Publié dans Travaux de logique 13, 1-41, 1999,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

EXPANSION CATÉGORIELLE ET LOGIQUE

Denis MIÉVILLE

> *Je ne sais pourquoi, mais je n'ai jamais vu une machine qui parfaite dans la description des philosophes, se soit révélée ensuite parfaite dans son fonctionnement mécanique. Tandis que la serpe d'un paysan, qu'aucun philosophe na jamais décrite, marche comme il se doit.* (Umberto Eco)

Préambule

Je développerai mon propos en considérant une interprétation sur un monde possible W telle que les propositions suivantes sont admises comme vraies:

1– le monde W est notamment peuplé de logiciens qui s'intéressent à l'extensionnalité, à la vérifonctionnalité, à la bivalence et à la non-contradiction;

2– ces logiciens-là considèrent que la catégorie des propositions S, bivalentes, et celle des noms N, sont des catégories primitives indispensables à la conduite de leurs réflexions;

3– ils admettent également qu'à partir de ces deux catégories il est loisible de définir d'autres catégories dérivées dont chacune d'entre elles recouvre un nombre fini de foncteurs constants logiques;

4– ils admettent aussi, l'ensemble des foncteurs constants étant de cardinalité finie, la possibilité, à partir d'un alphabet au plus dénombrable, de proposer une définition inductive à même de donner accès à, et de reconnaître, l'ensemble de toutes les ebf qui appartiennent au système.

Par rapport à ce qui précède, chacun d'entre nous se reconnaît dans ce monde W, ou s'y reconnaît par rapport à une partie de son histoire. Il va sans dire que cette reconnaissance est tout à fait respectable et qu'elle exprime même l'adhésion portée à l'épanouissement d'une certaine logique, la logique dite classique, dans laquelle la syntaxe et la sémantique s'accommodent l'une de l'autre dans une harmonie quasi totale. Elle est même l'aboutissement d'une longue et riche histoire dont les prémices et les points forts ont été forgés à l'aide de réflexions qui portent sur l'idée de catégorie, de grammaticalité, de contradiction et de complétude, et qui sont guidées par le pari logiciste. Englobante, la théorie des systèmes formels a fixé les choses en un tout bien organisé, fermé et, je suis tenté d'ajouter, presque sans surprise. En effet, la collection des foncteurs binaires de la catégorie formateurs de proposition à deux arguments propositionnels (S/SS), et celle des foncteurs unaires (S/S) sont connues de manière exhaustive. Il est vrai que les choses sont un peu moins simples dans le cadre du calcul des prédicats dans lequel la catégorie des noms joue un rôle central, mais les difficultés sont d'une certaine manière aplanies dans la mesure où les foncteurs formateurs de la catégorie des propositions à arguments nominaux, à l'exception de quelques rares spécimens, prennent une signification dans la sémantique sans posséder effectivement un pendant opératoire syntaxique. Mais ceci est connu de tous, et à cause de cela je ne m'y attarderai point.

Présentation du projet

Je désire développer ici l'ébauche d'une alternative à ce que je viens d'esquisser; cette alternative sera décrite de manière naïve à l'aide du scénario suivant:

Imaginons un logicien qui admet les propositions 1 à 3 énoncées ci-dessus, à savoir un logicien qui reconnaît la nécessité de l'extensionnel, du vérifonctionnel, de la non-contradiction et des catégories primitives, mais qui doute de la connaissance objective que l'on possède de l'existence de l'ensemble effectif des foncteurs logiques, et donc des catégories y afférentes. Ce doute est fondé et nul n'est réellement compétent pour affirmer que nous connaissons avec certitude la définition de toutes les catégories de tous les foncteurs de pure logique. Il y a bien sûr des réponses liées à l'exploitation que l'on fait des opérateurs logiques par rapport à tel ou tel univers d'investigation, par rapport à tel ou tel degré de complexité. Mais il n'existe pas de réponse objective associée à la question du nombre des catégories et à celui des foncteurs qu'une logique formelle idéale doit présenter. On peut certes dire: tels foncteurs et telles catégories sont nécessaires, indispensables pour contribuer aux fondements des mathématiques classiques, ou à l'arithmétique minimale, etc. Mais cette relativité-là ne saurait satisfaire le logicien Oscar, curieux, je ne l'ai pas encore mentionné, que j'ai mis en scène. La seule réponse qu'Oscar admet à la question: combien y a-t-il de foncteurs constants, et nonobstant, de familles de catégories appartenant à la logique formelle pure et absolue? est la suivante: potentiellement, une infinité! Toute autre réponse ne serait relative qu'à une ontologie particulière ou en fonction d'arguments qui ne satisferaient pas Oscar, parce que guère objectifs au sens fort du terme. Ces arguments relèveraient davantage de dimensions subjectives, pratiques, esthétiques ou idéologiques. Le choix d'Oscar nous fait d'emblée entrer dans le domaine de l'infini, et un infini qui n'est malheureusement pas sage puisqu'il échappe au dénombrable! Mais Oscar ne le craint pas, comme il ne craint pas d'autres difficultés encore. Avant de les cerner, proposons, en termes d'une petite grammaire inductive, l'ensemble des catégories issues des catégories basiques des propositions et des noms que le choix d'Oscar induit:

1. S et N sont des catégories;
2. Si C_1, C_2, ..., C_n sont des catégories, alors $(C_1/C_2C_3....C_n)$ est une catégorie;

il s'agit de la catégorie des foncteurs formateur de la catégorie C_1 dont le premier argument est de la catégorie C_2, ..., et le dernier, de la catégorie C_n;

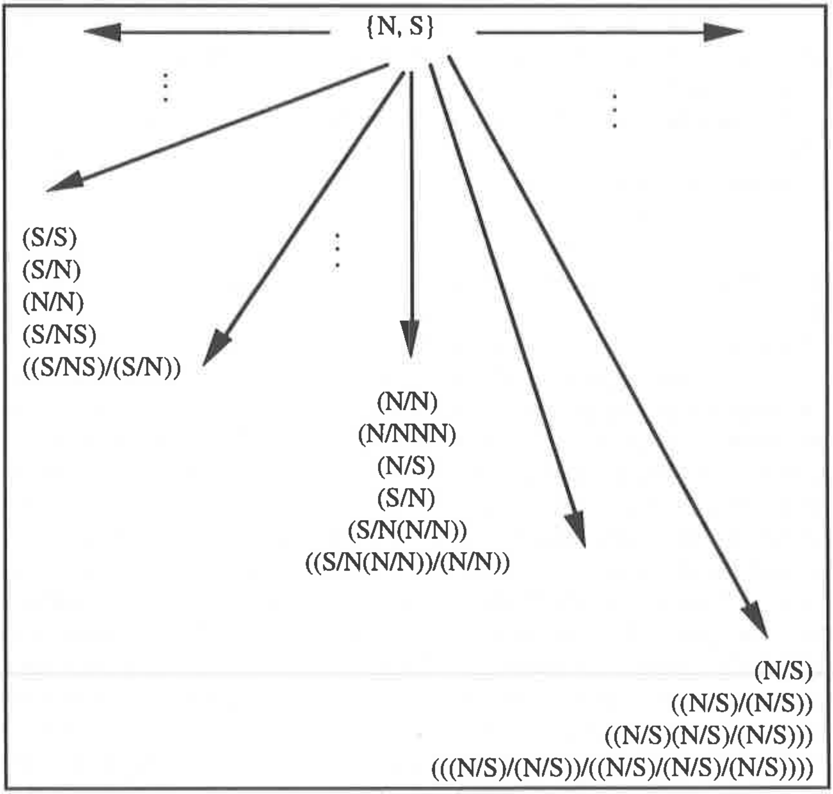
3. rien n'est une catégorie sinon par ce qui précède.

Cette petite grammaire est redoutable tant elle conduit à une prolifération des catégories. En voici quelques exemplaires:

S, (S/S), (S/SS), (S/SSS), (S/NN), (S/NN), (S/SN), (S/NS), (N/SS), (N/SN), ((S/S)/(S/SS)), (((S/NN)/(N/SN))/(N/SN)S(S/SS)), ...

S'il est possible d'attribuer quelque signification à certains foncteurs constants pouvant appartenir à certaines des catégories exhibées, cela paraît un peu plus difficile pour d'autres formes. Mais avec quelque imagination et un peu d'entraînement cela ne semble pas fonctionnellement impossible! On peut en tous les cas admettre que Deologos, dans ce paradis des logiciens dans lequel il côtoie Tarski et Hilbert, Deologos donc, possède des réponses satisfaisantes! Il n'en reste pas moins que la question d'un accès progressif à l'ensemble des foncteurs constants de l'ensemble des catégories induites par la grammaire précédente est en droit d'être posée. Oscar, je l'ai déjà mentionné, ne craint pas les difficultés et, de plus, il est ingénieux. Il va tenter de façonner le mécanisme d'une machine qui, partant de formes primitives en termes des catégories primitives et de significations primitives (à choisir), devrait ouvrir l'accès à un quelconque foncteur d'une quelconque catégorie dérivée. Avant d'y parvenir, il convient de prendre conscience des problèmes à résoudre et des difficultés à éviter.

Par rapport au projet généreux d'Oscar, écartons d'emblée l'idée de la définition d'une grammaire inductive qui, partant d'une liste au plus dénombrable de symboles, proposerait l'ensemble des foncteurs constants potentiellement et continuellement accessibles, et cela, dans la perspective d'un accès possible à l'ensemble des ebf du système qui les contiendrait. La puissance d'un tel ensemble échappe au décidable et ne permet pas, pour cette raison, la construction d'une liste de foncteurs univoquement déterminés. Il faut donc agir autrement. Par ailleurs, une telle liste échappe au bel ordonnancement d'une hiérarchie dominée par une filiation telle que celle associée à la théorie des types. La grammaire inductive des catégories ci-dessus définie génère une explosion non ordonnée des types. Il y a donc des parcours, ou plutôt des cheminements constructifs possibles, autant qu'on en veut. Suggérons cette diversité dans la figure suivante:



En fonction de ces ramifications possibles et du projet d'Oscar qui manifeste toutes les vertus d'une belle anarchie, de quelle manière faut-il procéder?

Respirons un peu et réalisons que notre Oscar n'a pas encore précisé totalement sa notion de catégorie; s'agit-il de catégorie syntaxique? s'agit-il de catégorie sémantique? Est-il plutôt question de catégorie syntaxico-sémantique? ou encore de catégorie sémantico-syntaxique?

Mais Oscar aura encore à élucider d'autres énigmes pour construire sa machine:

En effet, comment offrir une forme syntaxique à tous ces foncteurs alors même qu'aucune grammaire formelle classique n'est à disposition?

Comment introduire progressivement la signification des foncteurs dans un tel système en devenir, et le faire sans générer aucune contradiction?

De quelle manière procéder pour introduire une théorie sémantique capable de représenter l'ensemble des foncteurs constants liés à une catégorie que le système possède à un stade de sa construction?

L'astucieux Oscar, pour répondre à ces quelques questions et pour parvenir à inventer une machine inférentielle productrice de foncteurs constants nouveaux et donc de catégories nouvelles, va procéder de la manière suivante.

Tout édifice quel qu'il soit est conçu par rapport à une finalité spécifique et prend assise sur des fondations de première nécessité. Le projet d'Oscar est limpide: il s'agit de donner accès à la production progressive et continuellement renouvelable de nouveaux foncteurs logiques et donc de nouvelles catégories. Cette construction ne doit être limitée par aucun obstacle hiérarchique, aucune borne supérieure, ni aucun degré de complexité. Cette tour de Babel peuplée de foncteurs et de catégories doit posséder une solide assise en termes de foncteurs primitifs et de catégories basiques. Mais Oscar connaît la pertinence de certains travaux (Tarski 1972, Lesniewski 1992, Miéville 1984). Il sait notamment que la signification de la biconditionnelle de la catégorie (S/SS) associée à une quantification d'ordre supérieur permet de générer au moins le calcul classique des propositions élémentaires. L'idée de bricoler cette base élémentaire lui semble un bon point de départ.

Mais, en partant de cette base minimale, quelle construction choisir, comment procéder au choix multiple des expansions de foncteurs définissables? En effet, partant du foncteur de biconditionnel et donc des catégories basiques S et (S/SS), la possibilité nous est offerte tant de définir un foncteur constant appartenant encore à la catégorie déjà existante (S/SS) qu'un foncteur constant appartenant à l'une ou l'autre de l'infinité des catégories suivantes? (S/S), (S/S...S), ((S/SS)/SSS), ((S/SS)/SSS... (S/SS)... S)! Dans l'expression de cette richesse la dimension catégorielle semble prioritaire. Il n'en est rien! En effet, ce qui est premier dans cette expansion c'est l'inscription progressive de foncteurs constants nouveaux. Ils peuvent être d'une catégorie que le système contient actuellement, ou au cas contraire, apparaître en entraînant avec eux l'existence d'une catégorie nouvelle. Ce qui importe de préciser est donc d'exposer une manière de procéder pour fixer à partir des significations déjà connues, celle d'un nouveau foncteur constant que son inventeur prétend inscrire dans son système. Par rapport au projet d'Oscar, l'ensemble des significations, comme celui des ebf du reste, ne saurait être donné une fois pour toutes et en une seule fois, à l'image de la présentation classique des systèmes formels. Il est donc toujours fonction d'un projet et de choix.

Avant de s'intéresser à la manière de représenter la syntaxe, une démarche préalable est indispensable; j'ai pris l'habitude de nommer cette phase, la phase présémantique. C'est de cela dont il va être question maintenant.

Où il est question de présémantique

Avoir un projet, c'est avoir un regard sélectif et intuitif sur quelque objet en fonction d'une finalité spécifique. Dans notre perspective, Oscar a la volonté de déterminer la signification d'un foncteur constant logique dont il a l'intuition que sa présence est indispensable dans son système logique en devenir. Il en a déterminé les propriétés essentielles et il a admis la légitimité de sa fonction opératoire ou créative dans le développement déductif de ce système qu'il construit. Mais de quelle intuition s'agit-il? Elle ne saurait être associée à la notion constructive des adeptes de l'intuitionnisme à la Brouwer! Elle est plutôt cette forme de connaissance immédiate dont on pressent la validité au-delà de tout raisonnement, de toute effectivité. Elle est croyance, elle est l'expression du sentiment qu'un objet de connaissance au contour un peu flou se doit d'exister de manière plus substantielle, davantage intégré à la dimension théorique qui a pu le nourrir. Cette approche intuitive n'est certes pas sans danger, et l'objet émergeant d'une telle intuition doit être soumis, une fois formalisé, aux tests des propriétés fondamentales du système dans lequel il apparaît, et son adéquation par rapport aux espoirs représentatifs qui l'ont fait d'une certaine manière naître, doit être validée.

Dans la perspective du développement d'un système logique, la définition d'un foncteur constant nouveau doit réussir le test de la non-contradiction. Il est également indispensable de contrôler que son rôle opératoire et les conséquences qu'il induit sont conformes aux voeux de son inventeur. Ainsi, dans la première phase de l'invention, la signification, ou plutôt une certaine forme de la signification d'un objet de connaissance, est première. C'est le stade de la présémantique. Il s'agit d'un état des choses qui n'apparaît pas à l'étude des systèmes logiques classiques dans la mesure où ceux-ci sont présentés, aujourd'hui, comme ce qu'ils sont devenus, c'est-à-dire, des théories achevées, fermées; ils sont des objets d'étude et de contemplation. Par la force de leur maturité et de leur histoire, leur genèse a été occultée.

Oscar insiste beaucoup sur cette phase présémantique qui, à partir d'une base B forte de significations primitives et donc de catégories basiques, explicite la genèse des développements successifs du système que l'on veut ériger. Avant l'existence de cette machine à produire des significations logiques nouvelles, il y a donc la présence d'une base syntaxique modeste et finie qui permet, entre autres choses, de fixer les significations de départ. Il y a également ce filtre présémantique qui contribue à guider la construction de systèmes, ceux que la nécessité logique inspire aux logiciens. La dimension sémantique prime donc toute l'entreprise, et Oscar ne pourrait tout simplement pas nous offrir un bel édifice syntaxique totalement achevé qu'il habillerait, après coup, de sens. Façonner progressivement un système logique nécessite de disposer de cette étape présémantique.

Il est bien clair que l'étape présémantique est intimement liée à la curiosité scientifique du logicien, et que cette curiosité peut, tout aussi bien, être nourrie par les énigmes logiques que l'on rencontre, par l'expression de raisonnements «logiques» non «logifiés», par les problèmes que posent certaines sémantiques complexes, ..., ou toute autre stimulation fondée.

Cette phase est celle que vit tout scientifique en quête d'explicitation d'un nouvel objet. Elle est cet écran sur lequel on effectue les premiers ajustements en fonction d'un objet en devenir en non encore précisément formalisé. Cette étape est indispensable par rapport au projet d'Oscar et c'est pour cette raison-là qu'il fallait ici, en parler.

Des signes pour qui? pour quoi?

Posons ici, pour acquis, deux choses: tout d'abord nous admettrons que les significations primitives et les catégories basiques ont été judicieusement choisies et inscrites dans une base axiomatique modeste et finie en caractères. La signification de la biconditionnelle est inscrite dans une expression quantifiée, et avec elle les deux catégories basiques que sont la catégorie des propositions S, et celle des foncteurs formateurs de proposition à deux arguments propositionnels, (S/SS).

Axiomes de la logique des propositions oscarienne

Version contextuelle:

$$\text{A1:}\quad \lfloor pqr \rfloor \lceil \equiv (\equiv (\equiv (pr) \equiv (qp)) \equiv (rq)) \rceil$$

$$\text{A2:}\quad \lfloor pqr \rfloor \lceil \equiv (\equiv (p \equiv (qr)) \equiv (\equiv (pq)\, r)) \rceil$$

$$\begin{aligned}\text{A3:}\quad & \lfloor pg \rfloor \lceil \equiv \Big(\lfloor f \rfloor \lceil \equiv (g(pp) \equiv (\lfloor r \rfloor \lceil \equiv (f(rr)g(pp)) \rceil \\ & \lfloor r \rfloor \lceil \equiv (f(rr)g(\equiv (p \lfloor q \rfloor \lceil q \rceil)\, p)) \rceil)) \rceil \lfloor q \rfloor \lceil\, g(pq) \rceil \Big) \rceil\end{aligned}$$

Version catégorielle:

$$\text{A1:}\quad (\forall pqr)(((p \equiv r) \equiv (q \equiv p)) \equiv (r \equiv q))$$

$$\text{A2:}\quad (\forall pqr)((p \equiv (q \equiv r)) \equiv ((p \equiv q) \equiv r))$$

$$\begin{aligned}\text{A3:}\quad (\forall pg)\quad & [(\forall f)(g(pp) \equiv ((\forall r)(f(rr) \equiv g(pp)) \equiv (\forall r)(f(rr) \equiv g((p \equiv (\forall q)(q))p)))) \equiv \\ & (\forall q)(g(qp))]\end{aligned}$$

Ce troisième axiome est d'une complexité telle que je me contenterai d'observer qu'il contient deux types de catégorie, la catégorie S ainsi que celle (S/SS). De cette dernière catégorie il est intéressant de relever qu'elle est représentée par l'unique constante ≡ ainsi que par des formes variables (cf. Miéville 1984: 155-187). J'ajouterai encore que cet axiome contient notamment la loi d'extensionnalité pour les propositions ainsi que le principe de bivalence.

La manière contextuelle d'écrire les axiomes peut surprendre, mais ces expressions et ce qu'elles contiennent vont jouer un rôle important dans le dessein d'Oscar. Certains y auront reconnu une parenté avec l'écriture polonaise des expressions logiques; un choix apparemment bizarre puisque les parenthèses sont conservées! Mais les choix d'Oscar sont toujours fondés. En effet, il va faire jouer un rôle fondamental aux parenthèses, un rôle qu'elles n'ont jamais joué dans d'autres présentations systématiques d'une théorie. Quant aux formes inusitées $\lfloor$ et $\rfloor$, elles sont utilisées pour indiquer que les formes qu'elles cernent sont associées directement aux variables quantifiées universellement. Ce choix de formes nouvelles n'est pas une coquetterie, mais la quantification n'étant ni objectuelle, ni substitutionnelle (Miéville 1984), il était préférable de distinguer les choses. Ainsi, l'axiome 1 peut, dans un premier temps, se lire ainsi:

quel que soit p, q et r, ((p ssi q) ssi (r ssi p)) ssi (q ssi r)

et l'axiome 2:

quel que soit p, q et r, ((p ssi q) ssi r) ssi (p ssi (q ssi r))

Avec l'axiome 3 dont j'ai évité d'expliciter la totalité du contenu ici, cette base axiomatique contient effectivement les propriétés essentielles qui caractérisent la signification de la biconditionnelle.

Avec cette nouvelle quantification Oscar peut deux choses: indiquer dans l'expression considérée ce qui est variable de ce qui ne l'est pas et se dispenser de faire usage de méta-expressions pour présenter cette base axiomatique qui contient exactement trois axiomes et non pas trois schémas d'axiome. Si j'ai choisi les lettres p, q et r pour présenter ces axiomes ce n'est ni sur le conseil d'Oscar, ni par soumission à une grammaire qui spécifierait une liste de symboles spécifiques liés aux variables propositionnelles. Je l'ai fait pour respecter une certaine tradition. J'aurais tout aussi bien pu présenter l'axiome 1, par exemple, de la manière suivante:

$$\llcorner \pi\theta\rho \lrcorner \ulcorner \equiv (\equiv (\equiv (\pi\rho) \equiv (\theta\pi)) \equiv (\rho\theta)) \urcorner$$

Il y a davantage ici que la simple évocation de l'arbitraire du signe. Dans le projet d'Oscar, les traces utilisées pour construire son système n'appartiennent pas à la catégorie des «types», mais à celle des «mark». En soi, elles n'ont aucun sens, ou aucun projet de sens. Elles prennent sens uniquement dans l'environnement, dans le contexte dans lequel elles apparaissent. Ainsi, deux traces équiformes peuvent prendre des significations différentes en fonction de leur insertion contextuelle.

Ainsi, au temps zéro de l'élaboration de ce système logique, Oscar ne dispose que de trois théorèmes, les trois axiomes. Leur organisation formelle, au-delà de la signification primitive de la biconditionnelle qu'elle révèle, offre une autre information. Si l'on sait que les variables que ces axiomes révèlent sont de la catégorie des propositions, c'est non pas parce qu'elles ont telle ou telle forme, mais parce qu'elles apparaissent dans un contexte parenthésé dont les parenthèses sont équiformes à (et), et que ce parenthésage cerne deux places, (- -). Les formes ne sont que le résultat d'un choix conventionnel et d'une décision pratique, mais une fois cette décision prise, ces formes déterminent, avec leurs deux places, la catégorie de toute expression ou forme habitant ces places. C'est ainsi qu'Oscar nous invite à reconnaître la catégorie des propositions. Si l'on veut donc exprimer quelque entité comme étant de la catégorie des propositions peu importe sa forme pour autant qu'elle apparaisse à la bonne place; ainsi ∂ et © dans ≡ (∂©) sont de la catégorie des propositions S non pas parce qu'elles sont équiformes à ∂ et ©, mais bien parce qu'elles apparaissent à la bonne place dans le contexte idoine. Il en est de même pour les marques p et q dans le contexte de l'axiome 1 ci-dessus présenté. Il y a bien quelques précautions à prendre, mais je ne les développerai point ici. Ajoutons encore que toute trace précédant le contexte présentement décrit sera considérée comme appartenant à la catégorie des foncteurs formateurs de proposition à deux arguments propositionnels, (S/SS); et ≡ n'appartient à cette catégorie que lorsqu'il précède ce contexte. Il pourrait donc appartenir à une autre catégorie s'il précédait un contexte différent.

La machine préconisée possède maintenant une référence de base précise et composée de trois axiomes totalisant 133 signes dont 12 caractères différents. Un contexte primitif est formellement posé, contexte dont on sait décrypter les catégories. La machine envisagée possède donc une mémoire de base.

Admettons maintenant qu'Oscar, à travers une réflexion présémantique, ait effectivement sélectionné un nouveau foncteur constant f, dont la catégorie n'est pas actuellement inscrite dans le système. Quelles instructions faut-il donner à la machine, quels mécanismes y développer, pour que celle-ci soit en mesure de produire de manière significative et sans contradiction, et en utilisant des formes syntaxiques dépourvues d'ambiguïté et de confusion, l'objet des désirs de son inventeur? La question n'est pas dépourvue d'intérêt et cela d'autant plus que le projet d'Oscar interdit, ou rend inopérant, toute référence à une grammaire des ebf du système en devenir; une telle exigence, du reste, dans ce contexte, serait, rappelons-le, même incongrue. Ainsi, de quelle manière cette machine peut-elle fonctionner si elle ne possède pas un mécanisme structuré de contrôle sur l'écriture des expressions qu'elle doit soumettre à l'analyse pour déterminer le bien-fondé d'un foncteur nouveau? Il n'y a en effet pas, rappelons-le, de grammaire des ebf du système. La machine devra être conçue de telle sorte qu'elle puisse mettre en oeuvre l'analyse de toutes expressions graphiques possibles et les soumettre à l'épreuve des foncteurs et catégories qui existent actuellement dans le système. Elle acceptera les expressions qui, en fonction d'une structure définitoire précisément déclarée, en fonction de la reconnaissance de formes de parenthèses sélectionnées pour les catégories primitives (ou des catégories précédemment introduites), ainsi qu'en fonction du nombre de places des contextes associés, seront conformes à un moule complexe et qui éviterons toute confusion avec l'état du système actuel. Une telle machine sera donc en mesure d'accepter, pour la formalisation d'une signification particulière univoquement déterminée, toutes les expressions acceptables de la même idée et il y en une infinité.

Oscar maîtrise à la perfection la structure, le moule définitoire, que toute expression doit posséder pour être à même de porter une signification nouvelle. De nombreux travaux exposent cet aspect des choses (Lesniewski 1992, Rickey, Miéville 1984). Potentiellement de cardinalité infinie, l'ensemble des foncteurs logiques et celui des catégories (et donc également celui des contextes) sont, à chaque étape de leur construction, finis. Il est donc réaliste de penser que la mémoire de la machine pourra toujours être activée et étendue sans problème.

Deus ex machina

La machine est donc soumise à l'existence d'une mémoire des catégories actuellement inscrites, à celle des contextes qui portent leur signification ainsi qu'aux constantes qui leur sont directement associées. Il y a également ce schéma définitoire dont l'ossature principale est formée avec certains des éléments contenus dans la base axiomatique.

Ce moule définitoire correspond à une mise en fonction biconditionnelle entre ce qui définit et ce qui est défini. Ce moule respecte certaines conditions liées à toute définition explicite et que nous rappelons ci-dessous (Carnap 1949). Sa forme globale en écriture de tous les jours est la suivante:

$$f\ [a,b,c...d] \equiv E_{abc...d}$$

1. Le symbole f est un foncteur constant nouveau non équiforme à aucun foncteur constant de la même catégorie.
2. Les symboles a, b, c, ..., d sont des variables de catégories actuellement existantes dans le système.
3. Aucun symbole de f [a,b,c...d] ne doit être répété.
4. L'expression $E_{abc...d}$ est conçue, catégoriellement et en termes de foncteurs constants, en fonction de ce que le système possède actuellement.

5. Les variables inscrites dans f [a,b,c...d] doivent être également présentes dans l'expression qui inscrit ce qui définit, $E_{abc...d}$.
6. Les variables inscrites dans $E_{abc...d}$ doivent être également présentes dans l'expression qui inscrit ce qui est défini, f [a,b,c...d].

La forme du moule définitoire dans le système d'Oscar a la configuration suivante, et cela en fonction des raisons qui ont été évoquées précédemment:

$$\llcorner abc...d \lrcorner \ulcorner \equiv (f\ [a,b,c...,d]\ E_{abc...d}) \urcorner$$

ou, de manière un peu plus conventionnelle:

$$\llcorner abc...d \lrcorner \ulcorner\ f\ [a,b,c...,d] \equiv E_{abc...d} \urcorner$$

et qui peut se lire:

> quel que soit ce à quoi renvoie la variable a, b, c, ... respectivement d, f [a, b, c, ...d] ssi $E_{abc...d}$.

La machine doit conserver en mémoire ce moule définitoire dont les deux – – représentent des places d'entités de forme simple ou complexe possibles:

$$\llcorner ----- \lrcorner \ulcorner \equiv (-\ -) \urcorner .$$

Toute expression qui ne résiste pas à ce premier filtre n'est pas acceptée pour être une expression porteuse d'une signification nouvelle. Quant aux autres mécanismes, ils fonctionnent d'une part en mettant en oeuvre un filtre sérieux de jeu de symboles qui possèdent les conditions explicitées par rapport à toute bonne définition et d'autre part, en respectant les constructions conformes relativement aux contextes disponibles. Ici, une famille globale de caractères est retenue et testée par la machine chaque fois que cela est nécessaire: tous ceux capables de former une paire de parenthèses symétriques. Par ailleurs, la machine aura à contrôler que celles choisies pour déterminer une catégorie en devenir sont des candidats possibles parmi beaucoup d'autres candidats parce que n'introduisant aucune confusion ni ambiguïté. Le choix des candidats pour habiller le rôle de marques, de traces, est libre, que ce soit pour les parenthèses et pour les traces graphiques destinées à jouer un autre rôle que celui de déterminer une contextualisation pour autant que cela n'introduise ni confusion, ni ambiguïté. Je le rappelle, une liste préalable, hormis celle issue des axiomes n'existe pas. Cette liste se crée peu à peu et joue ainsi, progressivement un rôle de référence. Mais cette référence n'est pas liée à la forme, rappelons-le, mais bien au contexte dans lequel elle apparaît. Tout contexte est défini comme un parenthésage muni d'un nombre fini de place, et, hormis les parenthèses, la catégorie de toute marque ou de toute expression est univoquement déterminée par la place qu'elle occupe dans un contexte, ou devant un contexte. Ainsi, et je me répète, deux symboles équiformes peuvent tout à fait bien appartenir à des catégories sémantiques différentes. Un tel système autorise donc l'usage de la polysémie, ce qui est relativement conforme à l'usage qu'en font les langues naturelles lorsqu'elles utilisent le même graphème pour un usage fonctionnel différent, à l'image de la coordination et de certaines négations, par exemple.

Le mécanisme de contrôle et celui de rejet des formes «graphématiques» non conformes sont extrêmement compliqués. Leur rôle, par contre, peut être défini de manière fort simple:

> Tester tous les jeux de formes simples ou complexes qui sont proposés pour remplir les places libres du moule définitoire et ne retenir que ceux qui respectent les propriétés de toute bonne définition explicite et qui n'introduisent aucune confusion ni ambiguïté en fonction de l'état actuel du système.

Ainsi, la machine d'Oscar n'aura pas à contrôler si l'usage de telle forme est conforme au rôle qui lui était destiné, par exemple, d'être porteur de telle catégorie ou d'être une variable ou une constante. Elle acceptera de tester toute forme et l'acceptera dans cette procédure définitoire pour autant qu'elle ne soit pas porteuse d'ambiguïté. Ainsi, p, ∂, @ ou toute inscription florale, si le goût y est de l'introduire, conviendra parfaitement. Une forme ne correspond pas à un rôle prédéterminé, elle est ce qui habite une place qui dans un contexte, et seulement dans un contexte, prend une signification.

Si l'on en reste à ce jeu d'expansions de significations toujours possibles, toujours en devenir, alors, par cette machine-là, tous les cheminements sont acceptables pour accéder à toute signification d'une quelconque catégorie sémantique. Cette générosité se paie bien entendu par cette obligation de construire et de lire la syntaxe d'une manière constructive et contextualisée.

Ainsi, et sans entrer en matière par rapport à la signification, les trois exemples suivants sont de bonnes définitions:

$$\lfloor ab \rfloor \lceil \equiv (v(ab) \equiv (a \equiv (ab))) \rceil$$

$$\lfloor x \rfloor \lceil \equiv (w(x) \equiv (xx)) \rceil$$

$$\lfloor ab \rfloor \lceil \equiv (v[ab]\} \equiv (a\ v(ab))) \rceil .$$

Ces expressions sont formulées ainsi dans une écriture un peu plus conventionnelle:

$$\lfloor ab \rfloor \lceil v(ab) \equiv (a \equiv (a \equiv b)) \rceil$$

$$\lfloor x \rfloor \lceil w(x) \equiv (x \equiv x) \rceil$$

$$\lfloor ab \rfloor \lceil v[ab] \equiv (a \equiv v\ (ab))) \rceil .$$

En effet, la première expression inscrit la définition d'un foncteur nouveau *v* de la catégorie (S/SS). Son inscription nécessite donc d'être conforme au contexte de cette catégorie que le système connaît actuellement. Le choix du parenthésage à deux arguments (- -) s'imposait donc. Quant à la deuxième inscription *w*, elle introduit une nouvelle catégorie (S/S); celle-ci doit donc être associée à un contexte qui l'identifie. Il faut donc choisir un parenthésage à un argument qui n'entraîne aucune confusion avec une catégorie liée elle aussi à un foncteur unaire. Le système ne connaissant pas encore une telle catégorie, le choix est libre et celui du parenthésage (-) convient parfaitement. Tout autre choix aurait été également pertinent. Mais le choix effectué, il faut s'y tenir. La troisième expression introduit, par le biais de la marque *v*, une nouvelle catégorie de foncteurs binaires, (S/S(S/SS)). Cette catégorie n'appartenait pas encore au système, il faut l'identifier en lui attribuant une forme de parenthésage spécifique. Cette catégorie étant binaire, il faut absolument éviter de la confondre avec la catégorie des foncteurs binaires que le système connaît déjà, i.e. (S/SS). Ainsi, toute les possibilités sont ouvertes, hormis celle (- -). Ainsi, le choix du contexte à deux arguments [- -] convient parfaitement. Quant à la possible confusion associée à l'équiformité des deux constantes *v* portant deux significations différentes, elle n'est qu'apparente. En effet, l'un et l'autre de ces foncteurs précèdent des contextes différents. L'univocité de la signification est donc ainsi clairement respectée. Toute inscription ayant passé le filtre du moule définitoire en fonction de l'état du système y est dès lors reconnut avec le statut de théorème.

$$\vdash \lfloor ab \rfloor \lceil \equiv (v(ab) \equiv (a \equiv (ab))) \rceil$$

$$\vdash \lfloor x \rfloor \lceil \equiv (w(x) \equiv (xx)) \rceil$$

$$\vdash \lfloor ab \rfloor \lceil \equiv (v[ab] \equiv (a\ v(ab))) \rceil.$$

L'expression suivante n'est pas, par contre, une bonne définition en fonction du développement actuel du système, elle n'est donc pas un théorème:

$$\lfloor ab \rfloor \lceil \equiv (u[ab] \equiv (v(ab)\ a)) \rceil;$$

le foncteur *u* appartiendrait à la catégorie (S/(S/SS)S). Il s'agit d'un foncteur binaire que le système ne connaît pas. Choisir le contexte [- -] entraîne une confusion avec le contexte déclaré pour la catégorie (S/S(S/SS)). Cette définition est donc inacceptable, elle est rejetée.

Derrière cette complexité, il y a une réalité. Une réalité fonctionnelle dans la mesure où la machine d'Oscar fonctionne. Cette réalité est liée à l'histoire d'une oeuvre originale et d'une grande subtilité. Certains d'entre vous ont reconnu celui que je nomme avec un grand respect Oscar; en fait il s'agit du petit nom que j'attribue pour des raisons toute affective à Stanislaw, Stanislaw Lesniewski [1886-1939]. Celui-ci, pour des raisons que j'évoque ailleurs (Miéville 1984, Houdé et Miéville 1993), s'est intéressé à construire un système de pure logique conçu à partir des deux catégories basiques S et N. Peu satisfait par la théorie des types à la Russell, curieux de résoudre les antinomies qui florissaient à l'époque, guère convaincu par la manière de traiter certains mécanismes fondamentaux de la logique en termes métalinguistiques et implicites, désireux d'éviter les faiblesses qu'il décèle dans la logique d'alors, il érige un système dont les mécanismes tels ceux, notamment, liés à la définition, à l'extensionnalité et à la substitution sont effectivement explicités, formalisés pour devenir les règles d'inférence du système. Elles ne sont pas esquissées et explicitées de manière sommaire, mais entièrement formalisées au travers de nombreuses explications terminologiques. Ces explications fondent entre autres choses les mécanismes de cette machine dite d'Oscar; sa fonction est de contrôler toute forme qui lui est soumise et d'admettre seulement celles qui n'introduisent aucune confusion ni contradiction au sens d'un système en devenir. A cet égard, je convie le lecteur intéressé à étudier les articles de Rickey (1972, 1973). Ils offrent une ouverture originale au traitement métalogique des systèmes développementaux.

Sémantique

La présémantique joue un rôle important dans la perspective du développement d'un système logique. Elle est cette phase qui cerne, dans un premier temps, la signification à introduire; elle est cette étape qui conserve la mémoire de la genèse et de la progression d'un système. Cette phase exprime le temps de l'invention du savant qui crée en conscience et qui ne fait guère confiance au hasard. Elle aide à alimenter la machine d'Oscar sans lui faire subir le test de toutes les combinatoires ou les désagréments de l'aléatoire.

La syntaxe conserve, en des formes bien organisées, les expressions définitoires acceptables en fonction de l'état du système en question et de la propriété de non-ambiguïté. La détermination contextuelle y est centrale.

Il reste cependant un point à traiter. Si les formes sont habillées d'un sens en fonction du projet présémantique qui a contribué à les faire émerger, il n'en reste pas moins qu'une réponse explicitement sémantique doit être apportée par rapport à l'existence de ces formes acceptées. A quel ensemble de significations renvoient-elles? A quel calcul ces différentes significations sont-elles soumises? Oscar ne s'est guère intéressé à cet aspect formel du sens, tant il était convaincu de la justesse et de la correction de ses intuitions. Etudions ce qui suit:

> I cannot deny myself pleasure of stating the fact that I tried to write my work so that it would not concern exclusively some kind of "free creations" of various more or less Dedekindian creative souls; it follows hence, that I cared more about the fact that my theorems, while possessing as exact form as possible, of the "esprit laique" who are engaged in investigating a reality not "created by them", than I did about the fact whatever I was saying should be in accord with the "intuitions" of the professionnal set-theoricians whose intuitions emerge from a centrifuge of mahematical minds equipped with an apparatus of "free creativity" demoralized by "unreal" speculative constructions.
>
> I wish to add a few words as a preventative measure against possible critical objections from the "phiosophical" camp: that is- in my system the expressions are treated as a hypothetical- deductive systeme, from which it follows that, properly speaking, I assert only that those propositions which I call "axioms". The pschychic "sources" of my axioms are my intuitions, which simply means, that I believe in the truth of my axioms, but I am unable to say why I believe, since I am not acquainted with the theory of causality.. My axioms do not have proofs within my system, just as in general no axioms, in the nature of things, have proofs in that system for which they are axioms. I am quite unable to answer thequestion, what is the "objective value" of my axioms, nor any other similar questions, which concern the exponents of the so-called theory of knoledge-because I admit sadly and to my clear desavantage, that despite my most sincere wishes, I am still unable to understand even one of the problems which occur in the just mentioned respectable "science". (Lesniewski 1992: 130-131).
>
> In 1922 I outlined a concept of semantical categories as a remplacement for the hierarchy of types, which is quite unintuitive to me. Frankly, I would stil.l today feel obliged to accept this concept even if there were no antinomies at all. From a formal point of view my concept of semantical categories is closely related to the well-know

> type theories, especially, however, the concept is more easily related to the thread of tradition running through Aristotle?s categries, the parts of speech of traditionnal grammar, and Hussero's meaning categories. This concept is used quite generally in mathematics, particularly in mathematical logic, and I did not need to make any sacrifica in the generality of my intuitions concerning various theroretical topics. (Lesniewski 1992: 421-422)

Bien qu'aucun article de Lesniewski n'existe explicitant formellement le prodigieux édifice catégoriel esquissé, l'usage des règles d'inférences qu'il nous a léguées, rend exactement compte de cet édifice complexe potentiellement infini.

Pour expliciter le jeu des significations en présence dans un système logique d'obédience oscarienne, il est indispensable de rappeler quelques éléments.

Au temps zéro de la vie d'un système n'existent que les axiomes. Pour n'en rester qu'à l'édifice logique conçu sur la base de l'unique catégorie S, cela signifie que l'on dispose de la catégorie basique S et de celle dérivée (S/SS). En termes de foncteur constant, seul l'opérateur de biconditionnelle est inscrit. Si la catégorie (S/SS) connaît un foncteur constant dans la base axiomatique, celle-ci contient des formes variables de cette catégorie. Par ailleurs, toute inscription d'un foncteur nouveau d'une catégorie que le système ne connaissait pas encore, renvoie automatiquement à la possibilité de faire usage de formes variables de cette catégorie. Nous sommes donc en présence d'une situation quelque peu surprenante; en effet, l'état du développement d'un système peut tout à fait représenter la situation suivante: connaître l'inscription formelle de quelques foncteurs constants de catégories différentes, sans en avoir inscrit l'ensemble exhaustif de tous les possibles, et disposer, par l'usage de formes variables pour ces catégories-là, de la possibilité de parler de tous ceux pouvant appartenir à ladite catégorie. S'agit-il de l'ensemble des constantes actuellement inscrites? S'agit-il de l'ensemble des expressions acceptables? S'agit-il encore de l'ensemble potentiel de tous les foncteurs constants tombant sur la catégorie de la variable dont il est question? En fait, la situation n'est pas simple. Je distinguerai donc deux moments dans ce qui relève de la sémantique. La manière d'en parler d'une part, et la façon de la représenter d'autre part.

Une manière d'appréhender le pan sémantique d'une oeuvre logique est de la pénétrer à travers l'interprétation que l'on fait, ou que l'on peut faire, de la quantification. Bien qu'il soit possible de penser qu'Oscar possède une définition très précise de la signification qu'il attribue à la quantification, il est toujours resté très discret quant à sa formulation précise. Il convient donc de dégager un sens de la quantification qui soit conforme avec l'esprit et les contraintes d'un système logique dont la syntaxe est progressivement explicitée. Il faut d'emblée éliminer toute inclination à la percevoir comme une quantification objectuelle. En effet, elle s'applique à toute catégorie syntaxico-sémantique actuellement inscrite dans le système, et celles-ci, nous l'avons dit, contient d'autres catégories que celle des noms. Par ailleurs, la catégories des noms chez Oscar est liée à un mode de référenciation qui ne se résume pas uniquement à celui des entités individuelles. Un nom peut tout aussi bien être un nom individuel qu'un nom général ou qu'un nom vide (Simons 1982). Par ailleurs, cette quantification ne saurait être qualifiée de substitutionnelle (Kripke). En effet, de par la construction même d'un système logique où l'accès à tout foncteur de toute catégorie est potentiellement infini, une liste d'expressions bien formées, de symboles variables ou constants est impossible à priori. Il ne saurait donc exister un ensemble dit de substitution préalablement posé qui puisse justifier la nature substitutionnelle de la quantification quoi qu'en dise Quine. On pourrait peut-être la lire: quelle que soit la constante actuellement inscrite de la catégorie en jeu dans la quantification, il est signifié ce qui suit... . Mais cela élimine un peu trop la nature extensionnelle du système en développement et ne satisfait pas le contenu de ce qui est signifié. De plus, l'aspect extentionnel des potentialités logiques du système, est, lui aussi, entièrement explicité dans une règle inférentielle d'extensionnalité! On pourrait encore la lire: quelles que soient les inscriptions possibles de ladite catégorie, il est dit ce qui suit ... . Mais Oscar a également pris soin de formaliser avec beaucoup de précaution une règle inférentielle de substitution qui précise justement les contours d'une telle interprétation. Il existe encore d'autres manières d'aborder l'interprétation concevable de la quantification. Nous ne les mentionnerons pas ici pour ne retenir que deux aspects de celle-ci. Comme nous l'avons mentionné précédemment, on doit attribuer à la quantification oscarienne, un rôle de détermination des marques qui possèdent, en contexte, le statut de variable. En effet, il n'existe nul ensemble à priori spécifiant quel graphème doit correspondre au statut de variable. Dans le corps d'une expression, il est reconnu que telle trace a le statut de variable, parce que dans cette expression, cette trace est équiforme à une trace inscrite dans le quantificateur de l'expression. C'est uniquement de cette manière que l'on reconnaît que telle ou telle trace à ce statut. Quant à la catégorie de la variable ainsi reconnue, c'est au contexte, et uniquement à lui, de nous la faire reconnaître. Ainsi, dans les expressions suivantes:

$$\llcorner pqr \lrcorner \ulcorner \equiv (\equiv (\equiv (pr) \equiv (qp)) \equiv (rq)) \urcorner$$

$$\llcorner pqr \lrcorner \ulcorner \equiv (\equiv (p \equiv (qr)) \equiv (\equiv (pq)\, r)) \urcorner$$

et

$$\llcorner \pi\theta\rho \lrcorner \ulcorner \equiv (\equiv (\equiv (\pi\rho) \equiv (\theta\pi)) \equiv (\rho\theta)) \urcorner$$

les traces p, q, r, π, θ et ρ dans les inscriptions

$$\ulcorner \equiv (\equiv (\equiv (pr) \equiv (qp)) \equiv (rq)) \urcorner$$

$$\ulcorner \equiv (\equiv (p \equiv (qr)) \equiv (\equiv (pq)\, r)) \urcorner$$

et

$$\ulcorner \equiv (\equiv (\equiv (\pi\rho)\, (\theta\pi)) \equiv (\rho\theta)) \urcorner$$

ont le statut de variable uniquement parce qu'elles possèdent des traces équiformes dans leur quantificateur $\llcorner pqr \lrcorner$, respectivement $\llcorner \pi\theta\rho \lrcorner$.

Au-delà de cette manière d'attribution de statut de variable à une inscription dans une expression, il est utile d'aborder la fonction quantificatrice d'une autre manière, plus en accord avec le rôle opératoire de la logique. Il convient donc d'attribuer à la quantification en conjonction avec la catégorie syntaxico-sémantique de la variable en jeu, l'ensemble des modes opératoires qu'on peut potentiellement parlant lui attribuer. On pourrait alors lire les choses ainsi:

$$\lfloor v \rfloor \ulcorner \ldots v \ldots \urcorner$$

quelles que soient les significations opératoires possibles liées à la catégorie de cette inscription-là de la trace v contextualisée, il est signifié ce qui suit...ß ces significations devant être explicitables et calculables comme l'est l'addition, par exemple, dans le contexte de l'arithmétique.

Il s'agit donc d'expliciter davantage ce que nous entendons par l'expression «signification opératoire». Cette expression est liée à un souvenir: il y a quelque 20 ans, nous devisions avec les professeurs H. Hubiens de l'Université de Liège et T. Waragai du Japon, justement de la signification des quantificateurs chez Oscar. Et c'est en travaillant sur des nappes en papier, dans un café de Salzbourg, que cette expression a été utilisée pour la première fois. La chose est relativement simple. Dans le cadre de la théorie classique de la logique du premier ordre, je peux attribuer une signification à la catégorie des propositions, S, en lui faisant correspondre une extension constituée des valeurs vrai et faux. D'une manière similaire, je peux attribuer une signification à la catégorie des foncteurs unaires (S/S) en lui associant l'extension constituée des quatre «signatures» constitutives des tables de vérité des opérateurs élémentaires. Je peux agir de même avec la catégorie des foncteurs binaires, (S/SS). Je dispose donc d'une représentation extensionnelle systématique et exhaustive pour attribuer une signification opératoire à chaque catégorie. Ceci n'est pas nouveau, c'est son lien avec la quantification catégorielle qui l'est. On peut représenter les choses ainsi:

(S):= V et F ;
(S/S):= op'$_1$ (V ; F) = (V ; V) et op'$_2$ (V ; F) = (V ; F) et
op'$_3$ (V ; F) = (F ; V) et op'$_4$ (V ; F) = (F ; F) ;
(S/SS):= op''$_1$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (V ; V ; V ; V) ;
op''$_2$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (V ; V ; V ; F) ;
op''$_3$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (V ; V ; F ; V) ;
op''$_4$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (V ; F ; V ; V) ;

.
.
.
op''$_{13}$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (F ; V ; F ; F) ;
op''$_{14}$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (F ; F ; V ; F) ;
op''$_{15}$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (F ; F ; F ; V) ;
op''$_{16}$ ((V ; V ; F ; F) (V ; F ; V ; F)) = (F ; F ; F ; F) ;

Il est possible de généraliser cette représentation à toute catégorie. De plus, sur la base de la connaissance des significations opératoires primitives, on peut calculer le nombres des objets de l'extension associée à toute catégorie.

Connaissant la cardinalité de l'extension des significations opératoires associées à C_1, C_2, C_3, ..., respectivement à C_n, la cardinalité de l'extension associée à la catégorie ($C_1/C_2C_3....C_n$) se calcule ainsi:

> Nb. de significations de C_1 à la puissance du produit des nombres de significations de C_2, C_3, ..., respectivement C_n.

$$\# C_1^{\#C_2 \,.\, \#C_3 \ldots \# C_n}$$

En considérant par exemple la catégorie (S/(S/S)S), le nombre des significations qui lui sont associées est le résultat du calcul suivant:

$$2^{4.2} = 2^8 \text{ i.e. } 256$$

Le nombre 256 est donc le nombre des significations opératoires que l'on peut associer à la catégorie S/(S/S)S. Il s'agit donc du nombre des foncteurs possibles associés à la catégorie des foncteurs formateurs de significations propositionnelles à deux arguments dont le premier est de la catégorie des foncteurs propositionnels unaires S/S et le deuxième de la catégorie des propositions S.

Plus précisément le nombre 2 élevé à la puissance 4.2 représente le nombre des significations associées à la catégorie résultante des propositions S. Dans l'exposant 4.2, le nombre 4 représente le nombre des significations associées à la catégorie du premier opérande, S/S, et le nombre 2 celui des significations du deuxième opérande également de la catégorie S.

On peut suggérer le début d'une représentation systématique en illustrant les choses à partir de la représentation d'une signification opératoire particulière de cette catégorie. Cette signification particulière doit représenter un foncteur qui agit dans l'ordre sur deux opérandes liés aux significications associées à la catégorie S/S, respectivement S. La représentation doit épuiser l'ensemble des combinaisons conçues sur ces deux significations et offrir comme résultante un choix d'une combinaison de valeurs associées à la catégorie S.

Afin de simplifier le formalisme, procédons à l'identification suivante:

valeurs associées à la catégorie S: V et F

valeurs associées à la catégorie (S/S):

α pour verum
dont la signification opératoire est représentée par la transformation suivante:

$$\begin{array}{c|c} V & V \\ F & V \end{array}$$

β pour negatio
dont la signification opératoire est représentée par la transformation suivante:

$$\begin{array}{c|c} V & F \\ F & V \end{array}$$

γ pour falsum
dont la signification opératoire est représentée par la transformation suivante:

$$\begin{array}{c|c} V & F \\ F & F \end{array}$$

δ pour idem
dont la signification opératoire est représentée par la transformation suivante:

$$\begin{array}{c|c} V & V \\ F & F \end{array}$$

La représentation d'une signification opératoire particulière de cette catégorie S/(S/S)S peut être donnée sous la forme d'une table des valeurs, à considérer à l'image d'une signature particulière qui identifie le foncteur. On agit donc un peu de manière analogue à une table de vérité classique. Il nous faut donc d'une part proposer un ordre canonique pour la combinaison des valeurs associées aux opérandes et d'autre part, décider des valeurs résultantes, une combinaison parmi 256 combinaisons possibles. Arbitrairement posons les choses ainsi:

ordre canonique		valeurs résultantes
S/S	S	S
α	V	V
α	F	V
β	V	V
β	F	V
γ	V	V
γ	F	V
δ	V	V
δ	F	V

Le choix pourrait représenter le verum de cette catégorie S/(S/S)S.

Une autre signification possible pourrait être une combinaison qui diffère de celle qui précède en un seul lieu, par exemple à la première place:

S/S	S	S
α	V	F
α	F	V
β	V	V
β	F	V
γ	V	V
γ	F	V
δ	V	V
δ	F	V

Si nous nous étions saisi de l'exemple de la catégorie S/(S/SS)S, l'ensemble des significations opératoires est:

$$2^{16.2} = 65536.65536!$$

Le résultat laisse songeur bien que la représentation des significations est théoriquement possible.

Pause

Ce qui a été développé précédemment supportait deux objectifs; il y avait d'une part la volonté de présenter une manière d'aborder une théorie logique autorisant l'accès à un quelconque foncteur de toute catégorie issue de celles des noms N et des propositions S. Il y avait d'autre part la nécessité d'exposer quelques-unes des conséquences induites par ce projet. Nous avons donc beaucoup insisté sur la procédure définitoire, procédure portée par une règle d'inférence. Nous avons également été conduit à esquisser une nouvelle manière d'aborder la syntaxe d'un système en développement qui ne saurait être fondé sur une liste de symboles préétablie. Les grandes lignes d'une syntaxe inscriptionnelle à détermination contextuelle ont été posées. Par ailleurs les linéaments d'une interprétation de la quantification en termes de signification opératoire ont été donnés. Bien que basé sur la double catégorie des noms et des propositions, ce qui a été précédemment présenté l'a été en fondant tout le développement sur l'unique catégorie des propositions, S. Ce choix est délibéré; en effet, il est toujours plus aisé d'exposer de nouvelles notions sur la base d'un système simple. Une fois l'acquisition faite des principes nouveaux, après l'assimilation maîtrisée de cet esprit original qui gouverne un système en développement, il est toujours temps d'introduire de nouvelles subtilités; c'est ce que nous proposons maintenant en donnant une expansion de ce qui précède de manière à intégrer les mécanismes logiques associées effectivement à la catégorie des noms, N.

L'ontologie d'Oscar

Proposons une approche présémantique pour appréhender la manière par laquelle Oscar aborde la catégorie des noms pour l'intégrer effectivement dans un nouveau système logique: l'ontologie. Une telle approche est constituée par l'appréhension naïve et naturelle que nous avons du monde et de la manière d'en parler. On croit à l'existence matérielle ou non matérielle de choses; Socrate, cette page, le président Clinton appartiennent à notre réalité. Nous savons raisonner avec de tels objets et, pour communiquer ces raisonnements, nous associons des noms à ces choses. Ces noms sont considérés comme des *noms individuels*, des noms qui dénotent des choses considérées comme des entités. On sait, par ailleurs, qu'il existe des noms d'une autre nature; il y a des *noms généraux*, Nicolas Bourbaki – ce mathématicien polycéphal – est l'un d'entre eux. Il existe également un autre type de noms; les logiciens les connaissent bien, eux qui n'ont de cesse de raisonner sur le thème de Pégase, de l'actuel roi de France, et autre cercle-carré. Il s'agit des *noms vides*, c'est-à-dire, des noms qui ne dénotent aucun objet. Enfin, il existe des objets sans nom, et, pour cette raison, nous ne saurions en parler directement. Oscar va admettre cette variation dénotative associée à la catégorie des noms.

Lorsque nous parlons, lorsque nous raisonnons, nous ne cessons d'utiliser – dans les langues indo-européennes en tous les cas – la copule *est*. On a fait jouer à cette copule un rôle logique considérable, même si, aujourd'hui, elle n'apparaît pas explicitement dans le calcul logique des prédicats dans lequel elle se voit amalgamer d'une certaine manière aux propriétés et aux prédicats. Oscar s'y intéresse directement, et ceci pour des raisons d'évidence toute pratique. En effet, lorsqu'il développe les linéaments de sa théorie des ensembles collectifs: la méréologie, il les expose dans une langue naturelle, le polonais. Axiomes et théorèmes apparaissent comme des propositions particulières dans lesquelles la copule *jest*, l'analogue du *est* français, est fortement mis à contribution. Cette copule est associée aux noms qu'il utilise pour organiser les objets de sa théorie. Il s'intéresse donc à la signification de cette copule lorsqu'elle articule des noms. Cet intérêt aboutit à l'explicitation d'une théorie des termes capable de représenter un calcul des noms.

Le génie d'Oscar est associé à une exigence de rigueur peu commune, ainsi qu'à la conscience qu'une langue formelle doit hériter, dans la mesure de ce qui est possible, de toutes les richesses que nous offre la pensée en discours, et notamment son pouvoir de créativité. Cette attitude explique en partie son refus de travailler avec les systèmes de la tradition russellienne. Il va donc offrir un système logique qui inscrit de manière axiomatique une signification de la copule. Ce sytème, comme le système élargi des propositions précédemment présenté, est, d'une nature conceptuelle très différente de ceux, dits classiques, que nous avons l'habitude d'utiliser. En effet, il peut également être développé de manière progressive, sur la base de ce qui a déjà été préalablement posé ou défini. Une telle dynamique est également conduite par une directive de définition qui permet d'introduire des thèses-définition internes au système. Cette manière de faire offre la possibilité de représenter progressivement des idées nouvelles dans le système, des idées intégrant en plus de la catégorie des propositions, la catégorie des noms. Dans ce cadre aussi, cette liberté définitoire est possible parce que toute catégorie syntaxico-sémantique est contextuellement déterminée, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas d'ensembles de symboles préalablement et catégoriellement déterminés.

Sur la base des idées esquissées préalablement, Oscar établira de manière univoque la signification de la copule qu'il utilise dans les discours qui règlent ses déductions logiques. Il en présentera une première version formelle en 1930 sous la forme d'un unique axiome qui contient un seul terme primitif, l'epsilon ε. Il ne s'agit en aucun cas du symbole d'appartenance de la théorie classique des ensembles. Ce terme apparaît dans des propositions dites *singulières* dont la forme est la suivante a ε b. Cette proposition peut se lire de manière présémantique de la manière suivante:

a ε b: *a* est le (ou un des) *b* ou, *a* est parmi les *b*;

les termes a et b représentent des objets formels de la catégorie syntaxico-sémantique des noms, N. Ainsi, l'epsilon ε est un foncteur formateur de propositions à partir de deux arguments de la catégorie des noms, ce que nous désignerons par l'équation formelle suivante: S/NN.

L'évaluation d'une proposition singulière de la forme a ε b est le vrai si et seulement si toutes les conditions suivantes sont réalisées:

1. Le terme *a* ne représente pas un nom sans dénotation;
2. le terme *a* représente un nom individuel. Ce nom ne peut pas dénoter plus d'un individu;
3. si un terme est associé à un nom qui possède la même dénotation que celui associé à *a*, alors il est en correspondance avec les objets – ou l'objet – dont le nom est associé au terme *b*.

Cette formulation n'est pas très élégante. La première clause stipule l'existence de *a*, la deuxième inscrit l'unicité de *a*, et enfin, la troisième clause explicite un principe de convergence en ce sens que tout ce qui pourrait être *a* est aussi un des *b*.

Cette signification particulière de l'epsilon s'exprime au travers de la réalisation formelle suivante dans laquelle $\lfloor \alpha \rfloor$ peut être lu, et c'est un rappel, «quel que soit *a*» et $\lfloor \exists\beta \rfloor$, «il y a *b*».

Axiome: $\lfloor ab \rfloor \lceil a\,\varepsilon\, b \equiv \lceil \exists c \rfloor \lceil c\,\varepsilon\, a \rceil$ (existence)

$\lfloor dc \rfloor \lceil (c\,\varepsilon\, a \wedge d\,\varepsilon\, a) \supset d\,\varepsilon\, c \rceil$ (unicité)

$\lfloor c \rfloor \lceil c\,\varepsilon\, a \supset c\,\varepsilon\, b \rceil \rceil$ (convergence)

Afin d'éviter toute difficulté, nous ne présenterons pas cet axiome sous sa forme contextuelle. Il est indispensable de rappeler toutefois que l'exigence du contexte est fondamentale si l'on veut accorder à la rigueur son rôle le plus absolu. Dans cette perspective, la proposition singulière doit être associée à un contexte de référence uniquement déterminé. Nous le choisirons ainsi:

$$\varepsilon \{- -\}$$

Ce contexte fonde alors la détermination de toute entité insérée entre les parenthèse symétriqueséquiformes à { et } et contenant deux places: il s'agit d'entités de la catégorie des noms, N. Ce contexte fonde également la détermination de toute inscription qui pourrait précéder ce contexte {- -}: il s'agit d'un foncteur formateur de proposition à deux arguments nominaux, (S/NN). En utilisant la signification axiomatique de la copule, et en choisissant comme domaine sémantique le domaine des connaissances naïves communément partagées, il est possible d'évaluer les propositions suivantes:

> *Platon est un philosophe de l'Antiquité* – comme une proposition vraie.
>
> *Jean-Paul II est un mathématicien célèbre* – comme une proposition fausse. En effet, bien que *Jean-Paul II* existe et soit unique, il n'est pas le cas qu'il soit dans l'extension associée au nom mathématicien.
>
> *Pégase est un cheval ailé* – comme une proposition fausse, parce que Pégase n'existe pas, Pégase ne dénote aucun objet.
>
> *L'homme est mortel* – comme une proposition fausse parce que l'homme dans ce contexte est un nom général, il dénote plus d'un objet. En fait, il s'agit de la forme contractée d'une universelle affirmative qui peut s'écrire ainsi:
>
> $$\lfloor x \rfloor \lceil x\ \varepsilon\ a \supset x\ \varepsilon\ b \rceil$$
>
> et qui serait vraie.

Il est important de souligner et de rappeler ici que l'on a choisi de repésenter la quantification d'une autre manière que celle généralement utilisée c'est que dans les théories d'Oscar la quantification ne possède pas le caractère existentiel implicite des logiques classiques, ni celui explicite des logiques libres standard. Dans la perspective d'une interprétation sur un domaine sémantique, elle ne saurait donc être objectuelle. Dans cette théorie, existence et quantification sont deux notions distinctes.

L'ontologie d'Oscar est une théorie logique, et comme telle, elle contient des directives inférentielles. Elles sont au nombre de sept: une directive de détachement, une de substitution, une directive opérant sur la quantification, deux directives d'extensionnalité et deux directives de définition. Nous insisterons ici, comme nous l'avons fait pour la prothétique, uniquement sur les directives de définition. C'est à travers elles qu'il est possible d'étendre progressivement le système, d'y introduire de nouvelles significations, et ceci, sur la base des constantes et des catégories syntaxico-sémantiques que contient l'axiome ainsi que celles qui ont été préalablement et progressivement inscrites.

Les directives de définition dans l'ontologie possèdent des formes analogues à celles définies précédemment, et répondent aux conditions de toute définition explicite bien formée (Carnap, 1949), nous ne les répéterons donc pas.

Définition ontologique de type propositionnel:

Si x, y, ... z sont *n* variables de catégories syntaxico-sémantiques c_x, respectivement c_y, ... c_z, catégories préalablement introduites dans le système, et que E est une expression bien formée en fonction de ce que le système contient actuellement, expression qui contient toutes les *n* variables x, y, ... z, alors l'expression suivante est une bonne définition de type propositionnel:

Forme conventionnelle

$$\underbrace{\llcorner xy\ldots z \lrcorner}_{\text{definiendum}} \; \underbrace{\ulcorner f(xy\ldots z) \equiv E_{xy\ldots z} \urcorner}_{\text{definiens}}$$

Forme contextuelle

$$\underbrace{\llcorner xy\ldots z \lrcorner}_{\text{definiendum}} \underbrace{\ulcorner \equiv f(xy\ldots z)\; E_{xy\ldots z} \urcorner}_{\text{definiens}}$$

Cette expression introduit un nouveau foncteur constant, *f* de la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à partir de *n* arguments dont le premier est de la catégorie c_x, le deuxième de la catégorie c_y, ..., et le dernier, de la catégorie c_z. Nous représenterons ainsi cette nouvelle catégorie:

$$S/c_x \;\; c_y \ldots c_z$$

Définition de type nominal:

Si x, y, ... z sont *n* variables de catégories syntaxico-sémantiques c_x, respectivement c_y, ... c_z, catégories préalablement introduites dans le système, et que E est une expression bien formée en fonction de ce que le système contient actuellement, expression qui contient toutes les *n* variables x, y, ... z, alors l'expression suivante est une bonne définition de type nominal:

Forme conventionnelle

$$\lfloor axy\ldots z \rfloor \lceil \underbrace{a\ \varepsilon\ f(xy\ldots z)}_{\text{definiendum}} \equiv \underbrace{a\ \varepsilon\ a \wedge E_{xy\ldots z}}_{\text{definiens}} \rceil$$

Forme contextuelle

$$\lfloor axy\ldots z \rfloor \lceil \equiv \underbrace{(\ \varepsilon\ \{af(xy\ldots z)\}}_{\text{definiendum}}\ \underbrace{(\wedge\ (\ \varepsilon\ \{aa\}\ E_{xy\ldots z})}_{\text{definiens}} \rceil$$

Cette expression introduit un nouveau foncteur constant, *f*, de la catégorie des foncteurs formateurs de nom à partir de *n* arguments dont le premier est de la catégorie c_x, le deuxième de la catégorie c_y, ..., et le dernier, de la catégorie c_z. Nous représenterons ainsi cette nouvelle catégorie:

$$N/c_x \quad c_y \ldots c_z$$

Sur la base de ces directives, et en utilisant les informations que contient l'axiome, à savoir les quatre catégories syntaxico-sémantiques primitives (S, N, S/NN, S/SS), ainsi que les constantes associées à certaines d'entre elles, (ε, ≡, ⊃, ~) il est possible de construire progressivement de nouvelles constantes d'une quelconque catégorie. Dans la perspective d'expliciter dans un langage formel les subtilités liées à l'expression de la référence, nous proposons les définitions formelles suivantes sous leur forme conventionnelle et nous les paraphraserons chaque fois:

Df. 1 $\lfloor a \rfloor \lceil ! \{a\} \equiv \lfloor \exists b \rfloor \lceil b\ \varepsilon\ a \rceil \rceil$

Il y a un nom et ce nom dénote au moins un individu, ou, il existe au moins un *a*.

Df. 2 $\lfloor a \rfloor \lceil \rightarrow \{a\} \equiv \lfloor bc \rfloor \lceil (b\ \varepsilon\ a \wedge c\ \varepsilon\ a) \supset b\ \varepsilon\ c \rceil \rceil$

Il y a un nom et ce nom dénote au plus un individu, ou, il existe au plus un *a*.

Df. 3 $\lfloor a \rfloor \lceil \downarrow \{a\} \equiv \lfloor \exists b \rfloor \lceil b\ \varepsilon\ a \rceil \rceil$

Il y a un nom et ce nom dénote exactement un individu, ou, il existe un et un seul *a*.

Df. 4 $\lfloor ab \rfloor \lceil = \{ab\} \equiv (a\ \varepsilon\ b \wedge b\ \varepsilon\ a) \rceil$

Les noms *a* et *b* dénotent le même individu

Df. 5 $\lfloor ab \rfloor \lceil X \{ab\} \equiv \lfloor c \rfloor \lceil c\ \varepsilon\ a \equiv c\ \varepsilon\ b \rceil \rceil$

Les noms *a* et *b* ont la même extension

Df. 6 $\lfloor ab \rfloor \lceil a\ \varepsilon \sim\langle b \rangle \equiv (a\ \varepsilon\ a \wedge \sim(a\ \varepsilon\ b)) \rceil$

Il s'agit – dans notre construction progressive – de le première définition de type ontologique. Elle inscrit la définition de la négation nominale en utilisant notamment la négation propositionnelle. Le contexte permettra de distinguer la négation propositionnelle $\sim(-)$ de celle nominale $\sim\langle - \rangle$.

Df. 7 $\lfloor a \rfloor \lceil a\ \varepsilon \wedge \equiv (a\ \varepsilon\ a \wedge \sim(a\ \varepsilon\ a)) \rceil$

Il s'agit du cas particulier de la définition d'un foncteur constant de degré zéro, c'est-à-dire, d'une constante. Le terme $\wedge$ est le terme contradictoire, il est associé aux noms qui ne dénotent pas. C'est le nom vide, ou, comme l'écrit Henry (1972: 37), *here defined may be read off as "object which does not exist"*.

Sur la base de ces définitions-là, et en utilisant l'axiome de l'ontologie ainsi que toutes les directives à disposition, différentes thèses peuvent être dérivées dans ce système. Nous en mentionnons quelques-unes:

Th. 1 $\lfloor \exists a \rfloor \lceil \sim\, !\, \{a\} \rceil$

Il y a un nom, et ce nom ne dénote pas.

Th. 2 $\lfloor ab \rfloor \lceil (a\ \varepsilon\ b) \supset = \{aa\} \rceil$

Quel que soit le nom *a*, s'il est un nom individuel, alors il est identique à lui-même.

Th. 3 $\sim \lfloor a \rfloor \lceil = \{aa\} \rceil$

Il n'est pas toujours le cas qu'un nom soit identique à lui-même. Le principe d'identité n'est valide que pour les noms individuels.

Th.4 $\lfloor a \rfloor \lceil (a\ \varepsilon\ \wedge) \supset \sim = \{aa\} \rceil$

Si un nom a la même extension que le nom contradictoire, alors il n'est pas identique à lui-même.

Th. 5 $\sim \lfloor ab \rfloor \lceil \sim (a\ \varepsilon\ b) \supset a\ \varepsilon \sim \langle b \rangle \rceil$

Il n'est pas le cas que (quels que soient les noms *a* et *b*, s'il n'est pas le cas que *a* est *b*, alors *a* n'est pas *b*). Et en effet, *Pi est un nombre impair* ne saurait être déduit de *il n'est pas le cas que Pi est un nombre pair.*

Th 6 $\lfloor ab \rfloor \lceil (a\ \varepsilon\ b\ \mathrm{w}\ a\ \varepsilon \sim \langle b \rangle) \vee \sim (a\ \varepsilon\ b\ \mathrm{w}\ a\ \varepsilon \sim \langle b \rangle) \rceil$

Ce théorème supporte leprincipe du tiers exclu revisité exprimant la dualité sémantique: un objet peut être prédiqué d'une propriété *a* ou de sa duale *a*, ou de ni l'une ni l'autre (Miéville 1991).

Ces quelques exemples illustrent la très grande richesse et la très grande liberté expressive de l'ontologie d'Oscar. Ces quelques définitions de foncteurs d'existence de la catégorie syntaxico-sémantique des noms ne sont qu'un choix parmi d'autres. Si la nécessité ou l'intérêt nous avait conduit à réfléchir à des notions d'existence associées à d'autres catégories que celle des noms, ce système conviendrait également pour réaliser cet objectif. Comme il conviendrait aussi pour définir un foncteur constant d'une quelconque catégorie conçue sur la base des catégories des noms et des propositions pour autant qu'elles aient été préalablement introduites. Elle permet d'intégrer par définition non seulement l'inscription dans le système logique en devenir d'opérations liées à une activité sur les extensions, mais également de catégories d'opérations logiques fondamentales que les théories classiques n'ont pas privilégiées; nous pensons tout particulièrement aux opérations de subordination logique (Miéville 1993, Joray 1999), aux opérations de «partitivité» logique (Miéville 1984) et à celles de «nominalisation logique» (Méville à paraître).

Sémantique bis

Dans le cadre de l'ontologie il est bien entendu également possible de présenter les choses sous la forme de significations opératoires. Cela pose quelques problèmes dans la mesure où un univers peut comporter une infinité d'objets, et donc davantage de noms. En effet, un monde dont l'extension est de cardinalité k peut être associé à 2^k noms dans la mesure où dans l'ontologie de Lesniewski on dispose de la manière de désigner avec des noms non seulement singuliers, mais également vides et généraux. Nous développons cet aspect des choses dans le cahier 67 des travaux du Centre de Recherches Sémiologiques sur le thème de la nominalisation. Contentons-nous ici de proposer un exemple. Sur un univers de deux objets, il y a quatre manières de désigner: un nom singulier pour chaque objet, un nom général pour le monde considéré et un nom vide. Par ailleurs et par rapport à cet univers comportant deux objets, imaginons l'existence de la catégorie suivante: (S/SN). Il s'agit de la catégorie formateur de propositions à deux arguments dont le premier est de la catégorie des propositions et la deuxième, de la catégorie des noms.

Par rapport à cette catégorie, il y a donc $\# C_1{}^{\#C_2 \cdot \#C_3}$ significations opératoires différentes. Plus précisément, il y a deux significations pour la catégorie S et 4 pour la catégorie des noms, N. Le résultat final est donc $2^{2.4}$, 256 significations possibles. Nous pourrions esquisser une représentation possible de manière analogue à celle utilisée préécédemment. Donnons-nous donc un ordre canonique pour la construction des valeurs des arguments, une combinatoire qui épuise tous les possibles, et décidon ensuite d'une combinatoire de valeurs pour le produit résultant.

Proposons les noms suivants:

$$\left.\begin{array}{l} a \to 0_1 \\ \\ \\ b \to 0_2 \end{array}\right\} \quad \text{c, un nom général}$$

$\wedge$, le nom vide

a le nom ingulier de l'objet 0_1,
b le nom singulier de l'objet 0_2,
c le nom général associé à l'extension des objets 0_1 et 0_2,
$\wedge$ le nom vide

ordre canonique		valeurs résultantes
S	N	S
V	a	V
V	b	V
V	c	V
V	$\wedge$	V
F	a	V
F	b	F
F	c	F
F	d	F

Une autre signification possible différerait en une constatation différente de la colonne résultante.

Si nous nous étions intéressé, à partir du même univers, à représenter une signification opératoire assoociée à la catégorie (S/S)/SN, il nous aurait fallu procéder de la manière suivante:

– déterminer un ordre canonique pour les valeurs des arguments des catégories S et N:

- choisir une combinatoire de valeurs spécifiques de la catégorie (S/S) pour la colonne résultante, à savoir un choix parmi $4^{2.4} = 4^8$ i.e. 65536.

ordre canonique		valeurs résultantes
S	N	S/S
V	a	α
V	b	α
V	c	α
V	∧	β
F	a	β
F	b	γ
F	c	δ
F	d	δ

Epilogue

Il pourrait paraître irrévérencieux pour quelque amoureux de la prestigieuse Ecole polonaise de logique de lire ce nom d'Oscar, un nom, je le rappelle, qui cache celui du grand logicien Stanislaw Lesniewski. Que ceux-ci acceptent que sous cette manière de procéder il y a avant toute chose l'expression de ma considérable admiration pour Lesniewski et son œuvre. Il y avait également l'intention de retenir l'attention des lecteurs. Que l'on me pardonne cette entorse à l'académisme!

Il n'en reste pas moins que l'œuvre de Lesniewski, au-delà de la perception subjective induite par ma passion, est une œuvre remarquable. Elle anticipe bien avant le temps où l'histoire les a fixées, les distinctions entre langue et métalangue, dérivation explicite et règles de déduction naturelle, sémantique et syntaxe. Mais cette œuvre est davantage que cela; elle épuise par sa construction la totalité des possibles en tant que logique bivalente d'ordre supérieure. Elle offre un accès illimité à la description de tous les mondes abordables en termes nominaux; elle propose donc un véritable calcul des noms. Les logiques de

Lesniewski sont des logiques libres, universelles et d'ordre supérieur. De plus, elles sont, en termes philosophiques, ontologiquement neutres. Ce qui est remarquable, c'est que la logique de Lesniewski est liée à une liberté de développement exemplaire. En fait, tout développement est en soi un système, un système qui conserve les traces de son développement opératoire et sémantique, ainsi que la propriété d'être non contradictoire. Cette extraordinaire logique qui offre l'inscription de tout foncteur de quelque ordre catégoriel que ce soit doit répondre à une approche syntaxique totalement novatrice. En effet, le recours à une liste préalable de symboles catégoriellement identifiables est tout simplement impossible. Le recours à une approche inscriptionnelle est donc incontournable, et nous l'avons montré. Cette approche inscriptionnelle est entièrement formalisée et partiellement axiomatisée; nous disposons donc de la métalangue formalisée de ces systèmes développementaux.

Au-delà de cette puissance tranformationnelle, évolutive et descriptive qui la caractérise, l'œuvre de Lesniewski est une très belle invitation à une réflexion stimulante sur le thème de la réalité d'une théorie logique formelle évolutive, les problèmes qui lui sont associés et les solutions qu'elle mérite. Cette œuvre est avant toute chose, l'expression de l'indépendance d'esprit d'un savant de génie qui a su accomplir avec générosité et rigueur un programme de logique inégalé à ce jour.

Séminaire de logique
Espace Louis-Agassiz 1
CH-2000 NEUCHATEL

Références bibliographiques

CARNAP R. (1949). *Foundations of Logic and Mathematics.* Chicago: The Univ. Chicago Press.

HENRY D.P. (1972). *Medevial Logic and Metaphysics: An Introduction.* Hutchinson: Univ. Library.

HOUDÉ O & MIÉVILLE D. (1993). *Pensée logico-mathématique. Nouveaux objets interdisciplinaires.* Paris: P.U.F.

JORAY P. (1999). *Nom complexe et prédication: vers une logique de la subordination.* Thèse de doctorat soutenue à la Faculté des lettres et sciences humaines de l'Université de Neuchâtel (à paraître).

KRIPKE S. (1976). Is there a problem about substitutional quantification? in: Mc Dowell (ed.), *Truth and Meaning.* Oxford: Clarendon Press, 325-419.

MIÉVILLE D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de S. Lesniewski. Protothétique, ontologie, méréologie.* Berne: P. Lang.

MIÉVILLE D. (1991). *La négation, une étude logique.* Université de Neuchâtel: Travaux de logique, n° 6, 77p.

MIÉVILLE D. (1993). Quelques réflexions sur les relations en guise d'introduction, in *Relations formelles et non formelles.* Université de Neuchâtel: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques, n° 61, 1-7.

MIÉVILLE D. *Nom et nominalisation.* Université de Neuchâtel: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques, n° 67, à paraître.

RICKEY V.F. (1972). Axiomatic inscriptional syntax, part. I: The syntax of protothetic, *Notre Dame Journal of Formal Logic* 13, 1-33.

RICKEY V.F. (1973). Axiomatic inscriptional syntax, part. II The syntax of protothetic, *Notre Dame Journal of Formal Logic* 14, 1-52.

SIMONS P. (1981). A note on Lesniewski and free logic, *Logique et Analyse* 38, 415-420.

SIMONS P. (1982). On understanding Lesniewski, *History and Philosophy of Logic* 3, 165-191.

SURMA S.J. et. al. (1992). *Collectif Works / Stanislaw Lesniewki*. Dordrecht, Warszawa: PWN Polish Scientific Publ., (2 vols).
TARSKI A. (1972). *Logique, sémantique, métamathématique 1923-1944*. Paris: A. Colin, vol. I. (trad. G.G. Granger).