue fonctionnel, il restera au logicien l'assurance qu'il ne va pas dans ses analyses à l'encontre de l'usage et qu'en s'appuyant sur l'unique forme explicite des relatives, il est en mesure de rendre compte des mécanismes fonctionnels de la subordination logique tels qu'ils apparaissent dans le langage ordinaire.

Cela dit, qu'avons-nous obtenu au terme de ce chapitre en vue de la formalisation? L'analyse catégorielle nous a montré que deux catégories

au moins sont susceptibles d'enfermer des foncteurs de subordination logique: l'une est binaire, en N/SN, l'autre paramétrée en (N/N)/S. Les deux versions étant équivalentes d'un point de vue applicatif, rien jusqu'ici ne nous indique laquelle peut le mieux convenir à un travail de formalisation. Nous verrons pourtant dans la suite que la version binaire en N/SN se distingue de la version paramétrée par une plus grande simplicité formelle et c'est pourquoi nous décidons d'ores et déjà de la privilégier[43].

Remarquons encore que, si avec N/SN nous avons pu déterminer une catégorie adéquate pour les foncteurs de subordination logique, nous n'avons, dans les analyses qui précèdent, tenu compte que des aspects syntaxiques de notre outil catégoriel. Il convient alors d'en exploiter le volet sémantique et nous commencerons, pour ce faire, par rappeler ce qui avait été posé pour spécifier A relativement à notre projet[44].

Dans la visée d'une analyse catégorielle de langages à finalités logiques, nous avions posé la syntaxe spécifique:

$$\text{A:} \left| \begin{array}{l} A_1 = \{N, S\} \\ \\ \mathcal{P} = \{S\} \end{array} \right.$$

Ce qui signifie que nous admettons dans notre alphabet deux symboles de catégorie de base, N et S. Un seul, S, est érigé, comme expression catégorielle, au statut d'axiome du système. Nous proposions ensuite, sur le plan sémantique, l'interprétation I suivante, adéquate relativement à la syntaxe posée:

$$\text{I:} \left| \begin{array}{l} M = \{M_1, M_2\} \qquad \text{où } M_1 = \{V, F\} \text{ et } M_2 = \{s_1, s_2, s_3, \ldots\} \\ \Psi(S) = M_1 ; \Psi(N) = M_2 \\ M' = \{M_1\} \end{array} \right.$$

43 Rappelons que l'examen de la version paramétrée nous a permis de justifier le choix de N/SN et, en particulier, l'ordre des arguments.

44 *Cf. supra* II.4.3.

Cette interprétation, d'une part, spécifie le choix de la bivalence pour les éléments de la catégorie S, de l'autre, elle assigne aux éléments de N un ensemble, que nous avions voulu laisser abstrait, de significations nominales.

L'évaluation de notre terme catégoriel N/SN nous indique l'ensemble des significations que peuvent revêtir les foncteurs de subordination logique. Nous obtenons alors l'ensemble d'applications suivant:

$$\mathrm{Val}_I^T(N/SN) = \{\varphi \mid \varphi: M_1 \times M_2 \rightarrow M_2\}$$

En clair, il s'agit de l'ensemble de toutes les applications qui ont pour domaine le produit cartésien des ensembles M_1 et M_2 de significations élémentaires et pour codomaine l'ensemble M_2. Sa cardinalité dépend bien entendu de celle des ensembles M_1 et M_2. Or nous savons que la cardinalité de M_1 est 2 puisque Card({V,F}) = 2. Si nous considérons dès lors un ensemble M_2 fini et que Card(M_2) = n, nous obtenons pour l'ensemble Val_I^T (N/SN) la cardinalité suivante:

$$\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(N/SN)) = \mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(N))^{\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(S))} \cdot \mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(N)) =$$

$$\mathrm{Card}(M_2)^{\mathrm{Card}(M_1)} \cdot \mathrm{Card}(M_2) = n^{2n}$$

Avec un ensemble restreint de significations pour N dont la cardinalité serait 3, on obtiendrait ainsi $3^6 = 729$ familles différentes de foncteurs pour la catégorie N/SN. Ajoutons que puisqu'il y a entre les foncteurs et leurs versions paramétrées une association biunivoque, il faut s'attendre à ce que ce chiffre corresponde également à la cardinalité de l'ensemble $\mathrm{Val}_I^T((N/N)/S)$. On peut aisément le vérifier comme suit:

$$\mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T((N/N)/S)) = \mathrm{Card}(\mathrm{Val}_I^T(N/N))^{\mathrm{Card}(M_1)} =$$

$$(\mathrm{Card}(M_2)^{\mathrm{Card}(M_2)})^{\mathrm{Card}(M_1)} = (n^n)^2 = n^{2n}$$

On obtient donc la même cardinalité et, pour n=3, les 729 familles de foncteurs attendues.

Un tel calcul montre à l'évidence l'extrême diversité des significations qui peuvent être associées à une catégorie telle que N/SN. De plus, nous avons adopté pour l'exemple une cardinalité extrêmement réduite pour l'ensemble M_2 des significations nominales.

Il convient pourtant ici de faire deux remarques. Premièrement, il n'y a rien de surprenant dans le fait qu'une catégorie comprenant une ou plusieurs mentions du symbole N soit associée, dans notre calcul, à un grand nombre de familles de foncteurs. La catégorie des relateurs binaires S/NN, par exemple, est associée dans la logique classique des prédicats à un nombre 2^{n^2} de familles d'interprétations, où n est la cardinalité de l'univers du discours. Elle donne donc également lieu à un nombre considérable d'interprétations possibles.

Deuxièmement, parmi la diversité des significations que peuvent revêtir les foncteurs d'une certaine catégorie, seul un nombre restreint sont susceptibles de présenter un intérêt logique dans le cadre d'une étude formelle. Il y a à cela plusieurs raisons. Il suffit généralement de disposer d'une partie des significations pour être en mesure de générer les autres. On parle alors d'*ensemble adéquat* de foncteurs. Il est bien connu que l'ensemble du calcul classique des propositions peut être exprimé à l'aide d'un unique opérateur de catégorie S/SS. Pourtant, la connaissance que l'on a des ensembles adéquats se trouve encore aujourd'hui confinée à des catégories particulièrement étudiées, comme celles des opérateurs propositionnels. Dans les autres cas, le choix de développer tels ou tels foncteurs ne peut être que relatif, d'une part, à nos intuitions, de l'autre, aux projets particuliers pour lesquels est conçu le langage formel.

Quand vient à manquer, pour une certaine catégorie, la connaissance précise de ses ensembles adéquats, une réponse structurelle quant au choix des foncteurs à développer ne peut être que partielle. S'il existe ainsi de multiple familles de foncteurs de subordination logique, nous verrons dans notre chapitre III qu'un nombre fort limité d'entre elles suffira en fait à satisfaire les exigences de notre projet spécifique: disposer d'un calcul extensionnel des noms capable de constituer une alternative adéquate au traitement classique des noms par la théorie des descriptions.

CHAPITRE III

Une logique de la subordination

III.1 Préambule

Après un premier chapitre consacré à la mise en évidence de notre projet, nous avons abordé les questions méthodologiques dans notre deuxième chapitre. Grâce à une approche catégorielle essentiellement conçue sur les principes développés dans les travaux d'Ajdukiewicz (1935), nous avons pu mettre en évidence un certain nombre d'éléments structurels qui caractérisent la subordination logique telle qu'on la trouve exprimée dans le langage ordinaire.

Ce dernier chapitre, enfin, est entièrement consacré à la construction explicite d'une logique de la subordination. Comme nous l'avons dit, il s'agit d'aborder la formalisation du nom logique d'une manière originale. En redonnant au nom une place prépondérante dans le langage logique, il sera possible d'éviter la démarche réductionniste caractéristique de la logique classique. Comme l'a montré Quine (*cf. supra* I.6.1), si l'on veut éviter d'intégrer à la logique tout aspect épistémique, il est nécessaire de pousser la théorie russellienne des descriptions dans ses ultimes conséquences. Le nom disparaît alors totalement de la forme logique pour laisser place à un formalisme où seuls demeurent en fin de compte les prédicats associés à une quantification objectuelle.

Ce parcours cependant conduit la logique à certaines impasses que nous avons relevées. La réduction totale des noms aux propriétés s'appuie en dernier recours sur un acte conventionnel. Elle conduit également, sur le plan théorique, à l'absence d'une notion centrale qui ne saurait satisfaire ceux qui, comme nous, continuent à penser que les formalismes logiques doivent pouvoir entretenir une relation forte avec la rationalité ordinaire.

A l'opposé d'une telle perspective, nous avons le projet de présenter un formalisme où la notion de nom continue à occuper la place centrale qu'on lui connaît dans le raisonnement non formalisé et qui demeurait encore la sienne dans la logique traditionnelle.

Afin de pouvoir disposer d'un formalisme suffisamment fort, capable au moins de rivaliser avec la théorie des descriptions, il nous faudra disposer d'opérateurs nominaux de plusieurs genres. Ceux que nous

avons qualifiés de coordination logique ne sont en effet pas suffisants pour rendre compte d'une manière adéquate des constructions nominales complexes qui enferment parmi leurs constituants des éléments propositionnels ou prédicatifs.

Nous montrerons dans la suite (*cf. infra* III.3.4) qu'on ne dispose alors que de deux solutions. La première passe par un réductionnisme conventionnel en quelque sorte inverse de celui de Quine et qui donne au nom la tâche démesurée de rendre également compte des propriétés élémentaires. La seconde – celle que nous privilégions – passe par un usage d'opérateurs de subordination logique et permet de régler d'une manière opératoire ce qui relevait auparavant d'un recours à la convention.

Pour disposer d'une véritable alternative à la perspective classique, il nous faudra alors à la fois des opérateurs nominaux de coordination et de subordination logique. L'abandon de la théorie russellienne des descriptions ainsi que le recours à une notion de nom aussi large que celle que nous avons considérée nécessitent, il est vrai, une réforme particulièrement radicale des systèmes logiques. Comme nous l'avons dit, cependant, notre intention n'est pas ici de reprendre le problème à son commencement. Il existe en effet depuis les années vingt un courant dans les recherches logiques qui a pris une voie différente de celle de la logique classique. Ce courant, qui demeure malheureusement assez méconnu, a pour figure centrale le logicien polonais S. Lesniewski. Celui-ci a développé un système – l'*Ontologie* – qui constitue un calcul extensionnel des noms.

Nous commencerons ce chapitre par une présentation succincte de ce système. Une partie importante des problèmes que nous avons rencontrés trouve, comme nous le verrons, une solution dans l'Ontologie telle qu'elle a été conçue par Lesniewski. Nous montrerons ensuite comment développer ce système pour en faire une logique de la subordination. Nous adopterons dans un premier temps une démarche syntaxique dans laquelle nous nous appuierons sur des éléments présémantiques forts. Enfin, une dernière partie sera consacrée à la sémantique. Nous y montrerons qu'il est possible, moyennant certaines précautions, de construire un modèle ensembliste pour un fragment de l'Ontologie qui contient les opérateurs nominaux nécessaires à notre projet

III.2 L'Ontologie de S. Lesniewski

Des deux théories de logique pure élaborées par S. Lesniewski, la Protothétique et l'Ontologie, c'est la seconde qui nous importe ici directement[1]. Souvent qualifiée de calcul extensionnel des noms, l'Ontologie est, comme la Protothétique sur laquelle elle se construit, une logique d'ordre supérieur. Comme tous les systèmes de Lesniewski, Protothétique et Ontologie se caractérisent comme des langages interprétés, mais alors que la Protothétique se confine exclusivement au niveau des catégories d'origine propositionnelle, l'Ontologie s'appuie sur une analyse de la proposition qui fait intervenir comme seconde catégorie de base, la catégorie N des noms.

Comme la logique classique des prédicats, l'Ontologie se construit sur la base d'une logique élémentaire des propositions. Pourtant, si elle reste proche de par son objet du calcul classique des propositions, cette logique élémentaire s'en distingue par plusieurs aspects essentiels qui en font une version étendue du calcul des propositions. Selon Lejewski, le système de la Protothétique est probablement «the most comprehensive Logic of Propositions which has ever been divised» (1958: 124). En premier lieu, la Protothétique se caractérise comme un système quantifié des propositions dans lequel il est possible de lier non seulement des variables de propositions, mais aussi des variables de foncteurs propositionnels et ceci quelles qu'en soient leurs catégories. Comme le relève encore Lejewski: «the most significant part about protothetic is that with its aid we can derive theses which enable us to dispose of the usual rules for operating with the universal quantifier in any deductive theory of loser generality» (1958: 125).

Contrairement aux systèmes classiques du premier ordre, l'Ontologie hérite ainsi la quantification du système propositionnel sur lequel elle est bâtie. Ce qui distingue alors essentiellement l'Ontologie de la Protothétique n'est pas son caractère de système quantifié mais l'accès qu'elle

1 Pour une présentation précise de l'Ontologie, on se référera en particulier à Lesniewski (1930, 1989: 101-114), Luschei (1962), Lejewski (1954, 1958), Slupecki (1955), Henry (1972: part. II) et Miéville (1984: chap. IV).

permet désormais à une catégorie des noms jusque-là absente de la Protothétique.

Pour fonder l'Ontologie, Lesniewski propose d'ajouter à la Protothétique un axiome supplémentaire dans lequel sont inscrits formellement les principes de son analyse de la proposition. La seule constante nouvelle y apparaissant est un foncteur formateur de proposition à deux arguments nominaux: l'epsilon «ε». Celui-ci n'est en aucun cas à confondre avec l'epsilon de la théorie classique des ensembles. Il apparaît dans une expression propositionnelle dont la forme est «a ε b» où «a» et «b» sont des éléments de la catégorie des noms.

III.2.1 Approche présémantique

Avant d'examiner l'axiome de l'Ontologie, rappelons que les systèmes de Lesniewski ont été conçus comme des langages interprétés. Cela signifie que, pour Lesniewski, les constantes et les expressions de ses systèmes ne sont pas dénués de signification. Nous commencerons ainsi par un examen informel de ces significations de base pour terminer enfin par la formalisation qu'en donne Lesniewski au travers de son axiome.

Le *nom* est la première notion qu'il convient d'examiner. Comme nous l'avons fait jusqu'ici, Lesniewski attribue à la notion de nom un sens logique sensiblement plus large que celui qu'il reçoit dans le cadre russellien. Plus proche de la perception ordinaire, le nom, comme dans la conception que nous avons jusqu'ici défendue, recouvre pour Lesniewski à la fois des éléments *simples* et des *expressions complexes*. D'une manière grammaticale, on reconnaît ceux-ci comme pouvant occuper la place de sujet ou d'argument catégorématique à l'intérieur de propositions comme celles de la logique traditionnelle. *Socrate* en est un exemple simple dans *Socrate est mortel* alors que *L'homme qui écrivit Moby Dick,* dans *L'homme qui écrivit Moby Dick est américain,* en est un exemple complexe.

Du point de vue de leur dénotation, les noms se divisent pour Lesniewski en trois sortes. Il y a tout d'abord *des noms individuels* qui, comme *Socrate,* désignent un et un seul objet. Il y a aussi des noms qui désignent plus d'un objet, nous les appellerons ici *les noms pluriels* ou *généraux*. Notons d'emblée, pour l'écarter, l'ambiguïté qui réside dans

l'usage de ce vocabulaire grammatical. Le nom pluriel n'est pas pour Lesniewski celui qui désigne une *totalité* ou un *ensemble* sous lequel tombent une pluralité d'objets, mais celui qui désigne directement les objets eux-mêmes. Pour emprunter ici à la terminologie scolastique, nous dirons que le nom pluriel est un nom pris en *suppositio personalis* et non en *suppositio simplex*. Comme le décrit Ockham au sujet de l'exemple *Omnis homo est animal*, *homo* est pris en *suppositio personalis*, parce qu'il «suppose pour ses signifiés [et] n'a été créé par imposition que pour signifier les hommes; il ne signifie pas à proprement parler quelque chose qui leur est commun mais [...] les hommes eux-mêmes» (1988: chap. 64, 201). C'est exactement en ce sens qu'il faut entendre ici les noms pluriels et le terme *homo* dans «*homo est species*» n'en est pas un, car il ne désigne rien directement qui soit une simple somme d'objets[2]. Enfin, pour terminer, il y a des noms qui, comme *Bucéphale, Pégase* ou encore *le cercle carré*, ne désignent aucun objet et nous les appellerons les *noms vides*. Ces expressions ne sont pas pour Lesniewski dénuées de sens, ce sont des noms dont la signification manque, pour des raisons qui peuvent être diverses, à désigner quelque objet.

Du point de vue de leur dénotation, les noms se rangent donc pour Lesniewski en trois familles distinctes. Lejewski propose de les représenter par les trois diagrammes suivants, où «a» est successivement un nom singulier (I.1), pluriel (I.2) et vide (I.3):

2 Cette précision est importante dans la mesure où les noms pluriels de l'Ontologie ne doivent pas être compris comme désignant des classes. L'Ontologie ne constitue pas un calcul des classes mais un calcul des extensions nominales, *cf. infra* III.5.2. Par ailleurs, Lesniewski a développé, sur la base de l'Ontologie, une logique appliquée qui formalise une notion de classe dite *collective*: la Méréologie, *cf.* Lesniewski (1989: parties 1 et 2) et Miéville (1984: 375-443). Lesniewski parvient à expliquer l'antinomie russellienne sur les classes en relevant une confusion partielle entre les deux approches de la classe, collective d'une part, distributive de l'autre, Lesniewski (1989: 47-66). Il est intéressant de noter que Frege lui-même évoque une distinction similaire dans sa correspondance avec Russell. Il n'en tirera cependant pas les conséquences qui auraient pu l'amener à éradiquer l'antinomie dans son système, *cf.* Frege, Russell (1994: 60-63).

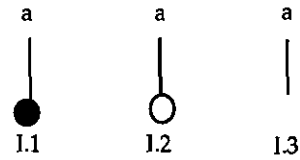

Figure I

Sur cette base, Lejewski (1958: 128) imagine une représentation diagrammatique susceptible de caractériser de manière présémantique *les relateurs essentiels de l'Ontologie*. Les diagrammes suivants indiquent en effet, relativement à leurs dénotations, les seize combinaisons dans lesquelles peuvent se présenter deux noms «a» et «b»:

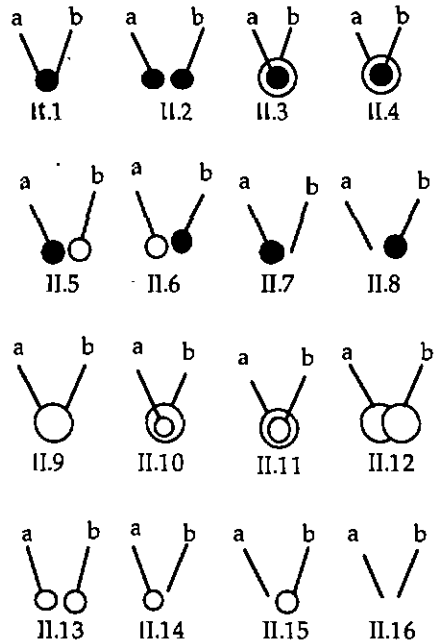

Figure II

A partir des informations de la figure I, la figure II est facilement interprétable. Le caractère plein, vide ou absent des cercles indique les

familles respectives des deux noms et leur superposition indique le rapport des extensions qu'ils désignent. II.1 et II.2, par exemple, se caractérisent respectivement comme le rapport de deux noms singuliers désignant le même objet, respectivement deux objets différents. II.3 indique le rapport d'un nom singulier avec un nom pluriel dont il désigne un des objets, etc.

Cette présentation combinatoire permet à Lejewski de déterminer le sens de certains foncteurs de l'Ontologie. Il s'agit de foncteurs formateurs de proposition à partir de deux arguments nominaux. Une telle détermination reste cependant informelle et ne fait qu'indiquer la présémantique des foncteurs de l'Ontologie; elle est pourtant d'une précision bien plus grande que n'importe quelle «lecture» qu'on pourrait en donner dans une langue naturelle comme le français.

Nous nous contenterons ici d'examiner un cas, celui du seul foncteur constant qui apparaît dans l'axiome de Lesniewski[3]. Lejewski lui donne le nom de *foncteur de l'inclusion singulière* et nous parlerons simplement de l'epsilon «ε». Sa définition présémantique est la suivante:

> Le foncteur «ε», de catégorie S/NN, apparaît dans des expressions de la forme «a ε b» où «a» et «b» sont des expressions de la catégorie des noms N. L'expression «a ε b » est une proposition qui sera vraie lorsque le rapport des deux noms «a» et «b» sera celui représenté par l'un des deux diagrammes II.1 ou II.3. Dans tout autre cas, il s'agira d'une proposition fausse.

A noter que si l'on parle souvent au sujet de «a ε b» de la *proposition singulière* de l'Ontologie, cette étiquette nous paraît susceptible de conduire à une certaine confusion. En effet, rien n'empêche de construire une proposition «a ε b» avec à la place de «a» et «b» n'importe quel type de noms (singuliers, pluriels ou vides). Ce n'est que par l'évaluation que l'on exigera, pour que la proposition soit vraie, que «a» soit un nom singulier. Nous préférons donc en parler comme de la *proposition fondamentale* de l'Ontologie. On pourra encore, pour soutenir l'intuition, lire en français (mais d'une manière fatalement moins précise) une expression «a ε b» de la manière suivante: «a est le b ou l'un des b».

3 Sur la base des diagrammes de la figure II, Lejewski (1958: 129-132) examine une longue liste de foncteurs, qu'il classe en foncteurs d'inclusion, d'exclusion, d'identité et enfin d'existence.

Lesniewski considérait l'epsilon comme le foncteur adéquat pour déterminer le sens précis qu'il accordait informellement à la copule *jest* (version polonaise de la copule latine *est*). Sur la base de ce qui précède, on peut encore déterminer la nature d'une proposition fondamentale «a ε b» de la manière suivante:

> «a ε b» est une proposition vraie si et seulement si les trois conditions suivantes sont remplies:
>
> 1. «a» n'est pas un nom vide [condition d'existence]
> 2. «a» n'est pas un nom pluriel [condition d'unicité]
> 3. Ce que désigne le nom «a» est également désigné par le nom «b» [condition de convergence]

Au terme de cette présentation présémantique de l'epsilon, nous sommes désormais en mesure d'en expliciter la caractérisation formelle qu'en donne l'axiome.

III.2.2 L'axiome de l'Ontologie

Il existe plusieurs manières de fonder l'Ontologie. L'axiome que nous présentons ici a été élaboré par Lesniewski en 1920. Nous en proposons une version dont l'écriture a été légèrement modifiée[4]:

T1:

$$\llcorner Ab \lrcorner \ulcorner A\varepsilon b .\equiv. \llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B\varepsilon A \urcorner \wedge \llcorner DC \lrcorner \ulcorner D\varepsilon A \wedge C\varepsilon A .\supset D\varepsilon C \urcorner \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner D\varepsilon A \supset D\varepsilon b \urcorner \urcorner$$

Le formalisme utilisé demande tout d'abord quelques éclaircissements. Les symboles $\llcorner$, $\lrcorner$, $\ulcorner$ et $\urcorner$ sont utilisés par Lesniewski pour indiquer la quantification. Une formule quantifiée se présente sous la forme

$$\llcorner v_1 v_2 \ldots v_n \lrcorner \ulcorner E(v_1, v_2, \ldots, v_n) \urcorner$$

4 *Cf.* Lesniewski (1930: 115, trad. 609). La différence entre lettres majuscules et minuscules n'est pas pertinente à l'intérieur du système. Lesniewski avait simplement pris l'habitude, pour soutenir l'intuition, d'écrire en majuscules les noms sur lesquels pèsent des conditions de singularité. Nous ne suivrons cependant pas ici cette pratique.

La séquence comprise entre ⌊ et ⌋ est dite *quantificateur*, elle indique que dans l'expression qui suit entre ⌜ et ⌝, dite *sous-quantificateur*, les symboles v_1, v_2 ..., v_n sont des variables quantifiées universellement. La «lecture» en est la suivante: «Quels que soient les termes v_1, v_2, ..., v_n (ceux-ci pouvant être ou non, comme dans l'axiome, des noms), nous avons $E(v_1, v_2, \ldots, v_n)$». Indiquons qu'un symbole précédé dans le quantificateur par «∃» est à prendre comme quantifié de manière «particulière», et ceci n'est qu'une facilité d'écriture puisqu'on peut poser:

$$\lfloor \exists v \rfloor \ulcorner E(v) \urcorner =df \sim \lfloor v \rfloor \ulcorner \sim E(v) \urcorner$$

qui se «lira»: «il y a au moins un terme v pour lequel nous avons E(v)».

Ajoutons encore que les symboles ≡, ∧ et ~ ont été définis dans la Protothétique et que nous pouvons leur attribuer ici leurs significations classiques usuelles.

L'axiome T1 se présente comme la première thèse de l'Ontologie. Il s'agit d'une proposition biconditionnelle quantifiée universellement sur les deux variables de noms «A» et «b». Le premier membre de la biconditionnelle est constitué de l'expression fondamentale «Aεb» alors que le second se présente comme la conjonction de trois expressions quantifiées. Lorsque nous examinons ces trois expressions séparément, à l'aide de nos considérations présémantiques, nous pouvons faire les lectures suivantes:

$\lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \varepsilon A \urcorner$:
«il y a au moins un nom B pour lequel nous avons BεA». Autrement dit, selon le schéma II, A ne peut pas être un nom vide.

$\lfloor DC \rfloor \ulcorner D \varepsilon A \wedge C \varepsilon A . \supset D \varepsilon C \urcorner$:
«quels que soient les noms D et C, si chacun désigne un objet que A désigne également, alors ils désignent le même objet». Autrement dit, A ne peut pas être un nom pluriel.

$\lfloor D \rfloor \ulcorner D \varepsilon A \supset D \varepsilon b \urcorner$:
«pour tout nom qui désigne un des objets désignés par A, cet objet est également désigné par b». Autrement dit, tout ce que désigne A est également désigné par b.

Nous retrouvons ainsi dans leur expression formelle les trois conditions énoncées plus haut pour qu'une expression «Aεb» soit vraie: la condition d'*existence*, celle d'*unicité* et enfin celle de *convergence*.

Remarquons d'emblée qu'une telle lecture de l'axiome ne s'impose que si l'on s'appuie explicitement sur nos choix présémantiques. Pourtant rien ne nous indique dans la version formelle l'impossibilité de significations concurrentes. Mais surtout, seule l'association d'une sémantique rigoureuse peut nous garantir que la version formelle de l'epsilon est au moins adéquate pour recevoir la signification visée, validant après coup nos choix présémantiques (*cf. infra* III.5).

Aucun axiome ne peut en effet à lui seul caractériser la signification d'une constante. Il ne peut en fait, et encore avec l'aide d'un appareillage déductif, qu'en déterminer les propriétés formelles. La base axiomatique étant posée, il nous faut désormais examiner les aspects déductifs de l'Ontologie.

III.2.3 Les règles d'inférence

Les règles de l'Ontologie sont au nombre de cinq:

1. Règle *Det* de détachement
2. Règle *Dis* de distribution du quantificateur
3. Règle *Sub* de substitution
4. Règle *Def* de définition
5. Règle *Ext* d'extensionnalité

Nous ne dirons que quelques mots des trois premières[5]. Elles sont directement héritées de la Protothétique et ne reçoivent de modification que dans la mesure où elles doivent être applicables aux nouvelles expressions de l'Ontologie.

La première est une règle classique d'élimination de la biconditionnelle. La seconde permet de distribuer le quantificateur sur les deux membres d'une expression biconditionnelle quantifiée. On comprendra suffisamment leur usage en examinant l'exemple suivant où partant des expressions 1 et 2 on peut déduire les autres:

5 Pour une description précise de ces règles, *cf.* Miéville (1984: 287 et renvois).

1. $\llcorner v_1 v_2 v_3 \lrcorner \ulcorner \alpha(v_1\ v_2) \equiv \beta(v_2\ v_3) \urcorner$ (admis)
2. $\llcorner v_1 v_2 \lrcorner \ulcorner \alpha(v_1\ v_2) \urcorner$ (admis)
3. $\llcorner v_1 v_2 \lrcorner \ulcorner \alpha(v_1\ v_2) \urcorner \equiv \llcorner v_2 v_3 \lrcorner \ulcorner \beta(v_2\ v_3) \urcorner$ 1, Dis
4. $\llcorner v_2 v_3 \lrcorner \ulcorner \beta(v_2\ v_3) \urcorner$ 2,3, Det

α et β sont des expressions propositionnelles contenant comme variables libres v_1 et v_2, respectivement v_2 et v_3. Si la règle de détachement permet d'agir sur une expression dont la biconditionnelle est l'opérateur principal, on voit qu'associée à la distribution elle permet d'agir également à l'intérieur de formules quantifiées.

La règle de substitution est nécessaire dans les systèmes de Lesniewski car la base axiomatique n'y est jamais caractérisée en termes de schémas. Cette situation a pour avantage de rendre explicite ce qui dans les systèmes classiques n'est jamais présenté qu'informellement comme une procédure métalinguistique. Prenons ici encore un exemple. Il s'agit d'une substitution «ontologique» à partir d'une thèse de la Protothétique:

1. $\llcorner p \lrcorner \ulcorner p \equiv p \urcorner$ thèse
2. $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \equiv a\varepsilon b \urcorner$ 1, Sub, *p/aεb*

La règle se caractérise par des contraintes explicites quant à la catégorie des termes substitués ainsi, comme on le constate, que par un réajustement des quantificateurs (en bref, l'expression substituée doit être de la même catégorie que le terme de départ et si elle possède des variables libres celles-ci doivent être liées par le quantificateur).

La règle de définition

Contrairement aux théories classiques, la définition apparaît chez Lesniewski sous la forme d'une règle d'inférence[6]. Cette spécificité donne à ses systèmes un caractère *développemental* dans la mesure où la

6 On trouve une discussion détaillée sur ce point dans Miéville (1984: 286-303).

définition permet d'introduire dans le langage lui-même des symboles nouveaux ainsi que des significations auxquelles il aurait été impossible d'accéder sur la seule base des axiomes et des autres règles. C'est la définition par exemple qui, comme l'a montré Tarski (1972: 1-25), permet d'accéder dans la Protothétique à tous les opérateurs du calcul des propositions sur la seule base d'axiomes caractérisant la biconditionnelle uniquement. L'Ontologie, comme la Protothétique, se caractérise ainsi comme ayant des stades dont la richesse expansive va grandissante au fur et à mesure de l'inscription des thèses-définition.

La règle de définition se présente dans l'Ontologie sous deux versions: d'une part une version propositionnelle, de l'autre une version nominale. Nous les décrirons ici brièvement.

Règle de définition propositionnelle (Def$_S$)

A un certain stade de l'Ontologie, appelons T la dernière thèse inscrite: Def$_S$ nous autorise alors à ajouter comme nouvelle thèse une expression * de la forme

$*: {}_{\llcorner}v_1 v_2 \ldots v_{n\lrcorner} \ulcorner \alpha(v_1, v_2, \ldots, v_n) \equiv \beta(v_1, v_2, \ldots, v_n) \urcorner$

lorsqu'elle répond aux conditions:

1. L'expression «$\beta(v_1, v_2, \ldots, v_n)$» – le *definiens* – est une fonction propositionnelle[7] dont toutes les constantes apparaissent déjà dans T ou dans une thèse précédant T et dont toutes les variables sont d'une catégorie déjà présente dans T ou dans une thèse précédant T.

2. L'expression «$\alpha(v_1, v_2, \ldots, v_n)$» – le *definiendum* – est une fonction propositionnelle dont le foncteur principal est l'unique constante[8]. Cette constante est «nouvelle», elle n'apparaît ni dans T ni dans une thèse précédant T.

3. Aucun des symboles du *definiendum* n'y apparaît plus d'une fois.

4. *Definiens* et *definiendum* possèdent les mêmes variables.

5. * est une formule fermée.

Considérons quelques exemples. Au stade initial la dernière thèse est simplement T1, l'axiome lui-même. Supposons encore que nous disposons préalablement de la Protothétique, développée à un stade qui

7 Il peut s'agir à la rigueur d'une expression fermée.

8 Dans le cas d'une expression fermée, il s'agit simplement d'une constante propositionnelle. *Cf.* plus loin les définitions T2 et T3.

comprend au moins les opérations propositionnelles classiques. Nous pouvons alors inscrire successivement les thèses-définition suivantes[9]:

T2: $V \equiv {}_{\llcorner}p_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}p \equiv p^{\urcorner}$ $\quad$ $\mathrm{Def_S}$

Il s'agit d'une bonne définition bien que sa forme soit en quelque sorte dégénérée. Le *definiens* et le *definiendum* étant des expressions sans variable libre, la quantification extérieure devient inutile et disparaît simplement.

T3: $F \equiv {\sim}V$ $\quad$ $\mathrm{Def_S}$

Les deux constantes nouvellement introduites V et F sont de catégorie S et expriment *dans le langage* le vrai et le faux.

T4: ${}_{\llcorner}v_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}\mathrm{Com}\,(v) \equiv {}_{\llcorner}pq_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}v(pq) \equiv v(qp)^{\urcorner\urcorner}$ $\quad$ $\mathrm{Def_S}$

Cette définition est la première qui introduit une constante d'une nouvelle catégorie[10]. Lorsqu'on examine le *definiens*, on constate en effet que v est une variable d'opérateur propositionnel binaire et donc d'une catégorie déjà disponible[11]: S/SS. «Com(v)» est une expression propositionnelle de catégorie S. Cela entraîne que la constante nouvelle «Com» est un foncteur formateur de proposition à un argument de catégorie S/SS. Autrement dit, sa catégorie est S/(S/SS), et nous pouvons

9 Pour faciliter la lecture, nous avons placé en annexe I l'ensemble des thèses inscrites dans ce chapitre.

10 Comme on l'aura remarqué, l'Ontologie ne se construit pas sur la base de listes préalables de symboles. La seule manière de déterminer la catégorie d'un symbole est ce qu'on nomme son *contexte*. Le contexte est la présence à droite du foncteur d'un certain genre de parenthésage délimitant un certain nombre de places d'arguments. Il faut donc, pour éviter les ambiguïtés, utiliser de nouvelles sortes de parenthèses chaque fois qu'une nouvelle catégorie est inscrite (soit la forme des parenthèses doit être différente, soit le nombre de places délimitées). Pour des raisons de commodité dans la lecture, nous n'avons pas marqué systématiquement les contextes là où ils semblent aller de soi (avec en particulier l'epsilon et les opérateurs propositionnels). Quant aux autres, on pourra s'y référer, soit en reprenant les définitions concernées, soit en consultant la bibliothèque des contextes en annexe II. Sur les principes du parenthésage chez Lesniewski, *cf.* Miéville (1984: 132-134).

11 Elle apparaît entre autres dans l'axiome T1 avec l'opérateur ≡.

comprendre «Com(v)» par la lecture: «v est un opérateur propositionnel commutatif».

Jusqu'ici, nous n'avons fait appel à aucun élément issu de l'axiome de l'Ontologie. Les définitions T2-T4 auraient tout aussi bien pu être inscrites dans le cadre restreint de la Protothétique. Posons désormais quelques définitions propres à l'Ontologie, c'est-à-dire faisant appel à l'epsilon et à la catégorie N des noms:

T5: $\lfloor a \rfloor \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \equiv \lfloor \exists b \rfloor \ulcorner b \varepsilon a \urcorner \urcorner$ Def$_S$

Cette thèse introduit une nouvelle catégorie S/N et «Den{a}» peut se lire: «a est un nom qui dénote au moins un objet» ou «a est non vide».

T6: $\lfloor a \rfloor \ulcorner \mathrm{Uni}\{a\} \equiv \lfloor bc \rfloor \ulcorner b \varepsilon a \wedge c \varepsilon a . \supset . b \varepsilon c \urcorner \urcorner$ Def$_S$

«Uni{a}» peut se lire: «a est un nom qui dénote au plus un objet».

T7: $\lfloor a \rfloor \ulcorner \mathrm{Sin}\{a\} \equiv a \varepsilon a \urcorner$ Def$_S$

«Sin{a}»: «a dénote un et un seul objet, a est un nom singulier»[12].

La catégorie S/NN est présente dès l'axiome T1, où est inscrite la constante epsilon. On peut cependant définir d'autres constantes de cette même catégorie:

T8: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \subset b \equiv \lfloor c \rfloor \ulcorner c \varepsilon a \supset c \varepsilon b \urcorner \urcorner$ Def$_S$

Lejewski (1954, 1958) parle au sujet de «$\subset$» de la relation d'*inclusion faible* ou *ordinaire*. La proposition « a $\subset$ b » est vraie si et seulement si les noms concernés correspondent à l'un des diagrammes II.1, II.3, II.8, II.9, II.10, II.15 ou II.16 de la figure II.

T9: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a < b \equiv . a \subset b \wedge \mathrm{Den}\{a\} \urcorner$ Def$_S$

C'est l'inclusion dite *forte*. Elle correspond aux diagrammes II.1, II.3, II.9 ou II.10. Lejewski (1958, 1977) a par ailleurs montré qu'il est possible de fonder l'Ontologie en prenant pour base, plutôt que l'epsilon, un des deux relateurs d'inclusion qui précèdent.

12 Une définition équivalente et peut-être plus «lisible» aurait été:
$\lfloor a \rfloor \ulcorner \mathrm{Sin}\{a\} \equiv . \mathrm{Den}\{a\} \wedge \mathrm{Uni}\{a\} \urcorner$ Def$_S$.

Enfin, dans cette même catégorie S/NN, nous proposerons trois définitions de relations d'équivalence sur les noms:

T10: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \approx b \equiv \lfloor c \rfloor \ulcorner c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b \urcorner \urcorner$ Def$_S$

T11: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \Diamond b \equiv . a \approx b \wedge Den\{a\} \urcorner$ Def$_S$

T12: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a = b \equiv . a \approx b \wedge Sin\{a\} \urcorner$ Def$_S$

«≈» est un relateur dit d'*identité faible* que l'on lit: «a et b ont la même dénotation ou la même extension[13]» (diagrammes II.1, II.9 ou II.16). «◊» est l'*identité forte*: «a et b dénotent le ou les mêmes objets» (diagrammes II.1 ou II.9). Et enfin «=» est l'*identité singulière:* «a et b dénotent le même objet» (diagramme II.1).

Toutes les définitions proposées ont en commun d'inscrire des foncteurs formateurs de propositions. Pour avoir un accès à des foncteurs nominaux, il nous faut disposer de la seconde version de la règle de définition:

Règle de définition nominale (Def$_N$)

A un certain stade de l'Ontologie, appelons T la dernière thèse inscrite. Def$_N$ nous autorise alors à ajouter comme nouvelle thèse une expression * de la forme:

*: $\lfloor A v_1 v_2 \ldots v_n \rfloor \ulcorner A\varepsilon\alpha(v_1, v_2, \ldots, v_n) \equiv . A\varepsilon A \wedge \beta(A, v_1, v_2, \ldots, v_n) \urcorner$

lorsqu'elle répond aux conditions:

1. L'expression «$\beta(A, v_1, v_2, \ldots, v_n)$» est une fonction propositionnelle dont toutes les constantes apparaissent déjà dans T ou dans une thèse précédant T et dont toutes les variables sont d'une catégorie déjà présente dans T ou dans une thèse précédant T.

2. L'expression «$\alpha(v_1, v_2, \ldots, v_n)$» est une fonction nominale[14], sans occurrence de A, dont le foncteur principal est l'unique constante. Cette constante est «nouvelle», elle n'apparaît ni dans T ni dans une thèse précédant T.

3. Aucun des symboles n'apparaît plus d'une fois dans «$\alpha(v_1, v_2, \ldots, v_n)$».

4. Les expressions «$\alpha(v_1, v_2, \ldots, v_n)$» et «$\beta(A, v_1, v_2, \ldots, v_n)$» possèdent, à l'exception de A, les mêmes variables.

5. * est une formule fermée.

13 Celle-ci pouvant être nulle.

14 A la rigueur, une constante nominale. *Cf.* plus bas les définitions T13 et T14.

Dans la catégorie N des noms, nous définirons deux constantes:

T13: $\llcorner a \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\cup \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon a \urcorner$ $\quad$ $\mathrm{Def_N}$

Il s'agit d'une constante nominale qui dénote tout ce qui peut être dénoté par un nom singulier. Nous l'appellerons le *nom universel*[15].

T14: $\llcorner a \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\cap \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a) \urcorner$ $\quad$ $\mathrm{Def_N}$

Il s'agit d'un nom qui ne dénote aucun objet, un *nom vide*. Et enfin comme dernier exemple:

T15: $\llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\neg [b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b) \urcorner$ $\quad$ $\mathrm{Def_N}$

Il s'agit d'un foncteur unaire d'une nouvelle catégorie N/N, que l'on peut comprendre comme la *négation nominale*.

Ajoutons pour terminer que les règles de définition telles que nous les avons décrites n'ont pas la généralité que l'on trouve chez Lesniewski. Il est en effet possible, avec les règles originales, d'inscrire également des foncteurs dits *paramétrés* (*cf. supra* II.5.6). Ceux-ci se caractérisent formellement comme ne précédant pas un seul parenthème mais plusieurs. Les détails de la règle ne nous importent pas ici et nous nous contentons de l'illustrer par deux exemples[16]:

T16: $\llcorner pq \lrcorner\ \ulcorner \underline{\supseteq}\ \underline{(p)}\ (q) \equiv .\ p \supset q \urcorner$ $\quad$ $\mathrm{*Def_N}$

T17: $\llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner \underline{\varepsilon}\ \underline{\{b\}}\ (a) \equiv a\varepsilon b \urcorner$ $\quad$ $\mathrm{*Def_N}$

La thèse T16 inscrit une version paramétrée de la conditionnelle. La catégorie de «$\underline{\supseteq}$ $\underline{(p)}$» est S/S puisque cette expression agit sur un argument propositionnel «q» pour donner une proposition. En conséquence, le symbole «$\underline{\supseteq}$» est un foncteur de la catégorie (S/S)/S. Quant à la thèse T17, elle inscrit une version paramétrée de l'epsilon. L'expression «$\underline{\varepsilon}$ $\underline{\{b\}}$» peut être lue comme «être le ou parmi les b»; sa catégorie est S/N et donc la catégorie de «$\underline{\varepsilon}$» est (S/N)/N.

15 La redondance de «$a\varepsilon a \wedge a\varepsilon a$» est requise pour être conforme à la règle telle que nous l'avons décrite.

16 Pour plus de détails, *cf.* Miéville (1984: 160-164). Nous indiquerons simplement par un astérisque * lorsque c'est la règle généralisée que nous utilisons.

La règle d'extensionnalité

Nous n'en dirons ici que quelques mots. Comme la règle de définition, la règle d'extensionnalité est liée au caractère développemental des systèmes de Lesniewski. Elle permet d'inscrire, au fur et à mesure de l'enrichissement catégoriel du système, des thèses qui garantissent le principe d'extensionnalité pour toutes les catégories disponibles. Nous n'en donnerons ici que deux exemples, l'un dans le cadre protothétique, l'autre proprement ontologique. Pour inscrire une thèse d'extensionnalité concernant une certaine catégorie c, il est nécessaire de disposer dans le système de la catégorie S/c.

Notre premier exemple inscrit la thèse d'extensionnalité pour les foncteurs de catégorie S/SS. Depuis la thèse T4, nous disposons dans le système de la catégorie S/(S/SS) et nous pouvons donc inscrire:

$$\textbf{T18}: \; {}_{\llcorner}fg_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}{}_{\llcorner}pq_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}f(pq) \equiv g(pq)^{\urcorner} \equiv {}_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}\Psi(f) \equiv \Psi(g)^{\urcorner\urcorner} \qquad \text{Ext}$$

Cette thèse nous garantit, pour chaque foncteur de catégorie S/SS, que ce qu'on peut en «dire» ne dépend que de sa valeur extensionnelle (cette valeur étant ici celle d'un opérateur propositionnel binaire vérifonctionnel).

Avec notre second exemple, nous voulons inscrire le principe d'extensionnalité pour les noms. Depuis la thèse T5, la catégorie S/N est disponible dans le système. La règle d'extensionnalité nous permet alors d'inscrire:

$$\textbf{T19}: \; {}_{\llcorner}ab_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}{}_{\llcorner}c_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b^{\urcorner} \equiv {}_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}\Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\}^{\urcorner\urcorner} \qquad \text{Ext}$$

Ce qui signifie que tout ce que l'on peut «affirmer» d'un nom n'est fonction que de son extension.

Si nous ne donnons pas ici une description précise de la règle, nous voulons simplement insister sur son rôle essentiel. Les thèses d'extensionnalité permettent de garantir pour chaque catégorie nouvellement introduite que les seules valeurs pertinentes de leurs éléments sont leurs valeurs extensionnelles. Le caractère développemental du système a empêché Lesniewski d'inscrire ce principe là où nous aurions pu l'attendre: dans un axiome. La règle d'extensionnalité a ainsi souvent été considérée, non sans raison, comme un axiome caché.

III.2.4 Quelques résultats

Pour clore cette présentation succincte de l'Ontologie, il convient encore de proposer quelques résultats. Certaines des thèses qui vont suivre sont accompagnées de leur démonstration. Notre intention est ici d'illustrer brièvement par le biais d'exemples un mode de déduction dont il sera fait usage dans la suite de ce travail.

Il s'agit d'une méthode dite de *déduction naturelle*. Les principes en étaient connus dans l'Ecole polonaise dès la fin des années vingt et probablement de Lesniewski lui-même[17]. On trouvera une explication précise de la méthode que nous utilisons dans Miéville (1984: 231-247 et *passim*). Les travaux de base sur cette question sont exposés dans Sobocinski (1961a, 1961b).

Commençons par quatre thèses (T20–23) qui expriment des propriétés du relateur epsilon:

T20: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists\, b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner \supset a \varepsilon a \urcorner$

Démonstration[18]*:*

1.	a	$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner$	hyp.
2.		b | $a \varepsilon b$	hyp.
3.		$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon a \urcorner \wedge \llcorner DC \lrcorner \ulcorner D \varepsilon a \wedge C \varepsilon a . \supset D \varepsilon C \urcorner \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon a \supset D \varepsilon b \urcorner$	2,T1(ax), Det
4.		$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon a \urcorner \wedge \llcorner DC \lrcorner \ulcorner D \varepsilon a \wedge C \varepsilon a . \supset D \varepsilon C \urcorner$	3, $\wedge$e
5.		D | $\llcorner P \lrcorner \ulcorner p \supset p \urcorner$	Thèse protothétique
6.		| $D \varepsilon a \supset D \varepsilon a$	5, $\llcorner\, \lrcorner$e, p/$D \varepsilon a$
7.		$\llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon a \supset D \varepsilon a \urcorner$	5-6, $\llcorner\, \lrcorner$i
8.		$\llcorner \exists B \lrcorner \ulcorner B \varepsilon a \urcorner \wedge \llcorner DC \lrcorner \ulcorner D \varepsilon a \wedge C \varepsilon a . \supset D \varepsilon C \urcorner \wedge \llcorner D \lrcorner \ulcorner D \varepsilon a \supset D \varepsilon a \urcorner$	4, 7, $\wedge$i
9.		$a \varepsilon a$	3, T1(ax), Det
10.		$a \varepsilon a$	1, 2-9, $\exists$e
11.		$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner \supset a \varepsilon a$	1-10, $\supset$i
12.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner \supset a \varepsilon a \urcorner$	1-11, $\llcorner\, \lrcorner$i

17 *Cf.* sur cette question historique Miéville (1984: 231).

18 Afin de simplifier les démonstrations, nous insrirons en une seule ligne certaines inférences qui en demandraient en principe plusieurs, *cf.* ici lignes 3 et 9.

La thèse démontrée exprime une certaine réflexivité de «ε». Nous parlerons de *semi-réflexivité*[19].

T21: $\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \wedge b \varepsilon c . \supset a \varepsilon c \urcorner$

Cette thèse exprime la *transitivité* de «ε». La démonstration se construit d'une manière très similaire à celle de T20.

T22: $\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \wedge b \varepsilon c . \supset b \varepsilon a \urcorner$

Il s'agit de la thèse dite *caractéristique* de l'Ontologie[20]. La propriété exprimée ne porte à notre connaissance pas de nom spécifique. Lorsqu'on la rapproche de T21, on voit que la transitivité de «ε» est en quelque sorte triviale, ce que montre également la thèse suivante:

T23: $\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \wedge b \varepsilon c . \equiv a=b \urcorner$

La relation «=» étant une relation d'équivalence (l'identité singulière), cette thèse exprime, en corollaire, l'antisymétrie de «ε». Nous renonçons ici à présenter sa démonstration qui est un peu longue.
Les thèses T20-23 montrent que l'epsilon est une relation d'ordre en un sens un peu particulier. D'une part, sa réflexivité n'est pas complète, de l'autre sa transitivité doit être comprise en un sens assez particulier du fait de T22 et T23. Nous parlerons en conséquence de l'epsilon comme d'une relation d'*ordre partiel faible*.

Examinons encore deux autres thèses, qui nous permettent de mettre en évidence une caractéristique fondamentale de l'Ontologie: il s'agit d'une logique *libre*. En effet la seconde (T25) peut se lire comme: «il n'est pas le cas que tout nom dénote». Il y a donc bien dans l'Ontologie des noms qui ne dénotent pas et la constante «∩» en est un exemple.

19 La réflexivité au sens habituel de l'epsilon s'exprimerait par $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists\, b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \vee b \varepsilon a \urcorner \supset a \varepsilon a \urcorner$. Mais il ne s'agit pas d'une thèse.

20 Pour la démonstration *cf.* Miéville (1984: 304).

T24: $\llcorner b \lrcorner \ulcorner \sim(b \varepsilon \cap) \urcorner$

Démonstration:

1.	b	$b \varepsilon \cap$	hyp.
2.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner a \varepsilon \cap \equiv .a \varepsilon a \wedge \sim(a \varepsilon a) \urcorner$	T14
3.		$b \varepsilon \cap \equiv .b \varepsilon b \wedge \sim(b \varepsilon b)$	2, $\llcorner \lrcorner$e, a/b
4.		$b \varepsilon b \wedge \sim(b \varepsilon b)$	1, 3, Det
5.		$b \varepsilon b$	4, $\wedge$e
6.		$\sim(b \varepsilon b)$	4, $\wedge$e
7.		$\sim(b \varepsilon \cap)$	1, 5, 6, ~i
8.		$\llcorner b \lrcorner \ulcorner \sim(b \varepsilon \cap) \urcorner$	1-7, $\llcorner \lrcorner$i

T25: $\sim \llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \urcorner$

Démonstration:

1.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \urcorner$	hyp.
2.		$\mathrm{Den}\{\cap\}$	3, $\llcorner \lrcorner$e, a/$\cap$
3.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon a \urcorner \urcorner$	T5
4.		$\mathrm{Den}\{\cap\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon \cap \urcorner$	3, $\llcorner \lrcorner$e, a/$\cap$
5.		$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon \cap \urcorner$	2, 4, Det
6.		$\sim \llcorner b \lrcorner \ulcorner \sim(b \varepsilon \cap) \urcorner$	5, def $\exists$
7.		$\llcorner b \lrcorner \ulcorner \sim(b \varepsilon \cap) \urcorner$	T24
8.		$\sim \llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \urcorner$	1, 6, 7, ~i

Il nous reste à signaler deux résultats métathéoriques importants. Tout d'abord, il a été montré que l'Ontologie et la Protothétique sont deux systèmes *non contradictoires*[21]. Enfin, Simons (1995) a montré que ces deux systèmes sont également *ontologiquement neutres*. Autrement dit, les thèses de l'Ontologie ne présupposent l'existence d'aucun objet. Nous verrons en III.5 qu'elles sont valides sur un univers vide d'objet.

21 Sur cette démonstration, *cf.* par exemple Luschei (1962: 153-154).

III.3 Calcul des noms et subordination logique

Avec l'Ontologie, nous disposons d'un outil logique qui répond aux conditions que nous avons fixées au début de ce travail. Tout d'abord, il s'agit d'un système dans lequel les noms jouent un rôle central. Ceux-ci correspondent en effet précisément à la définition large que nous avons donnée; ils appartiennent de plein droit au langage logique et ne constituent pas, comme dans la théorie russellienne, des symboles incomplets qui doivent être réduits et éliminés en dernier lieu de la forme logique des énoncés. Enfin, l'Ontologie est également une logique dite *libre* et *universelle*. La signification des noms ne s'y trouve pas réduite à la dénotation directe d'un objet singulier et, comme nous venons de le rappeler, les thèses peuvent y être admises sans que cela n'implique aucun engagement sur l'existence d'objets dans l'univers considéré.

Ce qu'il nous reste désormais à montrer est la possibilité de développer au sein de l'Ontologie un calcul des noms qui, comme nous l'avons annoncé, soit au moins capable de rivaliser avec le pouvoir expressif de la théorie classique des descriptions. Avant tout, indiquons qu'un tel projet se doit à notre sens de répondre pour l'essentiel à trois problèmes inhérents à toute tentative de formalisation des noms.

L'Ontologie telle que nous l'avons présentée permet d'ores et déjà de répondre à deux d'entre eux. Il s'agit premièrement de disposer d'une représentation adéquate de l'usage positionnel des noms. Nous verrons dans ce qui suit que les conditions qui pèsent sur le relateur epsilon permettent d'apporter une réponse claire à ce problème. La définition de copules différentes de l'epsilon permet également de présenter une palette de solutions nuancées. Deuxièmement, il s'agit du problème de la détermination en nombre. Bien que l'epsilon puisse également ici apporter des solutions, nous verrons qu'il est possible de concevoir des opérateurs nominaux susceptibles de remplir la fonction principale que nous avons reconnue à l'article en français.

Le troisième problème consiste à déterminer un ensemble suffisamment riche d'opérateurs nominaux afin que le calcul obtenu soit capable

de rendre compte de la composition des noms complexes. Nous avons soutenu qu'il était nécessaire, pour ce faire, de disposer de deux familles d'opérateurs. Il nous faut tout d'abord des opérateurs nominaux qui prennent pour argument des noms. Nous les avons qualifiés d'opérateurs de *coordination logique*. On en trouve des exemples dans de nombreux travaux. Comme il nous sera utile d'en disposer, nous rappellerons ici les définitions de trois d'entre eux, le premier étant unaire et les deux autres binaires (i.e. des catégories respectives N/N et N/NN):

T15: $\llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\neg[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)\urcorner$ $\quad Def_N$

Cette thèse que nous avons déjà inscrite plus haut est la définition ontologique de la *négation nominale*. Celle-ci est loin d'être triviale. Pour montrer qu'elle ne se réduit pas à la négation propositionnelle, il suffit de considérer les deux thèses suivantes, que l'on peut aisément dériver:

T26: $\sim \llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon b \equiv \sim(a\varepsilon\neg[b])\urcorner$

T27: $\sim \llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon b \vee a\varepsilon\neg[b]\urcorner$

La première montre qu'on ne dispose pas avec cette négation de la loi dite d'*obversion*, la seconde que le tiers-exclu ne se reporte pas tel quel au niveau nominal[22]. Nous verrons plus loin que la détermination en nombre passe également par des opérateurs unaires de coordination.

Quant aux opérateurs binaires, nous empruntons ici à Henry (1972: 52)[23] les définitions de la conjonction et de la disjonction nominales:

T28: $\llcorner abc \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\cdot[bc] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge a\varepsilon c\urcorner$ $\quad Def_N$

T29: $\llcorner abc \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon+[bc] \equiv :\ a\varepsilon a\ .\wedge.\ a\varepsilon b \vee a\varepsilon c\urcorner$ $\quad Def_N$

L'expression «·[bc]» est un nom qui dénote tout ce qui est dénoté à la fois par «b» et par «c». «+[bc]» par contre dénote tout ce qui est dénoté par «b» ou par «c». Le parallèle avec la logique des classes est ici frappant. Il faut cependant s'en méfier dans la mesure où les noms de l'Ontologie ne sont pas des noms de classes. Rappelons qu'un nom pluriel est toujours à prendre en *suppositio personalis*, il ne fait que dénoter des objets et ne désigne rien qui leur soit commun. Le nom lui-

22 *Cf.* à ce sujet Frey (1987) et Miéville (1991).

23 Nous nous éloignons cependant de Henry par le choix des symboles.

même peut à la rigueur être considéré comme une espèce de classe. Mais il faut alors préciser qu'une telle classe n'a d'existence qu'en tant qu'elle est une inscription symbolique; la classe, c'est le nom lui-même et pas une entité qui serait désignée par lui[24].

Enfin, et comme nous l'avons soutenu, les opérations de coordination ne sont pas suffisantes. Il nous faut également disposer d'opérations de *subordination logique*. D'une manière générale, il s'agit des opérateurs nominaux qui demandent parmi leurs arguments un élément propositionnel (formellement, il s'agit de ceux dont la catégorie contient au moins un «S» à son dénominateur). Plus précisément, nous avons fixé dans notre chapitre II le cadre à l'intérieur duquel se trouvent des opérateurs susceptibles d'être utiles à notre projet. Il nous faudra cependant préciser dans quelle mesure les outils spécifiques de l'Ontologie nous obligent à affiner quelque peu les résultats de nos analyses. La catégorie N/SN, à laquelle nous ont conduit nos considérations logico-grammaticales, est en effet trop large. Nous verrons qu'il faut encore la modifier pour pouvoir exprimer le lien entre un nom et la proposition qui vient le modifier.

Dans les pages qui suivent, nous abordons successivement les trois problèmes dont nous venons de parler. L'approche est ici syntaxique, bien que nous fassions fond sur des éléments présémantiques. La question de l'interprétation formelle sera abordée ultérieurement.

III.3.1 Existence et positionnalité

Remarquons tout d'abord qu'il y a dans la notion de positionnalité telle que nous l'avons abordée plus haut une certaine ambiguïté. Tantôt, en effet, on entend par positionnalité une propriété du nom lui-même. Husserl parle par exemple des noms positionnels comme de ceux qui «visent et nomment l'objet comme existant réellement, sans pour cela être plus que de simples noms» (1962: 274). Tantôt présente-t-on la positionnalité comme relevant d'un certain *usage* du nom. Le nom est

24 *Cf. supra* III.2.1, en particulier note 2.

alors dit positionnel lorsque son usage dans une proposition implique l'affirmation de l'existence de ce qu'il dénote[25].

C'est en ce second sens que nous prenons ici la notion de positionnalité. Le choix inverse consisterait à considérer l'affirmation d'existence comme une partie intégrante du nom et il reviendrait à une opération de subordination d'en rendre compte. Pourtant, comme nous l'avons dit dans notre chapitre II, inscrire cette affirmation sous forme d'une détermination explicite du nom conduit à ajouter une redondance. En énonçant «Socrate, qui existe, est mortel», l'usage de «Socrate» n'en demeure pas moins positionnel que dans l'énoncé simple «Socrate est mortel». La positionnalité n'est pas le résultat d'une *détermination interne* à l'expression nominale mais celui d'un *usage* dans un contexte propositionnel particulier.

On peut rendre compte d'un tel usage dans l'Ontologie d'une manière relativement aisée. Tout d'abord, il est possible d'exprimer par des foncteurs de catégorie S/N des propositions d'existence telles que «Socrate existe» ou encore «les baleines existent». Sur la base de l'axiome T1, nous avons en effet posé les deux définitions suivantes:

T5: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon a \urcorner \urcorner$ Def_S

T7: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Sin}\{a\} \equiv a \varepsilon a \urcorner$ Def_S

L'expression «Den{a}», qui se lit «*a* dénote au moins un objet», «*a* n'est pas vide», permet d'exprimer l'existence en un sens large. «Sin{a}» qui se lit «*a* dénote un et un seul objet» permet d'exprimer l'existence en un sens singulier. Si l'on pose:

a =df «Socrate»

b =df «les baleines»

nous pouvons donc traduire

Socrate existe: Sin{a}

les baleines existent: Den{b}

25 Nous laissons ici de côté la version frégéenne de la positionnalité comme *présupposition* d'existence, (*cf. supra* I.6).

Enfin, on peut rendre compte de la positionnalité dans les propositions par le choix approprié de la relation d'inclusion entre noms. Nous retiendrons ici trois usages différents du nom relativement à la positionnalité. Il y a premièrement un usage *non positionnel* du nom lorsque la proposition n'implique aucune affirmation d'existence[26]. Deuxièmement, il y a un usage *positionnel au sens large* du nom, lorsqu'est impliquée une proposition d'existence au sens large (de la forme Den{a}). Et troisièmement, il y a un usage *positionnel singulier* lorsqu'est impliquée une proposition d'existence singulière (de la forme Sin{a}).

Les trois formes propositionnelles suivantes répondent respectivement aux conditions des trois usages mentionnés:

(3.1)	$a \subset b$	(proposition d'inclusion faible)
(3.2)	$a < b$	(proposition d'inclusion forte)
(3.3)	$a \epsilon b$	(proposition fondamentale ou d'inclusion singulière).

Comme on le sait l'epsilon, qui apparaît en (3.3), est inscrit dans l'Ontologie d'une manière axiomatique. Nous rappelons ici les définitions qui inscrivent les inclusions des formes (3.1) et (3.2):

T8: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \equiv \llcorner c \lrcorner \ulcorner c \epsilon a \supset c \epsilon b \urcorner \urcorner$ Def$_S$

T9: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a < b \equiv . a \subset b \wedge \mathrm{Den}\{a\} \urcorner$ Def$_S$

Les thèses qui suivent montrent que (3.1) n'implique aucune proposition d'existence, (3.2) une proposition d'existence au sens large et (3.3) une proposition d'existence singulière:

T30: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \cap \subset a \urcorner$

Il s'agit d'un lemme qui facilite la démonstration de la thèse suivante T31.

26 Comme nous l'avons dit en I.4, il est douteux qu'il existe des exemples d'un tel usage dans le langage ordinaire. Cela n'en exclut pas pour autant la possibilité logique que nous avions admise.

Démonstration:

1.	a	c	cε∩	hyp
2.			⌊b⌋ ⌜~(bε∩)⌝	T24
3.			~(cε∩)	2, ⌊ ⌋e, b/c
4.			cεa	1, 3, ~e (*ex falso*...)
5.			cε∩ ⊃ cεa	1-4, ⊃i
6.			⌊c⌋ ⌜cε∩ ⊃ cεa⌝	1-5, ⌊ ⌋i
7.			⌊ab⌋ ⌜a⊂ b ≡ ⌊c⌋ ⌜cεa ⊃ cεb⌝ ⌝	T8
8.			∩⊂a≡ ⌊c⌋ ⌜cε∩ ⊃ cεa⌝	7, ⌊ ⌋e, a/∩, b/a
9.			∩⊂a	6, 8, Det
10.		⌊a⌋ ⌜∩⊂a⌝		1-9, ⌊ ⌋i

T31 montre que la proposition d'inclusion faible n'implique pas que son sujet ait une quelconque dénotation. Autrement dit, elle n'implique même pas la proposition d'existence la plus faible.

T31: ~ ⌊ab⌋ ⌜a ⊂ b ⊃ Den(a)⌝

Démonstration:

1.		⌊ab⌋ ⌜a⊂ b ⊃ Den(a)⌝	hyp
2.		∩⊂b ⊃ Den(∩)	1, ⌊ ⌋e, a/∩
3.		⌊a⌋ ⌜∩⊂a⌝	T30
4.		∩⊂b	3, ⌊ ⌋e, a/b
5.		Den(∩)	2, 4, ⊃e
6.		⌊a⌋ ⌜Den(a) ≡ ⌊∃b⌋ ⌜bεa⌝ ⌝	T5
7.		Den(∩) ≡ ⌊∃b⌋ ⌜bε∩⌝	6, ⌊ ⌋e, a/∩
8.		⌊∃b⌋ ⌜bε∩⌝	5, 7, Det
9.		~ ⌊b⌋ ⌜~(bε∩)⌝	8, ∃def
10.		⌊b⌋ ⌜~(bε∩)⌝	T24
11.	~ ⌊ab⌋ ⌜a⊂ b ⊃ Den(a)⌝		1, 9, 10, ~i

La thèse suivante T32 montre que la proposition d'inclusion forte implique l'existence d'une dénotation de son sujet. Nous ne présentons pas ici sa démonstration qui est tout à fait évidente à partir de la

définition de «<», T9. Par ailleurs l'observation de T9 nous convainc également qu'une proposition «a<b» n'implique pas nécessairement une proposition d'existence singulière, ce qu'exprime T33.

T32: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a<b \supset Den\{a\} \urcorner$

T33: $\sim \llcorner ab \lrcorner \ulcorner a<b \supset Sin\{a\} \urcorner$

Pour terminer, T34 montre que la proposition fondamentale «aεb» implique l'existence singulière de son sujet:

T34: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \supset Sin\{a\} \urcorner$

On trouve généralement cette thèse sous la forme simplifiée:

T34*: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \supset a \varepsilon a \urcorner$

Démonstration:

1.	ab	$a \varepsilon b$	hyp
2.		$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner$	1, ∃i
3.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner \supset a \varepsilon a \urcorner$	T20
4.		$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner \supset a \varepsilon a$	3, $\llcorner \lrcorner$e
5.		$a \varepsilon a$	2, 4, ⊃e
6.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner Sin\{a\} \equiv a \varepsilon a \urcorner$	T7
7.		$Sin\{a\} \equiv a \varepsilon a$	6, $\llcorner \lrcorner$e
8.		$Sin\{a\}$	5, 7, Det
9.		$a \varepsilon b \supset Sin\{a\}$	1-8, ⊃i
10.		$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \supset Sin\{a\} \urcorner$	1-9, $\llcorner \lrcorner$i

Enfin, relevons qu'il est possible d'inscrire dans l'Ontologie une infinité de relateurs d'inclusion différents, se rapportant à une infinité d'usages positionnels différents. On peut, par exemple, inscrire une relation pour laquelle le sujet de la proposition obtenue devra dénoter une pluralité d'objets, ou encore un nombre compris entre 13 et 47 objets.

La thèse T36 inscrit un relateur «→» qui correspond au premier de ces deux cas. Pour l'introduire nous passons tout d'abord en T35 par l'inscription d'un nouveau foncteur d'existence «Den$^+$» qui produit des propositions d'existence plurielle (on aura «Den$^+${a}» si et seulement si «a» est un nom pluriel).

T35: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner Den^{+}\{a\} \equiv .\ Den\{a\} \wedge \sim Sin\{a\} \urcorner$ Def_N

T36: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \rightarrow b \equiv .\ a \subset b \wedge Den^{+}\{a\} \urcorner$ Def_N

Nous parlerons de «→» comme de la relation d'*inclusion plurielle*. Le sujet d'une proposition «a→b» est dans un usage positionnel pluriel.

III.3.2 La détermination en nombre et l'article défini[27]

Dans notre chapitre II, nous avons distingué concernant la détermination dans le langage naturel deux familles différentes de fonctions. Il y a d'une part les fonctions de *caractérisation*; c'est parmi celles-ci que nous avons reconnu des fonctions de subordination. De l'autre, il y a celles que nous avons qualifiées d'*actualisation*[28]. Il s'agit essentiellement de la détermination en nombre et nous avons admis qu'en français tout au moins, c'est l'article qui en est le foncteur privilégié.

Il est souvent difficile de distinguer la question de la positionnalité de celle de la détermination en nombre. Il s'agit pourtant de deux notions logiquement distinctes. Contrairement à la positionnalité, la détermination en nombre ne se rapporte pas à un usage du nom mais au nom lui-même.

La difficulté vient du fait que l'on utilise souvent les deux notions à travers des termes identiques. Lorsque nous parlons, par exemple, d'un nom *singulier*, on ne sait souvent pas très bien si on entend par là un nom qui désigne effectivement un et un seul individu ou alors – et la chose est très différente – un nom qui est tel que, s'il dénote quelque chose, alors il ne peut s'agir que d'un objet unique.

Les exemples pour ce dernier cas sont aisément imaginables. Le nom «Socrate» est considéré, de par nos habitudes linguistiques, comme un nom propre. Il ne peut désigner qu'un et un seul individu (par ailleurs nous savons qu'il en désigne effectivement un et un seul).

Un exemple plus intéressant est celui du nom «Jean Galmot». Tout locuteur français y reconnaît un nom propre, c'est-à-dire un nom qui, s'il

27 Afin d'alléger la présentation, nous avons placé certaines des longues démonstrations à venir dans l'annexe III.

28 *Cf. supra* II.1.

dénote, dénote un et un seul individu (en écartant la question des homonymes). Nos éventuels souvenirs littéraires risquent fort de laisser planer en nous un doute quant à savoir si «Jean Galmot» dénote effectivement un individu de l'histoire de la Guyane française ou s'il s'agit d'un nom fictif issu d'un roman de Blaise Cendrars (1930).

Si l'absence d'article apparaît généralement, en français, comme une marque de détermination singulière, de nombreuses langues disposent également, avec l'article défini, d'une marque explicite de cette détermination. On pense alors évidement aux fameux exemples de Russell:

(3.4) L'actuel roi de France est chauve
(3.5) L'auteur de *Waverley*

Ceux-ci sont également des noms singuliers, déterminés comme tels, non pas en ce sens qu'ils dénotent effectivement un et un seul individu mais que, s'ils dénotent, ce ne peut être qu'un et un seul individu.

L'idée consiste alors à disposer dans l'Ontologie de foncteurs spécifiques de la détermination en nombre. Il s'agit d'une fonction qui est généralement remplie en français par les articles «le» et «les». Elle peut également l'être par un numéral ou un démonstratif[29]. Comme nous l'avons dit, la détermination en nombre se rattache au nom lui-même, il s'agit d'une fonction nominale.

Par le biais de la catégorie N/N, il est possible dans l'Ontologie d'inscrire une multitude de foncteurs de détermination en nombre. En s'inspirant partiellement de la grammaire, nous distinguerons ici trois cas. Le premier est l'absence de détermination en nombre. Le nom tel qu'il apparaît comme un symbole unique, en l'absence de tout modificateur, peut être dans l'Ontologie vide, singulier ou pluriel[30]. La potentialité de son nombre reste en effet indéterminée. Le second cas qui nous intéresse est celui de la détermination singulière. Nous introduirons à cet effet un foncteur spécifique qui correspond à un usage de l'article défini «le». Enfin troisièmement, nous inscrirons un foncteur de

29 Sur le démonstratif comme amalgame, *cf. supra* II.1 et Wilmet (1985: 23).

30 A notre avis, on ne rencontre dans le langage naturel aucun cas de nom de ce genre, sans détermination aucune. D'un point de vue logique, il s'agit de l'expression la plus simple d'un nom. La seule chose que l'on puisse en dire est qu'il est de catégorie N.

détermination plurielle, correspondant à un usage de l'article «les». Il déterminera le nom de sorte que s'il dénote, ce ne pourra être qu'une pluralité d'objets (c'est-à-dire au moins deux). Nous posons alors les définitions ontologiques suivantes:

T37: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon \text{ le } [b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \text{Sin}\{b\} \urcorner$ Def_S

T38: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon \text{ les } [b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \sim\text{Sin}\{b\} \urcorner$ Def_S

Les expressions «le [b]» et «les [b]» sont des expressions nominales. La première est un nom singulier si elle dénote, la seconde un nom pluriel si elle dénote. Les thèses suivantes, T39 et T40, montrent que les définitions ci-dessus expriment effectivement ce qui en est attendu:

T39: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \text{Den}\{\text{le } [a]\} \supset \text{Sin}\{a\} \urcorner$
(démonstration en annexe III).

L'expression «le [a]» dénote uniquement lorsque «a» est singulier.

T40: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \text{Den}\{\text{les } [a]\} \supset \text{Den}^{+}\{a\} \urcorner$
(démonstration en annexe III).

L'expression «les [a]» dénote uniquement lorsque «a» est pluriel.

En plus des trois cas que nous avons envisagés (absence de détermination en nombre, détermination singulière et détermination plurielle), il convient d'examiner encore la possibilité d'un foncteur de détermination *vide*. Il s'agit d'un foncteur N/N dont le résultat est une expression nominale qui ne peut dénoter aucun objet. Le langage naturel ne possède pas, à notre connaissance, de marque de ce genre et il est difficile en fait de comprendre intuitivement le sens pratique d'une telle détermination. On peut cependant en proposer une définition dans l'Ontologie:

T41: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon \text{ v}[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a) \wedge b{=}b \urcorner$ Def_N

Ce cas est cependant tout à fait particulier dans la mesure où la signification de «v[b]» est toujours la même quelle que soit celle de l'argument «b»[31]. L'Ontologie possède par ailleurs une constante pour exprimer cette signification. Il s'agit de la constante «$\cap$» de catégorie N,

31 Le troisième membre de la conjonction dans le *definiens* (b=b) n'a aucune importance significative. La règle de définition nous oblige cependant à mentionner toute variable du *definiendum* dans le *definiens*.

que nous avons appelée le nom vide. Sa définition, que nous rappelons ci-dessous, est d'ailleurs tout à fait similaire à celle de «v»:

T14: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a\varepsilon\cap \equiv_{\cdot} a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a)\urcorner$ $\quad Def_N$

«v» exprime simplement par le biais de la catégorie *S/N* ce que «$\cap$» exprime sous forme de constante N. Et il est évident que l'on peut montrer la thèse suivante:

T42: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner v[a] \approx \cap \urcorner$

Autrement dit, quel que soit a, «v[a]» et «$\cap$» entretiennent une relation d'identité *faible.*

Bien entendu, au-delà des choix que nous avons faits ici, il est possible d'inscrire une infinité de foncteurs exprimant des déterminations en nombre différentes. En particulier, on pourrait inscrire des foncteurs de détermination attachés à un nombre spécifique d'objets dénotés (les-2, les-3, etc.), ou encore à des intervalles numériques continus ou non (les-2-à-13, les-3-ou-7, etc). Nous laissons cependant ici ces possibilités de côté.

Voyons, pour terminer, comment les foncteurs que nous avons inscrits permettent de traduire adéquatement le rôle des articles définis dans des exemples comme ceux de Russell. Imaginons tout d'abord que nous disposions de deux constantes nominales définies conventionnellement comme suit:

a =df actuel roi de France
b =df auteur de *Waverley*

On traduira alors les expressions nominales de Russell:

(3.4) L'actuel roi de France : le [a]
(3.5) L'auteur de *Waverley* : le [b]

Les expressions «le [a]» et «le [b]» sont déterminées singulièrement. Autrement dit, rien ne dit si elles dénotent effectivement, mais si elles dénotent, ce ne peut être qu'un et un seul individu.

Un énoncé comme «Scott est l'auteur de *Waverley*» prendra dans l'Ontologie la forme suivante:

(3.6) s ε le [b]

En vertu des conditions qui pèsent sur l'epsilon et de la définition du foncteur «le», une telle expression ne pourra être vraie qu'à condition que:

- s dénote effectivement un et un seul individu,
- b dénote effectivement un et un seul individu,
- l'individu dénoté par s est également dénoté par b.

Examinons encore un autre cas et posons pour ce faire:

c =df auteur des *Principia*
r =df Bertrand Russell

Nous pouvons alors considérer les deux expressions propositionnelles suivantes:

(3.7) r ε le [c]
(3.8) r ε les [c]

L'expression (3.7) est une proposition fausse car «le [c]» est un nom vide. Il y a en effet plusieurs individus qui sont dénotés par «c»: Bertrand Russell mais aussi Alfred North Whitehead. (3.8) par contre est une proposition vraie puisque «les [c]» dénote effectivement une pluralité d'individus dont celui dénoté par le nom singulier «r».

Ces derniers exemples nous donnent encore l'occasion d'évoquer le cas des articles indéfinis «un» et «des». S'il n'est, à notre sens, pas adéquat d'en rendre compte par le biais de foncteurs N/N spécifiques, il est possible de le faire à l'aide des foncteurs dont nous disposons déjà. En effet, (3.7) et (3.8) sont les traductions des énoncés suivants:

(3.7) r ε le [c] : Russell est **l'**auteur des *Principia*
(3.8) r ε les [c] : Russell est **un (parmi les)** auteurs des *Principia*

Et si l'on dispose du nom pluriel

b =df Whitehead et Russell

nous pouvons considérer

(3.9) b < les [c]

qui traduit un énoncé comme «Whitehead et Russell sont **des** auteurs des *Principia*». Cette proposition est vraie dans la mesure où Whitehead et Russell sont tous deux **un (parmi les)** auteurs des *Principia*. Notons par

ailleurs qu'elle resterait vraie si les *Principia* avaient été écrits par trois auteurs, c'est pourquoi (3.9) traduit effectivement un énoncé contenant l'article indéfini «des»[32].

Ajoutons que, pour examiner la détermination en nombre, nous avons volontairement ignoré le caractère complexe des expressions comme «auteur de *Waverley*», «actuel roi de France» ou «auteur des *Principia*». L'examen de telles expressions ne sera possible qu'avec les fonctions de subordination que nous introduisons dans la suite.

III.3.3 La catégorie S/N

Avant de poursuivre, il nous faut dire quelques mots de la catégorie S/N dont nous avons jusqu'ici inscrit plusieurs constantes. Une telle catégorie peut sembler avoir dans l'Ontologie un caractère hybride. Nous avons vu qu'il est possible en effet d'y inscrire des foncteurs qui, comme «Sin» ou «Den», sont à comprendre comme des foncteurs d'existence. D'autre part, comme dans la logique des prédicats, le sens d'un foncteur S/N peut également être celui d'une propriété: «être sage», «être mortel», «être un animal». Il semble donc que sous une même catégorie puisse figurer des foncteurs d'une nature assez différente. D'une part, il y a des propriétés au sens habituel du terme, dont on pourra dire qu'elles satisfont ou non tel ou tel objet, d'autre part des propriétés qui ne se rapportent pas à des objets mais à des noms. «Den{a}» par exemple n'est pas vraie en vertu d'une propriété de ce qui est dénoté par «a» mais en vertu du fait que «a» est un nom qui n'est pas vide.

Cette diversité s'explique aisément si l'on considère qu'un foncteur S/N ne prend pas uniquement pour arguments des noms dans le sens restreint de la logique classique des prédicats. Comme on le sait, la catégorie des noms dans l'Ontologie ne recouvre pas simplement des noms singuliers mais également des noms pluriels et des noms vides. De même, la catégorie S/N ne recouvre pas uniquement des propriétés d'objets individuels mais également des foncteurs qui sont satisfaits par des noms pluriels ou vides.

32 Nous considérons ici «des» comme signifiant «des (parmi les)».

Propriétés d'objets et propriétés de noms

Il est alors utile de pouvoir distinguer dans S/N ce que nous appellerons d'une part des *propriétés d'objets* (qui correspondent aux propriétés dans le sens classique du terme), d'autre part des *propriétés de noms*. Nous inscrivons dans ce but la définition du foncteur suivant[33]:

T43: $_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner}\ \ulcorner \mathrm{Po}\leftarrow\Psi\rightarrow \equiv {}_{\llcorner}a_{\lrcorner}\ \ulcorner \Psi\{a\} \supset a\epsilon a\urcorner\urcorner$ Def$_S$

Le foncteur «Po» est de catégorie S/(S/N) et l'expression «Po←Ψ→» exprime le fait que «Ψ» est une propriété d'objets. Nous avons en effet «Po←Ψ→» si et seulement si le foncteur «Ψ» n'est satisfait que par des noms singuliers.

Bien que ressortissant de la catégorie S/N, les foncteurs d'existence ne constituent pas dans l'Ontologie des propriétés au sens classique ou habituel du terme. S'il s'agit bel et bien de propriétés, elles s'appliquent en fait non pas à des objets mais aux noms eux-mêmes. La notion d'existence trouve dans l'Ontologie un sens logique précis, celui d'une propriété de nom et la diversité des foncteurs d'existence permet d'exprimer d'une manière nuancée différents jugements d'existence. Avec «Den{a}» nous exprimons que «a» n'est pas vide ou encore que «a» dénote au moins un objet, avec «Den$^+${a}» que «a» dénote une pluralité d'objets.

La distinction entre propriétés d'objets et propriétés de noms ne va cependant pas sans difficulté. Le foncteur «Sin» d'existence singulière se présente à ce propos comme un cas tout à fait particulier. Certains auteurs[34] hésitent en effet entre deux lectures de l'expression «Sin{a}»: la lecture d'existence singulière d'une part, «il existe un et un seul a», ou alors une lecture sous forme de propriété au sens classique, «a est un objet». Le foncteur «Sin» nous apparaît en fait comme un cas limite. Sur la base de la définition T43, on peut, il est vrai, montrer que «Sin» est une propriété d'objets:

33 On trouve une définition similaire chez plusieurs auteurs, en particulier Küng (1967: 124) et Slupecki (1955: 108).

34 *Cf.* par exemple Henry (1972: 15).

T44: Po ⟨Sin⟩

Démonstration:

1.	$\llcorner\Psi\lrcorner\ \ulcorner Po\langle\Psi\rangle \equiv \llcorner a\lrcorner\ \ulcorner\Psi\{a\} \supset a\varepsilon a\urcorner\urcorner$	T43
2.	$Po\langle Sin\rangle \equiv \llcorner a\lrcorner\ \ulcorner Sin\{a\} \supset a\varepsilon a\urcorner$	1, $\llcorner\ \lrcorner$e, Ψ/Sin
3.	a | Sin{a}	hyp
4.	a | $\llcorner a\lrcorner\ \ulcorner Sin\{a\} \equiv a\varepsilon a\urcorner$	T7
5.	a | Sin{a} ≡ aεa	4, $\llcorner\ \lrcorner$e
6.	a | aεa	3, 5, Det
7.	Sin{a} ⊃ aεa	3-6, ⊃i
8.	$\llcorner a\lrcorner\ \ulcorner Sin\{a\} \supset a\varepsilon a\urcorner$	3-7, $\llcorner\ \lrcorner$i
9.	$Po\langle Sin\rangle$	2, 8, Det

On peut comprendre le foncteur «Sin» soit comme un foncteur d'existence («Sin{a}»: «*a* est un nom singulier») soit comme l'expression d'une propriété. Cette propriété est cependant tout à fait particulière puisque tombent dans son extension tous les objets (s'il en est) de l'univers considéré, autrement dit, tous les éléments du domaine d'objets. La lecture «propriétale» de «Sin» est donc «être un objet»; c'est la propriété la plus générale qui puisse être conçue de manière extensionnelle sur un domaine. On voit ici un point de rencontre entre l'extensionnalité du système et l'intensionnalité attachée à la «lecture propriétale»: être un objet, c'est ici pouvoir être désigné par un nom singulier et ceci est le cas de tout élément du domaine d'objets[35].

Par ailleurs, il est possible de montrer que certaines constantes de la catégorie S/N ne sont pas des propriétés d'objets. C'est ce qu'exprime T46. Pour ce faire, il suffit d'exhiber une constante Ψ telle que $\sim Po\langle\Psi\rangle$. Contrairement à ce qu'on pourrait peut-être attendre, un foncteur comme «Den» n'est pas un bon candidat pour cela. La raison en est qu'aucune des expressions suivantes n'est une thèse de l'Ontologie:

(3.10) Po ⟨Den⟩
(3.11) ~Po ⟨Den⟩

35 En parlant ici de *domaine d'objets* nous faisons appel à une notion sémantique dont il sera question plus loin. *Cf. infra* III.4

Les thèses de l'Ontologie, avons-nous dit, valent également sur un univers vide d'objets. Or, en examinant T43, on constate que (3.11) ne peut être vraie que s'il y a un nom «a» tel que Den{a}. La thèse T45 inscrit par contre un foncteur qui est un bon candidat pour la démonstration[36] de T46.

T45: $_{\llcorner}a_{\lrcorner}\ulcorner v\{a\} \equiv {}_{\llcorner}b_{\lrcorner}\ulcorner\sim(b\varepsilon a)\urcorner\urcorner$ Def$_S$

T46: $\sim{}_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner}\ulcorner Po\ \leftarrow\Psi\rightarrow\urcorner$

Il y a donc dans l'Ontologie des constantes représentant les deux sortes de foncteurs S/N: propriétés d'objets d'une part, propriétés de nom de l'autre.

Partie objectuelle

Ajoutons que certains foncteurs S/N qui ne sont pas des propriétés d'objets au sens de la définition T43 peuvent néanmoins enfermer ce qu'on peut appeler une *partie objectuelle*. Nous entendons par là que certains foncteurs qui sont satisfaits par des noms pluriels ou vides peuvent parfois l'être aussi par des noms singuliers. Il peut alors s'avérer utile de ne retenir, dans certaines circonstances, que la *partie objectuelle* de tels foncteurs. Nous inscrirons dans ce but «Part$_O$», un foncteur qui appartient à la catégorie paramétrée (S/N)/(S/N):

T47: $_{\llcorner}\Psi\ a_{\lrcorner}\ulcorner Part_O\leftarrow\Psi\rightarrow\{a\} \equiv .a\varepsilon a \wedge \Psi\{a\}\urcorner$ *Def$_S$

L'expression «Part$_O\leftarrow\Psi\rightarrow$» est un foncteur S/N complexe: la partie objectuelle de Ψ. On pourrait montrer aisément que, quel que soit Ψ, Part$_O\leftarrow\Psi\rightarrow$ est une propriété d'objets; ce qu'exprime T48:

T48: $_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner}\ulcorner Po\leftarrow Part_O\leftarrow\Psi\rightarrow\rightarrow\urcorner$

Si l'intérêt théorique des distinctions abordées dans ces pages est incontestable, nous verrons encore dans la suite comment elles permettent d'éclaircir certains problèmes liés à la subordination.

36 La démonstration est désormais aisée et nous la laissons au lecteur. Ajoutons que le foncteur «v» de T45 n'est pas le même que celui de T41. L'ambiguïté est évitée grâce à un usage différencié des parenthèses.

III.3.4 Les foncteurs de subordination

Par les analyses logico-grammaticales de notre chapitre II, nous avons soutenu que le relatif constitue en français le foncteur principal de la subordination logique. Nous avons également montré que deux solutions, équivalentes d'un point de vue applicatif, sont adéquates quant à sa catégorisation. La solution paramétrée (en (N/N)/S) permettait, en outre, de montrer que l'ordre des arguments a une importance fonctionnelle et que la solution binaire convenable est la catégorie N/SN (*cf. supra* II.5).

Grâce à ces deux solutions, il était possible de confirmer le relatif dans sa position de foncteur essentiel de la subordination. D'autres éléments de détermination (adjectifs, substantifs, épithètes, etc.) apparaissaient alors comme des expressions contractées de subordination logique. Tout ceci nous permet désormais de prendre l'exemple de la relative en français, ainsi que sa catégorie N/SN, comme un fil conducteur pour le but que nous nous sommes fixé ici: l'inscription dans notre calcul des noms de foncteurs de subordination.

Adéquation catégorielle

Cela dit, si l'analyse catégorielle des formes linguistiques est certainement une manière adéquate de fixer un cadre à notre travail de formalisation, elle ne nous donne cependant pas toute l'information nécessaire. L'analyse des formes linguistiques pose des contraintes qui ne sont pas toujours compatibles avec la perspective logique et il est un aspect sur lequel il nous faut corriger un peu les choses.

Comme nous l'avons relevé, le relatif constitue en français un amalgame fonctionnel. Il comprend d'une part un foncteur de subordination (c'est celui qui tombe sous la catégorie N/SN), de l'autre un pronom anaphorique (que nous avons catégorisé en N). Sans cette distinction et sans la catégorisation du pronom en N, il eut été impossible de voir en la relative une proposition complète et donc d'inscrire S comme la catégorie d'un des arguments du foncteur de subordination.

Si cette analyse convient bien pour la grammaire, elle est partiellement inadéquate d'un point de vue logique. L'analyse grammaticale demande en effet que chaque unité linguistique reconnue reçoive une

catégorie spécifique. Le pronom anaphorique tombe alors sous la catégorie N, car il joue dans la relative la fonction linguistique d'un syntagme nominal.

L'approche logique considère les pronoms anaphoriques d'une manière différente. Dans le cas qui nous intéresse, l'élément anaphorique constitue ce qu'on peut nommer un *pronom référentiel*. Comme le dit Neale: «pronouns anaphoric on referring expressions are themselves referring expressions» (1990: 165). Et il précise un peu plus loin: « a pronoun that has as its antecedent a referring expression refers to the same thing as its antecedent» (1990: 168).

C'est à un élément de ce type que nous avons affaire avec la partie pronominale du relatif, car son antécédent est bien une expression référentielle. Et, s'il est pour la grammaire un élément de catégorie N, l'analyse logique doit pouvoir exprimer son caractère anaphorique, autrement dit, le lien qu'il entretient avec son antécédent. De cela justement la catégorisation choisie ne peut en fait pas rendre compte dans le formalisme. En adoptant la catégorie N/SN, nous pourrions par exemple poser la définition ontologique suivante:

$$\textbf{T49: } {}_{\llcorner}abp_{\lrcorner}\,{}^{\ulcorner}a\varepsilon^{*}\underline{\leq}pb\underline{\geq} \equiv .a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge p^{\urcorner} \qquad \mathrm{Def}_{N}$$

L'expression «*$\underline{\leq}$pb$\underline{\geq}$» ne pourrait cependant nous mener qu'à une analyse bien trop superficielle des cas de subordination qui nous intéressent. En choisissant pour «*» la catégorie N/SN, on peut en effet faire figurer comme premier argument n'importe quelle proposition. Il n'est pas possible d'exprimer le fait qu'elle entretient ou non un lien de dépendance à l'égard d'un antécédent qui est ici le second argument. La lecture du *definiens* nous montre que «*» est loin de représenter une subordination au sens où nous l'avons entendue: «*$\underline{\leq}$pb$\underline{\geq}$» dénote tout ce que «b» dénote à condition que nous ayons p. On voit combien l'absence de relation exprimée entre «p» et «b» rend le sens de «*$\underline{\leq}$pb$\underline{\geq}$» beaucoup trop large.

C'est en prenant en compte le lien anaphorique que nous pouvons remédier à cela, et il nous faut pour ce faire modifier la catégorie du foncteur relatif. D'un point de vue logique, un pronom anaphorique référentiel ne constitue pas un nom à part entière. Il s'agit en fait d'une marque qui indique dans un énoncé une place nominale vide. Si un

énoncé contenant un tel pronom peut constituer pour la grammaire une phrase complète (ou une proposition au sens de la grammaire), il ne peut pour la logique qu'être considéré comme une expression propositionnelle incomplète. Celle-ci est incomplète car elle enferme une place nominale vide ou à saturer.

Une expression incomplète en ce sens s'exprime dans l'Ontologie sous une forme «Ψ{–}». Grâce au choix de parenthèses spécifiques, délimitant une place unique d'argument, «Ψ{–}» ne peut être qu'une expression qui, complétée par un nom, produit une proposition (*cf.* annexe II). «Ψ» est donc un foncteur de la catégorie S/N.

En conclusion, ce n'est pas un premier argument de catégorie S que doit recevoir le foncteur recherché, mais un argument de catégorie S/N. Nous verrons qu'il est alors possible d'expliciter formellement ce que le langage naturel exprime sous la forme d'un lien anaphorique. La recherche d'une définition adéquate se fera donc sur la base de la catégorie N/(S/N)N. En version paramétrée, on obtient (N/N)/(S/N).

Vers une définition

L'élaboration d'une définition suppose généralement des indications présémantiques précises. Se baser directement sur des exemples de relatives et sur les intuitions présémantiques que nous en avons peut s'avérer d'une certaine complexité. En effet, les valeurs sémantiques qui entrent en jeu dans un énoncé contenant une relative sont d'une assez grande diversité et demandent à être analysées séparément. L'expression nominale contenant une relative est toujours considérée dans un certain contexte, autrement dit elle dépend plus ou moins directement d'un verbe. De plus, comme nous l'avons dit, elle tombe tout entière dans le champ d'un article[37]. Enfin, insérée dans ces différents aspects, nous trouvons la question de la subordination proprement dite.

Cela dit, les éléments que nous avons posés précédemment nous permettent de découper les problèmes. Tout d'abord, nous avons vu comment il est possible de rendre compte des différents usages d'une expression nominale relativement à la positionnalité. Par ce biais, c'est le

37 Rappelons que les relatives qui nous importent sont des relatives déterminatives. Sur le rapport de cette question avec l'article, *cf. supra* II.5.

rôle du contexte propositionnel que nous pouvons formellement expliciter. Enfin, grâce aux foncteurs de détermination en nombre, c'est le rôle de l'article dont nous pouvons rendre compte dans le langage formel. Prenons pour exemple l'énoncé (3.12).

(3.12) La maison qui est rouge est grande

En premier lieu, le traitement spécifique de la positionnalité nous permet d'extraire l'expression nominale complexe de son contexte propositionnel:

(3.13) La maison qui est rouge

Ensuite, nous reconnaissons en l'article un élément dominant qui détermine l'expression en nombre. Il reste pour terminer:

(3.14) maison qui est rouge

une expression dans laquelle la subordination est enfin la fonction principale.

Sur la base des remarques qui précèdent, concernant la catégorie du foncteur relatif, nous pouvons alors proposer l'analyse et la représentation symbolique suivantes:

(3.14)	maison	qu-	-i est rouge
	N	N/(S/N)N	S/N
	b	S	Ψ
	(un nom)	(un foncteur constant)	(un foncteur propositionnel)

En respectant l'ordre canonique foncteur-arguments, nous obtenons la représentation symbolique suivante:

(3.15) S⌈Ψb⌉

Il s'agit d'une expression nominale dans laquelle «S» est une constante qui prend pour arguments un foncteur propositionnel de la catégorie S/N ainsi qu'un nom.

Le nom «b» représente ici l'antécédent du relatif et «Ψ» la relative elle-même. Comme nous l'avons vu au chapitre II, les adjectifs et substantifs épithètes ainsi que les relatives s'opposent aux articles par le fait qu'ils constituent des déterminants de *caractérisation* du substantif.

Il n'y a cependant de rapport de subordination que lorsque cette caractérisation est, comme nous l'avons dit, *qualifiante* (*cf. supra* II.1).

D'un point de vue sémantique, il y a détermination de *qualification* lorsque nous utilisons «triangle rectangle», «médecin dentiste» ou encore «maison qui est rouge», car nous déterminons un substantif en ne retenant de ce qu'il dénote que les éléments qui satisfont une certaine propriété: «avoir un angle droit», «soigner la dentition», «être rouge». Ainsi, pour que l'expression «S⌈Ψb⌉» puisse exprimer un rapport de subordination tel que nous l'avons conçu, il convient qu'elle dénote les éléments qui d'une part sont dénotés par «b», de l'autre satisfont la propriété «Ψ». Il va alors de soi que «S⌈Ψb⌉» ne devra dénoter quelque objet que dans la mesure où «b» lui-même dénote et «Ψ» est satisfait par quelque élément au moins dénoté par «b». Dans le cas contraire, il conviendra que «S⌈Ψb⌉» soit un nom vide: «médecin dentiste» ne peut être un nom qui dénote que dans la mesure où il y a effectivement des médecins (au moins un) et que certains d'entre eux (au moins un) soignent la dentition. Sur cette base, nous pouvons désormais proposer la définition suivante du foncteur de subordination S:

T50: $\llcorner ab\Psi \lrcorner \ulcorner a\varepsilon\, S\lceil\Psi b\rceil \equiv .\, a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\}\urcorner$ Def_N

Comme prévu, «S» est une constante de foncteur nominal qui prend pour arguments un foncteur S/N ainsi qu'un nom; sa catégorie est bien N/(S/N)N. En examinant le *definiens*, on constate que la relation qui restait absente de T49 est ici exprimée par le moyen du nom «a». D'une manière informelle, il est possible de lire la thèse T50 comme: «est S⌈Ψb⌉ tout nom individuel qui à la fois est b et satisfait Ψ».

Conditions de dénotation de «S⌈Ψb⌉»

Une bonne manière de cerner la signification de «S⌈Ψb⌉» est d'examiner les conditions dans lesquelles une telle expression peut dénoter quelque objet.

Notons d'emblée que, conformément à la règle de définition ontologique (*cf. supra* III.2), il pèse sur le nom «a» de T50 une condition de singularité. Ceci a pour conséquence que le foncteur «Ψ», de catégorie S/N, ne peut opérer une *sélection* parmi les b que dans la mesure où il est satisfait au moins par quelque nom individuel. En fait, les cas signi-

ficatifs d'utilisation du foncteur de subordination «S» sont ceux dont l'argument «Ψ» est soit une *propriété d'objets*, soit au moins possède une *partie objectuelle* (i.e. soit $P_0 \epsilon \Psi$, soit $\lfloor \exists c \rfloor \ulcorner Part_0 \epsilon \Psi \ni \{c\} \urcorner$). Dans les cas contraires, «S⌈Ψb⌉» sera simplement un nom vide, car le *definiens* de T50 ne pourra être que trivialement faux (soit que «a» ne sera pas singulier, soit que «Ψ{a}» sera fausse). Nous pouvons exprimer cela par la thèse suivante:

T51: $\lfloor \Psi d \rfloor \ulcorner \sim \lfloor \exists c \rfloor \ulcorner Part_0 \epsilon \Psi \ni \{c\} \urcorner \supset v\{S\lceil \Psi d \rceil\} \urcorner$
(Démonstration en annexe III).

D'une manière générale, les éléments présémantiques dont nous avons parlé ci-dessus se retrouvent effectivement dans la définition T50. Ce que dénote l'expression «S⌈Ψb⌉» c'est *une sélection parmi les objets dénotés par «b»* et cette sélection s'opère par un foncteur «Ψ» dont nous venons de préciser les conditions. En conséquence, il nous faut désormais vérifier que «S⌈Ψb⌉» est un nom qui dénote dans l'exacte mesure où, d'une part, «b» dénote, de l'autre, «Ψ» est satisfait par quelque objet au moins dénoté par «b». Autrement dit, il nous faut vérifier que «S⌈Ψb⌉» est un nom vide si et seulement si l'une des deux conditions suivantes est remplie:

(a) «b» est un nom vide.
(b) «Ψ» n'est satisfait par aucun des objets dénotés par «b».

La thèse à vérifier est alors:

T52: $\lfloor \Psi b \rfloor \ulcorner v\{S\lceil \Psi b \rceil\} \equiv . v\{b\} \vee \lfloor a \rfloor \ulcorner a \varepsilon b \supset \sim \Psi\{a\} \urcorner \urcorner$
(Démonstration en annexe III).

Par le jeu de la contraposition nous pouvons désormais obtenir une thèse qui exprime les conditions de dénotation de «{S⌈Ψb⌉}»:

$\vdash \lfloor \Psi b \rfloor \ulcorner \sim v\{S\lceil \Psi b \rceil\} \equiv . \sim v\{b\} \wedge \sim \lfloor a \rfloor \ulcorner a \varepsilon b \supset \sim \Psi\{a\} \urcorner \urcorner$

Plus simplement, nous inscrirons la thèse équivalente suivante:

T53: $\lfloor \Psi b \rfloor \ulcorner Sin\{S\lceil \Psi b \rceil\} \equiv . Sin\{b\} \wedge \lfloor \exists a \rfloor \ulcorner a \varepsilon b \wedge \Psi\{a\} \urcorner \urcorner$

En résumé les thèses T51 à T53 nous montrent, d'une part, que les cas pertinents de subordination par «S» supposent un foncteur «Ψ» qui possède au moins une *partie objectuelle*, de l'autre que «S⌈Ψb⌉» dénote

bien une *sélection parmi les b de tout ce qui satisfait «Ψ»*, «b» ne devant pas être vide et «Ψ» être satisfait par au moins quelque b.

Ajoutons encore que le foncteur d'existence «Sin» est à nouveau ici un cas particulier. Il joue le rôle d'une sorte d'élément neutre du foncteur de subordination. Nous avons en effet la thèse suivante qui montre que «S⌈Sin b⌉» est simplement identique à «b»[38].

T54: $\llcorner b \lrcorner \ulcorner S\lceil \mathrm{Sin}\ b\rceil \approx b \urcorner$

Subordination et coordination

Concernant les expressions nominales de la forme «S⌈Ψb⌉», la thèse T51 nous indique la chose suivante: il n'y a de subordination pertinente avec le foncteur «S» que dans la mesure où «Ψ» possède au moins une partie objectuelle. Autrement dit, un foncteur S/N ne peut produire la sélection propre à la subordination que s'il exprime – au moins par une de ses parties – une *propriété d'objet*: «être rouge», «posséder un angle droit», «soigner la dentition», etc. Or l'Ontologie, comme nous le verrons dans la sémantique (*cf. infra* III.5), possède deux moyens concurrents d'exprimer des propriétés d'objets: il y a les foncteurs S/N, mais il y a également les noms eux-mêmes. Ceux-ci pouvant être singuliers, pluriels ou vides sont susceptibles d'être conçus comme des partitions du domaine d'objets; ils expriment donc également des propriétés d'objets, par le biais de leurs extensions. Il convient alors de se demander si la subordination exprimée par le foncteur «S» ne peut pas être réduite à un rapport plus simple entre extensions nominales et donc à des foncteurs de pure *coordination*. Plutôt que de traduire un énoncé comme:

(3.14) maison qui est rouge

en posant:

b =df maison
Ψ =df être rouge

pour obtenir:

(3.15) S⌈Ψb⌉

38 La démonstration en est simple et nous la laissons au lecteur.

nous pourrions songer à poser désormais:

b =df maison
c =df rouge (ce qui est rouge)

et grâce au *produit* des noms[39], obtenir cette fois:

(3.16) $\cdot[b\ c]$

Cette expression, comme (3.15), dénote bel et bien tout ce qui à la fois est une maison et est rouge. Il semble bien dans ce cas que nous aurions l'équivalence nominale:

(3.17) $S\lceil\Psi b\rceil \approx \cdot[b\ c]$

Cependant, pour vérifier une telle équivalence, il conviendrait que soit explicité formellement le rapport entre le foncteur S/N «Ψ» et le nom «c». Or ce rapport est exprimé ici d'une manière purement *conventionnelle*. Une telle réduction des propriétés d'objets aux noms prête le flanc aux mêmes objections que celles faites à Quine lorsqu'il proposait de réduire, à l'inverse, un nom comme «Socrate» à la propriété «Socratiser»[40].

De telles démarches réductionnistes (réduction aux propriétés avec Quine, réduction aux noms dans l'Ontologie) ne peuvent avoir pour but, comme le souligne Kripke, que de «réformer le langage de façon avantageuse» (1982: 18, n. 15). De plus, notre projet n'aurait pas grande pertinence s'il s'agissait de remplacer la réduction classique des noms aux propriétés par une réduction inverse des propriétés aux noms.

Comme outil de formalisation des théories, un système logique doit à notre sens être en mesure de rendre compte à la fois des noms et des propriétés. L'idée de réduire d'une manière conventionnelle les uns aux autres (que ce soit dans un sens ou dans l'autre) revient en fait à repousser un problème logique dans le champ peu maîtrisable de la traduction.

Effectuer une réduction aux noms dans l'Ontologie permet, comme nous l'avons vu, de se passer d'un foncteur de *subordination* comme «S» au profit d'une opération de *coordination*. Pourtant, il est possible

39 *Cf. supra* T28.
40 *Cf. supra* I.6.1.

d'éviter le caractère conventionnel de la réduction dans l'Ontologie. Pour ce faire, il faut pouvoir exprimer *formellement* le rapport qu'entretiennent un foncteur S/N et un nom qui expriment une même propriété d'objets.

Ceci, comme nous allons le montrer, est parfaitement réalisable mais demande l'inscription d'un second foncteur de subordination, plus élémentaire que «S». Il est donc impossible de se passer complètement de la subordination.

Noms et propriétés d'objets

Afin d'exprimer sous forme de nom la partie objectuelle d'un foncteur S/N, Sobocinski (1967: 194) propose d'inscrire un foncteur d'une nouvelle catégorie: N/(S/N). Nous empruntons ici à Henry (1972: 42) l'expression symbolique «Trm»[41] de ce foncteur:

T55: $\llcorner a\Psi \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon \mathrm{Trm}\ {<}\Psi{>} \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \Psi\{a\}\urcorner$ $\quad \mathrm{Def}_N$

L'expression nominale «Trm <Ψ>» dénote les objets qui satisfont la propriété «Ψ». La catégorie du foncteur «Trm», N/(S/N), nous indique par ailleurs qu'il ne s'agit pas d'un foncteur de coordination mais bien de subordination. La sélection qu'opère le foncteur S/N dans «Trm <Ψ>» ne se fait pas, comme avec «S», sur la base d'un nom antécédent, mais tout simplement sur le domaine d'objets lui-même. On peut d'ailleurs exprimer «Trm <Ψ>» comme une sélection par «Ψ» sur un antécédent particulier, la constante nominale «∪»[42]. C'est ce que montre la thèse suivante:

T56: $\llcorner \Psi \lrcorner\ \ulcorner \mathrm{Trm}\,{<}\Psi{>} \approx S\lceil \Psi \cup \rceil\urcorner$

(Démonstration en annexe III).

Lorsqu'on reprend la définition T47 du foncteur «Part_O», le rapprochement avec celle de «Trm» est immédiat. Par transitivité de la relation d'équivalence, on obtient en effet la thèse:

T57: $\llcorner a\Psi \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon \mathrm{Trm}\ {<}\Psi{>} \equiv \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{a\}\urcorner$ $\quad$ T47,T55 + Trans. équivalence

41 Sobocinski utilise pour sa part le symbole «stsf».

42 *Cf. supra* T13.

Autrement dit, «Trm <Ψ>» est bien l'expression nominale de la partie objectuelle de «Ψ». Si «Ψ» n'a pas de partie objectuelle, il est évident que «Trm <Ψ>» est alors un nom vide[43].

Grâce au foncteur «Trm» il est désormais possible d'exprimer l'équivalence suggérée par (3.17) d'une manière formellement adéquate:

T58: ⌊Ψb⌋ ⌈S⌈Ψ b⌉ ≈ · ⌊b Trm <Ψ>⌋⌉
(Démonstration en annexe III).

Par l'équivalence de T58, nous voyons que l'expression nominale « · [b Trm <Ψ>]» répond aux mêmes conditions que «S⌈Ψb⌉». Le foncteur «Trm» est donc un foncteur de subordination plus élémentaire que «S». Ce dernier foncteur continue cependant à exprimer d'une manière plus directe les rapports de subordination tels qu'on les rencontre dans le langage naturel. La nécessité du foncteur «Trm» nous montre également qu'il est impossible de se passer de la subordination lorsqu'on essaye de réduire «S» à une forme de coordination.

L'expression des notions d'une théorie ne se fait pas, dans l'Ontologie telle que nous l'avons développée, uniquement par les noms. La subordination confère au calcul des noms la possibilité d'un accès «ouvert» aux dénotations. Afin de montrer la différence, considérons l'exemple des planètes du système solaire. L'accès à une telle référence peut bien entendu se faire par le biais d'un nom pluriel simple. Ce mode d'accès suppose cependant alors que l'on puisse exhiber la liste close des

43 De même que le foncteur «Trm» permet de réduire la partie objectuelle d'une propriété S/N à un nom, le foncteur paramétré «ε» – de catégorie (S/N)/N – inscrit en T17 permet la réduction opposée. L'expression «ε ⌊b⌋» est en effet un foncteur complexe de catégorie S/N qui est satisfait précisément par les objets dénotés par «b». Tels que nous les avons définis, «Trm» et «ε» constituent des *foncteurs inverses* qui permettent d'expliciter formellement, dans un sens comme dans l'autre, les relations qu'entretiennent noms et propriétés d'objets. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer que nous avons:

⊢ ⌊a⌋ ⌈a ≈ Trm <ε ⌊a⌋>⌉
⊢ ⌊aΨ⌋ ⌈$Part_0$ ∈Ψ∋{a} ≡ ε⌊Trm <Ψ>⌋{a}⌉

Ces thèses, dont la démonstration est aisée à partir des définitions T17, T47 et T55, montrent que «Trm» et «ε» sont bien des foncteurs inverses (à condition de considérer toujours uniquement la partie objectuelle des foncteurs Ψ de catégorie S/N).

objets concernés. Dans un certain état de connaissance, le nôtre par exemple, il conviendrait alors de poser conventionnellement:

a =df Mercure, Vénus, La Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune et Pluton.

Que l'on vienne à découvrir qu'un autre objet de l'univers répond à la définition de «planète du système solaire», le nom «a» continuerait invariablement à ne désigner que les neuf objets énoncés ci-dessus. La subordination, par contre, nous permet d'accéder aux planètes du système solaire en les considérant littéralement comme *les corps célestes qui gravitent autour du soleil.* Il conviendrait alors de poser dans ce cas:

b =df corps célestes
Ψ =df graviter autour du soleil

La traduction formelle de l'expression nominale «les planètes du système solaire» ne se ferait pas simplement comme:

les [a]

mais par le nom complexe:

les [S⌈Ψb⌉]

La subordination permet ainsi, dans le calcul des noms, de rendre compte d'un accès «ouvert» ou descriptif à un ensemble de dénotation. A la différence des descriptions russelliennes, l'expression subordonnée n'est pas une facilité linguistique qui doit être éliminée du symbolisme logique. Il s'agit d'un nom à part entière dont l'accès à la dénotation est simplement *régi* par une propriété d'objets.

III.3.5 Applications

Jusqu'ici nous avons développé dans l'Ontologie un calcul des noms enrichi par l'inscription de foncteurs de subordination. Nous avons montré l'utilité d'avoir à disposition deux foncteurs différents: le foncteur «S» de catégorie N/(S/N)N et le foncteur «Trm» d'une catégorie plus élémentaire N/(S/N).

Avant de clore cette partie, il convient encore d'examiner comment s'applique notre calcul; nous le ferons ici sous deux angles différents.

Tout d'abord, il s'agit de voir comment le langage formel que nous avons développé permet d'exprimer les noms complexes que nous avons considérés dans nos exemples. Ensuite, nous montrerons qu'il est possible de résoudre les énigmes à partir desquelles Russell a développé sa théorie des descriptions. Nous verrons que les solutions obtenues sont avantageuses dans la mesure où elles ne nous contraignent pas à une réduction généralisée des expressions nominales, et surtout elles se construisent dans un système logique qui, comme nous l'avons déjà montré, échappe aux limitations relevées (*cf.* 1.6) de la logique classique des prédicats.

Expressivité

Grâce aux trois aspects que nous avons traités dans les pages qui précèdent (positionnalité, détermination en nombre et subordination), nous sommes en mesure de montrer, par des exemples, comment le travail de traduction permet de rendre compte de situations diverses avec une grande précision.

Nous avons délibérément choisi avec les cinq énoncés qui suivent des exemples qui relèvent de différents problèmes. Alors que tous contiennent au moins un nom complexe, certains sont complexes par leur sujet, d'autres par leur attribut, enfin l'un l'est par les deux à la fois. Différents cas de détermination en nombre sont également représentés. De plus, nous admettrons, dans chacun des cas examinés, un usage positionnel du sujet; celui-ci est parfois singulier, parfois pluriel. Enfin, ajoutons encore qu'il n'est pas ici dans notre intention de montrer que notre calcul permet une simplification des traductions, mais plutôt de mettre en évidence la souplesse des instruments de l'Ontologie ainsi qu'une proximité assez grande du langage symbolique avec l'usage ordinaire. Les exemples choisis sont les suivants:

(3.18) La maison rouge est grande.
(3.19) Le triangle est une figure que Pythagore affectionnait.
(3.20) Russell est un des auteurs des *Principia*.
(3.21) Whitehead et Russell sont les auteurs des *Principia*.
(3.22) La maison dont le toit est rouge est grande.

Le travail de traduction se divise en plusieurs étapes: (1) rendre compte des différentes formes de complexité dans les noms de l'énoncé; (2)

analyser leur détermination en nombre et (3) traduire le foncteur dominant en respectant l'usage positionnel qui convient.

***Exemple (3.18)**: La maison rouge est grande.*

Le nom complexe «La maison rouge» contient une subordination par l'adjectif épithète «rouge». Nous avons vu en II.2 comment on peut alors le ramener à une relative: «La maison *qui est rouge*». La détermination en nombre est singulière, ce qu'indique la présence de l'article défini. La traduction du nom complexe se fait donc comme suit:

m =df maison
Ψ =df être rouge
la maison rouge: le [S⌈Ψm⌉]

Quant à la principale, elle contient le prédicat «est grande». Une solution consiste donc à traduire:

φ =df être grand
la maison rouge est grande: φ{le[S⌈Ψm⌉]}

Cependant, l'expression obtenue ne rend pas compte d'une manière explicite de l'usage positionnel du sujet. Pour cela, il faudrait encore disposer de l'information que φ est une propriété d'objets. L'usage positionnel est généralement exprimé dans l'Ontologie par la copule epsilon. Pourtant (3.18) ne possède pas une copule «est» de la bonne catégorie S/NN, son second argument est en effet un adjectif. Dans ces cas, c'est le foncteur «Trm» qui est utilisé; il permet d'obtenir à partir du prédicat «φ» un nom qui peut alors servir comme second argument de l'epsilon. Nous obtenons alors, pour terminer, la traduction adéquate suivante:

la maison rouge est grande: le [S⌈Ψm⌉] ε Trm<φ>

***Exemple (3.19)**: Le triangle est une figure que Pythagore affectionnait.*

De manière similaire nous commençons par traduire le nom complexe (ici en position d'attribut):

f =df figure
Ψ =df être affectionné par Pythagore
figure que Pythagore affectionnait: S⌈Ψf⌉

Il convient de faire deux remarques quant à la détermination en nombre. D'une part, l'article «le» ne signifie pas ici que l'on ne considère qu'un et un seul triangle. Il désigne en fait, comme souvent en français, la pluralité des triangles. D'autre part, l'article indéfini «un» doit alors également se comprendre comme pluriel. Avant de traduire (3.19), il faut donc en faire la paraphrase suivante:

(3.19) Les triangles sont des figures que Pythagore affectionnait.

Nous traduirons donc:

t =df triangle
Les triangles sont des figures que Pythagore affectionnait: les [t] < les [S⌈Ψt⌉]

Le choix de «<» comme copule (inclusion forte, *cf.* T9), associé au foncteur «les», permet d'exprimer un usage positionnel pluriel du sujet. Enfin, c'est bien un article indéfini que nous avons traduit concernant l'attribut, puisque l'expression obtenue est vraie tout aussi bien si Pythagore n'affectionnait comme figures que les triangles que s'il affectionnait également d'autres figures.

Exemples (3.20) et (3.21): *Russell est un des auteurs des Principia.*
Whitehead et Russell sont les auteurs des Principia.

Les deux exemples contiennent dans leur attribut un même nom complexe, nous le traduisons, en passant par la paraphrase «individu qui a écrit les *Principia*»:

h =df individu (homme)
Ψ =df avoir écrit les *Principia*
auteur des *Principia*: S⌈Ψh⌉

Dans (3.20), le sujet est simple et la détermination en nombre de l'attribut complexe est singulière indéfinie. La traduction adéquate est alors:

r =df Russell
Russell est un des auteurs des *Principia*: r ε les [S⌈Ψh⌉]

Cette expression n'est vraie que s'il y a plusieurs individus qui ont écrit les *Principia* et que Russell en est un.

Le cas de (3.21) est particulièrement complexe. Tout d'abord le sujet est un nom complexe par coordination. Grâce au foncteur «+» nous pouvons le traduire:

r =df Russell
w =df Whitehead
Whitehead et Russell: +[wr]

C'est une expression nominale qui désigne à la fois Whitehead et Russell. L'article «les» de l'attribut est ici problématique. Commençons par examiner l'expression:

+[wr] < les [S⌈Ψh⌉]

Celle-ci est inadéquate pour traduire (3.21) car elle resterait vraie si Whitehead et Russell n'étaient pas les *seuls* auteurs des *Principia*. L'énoncé (3.21) exprime en fait une *identité plurielle*. Il nous faut alors choisir un relateur d'identité plurielle qui exprime également un usage positionnel. Nous disposons déjà d'un tel relateur; il s'agit de «◊», l'identité forte (*cf.* T11). Nous obtenons cette fois-ci la traduction adéquate:

Whitehead et Russell sont les auteurs des *Principia*: + [wr] ◊ les [S⌈Ψh⌉]

***Exemple (3.22)**: La maison dont le toit est rouge est grande.*

Cet exemple semble relever de la même forme que (3.18) et en effet on peut proposer la traduction similaire suivante:

m =df maison
Ψ =df avoir le toit rouge
φ =df être grand

La maison dont le toit est rouge est grande: le [S⌈Ψm⌉] ε Trm <φ>

Il semble pourtant avec cet exemple qu'une partie de l'organisation du nom complexe échappe à la traduction. En posant d'une manière conventionnelle une constante de prédicat comme signifiant «avoir le toit rouge», nous admettons comme simple une propriété qui est en fait complexe. Comme dans le cas des relatives avec *qui* et *que*, la relative introduite par *dont* est bien une proposition incomplète qui doit être rendue par un foncteur S/N. Pourtant, l'incomplétude d'une telle relative

n'est pas de la même nature. En effet, la place nominale vide ne se trouve pas ici en position de sujet ou d'attribut.

Comme nous l'avons suggéré plus haut (*cf.* II.5.3), il est possible d'analyser une expression complexe comme «la maison dont le toit est rouge» à l'aide du foncteur relatif «qu-». On obtient alors la paraphrase artificielle suivante:

*La maison qu- (le toit de -i) est rouge

On voit par une telle forme que la propriété «être rouge» ne porte pas directement dans la relative sur le pronom anaphorique «-i». Le sujet de la relative est une forme nominale complexe dont «-i» est un des constituants.

Il manque ici à l'analyse la possibilité de rendre compte de la relation qui existe entre «le toit» et «-i». Le relatif «dont» donne à la langue une grande souplesse car il permet d'associer la subordonnée au terme antécédent de multiples manières. Avec «qui» et «que» la prédication porte invariablement sur les dénotations de l'antécédent; «dont» par contre peut la faire porter sur des parties, des ingrédients ou même des objets associés aux dénotations de l'antécédent. Nous pensons par exemple aux énoncés suivants: «La maison dont la situation est idéale est grande», «La maison dont la construction a duré deux ans est grande» ou encore, «La maison dont le propriétaire est riche est grande».

Le calcul que nous avons développé jusqu'ici ne permet pas, bien entendu, de rendre compte de la pluralité de ces relations. Celles-ci ne peuvent en effet qu'échapper à l'analyse dans un système de logique pure comme l'est l'Ontologie. Seule l'adjonction d'axiomes propres est susceptible de pouvoir régler des relations telles que l'appartenance, la partition, l'association ou l'ingrédience, car celles-ci dépendent non seulement des contraintes générales de la logique mais aussi de la nature des choses et de la manière spécifique que nous avons de les considérer.

En développant, sur la base de l'Ontologie, une théorie de la relation de partie à tout – la Méréologie[44] – Lesniewski a montré la richesse de son langage logique dans un domaine spécifique d'application: celui des classes dites collectives.

44 *Cf. supra* III.2, note 2.

Si nous n'avons pas l'intention de développer ici cette perspective, nous aimerions insister sur la pertinence que peut avoir l'étude de tels systèmes appliqués dans la sémantique du langage naturel. Le cas du relatif «dont» en est à notre avis un exemple flagrant[45].

Les énigmes de Russell

Dans notre partie I.5, nous avons rappelé que Russell développe la théorie des descriptions en s'appuyant sur différentes énigmes. Cette démarche visait à montrer que ce qu'il nomme les «expressions dénotantes» sont en fait des facilités linguistiques qui doivent, en dernier lieu, être éliminées du symbolisme logique.

Dans les pages qui suivent, nous reprenons ces énigmes afin d'examiner comment elles peuvent également être résolues dans notre calcul des noms avec subordination. Les solutions que nous construisons ici ont ceci de différent qu'elles ne nécessitent pas d'enlever aux noms complexes le statut d'authentiques constituants des propositions. Des trois énigmes que nous examinons ici deux ont déjà été exposées plus haut. Il s'agit de celles des *propositions d'existence* et de *l'auteur de* Waverley[46]. Nous ajoutons comme dernière énigme celle bien connue de *la calvitie du roi de France*.

(a) Les propositions d'existence:

Cette première énigme n'est pas la plus intéressante pour notre propos. Elle trouve en effet dans l'Ontologie une solution presque triviale et qui ne fait pas appel à nos foncteurs de subordination.

L'absurdité qu'il y a selon Russell à considérer que des propositions d'existence puissent prendre pour sujets de véritables noms n'apparaît pas dans le langage de l'Ontologie. Comme nous l'avons abondamment souligné, les noms de l'Ontologie ne possèdent pas forcément de

45 Sur le relatif «dont» et l'appartenance exprimée par «de», *cf.* Joray (1996: 70-74), Miéville (1993: 85-87), Gessler (1996: 103-106). Sur anaphore et Méréologie, *cf.* Berrendonner (1995), Miéville (1999). Et sur les applications générales de la Méréologie, *cf.* Simons (1987).

46 Nous ne reprenons pas ici l'énoncé de ces énigmes et renvoyons à notre passage I.5. *Cf.* également pour une vision synthétique Russell (1905: 420-421).

dénotation. Cette caractéristique permet de concevoir l'existence non pas, bien entendu, comme une propriété d'objets, mais comme une propriété des noms eux-mêmes. Affirmer au sujet d'un certain nom qu'il satisfait un prédicat d'existence, c'est simplement affirmer que ce nom se rattache à une certaine dénotation, autrement dit qu'il n'est pas vide. En ce sens, il n'y a aucune absurdité à traduire une proposition comme «Socrate existe» tout en considérant son sujet comme un nom. On traduit alors:

a =df Socrate
Socrate existe: Sin {a}

L'expression formelle «Sin{a}» est tout simplement vraie ou fausse en vertu du fait que le nom «a» reçoit ou non un individu du domaine d'objets comme dénotation. S'il n'y a rien qui réponde à ce nom «Socrate», la proposition «Socrate existe» n'est pas absurde, elle est tout simplement fausse.

***(b) L'auteur de* Waverley:**

Comme nous l'avons vu, Whitehead et Russell construisent cette seconde énigme en considérant l'énoncé suivant, dans lequel ils voient la forme générale d'une relation d'équivalence:

(3.23) Scott est l'auteur de *Waverley*

Suivant les distinctions faites par Frege (1892), ils examinent successivement les deux interprétations possibles d'une telle relation: tout d'abord comme *identité des dénotations*, ensuite comme *équivalence entre signes*.

Le premier cas, comme ils l'ont montré, mène à l'absurdité dès lors que l'on considère «Scott» d'une part et «l'auteur de *Waverley*» de l'autre comme de véritables noms. Le dilemme obtenu est bien connu: soit en effet les deux noms désignent un individu différent et la proposition (3.23) est fausse, soit ils désignent un même individu et la proposition est vraie d'une manière aussi triviale que «Scott est Scott». Cet argument est à notre avis incontournable. Une solution peut cependant être trouvée dans l'Ontologie, non pas en rejetant le statut de nom des expressions mises en relation, mais en refusant l'interprétation de l'équivalence comme identité d'objets.

Il convient donc d'examiner la seconde possibilité, celle d'une relation d'équivalence entre signes. Commençons par traduire (3.23) dans le symbolisme de notre calcul des noms. Comme nous l'avons vu ci-dessus, nous opérons de la manière suivante:

s =df Scott
h =df homme
Ψ =df avoir écrit *Waverley*
Scott est l'auteur de *Waverley:* s = le[S⌈Ψh⌉]

L'expression formelle obtenue exprime littéralement que le nom «s» dénote le même individu que l'expression nominale complexe «l'unique homme qui a écrit *Waverley*».

Or les arguments de Whitehead et Russell contre une telle interprétation ne portent pas contre notre symbolisme. Car une expression formelle telle que «le[S⌈Ψh⌉]», si elle est bien un nom, ne peut cependant pas désigner conventionnellement n'importe quel individu. En conséquence, ainsi traduit, l'énoncé (3.23) ne peut pas être compris comme indépendant de la proposition «Scott a écrit *Waverley*», qui se traduirait «Ψ{s}»[47]. L'expression «le[S⌈Ψh⌉]» est dans notre symbolisme un nom dont la dénotation éventuelle doit satisfaire à certaines conditions explicites: il doit s'agir d'un individu ayant effectivement écrit *Waverley* et il doit être le seul à l'avoir fait.

Reste enfin à savoir si le relateur «=» utilisé pour traduire (3.23) correspond bien à ce que pouvaient en attendre les auteurs des *Principia.* Russell décrit dans «On denoting» la condition qui doit selon lui être satisfaite par la relation «d'identité» contenue dans (3.23): «If *a* is identical with *b*, whatever is true of one is true of the other, and either may be substituted for the other in any proposition without altering the truth or falsehood of that proposition» (1905: 420).

47 On pourrait soutenir à la décharge de Whitehead et Russell que, lorsqu'on considère «l'auteur de *Waverley*» comme un nom dans le langage naturel, on ne peut empêcher personne de l'utiliser pour désigner par exemple son garagiste. Pour que la communication puisse alors continuer à se faire sans ambiguïté, il faut cependant que la convention soit clairement marquée et affirmée. L'expression prend alors le statut d'élément inanalysable que l'on traduirait dans l'Ontologie par un symbole simple comme «a». Dans le cas contraire, la communication risque d'être mise en échec.

On ne comprend pas très bien ce que Russell désigne ici à l'aide de «a» et «b». S'il s'agit d'objets dénotés, comment peut-on comprendre l'intérêt qu'il y aurait à les substituer puisqu'on substitue généralement des éléments linguistiques et qu'ils sont au demeurant identiques? La citation prend un sens plus clair si l'on entend par là deux symboles, bien qu'il eut été préférable alors de les mettre entre guillemets et de parler non pas d'identité mais, par exemple, d'équivalence dénotationnelle. Comprise en ce sens, la condition énoncée est parfaitement satisfaite par la relation «=» de l'Ontologie. La thèse T59 le montre. Elle exprime que lorsque l'on a «a=b», tout ce qui peut être «dit» de l'un des noms peut également l'être de l'autre. La démonstration de T59 s'appuie sur la thèse T19 qui exprime le principe d'extensionnalité pour la catégorie N.

T19: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \llcorner c \lrcorner \ulcorner c \in a \equiv c \in b \urcorner \equiv \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner \urcorner$

T59: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a = b \supset \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner \urcorner$

Démonstration:

1.	ab | | $a = b$		hyp.
2.	| | $a \approx b \wedge \mathrm{Sin}\{a\}$		T12 + $\llcorner \lrcorner$e + 1, Det
3.	| | $a \approx b$		2, $\wedge$e
4.	| | $\llcorner c \lrcorner \ulcorner c \in a \equiv c \in b \urcorner$		T10 + $\llcorner \lrcorner$e + 3, Det
5.	| | $\llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner$		T19 + $\llcorner \lrcorner$e + 4, Det
6.	| $a = b \supset \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner$		1-5, $\supset$i
7.	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a = b \supset \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner \urcorner$		1-6, $\llcorner \lrcorner$i

En conclusion, le relateur «=» de l'Ontologie correspond bien à ce que Russell pouvait attendre de la relation exprimée par (3.23) et il n'est pas absurde de donner dans notre calcul des noms une traduction qui conserve à «Scott» et à «l'auteur de *Waverley*» le statut de nom logique, authentique constituant de la proposition.

(c) La calvitie du roi de France:

Pour commencer, examinons la description brève que fait Russell de son énigme au début de «On denoting»:

> By the law of excluded middle, either «A is B» or «A is not B» must be true. Hence either «the present King of France is bald» or «the present King of France

> is not bald» must be true. Yet if we enumerated the things that are bald, and the things that are not bald, we should not find the present King of France in either list. Hegelians, who love a synthesis, will probably conclude that he wears a wig. (1905: 420).

L'énigme porte sur l'énoncé suivant:

(3.24) L'actuel roi de France est chauve.

Russell considère que si le sujet d'une telle expression est pris comme un nom, on se trouve alors confronté à la loi du tiers-exclu. Désignons par «p» la proposition (3.24). Il est alors clair que p est une proposition fausse dans la mesure où rien dans l'extension du prédicat «être chauve» n'est désigné par «l'actuel roi de France». Nous divergeons cependant dans l'interprétation de la négation de (3.24):

(3.25) L'actuel roi de France n'est pas chauve.

Pour que la loi du tiers-exclu soit concernée, Russell est obligé de considérer que la négation contenue dans (3.25) est un opérateur propositionnel qui domine l'expression. Autrement dit, il doit interpréter (3.25) comme ~p. Or la valeur de vérité de ~p ne dépend en aucune manière de l'extension du prédicat «n'être pas chauve». Comme pour p, elle ne dépend que de l'extension du prédicat «être chauve». Ainsi, puisque rien dans l'extension de «être chauve» n'est désigné par «l'actuel roi de France», la proposition ~p est *vraie,* et le tiers-exclu est vérifié.

Pourtant, comme Russell, nous admettons que (3.24) et (3.25) sont deux propositions fausses. Nous n'interprétons cependant pas (3.25) comme ~p. La proposition (3.25) ne contient pas une négation propositionnelle mais une négation prédicative. Ainsi, effectivement, l'actuel roi de France ne se trouve ni dans l'extension de «être chauve», ni dans l'extension du prédicat négatif «n'être pas chauve». Mais (3.24) et (3.25) ne sont alors pas contradictoires, elles sont simplement contraires. Autrement dit, si elles ne peuvent pas être toutes les deux vraies, elles peuvent parfaitement être toutes les deux fausses[48].

Ce qui empêche en fait Russell de voir en (3.24) et (3.25) de simples contraires est qu'il n'admet pas dans sa logique les noms vides. Dans

48 Sur les oppositions basées sur la négation prédicative, *cf.* Frey (1987).

notre calcul des noms, la solution à l'énigme est toute simple et passe par les traductions suivantes:

h =df homme
Ψ =df être actuellement roi de France
φ =df être chauve

L'actuel roi de France: le [S⌈Ψh⌉]
L'actuel roi de France est chauve: le [S⌈Ψh⌉] ε Trm <φ>
L'actuel roi de France n'est pas chauve: le [S⌈Ψh⌉] ε ¬ [Trm <φ>]

L'une comme l'autre des expressions obtenues est fausse dans la mesure où «le [S⌈Ψh⌉]» est un nom vide. Et le tiers-exclu n'est pas mis à mal puisque, rappelons-le, nous avons la thèse:

T27: ~ ⌊ab⌋ ⌈a εb ∨ aε¬[b]⌉

Ainsi, si comme Russell nous échappons aux synthèses des hégéliens, nous avons également montré qu'il n'est pas nécessaire pour résoudre ses énigmes d'exclure les noms complexes des constituants authentiques de la proposition. Le calcul des noms avec subordination est donc une alternative adéquate à la théorie des descriptions.

III.4 Quantification et interprétation

III.4.1 Domaines de quantification

L'interprétation de la quantification dans les systèmes de Lesniewski, et en particulier dans l'Ontologie, est une matière centrale mais délicate. Comme nous l'avons dit, cependant, il nous est nécessaire de disposer d'une caractérisation solide de la quantification dans la visée d'offrir, par la suite, une solution au problème de l'interprétation de l'Ontologie (*cf. infra* III.5).

Cette réflexion est indispensable si nous voulons être en mesure de valider sémantiquement les choix syntaxiques auxquels nous avons été amenés concernant les opérations de subordination logique. C'est pourquoi nous y consacrons ici une discussion d'une certaine ampleur.

Dans un premier temps, nous nous engagerons dans une analyse des deux versions les plus connues de la quantification: d'une part la quantification classique (dite *objectuelle* ou *référentielle*), de l'autre la quantification *substitutionnelle*. Sur la base de ces deux versions, nous montrerons comment on peut concevoir une interprétation possible de la quantification de l'Ontologie. Nous parlerons alors de la version *catégorielle* de la quantification. Dans les pages qui viennent, nous avons choisi comme fil conducteur une notion sémantique intimement liée à la notion de quantification. Il s'agit de la notion de *domaine de quantification*.

Toute interprétation d'une certaine version syntaxique de la quantification pose à notre avis la question de la détermination d'un domaine de quantification. Pour interpréter des formules comme:

$(\exists x)A(x)$
ou
$(\forall x)A(x)$

il est nécessaire, en effet, de disposer d'un certain nombre de valeurs que sont susceptibles de prendre la ou les variables qui sont liées par la quantification. Cette affirmation est peut-être sujette à caution, elle nous

paraît cependant largement raisonnable et nous l'assumerons ici comme point de départ de notre propos.

Bien entendu, il ne s'agit pas de présumer d'emblée de la nature des valeurs en question, mais simplement de constater qu'au sujet d'une expression comme «(∃x)A(x)», il est affirmé par l'interprétation qu'un certain élément au moins satisfait (dans un sens qui reste à préciser) la formule ouverte «A(x)».

III.4.2 La quantification objectuelle

La version classique de la quantification se caractérise sur ce plan par deux aspects dont nous reprenons la description à Engel (1989: 84):

a) Les variables de quantification apparaissent seulement à des places susceptibles d'être occupées par des *noms* du langage considéré.

b) Les phrases quantifiées sont vraies en vertu de l'existence d'*objets* qui satisfont les phrases ouvertes et les prédicats correspondants.

Autrement dit, dans «(∃x)A(x)» par exemple, «x» apparaît forcément dans A à une ou des places nominales et l'expression est vraie ssi il existe au moins un certain objet dans l'univers considéré qui satisfait A.

La conséquence de ces choix conduit, comme nous l'avons déjà montré, les systèmes quantifiés classiques a des limitations quant à leur neutralité ontologique. Rappelons que les systèmes classiques du premier ordre avec identité possèdent au nombre de leurs théorèmes l'expression:

(∃x) x=x

Celle-ci ne fait, d'un point de vue le plus neutre, qu'exprimer la nécessité de disposer dans l'interprétation d'un domaine non vide de quantification. Comme nous l'avons dit[49], une telle expression ne revêt le caractère d'une affirmation ontologique que dans une situation propre à la logique classique et qui découle immédiatement de a) et b): *le domaine de quantification ne saurait être autre que le domaine d'objets*, l'univers du discours lui-même.

49 *Cf. supra* I. 6. 3.

III.4.3 La quantification substitutionnelle

La version substitutionnelle montre cependant que cette assimilation n'est pas logiquement nécessaire et qu'il est possible de donner une interprétation de la quantification en rejetant à la fois a) et b). L'interprétation substitutionnelle se caractérise par le fait qu'elle sépare domaine de quantification et domaine d'objets. La valeur de vérité d'une expression comme «$(\exists x)A(x)$ » ne dépend plus de l'existence d'un certain *objet* qui satisfait la fonction A, mais de la possibilité de trouver une *expression* au moins qui, lorsqu'elle est substituée à «x» dans A(x), engendre une formule vraie. Le domaine de quantification n'est alors pas le domaine d'objets mais un ensemble d'expressions.

Il existe de nombreuses versions de l'interprétation substitutionnelle. Nous examinerons l'une d'entre elles, qui est due à Kripke (1976). La construction d'un *langage substitutionnel* L suppose dans la version de Kripke celle d'un *prélangage* L_0. Nous nous bornerons ici à considérer un exemple simple d'une telle construction dont nous présentons tout d'abord la syntaxe:

Prélangage L_0

(a) *Un alphabet*: $\mathcal{A}_{L_0} = \{a, b, P_1, P_2, (,)\}$

(b) *Définition 1, les termes:*

1. a et b sont des termes.
2. Si A et B sont des termes, alors AB est un terme.
3. Rien sinon par ce qui précède n'est un terme.

Exemples de termes: a, b, aba, aaba, etc.

(c) *Définition 2, les Ebf_{L_0}:*

1. Si A et B sont des termes, alors $P_1(A, B)$ et $P_2(A, B)$ sont des Ebf_{L_0}.
2. Rien sinon par ce qui précède n'est une Ebf_{L_0}.

Exemples d'Ebf_{L_0}: $P_1(a, aaba)$, $P_1(aba, aba)$, $P_2(aa, aaba)$, $P_2(aba, aba)$.

Syntaxe du langage L:

(d) *Un alphabet*: $\mathcal{A}_L = \mathcal{A}_{L_0} \cup \{x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots\} \cup \{\wedge, \sim\} \cup \{\forall\}$

(e) *Définition 3, les formules atomiques* (FA):

1. Une Ebf_{L_0} est une FA.
2. Si E(t) est une FA contenant le terme t, alors E' est une FA, où E' = $E(t/x_i)$ (l'expression E(t) où quelque occurrence de t est remplacée par une occurrence d'une variable x_i).
3. Rien sinon par ce qui précède n'est une FA.

Exemples de FA: $P_1(a, aaba)$, $P_1(x_2, aaba)$, $P_2(x_2, x_1ba)$, $P_2(ax_2, x_2a)$, $P_2(x_1, x_2)$.

(f) *Définition 4, les formules:*

1. Une FA est une formule.
2. Si A et B sont des formules, alors ~A, (A $\wedge$ B) et $(\forall x)$A sont des formules.
3. Rien sinon par ce qui précède n'est une formule.

(g) *Définition 5, les Ebf_L:*

1. Une formule fermée est une Ebf_L.
2. Rien sinon par ce qui précède n'est une Ebf_L.

Remarque: toute Ebf_{L_0} est une FA (Déf. 3.1) et, comme elle ne contient aucune variable, elle est trivialement fermée, par conséquent elle est une Ebf_L.

Sémantique de L:

L'interprétation de L se construit également en deux étapes. On montre tout d'abord comment évaluer les Ebf_L qui sont également des Ebf_{L_0} et dans un second temps on évalue toutes les Ebf_L. Pour construire la sémantique, on pose:

$\mathcal{V} = \{V, F\}$	un ensemble de valeurs
Val: $\{Ebf_L\} \rightarrow \mathcal{V}$	une application de l'ensemble des Ebf_L dans l'ensemble des valeurs définie comme suit:

(i) Si E est une Ebf_{L_0}, sa forme est soit $P_1(A, B)$ soit $P_2(A, B)$ (où A et B sont des termes) et Val(E) se définit:

(1) $Val(P_1(A, B)) = V$ *ssi* A et B sont le même terme.
(2) $Val(P_2(A, B)) = V$ *ssi* A et B sont des termes «en *miroir*» (par exemple: aab et baa).

(ii) Si E est Ebf_L, mais pas Ebf_{L_0}, alors Val(E) se définit en fonction des formes possibles de E:

(3) $Val(\sim A) = V$ *ssi* $Val(A) = F$.
(4) $Val((A \wedge B)) = V$ *ssi* $Val(A) = V$ et $Val(B) = V$.
(5) $Val((\forall x_i)\, A) = V$ *ssi* quel que soit le terme t, Val(A') = V, où A' est obtenu par la substitution dans A de t à *toutes* les occurrences libres de x_i.

(iii) Enfin, quel que soit E, une Ebf_L, nous avons:

(6) $Val(E) = F$ *ssi* $Val(E) \neq V$

Le caractère substitutionnel de l'interprétation est explicité par la clause (5), où l'on voit que le domaine de quantification est effectivement un ensemble d'*expressions de L_0*: les termes. On a une universelle vraie dans L lorsque toutes les substitutions que l'on peut opérer avec les termes de L_0 donnent une expression vraie.

Bien entendu, l'exemple choisi est un peu particulier, car la caractérisation de la vérité y est uniquement syntaxique. La notion classique de satisfaction en est totalement absente et la question de la dénotation des termes n'y est pas pertinente. En fait, ces derniers sont simplement des successions de symboles «a» et «b» dont il n'est rien dit d'une quelconque relation à un domaine d'objets.

Notre exemple illustre cependant la thèse générale démontrée par Kripke: si l'on possède une caractérisation de la vérité pour les ebf d'un prélangage L_0 et que celui-ci ne possède pas déjà une quantification de la même espèce que celle introduite dans L, alors les clauses (3)-(5) suffisent à caractériser la vérité pour les ebf de L et ceci sans faire appel à la notion classique de satisfaction. Kripke dit avec plus de précision: «Given *any* set S of sentences of L_0 which we take to be the set of 'true' sentences of L_0, there is a *unique* set of S' (of thruths for all of L) satisfying(4)-(6) [ici: (3)-(5)]and coinciding with S on L_0» (1976: 330).

L'usage d'une quantification substitutionnelle ne garantit pas *à lui seul* l'absence d'engagement sur l'existence d'objets. Mais comme le

montre encore Kripke, ce qui importe est que «the clauses (4)-(6) [ici (3)-(5)] can be staded without mentioning entities other than expressions *and the entities mentioned in characterizing truth for* L_0. If other entities are mentioned in characterizing truth for L_0, they still are used when the notion is extended to L» (1976: 333).

L'exemple que nous avons choisi présente précisément un prélangage L_0 dont la caractérisation de la vérité ne présuppose l'existence d'aucune entité. Le langage L est ontologiquement neutre dans la mesure où les seules entités sur lesquelles on s'engage sont des *expressions* de L_0.

Cela dit, qu'avons-nous montré jusqu'ici? Tout d'abord notre exemple montre que la condition b), associée à la quantification classique, n'est pas nécessaire. La quantification dans L n'a en effet rien à voir avec la question de la dénotation d'objets par les termes quantifiés.

Quant à la condition a), si elle ne semble pas remise en question dans L, il est aisé de montrer qu'elle n'est pas non plus nécessaire. La quantification substitutionnelle a en effet vocation à être une quantification d'ordre supérieur. Et si nous avons parlé dans la clause (5) d'une substitution de *termes*, rien n'indique qu'il doit s'agir de termes au sens des langages classiques. Non seulement, comme le dit Kripke, «we do not assume that *terms* are to 'denote' any objects», mais il ajoute encore «Nor do we assume that they even be *syntactically* similar to the terms of a referential langage. Terms could be any class of expression of L_0» (1976: 329). Examinons sur notre exemple la portée d'une telle affirmation.

Sur le modèle de la quantification sur les termes, on peut introduire par exemple dans L une quantification sur les symboles de prédicats. Le domaine en serait l'ensemble $\{P_1, P_2\}$. Après avoir introduit dans l'alphabet de L des variables de prédicats (par exemple $y_1, y_2, \ldots$), on pourrait considérer – moyennant quelques ajustements des définitions – une Ebf_L comme:

$$(\forall y_1)\, y_1(\text{aba}, \text{aba})$$

La clause (5) de l'interprétation serait complétée par une clause (5') où «terme» serait simplement remplacé par «symbole de prédicat». On obtiendrait alors dans la sémantique:

$$\text{Val}((\forall y_1)\, y_1(\text{aba}, \text{aba})) = \text{V}$$

Les deux instances de substitution à considérer sont en effet des ebf vraies:

$Val(P_1(aba, aba)) = V$

$Val(P_2(aba, aba)) = V$

Par contre nous aurions:

$Val((\forall y_1)\, y_1(ab, ab)) = F$

Une des instances obtenues est en effet une ebf fausse:

$Val(P_1(ab, ab)) = V$

$Val(P_2(ab, ab)) = F$

Pourtant, il n'est pas possible, comme semble le penser Kripke, de quantifier sur «any class of expressions of L_0». Prenons pour le montrer, le cas des symboles de parenthèses. On aurait pour domaine de quantification l'ensemble $\{(,)\}$.

Moyennant un ensemble de variables de parenthèses (par exemple: z_1, z_2,...) et quelques modifications dans les définitions, nous pourrions obtenir une Ebf_L comme:

$(\forall z_1)\, P_1\, z_1 aba, aba)$

où z_1 figure à une place de parenthèse. Une telle ebf resterait cependant inévaluable puisque, des deux instances de substitution que nous aurions alors à examiner, l'une n'est pas une ebf:

$P_1(aba, aba)$
$P_1)aba, aba)$ *(sic), inévaluable*

Pour former un domaine de quantification, une classe d'expressions doit en effet satisfaire deux conditions:

(i) Il doit s'agir d'une classe d'expressions du prélangage L_0.
(ii) Les expressions en question doivent toutes relever d'une même catégorie.

La condition (i), comme l'a montré Kripke, est essentielle si l'on veut éviter que les évaluations dans L puissent faire cercle. La condition (ii), dont Kripke ne dit rien, ne l'est pourtant pas moins. Elle nous montre que, si l'on veut étendre la quantification aux ordres supérieurs, il est nécessaire de disposer d'une bonne description catégorielle du langage

en question. La condition (ii) nous assure que toute substitution les uns par les autres d'éléments du domaine de quantification dans une ebf conserve à celle-ci le statut d'ebf.

En appliquant à notre prélangage L_0 un système catégoriel A avec deux catégories de base (c_1 pour les termes et c_2 pour les Ebf_{L_0}), on pourrait déterminer que seuls trois niveaux de quantification sont possibles relativement à L_0. Ceux-ci correspondent aux catégories représentées dans L_0 et sont donc une quantification sur les *termes* (catégorie c_1), une quantification sur les *symboles de prédicats* (catégorie c_2/c_1c_1) et enfin une quantification sur les Ebf_{L_0} (catégorie c_2).

III.4.4 La quantification catégorielle

La quantification dans les systèmes de Lesniewski a souvent été mal comprise. A l'origine de ce fait se trouve probablement l'affirmation de Quine selon laquelle il s'agirait d'une quantification substitutionnelle:

> In his substitutional quantification Lesniewski used different styles of variables for different substitution classes. [...] Moreover, substitutional quantification makes good sense, explicable in termes of truth and substitution, no matter what substitution class we take – even that whose sole member is the left-hand parenthesis. Quine (1968: 105-106).

Bien que Quine affirme s'appuyer sur une conversation qu'il aurait eu avec Lesniewski en 1933, ce passage dénote une profonde méconnaissance de la position de ce dernier. La quantification telle qu'elle est conçue par Lesniewski, si elle n'est pas objectuelle au sens classique, ne peut pas être qualifiée de substitutionnelle. On n'y trouve en effet aucune distinction entre le langage quantifié et un prélangage d'où seraient issus les domaines de quantification. De plus, comme l'indique Miéville: «Lesniewski n'a jamais parlé de ses systèmes en proposant une (ou des) classe(s) de substitution» (1984: 353).

En fait, comme il considérait ses langages comme interprétés, Lesniewski n'en a jamais construit d'interprétation formelle. La version catégorielle que nous proposons ici constitue selon nous une interprétation possible de la quantification dans la Protothétique et l'Ontologie.

Comme dans la version de Kripke, la version catégorielle se caractérise comme une quantification d'ordre supérieur. Dès qu'une catégorie est représentée dans le langage, il devient possible de quantifier sur des variables de cette catégorie. En l'absence d'une distinction entre le langage et un prélangage, il est cependant impossible d'adopter comme domaine de quantification l'ensemble des expressions de la catégorie concernée.

Prenons comme exemple la catégorie S des propositions. On rencontre dans l'Ontologie des thèses qui, comme la suivante, comportent une quantification sur les propositions[50]:

Tn: $\llcorner p \lrcorner \ulcorner p \equiv p \urcorner$

Une lecture substitutionnelle consisterait à dire qu'une telle expression est vraie en vertu du fait que, quelle que soit *l'expression* A de catégorie S, la formule «A ≡ A», où A a été substituée à la variable «p», est une expression vraie. Une telle lecture est pourtant circulaire du point de vue de l'évaluation. Pour évaluer les formules quantifiées, il faut en effet s'assurer que *toutes* les substitutions possibles mènent bien à des expressions vraies. Or il y a au moins une de ces substitutions dont le résultat est une expression inévaluable. A «p» nous pouvons en effet substituer n'importe quelle expression de catégorie S et donc en particulier l'expression quantifiée Tn, que nous sommes précisément en train d'évaluer. Le résultat de cette substitution est l'expression suivante:

E: $\llcorner p \lrcorner \ulcorner p \equiv p \urcorner \equiv \llcorner p \lrcorner \ulcorner p \equiv p \urcorner$

Celle-ci reste inévaluable tant qu'on n'est pas déjà en mesure d'évaluer l'expression Tn de départ. Autrement dit, il y a cercle.

Pourtant, si d'un point de vue calculatoire le cercle est indéniable, nous avons la tentation de raisonner comme suit: est-il véritablement nécessaire de connaître l'évaluation de Tn pour évaluer E? Car enfin, puisque Tn est une proposition, nous savons bien que son évaluation ne peut être qu'une des deux valeurs ou significations propositionnelles, en l'occurrence le vrai ou le faux. Dans les deux cas l'expression E sera vraie.

50 Cette expression est en fait déjà une thèse dans la Protothétique.

La version catégorielle de la quantification se construit précisément sur un raisonnement de la sorte. Elle consiste à lire une expression comme Tn de la manière suivante: «quelle que soit la *signification* qui peut être associée à une expression de la catégorie S, si p reçoit cette signification, alors l'expression 'p ≡ p' est vraie».

Selon cette lecture, lorsque la quantification lie une variable propositionnelle, son domaine est l'ensemble des significations susceptibles d'être associées à un quelconque élément de la catégorie S. Dans un cadre bivalent, il s'agit alors de l'ensemble {V, F}.

Afin d'étendre cette conception de la quantification à toutes les catégories représentées dans un certain état de l'Ontologie, il faut être en mesure de déterminer, pour chacune d'elles, un tel ensemble de significations. Sur le plan de la syntaxe, un système catégoriel A adéquat nous permet d'attribuer à chacune des expressions de l'Ontologie une catégorie déterminée. L'association d'un ensemble de significations propres à chacune des catégories est ensuite du ressort de la sémantique du système A, (*cf. supra* II.4.2).

Dans notre chapitre II, nous avons appelé *valeur* d'une certaine catégorie c – $\mathrm{Val}_I^T(c)$ – l'ensemble de significations associé à c dans une interprétation I du système A. Rappelons que cette valeur se calcule en deux temps:

1. L'interprétation I doit tout d'abord associer à chaque catégorie de base un ensemble de significations dites *significations fondamentales.*
2. Une procédure d'évaluation permet ensuite de calculer les ensembles de significations associés aux catégories dérivées. Le calcul s'appuie, bien entendu, sur des valeurs associées en I aux catégories de base.

Un exemple: le langage P

Prenons un langage propositionnel P, plus simple que l'Ontologie. P ne possède qu'une seule catégorie de base: la catégorie S des propositions. Du point de vue syntaxique, un système catégoriel adéquat pour le langage P se présenterait simplement comme suit:

$$\text{A:} \left| \begin{array}{l} \mathcal{A}_1 = \{S\} \\ \\ \mathcal{P} = \{S\} \end{array} \right.$$

L'alphabet de A ne comprend qu'un symbole de catégorie de base. Celui-ci est par conséquent également l'unique élément marqué (autrement dit, on admet que les ebf de P sont des expressions propositionnelles). L'association d'une sémantique à ce système catégoriel ne peut alors se faire que dans la mesure où P est un langage extensionnel. Enfin, il faut encore déterminer ce qu'on entend considérer dans P comme les significations propositionnelles. Nous choisirons ici d'associer à S l'ensemble {V, F} des valeurs de vérité standard pour les propositions. L'interprétation catégorielle I obtenue est alors la suivante:

$$\text{I:} \left| \begin{array}{l} M = \{M_1\} \text{ où } M_1 = \{V, F\} \\ \Psi(S) = M_1 \\ M' = \{M_1\} \end{array} \right.$$

Cette interprétation est adéquate pour la syntaxe A posée; le système catégoriel ainsi obtenu est en fait suffisant pour s'appliquer à tout langage propositionnel extensionnel bivalent (il peut s'appliquer en particulier à la logique classique des propositions ou encore à la Protothétique de Lesniewski).

Nous pouvons désormais construire dans P une quantification interprétée de manière catégorielle. Pour la distinguer des autres versions de la quantification, nous utiliserons le symbolisme de Lesniewski et plutôt que d'écrire «$(\forall x)A(x)$» nous écrirons désormais «$\llcorner x \lrcorner \ulcorner A(x) \urcorner$». Ajoutons que, lorsque nous serons en présence de plusieurs quantificateurs enchâssés, nous écrirons comme dans l'Ontologie «$\llcorner xyz \lrcorner \ulcorner A(x, y, z) \urcorner$».

Domaine de quantification dans P:

Rappelons que le projet consiste à disposer d'une quantification capable de lier des variables de n'importe quelle catégorie. La première étape consiste alors à indiquer quel est, pour chaque catégorie c présente dans la syntaxe de P, son domaine propre de quantification: Dom(c). Ce domaine est simplement la valeur associée dans la sémantique du système A à la catégorie c: $\mathrm{Dom}(c) = \mathrm{Val}_I^T(c)$. Voyons quelques exemples de catégories qui peuvent apparaître dans un langage comme P:

(4.1) La catégorie S des propositions:

$$\mathrm{Dom}(S) = \mathrm{Val}_I^T(S) = \{V, F\}$$

$$\mathrm{Card}(\mathrm{Dom}(S)) = 2$$

(4.2) La catégorie S/S des opérateurs unaires:

$$\mathrm{Dom}(S/S) = \mathrm{Val}_I^T(S/S) = \{\varphi \mid \varphi\colon \{V, F\} \rightarrow \{V, F\}\}$$

$$\mathrm{Card}(\mathrm{Dom}(S/S)) = 4$$

Comme il s'agit d'une catégorie dérivée, son domaine n'est pas un ensemble de *significations fondamentales* mais un ensemble d'*applications*. Sur le modèle des tables de vérité, on peut représenter les quatre éléments de ce domaine par des matrices. Nous aurons alors:

$$\mathrm{Dom}(S/S) = \left\{ \left|\begin{matrix} V & V \\ F & V \end{matrix}\right|, \left|\begin{matrix} V & V \\ F & F \end{matrix}\right|, \left|\begin{matrix} V & F \\ F & V \end{matrix}\right|, \left|\begin{matrix} V & F \\ F & F \end{matrix}\right| \right\}$$

(La colonne de gauche indique les valeurs possibles de l'argument d'un foncteur S/S, celle de droite le résultat de son application. On reconnaît avec la troisième matrice la signification de la négation propositionnelle).

(4.3) La catégorie (S/S)/S:

$$\mathrm{Dom}((S/S)/S) = \mathrm{Val}_I^T((S/S)/S) =$$
$$\{\varphi_1 \mid \varphi_1\colon \{V, F\} \rightarrow \{\varphi_2 \mid \varphi_2\colon \{V, F\} \rightarrow \{V, F\}\}\}$$

$$\mathrm{Card}(\mathrm{Dom}((S/S)/S)) = 4^2 = 16$$

Il s'agit à nouveau d'un ensemble d'applications. Celui-ci est cependant plus complexe qu'avec S/S car les applications en question donnent pour résultat également des applications (en l'occurrence celles de Dom(S/S)).

Comme ci-dessus, nous pouvons représenter les éléments de Dom((S/S)/S) sous forme de matrices. Celles-ci sont cependant plus complexes. Elles sont au nombre de 16 et nous en donnons ici deux exemplaires seulement:

i.
$$\begin{vmatrix} V & \begin{vmatrix} V & V \\ F & V \end{vmatrix} \\ F & \begin{vmatrix} V & V \\ F & F \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

ii.
$$\begin{vmatrix} V & \begin{vmatrix} V & V \\ F & F \end{vmatrix} \\ F & \begin{vmatrix} V & V \\ F & V \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

(La colonne de gauche indique les valeurs des arguments, celles de droite les applications résultantes. On reconnaît en i. la signification de la disjonction paramétrée $\underline{\vee}$; *ii. représente la signification de la conditionnelle paramétrée* $\supseteq$).

Interprétation de P:

La question des domaines spécifiques de quantification ayant été précisée, il convient d'indiquer comment interpréter les formules quantifiées de P. Pour ce faire, voyons ce que nous entendons par l'*interprétation* de P. Une interprétation I d'un langage P est la donnée d'un triplet:

$$I = \langle A, \alpha, v \rangle$$

A est un *système catégoriel* adéquat pour P, muni d'une sémantique. Le système catégoriel que nous avons proposé ci-dessus en est un exemple.

α est une *application* qui assigne une signification à chaque variable de P. Cette assignation doit bien entendu être conforme aux contraintes catégorielles déterminées par A: chaque variable doit recevoir une signification issue de l'ensemble des significations propres à sa catégorie. Autrement dit, pour toute variable x de catégorie c, $\alpha(x)$ doit être un élément de Dom(c).

Enfin v est une *procédure d'évaluation* qui permet de calculer la valeur des ebf de P. Cette valeur, une fois encore, doit correspondre aux contraintes déterminées par A. Lorsque les ebf sont de catégorie S par exemple, leurs valeurs doivent être issues de Dom(S). Dans le cas qui nous occupe, nous avons:

$v: \{ebf\} \rightarrow \{V, F\}$

La procédure v est la donnée de différentes clauses relatives aux constantes présentes dans P. Nous donnons ici quelques exemples de telles clauses:

(1) $v(P) = V$ *ssi* P est une variable propositionnelle *et* $\alpha(P) = V$.
(2) $v(A \equiv B) = V$ *ssi* A et B sont des expressions propositionnelles *et* $v(A) = v(B)$.
(3) $v(\sim A) = V$ *ssi* A est une expression propositionnelle *et* $v(A) = F$.

Enfin, la procédure v contient également une clause spécifique à la quantification:

(4) $v(\llcorner x \lrcorner \ulcorner A(x) \urcorner) = V$ *ssi*
i. x est une variable (de catégorie c).
ii. A(x) est une expression propositionnelle qui contient x libre.
iii. $v(A(x)) = V$ quelle que soit la signification $\alpha(x)$ qui peut être assignée à x, conformément à sa catégorie c (i.e. $\alpha(x) \in Dom(c)$).

Cette dernière clause fixe la lecture *catégorielle* de la quantification. Pour en voir l'application, il est plus clair d'examiner quelques exemples d'expressions quantifiées. Nous les prendrons parmi les catégories dont nous avons calculé plus haut les domaines particuliers.

Exemple (4.4): $\llcorner p \lrcorner \ulcorner p \equiv p \urcorner$

Evaluer l'expression (4.4) consiste à vérifier «$p \equiv p$» quelle que soit $\alpha(p)$. p étant de catégorie S, il y a deux cas possibles:

$\alpha(p) = V$
et
$\alpha(p) = F$.

L'évaluation de (4.4) peut alors se résumer par le tableau suivant:

p	$p \equiv p$
V	V
F	V

«p ≡ p» est vraie quelle que soit α(p) et donc que v(⌊p⌋ ⌜p ≡ p⌝)= V.

Exemple (4.5): **⌊xp⌋ ⌜x(p) ≡ p⌝**

Evaluer (4.5) consiste à vérifier que, quelle que soit α(x), on a bien v(⌊p⌋ ⌜x(p) ≡ p⌝)= V. x étant de catégorie S/S, il faut examiner quatre cas (*cf.* calcul de Dom(S/S) ci-dessus, exemple 4.2). Nous pouvons une fois encore résumer cela par des tablcaux:

i) $\alpha(x) = \left|\begin{matrix} V\,V \\ F\,V \end{matrix}\right|$

p	x(p)	x(p) ≡ p
V	V	V
F	V	F

Cet unique cas suffit à montrer qu'il y a une signification de x au moins pour laquelle v(⌊p⌋ ⌜x(p) ≡ p⌝)= F et donc que v(⌊xp⌋ ⌜x(p) ≡ p⌝)= F.

Exemple (4.6): **⌊ypq⌋ ⌜y(p)(q) ≡ y(q)(p)⌝**

(4.6) possède trois variables, et si p et q sont de catégorie S, une analyse catégorielle peut montrer que y est un foncteur paramétré de catégorie (S/S)/S. Dom((S/S)/S), comme nous l'avons vu, possède seize éléments (*cf.* exemple 4.3). L'évaluation de (4.6) consiste donc à examiner v(⌊pq⌋ ⌜y(p)(q) ≡ y(q)(p)⌝) pour les seize significations α(y) possibles. Nous n'en examinerons ici que deux, respectivement celle de la disjonction et celle de la conditionnelle paramétrées:

$$\text{i) } \alpha(y) = \begin{vmatrix} V & \begin{vmatrix} V & V \\ F & V \end{vmatrix} \\ F & \begin{vmatrix} V & V \\ F & F \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

p q	y(p)	y(q)	y(p)(q)	y(q)(p)	y(p)(q) ≡ y (q)(p)
V V	V V F V	V V F V	V	V	V
V F	V V F V	V V F F	V	V	V
F V	V V F F	V V F V	V	V	V
F F	V V F F	V V F F	F	F	V

Dans ce cas, $v(\llcorner pq \lrcorner \ulcorner y(p)(q) \equiv y(q)(p) \urcorner) = V$.

$$\text{ii) } \alpha(y) = \begin{vmatrix} V & \begin{vmatrix} V & V \\ F & F \end{vmatrix} \\ F & \begin{vmatrix} V & V \\ F & V \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

p q	y(p)	y(q)	y(p)(q)	y(q)(p)	y(p)(q) ≡ y (q)(p)
V V	V V F F	V V F F	V	V	V
V F	V V F F	V V F V	F	V	F
F V	V V F V	V V F F	V	F	F
F F	V V F V	V V F V	V	V	V

Dans ce cas $v(\llcorner pq \lrcorner \ulcorner y(p)(q) \equiv y(q)(p) \urcorner) = F$. Ceci suffit à montrer qu'il y a une signification au moins de y pour laquelle l'expression est fausse et donc que: $v(\llcorner ypq \lrcorner \ulcorner y(p)(q) \equiv y(q)(p) \urcorner) = F$.

Quelques remarques

Pour illustrer le caractère opératoire de la quantification, nous avons choisi un exemple de langage plus simple que celui de l'Ontologie. Avec un tel exemple, c'est le principe d'une quantification catégorielle que nous avons voulu mettre en évidence. Sous la condition de l'extensionnalité, le système catégoriel associé à l'interprétation permet d'expliciter l'ensemble des significations relatives à n'importe quelle catégorie conçue sur la base de la catégorie S. L'unique ensemble de significations fondamentales étant fini dans notre exemple (Dom(S) = {V, F}), l'évaluation d'une expression quantifiée est toujours possible en un nombre fini de pas, même si pour des catégories complexes, la combinatoire devient rapidement fastidieuse.

Dans le cas de l'Ontologie, la maîtrise de la combinatoire s'avère problématique. Tout d'abord, l'adjonction avec N d'une seconde catégorie de base augmente d'une manière significative la complexité catégorielle de la syntaxe. Du point de vue sémantique, le problème se pose différemment et il convient de distinguer deux cas. Le premier concerne les interprétations dans lesquelles la sémantique du système catégorielle associe à la catégorie N un ensemble *fini* de significations. Si la combinatoire risque alors de dépasser rapidement les capacités pratiques de calcul, elle demeure pourtant, dans le principe, un outil adéquat pour l'évaluation des formules quantifiées. Dans le second cas, par contre, l'ensemble associé à la catégorie N est un ensemble *infini* de significations. La combinatoire devient alors inopérante et, comme dans le cas de la logique classique du premier ordre, le caractère décidable de la sémantique est sans aucun doute perdu.

Ajoutons encore que, dans les systèmes de Lesniewski, la quantification joue un rôle dont nous n'avons jusqu'ici rien dit. Le caractère développemental de ses systèmes conduit Lesniewski à devoir se passer totalement de listes préalables de symboles spécifiques aux différentes catégories. Lesniewski élabore alors une écriture formelle originale dans laquelle le *contexte* de l'apparition d'un symbole (et non sa *forme*) permet toujours d'en déterminer précisément la nature catégorielle[51]. La

51 C'est ce que nous avons vu en III.2.3. Un symbole est déterminé par le parenthésage qui le suit et donc l'utilisation d'un même symbole pour des significations

distinction essentielle, à l'intérieur d'une même catégorie, entre symboles de *variables* et symboles de *constantes* n'est pas non plus assurée par une différence de forme. C'est en effet la quantification qui permet cette distinction. Il n'y a pas, dans les systèmes de Lesniewski, de variables libres à proprement parler. Une variable se reconnaît dans une expression au fait qu'elle se trouve liée par un quantificateur[52]. Tout symbole (excepté les parenthèses) qui ne se trouve pas dans le champ d'un quantificateur le mentionnant est une constante, sinon c'est une variable.

Dans T8, seuls «a», «b», «c» sont des variables. Les autres symboles sont des constantes du seul fait qu'ils sont absents des quantificateurs[53].

T8: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \equiv \llcorner c \lrcorner \ulcorner c \varepsilon a \supset c \varepsilon b \urcorner\urcorner$

Le caractère développemental des systèmes de Lesniewski pose encore un autre problème. S'il est toujours possible de déterminer le domaine de quantification relatif à n'importe quelle catégorie susceptible d'apparaître dans la syntaxe, il n'en va pas aussi facilement pour les clauses d'évaluation relatives aux différentes constantes. Dans le principe, chaque fois qu'une nouvelle constante est inscrite – dans un axiome ou par une définition – il doit être possible de construire, sur la base de la thèse où elle apparaît, une clause d'évaluation adéquate. L'examen d'une procédure qui permettrait de déterminer systématiquement ces clauses demanderait une recherche approfondie. Celle-ci ne pourrait se faire que dans des travaux futurs spécifiquement consacrés aux questions d'interprétation dans les systèmes de Lesniewski. C'est pourquoi nous n'envisagerons dans la suite que des fragments d'interprétation de l'Ontologie, relatifs à des stades figés du système.

---

différentes est possible sans ambiguïté. Il faut bien entendu alors qu'il s'agisse de deux catégories distinctes.

52 Nous n'avons pas suivi ce principe strictement dans l'usage que nous avons fait de la déduction naturelle. Les indications inscrites à l'ouverture des sous-déductions strictes permettent cependant toujours d'éviter l'ambiguïté entre constantes et variables.

53 Une description complète des principes de l'écriture contextuelle paraît ici hors de place et nous nous contentons de renvoyer à Machover (1966) et Miéville (1984: 119-125 et *passim*).

III.5 La perspective sémantique

L'interprétation dans l'Ontologie est malheureusement un sujet qui demeure largement inexploré[54]. L'esquisse que nous donnons dans ces pages s'appuie explicitement sur la conception catégorielle de la quantification et les principes d'interprétation échafaudés sur celle-ci en III.4. A ce stade de nos réflexions, il convient de relever que seuls des travaux à venir pourraient confirmer rigoureusement des résultats qui sont cependant suffisants à notre sens pour montrer comment valider les intuitions présémantiques fortes sur lesquelles nous avons construit nos foncteurs de subordination.

Ajoutons que, dans ces pages consacrées à la sémantique, nous ferons un large usage des notions ensemblistes standard. Ce fait aurait à coup sûr provoqué l'irritation de Lesniewski bien que, comme le dit Machover «the language of theology can be studied by atheists» (1966: 48). Nous partageons ce point de vue à condition de faire des notions ensemblistes non pas un usage aveugle, mais un usage assorti de précautions explicites.

III.5.1 Une Ontologie minimale (Om)

Nous examinerons tout d'abord un développement très restreint du système de Lesniewski. Cette *Ontologie minimale* (Om) est constituée en tout et pour tout de quatre thèses (ajoutées à une base protothétique suffisante pour disposer des opérateurs propositionnels courants). Pour faciliter la discussion, nous inscrivons dans Om un axiome plus synthétique T1*, dont Lesniewski a montré[55] qu'il constitue une base axiomatique équivalente à T1.

54 On trouvera des pistes dans Lejewski (1954), Küng et Canty (1970), Simons (1982) et, de manière plus explicite, dans Miéville (1984: 362-373).

55 Sur l'axiome court T1* de l'Ontologie, *cf.* Lesniewski (1930: 132, trad. 638) et Sobocinski (1967: 191-192).

Les trois autres thèses sont des définitions que nous avons déjà rencontrées[56]:

T1*: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \equiv \llcorner \exists c \lrcorner \ulcorner a \varepsilon c \wedge c \varepsilon b \urcorner \urcorner$ Axiome

T7: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner Sin\{a\} \equiv a \varepsilon a \urcorner$ Def_S

T10: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \approx b \equiv \llcorner c \lrcorner \ulcorner c \varepsilon a \equiv c \varepsilon b \urcorner \urcorner$ Def_S

T14: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a \varepsilon \cap . \equiv . a \varepsilon a \wedge \sim(a \varepsilon a) \urcorner$ Def_N

Une interprétation de Om

Conformément à ce que nous avons posé ci-dessus, une interprétation I de Om est la donnée d'un triplet, dont nous allons détailler les éléments:

$I = \langle A, \alpha, v \rangle$

Un système catégoriel A:

Les catégories de base étant N et S, la syntaxe qui convient pour A est la suivante:

$$A: \left| \begin{array}{l} \mathcal{A}_1 = \{S, N\} \\ \\ \mathcal{P} = \{S\} \end{array} \right.$$

Les catégories ontologiques présentes dans Om sont uniquement: N, S/N et S/NN. Quant à la sémantique de A, nous proposons de la poser comme suit:

$$I: \left| \begin{array}{l} M = \{M_1, M_2\} \text{ où } M_1 = \{V, F\} \text{ et } M_2 = \mathcal{P}(\Omega) \\ \Psi(S) = M_1 ; \Psi(N) = M_2 \\ M' = \{M_1\} \end{array} \right.$$

56 Pour des raisons pratiques, nous gardons la numérotation précédente de ces thèses.

Le seul élément qui demande à être commenté est l'ensemble M_2. Il manque en effet dans ce qui précède une caractérisation de l'ensemble Ω. Il s'agit en fait d'un domaine d'objets que nous laissons ici volontairement indéterminé. Dans un système standard, Ω aurait constitué lui-même l'ensemble M_2 des significations fondamentales associées à N. Ce choix ne convient pas dans l'Ontologie pour deux raisons:

> 1. Le système de Lesniewski est neutre ontologiquement. Cela signifie que les thèses doivent être interprétables sur un domaine Ω vide. Or le système catégoriel n'admet pas d'ensembles vides de signification. Ces ensembles, rappelons-le, constituent également les domaines de quantification respectifs des différentes catégories.
>
> 2. Comme nous l'avons vu abondamment, la signification d'un nom dans l'Ontologie n'est pas restreinte à la dénotation d'un unique objet. Elle peut également être plurielle ou vide.

Pour ces deux raisons, le choix de Ω pour M_2 ne convient pas. Le choix de $\mathcal{P}(\Omega)$[57] a été suggéré par différents auteurs, souvent de manière implicite, dont Machover qui parle du nom de l'Ontologie comme d'une «subclass of the universe of discourse» (1966: 51) ou encore Küng et Canty qui affirment: «for ontology, where a name can be not only singular, but also a shared or empty name, in order to give an interpretation to the system, we must not only specify a domain of discourse; we must further consider the set of all subsets of that domain» (1970: 178).

C'est ici qu'il est nécessaire de prendre des précautions. Pour le voir, considérons un exemple de domaine qui ne contient que deux objets:

$$\Omega = \{o_1, o_2\}$$

Comme l'explique en substance Lejewski (1954: 49-50), la perspective classique ne considère avec un tel domaine que deux familles d'interprétation pour un nom: celle où il dénote o_1 et celle où il dénote o_2. Lesniewski veut disposer de noms en un sens plus large, il ajoute donc des familles différentes sur le même domaine. Et Lejewski précise: «Introducing noun expressions is a linguistic matter. It does not affect our assumed universe» (1954: 49). En considérant en plus des noms singuliers, les noms pluriels et les noms vides, on obtient, non pas deux, mais quatre familles.

57 I.e. l'ensemble des parties de Ω.

Si l'on choisit respectivement a, b, c et d, un nom dans chacune des familles, on peut représenter la situation de la manière suivante:

a —— o_1 c —— o_1, o_2

b —— o_2 d ——

Le «coup de force ensembliste» consiste alors à *représenter* ces quatre possibilités d'interprétation du nom par les quatre sous-ensembles possibles de Ω. L'ensemble des significations nominales, ou plutôt de leurs représentations ensemblistes, est donc:

$$\mathcal{P}(\Omega) = \{\{o_1\}, \{o_2\}, \{o_1, o_2\}, \varnothing\}$$

Il s'agit bien d'un coup de force dans la mesure où les significations nominales ne sont pas en fait des *ensembles*. Le nom est toujours pris en *suppositio personalis* et seuls les objets dénotés ou l'absence d'objets constituent la signification des noms. On parlera donc, en quelque sorte à moindre frais, des significations nominales comme des *extensions* des parties de Ω. Il ne s'agit donc pas ici de faire des noms de l'Ontologie des noms d'ensembles ou de classes[58], mais seulement d'utiliser la notation ensembliste afin de représenter les différents liens qu'un nom peut entretenir, dans l'Ontologie, avec les objets de Ω.

Malgré la nécessité de garder à l'esprit ces délicates nuances, la représentation ensembliste nous offre l'avantage de son caractère opératoire. De plus, en posant $\mathcal{P}(\Omega)$ comme l'ensemble des significations associées à N, nous avons un domaine de quantification qui contient toujours au moins un élément.

58 Contre une telle interprétation, Simons fait plusieurs objections avec lesquelles nous sommes entièrement en accord: «This interpretation commits us to classes, which were denied, at least as abstract objects, by Lesniewski. [...] Lesniewski and free logicians agree that empty names do not denote anything, whereas this interpretation would have them denoting $\varnothing$. Further, since all classes are abstract objects, all Lesniewskian names are interpreted as singular denoting terms, which denote [...] abstract entities» (1982: 178).

En effet, lorsque Ω est vide, $\mathfrak{P}(\Omega)$ contient tout de même un élément[59]:

$$\mathfrak{P}(\Omega) = \{\varnothing\}$$

Peu nous importent ici les problèmes liés à l'ensemble vide, nous comprendrons simplement par le symbole «$\varnothing$» une *représentation* de la signification d'un nom vide: l'absence d'objets dénotés[60].

Domaines de quantification:

A étant posé, calculons les domaines de quantification relatifs aux trois catégories ontologiques de Om:

$$\text{Dom (N)} = \text{Val}_I^T(N) = \mathfrak{P}(\Omega)$$
$$\text{Dom (S/N)} = \text{Val}_I^T(S/N) = \{\varphi \mid \varphi\colon \mathfrak{P}(\Omega) \rightarrow \{V, F\}\}$$
$$\text{Dom (S/NN)} = \text{Val}_I^T(S/NN) = \{\varphi \mid \varphi\colon \mathfrak{P}(\Omega) \times \mathfrak{P}(\Omega) \rightarrow \{V, F\}\}$$

Le cas de S/N nous intéresse particulièrement[61]. Son domaine de quantification est un ensemble d'applications. Chacune de ces applications assigne la valeur V à une *partie* des éléments de $\mathfrak{P}(\Omega)$. Si nous reprenons notre exemple d'Ω à deux éléments, il y a seize significations possibles pour un foncteur S/N. Nous pouvons les représenter en indiquant, pour chacune d'elles, la liste des éléments de $\mathfrak{P}(\Omega)$ – et donc la liste des significations nominales – qui reçoivent la valeur V.

59 On trouve dans la sémiotique de Morris un point de vue comparable. Selon ce dernier, tout signe possède un *designatum* (qui correspond ici à sa *signification*) sans qu'il soit nécessaire qu'il fasse référence à un *denotatum* (une chose réelle). Il affirme en effet: «A designatum is not a thing, but a kind of object or class of objects - and a class may have many members, or one member, or no members. The denotata are the members of the class» (1938: 5).

60 Si la représentation du domaine d'objet par un ensemble ne pose pas de problème particulier, celle de la signification des noms vides par l'ensemble vide ne doit être comprise que comme une sorte de facilité. Il faut pourtant bien disposer d'un symbole pour indiquer une telle signification. Nous ne pensons pas qu'il soit véritablement possible de sortir du problème et la signification des noms vides doit probablement être considérée comme primitive dans l'Ontologie. L'unique manière de la caractériser est sans doute par le biais des propriétés syntaxiques des noms vides.

61 Son rôle est en effet crucial dans la subordination, *cf. supra* III.3.4.

$\mathcal{P}(\Omega) = \{\{o_1\}, \{o_2\}, \{o_1, o_2\}, \varnothing\}$

1.	$\{o_1\}$	9.	$\{o_1\}, \{o_2\}, \{o_1, o_2\}$
2.	$\{o_2\}$	10.	$\{o_1\}, \{o_2\}, \varnothing$
3.	$\{o_1\}, \{o_2\}$	11.	$\{o_1\}, \{o_1, o_2\}, \varnothing$
4.	aucun	12.	$\{o_2\}, \{o_1, o_2\}, \varnothing$
5.	$\{o_1\}, \{o_1, o_2\}$	13.	$\{o_1\}, \{o_2\}, \{o_1, o_2\}, \varnothing$
6.	$\{o_1\}, \varnothing$	14.	$\varnothing$
7.	$\{o_2\}, \{o_1, o_2\}$	15.	$\{o_1, o_2\}$
8.	$\{o_2\}, \varnothing$	16.	$\{o_1, o_2\}, \varnothing$

Seuls les cas 1-4 représentent des *propriétés d'objets*. Les autres ne sont pas des propriétés d'objets, mais les cas 5-13 possèdent une *partie objectuelle*. Par contre, 14-16 sont de pures *propriétés de nom*, sans partie objectuelle[62]. Dans un tel cas de figure, la liste 3 est la signification extensionnelle de l'existence singulière, la 15, celle de l'existence plurielle et la 9, celle de l'existence au sens large (*cf. supra* III.3.1).

Une procédure d'évaluation

Rappelons qu'une interprétation I de Om est la donnée du triplet:

$I = \langle A, \alpha, v \rangle$

Jusqu'ici, nous avons explicité en quoi consiste le système catégoriel A. Il nous reste donc à expliciter les deux derniers éléments: α et v.

Comme nous l'avons dit en III.4.4, α est une *application* qui assigne une signification à chaque *variable* de la syntaxe. Cette signification doit appartenir au domaine associé à la catégorie c:

$\alpha(x) \in \mathrm{Dom}(c)$

Enfin, il reste à décrire v, la *procédure d'évaluation*. Celle-ci consiste en la donnée d'un certain nombre de clauses qui se répartissent en deux groupes: des clauses générales d'une part, des clauses relatives aux constantes inscrites de l'autre.

62 Sur la description syntaxique de ces distinctions, *cf. supra* III.3.4.

Clauses générales:

Il s'agit des clauses qui règlent l'évaluation des variables dans toute catégorie, ainsi que la quantification.

(1) $v(x) = \alpha(x)$ *ssi* x est une variable.

(2) $v(x(A_1\ A_2\ \ldots\ A_n)) = v(x)(v(A_1), v(A_2), \ldots, v(A_n))$
ssi i. x est une variable fonctorielle de catégorie $c/c_1\ c_2\ \ldots\ c_n$
ii. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sont des expressions des catégories respectives $c_1, c_2, \ldots, c_n$.

Cette dernière clause est une clause dite *applicative*. La variable x appartient à une catégorie dérivée et sa signification v(x) est forcément une *application*. Pour évaluer une expression comme «$x(A_1\ A_2\ \ldots\ A_n)$», il faut calculer le résultat de l'application v(x) lorsqu'elle prend pour arguments les évaluations respectives des A_i. C'est précisément ce qui se note:

$$v(x)(v(A_1), v(A_2), \ldots, v(A_n))$$

Considérons, à titre d'exemple, l'évaluation des expressions «$\Psi\{a\}$» et «$\Psi\{b\}$»:

Admettons que:
$\Omega = \{o_1, o_2\}$
$v(\Psi) = \alpha(\Psi) = \varphi$ (où φ est caractérisé par la liste 7 du diagramme ci-dessus (7. $\{o_2\}$, $\{o_1, o_2\}$)
$v(a) = \alpha(a) = \{o_2\}$
$v(b) = \alpha(b) = \varnothing$

Nous obtenons alors:
$v(\Psi\{a\}) = \varphi(\{o_2\}) = V$ (clause 2)
$v(\Psi\{b\}) = \varphi(\varnothing) = F$ (clause 2)

Pour terminer posons encore la clause suivante qui fixe l'évaluation des expressions quantifiées:

(3) $v(\llcorner x \lrcorner\ \ulcorner A(x) \urcorner) = V$ *ssi* v(A(x)) = V quelle que soit la signification $\alpha(x)$ qui peut être assignée à x, conformément à sa catégorie c, (i.e. $\alpha(x) \in Dom(c)$).

Clauses des constantes:

Il convient tout d'abord de disposer des clauses relatives aux constantes de la Protothétique. Trois seront ici nécessaires:

(4) $v(A \equiv B) = V$ *ssi* $v(A) = v(B)$

(5) $v(A \wedge B) = V$ *ssi* $v(A) = V$ et $v(B) = V$

(6) $v(\sim A) = V$ *ssi* $v(A) = F$

Viennent ensuite les clauses ontologiques. Celles-ci doivent être élaborées au fur et à mesure de l'inscription de constantes nouvelles dans la syntaxe. Le principe de leur élaboration est le suivant: chaque clause spécifique à une constante doit garantir que la thèse où la constante est inscrite est *logiquement valide.*

Commençons par la constante epsilon qui est inscrite dans l'axiome T1*. Nous proposons la clause suivante:

(7) $v(A\varepsilon B) = V$ *ssi* $Card(v(A)) = 1$ et $v(A) \subseteq v(B)$

Grâce à cette clause, il est désormais possible de démontrer la validité logique de notre axiome.

Démonstration 1: T1* est logiquement valide

Il s'agit d'évaluer l'expression suivante avec $\alpha(a)$ et $\alpha(b)$ quelconques:

$$a\varepsilon b \equiv {}_{\llcorner}\exists c_{\lrcorner}\, {}^{\ulcorner}a\varepsilon c \wedge c\varepsilon b^{\urcorner}$$

Deux cas sont possibles, i) ii):

i) $v(a\varepsilon b) = V$

> $Card(v(a)) = 1$ et $v(a) \subseteq v(b)$ (clause 7)
> Considérons: $\alpha(c)$ t.q. $v(c) = v(a)$
> Il suit: $Card(v(c)) = 1$; $v(a) \subseteq v(c)$; $v(c) \subseteq v(b)$
> $v(a\varepsilon c) = V$ et $v(c\varepsilon b) = V$ (clause 7)
> $v(a\varepsilon c \wedge c\varepsilon b) = V$ (clause 5)
> $v({}_{\llcorner}\exists c_{\lrcorner}\, {}^{\ulcorner}a\varepsilon c \wedge c\varepsilon b^{\urcorner}) = V$ (clauses 3, 6 et $\exists$def)

$v(a\varepsilon b \equiv {}_{\llcorner}\exists c_{\lrcorner}\, {}^{\ulcorner}a\varepsilon c \wedge c\varepsilon b^{\urcorner}) = V$ (clause 4)

ii) $\mathbf{v(a \in b) = F}$

$>$ $Card(v(a)) \neq 1$ ou $v(a) \not\subseteq v(b)$ (clause 7)

a) $Card(v(a)) \neq 1$

$>$ $v(a \in c) = F$, qst $\alpha(c)$ (clause 7)

$>$ $v(\llcorner \exists c \lrcorner \ulcorner a \in c \wedge c \in b \urcorner) = F$ (clauses 5, 3, 6 et $\exists$def)

b) $v(a) \not\subseteq v(b)$

$>$ Il y a $\alpha(c)$ t.q. $v(a \in c \wedge c \in b) = V$ (hypothèse absurde)

$>$ $v(a \in c) = V$ et $v(c \in b) = V$ (clause 5)

$>$ $v(a) \subseteq v(c)$ et $v(c) \subseteq v(b)$ (clause 7)

$>$ Il suit: $v(a) \subseteq v(b)$

$>$ Ceci est contraire à b) donc rejet de l'hyp. absurde:

$>$ $v(a \in c \wedge c \in b) = F$, qst $\alpha(c)$

$>$ $v(\llcorner \exists c \lrcorner \ulcorner a \in c \wedge c \in b \urcorner) = F$ (clauses 3, 6 et $\exists$def)

$\mathbf{v(a \in b \equiv \llcorner \exists c \lrcorner \ulcorner a \in c \wedge c \in b \urcorner) = V}$ (selon a), b) + clause 4)

Le raisonnement ayant porté sur $\alpha(a)$ et $\alpha(b)$ quelconques, il s'ensuit que:

$\mathbf{v(\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \in b \equiv \llcorner \exists c \lrcorner \ulcorner a \in c \wedge c \in b \urcorner \urcorner) = V}$ (clause 3)

cqfd

Proposons maintenant des clauses pour les foncteurs constants «Sin» et «≈»:

(8) $v(Sin\{a\}) = V$ *ssi* $Card(v(a)) = 1$

(9) $v(a \approx b) = V$ *ssi* $v(a) = v(b)$

Démontrer qu'avec ces clauses, T7 et T10 sont logiquement valides se fait aisément et par une démarche similaire à la démonstration 1. Nous laissons donc ceci au lecteur.

La clause pour «∩» est un peu différente dans la mesure où il ne s'agit pas d'un foncteur mais d'une constante de catégorie de base. Nous posons:

(10) $v(\cap) = \emptyset$

Et nous pouvons désormais montrer la validité logique de la thèse T14.

Démonstration 2: T14 est logiquement valide

Il s'agit d'évaluer l'expression suivante avec α(a) quelconque:

$a\varepsilon\cap \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a)$

>	$v(a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a)) = F$	(clauses protothétiques)
>	$v(\cap) = \emptyset$	(clause 10)
>	Il suit: si $v(a) \subseteq v(\cap)$ alors $v(a) = \emptyset$ et $Card(v(a)) \neq 1$	
>	$v(a\varepsilon\cap) = F$	(clause 7)
	$v(a\varepsilon\cap \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a)) = V$	(clause 4)

Le raisonnement ayant porté sur α(a) quelconque, il s'ensuit que:

$v(\llcorner a \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\cap \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a)\urcorner) = V$ (clause 3)

cqfd

L'axiome et toutes les définitions ont été examinés. L'interprétation de Om est donc complète et toutes les thèses y sont logiquement valides. Ajoutons que le domaine d'objets Ω n'a pas été spécifié. L'interprétation proposée vaut donc quel que soit le domaine et Ω peut même être vide.

III.5.2 Le calcul des noms

Considérons maintenant Om^+, un élargissement de Om par l'ajout de cinq nouvelles thèses-définition. Celles-ci inscrivent cinq constantes supplémentaires qui permettent un accès minimal au calcul des noms avec subordination.

$Om^+ = Om + \{T15, T28, T37, T50, T55\}$

T15: $\llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\neg[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)\urcorner$ Def_N

T28: $\llcorner abc \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\{bc\} \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge a\varepsilon c\urcorner$ Def_S

T37: $\llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\ le\ [b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge Sin\{b\}\urcorner$ Def_S

T50: $\llcorner ab\Psi \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\ S\lceil\Psi b\rceil \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\}\urcorner$ Def_N

T55: $\llcorner a\Psi \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon Trm\ <\Psi> \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \Psi\{a\}\urcorner$ Def_N

Suivant le même principe que dans Om, nous proposons cinq nouvelles clauses relatives aux nouvelles constantes:

(11) $v(\neg [A]) = \Omega - v(A)$ (le complémentaire de v(A) dans Ω).

(12) $v(\cdot[AB]) = v(A) \cap v(B)$ (l'intersection de v(A) et v(B))

(13) $v(\text{le } [A]) = v(A)$ *si* $\text{Card}(v(A)) = 1$ (v(A) est un singleton)
$= \emptyset$ *sinon*

(14) $v(S\lceil \Gamma A \rceil) = v(A) \cap \{x \mid v(\Gamma)(\{x\}) = V\}$

(15) $v(\text{Trm} <\Gamma>) = \{x \mid v(\Gamma)(\{x\}) = V\}$

Dans les deux dernières clauses, apparaît un ensemble désigné par l'écriture suivante:

$\{x \mid v(\Gamma)(\{x\}) = V\}$.

Nous indiquons, de cette manière, l'ensemble de tous les objets x tels que l'application v(Γ) donne le vrai lorsqu'elle prend pour argument le singleton {x}. Autrement dit, il s'agit de l'ensemble de tous les objets qui satisfont (individuellement) la propriété exprimée par le foncteur Γ de catégorie S/N. Puisque seuls les singletons sont pris en considération, on remarquera par ailleurs que, si Γ ne possède pas de partie objectuelle, alors $\{x \mid v(\Gamma)(\{x\}) = V\}$ est simplement vide.

Il reste désormais à montrer que chacune des cinq thèses ajoutées est logiquement valide sur la base des clauses (1)-(15). Afin de faciliter les démonstrations, nous montrons préalablement les deux lemmes suivants:

Lemme I:

Soient E et F deux parties d'un ensemble quelconque Ω.

Si $\text{Card}(E) = 1$ et $E \not\subseteq (\Omega - F)$ *alors* $E \subseteq F$.

Hypothèse absurde: $\text{Card}(E) = 1$, $E \not\subseteq (\Omega - F)$ et $E \not\subseteq F$

$E \not\subseteq F$ signifie il y a x t.q. $x \in E$ et $x \notin F$. Ce x ne peut être que l'unique élément du singleton E. Or E est une partie d'Ω, il faut donc forcément que $x \in (\Omega - F)$. Si le seul élément du singleton E appartient à $\Omega - F$, cela signifie que $x \subseteq (\Omega - F)$. Ceci est contraire à l'hypothèse. Il faut donc la rejeter, ce qui montre le lemme.

Lemme II:

Soient E, F et G, trois ensembles quelconques

Si $E \subseteq F$ et $E \not\subseteq (F \cap G)$ *alors* $E \not\subseteq G$.

Hypothèse absurde: $E \subseteq F$ et $E \not\subseteq (F \cap G)$ et $E \subseteq G$

$E \subseteq F$ et $E \subseteq G$ signifient: pour tout x, si $x \in E$ alors $x \in F$ et $x \in G$. Autrement dit, si $x \in E$ alors $x \in (F \cap G)$. Ainsi $E \subseteq (F \cap G)$. Ceci est contraire à l'hypothèse. Il faut la rejeter, ce qui montre le lemme.

Démonstration 3: T15 est logiquement valide

Il s'agit d'évaluer l'expression suivante avec $\alpha(a)$ et $\alpha(b)$ quelconques

$$a\varepsilon\neg\,[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)$$

Deux cas sont possibles i) et ii):

i) $v(a\varepsilon\neg\,[b]) = V$

> $\mathrm{Card}(v(a)) = 1$; $v(a) \subseteq v(\neg\,[b])$ (clause 7)
> $v(a) \subseteq (\Omega - v(b))$ (clause 11)
> Il suit: $v(a) \not\subseteq v(b)$ (un ensemble et son complémentaire étant toujours disjoints)
> $v(a\varepsilon a) = V$; $v(a\varepsilon b) = F$ (clause 7)
> $v(a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)) = V$ (clauses 6, 5)

$v(a\varepsilon\neg\,[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)) = V$ (clause 4)

ii) $v(a\varepsilon\neg\,[b]) = F$

> $\mathrm{Card}(v(a)) \neq 1$ ou $v(a) \not\subseteq v(\neg\,[b])$ (clause 7)

a) $\mathrm{Card}(v(a)) \neq 1$
   > $v(a\varepsilon a) = F$ (clause 7)
   > $v(a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)) = F$ (clause 5)

b) $v(a) \not\subseteq v(\neg\,[b])$
   > Supposons: $\mathrm{Card}(v(a)) = 1$ (sinon retour en a))
   > $v(a) \not\subseteq (\Omega - v(b))$ (clause 11)
   > $v(a) \subseteq v(b)$ (Lemme I)
   > $v(a\varepsilon b) = V$ (clause 7)
   > $v(a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)) = F$ (clauses 6, 5)

> $v(a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)) = F$ (selon a) et b))

$v(a\varepsilon\neg\,[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)) = V$ (clause 4)

Le raisonnement ayant porté sur $\alpha(a)$ et $\alpha(b)$ quelconques, il s'ensuit que

$$v(\llcorner ab \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon\neg\,[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b)\urcorner) = V \qquad \text{(clause 3)}$$

cqfd

Démonstration 4: T28 est logiquement valide

aε·[bc] ≡. aεa ∧ aεb ∧ aεc

Deux cas:

i) v(aε·[bc]) = V

> Card(v(a)) = 1; v(a) ⊆ v(·[bc])	(clause 7)
> v(a) ⊆ (v(b) ∩ v(c))	(clause 12)
> Il suit: v(a) ⊆ v(b); v(a) ⊆ v(c)	
> v(aεb) = V; v(aεc) = V; v(aεa) = V	(clause 7)
> v(aεa∧ aεb ∧ aεc) = V	(clause 5)
v(aε·[bc] ≡. aεa ∧ aεb ∧ aεc) = V	(clause 4)

ii) v(aε·[bc]) = F

> Card(v(a)) ≠ 1 ou v(a) ⊈ v(·[bc])	(clause 7)
a) Card(v(a)) ≠ 1	
> v(aεa∧ aεb ∧ aεc) = F	(clauses 7, 5)
b) v(a) ⊈ v(·[bc])	
> v(a) ⊈ v(b) ∩ v(c)	(clause 12)
> Si v(a) ⊆ v(b) alors v(a) ⊈ v(c)	(Lemme II)
> Si v(a) ⊆ v(c), alors v(a) ⊈ v(c)	(Lemme II)
> Il suit: on ne peut pas avoir en même temps v(a) ⊆ v(b) et v(a) ⊆ v(c)	
> v(aεb) = F **ou** v(aεc) = F	(clause 7)
> v(aεa∧ aεb ∧ aεc) = F	(clause 5)
> v(aεa∧ aεb ∧ aεc) = F	(selon a) et b))
v(aε·[bc] ≡. aεa∧ aεb ∧ aεc) = V	(clause 4)

Le raisonnement ayant porté sur α(a), α(b), α(c) quelconques, on a:

v(⌊abc⌋ ⌜aε·[bc] ≡. aεa ∧ aεb ∧ aεc⌝) = V (clause 3)

cqfd

Démonstration 5: T37 est logiquement valide

aε le [b] ≡. aεa ∧ aεb ∧ Sin{b}

Deux cas:

i) v(aεle [b]) = V

> Card(v(a)) = 1; v(a) ⊆ v(le[b]) donc v(le[b]) ≠ ∅	(clause 7)
> *v(a) ⊆ v(b); Card(v(b)) = 1*	(clause 13)
> v(aεa) = V; v(aεb) = V; v(Sin{b}) = V	(clauses 7, 8)
v(aεle[b] ≡. aεa ∧ aεb ∧ Sin{b}) = V	(clauses 5, 4)

ii) v(aεle [b]) = F

> Card(v(a)) ≠ 1 **ou** v(a) ⊄ v(le[b]) (clause 7)

a) Card(v(a)) ≠ 1

> v(aεa ∧ aεb ∧ Sin{b}) = F (clauses 7, 5)

b) v(a) ⊄ v(le[b])

> v(le[b]) = Ø ou v(le[b]) = v(b) (clause 13)

> v(Sin{b}) = F ou v(a) ⊄ v(b) (clause 8)

Dans les deux cas: v(aεa ∧ aεb ∧ Sin{b}) = F (clauses 7, 5)

v(aεle[b] ≡. aεa ∧ aεb ∧ **Sin{b}**) = V (selon a), b) + clause 4)

Le raisonnement ayant porté sur α(a), α(b) quelconques, on a:

v(⌊ab⌋ ⌜aεle[b] ≡. aεa ∧ aεb ∧ Sin{b}⌝) = V (clause 3)

cqfd

Démonstration 6: T50 est logiquement valide

aε S⌈Ψb⌉ ≡. aεa ∧ aεb ∧ Ψ{a}

Deux cas:

i) v(aεS⌈Ψb⌉) = V

> Card(v(a)) = 1; v(a) ⊆ v(S⌈Ψb⌉) (clause 7)

> v(a) ⊆ (v(b) ∩ {x | v (Ψ)({x}) = V}) (clause 14)

> Il suit: v(a) ⊆ v(b); v(a) ⊆ {x | v (Ψ)({x}) = V}

> v(aεa ∧ aεb) = V (clauses 7, 5)

> v(a) est un singleton inclus dans {x | v(Ψ)({x}) = V}.
Son unique élément y est donc t.q. v(Ψ)({y}) = V.
Mais v(a) = {y} et donc v(Ψ)(v(a)) = V

> v(Ψ{a}) = V (clause 2)

> v(aεa ∧ aεb ∧ Ψ{a}) = V (clause 5)

v(aεS⌈Ψb⌉ ≡. aεa ∧ aεb ∧ Ψ{a}) = V (clause 4)

ii) $v(a\varepsilon S\lceil \Psi b\rceil) = F$

$>$ $Card(v(a)) \neq 1$ ou $v(a) \not\subseteq v(S\lceil \Psi b\rceil)$ (clause 7)

a) $Card(v(a)) \neq 1$

$>$ $v(a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\}) = F$ (clause 7, 5)

b) $v(a) \not\subseteq v(S\lceil \Psi b\rceil)$

$>$ $v(a) \not\subseteq (v(b) \cap \{x \mid v(\Psi)(\{x\}) = V\})$ (clause 14)

$>$ $v(a) \not\subseteq v(b)$ ou $v(a) \subseteq v(b)$ (deux cas de figure possibles)

I. $v(a) \not\subseteq v(b)$

$>$ $v(a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{b\}) = F$ (clauses 7, 5)

II. $v(a) \subseteq v(b)$

$>$ $v(a) \not\subseteq \{x \mid v(\Psi)(\{x\}) = V\}$ (Lemme II)

$>$ Il suit: v(a) est un singleton (sinon retour au cas a)).
Son unique élément y est t.q. $v(\Psi)(\{y\}) = F$.
Mais $v(a) = \{y\}$, donc $v(\Psi)(v(a)) = F$

$>$ $v(\Psi\{a\}) = F$ (clause 2)

$>$ $v(a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\}) = F$ (clause 5)

$>$ $v(a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\}) = F$ (vérifié en a), b)I et b)II)

$v(a\varepsilon S\lceil \Psi b\rceil \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\}) = V$ (clause 4)

Le raisonnement ayant porté sur $\alpha(a)$, $\alpha(b)$, $\alpha(\Psi)$ quelconques, on a:

$v(\llcorner ab\Psi \lrcorner\ \ulcorner a\varepsilon S\lceil \Psi b\rceil \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\}\urcorner) = V$ (clause 3)

cqfd

Il nous reste encore à montrer que la thèse T55 est aussi logiquement valide. Cependant, la démonstration étant tout à fait similaire à la précédente et en fait plus simple, nous la laissons au lecteur.

Par ce qui précède, nous avons montré que, sous l'interprétation proposée, toutes les thèses de Om^+ sont logiquement valides. Nous pouvons donc affirmer que Om^+ est *fondé* et possède, avec cette interprétation ensembliste, un modèle[63].

Bien entendu, tout comme Om, Om^+ est un système rigide dans la mesure où ses thèses sont données par une liste close et particulièrement restreinte. Dans les pages qui suivent, nous allons montrer, pour terminer cette partie sur la sémantique, comment il est possible de sortir de cette situation.

63 Nous entendons par *fondé* que toutes les thèses sont logiquement valides. Un *modèle* est pour un système une interprétation dans laquelle toutes les thèses sont vraies.

III.5.3 Une logique de la subordination interprétée

Sur la même base protothétique qu'avec Om et Om^+, nous allons maintenant construire un nouveau système que nous appellerons Os.

Alors que les systèmes précédents ne comportaient qu'un seul axiome, Os va prendre pour base axiomatique l'ensemble des neuf thèses de Om^+.

Base axiomatique de Os

T1*: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a\varepsilon b \equiv \lfloor \exists c \rfloor \ulcorner a\varepsilon c \wedge c\varepsilon b \urcorner \urcorner$ Ax. 1

T7: $\lfloor a \rfloor \ulcorner \mathrm{Sin}\{a\} \equiv a\varepsilon a \urcorner$ Ax. 2

T10: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \approx b \equiv \lfloor c \rfloor \ulcorner c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b \urcorner \urcorner$ Ax. 3

T14: $\lfloor a \rfloor \ulcorner a\varepsilon \cap \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a) \urcorner$ Ax. 4

T15: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a\varepsilon \neg [b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon b) \urcorner$ Ax. 5

T28: $\lfloor abc \rfloor \ulcorner a\varepsilon \cdot [bc] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge a\varepsilon c \urcorner$ Ax. 6

T37: $\lfloor ab \rfloor \ulcorner a\varepsilon \mathrm{le}\,[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \mathrm{Sin}\{b\} \urcorner$ Ax. 7

T50: $\lfloor ab\Psi \rfloor \ulcorner a\varepsilon\ S\{\Psi b\} \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\} \urcorner$ Ax. 8

T55: $\lfloor a\Psi \rfloor \ulcorner a\varepsilon \mathrm{Trm}\ {<}\Psi{>} \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \Psi\{a\} \urcorner$ Ax. 9

Le système Os, contrairement aux Ontologies que nous avons examinées jusqu'ici, n'est pas un système développemental. Il ne possède pas de règle de définition et les significations accessibles sont entièrement données par la base axiomatique qui précède. Os possède néanmoins trois règles, qui sont reprises de l'Ontologie.

Règles d'inférence de Os

1. Règle *Det* de détachement.
2. Règle *Dis* de distribution du quantificateur.
3. Règle *Sub* de substitution.

Ces règles ont été présentées succinctement en III.3.2 et nous les caractérisons ici de la manière schématique suivante:

1. Règle Det:

$$\begin{array}{|ll} m & A \equiv B \\ n & A \\ \hline & B \end{array} \quad \text{m, n, Det} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{|ll} m & A \equiv B \\ n & B \\ \hline & A \end{array} \quad \text{m, n, Det}$$

2. Règle Dis:

$$\begin{array}{|l} n \quad \llcorner xy \lrcorner \ulcorner A \equiv B \urcorner \\ \hline \llcorner x \lrcorner \ulcorner \llcorner y \lrcorner \ulcorner A \urcorner \equiv \llcorner y \lrcorner \ulcorner B \urcorner \urcorner \end{array} \quad \text{n, Dis [+ effacement des quant. inutiles]}$$

3. Règle Sub:

$$\begin{array}{|l} n \quad \llcorner x \lrcorner \ulcorner A(x) \urcorner \\ \hline \llcorner y \lrcorner \ulcorner A(B(y)) \urcorner \end{array} \quad \text{n, Sub [B(y) de même catégorie que x et y libre dans A]}$$

Nous conservons enfin dans Os l'interprétation telle qu'elle a été présentée plus haut: un système catégoriel A, une application α et les clauses (1)-(15) de l'évaluation v. Comme nous l'avons vu, les neuf thèses qui constituent Om^+ sont alors logiquement valides. Le système Os possède donc une base axiomatique fondée relativement aux interprétations considérées. Pour s'assurer que le système Os est lui-même fondé, il convient encore de montrer que les trois règles conservent le vrai. C'est ce que nous allons faire à présent.

Démonstration 7: La règle Det conserve le vrai

Avoir[64]: ***Si*** **v(A ≡ B) = V et v(A) = V,** ***alors*** **v(B) = V**

> v(A ≡ B) = V; v(A) = V (supposé)
> v(A) = v(B) (clause 4)
Il suit: v(B) =V

cqfd

64 Nous démontrons ici que la variante du détachement à droite conserve le vrai. La variante à gauche se démontre de la même manière.

Démonstration 8: La règle Dis conserve le vrai

A voir:

Si $v(\ulcorner xy \urcorner \ulcorner A \equiv B \urcorner) = V$, ***alors*** $v(\ulcorner x \urcorner \ulcorner \ulcorner y \urcorner \ulcorner A \urcorner \equiv \ulcorner y \urcorner \ulcorner B \urcorner \urcorner) = V$

> $v(\ulcorner xy \urcorner \ulcorner A \equiv B \urcorner) = V$ (supposé)
> $v(\ulcorner x \urcorner \ulcorner \ulcorner y \urcorner \ulcorner A \urcorner \equiv \ulcorner y \urcorner \ulcorner B \urcorner \urcorner) = F$ (hypothèse absurde)
> > Il y a $\alpha(x)$ t.q. $v(\ulcorner y \urcorner \ulcorner A \urcorner \equiv \ulcorner y \urcorner \ulcorner B \urcorner) = F$ (clause 3)
> > $v(\ulcorner y \urcorner \ulcorner A \urcorner) \neq v(\ulcorner y \urcorner \ulcorner B \urcorner)$ (clause 4)
> > Donc il y a $\alpha(y)$ t.q. $v(A) \neq v(B)$ (clause 3)
> > $v(\ulcorner y \urcorner \ulcorner A \equiv B \urcorner) = F$ (clauses 4, 3)
> > Il y a $\alpha(x)$ t.q. $v(\ulcorner y \urcorner \ulcorner A \equiv B \urcorner) = F$
> > $v(\ulcorner xy \urcorner \ulcorner A \equiv B \urcorner) = F$ (clause 3)

Ceci est contraire à la supposition, il faut rejeter l'hypothèse absurde:

$v(\ulcorner x \urcorner \ulcorner \ulcorner y \urcorner \ulcorner A \urcorner \equiv \ulcorner y \urcorner \ulcorner B \urcorner \urcorner) = V$

cqfd

Démonstration 9: La règle Sub conserve le vrai

A voir: ***Si*** $v(\ulcorner x \urcorner \ulcorner A(x) \urcorner) = V$, ***alors*** $v(\ulcorner y \urcorner \ulcorner A(B(y)) \urcorner) = V$

> $v(\ulcorner x \urcorner \ulcorner A(x) \urcorner) = V$ (supposé)
> Quel que soit $\alpha(x)$, $v(A(x)) = V$ (clause 3)
> B(y) est une expression de la même catégorie que x (supposé)
> Il suit: v(B(y)) appartient au même domaine de quantification que $\alpha(x)$.
> Quelle que soit $\alpha(y)$, il y a $\alpha(x)$ t.q. $\alpha(x) = v(B(y))$.
> Ainsi, puisque quel que soit $\alpha(x)$, $v(A(x)) = V$, on a $v(A(B(y))) = V$, quelle que soit $\alpha(y)$.

$v(\ulcorner y \urcorner \ulcorner A(B(y)) \urcorner) = V$ (clause 3)

cqfd

En conséquence, puisque la base axiomatique est fondée et que les trois règles conservent le vrai, on peut affirmer que Os est *fondé*.

Ajoutons qu'il n'a pas été question jusqu'ici de la *règle d'extensionnalité* de l'Ontologie. Comme la règle de définition, celle-ci est une règle développementale. Elle permet d'établir des thèses au fur et à mesure de l'introduction de catégories nouvelles. Son absence de Os s'explique donc, mais il serait tout de même souhaitable de disposer dans le système de l'expression du principe d'extensionnalité. Une solution consiste à ajouter les différentes thèses d'extensionnalité à la base axiomatique, en

vérifiant que le système reste fondé. Cette démarche demanderait une nouvelle démonstration pour chaque thèse relative à chaque catégorie présente dans Os.

Nous nous contenterons ici d'une seule de ces thèses d'extensionnalité, celle qui concerne la catégorie N des noms. C'est en effet la seule qui nous a été nécessaire plus haut. Pour les autres, nous sommes d'avis qu'il va de soi qu'elles sont certainement logiquement valides avec des interprétations qui prennent pour principe l'extensionnalité des significations.

Nous proposons donc de construire une expansion Os^+ de Os, en ajoutant à la base axiomatique l'expression du principe d'extensionnalité pour les noms T19.

$Os^+ = Os + T19$

T19: $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \llcorner c \lrcorner \ulcorner c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b \urcorner \equiv \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner \urcorner$ Ax. 10

Démonstration 10: T19 est logiquement valide

$$\llcorner c \lrcorner \ulcorner c\varepsilon a \blacksquare c\varepsilon b \urcorner \blacksquare \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \blacksquare \Psi\{b\} \urcorner$$

Deux cas:

i) $\mathbf{v(\llcorner c \lrcorner \ulcorner c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b \urcorner) = V}$

> $v(a \approx b) = V$	(équiv. Ax. 3, clause 4)
> $v(a) = v(b)$	(clause 9)
> Il suit: quel que soit $\alpha(\Psi)$, $v(\Psi\{a\}) = v(\Psi\{b\})$	
> $v(\llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner) = V$	(clauses 4, 3)
$\mathbf{v(\llcorner c \lrcorner \ulcorner c\varepsilon a \blacksquare c\varepsilon b \urcorner \blacksquare \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \blacksquare \Psi\{b\} \urcorner) = V}$	(clause 4)

ii) $\mathbf{v(\llcorner c \lrcorner \ulcorner c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b \urcorner) = F}$

> $v(a \approx b) = F$	(idem qu'en i))
> $v(a) \neq v(b)$	(clause 9)
> Il suit: il y a $\alpha(\Psi)$ t.q. $v(\Psi\{a\}) \neq v(\Psi\{b\})$	
> $v(\llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner) = F$	(clauses 4, 3)
$\mathbf{v(\llcorner c \lrcorner \ulcorner c\varepsilon a \blacksquare c\varepsilon b \urcorner \blacksquare \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \blacksquare \Psi\{b\} \urcorner) = V}$	(clause 4)

Le raisonnement ayant porté sur $\alpha(a)$, $\alpha(b)$ quelconques, on a:

$\mathbf{v(\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \llcorner c \lrcorner \ulcorner c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b \urcorner \equiv \llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner \urcorner) = V}$ (clause 3)

cqfd

Os^+ est donc également fondé relativement aux interprétations ensemblistes que nous avons données.

Comme nous l'avons dit, Os et Os^+ ne sont pas des systèmes développementaux. Os^+ a cependant été construit de manière à hériter les propriétés qui nous importaient dans l'Ontologie: il s'agit d'une logique non contradictoire, libre et neutre ontologiquement.

De plus Os^+ permet, par les significations primitives qu'il contient dans sa base axiomatique, un accès au calcul des noms avec subordination. Il s'agit donc bien d'une *logique de la subordination*. Elle contient tous les foncteurs dont nous avons eu besoin pour offrir des solutions aux énigmes de Russell[65].

La conception de l'interprétation proposée plus haut, relativement à laquelle cette logique de la subordination est fondée, permet donc de valider sémantiquement notre calcul, dont nous avons montré plus haut qu'il constitue une alternative adéquate à la théorie des descriptions.

65 A l'exception de «=». Mais on peut aisément en disposer par le biais de la définition conventionnelle suivante: $A = B =_{df} A \approx B \wedge Sin[A]$.

CONCLUSION

Conclusion

Nous avons beaucoup insisté dans le déroulement de ce travail sur une question: quelle place convient-il d'accorder au nom dans une théorie logique? La réponse classique a été largement examinée et nous avons montré dans notre premier chapitre qu'elle consiste en fin de compte à réduire d'une manière radicale les noms du langage ordinaire à un usage généralisé dans la langue formelle des prédicats et de la quantification objectuelle.

L'opposition que nous avons manifestée à l'égard de cette perspective s'est dirigée sur l'instrument logique principal de cette réduction: la théorie russellienne des descriptions. Les raisons que nous avons invoquées à l'appui de notre position peuvent se résumer essentiellement en trois points.

Le premier est d'ordre général et concerne les limitations auxquelles les systèmes logiques issus de la tradition des *Principia* sont inévitablement conduits. Nous en avons examiné trois sortes, qui sont par ailleurs bien connues: la difficulté d'élaborer un critère proprement logique pour distinguer nom et description, l'impossibilité de rendre compte d'un usage rationnel, voire même scientifique, des noms vides et enfin, l'absence de neutralité ontologique.

Le second a été notre refus d'adhérer au réductionnisme de Quine. Bien que non russellienne, la solution de Quine nous semble être la seule qui, d'un point de vue logique, conduise la théorie des descriptions dans ses conséquences ultimes. Malheureusement, le remplacement que propose Quine des noms propres logiques par des prédicats n'est pas réglé d'une manière logique et fait appel à une procédure conventionnelle. La démarche imaginée par Quine produit une économie symbolique indéniable, pourtant la question reste selon nous largement ouverte quant à savoir si les problèmes épistémiques que l'on voulait éviter ne se reportent pas simplement dans le domaine de la prédication.

Le troisième, enfin, est peut-être plus idéologique. Il nous paraît en effet regrettable qu'une théorie logique s'éloigne si considérablement de l'usage ordinaire des noms. La réduction de ceux-ci conduit à donner à la traduction une importance considérable. Or, celle-ci ne peut en dernier

recours que s'appuyer sur les intuitions que nous avons du contenu logique des énoncés. S'il nous paraît impossible d'éviter complètement ce recours, l'usage d'un appareillage formel plus riche et plus proche des formes discursives permet pourtant d'en réduire les conséquences. L'outil catégoriel apparaît en ce sens d'une grande utilité. Il permet de disposer d'une base minimale d'analyse qui est commune aux langages ordinaire et logique.

A l'origine de notre projet se trouvait une conviction: il devait être possible de concevoir un formalisme logique qui échappe aux conséquences mentionnées des systèmes classiques. Le nom devait y jouer un rôle prépondérant et il fallait qu'il satisfasse au moins deux conditions: celle de constituer un langage extensionnel au moins aussi riche que celui de la logique des prédicats et celle de pouvoir résoudre les problèmes et énigmes qui sont à l'origine de la conception par Russell de la théorie des descriptions.

Avec un programme aussi ambitieux, nous ne partions pas bien entendu d'un sol vierge. La connaissance que nous avions des systèmes de Lesniewski, et en particulier de l'Ontologie, nous a largement influencé. Nous savions que, sur la base d'une conception extrêmement large du nom, il est possible de construire un calcul extensionnel libre et universel. Le défi restait donc à montrer qu'on pouvait y développer les instruments adéquats pour répondre à notre seconde condition: disposer d'une véritable alternative à la théorie russellienne.

La question du nom complexe nous est alors apparue comme centrale. Comment pouvait-on rendre compte de la multitude des expressions nominales complexes si l'on ne disposait dans le symbolisme que de noms simples et de combinaisons entre ceux-ci? Nous gardions alors à l'esprit la recherche que nous avions entreprise au sujet de la *Logique* de Port-Royal. Périmé par bien des aspects, ce traité du XVIIe siècle nous était apparu remarquable par l'une au moins de ses analyses: derrière tout terme complexe, nous disent en substance les Messieurs de Port-Royal, se cache en fait une proposition qu'on nomme «incidente» et la forme qui rend ce fait le plus explicite dans la langue est celle qui comprend un pronom relatif. L'analyse logico-grammaticale que nous proposent les auteurs de Port-Royal constitue, par bien des aspects, une pierre angulaire de leur théorie des termes complexes et de la

détermination nominale[1]. On trouve encore dans un passage de Bolzano une idée similaire:

> [Il y a] une différence singulière entre les parties d'une idée (*Vorstellung*): certaines sont elles-mêmes des idées alors que d'autres par contre sont des propositions entières. Prenons pour exemple l'idée de terrien (*Erdengeschöpf*). Il m'apparaît qu'une de ses parties doit être considérée en elle-même comme une idée. Il s'agit de celle qui peut être exprimée par le mot *créature* (*Geschöpf*). La partie restante, celle qui exprime que cette créature vit sur la Terre, m'apparaît en revanche comme une proposition complète. Celle-ci cependant est combinée d'une telle façon avec l'idée de créature que le complexe ainsi formé (la pensée d'une créature qui habite la Terre) n'asserte rien. En conséquence, il ne constitue pas une proposition mais seulement une simple idée. (1963: 88, nous trad.).

Sur la base de ces incitations, nous avons alors compris que ce qui manquait au calcul extensionnel des noms, c'était précisément la possibilité de rendre compte des constituants propositionnels qui pouvaient être enfermés dans les noms complexes. Il nous restait donc à développer dans l'Ontologie des opérateurs capables de répondre à une telle tâche et, par analogie avec la grammaire, nous les avons nommés *les opérateurs de subordination logique*. Le reste est désormais une histoire connue et nous ne voulons pas la refaire ici.

Quant aux résultats, nous les résumons ici en quelques points. Nous avons tout d'abord montré, d'une manière générale, comment il est possible de formaliser les noms logiques en s'affranchissant de la théorie russellienne des descriptions ainsi qu'en évitant les limitations auxquelles elle conduit. Si les travaux de Lesniewski ont largement guidé notre réflexion, nous pensons avoir également montré qu'avec une méthodologie adéquate, l'analyse des faits discursifs peut contribuer d'une manière substantielle à enrichir le champ des recherches logiques.

Partant essentiellement des résultats d'Ajdukiewicz, nous avons élaboré le système catégoriel A, qui s'est avéré en ce sens un outil des plus précieux. Non seulement il nous a été indispensable dans la mise en évidence des traits structuraux et de l'organisation fonctionnelle des formes linguistiques étudiées, mais son rôle dans l'interprétation que

1 *Cf.* Arnauld et Nicole (1981: 65-70 et 118-128) et les commentaires de Pariente (1985: 59-81 et *passim*).

nous avons proposée des formalismes lesniewskiens a été des plus essentiels.

Enfin, nous avons montré qu'il est indispensable, dans un calcul extensionnel des noms, de disposer au moins d'un foncteur de subordination logique. Si les opérateurs nominaux de coordination semblent, à la rigueur, suffire pour un traitement formel des noms complexes, la subordination est nécessaire dès lors que l'on veut éviter une réduction conventionnelle des propriétés aux noms. Le calcul que nous avons proposé permet en effet de régler les passages de l'une à l'autre de ces catégories d'une manière formelle et opératoire. Associé au foncteur élémentaire «Trm», le foncteur «S» – de catégorie N/(S/N)N – nous a en outre permis d'obtenir un formalisme aux possibilités expressives accrues. En contribuant de la sorte à réduire le poids des transformations non réglées de la traduction, nous avons pu, pour terminer, donner une solution adéquate et proche de l'usage ordinaire aux énigmes bien connues de Russell.

Les parties les moins achevées de l'ouvrage sont évidemment celles qui concernent la sémantique. Comme nous l'avons signalé, l'absence d'une littérature développée sur les questions sémantiques dans l'Ontologie nous a passablement handicapé. Réduit comme nous l'avons été à collecter des hypothèses plus ou moins étayées chez différents auteurs, notre travail a surtout consisté à entreprendre un défrichage qui reste à la mesure des moyens à notre disposition. Une recherche plus approfondie dans les domaines de la quantification et de l'interprétation serait du plus grand intérêt et assurerait aux études lesniewskiennes une meilleure assise.

Par ailleurs, le large usage que nous avons fait des notions ensemblistes standard est probablement le reflet le plus frappant de cette absence de moyens. On ne manquera pas de relever l'injustice qui est ainsi faite à une théorie qui s'est précisément construite dans une opposition forte à l'artificialité et aux écueils de la notion standard d'ensemble distributif. Malgré les précautions prises, nous n'avons à l'évidence pas su, dans ces questions, nous départir suffisamment de l'influence de la théorie des modèles. Nous restons bien entendu à l'affût de toute suggestion qui pourrait nous en faire sortir.

Pour terminer sur une note optimiste, indiquons encore deux directions dans lesquelles notre recherche mériterait d'être prolongée.

La première a déjà été mentionnée et concerne la prise en considération de la diversité des relations que la subordination logique est capable d'exprimer dans l'usage ordinaire. Nous avons vu que le relatif *dont* permet en effet à la langue d'associer la subordonnée au terme antécédent de multiples manières: par le biais d'une partie, d'un ingrédient ou même d'un aspect des objets visés. Seule une Ontologie appliquée permettrait de rendre compte de ces relations spécifiques. La *Méréologie*, ou théorie des relations de partie à tout, constitue un de ces systèmes appliqués qui pourraient être, dans ce cas, d'une grande utilité. Une sémantique méréologique permettrait, grâce à la relation dite d'*ingrédience*, d'accéder à ces entités que sont pour les objets leurs parties, leurs fragments ou leurs constituants. Les travaux de Lesniewski et de ses commentateurs sont à ce sujet d'une grande richesse et ne demandent qu'à être exploités.

Enfin, il faudrait aussi élargir la recherche sur les noms complexes en s'émancipant du domaine de la stricte extensionnalité. Il n'y a pas de doute à notre sens que la subordination logique joue un rôle central dans la construction par un locuteur de ses objets de discours. La *logique naturelle* développée par l'Ecole neuchâteloise de logique[2] offrirait alors un cadre théorique adéquat pour l'élaboration d'une sémantique évolutive où les objets ne seraient pas donnés une fois pour toutes, mais susceptibles d'être enrichis, modelés ou modifiés, comme ils le sont en somme dans le déroulement effectif de la pensée.

2 *Cf.* en particulier Borel, Grize, Miéville (1983) et Borel, Miéville, Vergès (2000).

Annexe I: liste des thèses

			Pages
T1:	$\lfloor Ab \rfloor \ulcorner A \varepsilon b .\equiv. \lfloor \exists B \rfloor \ulcorner B \varepsilon A \urcorner \wedge$		
	$\lfloor DC \rfloor \ulcorner D \varepsilon A \wedge C \varepsilon A .\supset D \varepsilon C \urcorner \wedge \lfloor D \rfloor \ulcorner D \varepsilon A \supset D \varepsilon b \urcorner \urcorner$		162
T1*:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \varepsilon b \equiv \lfloor \exists c \rfloor \ulcorner a \varepsilon c \wedge c \varepsilon b \urcorner \urcorner$		232
T2:	$V \equiv \lfloor p \rfloor \ulcorner p \equiv p \urcorner$	Def_S	167
T3:	$F \equiv \sim V$	Def_S	167
T4:	$\lfloor v \rfloor \ulcorner Com\{v\} \equiv \lfloor pq \rfloor \ulcorner v(pq) \equiv v(qp) \urcorner \urcorner$	Def_S	167
T5:	$\lfloor a \rfloor \ulcorner Den\{a\} \equiv \lfloor \exists b \rfloor \ulcorner b \varepsilon a \urcorner \urcorner$	Def_S	168
T6:	$\lfloor a \rfloor \ulcorner Uni\{a\} \equiv \lfloor bc \rfloor \ulcorner b \varepsilon a \wedge c \varepsilon a .\supset b \varepsilon c \urcorner \urcorner$	Def_S	168
T7:	$\lfloor a \rfloor \ulcorner Sin\{a\} \equiv a \varepsilon a \urcorner$	Def_S	168
T8:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \subset b \equiv \lfloor c \rfloor \ulcorner c \varepsilon a \supset c \varepsilon b \urcorner \urcorner$	Def_S	168
T9:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner a < b \equiv. a \subset b \wedge Den\{a\} \urcorner$	Def_S	168
T10:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \approx b \equiv \lfloor c \rfloor \ulcorner c \varepsilon a \equiv c \varepsilon b \urcorner \urcorner$	Def_S	169
T11:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \lozenge b \equiv. a \approx b \wedge Den\{a\} \urcorner$	Def_S	169
T12:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner a = b \equiv. a \approx b \wedge Sin\{a\} \urcorner$	Def_S	169
T13:	$\lfloor a \rfloor \ulcorner a \varepsilon \cup \equiv. a \varepsilon a \wedge a \varepsilon a \urcorner$	Def_N	170
T14:	$\lfloor a \rfloor \ulcorner a \varepsilon \cap \equiv. a \varepsilon a \wedge \sim(a \varepsilon a) \urcorner$	Def_N	170
T15:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner a \varepsilon \neg [b] \equiv. a \varepsilon a \wedge \sim(a \varepsilon b) \urcorner$	Def_N	170
T16:	$\lfloor pq \rfloor \ulcorner \supseteq \{p\}(q) \equiv p \supset q \urcorner$	$*Def_N$	170
T17:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner \xi \{b\}\{a\} \equiv a \varepsilon b \urcorner$	$*Def_N$	170
T18:	$\lfloor fg \rfloor \ulcorner \lfloor pq \rfloor \ulcorner f(pq) \equiv g(pq) \urcorner \equiv \lfloor \Psi \rfloor \ulcorner \Psi\{f\} \equiv \Psi\{g\} \urcorner \urcorner$	Ext	171
T19:	$\lfloor ab \rfloor \ulcorner \lfloor c \rfloor \ulcorner c \varepsilon a \equiv c \varepsilon b \urcorner \equiv \lfloor \Psi \rfloor \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner \urcorner$	Ext	171
T20:	$\lfloor a \rfloor \ulcorner \lfloor \exists b \rfloor \ulcorner a \varepsilon b \urcorner \supset a \varepsilon a \urcorner$		172

T21:	$\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \wedge b\varepsilon c .\supset a\varepsilon c \urcorner$		173
T22:	$\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \wedge b\varepsilon c .\supset b\varepsilon a \urcorner$		173
T23:	$\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \wedge b\varepsilon c .\equiv a=b \urcorner$		173
T24:	$\llcorner b \lrcorner \ulcorner \sim(b\varepsilon \cap) \urcorner$		174
T25:	$\sim \llcorner a \lrcorner \ulcorner Den\{a\} \urcorner$		174
T26:	$\sim \llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \equiv \sim(a\varepsilon\neg[b]) \urcorner$		176
T27:	$\sim \llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \vee a\varepsilon\neg[b] \urcorner$		176
T28:	$\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a\varepsilon\cdot[bc] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge a\varepsilon c \urcorner$	Def_N	176
T29:	$\llcorner abc \lrcorner \ulcorner a\varepsilon+[bc] \equiv :\ a\varepsilon a .\wedge .\ a\varepsilon b \vee a\varepsilon c \urcorner$	Def_N	176
T30:	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \cap \subset a \urcorner$		179
T31:	$\sim \llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \subset b \supset Den\{a\} \urcorner$		180
T32:	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a<b \supset Den\{a\} \urcorner$		181
T33:	$\sim \llcorner ab \lrcorner \ulcorner a<b \supset Sin\{a\} \urcorner$		181
T34:	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \supset Sin\{a\} \urcorner$		181
T34*:	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon b \supset a\varepsilon a \urcorner$		181
T35:	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner Den^{+}\{a\} \equiv .\ Den\{a\} \wedge \sim Sin\{a\} \urcorner$	Def_N	182
T36:	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\rightarrow b \equiv .\ a\subset b \wedge Den^{+}\{a\} \urcorner$	Def_N	182
T37:	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon\ le\ [b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge Sin\{b\} \urcorner$	Def_S	184
T38:	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon\ les\ [b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \sim Sin\{b\} \urcorner$	Def_S	184
T39:	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner Den\{le\ [a]\} \supset Sin\{a\} \urcorner$		184, 265
T40:	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner Den\{les\ [a]\} \supset Den^{+}\{a\} \urcorner$		184, 266
T41:	$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon\ v[b] \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \sim(a\varepsilon a) \wedge b = b \urcorner$	Def_N	184
T42:	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner v[a]=\cap \urcorner$		185
T43:	$\llcorner \Psi \lrcorner \ulcorner Po\ \leftarrow\Psi\rightarrow \equiv \llcorner a \lrcorner \ulcorner \Psi\{a\} \supset a\varepsilon a \urcorner \urcorner$	Def_S	188
T44:	$Po\ \leftarrow Sin\rightarrow$		189
T45:	$\llcorner a \lrcorner \ulcorner v\{a\} \equiv \llcorner b \lrcorner \ulcorner \sim(b\varepsilon a) \urcorner \urcorner$	Def_S	190

T46:	$\sim {}_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner} \ulcorner \mathrm{Po} \leftarrow \Psi \rightarrow \urcorner$		190
T47:	${}_{\llcorner}\Psi\ a_{\lrcorner} \ulcorner \mathrm{Part}_{\mathrm{O}} \Leftarrow \Psi \Rightarrow \{a\} \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \Psi\{a\} \urcorner$	*$\mathrm{Def}_{\mathrm{S}}$	190
T48:	${}_{\llcorner}\ \Psi\ _{\lrcorner} \ulcorner \mathrm{Po} \leftarrow \mathrm{Part}_{\mathrm{O}} \Leftarrow \Psi \Rightarrow \rightarrow \urcorner$		190
T49:	${}_{\llcorner}abp_{\lrcorner} \ulcorner a\varepsilon^* \leq pb \geq \equiv .a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge p \urcorner$	$\mathrm{Def}_{\mathrm{N}}$	192
T50:	${}_{\llcorner}ab\Psi_{\lrcorner} \ulcorner a\varepsilon\ S\lceil\Psi b\rfloor \equiv .\ a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\} \urcorner$	$\mathrm{Def}_{\mathrm{N}}$	195
T51:	${}_{\llcorner}\Psi d_{\lrcorner} \ulcorner \sim {}_{\llcorner}\exists c_{\lrcorner} \ulcorner \mathrm{Part}_{\mathrm{O}} \Leftarrow \Psi \Rightarrow \{c\} \urcorner \supset v\{S\lceil\Psi d\rfloor\} \urcorner$		196, 267
T52:	${}_{\llcorner}\Psi b_{\lrcorner} \ulcorner v\{S\lceil\Psi b\rfloor\} \equiv .\ v\{b\} \vee {}_{\llcorner}a_{\lrcorner} \ulcorner a\varepsilon b \supset \sim\Psi\{a\} \urcorner \urcorner$		196, 267
T53:	${}_{\llcorner}\Psi b_{\lrcorner} \ulcorner \mathrm{Sin}\{S\lceil\Psi b\rfloor\} \Subset .\mathrm{Sin}\{b\} \wedge {}_{\llcorner}\exists a_{\lrcorner} \ulcorner a\varepsilon b \wedge \Psi\{a\} \urcorner \urcorner$		196
T54:	${}_{\llcorner}b_{\lrcorner} \ulcorner S\lceil \mathrm{Sin}\, b\rfloor \approx b \urcorner$		197
T55:	${}_{\llcorner}a\Psi_{\lrcorner} \ulcorner a\varepsilon \mathrm{Trm} <\Psi> \equiv .\ a\varepsilon a \wedge \Psi\{a\} \urcorner$	$\mathrm{Def}_{\mathrm{N}}$	199
T56:	${}_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner} \ulcorner \mathrm{Trm} <\Psi> \approx S\lceil\Psi\cup\rfloor \urcorner$		199, 270
T57:	${}_{\llcorner}a\Psi_{\lrcorner} \ulcorner a\varepsilon \mathrm{Trm} <\Psi> \equiv \mathrm{Part}_{\mathrm{O}} \Leftarrow \Psi \Rightarrow \{a\} \urcorner$		199
T58:	${}_{\llcorner}\Psi b_{\lrcorner} \ulcorner S\lceil\Psi b\rfloor \approx \cdot\ [b\ \mathrm{Trm} <\Psi>] \urcorner$		200, 271
T59:	${}_{\llcorner}ab_{\lrcorner} \ulcorner a = b \supset {}_{\llcorner}\Psi_{\lrcorner} \ulcorner \Psi\{a\} \equiv \Psi\{b\} \urcorner \urcorner$		210

Annexe II: bibliothèque des contextes

Catégories	Contextes	Constantes
S	-	V, F
N	-	$\cup, \cap$
S/S	(-)	~
S/SS	(--)	$\equiv, \wedge, \supset, \vee$
S/NN	{--}	$\varepsilon, \subset, <, \approx, \Diamond, =, \rightarrow$
S/(S/SS)	⌊-⌋	Com
S/N	{-}	Den, Uni, Sin, Den^{+}, v
N/N	[-]	¬ , le, les, v
(S/S)/S	⌊-⌋	$\supseteq$
(S/N)/N	⌊-⌋	$\underline{\varepsilon}$
N/NN	[--]	·, +
S/(S/N)	← - →	Po
(S/N)/(S/N)	⇇ - ⇉	Part_{O}
N/SN	≤ -- ≥	*
N/(S/N)N	⌈--⌉	S
N/(S/N)	< - >	Trm

Annexe III: démonstrations

T39: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner Den\{le\ [a]\} \supset Sin\{a\} \urcorner$

1.	a	$Den\{le\ [a]\}$	hyp
2.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner Den\{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b\varepsilon a \urcorner \urcorner$	T5
3.		$Den\{le\ [a]\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b\varepsilon\ le\ [a] \urcorner$	2, $\llcorner \lrcorner$e, a/le [a]
4.		$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b\varepsilon\ le\ [a] \urcorner$	1, 3, Det
5.		b $b\varepsilon\ le\ [a]$	hyp
6.		$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a\varepsilon\ le\ [b] \equiv .a\varepsilon a \wedge a\varepsilon b \wedge Sin\{b\} \urcorner$	T37
7.		$b\varepsilon\ le\ [a] \equiv .b\varepsilon b \wedge b\varepsilon a \wedge Sin\{a\}$	6, $\llcorner \lrcorner$e, a/b, b/a
8.		$b\varepsilon b \wedge b\varepsilon a \wedge Sin\{a\}$	5, 7, Det
9.		$Sin\{a\}$	8, $\wedge$e
10.		$Sin\{a\}$	4, 5-9, $\exists$e
11.		$Den\{le\ [a]\} \supset Sin\{a\}$	1-10, $\supset$i
12.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner Den\{le\ [a]\} \supset Sin\{a\} \urcorner$	1-11, $\llcorner \lrcorner$i

T40: $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{\mathrm{les}\ [a]\} \supset \mathrm{Den}^{+}\{a\} \urcorner$

1.	a	$\mathrm{Den}\{\mathrm{les}\ [a]\}$	hyp
2.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon a \urcorner \urcorner$	T5
3.		$\mathrm{Den}\{\mathrm{les}\ [a]\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon\ \mathrm{les}\ [a] \urcorner$	2, $\llcorner \lrcorner$e, a/les [a]
4.		$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon\ \mathrm{les}\ [a] \urcorner$	1, 3, Det
5.		b $b \varepsilon\ \mathrm{les}\ [a]$	hyp
6.		$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \varepsilon\ \mathrm{les}\ [b] \equiv .\ a \varepsilon a \wedge a \varepsilon b \wedge \sim \mathrm{Sin}\{b\} \urcorner$	T38
7.		$b \varepsilon\ \mathrm{les}\ [a] \equiv .\ b \varepsilon b \wedge b \varepsilon a \wedge \sim \mathrm{Sin}\{a\}$	6, $\llcorner \lrcorner$e, a/b, b/a
8.		$b \varepsilon b \wedge b \varepsilon a \wedge \sim \mathrm{Sin}\{a\}$	5, 7, Det
9.		$\sim \mathrm{Sin}\{a\}$	8, $\wedge$e
10.		$b \varepsilon a$	8, $\wedge$e
11.		$\llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon a \urcorner$	10, $\exists$i
12.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon a \urcorner \urcorner$	T5
13.		$\mathrm{Den}\{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon a \urcorner$	12, $\llcorner \lrcorner$e
14.		$\mathrm{Den}\{a\}$	11, 13, Det
15.		$\mathrm{Den}\{a\} \wedge \sim \mathrm{Sin}\{a\}$	9, 14, $\wedge$e
16.		$\mathrm{Den}\{a\} \wedge \sim \mathrm{Sin}\{a\}$	4, 5-15, $\exists$e
17.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}^{+}\{a\} \equiv .\ \mathrm{Den}\{a\} \wedge \sim \mathrm{Sin}\{a\} \urcorner$	T35
18.		$\mathrm{Den}^{+}\{a\} \equiv .\ \mathrm{Den}\{a\} \wedge \sim \mathrm{Sin}\{a\}$	17, $\llcorner \lrcorner$e
19.		$\mathrm{Den}^{+}\{a\}$	16, 18, Det
20.		$\mathrm{Den}\{\mathrm{les}\ [a]\} \supset \mathrm{Den}^{+}\{a\}$	1-19, $\supset$i
21.		$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \mathrm{Den}\{\mathrm{les}\ [a]\} \supset \mathrm{Den}^{+}\{a\} \urcorner$	1-20, $\llcorner \lrcorner$i

T51: $\lfloor\Psi d\rfloor\ \ulcorner\sim\lfloor\exists c\rfloor\ \ulcorner \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{c\}\urcorner \supset v\{S\lceil\Psi d\rceil\}\urcorner$

1.	Ψd	$\sim\lfloor\exists c\rfloor\ \ulcorner \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{c\}\urcorner$	hyp
2.		b $\quad b \varepsilon S\lceil\Psi d\rceil$	hyp
3.		$\quad b\varepsilon b \wedge b\varepsilon d \wedge \Psi\{b\}$	T50 + $\lfloor\ \rfloor$e + 2, Det
4.		$\quad b\varepsilon b \wedge \Psi\{b\}$	3, $\wedge$e
5.		$\quad \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{b\}$	T47 + $\lfloor\ \rfloor$e + 4, Det
6.		$\quad \lfloor\exists c\rfloor\ \ulcorner \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{c\}\urcorner$	5, $\exists$i, b/c
7.		$\quad \sim\lfloor\exists c\rfloor\ \ulcorner \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{c\}\urcorner$	1, reit
8.		$\sim(b\varepsilon S\lceil\Psi d\rceil)$	2, 6, 7, ~i
9.		$\lfloor b\rfloor\ \ulcorner\sim(b\varepsilon S\lceil\Psi d\rceil)\urcorner$	2-8, $\lfloor\ \rfloor$i
10.		$v\{S\lceil\Psi d\rceil\}$	T45 + $\lfloor\ \rfloor$e + 9, Det
11.		$\sim\lfloor\exists c\rfloor\ \ulcorner \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{c\}\urcorner \supset v\{S\lceil\Psi d\rceil\}$	1-10, $\supset$i
12.	$\lfloor\Psi d\rfloor\ \ulcorner\sim\lfloor\exists c\rfloor\ \ulcorner \mathrm{Part}_O \Subset \Psi \Supset \{c\}\urcorner \supset v\{S\lceil\Psi d\rceil\}\urcorner$		1-11, $\lfloor\ \rfloor$i

T52: $\lfloor\Psi b\rfloor\ \ulcorner v\{S\lceil\Psi b\rceil\} \equiv .\ v\{b\} \vee \lfloor a\rfloor\ \ulcorner a\varepsilon b \supset \sim\Psi\{a\}\urcorner\urcorner$

Par souci de simplification, nous présentons la démonstration de T52 en deux temps, c'est-à-dire en démontrant successivement les deux conditionnelles généralisées suivantes:

$\vdash \lfloor\Psi b\rfloor\ \ulcorner v\{b\} \vee \lfloor a\rfloor\ \ulcorner a\varepsilon b \supset \sim\Psi\{a\}\urcorner .\supset v\{S\lceil\Psi b\rceil\}\urcorner$

$\vdash \lfloor\Psi b\rfloor\ \ulcorner v\{S\lceil\Psi b\rceil\} \supset .\ v\{b\} \vee \lfloor a\rfloor\ \ulcorner a\varepsilon b \supset \sim\Psi\{a\}\urcorner\urcorner$

1.	Ψb		ν{b} ∨ ⌞a⌟ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝	hyp.
2.			ν{b}	hyp.
3.			⌞a⌟ ⌜ν{a} ≡ ⌞c⌟ ⌜~(cεa)⌝⌝	T4S
4.			ν{b} ≡ ⌞c⌟ ⌜~(cε b)⌝	3, ⌞⌟e, a/b
5.			⌞c⌟ ⌜~(cε b)⌝	2, 4, Det
6.			c | cε S⌜Ψb⌝	hyp.
7.			⌞abΨ⌟ ⌜aεS⌜Ψb⌝ ≡. aεa ∧ aεb ∧ Ψ{a}⌝	T50
8.			cε S⌜Ψb⌝ ≡. cεc ∧ cεb ∧ Ψ{c}	7, ⌞⌟e, a/c
9.			cεc ∧ cεb ∧ Ψ{c}	6, 8, Det
10.			cεb	9, ∧e
11.			⌞c⌟ ⌜~(cεb)⌝	S, reit
12.			~(cε b)	11, ⌞⌟e
13.			~(cεS⌜Ψb⌝)	6, 10, 12, ~i
14.			⌞c⌟ ⌜~(cε S⌜Ψb⌝)⌝	6-13, ⌞⌟i
15.			ν{S⌜Ψb⌝} ≡ ⌞c⌟ ⌜~(cε S⌜Ψb⌝)⌝	3, ⌞⌟e, a/S⌜Ψb⌝
16.			ν{S⌜Ψb⌝}	14, 15, Det
17.			⌞a⌟ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝	hyp.
18.			c | cε S⌜Ψb⌝	hyp.
19.			⌞abΨ⌟ ⌜aεS⌜Ψb⌝ ≡.aεa ∧ aεb ∧ Ψ{a}⌝	T50
20.			cε S⌜Ψb⌝ ≡.cεc ∧ cεb ∧ Ψ{c}	19, ⌞⌟e, a/c
21.			cεc ∧ cεb ∧ Ψ{c}	18, 20, Det
22.			cεb	21, ∧e
23.			⌞a⌟ ⌜aε b ⊃ ~Ψ{a}⌝	17, reit
24.			cε b ⊃ ~Ψ{c}	23, ⌞⌟e, a/c
25.			~Ψ{c}	22, 24, ⊃e
26.			Ψ{c}	21, ∧e
27.			~(cε S⌜Ψb⌝)	18, 25, 26, ~i
28.			⌞c⌟ ⌜~(cε S⌜Ψb⌝)⌝	18-27, ⌞⌟i
29.			⌞a⌟ ⌜ν{a} ≡ ⌞c⌟ ⌜~(cεa)⌝⌝	T4S*
30.			ν{S⌜Ψb⌝} ≡ ⌞c⌟ ⌜~(cε S⌜Ψb⌝)⌝	29, ⌞⌟e, a/S⌜Ψb⌝
31.			ν{S⌜Ψb⌝}	28, 30, Det
32.			ν{S⌜Ψb⌝}	1, 2-16, 17-31, ∨e
33.		ν{b} ∨ ⌞a⌟ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝ .⊃ ν{S⌜Ψb⌝}		1-32, ⊃i
34.	⌞Ψb⌟ ⌜ν{b} ∨ ⌞a⌟ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝ .⊃ν{S⌜Ψb⌝}⌝			1-33, ⌞⌟i

1.	Ψb	v{Sˆ⌜Ψb⌝}	hyp.
2.		~v{b} ∧ ~$_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝	hyp.
3.		~v{b}	2, ∧e
4.		~$_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝	2, ∧e
5.		a aεb	hyp.
6.		Ψ{a}	hyp.
7.		v{Sˆ⌜Ψb⌝}	1, reit
8.		$_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜v{a} ≡ $_{\llcorner}$c$_{\lrcorner}$ ⌜~(cεa)⌝⌝	T45*
9.		v{Sˆ⌜Ψb⌝} ≡ $_{\llcorner}$c$_{\lrcorner}$ ⌜~(cεSˆ⌜Ψb⌝)⌝	8, $_{\llcorner\lrcorner}$e, a/Sˆ⌜Ψb⌝
10.		$_{\llcorner}$c$_{\lrcorner}$ ⌜~(cεSˆ⌜Ψb⌝)⌝	7, 9, Det
11.		v{b} ≡ $_{\llcorner}$c$_{\lrcorner}$ ⌜~(cεb)⌝	8, $_{\llcorner\lrcorner}$e, a/b
12.		~v{b}	3, reit
13.		~$_{\llcorner}$c$_{\lrcorner}$ ⌜~(cεb)⌝	11, 12, Det-neg
14.		~(aεSˆ⌜Ψb⌝)	10, $_{\llcorner\lrcorner}$e, c/a
15.		$_{\llcorner}$abΨ$_{\lrcorner}$ ⌜aεSˆ⌜Ψb⌝≡.aεa ∧ aεb ∧ Ψ{a}⌝	T50
16.		aε Sˆ⌜Ψb⌝≡.aεa ∧ aε b ∧ Ψ{a}	15, $_{\llcorner\lrcorner}$e
17.		~(aεa ∧ aεb ∧ Ψ{a})	14, 16, Det-neg
18.		~(aεa ∧ aεb)	6, 17, ∧e-neg
19.		~(aεa) ∨ ~(aεb)	18, De Morgan
20.		~(aεa)	hyp.
21.		$_{\llcorner}$ab$_{\lrcorner}$ ⌜aεb ⊃ aεa⌝	T34*
22.		aεb ⊃ aεa	21, $_{\llcorner\lrcorner}$e
23.		~(aεa) ⊃ ~(aεb)	22, contraposition
24.		~(aεb)	20, 23, ⊃e
25.		~(aεb)	hyp.
26.		~(aεb)	25, rep
27.		~(aεb)	19, 20-24, 25-26, ∨e
28.		aεb	5, reit
29.		~Ψ{a}	6, 27, 28, ~i
30.		(aεb) ⊃ ~Ψ{a}	5-29, ⊃i
31.		$_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜(aεb) ⊃ ~Ψ{a}⌝	5-30, $_{\llcorner\lrcorner}$i
32.		~(~v{b} ∧ ~$_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝)	2, 4, 31, ~i
33.		v{b} ∨ $_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝	32, De Morgan
34.		v{Sˆ⌜Ψb⌝} ⊃. v{b} ∨ $_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝	1-33, ⊃i
35.		$_{\llcorner}$Ψb$_{\lrcorner}$ ⌜v{Sˆ⌜Ψb⌝} ⊃. v{b} ∨ $_{\llcorner}$a$_{\lrcorner}$ ⌜aεb ⊃ ~Ψ{a}⌝⌝	1-34, $_{\llcorner\lrcorner}$i

T56: $\llcorner\Psi\lrcorner\ulcorner \mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle \approx S\lceil\Psi\cup\rceil\urcorner$

1.	Ψ	c	$c\varepsilon\mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle$	hyp.
2.			$c\varepsilon c \wedge \Psi\{c\}$	T55 + $\llcorner\lrcorner$e + 1, Det
3.			$c\varepsilon\cup \equiv . c\varepsilon c \wedge c\varepsilon c$	T13 + $\llcorner\lrcorner$e
4.			$c\varepsilon c \wedge c\varepsilon c$	2, ∧e + ∧i
5.			$c\varepsilon\cup$	3, 4, Det
6.			$c\varepsilon c \wedge c\varepsilon\cup \wedge \Psi\{c\}$	2, 5, ∧i
7.			$c\varepsilon S\lceil\Psi\cup\rceil$	T50 + $\llcorner\lrcorner$e + 6, Det
8.			$c\varepsilon\mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle \supset c\varepsilon S\lceil\Psi\cup\rceil$	1-7, ⊃i
9.			$c\varepsilon S\lceil\Psi\cup\rceil$	hyp.
10.			$c\varepsilon c \wedge c\varepsilon\cup \wedge \Psi\{c\}$	T50 + $\llcorner\lrcorner$e + 9, Det
11.			$c\varepsilon c \wedge \Psi\{c\}$	10, ∧e
12.			$c\varepsilon\mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle$	T55 + $\llcorner\lrcorner$e + 11, Det
13.			$c\varepsilon S\lceil\Psi\cup\rceil \supset c\varepsilon\mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle$	9-12, ⊃i
14.			$c\varepsilon\mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle \equiv c\varepsilon S\lceil\Psi\cup\rceil$	8, 13, ≡i
15.		$\llcorner c\lrcorner$	$\ulcorner c\varepsilon\mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle \equiv c\varepsilon S\lceil\Psi\cup\rceil\urcorner$	1-14, $\llcorner\lrcorner$i
16.			$\mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle \approx c\varepsilon S\lceil\Psi\cup\rceil$	T10 + $\llcorner\lrcorner$e + 15, Det
17.	$\llcorner\Psi\lrcorner$		$\ulcorner \mathrm{Trm}\langle\Psi\rangle \approx S\lceil\Psi\cup\rceil\urcorner$	1-16, $\llcorner\lrcorner$i

T58: $\llcorner \Psi b \lrcorner \ulcorner S(\Psi b) \approx \cdot [b\ \mathrm{Trm} <\Psi>] \urcorner$

1.	Ψb	c		cε S(Ψb)	hyp.
2.				cεc ∧ cεb ∧ Ψ{c}	T50 + ⌞⌟e + 1, Det
3.				cεc ∧ cεb	2, ∧e
4.				cεc ∧ Ψ{c}	2, ∧e
5.				cεTrm <Ψ>	T55 + ⌞⌟e + 4, Det
6.				cεc ∧ cεb ∧ cεTrm <Ψ>	3, 5, ∧i
7.				cε · [b Trm <Ψ>]	T28 + ⌞⌟e + 6, Det
8.			cε S(Ψb) ⊃ cε · [b Trm <Ψ>]		1-7, ⊃i
9.				cε · [b Trm <Ψ>]	hyp.
10.				cεc ∧ cεb ∧ cεTrm <Ψ>	T28 + ⌞⌟e + 9, Det
11.				cεc ∧ cεb	10, ∧e
12.				cεTrm <Ψ>	10, ∧e
13.				cεc ∧ Ψ{c}	T55 + ⌞⌟e + 12, Det
14.				Ψ{c}	13, ∧e
15.				cεc ∧ cεb ∧ Ψ{c}	11, 14, ∧i
16.				cε S(Ψb)	T50 + ⌞⌟e + 15, Det
17.			cε · [b Trm <Ψ>] ⊃ cε S(Ψb)		9-16, ⊃i
18.			cε S(Ψb) ≡ cε · [b Trm <Ψ>]		8, 17, ≡i
19.		⌞c⌟ ⌜cε S(Ψb) ≡ cε · [b Trm <Ψ>]⌝			1-18, ⌞⌟i
20.		S(Ψb) ≈ · [b Trm <Ψ>]			T10 + ⌞⌟e + 19, Det
21.	⌞Ψb⌟ ⌜S(Ψb) ≈ · [b Trm <Ψ>]⌝				1-20, ⌞⌟i

Bibliographie

AJDUKIEWICZ K. (1935). Die syntaktische Konnexität. *Studia Philosophica* 1, 1-27. Trad. ang. Mc Call S. (1967). 207-231.

ARNAULD A., LANCELOT C. (1966). *Grammaire générale et raisonnée*. Facsimilé de 1676. Stuttgart-Bad Cannstatt: Friedrich Frommann Verlag.

ARNAULD A., NICOLE P. (1981). *La logique ou l'art de penser*. Ed. Clair-Girbal. Paris: Vrin.

BAR-HILLEL Y. (1953). A quasi-arithmetical notation for syntactic description. *Language*, vol. 29. 47-58.

BÉCHADE H. D. (1994). *Grammaire française*. Paris: PUF.

BERRENDONNER A. (1995). Anaphore associative et méréologie. Dans *Stanislaw Lesniewski Aujourd'hui. Recherches sur la philosophie et le langage*, 16. Grenoble: Dép. de philosophie, Université P. Mendès-France. 237-255.

BIDAUD F. (1985). *L'actualisation par l'article en français*. Pise: Pacini.

BOLZANO B. (1963). *Grundlegung der Logik. Wissenschaftslehre* I/II. Hamburg: F. Meiner.

BOREL M.-J., GRIZE J.-B., MIÉVILLE D. (1983). *Essai de logique naturelle*. Berne: P. Lang.

BOREL M.-J., MIÉVILLE D., VERGÈS P. (2000 à paraître). *Logique naturelle*. Paris: PUF Coll. psychologie et sciences de la pensée.

BOURQUIN D. (1996). Les catégories syntaxico-sémantiques: petite histoire d'un grand problème. *Travaux de logique du CdRS*, 10. Neuchâtel: Université. 1-34.

—. (1999). Catégorie et anaphore. *Travaux de logique du CdRS*, 13. Neuchâtel: Université. 109-124.

CENDRARS B. (1930). *Rhum. L'aventure de Jean Galmot*. Paris: Grasset.

CHEVALIER J.-C., Arrivé M., Blanche-Benveniste C., Peytard J. (1964). *Grammaire Larousse du français contemporain*. Paris: Larousse.

CHOMSKY N. (1966). *Cartesian Linguistics*. Trad. fr. (1969). *La linguistique cartésienne*. Paris: Seuil.

CRESSWELL M. J. (1973). *Logics and languages*. London: Methuen.

—. (1976). Categorial languages. Dans *XXII Conference on the History of Logic*, 5-9 july 1976. Cracow: Jagiellonian University. 1-23.

CURRY H., FEYS R. (1958). *Combinatory logic*. Vol.1. Amsterdam: North-Holland.

DE LIBERA A., ROSIER I. (1992). Définition des catégories grammaticales. Dans Auroux S. (éd). *Histoire des idées linguistiques*, T.2. Liège: P. Mardaga. 130-136.

DESCLÉS J.-P. (1986). *Sciences cognitives et grammaire applicative universelle. Cahier scolia.* Paris: Centre d'Analyse et de Mathématiques Sociales, CNRS.

—. (1990). *Langages applicatifs, langues naturelles et cognition.* Paris: Hermès.

ENGEL P. (1985). *Identité et référence. La théorie des noms propres chez Frege et Kripke.* Paris: Presses de l'Ecole normale supérieure.

—. (1989). *La norme du vrai. Philosophie de la logique.* Paris: Gallimard.

FREGE G. (1891). Funktion und Begriff. Conférence donnée à Iéna le 9 janvier. Repris dans (1967). *Kleine Schriften.* Hidesheim: G. Olms. Trad. fr. dans Frege (1971). 80-101.

—. (1892). Über Sinn und Bedeutung. *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 100. 25-50. Trad. fr. dans Frege (1971). 102-126.

—. (1971). *Ecrits logiques et philosophiques.* Trad. Imbert C. Paris: Seuil.

FREGE G., RUSSELL B. (1994). *Correspondance. Juin 1902-décembre 1904, mars-juin 1912.* Paris: EPEL.

FREY L. (1987). La négation dans la logique d'Aristote. Dans collectif. *Pensée naturelle, logique et langage.* Genève: Droz.

FUCHS C., MILNER J. (1979). *A propos des relatives. Etude empirique de faits français, anglais et allemands, et tentative d'interprétation.* Paris: selaf.

GARDIES J.-L. (1975). *Esquisse d'une grammaire pure.* Paris: Vrin.

—. (1979). *Essai sur la logique des modalités.* Paris: PUF.

GESSLER N. (1996). De la catégorie sémantique du nom à la définition collective de la classe. *Travaux de logique du CdRS*, 10. Neuchâtel: Université. 79-109.

GODARD D. (1988). *La syntaxe des relatives en français.* Paris: CNRS.

GRÉVISSE M. (1986). *Le bon usage, grammaire française.* 12e éd. Paris/Louvain-la-Neuve: Duculot.

HENRY D. P. (1972). *Medieval logic and metaphysics, a modern introduction.* London: Hutchinson University Library.

HUME D. (1978). *A Treatise of Human Nature.* 2nd ed. by Selby-Bigge L. A., Nidditch P. H. Oxford: Clarendon.

HUSSERL E. (1962). *Recherches logiques.* T.II, 2e partie. Paris: PUF.

JORAY P. (1993). Port-Royal: une logique des idées. *Travaux de logique du CdRS*, 9. Neuchâtel: Université. 1–70.

—. (1996). Du langage naturel aux langages logiques: esquisse d'une approche catégorielle. *Travaux de logique du CdRS*, 10. Neuchâtel: Université. 53-77.

—. (1997). Les logiques modales. *Travaux de logique du CdRS*, 11. Neuchâtel: Université. 15-55.
—. (1999). Domaines de quantification et catégories syntaxico-sémantiques. *Travaux de logique du CdRS*, 13. Neuchâtel: Université. 43-62.
KANT E. (1944). *Critique de la raison pure*. Paris: PUF.
KLEIBER G. (1981). Relatives spécifiantes et relatives non spécifiantes. *Le français moderne*, 49. 216-233.
KNEALE W., KNEALE M. (1962). *The development of logic*. Oxford: Clarendon.
KRIPKE S. (1976). Is there a problem about substitutionnal quantification? Dans Evans G., Mc Dowell J. (eds). *Truth and meaning. Essays in semantics*. Oxford: Clarendon. 325-419.
—. (1982). *La logique des noms propres (Naming and necessity)*. Paris: Minuit.
KÜNG G. (1977). The meaning of quantifiers in the logic of Lesniewski. *Studia Logica*, 36. 309-322.
KÜNG G., CANTY J. T. (1970). Substitutional quantification and Lesniewskian quantifiers. *Theoria*, 36. 165-182.
LAGARDE J.-P. (1988). Les parties du discours dans la linguistique moderne et contemporaine. *Langages*, 92. 93-108.
LALLOT J. (1988). Origines et développement de la théorie des parties du discours en Grèce. *Langages*, 92. 11-23.
LEJEWSKI C. (1954). Logic and existence. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 5. 104-119. Repris et cité ici dans Srzednicki et alii. (1984). 45-58.
—. (1958). On Lesniewski's ontology. *Ratio (Oxford)*, 1. 150-176. Repris et cité ici dans Srzednicki et alii. (1984). 123-148.
—. (1977). Systems of Lesniewski's ontology with the functor of weak inclusion as the only primitive term. *Studia Logica*, 36. 323-349.
LESNIEWSKI S. (1930). Über die Grundlagen der Ontologie. *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III, 23. 111-132. Trad. ang. Lesniewski (1992). 606-628.
—. (1989). *Sur les fondements de la mathématique. Fragments (Discussions préalables, méréologie, ontologie)*. Trad. Kalinowski G. Paris: Hermès.
—. (1992). *Collected Works*. Surma S. J., Srzednicki J. T., Barnett D. I. (eds). Varsovie: Polish Scientific Pub. et Dordrecht: Kluwer.
LUSCHEI E. C. (1962). *The logical systems of Lesniewski*. Amsterdam: North-Holland.
MACHOVER M. (1966). Contextual determinacy in Lesniewski's grammar. *Studia Logica*, 19. 47-58.

MC CALL S. (1967). *Polish logic, 1920-1939*. Oxford: Clarendon.
MIÉVILLE D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de Stanislaw Lesniewski. Protothétique-Ontologie-Méréologie*. Berne: P. Lang.
—. (1987). Remarques sur le traitement de la référence dans les systèmes logiques. *Travaux du CdRS*, 53. Neuchâtel: Université. 91-109.
—. (1991). La négation, une étude logique. *Travaux de logique du CdRS*, 6. Neuchâtel: Université.
—. (1993). L'antre des relations. *Travaux du CdRS*, 61. Neuchâtel: Université. 53-96.
—. (1999). Associative anaphora: An attempt at formalisation. *Journal of Pragmatics*, 31. 327-337.
MORRIS C. W. (1938). Fondations of the Theory of Signs. *International Encyclopedia of Unified Science*, I.1. Chicago: University Press. 1-59.
MULLER C. (1996). *La subordination en français. Le schème corrélatif*. Paris: A. Colin/Masson.
NEALE S. (1990). *Descriptions*. Cambridge Mass.: The MIT Press.
NEF F. (1999). La lecture par Brentano des catégories aristotéliciennes et l'ontologie formelle. *Travaux de logique du CdRS*, 13. Neuchâtel: Université. 63-92.
NOAILLY M. (1990). *Le substantif épithète*. Paris: PUF.
OCKHAM G. (1993). *Somme de logique*. Première partie. Trad. Biard J. Mauvezin: Trans-Europ-Repress.
OERLHE R. T. ET AL. (1988). *Categorial grammars and natural language structures*. Dordrecht: Reidel.
PARIENTE J.-C. (1985). *L'analyse du langage à Port-Royal. Six études logico-grammaticales*. Paris: Minuit.
PRIEST G., ROUTLEY R., NORMAN J. EDS. (1989). *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*. München: Philosophia Verlag.
PUSTEJOVSKY J., BOGURAEV B. (1993). Lexical knowledge representation and natural language processing. *Artificial Intelligence*, 63. Elsevier. 193-223.
QUINE W. V. O. (1963). *From a logical point of view*. New York: Harper & Row.
—. (1968). Existence and quantification. Dans Quine (1969). 91-113.
—. (1969). *Ontological relativity and other essays*. New York/London: Columbia University Press.
—. (1972). *Méthodes de logique*. Paris: A. Colin.
—. (1975). *La philosophie de la logique*. Paris: Aubier.
—. (1976). *Mathematical logic*. Revised ed. Cambridge: Cambridge University Press.

RUSSELL B. (1905). On denoting. Dans Russell (1983-97), Vol. 4. 414-427. Trad. fr. dans Russell (1989). 201-218.
—. (1912). *The prablems of philosophy*. Oxford/London: Oxford University Press. Trad. fr. Rivenc F. Paris: Payot. (1989).
—. (1918). *The philosophy of logical atomism*. Dans Russell (1983-97), Vol. 8. 155-244. Trad. fr. dans Russell (1989). 335-342.
—. (1970). *Introduction à la philosophie mathématique*. Trad. Moreau G. Paris: Payot.
—. (1983-97). *The collected papers of Bertrand Russell*. London: Allen & Unwin/Routledge.
—. (1989). *Ecrits de logique philosophique*. Roy J.-M. (ed). Paris: PUF.
SCHÖNFINKEL M. (1924). Über die Bausteine der mathematischen Logik. *Mathematische Annalen*, 92. 305-315. Trad. ang. dans Van Heijenoort (1967). 355-366.
SIMONS P. M. (1982). On understanding Lesniewski. *History and Philosophy of Logic*, 3. 165-191.
—. (1987). *Parts. A study in antology*. Oxford: Clarendon.
—. (1995). Lesniewski and ontological commitment. Dans *Stanislaw Lesniewski Aujourd'hui. Recherches sur la philosophie et le langage*, 16. Grenoble: Dép. de philosophie, Université P. Mendès-France. 103-119.
SLUPECKI J. (1955). S. Lesniewski's calculus of names. *Studia Logica*, 8. 7-73. Repris et cité ici dans Srzednicki et alii. (1984). 59-122.
SOBOCINSKI B. (1961a). On the single axioms of protothetic II. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 2. 111-126.
—. (1961b). On the single axioms of protothetic III. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 2. 129-148.
—. (1967). Successive simplifications of the axiom-system of Lesniewski's ontology. Dans Mc Call (1967). 188-200.
SRZEDNICKI J. T. J., RICKEY V. F., CZELAKOWSKI J. (1984). *Lesniewski's systems. Ontology and Mereology*. The Hague: M. Nijhoff.
SWIGGERS P. (1984). La Grammaire de Port-Royal et le «parallélisme logico-grammatical». *Orbis (Bulletin int. de doc. linguistique)*, xxxiii. 29-56.
TARSKI A. (1972). *Logique, sémantique, métamathématiques*. T.1. Trad. Granger G.-G. et alii. Paris: A. Colin.
TESNIÈRE L. (1959). *Eléments de syntaxe structurale*. Paris: Klincksieck.
TOURATIER C. (1980). *La relative. Essai de théorie syntaxique*. Paris: Klincksieck.
VAN HEIJENOORT J. (1967). *From Frege to Gödel. A source book in mathematical logic, 1879-1931*. Cambridge Mass.: Harvard University Press.

VERNANT D. (1986a). *Introduction à la philosophie de la logique.* Bruxelles: P. Mardaga.
—. (1986b). Quantification substitutionnelle: contextes intensionnels et question d'existence. *Dialectica*, 40/4. 273-296.
—. (1993). *La philosophie mathématique de Bertrand Russell.* Paris: Vrin.
—. (1997). *Du discours à l'action. Etudes pragmatiques.* Paris: PUF.
VOLKEN H. (1997a). «Ex contradictione non quodlibet». Vers une nouvelle approche de la contradiction? *Revue Européenne des sciences sociales*, XXXV/107. 73-83.
—. (1997b). Le statut logique de la contradiction: l'approche paraconsistante. *Travaux de logique du CdRS*, 11. Neuchâtel: Université. 257-271.
WHITEHEAD A. N., RUSSELL B. (1927). *Principia Mathematica.* 2nd ed. London/Cambridge: Cambridge University Press. Trad. fr. de l'introduction dans Russell (1989). 217-334.
WILMET M. (1983). Les déterminants du nom en français. Essai de synthèse. *Langue française*, 57. 15-33.

Index nominum

Ajdukiewicz 15, 27, **93-98**, **119-122**, 126-128, 155, 255.
Aristote 23n.
Arnauld *cf.* Port-Royal.
Bar-Hillel 15, 27, 121, 128.
Béchade 124n.
Berrendonner 207n.
Bidaud 77.
Boguraev 120n.
Bolzano 255.
Bourquin 17n, 23n, 138n.
Canty 231n, 233.
Carnap 10n.
Cendrars 183.
Chevalier 79.
Chomsky 86.
Church 101n, 103n, 142n.
Cresswell 103n.
Curry 143, 146n.
De Libera 23n.
Desclés 101n, 143n, 146n.
Engel 10n, 54-55, 214.
Feys 143n, 146n.
Frege 9-12, 18-20, 26, 33n, 39, 41-43, 47-50, 53, 56, 68, 143n, 159n, 208.
Frey 75n, 176n, 211n.
Fuchs 83-84n.
Gardies 116n, 121, 126-127, 133n.
Gessler 207n.
Godard 84n.
Grévisse 79, 88n.
Henry 66n, 75n, 157n, 176, 188n, 199.
Hume 76.
Husserl **17-26**, **32-35**, 76, 92-95, 119, 177.
Kant 76.
Kleiber 87, 88n, 125.
Kneale 49, 64.
Kripke 51-54, 198, **215-220**.
Küng 188n, 231n, 233.
Lagarde 27n.
Lallot 23n.
Lancelot *cf.* Port-Royal.
Lejewski **157-161**, 168, 231n, 233.
Lesniewski 4, 69-70, 76, 92-93, **155-174**, 206, 213, 220, 223, 229-230, 231-234, 254-257.
Lukasiewicz 121.
Luschei 157n, 174n.
Machover 230n, 231, 233.
Miéville 61, 69, 75n, 157n, 159n, 164-165n, 167n, 170n, 172-173, 176n, 207n, 220, 230-231n, 257n.
Milner 83-84n.
Morris 235n.
Muller 84n.
Neale 192.
Nef 23n.
Nicole *cf.* Port-Royal.
Noailly 79-81.
Ockham 159.
Oerlhe 121n.
Pariente 255n.
Peano 40.
Port-Royal 67-68, **85-87**, 89n, 92n, 136, 254-255.
Priest 10-11n.
Pustejovsky 120n.
Quine 3, **51-53**, 65, 67, 155-156, 198, 253.

Rosier 23n.
Rosser 101n, 103n, 142n.
Russell 3-5, 12, 31-35, 39-45, 47-65, 67-68, 76, 143n, 159n, 183, 185, 207-212, 250, 254.
Schönfinkel 143, 146n.
Searle 55.
Simons 174, 207n, 231n, 234n.
Slupecki 157n, 188n.
Sobocinski 172, 199, 231n.
Swiggers 92n.
Tarski 25, 166.
Tesnière 136-137.
Touratier 84-86, 88-89n, 125, 136.
Vernant 39n, 47-48, 56-57, 61, 65-66, 117n, 143n.
Volken 10-11n.
Whitehead 39-45, 49n, 51n, 55-57, 67, 143n, 208-209.
Wilmet 77, 79, 183n.
Wittgenstein 10n, 12.

Index rerum

Actualisation **77-81**, 124, 182.
Adjectif 76, **78-80**, **84-87**, 128, 139-140.
Anaphore 136-139, 191-193, 206-207.
Article 76-81, 124, **125-128**, 130, 133, 137, **182-187**, 195.
– défini **182-186**, 203-204.
– indéfini **186-187**, 204.
Calcul des noms 68-70, 74-76, 91, 152, 156, 175, 201, 240-245, (*cf.* aussi Ontologie de L.)
Caractérisation **77-82**, 194-195.
Cardinalité (des ensembles) **108-110**, 151-152, 229.
Catégories sémantiques **23-29**, 32, 93-95, 219-220.
– axiomes catégoriels 100-101.
– de base/dérivées **25-29**, 32, 93, 98, 106-109, 119, **126-127**, 237.
– catégorèmes/syncatégorèmes **17-21**, 25, 93, 100, 118, 126-127.
– index catégoriel 94, 98.
– ordre des arguments dans les c. 131n, 141, 147, 150n, 191.
– preuve catégorielle **102**, 113, 121.
– quantification catégorielle (*cf.* quantification).
– règles catégorielles *cf.* règles.
– S/N 187-190, (*cf.* aussi propriétés).
– séquence catégorématique 100, **102**, 121.
– séquence catégorielle **99-100**, 110-114, 120.
– séquence sémantique 111-112.
– terme catégoriel **99**, 106-107.
– théories/systèmes catégoriels 15, 26-28, **91-95**, **97-122**, 123, 126-128, 141-143, 148, 222-229, 232-233, 254-256.
Church-Rosser (propriété de) 101n, 142n.
Complémentation 80.
Complétude sémantique 115-116.
Connexion syntaxique *cf.* catégories sém. théories/systèmes.
Consistance 13, 24, 174, 250, (*cf.* aussi contradiction).
Constante logique 12, 14.
Contradiction 10-11n, 250.
Contexte **167n**, 229-230, 263.
Coordination logique 31n, 36, 68, 74, 156, 176-177, 197-199, 205.
Curriage/curryfication *cf.* paramétrage.
Déduction naturelle 172, 230n.
Définition
– conventionnelle 250n.
– de l'Ontologie *cf.* règles de l'Ontologie
– d'usage(*in use*) 40.
Description (théorie des) 35, **39-45**, **47-66**, 67-69, 155-156, 207, 212, 250-254.
Détermination/-ant **76-88**, 123-124, 139, 147, 182-185, 195.
Domaine/codomaine 28, 106-107, 115.
Domaine d'objets 63, 65, 70, 189-190, 214, 217, 233-234.
Elément marqué **105**, 112.
Enigmes de Russell
– auteur de *Waverley* 42-45, 208-210.
– calvitie du roi de France 210-212.

– propositions d'existence 41-42, 207-208.
Ensembles adéquats 152.
Epistémique (critère) **50-54**, 58.
Epithète *cf.* adjectif, relatif/-ve
Epsilon *cf.* Ontologie de L.
Equivalence
– applicative 146.
– relations d' **169**, 208-210.
Existence 21-22, 33, 51, **56-57**, 61-63, 65, 73-76, 161n, 163-164, 177-182, 187-189, 217, 236, (*cf.* aussi positionnalité, propositions d'existence)
– présupposition d' **47-51**, 178n, (*cf.* aussi positionnalité).
Extensionnalité (principe/règle) **171n**, 248-249.
Fiction 60-62.
Fonction propositionnelle 14, 18-19, 53-54 (*cf.* aussi proposition, analyse de la).
Fondé 115-116, **245**, 248-250.
Formalisation **10-13**, 79, 91, 149, 155, 191.
Forme logique **13-14**, 95.
Grammaire pure logique **23-24**, 92, 95.
Identification 80-81.
Identité 42-45, 161n, 169, 205, 208-210, 214.
Inclusion (relations d') 161n, 168, **179-182**.
Intuitionnisme 10n.
Logicisme 67.
Logique
– classique/non classique 12-15, 69, 157.
– de la subordination **246-250**, 255-256, (*cf.* aussi Ontologies partielles Os, Os').
– libre 62, 67-70, 173, 175, 250, (*cf.* aussi nom vide).
– naturelle 257.
– paraconsistante 11n, (*cf.* aussi contradiction, trivialité).
– universelle 64-65, 67, 69-70, 175, (*cf.* aussi neutralité ontologique).
Mathématiques 58-60 (*cf.* aussi logicisme).
Méréologie 159n, 206, 207n, 257.
Modalités 12, 54, 116.
Modèle 245.
Négation
– nominale 74-75, **170**, **176**.
– prédicative 211.
Neutralité ontologique 62-66.
Nom
– complexe 20, **31-37**, **39-41**, 47, 68-69, 74-76, 81, 128, 158, 176, 201-205, 212, 254-255.
– de l'Ontologie **158-161**, 170-171, 176-177, 187, 197, 199-201, 207-208, 233-234.
– désignateur rigide 54.
– logique **17-22**, **23-29**, 39-45, 48-53, 67-68, 73-74, 154, 198-201, 253.
– pluriel/général **158-159**, 184, 233.
– singulier/propre/individuel 18, 39, **48-49**, 55, 78, 158, 182-184, 233.
– vide 20-21, **55-62**, 68, **159**, 170, 175, 184-185, 211-212, 233, 235, 253.
– substantif 20, 76-80, 87, 124, 127, 195.
Nombres complexes 58-60.
Nominalisation 132-133.
Normativité de la logique 9-11.
Obversion (loi d') 176.
Ontologie de Lesniewski 69-70, 76, **157-174**, 175, 206, 213-214, 254-255.

– axiome de l' **162-164**, 171, 231-232.
– epsilon **161-162**, 168, 170, 172-173, 175, 186, (*cf* aussi axiome de l').
– Ontologies partielles Om 231-240; Om^+ 240-245; Os 246-249; Os^+ 249-250.
– quantification dans l' *cf.* quantification.
– règles de l' *cf.* règles.
– sémantique de l' **158-162**, 225-230, **231-240**, 256.
Paramétrage
– fonctions paramétrées 143-148, 150-151, 170, 191, 225-228.
– principe de 143-148.
– règle de *cf.* règles catégorielles Rp
Parties du discours 26-27, 86.
Positionnalité **32-35**, 44, 75-76, 175, **177-182**, 194, 203-204, (*cf* aussi existence).
Pragmatique 48, 55, 117.
Proposition
– analyse de la 14, 18, 32.
– complétive 36, 133.
– d'existence 41-44, 75-76, 178-179, 181, 188, 207-208.
– relative *cf.* relatif/-ve
– singulière 69, 161, (*cf.* aussi Ontologie de L. axiome de l' et epsilon).
Propriétés **187-190**, 198, 235-236.
– de nom **188-190**, 208, 236.
– d'objet **188-190**, 196-201, 203, 208, 236.
– partie objectuelle des **190**, 196, 199-200, 236.
Protothétique 69, 157-158, 163, 166, 168, 171, 223, 238.
Psychologisme 9-12.
Parenthèse/-age 219, 229-230n, 263, (*cf.* aussi contexte).
Qualification 79-83, 85-86, 139, 147, 195.
Quantification 56-57, 61-66, 70, 77, **213-230**.
– catégorielle 220-230.
– dans l'Ontologie 157, 162-163, 167, 213-214, **220-230**, 237.
– domaine de q. 63-64, 70, **213-214**, 215, 220-221, **224-225**, 230.
– objectuelle/classique 214.
– substitutionnelle 61-62, 65-66, **215-220**.
Règles
– catégorielles Rs **101**, 114-115, 141-142; Rp **141-143**, 147.
– de l'Ontologie **164-171**, 246-248.
Relatif/ -ve 36, 75, 78, 80-88, 123-125, 128-142, 147, 191-194, 254-255.
– déterminative/explicative 87-89, 123-125.
– *dont* 133-134, 136, 138, 148, 205-207.
Subordination logique 15, **35-37**, 69, 73-81, 83-89, 123-125, 149-152, 155-156, 176, 178, **191-201**, 202-207, 255, (*cf.* aussi logique de la subordination).
Substitution (règle de) *cf.* règles de l'Ontologie.
Tiers-exclu 10, 176, 210-212.
Traduction 14-15, 48, 67, 198, 202-205, 253-254.
Trivialité (des théories) 10-11n, 13n.
Univers du discours 119, 189-190, 214, (*cf.* aussi domaine d'objets).
Validité 9-10, 13, 61, 174.
– logique **110**, 114, 116, 238-249.

Parmi les difficultés que pose l'application des outils de la logique formelle au raisonnement ordinaire, celle de l'analyse du nom, et en particulier de ses formes complexes, revêt une importance essentielle. S'opposant à la démarche classique de la théorie des descriptions qui conduit à disqualifier toute procédure de nomination au profit des seules opérations propositionnelles et prédicatives, l'auteur de cette étude montre qu'un outillage logique enrichi d'opérateurs nominaux permet de rendre aux diverses formes de la nomination une place centrale au sein des théories extensionnelles.

Rédigé dans un style clair, évitant l'excès de technicité, l'ouvrage présente une solution originale qui prend pour guide l'analyse d'une forme particulière de l'usage ordinaire: la subordonnée relative. Sur la base de la théorie des catégories sémantiques et dans le cadre d'une logique encore par trop méconnue – l'Ontologie de S. Leśniewski –, l'auteur développe un symbolisme qui, enrichi d'opérateurs de subordination, fait de la logique un outil plus riche et plus souple, tout en conservant les qualités calculatoires d'une théorie extensionnelle.

Né en 1968, Pierre Joray a mené ses études en logique, philosophie et français à l'Université de Neuchâtel, où il a soutenu en 1999 sa thèse de doctorat ès lettres. Il enseigne actuellement la logique à la Faculté des lettres et sciences humaines ainsi qu'à la Faculté des sciences de cette même université. Ses travaux s'inscrivent dans la *logique développementale* de S. Leśniewski ainsi que dans la *logique naturelle* de l'Ecole neuchâteloise fondée par J.-B. Grize.