

Anisotropie et hétérogénéité de la perméabilité dans les calcaires fissurés

LASZLO KIRALY (Neuchâtel)

RÉSUMÉ

La possibilité d'estimer l'anisotropie et l'hétérogénéité de la perméabilité à partir de paramètres géologiques (notamment à partir de l'étude statistique de la fissuration) est montrée.

I. Introduction

Les recherches hydrogéologiques des dernières années (P. MEYBOOM, 1966; FREEZE and WITHERSPOON, 1966; J. TOTH, 1962, 1963, 1968) ont montré l'importance de la délimitation des systèmes d'écoulement hydrodynamiques à l'intérieur des nappes d'eau souterraines. Le système d'écoulement hydrodynamique (J. TOTH, 1962) est une classe d'équivalence dans l'ensemble des lignes d'écoulement fictives, c'est-à-dire, dans le champ des vecteurs vitesses de filtration \vec{q} . Le champ \vec{q} peut être calculé dans le cadre de la loi expérimentale de Darcy:

$$\vec{q} = -\bar{K} \vec{J} \quad (1)$$

\vec{q} = vecteur vitesse de filtration

\vec{J} = grad φ , φ étant le potentiel hydraulique (potentiel de force, conformément à M. K. HUBBERT, 1940).

\bar{K} = la perméabilité (tenseur de second ordre, dans le cas général).

La contribution la plus importante de l'hydrogéologue pour le calcul du champ \vec{q} est la reconstitution du champ \bar{K} , car \bar{K} ne dépend que du milieu poreux solide et des propriétés physiques du liquide.

2. Tenseur de perméabilité et fissuration

2.1. Circulation dans les fissures

Hypothèses:

H1: l'eau circule dans des fissures planes et continues à l'intérieur d'un volume «élémentaire» de roches.

H2: la conductivité hydraulique est isotrope dans le plan des fissures.

H3: le terrain est saturé.

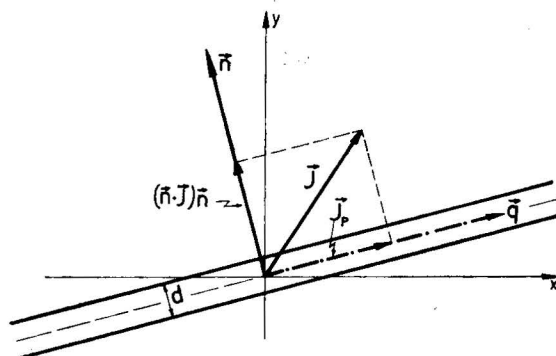


Fig. 1. Schéma bidimensionnel pour le calcul du tenseur de perméabilité.

Le rôle du tenseur \overline{K} est de transformer (linéairement) le vecteur \vec{J} en le vecteur \vec{q} . Dans un terrain anisotrope \vec{q} n'est, généralement, pas parallèle à \vec{J} . Un seul groupe de fissures « parallèles » rend déjà le terrain anisotrope et \overline{K} peut être calculé à partir de la géométrie des fissures. La Figure 1 montre la situation en deux dimensions. La généralisation pour trois dimensions est immédiate et les résultats sont écrits directement pour trois dimensions.

Dans une fissure, de largeur d , on a (WITTKE und LOUIS, 1968):

$$\vec{q} = \frac{g d^3}{12 \nu} \vec{J}_p \quad [L^2 T^{-1}] \quad (2)$$

où g = accélération due à la gravité,
 d = largeur de la fissure,
 ν = viscosité cinématique du liquide,
 \vec{J}_p est la combinaison linéaire de \vec{n} et de \vec{J} :

$$\vec{J}_p = \vec{J} - (\vec{n} \cdot \vec{J}) \vec{n} \quad (3)$$

Si I est le tenseur identique et $\vec{n} \otimes \vec{n}$ est le produit tensoriel de \vec{n} par elle-même, alors l'équation (3) s'écrit:

$$\vec{J}_p = I\vec{J} - (\vec{n} \otimes \vec{n})\vec{J} = [I - \vec{n} \otimes \vec{n}]\vec{J} = \overline{A}\vec{J}$$

où

$$\overline{A} = [I - \vec{n} \otimes \vec{n}] = \begin{bmatrix} (1 - x_1^2) & -x_1x_2 & -x_1x_3 \\ -x_2x_1 & (1 - x_2^2) & -x_2x_3 \\ -x_3x_1 & -x_3x_2 & (1 - x_3^2) \end{bmatrix}$$

L'équation (2) devient

$$\vec{q} = \frac{g}{12 \nu} d^3 \overline{A}\vec{J}$$

où

$$\overline{K} = \frac{g}{12 \nu} d^3 \overline{A} \quad (4)$$

est le tenseur de perméabilité et

$$\overline{G} = d^3 \overline{A} \quad (5)$$

est la perméabilité intrinsèque ou géométrique.

Si l'on a f fissures par mètre (dans la direction de \vec{n}), les formules (4) et (5) deviennent:

$$\overline{K} = \frac{g}{12 \nu} f d^3 \overline{A} \quad (6)$$

$$\overline{G} = f d^3 \overline{A} \quad (7)$$

C'est donc la perméabilité intrinsèque qui rend le terrain anisotrope, mais \overline{G} peut être exprimé uniquement à l'aide des trois paramètres de la fissuration: f , d et \vec{n} .

En cas de N groupes de fissures, on aura :

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^N \bar{K}_i \quad (8)$$

$$\bar{G} = \sum_{i=1}^N \bar{G}_i \quad (9)$$

2.2. Circulation dans les intersections des fissures

Hypothèses :

H4: L'eau circule surtout dans les intersections des fissures.

H5: Une intersection de fissures est assimilée à un tuyau de section circulaire et de diamètre d .

H3: Le terrain est saturé.

N groupes de fissures déterminent (KIRALY, 1969)

$$M = \binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$$

faisceaux d'intersections, d'orientation

$$\vec{m}_k = \frac{\vec{n}_i \wedge \vec{n}_j}{|\vec{n}_i \wedge \vec{n}_j|} \quad \begin{array}{l} i < j \\ i = 1 \dots\dots\dots N-1 \\ j = 2 \dots\dots\dots N \\ k = 1 \dots\dots\dots M \end{array}$$

et de densité

$$F_k = \tilde{f}_i \cdot \tilde{f}_j (\vec{n}_i \wedge \vec{n}_j) [L^{-2}]$$

Pour un seul faisceau d'intersections, on a :

$$\vec{q} = \left(\frac{g \pi}{128 \nu} F d^4 [\vec{m} \otimes \vec{m}] \right) \vec{J} = \bar{K} \vec{J}$$

donc

$$\bar{K} = \frac{g \pi}{128 \nu} F d^4 [\vec{m} \otimes \vec{m}] \quad (10)$$

$$\bar{G} = F d^4 [\vec{m} \otimes \vec{m}]. \quad (11)$$

Pour M faisceaux d'intersections, on a :

$$\bar{K} = \sum_{k=1}^M \bar{K}_k \quad (12)$$

et

$$\bar{G} = \sum_{k=1}^M \bar{G}_k. \quad (13)$$

2.3. Les ellipsoïdes de perméabilité. Directions principales.

Les vecteurs propres $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$, associés aux valeurs propres $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ de la matrice \bar{K} ou \bar{G} donnent les directions des perméabilités principales K_I, K_{II} et K_{III} .

Ces dernières ont pour valeurs: $K_I = \lambda_1$; $K_{II} = \lambda_2$; $K_{III} = \lambda_3$. Les ellipsoïdes construites avec les demi-axes $\sqrt{K_I}$, $\sqrt{K_{II}}$, $\sqrt{K_{III}}$ ou $1/\sqrt{K_I}$, $1/\sqrt{K_{II}}$, $1/\sqrt{K_{III}}$ permettent le passage de \vec{q} à \vec{J} ou de \vec{J} à \vec{q} selon une méthode graphique simple décrite par LIAKOPOULOS (1965).

2.4. Exemple d'estimation de \bar{K}

Admettons la validité statistique du schéma simplifié suivant (Fig. 2):

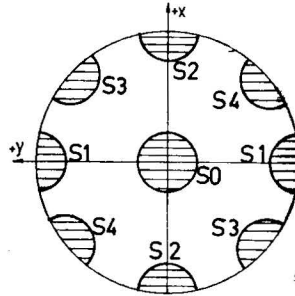


Fig. 2. Orientation théorique des groupes de fissures (projection équi-surface).

- dans la base orthonormée des couches (axe des x = direction du pendage; axe des y = direction des strates; axe des z = normale des strates), l'orientation moyenne des principaux groupes de fissures est constante.
- les groupes sont:
S0 = joints de stratification; S1 = fissures de tension; S2 = «Plättung» des auteurs allemands; S3 = cisaillements senestres; S4 = cisaillements dextres.
- dans la base des couches, les normales \vec{n}_i sont représentées par les matrices-colonnes suivantes:
 $\vec{n}_0 = [0 \ 0 \ 1]'$; $\vec{n}_1 = [0 \ 1 \ 0]'$; $\vec{n}_2 = [1 \ 0 \ 0]'$; $\vec{n}_3 = [0,643 \ 0,766 \ 0]'$;
 $\vec{n}_4 = [-0,643 \ 0,766 \ 0]'$.
- les fréquences sont (dimension: m^{-1}):
 $f_0 = 4$; $f_1 = 2$; $f_2 = 1$; $f_3 = 0,5$; $f_4 = 0,5$.
- ouverture des joints:
 $d_0 = d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = 1 \text{ [mm]} = 10^{-3} \text{ [m]}$.
- constantes physiques:
 $g = 9,81 \text{ [m s}^{-2}]$; $\nu = 10^{-6} \text{ [m}^2 \text{ s}^{-1}]$.

D'après ces données, on aura:

$$\bar{G} = \sum f_i d_i^3 [I - \vec{n}_i \otimes \vec{n}_i] = \begin{bmatrix} 6,6 \cdot 10^{-9} & 0 & 0 \\ 0 & 5,4 \cdot 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & 4,1 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\bar{K} = \frac{9,81}{12 \cdot 10^{-6}} \cdot \bar{G} = \begin{bmatrix} 5,3 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 4,4 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 3,3 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \text{ [m s}^{-1}\text{].}$$

En admettant une ouverture $d_i = 0,1$ on obtient:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} 5,3 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 4,4 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2,4}{3,3} \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}$$

La matrice \bar{K} est le tenseur de perméabilité dans la base des couches. Connaissant l'orientation des couches dans la base des coordonnées géographiques ordinaires, on calcule facilement la matrice de transition B et son inverse B^{-1} . Dans la base des coordonnées géographiques, le tenseur de perméabilité K_B sera: $K_B = B^{-1} \bar{K} B$.

Ces estimations sont compatibles avec les valeurs de perméabilité obtenues par des essais de pompage dans les calcaires. Dans l'exemple, la perméabilité est environ deux fois plus grande dans la direction du pendage des couches que perpendiculairement aux couches. Si les cisaillements dextres et senestres sont irrégulièrement développés (par exemple: zone de décrochements dextres ou senestres), la direction de la plus grande perméabilité sera déviée vers le système le plus développé. Si les résultats préliminaires de nos recherches sur l'orientation et la fréquence des principaux systèmes de fissures, sont encourageants, l'estimation de l'ouverture des joints présente encore de très grandes difficultés. Il n'en reste pas moins que seule l'étude statistique de ces trois paramètres de la fissuration, permettra une estimation convenable de l'anisotropie de la perméabilité dans les calcaires fissurés.

3. Hétérogénéité du champ de perméabilité

L'hétérogénéité d'un domaine anisotrope est une notion extrêmement complexe. Pour simplifier, nous considérons l'hétérogénéité de la plus grande perméabilité principale K_I seulement.

Hypothèses

H6: La distribution de K_I est lognormale. Le volume des terrains très perméables est très faible par rapport au volume total des terrains.

H7: Les grandes perméabilités correspondent aux zones karstifiées. Les zones karstifiées forment un réseau ramifié aboutissant à l'exutoire d'un système d'écoulement souterrain. Elles jouent le rôle de drains par rapport aux volumes moins perméables.

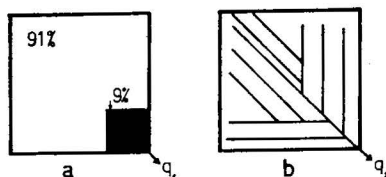


Fig. 3. Schéma bidimensionnel de deux bassins hétérogènes.

Cela veut dire que l'hétérogénéité de la perméabilité doit être caractérisée non seulement par le rapport volume très perméable/volume peu perméable, mais aussi et surtout par la «*configuration*» ou l'*organisation du réseau* très perméable. L'organisation de ce réseau influence profondément le régime à l'exutoire du système d'écoule-

ment. Les figures 3a et 3b représentent le schéma bidimensionnel de deux «bassins versants souterrains». La forme des deux bassins et le rapport surface très perméable (9 %)/surface peu perméable (91 %), sont exactement les mêmes, mais la «configuration» des surfaces très perméables est différente dans les deux cas. On voit intuitivement que le «bassin» 3b est «bien drainé», donc le débit sera grand à l'exutoire et le vidange sera rapide en cas de non-alimentation. La surface piézométrique aura une pente générale relativement faible vers l'exutoire. Ce n'est pas le cas pour le «bassin» 3a où le débit à l'exutoire sera faible, le vidange sera lent et la surface piézométrique aura une pente générale relativement forte. Le comportement hydraulique global des deux «bassins» sera donc totalement différent et cela malgré les analogies mentionnées plus haut.

L'hétérogénéité de la perméabilité ainsi définie joue un rôle très important surtout dans deux cas :

- a) dans l'interprétation du coefficient de décrue α et de ses variations en fonction du temps. α dépend non seulement des facteurs décrits par H. SCHÖLLER (1967), mais aussi et surtout de l'organisation de l'hétérogénéité de K_T .
- b) dans la construction de modèles analogiques électriques pour un bassin versant souterrain (pour des raisons mentionnées ci-avant).

3.1. Estimation de l'hétérogénéité

L'estimation de l'organisation du réseau très perméable en trois dimension est, dans l'état actuel de nos connaissances, presque impossible. Une approximation assez grossière est, toutefois, obtenue en étudiant les relations entre les principaux groupes de fissures et l'alignement des phénomènes karstiques (vallées sèches, alignement de dolines et de gouffres, orientation des cavités karstiques, etc.). Les résultats préliminaires de nos études sur l'orientation des cavités karstiques (KIRALY, 1968; KIRALY-MATHEY-TRIPET, en préparation) montrent que certains groupes de joints influencent à la fois l'orientation des cavités karstiques et l'alignement des phénomènes karstiques superficiels. Ainsi, en considérant à la fois la fissuration, la morphologie karstique et le sens général de l'écoulement souterrains on peut dessiner le «plan» bidimensionnel d'un réseau de drainage souterrain hypothétique. Seuls les modèles analogiques permettent de décider si l'organisation du réseau hypothétique est «équivalente» à l'organisation du réseau de drainage réel: dans ce cas la réponse du modèle construit d'après le plan hypothétique correspond, dans les limites admises, au comportement observé du système d'écoulement (débit, décrue, surface piézométrique, etc.).

4. Conclusions

Dans les calcaires fissurés la perméabilité \bar{K} , reliant le vecteur vitesse de filtration \vec{q} au vecteur gradient \vec{J} , est un tenseur symétrique de second ordre.

Le tenseur de perméabilité peut être estimé à partir de trois paramètres de la fissuration: l'orientation \vec{n} , la fréquence f et l'ouverture d . L'étude statistique de la fissuration et des corrélations entre fissuration et alignement des phénomènes karstiques est nécessaire pour l'estimation de l'anisotropie et de l'hétérogénéité dans les calcaires fissurés.

Remerciement

Je remercie Monsieur JACCARD, professeur de physique à l'Université de Neuchâtel, pour m'avoir suggéré la méthode de calcul du tenseur de perméabilité décrite au paragraphe 2.1.

OUVRAGES CITÉS

- FREEZE, A. R. et WITHERSPOON, P. A. (1966): *Theoretical Analysis of Regional Groundwater Flow*. Water Res. Res. 2/4, 641-656 et 3/2, 623-634.
- HUBBERT, M. K. (1940): *The Theory of Groundwater Motion*. J. Geol. 48/8, 785-944, 48 figs.
- KIRALY, L. (1968): *Eléments structuraux et alignement de phénomènes karstiques*. Bull. Soc. neuchâteloise Sci. nat. 91, 127-146.
- (1969): *Statistical Analysis of Fractures*. Geol. Rundschau 59/1, 125-151.
- LIAKOPOULOS, A. C. (1965): *Variation of the Permeability Tensor Ellipsoïde in Homogeneous Anisotropic Soils*. Water Res. Res. 1/1, 135-140.
- MEYBOOM, P. (1966): *Current Trends in Hydrogeology*. Earth-Sci. Rev. 2/4, 345-364.
- TOTH, J. (1962): *A Theory of Groundwater Motion in Small Drainage Basins in Central Alberta, Canada*. J. geophys. Res. 67/11, 4375-4387.
- (1963): *A Theoretical Analysis of Groundwater Flow in Small Drainage Basins*. J. geophys. Res. 68/16, 4795-4812.
- (1968): *A Hydrological Study of the Three Hills Area, Alberta*. Res. Counc. Alberta, Canada, Bull. 24, 117 pp.
- WITTKÉ, W. et LOUIS, CL. (1968): *Modellversuche zur Durchströmung klüftiger Medien*. Felsmechanik u. Ingenieurgeol., Suppl. IV, 52-78.
- SCHOELLER, H. (1967): *Hydrodynamique dans le karst*. Chronique d'hydrogéol. 10, 7-21.