

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE LA VARIABILITÉ DU MICRO-DISOURS  
SCIENTIFIQUE STÉRÉOTYPÉ, CONSIDÉRÉ COMME UN MICROSYSTÈME  
IMMERGÉ DANS LE TEXTE, BI-SYSTÈME, À PARTIR DES MANUELS DE  
GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE PLANE

par Yves GENTILHOMME

Université de Franche-Comté-Besançon

## 1. Introduction

Un texte scientifique, dit-on parfois, est comparable à un texte poétique. En effet, dans un texte scientifique, comme dans un texte poétique, chaque mot doit être pesé et une altération, apparemment minime et autorisée par la langue, commise par un non-initié, peut rendre le texte inacceptable: soit que la façon de s'exprimer heurte les usages instaurés dans la discipline donnée, soit qu'elle entraîne une mauvaise compréhension, soit qu'elle introduit une erreur grossière que le coupable ne soupçonne même pas<sup>1)</sup>. Pédagogiquement, il est bon d'attirer l'attention des néophytes sur ces écueils, et la pratique consistant à faire apprendre par coeur certains énoncés (comme certaines poésies) trouve là une certaine justification.

Il n'est pas exclu certes que, dans la conversation courante, à la vue d'une figure mal dessinée, un apprenant et même un enseignant la critiquent en ces termes, parfaitement clairs, d'ailleurs: "Le triangle, les symédianes, elles se rencontrent", énoncé oral qui correspondrait, dans un traité de géométrie, à une proposition du genre: "Dans un triangle, les symédianes sont concourantes".

---

1) Dans leurs traités de géométrie respectifs (v. bibliographie § 1.3), suivis de nombreuses rééditions revues et corrigées, J. Hadamard (p. 66b) et Rouché-Comberousse (p. 74) énoncent de façon presque identique le théorème sur les angles inscrits: "Tout angle inscrit dans un cercle (R.-C.), une circonférence (H.), a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés". Ces deux variantes diffèrent à peine de celle proposée, plus d'un siècle auparavant, par Legendre (p.47): "L'angle inscrit BAD a pour mesure la moitié de l'arc BD compris entre ses côtés," et de celle rédigée, un demi-siècle après environ, par deux professeurs agrégés, Lebossé et Hémerly, dans leur manuel du secondaire (p. 198): "l'angle au centre et l'arc qu'il intercepte sur un cercle sont mesurés par le même nombre de degrés ou de grades". S'agit-il d'une coquetterie de style, ou d'une amélioration réelle dans la rigueur et dans la pédagogie, ou, simplement, de l'effet du hasard de rédaction? Quoiqu'il en soit, cette similitude d'expression, à une même époque ou à des époques différentes, ne peut qu'étonner un lecteur habitué à taxer de plagiat toute reprise quasi-textuelle par un auteur, des passages rédigés par un autre.

Notons que la différence ne concerne pas seulement la terminologie. Si "se rencontrent" a fait place à "sont concourantes" (peut-être plus spécifique), le terme "symédiane" (ou symétrique de la médiane par rapport à la bissectrice) a été maintenu dans les deux énoncés.

Sans aller chercher des exemples en discours oral, dans un devoir d'élèves, un énoncé débutant par "la condition obligatoire et satisfaisante" entraînera une rectification du maître: "la condition nécessaire et suffisante", avec pour seule explication, en substance: "on n'écrit pas et on ne parle pas comme ça".

Si, après rectification, le débutant poursuit par: "la condition nécessaire et suffisante pour que deux droites ne se coupent pas est..." en voulant parler de deux droites parallèles, involontairement il introduit une ambiguïté, voire une erreur, qui peut être grave, selon le contexte. Et, en effet, dans l'espace et dans le plan, le problème se pose de façon radicalement différente.

Si, par ailleurs, il affirme qu'une droite coupe un cercle en deux points, l'ambiguïté est encore plus importante. Même si l'impétrant traite de géométrie euclidienne plane et que "cercle" veuille dire "circonférence"<sup>2)</sup>, l'omission de la simple réserve: "au plus en deux points", rend l'énoncé absurde au regard de certains cas de figure.

Le débutant, qui n'a présent à l'esprit que la figure qu'il a dessinée, néglige ces précautions langagières. Il écrit comme il parle, c'est-à-dire en n'explicitant pas ce qui saute aux yeux dans la situation d'énonciation vécue, qu'il schématise en fonction de son préconstruit culturel. Ainsi, le texte apparaît-il comme coupable d'un *ancrage abusif*<sup>3)</sup>.

---

2) La signification géométrique de "cercle" peut varier d'un auteur à l'autre et même à l'intérieur d'un même ouvrage. Certains distinguent la circonférence du cercle (R.-C., 57; H. 5); cependant, dans la pratique langagière, cercle devient un hyperonyme ou, si l'on préfère, un terme non marqué par rapport aux termes marqués: circonférence et ce que l'on désigne par disque de nos jours (v. § 1.6).

3) L'examen complet des divers cas de figure apparaît comme fastidieux et inutile aux débutants en géométrie, qui font confiance à une sorte de permanence des propriétés importantes à travers les mutations figuratives. Ils ne sont donc pas sensibles à l'économie de pensée que constituent les démonstrations générales. D'ailleurs, il n'est pas de tradition d'en présenter aux apprenants simultanément plusieurs variantes, dont certaines pèchent par leur manque de généralité et qui, de ce fait,

Bien sûr, il est souhaitable que l'énonciateur soit plus circonspect et développe sa réserve par: "peut couper en deux points distincts, lui être tangente ou ne pas le couper".

Et pourtant, un apprenant plus avancé, qui connaît certaines extensions de la géométrie, peut affirmer, sans inconvénient: "une droite coupe un cercle en deux points", avec la convention (implicite standard) que les points peuvent être "réels ou imaginaires, distincts ou confondus".

Bien plus, un maître s'adressant à un pair peut se permettre d'être bien plus laconique. En effet, le coénonciataire *sait* que l'énonciateur *sait*. Il devient donc inutile de préciser ce que l'on se doit de faire préciser à un débutant.

Aussi importe-t-il de *ne comparer que ce qui est comparable*, à savoir: s'en tenir au même niveau de langue, au même niveau culturel et à une même perspective scientifique, ou, du moins, préciser chaque fois les composantes pertinentes de la situation.

Pour aviver ce débat, posons la question: "Quel contenu scientifique doit-on attribuer à l'énoncé 'La droite est le plus court chemin d'un point à un autre'"?

Nous envisageons, au moins, cinq réponses possibles:

- a. C'est la définition de la droite;
- b. c'est un théorème de géométrie;
- c. c'est une vérité expérimentale;
- d. c'est une technique pour obtenir une droite;
- e. c'est une monumentale ânerie;

et nous proposons la réponse: "à chacun sa vérité".

---

Suite de la note 3 de la page 28 : sont stigmatisées et rejetées hors des manuels. Cette pratique constitue, de notre point de vue, une lacune culturelle, épistémologique et historique, grave. On n'enseigne pas la culture scientifique, dispendieuse en temps scolaire, mais seulement des techniques qui mènent droit aux diplômes convoités. Pour fixer les idées, citons la démonstration concernant la droite d'Euler d'un triangle (alignement, centre de gravité et centre du cercle circonscrit et de l'orthocentre) par la méthode des triangles ou par celle des transformations; ou encore le théorème de Simson (alignement des projections d'un point du cercle circonscrit à un triangle sur les côtés de ce dernier) avec les angles à l'ancienne et avec les angles orientés de droites, modernes.

En effet, cet énoncé figure comme définition dans des traités de géométrie du 19e siècle et continue à figurer comme définition dans nombre de dictionnaires contemporains<sup>4)</sup>, bien qu'il se fonde sur une pétition de principe devenue le pont aux ânes au milieu du 20e siècle. On démontre d'ailleurs, dans les ouvrages élémentaires, qu'une ligne brisée est plus longue qu'un segment de droite de mêmes extrémités et, plus tard, lorsqu'on a défini ce qu'il faut entendre par "longueur d'un arc de courbe", dans le chapitre "calcul des variations", qu'il en est de même pour l'arc rectifiable. L'énoncé apparaît comme une expression naïve de l'énoncé "la droite est la géodésique de l'espace euclidien". Cependant, dans la géométrie physique, on sent bien que le fil tendu représente sensiblement une portion de droite, et le maçon, lui, s'en sert constamment pour construire des murs rectilignes.

Ainsi, dans des circonstances différentes, un même énoncé sert-il de véhicule à des informations non comparables.

Ceci étant, pour peu que l'on se donne la peine de consulter plusieurs ouvrages traitant du même sujet, à une même époque, à un même niveau culturel et dans une même perspective scientifique, on constate des divergences étonnantes.

### 1.1. Restriction d'un champ d'investigation

Dans la présente étude, nous nous proposons d'aborder le problème de la variabilité du discours scientifique.

Etant donné l'immensité de ce domaine, nous nous restreignons aux *microtextes* susceptibles d'être considérés comme des *microsystèmes* immergeables dans des systèmes spécifiques plus vastes que constituent les textes rédigés en français (dont ils sont généralement extraits), voire dans la littérature afférente et dans les préconstruits culturels des lecteurs virtuels, avec les effets d'*induction* et d'*hystérésis* qui en résultent (v. § 1.5).

Ces textes sont soumis à au moins *deux contraintes*: l'une à orientation linguistique (prise dans un sens large), l'autre imposée par la discipline scientifique particulière envisagée.

Afin d'attirer l'attention sur la coprésence des deux contraintes en interaction cybernétique, nous utiliserons le terme de *bi-*

4) voir la note à la page 31

4) Citons, à titre d'exemple, le *Nouveau Petit Larousse Illustré*, 1956: "DROIT, E: Qui n'est pas courbe: la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre..."

*Dictionnaire de la Langue Française*. Littré, 1885: "Qui n'a ni courbure, ni flexion, ni inclinaison d'aucun côté... Terme de Géom. Une ligne droite, le plus court chemin d'un point à un autre."

*Dictionnaire Général de la Langue Française*. Delagrave, 1961: "Géom. En parlant d'une ligne qu'on suppose indéfinie. La ligne la plus courte qu'on puisse mener d'un point à un autre."

*Lexis*. Larousse, 1975: "Se dit d'une ligne sans déviation, sans courbure: la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre."

En revanche, sont davantage conformes aux conceptions modernes: *Petit Robert*. 1972 et 1982: "Ligne droite dont l'image est celle d'un fil parfaitement tendu. Géom. Notion de base de la géométrie élémentaire (on admet que par deux points on peut faire passer une droite et une seule)."

*Trésor de la Langue Française*. CNRS, 1979: "Qui ne présente ni angle, ni courbure. La plus simple des lignes est la ligne droite (Hadamard, *Géom. plan.*, 1898, p. 3)." "La ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre." (P. Lavedan, *Urban.*, 1926, p. 52).

ystème. L'expression "langue de spécialité" ne signifiera rien d'autre que les conséquences de cette interaction réciproque et la mise en évidence des lois afférentes.

Pour limiter encore davantage notre champ d'investigation, nous ne considérerons que des extraits de *géométrie plane élémentaire*, quitte à extrapoler prudemment -le cas échéant- certains de nos propos.

Ceci étant, notre approche étant celle d'un linguiste sémiologue sémioticien, et non celle d'un géomètre, logicien ou épistémologue, nous ne nous pencherons pas sur la valeur scientifique des documents produits, dont on trouvera la liste ci-dessous, pourvu que leurs auteurs soient socialement habilités à le faire. Ainsi, peu nous importe que André-Marie Legendre ait proposé une démonstration concernant "le théorème sur les trois angles du triangle (A.L., note II, p. 277), qui s'est avérée fausse par la suite; ou qu'au début du siècle les auteurs de manuels faisaient passer pour des démonstrations rigoureuses des expériences déguisées, stigmatisées par la génération suivante d'auteurs de manuels. Seule la façon d'exprimer leurs idées avec des mots, des symboles, des dessins et des sous-entendus notoirement évidents dans la conjoncture historique donnée, est prise en considération. Plus précisément, nous admettons que les microtextes (*Mt*) extraits des manuels courants, que ces derniers soient rédigés sous la responsabilité d'"inventeurs de théorèmes" (critère de Jean Dieudonné) ou d'enseignants de mathématiques consacrés par les épreuves universitaires instaurés, sont représentatifs du *discours mathématique banalisé*, dans sa production écrite. En revanche, nous excluons, pour l'instant, les documents tels que les mémoires originaux, les préfaces, les comptes rendus divers, les rubriques d'encyclopédie, les discours mixtes (mi-écrits, mi-parlés), etc. qui nécessitent une investigation beaucoup plus large. Comme garant de la fiabilité des textes, nous rappelons les titres universitaires qui figurent dans les sous-titres des ouvrages concernés.

## 1.2 Corpus et extrapolations

- (B.L.) 1746. *Les Elémens de Géométrie ou de la mesure de l'étendue*. Par le R.P. Bernard Lamy, Prêtre de l'Oratoire. Paris, chez la Veuve Delaulne, 6ème éd.

- (A.L.) 1823. *Eléments de Géométrie avec des notes*. Par A.-M. Legendre, membre de l'Institut et de la Légion d'Honneur, de la Société Royale de Londres. Paris, Didot, 12ème éd.
- (H.) 1906. *Leçons de Géométrie élémentaire*. Par Jacques Hadamard, Professeur adjoint à la Faculté des Sciences de Paris, Professeur suppléant au Collège de France. Paris, A. Colin, 2ème éd.
- (R.-C.) 1900. *Traité de Géométrie*. Par Rouché et Comberousse. Paris.
- (M:M.) 1953. *Géométrie. Classes de seconde Classique et Moderne*. Par Roland Maillard, Professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Charlemagne et Albert Millet, Professeur au Lycée Jansen de Sailly et à l'E.N.S.E.T. Paris, Hachette.
- (L.-H.) 1956. *Algèbre arithmétique et Géométrie. Classe de Quatrième des Lycées et Collèges*. Par C. Lebossé, Agrégé de Mathématiques, Professeur au Lycée Claude-Bernard; C. Hémerly, Agrégé de Mathématiques, Professeur au Collège Lavoisier. Paris, F. Nathan.
- (T.-G.) 1960. *Arithmétique, algèbre, géométrie. Cl. de 4e*. L. Thiberge, Inspecteur général de l'Instruction Publique; E. Gilet, Censeur des Etudes du Lycée J.-B. Say. Paris, Masson. "Cours de Math. G. Cagnac, Insp. Gén. et L. Thiberge".
- (T.- C.-G.) 1961. *Mathématiques. Cl. de 4e*. P. Théron, Insp. Gén. de l'Instruction Publique, Anc. élève ENS; M. Couturier, Anc. él. de l'ENS de Sèvres, agrégée; E. Galmard, Prof. au Lycée Janson-de-Sailly, agrégé. Paris, Bordas.
- (M.C.) 1962. *Mathématiques. Classe de 4e*. Mireille Clavier, agr. de math., prof. au Lycée de Sèvres et Co; sous la direction de Paul Dubreil, Prof. à la Faculté des Sciences de Paris. Paris, Vuibert.
- (F.) 1966. *Mathématiques, Classe de 2e A*. Par M.A. Fauché, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly. Paris, Vuibert.
- (D.) 1971. *Géométrie plane*. Serge Dubuc. Départ. de Math. Univ. de Montréal. Coll. "Sup.", P.U.F.

Toutefois, notre corpus étant fini par nature et réduit par les contingences naturelles de consultation, nous ferons appel également à des énoncés non attestés dans ce corpus et fabriqués pour les besoins de la cause. Ainsi une même propriété caractéristique peut être exprimée au moyen d'expressions consacrées par l'usage: "il faut et il suffit..." ou bien par "la condition nécessaire et suffisante pour que...". Il se peut que seule la première soit attestée dans notre corpus et que, cependant, la seconde paraisse tout aussi acceptable. Nous admettons qu'il s'agit-là d'une variante plausible. En d'autres termes, le corpus exerce non seulement une fonction d'information, mais aussi une fonction de sug-

gestion ou d'extrapolation. Sans les cas attestés, nous n'aurions pas pu en imaginer beaucoup d'autres qui, en l'occurrence, ne le sont pas.

C'est pour cette raison que nous avons préféré *variabilité* (ou variations potentielles) à "variation", dans le titre, le premier mot laissant plus de souplesse à la rédaction de microtextes substituables aux microtextes extraits (§ 2).

### 1.3 Extension du corpus

Les manuels consultés datant de 1746 à 1966, on peut, non sans raisons, nous reprocher de comparer des *Mt* non comparables. Nous distinguerons, donc les *variations diachroniques* (v. ci-dessous *lieu géométrique* --- ensemble) des *variations synchroniques* (il faut  $\iff$  la condition nécessaire). Cependant, dans de nombreux cas, la transition admet une zone floue; c'est le cas, notamment, de certaines ellipses (*ligne droite*  $\rightsquigarrow$  droite, *angle droit*  $\rightsquigarrow$  droit), ou de certaines précisions paraissant plus ou moins évidentes (*droite*  $\rightsquigarrow$  segment de droite  $\rightsquigarrow$  segment) allant jusqu'à une refonte terminologique plus profonde, avec maintien plus ou moins persistant d'archaïsme (*lignes propositionnelles*  $\rightarrow$  *divisions semblables*).

On ne peut donc fixer, de façon rigoureuse, une *différentielle temps*, à l'intérieur de laquelle on observerait une homogénéité synchronique parfaite, mais des *encadrements* construits avec des intervalles linguistiques ouverts, se chevauchant plus ou moins, chaque intervalle se référant aux ouvrages qui y sont inclus et qui sont censés refléter les idéologies géométriques immédiatement antérieures. L'encadrement le plus large de notre corpus est, formellement: (1746, 1966).

Cependant, en fait, il est plus large, car nous ne disposons ni des premières (B.L. 1704; A.L. 1823; H. 1898), ni des dernières éditions. L'intervalle de synchronie relative qui nous intéresse plus particulièrement va, *grosso modo*, du début à la moitié du XXe siècle.

Ceci étant, compte tenu du flou des encadrements, les *Elements* de B. Lamy, puis les *Eléments* de Legendre nous permettent de minimiser les risques d'extrapolation (de réduire l'"angle de contingence" linguistique) dans la passé attesté, tandis que la *Géométrie plane* de S. Dubuc fait entrevoir un futur pas trop fantaisiste.

Sans prétendre traiter de l'histoire de la langue écrite du géomètre, force est de constater que la diachronie subsiste à l'état de traces dans la synchronie et, de ce fait, certaines variations (en particulier les archaïsmes et les néologismes) malgré leurs anachronismes, paraissent, néanmoins, acceptables. Bien qu'il ne soit plus de bon ton de parler de "lieux géométriques", cette expression est, parfois, utilisée par lapsus, par habitude, ou par rejet des innovations ensemblistes; le texte archaïsant est non seulement compris, mais même éventuellement apprécié en fonction de son contenu. Les expressions telles que: "vecteur glissant", "vecteur libre", "vecteur lié" sont *illico presto*, reconverties dans le langage *up to date* par les nouveaux-pensants.

#### 1.4 Banalisation

R. Galisson a défini le vocabulaire banalisé comme une manière d'intermédiaire, relativement stable et autonome, entre le vocabulaire des professionnels et celui de la langue courante, utilisé, notamment, par des journalistes. On peut se demander s'il n'existe pas une langue de spécialité intermédiaire, relativement stable et autonome, résultant de l'interaction cybernétique entre le système linguistique et le système de la *discipline enseignée*, qui s'écarte et de la langue des inventeurs de théorèmes et de celle, mettons, des parents d'élèves, et que l'on pourrait concevoir comme celle des manuels courants.

Sans nous engager dans cette recherche, soulignons la différence fondamentale entre ce qu'on appelle l'*idiolecte (langue) intermédiaire de l'apprenant en didactique*, essentiellement personnel, instable, évolutif, lacunaire, s'écartant plus ou moins d'une norme standard hypothétique, et la *langue de spécialité banalisée*, à variations beaucoup plus lentes, reflet retardé et plus ou moins fidèle du parler des grands maîtres en la matière, avec des objectifs pédagogiques prioritaires, des programmes limités, un public spécifique d'élèves, une certaine vocation d'universalité, etc.

Les oppositions plausibles entre langue de spécialité banalisée (qui recouvre et déborde notre propre recherche), les langues usuelles traitant ou non de la spécialité et, enfin, les parlars des

inventeurs de théorèmes, restent à établir. Ces oppositions, existent-elles et, dans l'affirmative, à quel niveau (syntaxe, lexicale, sémantique, sémiologie...)? Sont-elles préhensibles par les théories linguistiques disponibles?

Toute affirmation péremptoire apriorique nous paraît sujette à caution. Quoi qu'il en soit, si langue banalisée de spécialité peut être déterminée par des techniques de recherche appropriées, notre propre recherche s'y situe comme un paragraphe particulier.

Ceci étant, les idiolectes intermédiaires des apprenants en géométrie élémentaire sont appréciés en raison inverse de leur écart par rapport à la langue banalisée. Ils constituent également les prodromes de la langue banalisée de demain.

Mais nous nous écartons de notre sujet et, avant de poursuivre notre étude, rappelons quelques notions dont nous nous servons, puis concrétisons le débat par une liste de définitions attribuées par différents auteurs à un même objet géométrique.

#### 1.5. Rappel terminologique. Microtexte

Par *microsystème (MS)* nous entendons un *système finalisé, suffisamment petit, voire prédégénèrescent*, pour pouvoir être traité avec l'approximation requise, en un temps réel, compte tenu des techniques discursives ou expérimentales disponibles, *mais suffisamment grand* pour rendre compte de sa finalité (Y.G., Thèse d'Etat, 1979).

Dans le cadre de la linguistique énonciative proprement dite, un *énoncé* constitue un *microsystème discursif prédégénèrescent*. En effet, si on le réduit davantage, il cesse d'être un énoncé. Inversement, il n'est pas opportun de l'étoffer par un contexte supplémentaire pour assurer l'indépendance requise.

Dans le cadre de la *syntaxe*, c'est la *phrase* qui constitue un *microsystème prédégénèrescent*.

Dans le cadre de la *discipline géométrique*, l'*unité structurelle* peut être déterminée par diverses considérations. Nous nous limitons, ici, à quatre fonctions logiques, à savoir:

1. les définitions consistant à attribuer un nom à un objet d'étude;
2. les axiomes, postulats et autres propositions stéréotypées admises sans démonstration;

3. les théorèmes, corollaires, lemmes exigeant, en principe, une démonstration;
4. les énoncés stéréotypés de problèmes.

Nous éliminons, comme dépassant le cadre de notre approche liminaire, traitant exclusivement de microsystèmes, les démonstrations et justifications diverses, les scolies, les commentaires, les digressions et les énoncés d'exercices non-stéréotypés.

*En bref*, notre étude porte sur des *microsystèmes textuels*, ou *micro-textes* par abréviation (*Mt*), considérés comme microsystèmes (*MS*) à double titre:

- a. au sens de la linguistique énonciative;
- b. au sens de la logique interne à la discipline considérée -la géométrie élémentaire plane.

Cependant, ces *Mt* sont loin d'être totalement indépendants du contexte-situation - *perméabilité de la frontière*. Nous parlerons donc, selon le cas, d'*immersion* d'un *Mt* dans le voisinage (environ- nement) textuel immédiat (*vt*), gauche, droite ou mixte, dans l'ouvrage entier, dans la littérature afférente, ou macro-texte (*Mt*), voire dans le préconstruit culturel du scripteur et de l'auditeur; d'où des effets divers d'*induction*, ou d'action passagère de *vt* et *Mt* sur le contenu ou la forme du *Mt*, et d'*hystérésis* ou maintenance de l'action, même en l'absence de *vt* et *Mt*.

Nous distinguons, à propos d'un terme, son contenu strict, ou *concept*, déterminé par une définition, de son contenu lexicologique large, ou *notion* (Y.G., Neuchâtel, 1982).

#### 1.6 Cercle, circonférence, disque. Quelques définitions

- 1746 (B.L., 15) "Une ligne sur un plan, laquelle n'a ni commencement ni fin, & qui dans toutes ses parties est également éloignée d'un même point, est un cercle. Le point dont toutes les parties de cette ligne sont également éloignées, s'appelle le centre du cercle."
- 1823 (A.L., 33) "La circonférence du cercle est une ligne courbe dont tous les points sont également distants d'un point intérieur qu'on appelle centre.  
Le cercle est l'espace terminé par cette ligne courbe."

- 1906 (H., 5) "On nomme circonférence le lieu géométrique des points d'un plan situés à une distance donnée d'un point donné de ce plan, point qui se nomme le centre de la circonférence."
- 1900 (R.C., 57) "La circonférence est une ligne courbe ABCD, dont tous les points sont également distants d'un point intérieur O qu'on nomme centre."
- 1953 (M.M., 17) "Un cercle est une ligne plane fermée dont tous les points sont à une même distance d'un point fixe appelé centre."
- 1956 (L.H., 169) "Le cercle est une courbe plane formée par tous les points situés à une même distance d'un point du plan appelé centre du cercle."
- 1960 (F.-G., 254) "On appelle cercle la courbe formée par tous les points du plan situés à une même distance d'un point appelé centre."
- 1961 (T.-C.-G., 212) "Le cercle de centre O, de rayon r est l'ensemble (C) des points M, tels que  $OM = r$ .  
L'intérieur du cercle précédent est l'ensemble (I) des points M tels que  $OM \leq r$ : on donne à cet ensemble le nom de disque et il y a lieu de distinguer le cercle, qui est une courbe, du disque qui est la surface intérieure à un cercle."
- 1962 (M.C., 277) "L'ensemble des points situés à la distance R du point O est le cercle de centre O et de rayon R."
- 1971 (D., 85) "Toute conique presque semblable à la conique  $-(2p_3 x_1 x_2 + 2p_2 x_1 x_3 + 2p_1 x_2 x_3) = 0$  est appelée cercle."

## 2. Variabilité

Variabilité, avons-nous dit (§ 1.2) recouvre et les variations attestées et les variations virtuelles.

### 2.1 Diachronie et synchronie

Plus précisément, par étude de la variabilité, nous entendons:

1. une confrontation commentée de microtextes (Mt) géométriquement équivalents (eg) d'un point de vue qui reste à préciser;
2. une extrapolation des données attestées, à savoir la construction MSeg (microsystèmes textuels géométriquement équivalents):
  - a) par analogie avec ceux dont nous disposons;
  - b) par reconstruction plausible.

Soit les textes (1), (3) et (4) attestés respectivement dans H.34, H.38 (1906), M.C.204 (1962)

nous fabriquons un texte virtuel, plausible (3)<sub>1</sub>, comme suit:

- (1) = Le lieu géométrique des points également distincts de deux points est la perpendiculaire au milieu de la droite qui joint ces deux points (H.34).<sup>5)</sup>
- (2) = Le lieu des points également distants de deux droites qui se coupent se compose des deux bissectrices des angles formés par ces droites (H.38).
- (4) = L'ensemble des points équidistants de deux droites concourantes est formé des bissectrices de leurs quatre angles (M.C.204).
- (3)<sub>1</sub> = L'ensemble des points équidistants de deux points donnés est la perpendiculaire...

Il est clair que, pour une part importante du *Mt*, les transformations relèvent de la diachronie. L'expression désuète *lieu géométrique* est remplacée par l'hyperonyme<sup>6)</sup> moderne<sup>7)</sup> *ensemble*.

---

5) Dans R:C.31, on trouve la variante:

"La perpendiculaire élevée sur le milieu d'une droite est le lieu géométrique des points équidistants des extrémités de cette droite." Page 30 on a: "Tout point équidistant des extrémités A et B d'une droite AB appartient à la perpendiculaire menée à cette droite par son milieu."

Où perpendiculaire admet des rections plus étoffées: "élevée sur le milieu de...", "menée à...", "par...milieu".

Dans un symbolisme emprunté à Mel'čuk, on pourrait noter:

CONV(perpendiculaire à X en Y)

= perp. à Y de X

= perp. 'élever' sur Y de X

= perp. 'mener' à X par Y.

6)(R:C.31) "On donne le nom de lieu géométrique à la figure formée par l'ensemble des points qui jouissent d'une propriété commune." (H.5)

"On nomme lieu géométrique d'un point qui peut occuper une infinité de positions." Idem pour la surface engendrée par une ligne.

7) Dans une période transitoire, l'expression contestée "lieu géométrique" est évitée sans qu'apparaisse le terme ensemble (T:G., 291); les points équidistants "...sont tous les points de...", variante de (4); où même (T:G., 192): "la médiatrice est...formée par les points du plan..." synthétisent en un seul *Mt* le th. direct et sa réciproque.

(L:H.120) opèrent à l'aide de "...la propriété...caractéristique..." Les transformations conduisant à des équivalences eg ne le sont pas

*Egalement distant* se réduit à *équidistant*<sup>8)</sup>; ce dernier est déjà attesté dans (R.C. 30), mais non semble-t-il, dans (A.L.).

On peut s'étonner de l'omission, dans (2), de l'adjectif *géométrique*, jugé sans doute superflu en l'occurrence par l'auteur<sup>9)</sup>. En effet, cette ellipse paraît occasionnelle et liée au contexte immédiat gauche (vtg). L'expression entière réapparaît par la suite<sup>10)</sup>.

---

suite de la note 7

toujours en langue usuelle et:

il faut et il suffit  $\iff$  la condition nécessaire et suffisante  $\iff$  la propriété caractéristique  $\iff$  le lieu géométrique  $\iff$  définition équivalente  $\iff$  tous les  $\iff$  les  $\rightarrow$  ensemble  $\iff$  si et seulement si  $\rightarrow$  ssi ...

8) La terminologie géométrique suit certaines fluctuations, dont on peut se demander si elles relèvent de la concision d'expression, ou de la mode. En principe une expression nouvelle ne doit être retenue que si elle est justifiée par la théorie et si elle apparaît avec une fréquence suffisante:

ligne droite  $\rightarrow$  droite, également distant  $\rightarrow$  équidistant, en ligne droite  $\rightarrow$  aligné, angle droit  $\rightarrow$  droit, droite perpendiculaire au milieu d'(un segment)  $\rightarrow$  médiatrice de, parallélogramme rectangle  $\rightarrow$  rectangle...

Mais quel est le seuil de fréquence décisive? Pourquoi remplacer aligné par colinéaire? La droite d'Euler, la droite de Simson (v. note 3) méritent-elles une dénomination spécifique, n'y a-t-il pas là, plutôt, un hommage rendu à des géomètres qui se sont particulièrement intéressés à la question (théorème d'Euler, cercle d'Euler, théorème de Simson)?

Notons également la tombée en désuétude de certains termes, comme polygones équiangles (v. A.L., 3, 79): "Deux triangles qui ont les côtés homologues proportionnels, sont équiangles et semblables". Mentionnons au passage, l'existence de variantes orthographiques diachroniques, conformes à l'usage commun: quarré (B.L. 100; A.L., 3), Théorème (B.L.), axiôme (B.L., 3), scholie (A.L., 4); scolle (R.C., 28), poligone (B.L. 101), exagone (id.)...

Par ailleurs, on est parfois étonné du "chambardement terminologique" perpétré au cours des temps (B.L., 100): quarré long devient carré, rhomboïde  $\rightarrow$  parallélogramme, trapèze  $\rightarrow$  quadrilatère non particulier (et à deux côtés parallèles), rhombe est remplacé par parallélogramme (A.L., 3), par losangé (R.L., 100). Nous laisserons de côtés ces variations, relevant plus spécifiquement de la diachronie lexicologique et orthographique que des équivalences discursives en langue de spécialité.

9) Même omission (H., 5) dans la note où l'auteur étend la définition de la circonférence comme lieu géométrique dans le plan, à l'espace, pour la sphère.

10) V., par ex., H., 69 à propos de l'angle inscrit, ou H., 269, à propos des problèmes de construction.

Remarquons que, en tant que *MS* géométrique, l'énoncé (1) est absurde en ses termes. Une droite étant infinie, parler de son milieu n'a pas de sens<sup>11)</sup>. Il faut interpréter: "milieu du segment de droite". L'interpolation de "segment" est évidente pour quiconque a une vague notion de géométrie.

Cependant, ce sous-entendu est évité dans (M.C., 202, 1962) et, peut-être, de façon consciente<sup>12)</sup> -lutte contre le laxisme langagier.

(5) = "si un point appartient à la médiatrice, il est équidistant des extrémités du segment".

En revanche, M.C. estime la précision de *droite* comme allant de soi. Il n'est pas exclu que, dans une géométrie différente, ce sous-entendu devienne préjudiciable. Ainsi l'ellipse est-elle tributaire du macrotexte (Mt).

Ajoutons à cela que certaines précisions coréférentielles sont abandonnées au bon sens du lecteur sagace, lequel restaure (5) comme suit: si un point M appartient à la médiatrice du segment (de droite) AB, M est équidistant des extrémités du segment AB (et non d'un autre segment CD).

---

11) Il y a dégénérescence de la notion de milieu. Un segment de droite, si long soit-il, en possède un, mais non si les extrémités rejoignent l'infini. Tous les points de la droite ou aucun répondent à la question.

Il y a également dégénérescence dans le cas où le segment se réduit à un point. La recherche du milieu devient un problème sans intérêt. Dans un énoncé rigoureux, les cas de dégénérescence, non compatibles avec son contenu doivent être mentionnés. Ce n'est pas toujours le cas.

12) Cette hypothèse est corroborée par d'autres manuels: (L.H., 120, 1956) "équidistant des extrémités de ce segment", avec la surenchère: (T.-G., 193, 1960) "équidistant des points extrêmes de ce segment", repris à diverses occasions. Inversement l'ellipse ne peut être attribuée à un lapsus, le même cas apparaissant en de multiples occasions: "Construire deux droites, connaissant leur somme, leur différence et leur produit (R.-C., 171-172).

A l'époque de Legendre, l'imprécision lexicale semblait encore plus marquée: "Trouver une moyenne proportionnelle entre deux lignes A et B." (A.L., 96).

Ainsi, la tolérance langagière est-elle soumise aux fluctuations de la mode. On ne peut tout dire et, si l'on resserre l'expression d'un côté, il faut la relâcher de l'autre. A la limite, un excès de précision peut friser la cuistrerie.

Conformément à une opération sémiotique courante, les ambiguïtés de référence, sont levées à l'aide de *symboles littéraires à contenu significatif précaire*, valable seulement à l'intérieur d'un sous-texte (ici un *Mt*) convenu.

## 2.2 Analogie et proportion

Résumons-nous. La variabilité à l'intérieur d'une différentielle-temps-qui laisse sensiblement invariable le parler du géomètre- ne peut être évaluée sans prise en considération d'un certain passé qui dépasse la différentielle-temps retenue. Par ailleurs, les variations observées dans les "non-dits", sont tributaires du voisinage textuel (vt), du macro-texte (Mt) et de certaines connaissances générales, incluses dans le préconstruit culturel lié à la conjoncture socio-historique de l'époque.

Un premier essai de modélisation serait de ramener l'analogie à la recherche d'une proportionnelle  $(3)_1$ , les trois autres termes de la proportion étant (1), (2) et (4)

$$(1) / (2) \sim (3)_1 / (4)$$

En détaillant les termes, on peut imaginer:

$$\begin{array}{l} (1) \quad \frac{a \dots \alpha_1 \dots a'}{\dots} \sim \frac{c \dots \alpha_1 \dots c'}{\dots} \quad \frac{(3)_1}{\dots} \\ (2) \quad \frac{b \dots \beta_1 \dots b'}{\dots} \sim \frac{d \dots \beta_1 \dots d'}{\dots} \quad \frac{(4)}{\dots} \end{array}$$

Ce processus étant réitéré avec un autre couple  $(\alpha_2, \beta_2)$  par exemple

(1) (2) et (3) étant acceptés on en tire:

$$\begin{array}{l} (1) \quad \frac{a \dots \alpha_2 \dots a'}{\dots} \sim \frac{c \dots \alpha_2 \dots c'}{\dots} \quad \frac{(3)_1}{\dots} \quad (3)_1 \\ (2) \quad \frac{b \dots \beta_2 \dots b'}{\dots} \sim \frac{d \dots \beta_2 \dots \gamma'}{\dots} \quad \frac{(4)_2}{\dots} \quad (4)_2 \end{array}$$

Sans doute, les exemples attestés ne répondent-ils qu'imparfaitement à ce schéma. On peut, semble-t-il, construire des énoncés *ad hoc* voisins des énoncés cités, du genre:

$$(1)'(2)'(3)_1'(4)') \quad (1)'(2)'(3)'(4)_2') \quad (1)'(2)_3)'(3)'(4)') \quad \text{etc.}$$

Quelle est la pertinence de cette suite. La question mérite d'être posée.

### 2.3 Équivalence géométrique des microtextes

Que faut-il entendre par *équivalence géométrique* :

$Mt_1 \overset{\sim}{\underset{eg}{}} Mt_2$  par opposition à une équivalence linguistique *stricto sensu*

$Mt_1 \overset{\sim}{\underset{el}{}} Mt_2$

Dans certains cas, l'équivalence est déclarée explicitement par l'auteur lui-même: <sup>13)</sup>

(6) = "Théorème. Tout angle inscrit dans une circonférence a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés" (H., 66b) et (R:C., 74)

est suivi, dans (H., 66b) seulement, de :

(6)' = "autrement dit, il est la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc."<sup>13)</sup>

On peut proposer plusieurs variantes d'équivalence.

#### a. Une équivalence forte

$Mt_1 \overset{\sim}{\underset{eg}{}} Mt_2$  si et seulement si  $Mt_2$  peut être substitué à  $Mt_1$  dans le même ouvrage sans heurter le lecteur géomètre, à la limite, sans que ce dernier s'aperçoive du subterfuge.

Ainsi, pour fixer les idées, on peut présenter plusieurs textes plus ou moins trafiqués à une commission de lecture devant découvrir l'original. Toute hésitation des membres de la commission est significative pour établir l'équivalence. Cette équivalence fait jouer un

---

13) Les cas de déclarations explicites de telles équivalences par les auteurs eux-mêmes sont trop rares pour qu'on puisse, comme le fait Grize à propos de la contradiction, fonder l'étude exclusivement sur ce critère objectif. Voici un autre exemple tiré de (R:C., 143-144): "Deux parallèles quelconques sont coupées en parties proportionnelles par une série de sécantes issues d'un même point" (énoncé précédant la démonstration).

"En d'autres termes, le rapport de deux parties correspondantes quelconques des deux parallèles est le même que celui des distances du point O aux deux points où l'une quelconque des sécantes rencontre les deux parallèles" (énoncé plus explicite suivant la démonstration et s'y ancrant par l'anaphorique "O").

Il existe une série d'indicateurs linguistiques des équivalences explicites: autrement dit, en d'autres termes, ou encore, etc.

rôle important au voisinage (vt) des microtextes ( $Mt$ ). Notons que le degré de perspicacité exigée du lecteur n'est pas une donnée bien définie. On lit dans (H. 61):

(7) = "Deux parallèles interceptent entre elles, sur la circonférence, des arcs égaux".

Etant donné qu'en l'absence de confusion l'auteur remplace parfois *circonférence* par *cercle*, *droite parallèle* par *parallèle*, on peut concevoir l'énoncé trafiqué:

(7)' = "Deux droites parallèles interceptent entre elles, sur un même cercle, des arcs égaux".

Il est vraisemblable qu'il se trouvera des lecteurs pour lesquels

(7)  $\approx_{eg}$  (7)' au sens fort du terme.

#### b. Une équivalence faible

$Mt_1 \approx_{eg} Mt_2$  si et seulement si une commission de lecture accréditée déclare que  $Mt_1$  et  $Mt_2$  apportent une information similaire à quelques amodiations synchroniques et diachroniques près. C'est pourquoi (2)  $\approx_{eg}$  (4) avec (2)  $\approx_{e1}$  (4).

Toutefois, où s'arrête l'équivalence géométrique? Dans les définitions successives du cercle, la définition de S. Dubuc (§ 1.6) a-t-elle le même contenu géométrique que celle de B. Lamy? Sans doute, existe-t-il entre elles une épaisseur diachronique importante. Il s'agit, pourtant, bien du même objet et ce qui peut être établi à propos de l'un peut (en négligeant les difficultés techniques de la démonstration) être établi à propos de l'autre. Si l'un des énoncés est pris pour définition, l'autre devient théorème et vice-versa.

L'exemple proposé est sans doute excessif. En revanche (6) et (6)' se situent rigoureusement dans la même différentielle-temps et la chaîne logique qui les relie est relativement brève. Elle suppose, néanmoins, l'introduction du concept d'angle au centre et d'une proposition établissant l'égalité de la mesure de deux êtres géométriques distincts, un angle au centre et l'arc associé.

Insistons sur le fait que cette équivalence ne peut être prévue par le linguiste, car elle est tributaire de la géométrie:

(6)  $\approx_{eg}$  (6)'                      avec                      (6)  $\neq_{eg}$  (6)'

Ainsi, l'expression "autrement dit" est-elle logiquement abusive, si l'on tient à être pointilleux sur les termes. Cependant, cet abus d'expression reste dans les limites du tolérable, ne soulève aucune objection de la part du spécialiste et, même, elle va de soi, ce qui nous paraît hautement significatif dans une perspective argumentative et linguistique.

2.4 Nous concluons donc que, toutes réserves faites, il existe des cas d'équivalence reconnus comme tels par les locuteurs de la langue de spécialité donnée, qui, cependant, débordent le domaine relevant de la syntaxe et la sémantique générale de la langue utilisée. Cette équivalence admet des degrés à l'intérieur d'un encadrement flou: une *équivalence forte*, satisfaisant au test de *substitution non décelée* et une *équivalence faible*, consciente et contrôlée par un *jugement* d'experts, les limites permises par la dernière étant bien plus délicates à poser.

Sans doute dira-t-on que ces considérations sont extérieures à la linguistique générale et rentrent dans le cadre de la pragmatique. Ce n'est là, nous semble-t-il, qu'une manière de coller des étiquettes. La présence des linguistes est aussi indispensable que celle des géomètres. Qu'importe la couleur de l'étiquette, pourvu qu'on sache de quoi l'on parle?

### 3. Fonctions logiques et énoncés

Afin de réduire notre domaine d'investigation (§ 1.5), nous nous sommes limité à quatre types de microtextes (microsystèmes linguistiques et géométriques) ayant, pour fonction logique:

1. dénomination ou attribution d'un nom à un objet d'étude (définition), afin de le rendre manipulable, pouvoir le désigner commodément;
2. expression d'une vérité ou d'une hypothèse acceptée sans preuves, en bonne et due forme (axiome, postulat);
3. expression d'une conséquence dûment justifiée (théorème, corollaire);
4. expression d'une consigne consacrée par l'usage.

### Exemples

- Définition : "La hauteur d'un triangle est la perpendiculaire AD abaissée du sommet d'un angle A sur le côté opposé." (A.L., 61);
- Axiome : "La droite est illimitée." (M.C., 176);
- Théorème : "Deux triangles sont égaux lorsqu'ils ont les trois côtés égaux chacun à chacun." (A.L., 13);
- Corollaire : "La longueur de la circonférence de rayon R est  $2\pi R$ ." (H., 173);
- Problème : "Les trois côtés A, B, C d'un triangle étant donnés, décrire le triangle" (A.L., 53);
- Construction : "Mener une perpendiculaire sur une droite en son milieu".

### 3.1 Séparabilité et univocité

La question que nous nous proposons d'examiner à présent est celle de la séparabilité des *Mt*, c'est-à-dire: étant donné un énoncé, peut-on décider qu'il appartient ou n'appartient pas à l'une des quatre catégories ci-dessus; étant donné un *Mt* logique relevant d'une des catégories précédentes, coïncide-t-il avec un énoncé, ou, au contraire, s'étale-t-il sur plusieurs énoncés, ou même ses limites linguistiques sont-elles difficilement déterminables?

Un énoncé peut-il être le support de plusieurs *MS* logiques? En d'autres termes, quelle est la nature de la correspondance entre les énoncés linguistiques et les *MS* géométriques considérés? Cette correspondance, est-elle sujette à variations selon les auteurs?

Les exemples ci-dessus suggèrent une correspondance bijective. Cette conception est largement ancrée dans l'esprit de nombreux linguistes et logiciens. Cependant, si l'on en croit Henri Poincaré, toute définition suppose une affirmation d'existence de l'être défini, faute de quoi elle traite des catégories vides, ne présentant aucun intérêt<sup>14)</sup>.

---

14) Cette opinion est mise en défaut dans certaines démonstrations par l'absurde, qui ont pour objet, justement, de démontrer la vanité d'un certain concept.

L'existence peut relever d'une évidence, compte tenu de ce qui a été dit antérieurement, donner lieu à une justification succincte, se fonder sur l'expérience (c'est le cas des *Mt* que nous avons envisagés), ou donner lieu à un théorème.

Voici quelques situations de non-biunivocité et autres particularités que nous avons relevées.

### 3.2 Dénomination d'une proposition

"*Théorème de Chasles*. Etant donné trois points A, B, C quelconques sur une droite orientée, on a toujours  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 0$ " (F., 194).

Il s'agit bien d'une dénomination d'un objet d'étude relevant de la géométrie (et de l'algèbre), auquel on attribue le nom de "théorème de Chasles" pour le distinguer de nombreux autres théorèmes. Cependant, la dénomination porte sur une proposition entière et non sur un objet intra-propositionnel; on est donc en présence d'une sorte de méta-définition (au sens de méta-mathématiques).

De telles méta-définitions sont monnaie courante en géométrie élémentaire, voir: *théorème de Pythagore, de Thalès, d'Euler, de Simson, de Pascal*... Certaines sont accessibles par un large public d'apprenants: *théorème de Thalès, de Pythagore*; d'autres supposent un minimum de connaissances: *théorème de Pascal, de Simson, d'Euler, de Ménélaüs, de Céva, de Desargues, des neuf points* (R.C., 306); d'autres, enfin, n'intéressent que quelques rares spécialistes (*théorème de Lemoine*), voire les historiens de la géométrie.

Les propositions-théorèmes ne sont pas les seules à pouvoir porter un nom abrégé. La plupart des francophones cultivés ont entendu parler du *postulat d'Euclide*, peut-être de l'*axiome d'Archimède*; une infime minorité connaît le *problème de Malfatti* (R.C., 311), de *Castillon* (id., 310), d'*Apollonius* (id., 297) et la *construction de Gergonne* afférente.

Quelquefois, le nom même du chercheur est attaché à un élément pertinent de la figure: *droite de Simson, droite et cercle d'Euler, une céviennne*... Il y a corrélation entre la définition intra-géométrique et la méta-définition, cette dernière étant associée au

théorème démontrant l'alignement des points, le concours ou l'appartenance à un cercle, en question.

Souvent le nom du chercheur est totalement oublié. Qui sait qu'un certain Gaultier (de Tours) s'est occupé des axes radicaux de deux cercles (267, id.)? Le théorème correspondant ne porte aucun nom.

Dans le cadre de notre recherche, on peut noter certaines mutations occasionnelles des dénominations (hommage rendu à des anciens ou, au contraire, répugnance pour une terminologie non indispensable) et, surtout, les variations de forme d'expression, accompagnées, parfois, d'un enrichissement de contenu.

Ainsi, la proposition dénommée, de nos jours "théorème de Thalès", apparaît-elle, d'abord, sans référence à Thalès:

(8)<sub>1</sub> = "Deux sécantes quelconques sont coupées en parties proportionnelles par deux droites parallèles". (H., 108).

Puis, avec référence à Thalès :

(8)<sub>2</sub> = "Si deux parallèles sont coupées par deux sécantes, les segments d'une sécante sont propositionnels aux segments correspondants de l'autre" (M.M., 272).

Le théorème de Thalès proprement dit étant réservé à l'application du théorème général au cas du triangle.

Enfin, sous une forme algébrisée:

(8)<sub>3</sub> = "Si trois droites parallèles coupent deux sécantes respectivement en A, B, C, et en A', B', C', l'on a toujours:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} ; \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}} ; \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{A'C'}} . "$$
 (F., 222)

Si l'on remonte à Legendre, et même à Rouché et Comberousse, il ne semble pas que les auteurs s'attachent au cas général mis en valeur à notre époque et s'en tiennent surtout à la théorie des triangles semblables.

Ainsi on observe un glissement progressif vers un enrichissement par la généralité et la précision du contenu.

Si, à présent, on se place dans la perspective synchronique, on observe, une fois de plus, la "diachronie en synchronie". Selon

le milieu culturel (ouvrages distribués à des techniciens ou à de futurs universitaires, à des enfants, ou à des adultes), les énoncés vont varier du tout au tout (v. situation didactique).

Ainsi le concept de mesure algébrique n'est pas assimilé par tous, l'orientation des segments ne s'avère pas utile dans tous les domaines d'application. La présentation générale est visuellement moins préhensible que son application à un triangle, ce dernier pouvant être réalisé avec du carton, avec de la ferraille, etc.

Il s'ensuit que des approches théoriques réputées désuètes auprès de certains publics, peuvent conduire à des démarches pédagogiquement plus rentables.

### 3.3 Correspondance multivoque

3.3.1 Tout d'abord, il faut distinguer proposition, phrase et énoncé.

*Le triangle isocèle.* "On appelle ainsi un triangle qui a deux côtés égaux" (H., 23). Cette définition est formellement composée d'une phrase nominale et d'une phrase verbale, mais forme un seul énoncé; d'autres auteurs les fusionnent en une seule phrase à deux verbes: "*Un triangle isocèle est un triangle qui a des côtés égaux*" (T.-G., 180).

Les définitions peuvent être plus ou moins longues: "*La longueur d'un arc de cercle est la limite vers laquelle tend le périmètre d'une ligne brisée convexe inscrite ou circonscrite, terminée aux extrémités de l'arc, et dont tous les côtés diminuent indéfiniment*" (H., 173); cette définition n'en constitue pas moins un énoncé et un seul, sans liaison anaphorique avec l'environnement.

3.3.2 Un même énoncé peut en inclure, voire en dissimuler, plusieurs autres.

"Pour qu'un triangle soit isocèle, *il faut et il suffit* qu'il ait deux angles égaux" (L.-H., 119). Cette proposition se dissocie par une transformation linguistique classique - coordination de deux propositions que l'auteur a commencé par présenter séparément.

La décomposition est moins évidente dans: "*Deux points distincts déterminent une droite* (M.C., 175)", que l'auteur présente ("on dit aussi") comme l'équivalent de:

"Etant donné deux points, il *existe* une droite et une *seule* contenant ces deux points" (existence et unicité).

Le mot "détermine" a, apparemment, une portée théorique différente dans: "Tout point  $O$  pris sur une droite  $x'x$  détermine deux demi-droites opposées", l'auteur n'éprouvant pas le besoin de mettre en évidence et l'existence et l'unicité.

"Par trois points non en ligne droite on peut faire passer une circonférence et une seule, autrement dit, une circonférence est déterminée par trois points non en ligne droite" (H., 57).

Cependant, certains auteurs vont utiliser le verbe *déterminer* à la suite d'une construction avec la règle et le compas, d'autres, comme résultat d'une démonstration sans faire intervenir une construction.

Certes, géométriquement parlant, on peut trouver un dénominateur commun aux trois emplois de *déterminer*, cependant des connotations sans doute logiquement non pertinentes, mais linguistiquement significatives vont conduire, de façon naturelle, à des décompositions diverses.

D'une façon plus générale, les exigences de la rigueur étant susceptibles de varier, un énoncé synthétique se verra démultiplié en une série d'énoncés jugés plus simple.

On trouve parfois, de curieux énoncés, du genre: "une figure géométrique  $F$  possède les propriétés  $\alpha$   $\beta$  et  $\gamma$ ". Si deux des propriétés sont vérifiées, la troisième l'est également, d'où trois théorèmes en un seul. (V. triangle isocèle, hauteur, médiane bissectrice confondus).

Sans nous étendre davantage, retenons que les  $Mt$  sont loin de satisfaire toujours à une bijection entre deux  $MS$ , géométrique et linguistique. On observe, dans ce domaine, une grande variété avec des fréquences d'occurrence variables.

#### 3.4 Statut fonctionnel. Stabilité

Au § 1, nous avons examiné le statut fonctionnel de l'énoncé: "la droite est le plus court chemin d'un point à un autre", qui, selon l'époque et les ouvrages, apparaît tantôt comme une définition, tantôt comme une vérité expérimentale, tantôt comme un théorème libellé

de façon laconique et dont la démonstration prend place dans des chapitres de niveau plus ou moins technique.

Cette variation du statut fonctionnel peut-elle faire l'objet de la linguistique, ou relève-t-elle exclusivement de la métageométrie?

Dans la mesure où ce statut est rendu explicite au moyen de certaines marques langagières, il se trouve à la lisière, pour le moins, de la langue de spécialité concernée. A l'appui de cette thèse, il nous semble opportun de souligner que ce statut ne s'exprime pas seulement par des labels lexicaux attenants au *Mt*, tels que: *axiome*, *théorème*, *définition*... mais également par des expressions plus ou moins complexes, situées dans un voisinage parfois immédiat: *on démontre que*, *nous admettons que*, *il est évident que*... Ces marques sont assez diversifiées, leur examen détaillé reste à faire.

Les mutations potentielles de statut fonctionnel sont parfois signalées par les auteurs. Telle propriété caractéristique peut servir de définition. Ainsi un triangle isocèle peut-il être défini par l'égalité de deux côtés ou par l'existence d'un axe de symétrie.

Telle proportion sera tantôt présentée comme une construction à effectuer, dont il convient de découvrir, puis de discuter, le processus, tantôt comme un théorème, selon l'idéologie géométrique et didactique adoptée en l'occurrence (méthode de redécouverte ou mise au courant rapide des résultats connus). Il s'ensuit des variations textuelles importantes.

Mentionnons à cette occasion, l'épopée remarquable du postulat d'Euclide: son statut -incertain durant des siècles-, les multiples énoncés déclarés équivalents par les spécialistes et l'agglutination plus ou moins évidente du postulat proprement dit avec des théorèmes.

Ainsi l'énoncé classique: "Par un point pris à l'extérieur d'une droite on peut mener une parallèle et une seule à cette droite" est la fusion de deux propositions hétérogènes; l'une, un théorème d'existence qui est démontrable à partir de certains axiomes, l'autre un axiome d'unicité généralement présenté comme tel dans les manuels, mais qui peut acquérir aussi le statut de théorème, et l'on pose une liste adéquate d'axiomes.

Il n'appartient certes pas aux linguistes de prendre parti pour ou contre telle présentation, mais d'examiner les moyens linguistiques mis en oeuvre par les géomètres à cette occasion.

### 3.5 Perméabilité de la frontière

Nous avons défini, au § 1.5, le microtexte par la coïncidence de deux *MS*, l'un linguistique, ou énoncé, l'autre logique et fonctionnel à l'intérieur de la discipline considérée.

Si, dans de nombreux cas, une telle coïncidence existe, dans de nombreux autres cas force est de constater que la correspondance entre le plan linguistique et celui du système géométrique est loin d'être biunivoque.

Une autre difficulté doit être signalée, celle concernant l'isolement des *MS*.

Sans doute, du point de vue de la logique, tout *Mt* entretient des rapports avec le voisinage, avec le macrotexte et avec l'acquis culturel nécessaire à la compréhension du *Mt*. Il existe donc une certaine perméabilité de la frontière du contenu, mais qui, pour l'essentiel, se situe hors de la compétence du linguiste-sémiologue.

En revanche, les moyens langagiers investis dans cette perméabilité peuvent concerner ce dernier. Pour concrétiser le problème, citons deux cas relativement complexes.

"Il est aisé de prouver que la droite PQR, que l'on nomme droite de Simson, est équidistante du point M et du point de concours des hauteurs" (R.-C., 108).

Cette phrase, grâce à l'anaphorique P.Q.R., attribue un nom à une droite, dont les propriétés viennent d'être étudiées, tout en énonçant un théorème et un *jugement métalinguistique* sur sa démonstration.

Les situations d'intrication sont monnaie courante.

"On dit que le point O est le pôle de la droite HZ et que la droite HZ est la polaire du point O par rapport au cercle C" (R.-C., 241). Cette phrase n'est pas un énoncé linguistiquement clos, si l'on considère que "O", "HZ" et "C" ont une fonction anaphorique de référence à des antécédents déterminés par le complexe sémiologique antérieur, constitué et d'un énoncé de théorème de 5 lignes ("si, par un point O

pris dans le plan du cercle C...) et d'une démonstration de 9 lignes, où l'auteur précise ce que sont les points H et Z; et les deux figures (O à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle) visualisant les énoncés verbaux afférents.

Pourtant, cette phrase constitue bien une double définition, où il est exprimé simultanément -et pour la première fois dans l'ouvrage- ce qu'il faut entendre par *pôle* et par *polaire* par rapport à un cercle. Le linguiste-sémiologue est amené à se poser un certain nombre de questions.

La définition, peut-elle être rédigée sans anaphoriques indispensables à son intelligibilité? Peut-on séparer la définition du pôle de celle de sa polaire? Dans l'affirmative, quels sont les moyens langagiers mis en oeuvre? Dans la négative, quels sont les critères de non-séparabilité et leurs marques préhensibles?

Des questions terminologiques analogues peuvent être posées dans des situations plus élémentaires: peut-on définir le terme *cercle* sans en même temps définir, *ipso facto*, les termes *centre* et *rayon* dans un voisinage immédiat (en replaçant dans la perspective de la géométrie élémentaire, s'entend)? N'y a-t-il pas là un triplet micro-systémique?

Les symboles littéraux étant introduits à cette occasion n'instaure-t-on pas une certaine réminiscence qui dépasse le *Mt* définitoire? Considérés loin, hors de ce *Mt* initial, O et R continuent à évoquer la définition où ils ont joué un rôle important (phénomène d'hystérésis). Ce phénomène ne se présente pas obligatoirement avec toutes les définitions. Selon les auteurs, ce phénomène d'hystérésis est plus ou moins exploité comme moyen sémiologique d'expression. Dans cette étude, nous nous contentons de signaler ces questions sans chercher à les approfondir.

#### 4. Conclusion, extrapolation

Bien que cette étude ne doive être considérée que comme un premier débroussaillage d'une question qui s'avère, à la pratique, beaucoup plus vaste et délicate qu'on ne peut l'imaginer au départ -même

réduite au domaine des manuels de géométrie élémentaire de la première moitié du XXe siècle- on est tenté de tirer, d'ores et déjà, quelques conclusions générales.

#### 4.1 Idée de *Mt*

Le concept opératoire central retenu est celui du micro-texte (*Mt*) défini par la coïncidence de deux micro-systèmes: l'énoncé linguistique et certaines propositions relevant de la logique interne à la discipline considérée.

Si, dans un grand nombre de cas, une telle coïncidence est attestée, il arrive que la correspondance entre les deux *MS* cesse d'être biunivoque pour deux raisons principales.

1. Elle prend un caractère multivoque; un énoncé peut résulter de la synthèse de plusieurs *Mt* et, inversement, un *Mt* peut éclater en plusieurs *MS* plus élémentaires, cela notamment avec l'évolution des impératifs de la rigueur et de la généralité tributaires et du temps historique et du milieu social concerné (v. situation didactique). Ce qui est réuni dans une situation donnée, peut cesser de l'être dans une autre et vice-versa.

Il paraît donc raisonnable d'étendre le concept de *Mt* à celui d'un énoncé support d'un ou de plusieurs *MS* fonctionnels.

2. La frontière du *Mt* est difficile à délimiter, soit qu'elle devienne trop perméable, nécessitant des marques excessives de corréférence avec l'environnement, soit qu'elle se perde dans un flou inextricable et indélimitable. Le concept de *Mt* cesse, alors, d'être adéquat. Ainsi, selon les auteurs, une proposition peut être fortement ou faiblement ancrée dans le voisinage textuel à l'aide d'anaphoriques-déictiques, voire s'éparpiller tout au long de la chaîne écrite.

Dans le premier cas, il semble commode de concevoir l'idée de *Mt*, bien qu'on ne puisse plus parler d'énoncé au sens strict.

2. Transformations non réductibles aux transformations linguistiques:

- variations terminologiques, synchroniques ou diachroniques;
- laconisme: ellipses plus ou moins tributaires de l'environnement, du lecteur potentiel et de l'usage en cours, ajouts d'explicitation;
- changement du statut fonctionnel des *Mt*, relevant d'options théoriques et didactiques;
- contribution sémiologique extralinguistique, usage de symboles ou de figures, notamment ancrage dans l'environnement par des anaphoriques-déictiques littéraires;
- extension-restriction du contenu lié à l'idéologie retenue sur la spécialité et sur son enseignement;
- transformation supposant une chaîne de raisonnement intermédiaire entre deux *Mt* reconnus comme équivalents par des spécialistes.

La frontière entre les divers types de transformation reste souvent délicate à tracer.

Par ailleurs, un ordre déterminé des transformations est loin de s'imposer à l'évidence.

En général, seuls les résultats globaux de plusieurs transformations sont accessibles à l'expérience directe (sont attestés).

Pour la reconnaissance des équivalences, pour l'analyse des données et pour la reconstruction des chaînes non attestées, une certaine connaissance de la discipline en cause paraît indispensable.

## 1. Introduction

1.1 L'analyse qui suit porte sur un enregistrement d'une conversation familière banale, donnée ici dans une transcription conventionnelle.

Les interlocuteurs sont une femme de ménage d'origine rurale (désignée comme locuteur A) et les personnes qui l'emploient (locuteurs B et C). Les interlocuteurs, d'âge sensiblement identique, sont donc de statut social et socioculturel différent. Le locuteur A montre par ailleurs dans son discours non rapporté ici qu'elle a profondément intériorisé cette différence.

1.2 Cette conversation se présente comme une des variantes de réalisation du "discours quotidien" tel qu'il est caractérisé par J.-B. Grize<sup>1)</sup> et opposé, dans la perspective d'une recherche en logique naturelle, aux discours des sciences physiques et des sciences humaines<sup>2)</sup>. J.-B. Grize le caractérise par quatre conditions, dont une au moins est nécessaire, et dont "aucune n'est indépendante des autres":

1. Le discours s'adresse à un interlocuteur particulier
2. Il est engendré en situation
3. C'est un discours d'action
4. Il ne vise qu'une validité locale<sup>3)</sup>

Il s'agit ici d'une conversation familière non familiale, impliquant une interaction sociale particulière. La projection mentale qu'un locuteur fait de manière générale de ses interlocuteurs, y est fondée sur une accoutumance moindre ou nulle, et s'élabore à partir des

---

1) Langue française, no 50, mai 1981, p. 7.

2) "Les simples discours quotidiens peuvent demeurer entièrement laxistes." Travaux du Centre de Recherches sémiologiques, Université de Neuchâtel, no 43, 1982, p. 78.

3) Langue française, no 50.