Publié dans Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 61, 53-96, 1993,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

L'ANTRE DES RELATIONS

Denis Miéville

...it is ambition enough to be employed as an under-labourer in clearing the ground a little, and removing some of the rubbish that lies in the way to knowledge. John Locke

Préambule

Lorsque l'on s'intéresse à la représentation des activités de la pensée dans l'exercice de sa fonction raisonnée, et que l'on observe les mécanismes qu'elle met en oeuvre à partir des raisonnements développés dans la substance des discours tenus en langue naturelle, il est nécessaire de répondre à plusieurs questions:

a) Quelle est la nature de ces mécanismes? quelles sont, dans un sens non restrictif, les entités logiques qui les conditionnent et comment les mettre en évidence?

b) La logique classique s'impose aujourd'hui comme un système de référence dont on postule qu'il est à même de proposer une mise en forme des raisonnements qui règlent les discours du vrai et du faux, ainsi que ceux qui portent sur l'organisation d'univers appréhendés de manière extensionnelle. Par rapport à une perspective vérifonctionnelle et extensionnelle, cette logique épuise-t-elle tous les éléments logiques qui participent au développement d'un raisonnement? Dit d'une autre manière, l'ensemble des constituants de cette logique est-il exhaustif? arbitraire? accidentel?

c) S'il existe des entités logiques qui n'ont pas été considérées par la logique classique et qui apparaissent logiquement nécessaires à l'explicitation de raisonnements valides, quelle théorie choisir pour être à même de leur attribuer leur signification?

Si nous pouvions répondre à ces quelques questions, nous disposerions d'un moyen permettant de préciser la frontière entre logique formelle et logique informelle — tout en la déplaçant — de manière moins arbitraire qu'elle ne l'est aujourd'hui. Nous pourrions ainsi trancher plus clairement entre ce qui relève de la pensée naturelle et ce qui est propre à la pensée formelle.

C'est à quelques-unes de ces questions que nous nous proposons de répondre dans cet article. Nous le ferons en limitant quelque peu notre ambition. En effet, dans la perspective évoquée, nous n'aborderons que certains problèmes que pose le traitement des propriétés et relations.

Pour répondre aux questions soulevées au point a), il faut disposer d'une part, d'une sémiologie du raisonnement et, d'autre part, d'objets d'étude. D'un point de vue méthodologique, nous utilisons les postulats et concepts de la logique naturelle issus des travaux développés dans le cadre du Centre de Recherches Sémiologiques de l'Université de Neuchâtel. Ces travaux ont conduit à l'élaboration d'une sémiologie du raisonnement (Grize 1984), ainsi qu'à l'établissement d'une méthode d'analyse des organisations raisonnées (Miéville 1992). Quant aux objets d'étude, ils consistent en raisonnements ou fragments de raisonnements, dont on perçoit la pertinence en termes de validité, mais dont la transcription dans le langage de la logique du premier ordre neutralise toute possibilité d'en dégager la validité ou la non-validité. Ces objets, des énigmes ou des jeux paradoxaux, sont donc reconnus comme des objets problématiques, et ceci à deux niveaux. Tout en paraissant constituer des raisonnements valides, ils ne se laissent pas enrégimenter dans la logique traditionnelle. Par ailleurs, le pari de leur validité passe par le développement de nouvelles entités logiques qui sont à définir.

Postuler l'existence de nouvelles entités logiques pose à son tour de nouveaux problèmes. En effet, cela signifie que nous ne nous satisfaisons pas de ce dont nous disposons dans les systèmes classiques, que ceux-ci sont l'expression de réflexions associées à un projet très spécifique, et qu'il existe bien des objets logiques autres que ceux offerts par la logique traditionnelle. Ce dernier point est particulièrement délicat. La réponse dépend d'une part, de la philosophie de la logique à laquelle on adhère, et d'autre part, des critères de nécessité qui autorisent l'attribution du qualificatif de logique à un élément dont on a mis en évidence l'importance dans une procédure raisonnée. De plus, il paraît indispensable de disposer d'un critère d'exhaustivité pour fermer d'une certaine manière ce que l'on prétend appartenir au discours de la logique formelle. La chose n'est pas simple, et personne ne s'en étonnera.

Devant prendre parti, je dirai ce qui suit: je considère la logique formelle comme une science déductive qu'il est nécessaire d'affiner, de compléter pour lui permettre d'expliciter toujours plus clairement et finement les opérations qui conditionnent le discours du vrai et du faux, ainsi que celui qui porte sur les objets, leurs propriétés et relations, et cela sans prétention de psychologisme.

> Comme toute science, la logique a pour tâche la poursuite de la vérité. Ce qui est vrai, ce sont certains énoncés; et la poursuite de la vérité, c'est l'effort pour séparer les énoncés vrais des autres, ceux qui sont faux. (Quine 1972: 11)

Je veux m'associer à cette poursuite de la vérité en m'appuyant sur la résolution d'énigmes logiques, en mettant en évidence des mécanismes opératoires que la logique classique n'a pas inscrits à son programme et qui permettent de proposer une solution aux problèmes posés par ces énigmes. Les nouvelles particules logiques découvertes doivent affronter le tribunal de la non-contradiction, de l'extensionnalité et de la vérifonctionnalité. J'agis ainsi sans sacrifier à la simplicité et à l'efficacité d'un calcul, mais en privilégiant l'explicitation des niveaux de transformation et d'analycité dont on pourrait supposer qu'ils président effectivement à ce qui est mis en oeuvre.

> Le but de la logique est purement et simplement l'investigation de la théorie de la logique et pas du tout la construction d'un calcul aidant à tirer des inférences. Ces deux propos sont incompatibles, parce que le système requis pour l'investigation logique devrait être aussi analytique que possible, brisant les inférences en un plus grand nombre possible d'étapes, et les exhibant sous les catégories les plus générales possibles, alors qu'un calcul chercherait au contraire à réduire le plus possible le nombre des étapes et à spécialiser les symboles de façon à les adapter à des sortes spéciales d'inférences. (Peirce, 4.373; trad. et cité in Tiercelin, 1993: 265)

La liste des entités de pure logique est-elle exhaustive? J'admets bien volontiers qu'on ne saurait y répondre sans danger. Soit elle est fixée par les besoins auxquels la logique doit répondre, soit elle est fixée de manière arbitraire, soit on accepte tous les possibles conçus sur la base des catégories syntaxico-sémantiques qui intéressent directement la logique, à savoir la catégorie des propositions, S, ainsi que celles qui règlent les discours des objets, de leurs propriétés et relations. Pour avoir longuement réfléchi à la négation (Miéville 1991), je partage l'opinion de Castañeda tout en la généralisant à tout foncteur logique.

> We do not actually know how many types of negation there are, but we can be certain that they all belong to a genus negation. Are negations like colors? (Castañeda, 1989)

Ne connaissant pas la liste des entités logiques potentiellement acceptables, je défendrai la position suivante: la logique classique du premier ordre n'offre qu'un échantillonnage restreint d'entités logiques; il en existe beaucoup d'autres; je considérerai celles qui m'auront permis de dénouer certains paradoxes apparents ou énigmes. La réponse est donc ouverte et ne peut que le rester.

1. Où il est question de relations

Après avoir situé le cadre méthodologique dans lequel je me situe et présenté les objectifs que je poursuis, il est temps de recentrer mon propos sur le thème des relations. Je procéderai en trois temps. Tout d'abord, en jouant sur le mode des illustrations, je discuterai plusieurs problèmes où la notion de relation intervient. Je dirai ensuite les raisons qui m'ont conduit à choisir un système logique particulier pour expliciter les mécanismes de la solution des problèmes rencontrés. Enfin, j'offrirai une solution formelle à ces différents problèmes. Je ne restreindrai point mon propos aux relations prédicatives telles que Martine Chavaz les appréhende dans son article. Toute relation, qu'elle soit monadique, polyadique, que ses arguments soient homogènes ou inhomogènes, quel que soit le niveau ou elle intervient, syntaxique, sémantique où métasystémique, m'intéresse directement.

Relation d'ingrédience

Considérons l'argument suivant qui s'inspire de celui de De Morgan:

Tout homme est périssable
DONC
Toute tête d'homme est périssable.

Il est tout à fait possible de traduire cet argument dans le symbolisme du calcul classique des prédicats du premier ordre. Un problème apparaît dès lors que l'on se détermine à calculer sa validité dans la sémantique extensionnelle exprimée par la théorie classique des ensembles. En effet, cet argument est valide si et seulement si l'ensemble des têtes d'hommes est contenu dans l'ensemble des hommes, ce qui semble dans notre univers du quotidien relativement plausible.

La théorie des ensembles permet d'organiser une classe d'individus E en propriétés et en relations. Toute propriété est représentée par un sous-ensemble de E appartenant à l'ensemble des sous-ensembles de E. Toute relation binaire est exprimable à l'aide d'un sous-ensemble des couples ordonnés d'individus construits à partir des éléments de E. Illustrons cela à partir de l'exemple suivant:

soit E, l'ensemble suivant constitué de trois individus,
E: {☥1, ☥2, ☥3 }

Chaque propriété représentable sur E est un élément de l'ensemble des parties de E, P(E). Il y en a donc huit:

E1: ∅
E2: { ☥1 }
E3: { ☥2 }
E4: { ☥3 }
E5: { ☥1, ☥2 }
E6: { ☥1, ☥3 }
E7: { ☥2, ☥3 }
E8: { ☥1, ☥2, ☥3 }

Par ailleurs, chaque sous-ensemble de couples ordonnés constitués à partir des éléments de E est à même de représenter une relation particulière sur E. L'ensemble des sous-ensembles de couples construits sur E, P(ExE) contient 81 éléments. Afin de ne pas prolonger cette présentation formelle, je me contenterai d'une seule représentation relationnelle.

P1: {<☥1, ☥2>, <☥1, ☥3>, <☥2, ☥3>}

Chacun de ces sous-ensembles peut être l'expression d'une propriété ou d'une relation spécifique. Mais pour en revenir à l'argument analysé, ces propriétés ou relations ont ceci de particulier qu'elles ne peuvent qualifier que les individus «hommes» en présence, et rien d'autre. Le sous-ensemble E5 pourrait représenter la propriété «porter des lunettes» si seuls les candidats ☥1 et ☥2 étaient porteurs de lunettes. E8 pourrait tout aussi bien représenter les propriétés «posséder une tête» ou «avoir des mains». Quant à l'ensemble P1, il pourrait représenter la relation dyadique «être plus grand que» s'il s'avérait que les individus ☥1, ☥2, ☥3 entretiennent bel et bien cette relation et dans le même ordre que les couples le présentent. Mais aucun de ces sous-ensembles n'est à même de représenter la relation «être la tête de». La cause en est que la théorie classique des ensembles a été conçue pour organiser à partir d'une classe d'individus, la configuration extensionnelle de toutes les combinaisons envisageables à partir de ces individus de base uniquement, et en aucune manière elle ne permet de concevoir une organisation de leurs parties ou de leurs fragments.

Pour sonder la validité de l'argument présenté ci-dessus, il est nécessaire de disposer d'une définition de la relation parties-tout, donc d'une syntaxe qui permette de la représenter et de la supporter, ainsi que d'une thèse qui spécifierait que:

> si un ensemble d'individus A est contenu dans un autre ensemble d'individus B, alors tout fragment d'individus construit sur A, voire toute organisation de fragments d'individus construite sur A quelle qu'elle soit, est également contenu dans l'ensemble B.

Nous verrons que la notion de classe méréologique développée par S. Lesniewski, notion associée à un calcul des noms, permet de valider l'argument proposé et que cette solution passe par la définition d'une relation d'ingrédience.

Vers un principe de pertinence

Imaginons, dans un discours particulier, l'énoncé suivant:

> «La lune est croissante»

et analysons-le dans la perspective de la logique naturelle. Le locuteur imaginé ici a décidé d'ancrer l'objet de discours «la lune». S'adressant à un auditoire particulier relativement à un objectif spécifique, il est conduit

> à admettre deux sortes de faits à propos de tout objet qu'il traite [ici, «la lune»]. D'abord qu'il existe une famille de relations et une famille de transformations dont il y a sens à se demander si elles s'appliquent ou non à l'objet. Ce sont ces familles qui constituent le faisceau de l'objet. Ensuite que certaines d'entre elles s'y appliquent actuellement et que celles-ci n'ont pas à être dites. (Grize 1976: 67).

C'est la notion prédicative «être croissant/être décroissant» qu'il a sélectionnée, et il a posé l'un des termes du couple, «être croissant», pour déterminer l'objet «La lune»: «que la lune être croissante», pour enfin prendre en charge cette détermination et proposer l'énoncé «la lune est croissante». Deux mouvements nous importent ici. La sélection d'une notion, un couple de prédicats (P/non-P), et le choix d'un des termes du couple. L'opération mise en oeuvre pour sélectionner une notion prédicative présuppose donc qu'il existe une relation de pertinence entre l'objet dont il est question et la notion choisie, autrement dit que la notion (P/non-P) est pertinente pour l'objet O. Ainsi, par rapport à un univers de discours donné, il existe un double mouvement. Il y a d'une part la sélection d'une notion prédicative que l'on pose comme s'appliquant maintenant à l'objet et d'autre part, l'association prédicative qui lie l'un des termes de la notion avec l'objet.

L'analyse de l'illustration précédente met en évidence deux choses:

- les deux termes du couple formant une notion prédicative sont dans un rapport de contrariété, c'est-à-dire que les deux termes sont tels que l'on peut passer de l'un à l'autre à l'aide d'une opérateur de négation formateur d'un terme de la catégorie des prédicats à un argument de la catégorie des prédicats;
- par rapport à un univers donné d'objets, soit une notion prédicative s'applique à un objet, soit elle ne s'y applique pas.

Nous sommes ici en présence d'une double alternative. En effet, par rapport à un univers spécifique et un objet particulier, une notion prédicative «P/non P» est soit en relation de pertinence avec l'objet considéré (et donc, soit le terme P, soit le terme non-P s'applique à cet objet), soit elle n'est pas en relation de pertinence avec l'objet. Ainsi, dans l'univers de la mathématique, la notion prédicative «être pair/être non pair» est dans une relation de pertinence avec le nombre trois, et le terme «être non-pair» s'applique à trois, alors que la notion prédicative «être fini/être non fini» n'est pas en relation de pertinence avec l'objet «trois», aucun des deux termes ne s'applique à l'objet «trois». Cette dernière notion serait dans un rapport de pertinence avec tout objet de nature ensembliste.

Pour introduire un principe de pertinence dans une logique formelle tout en conservant le principe du tiers exclu, il est nécessaire d'y définir une nouvelle opération de négation distincte de celle dite propositionnelle. En effet, la négation sous-jacente qui fonde le rapport de contrariété entre les deux termes d'une notion prédicative ne saurait être de nature propositionnelle. Nous l'appellerons la négation prédicative, il s'agit d'une négation qui opère sur un prédicat pour former son prédicat contraire, un prédicat négatif

Strawson s'est intéressé aux prédicats négatifs, mais sa manière de les envisager conduit à des conséquences logiques redoutables. Etudions l'analyse qu'il nous propose:

> ...suppose we have a simple subject-predicate sentence, «Fa». We form its contradictory or negation, «¬(Fa)». Now we introduce terms-negation for the predicate-term, «F», forming the negative term «F*», which enters into the predicative combination with «a» to form the sentence, «F*a», in which «a» is subject and «F*» a new style of predicate, viz. a negative predicate. Then «¬(Fa)» is logically equivalent to «F*a». (Strawson 1974: 6)

Je ne peux que m'inscrire en faux par rapport à cette analyse, car si je dois admettre l'équivalence logique évoquée par Strawson, je suis conduit à admettre des incohérences sémantiques. En effet, si j'admets que quel que soit le sujet «a», «¬(Fa)» est équivalent logiquement à «Fa*», je dois admettre le théorème suivant:

$$(\forall a)(\neg(Fa) \equiv F^*a)$$

Mais ce théorème implique logiquement les deux résultats suivants:

1. $(\forall a)(\neg(Fa) \supset F^*a)$

et

2. $(\forall a)(F^*a \supset \neg(Fa))$

Si j'admets volontiers le deuxième résultat:

«Quel que soit l'objet, s'il est appliqué à un prédicat négatif, alors il ne saurait être applicable au dual de ce prédicat»

je ne saurais accepter le premier, car il n'est pas le cas que, «**pour tout objet**, s'il n'est pas applicable à un prédicat, alors il l'est nécessairement de son prédicat dual». En effet, si j'accepte sans restriction que dans l'univers de la mathématique élémentaire la proposition «trois n'est pas pair» implique la proposition «trois est impair», je ne saurais admettre cette inférence entre la proposition «trois n'est pas fini» et la proposition «trois est non fini» i.e. «trois est infini». Dans l'analyse de Strawson on observe une confusion entre le rapport de pertinence entre un objet et une notion prédicative et le rapport d'application d'un terme d'une notion prédicative à un objet.

L'équivalence proposée par Strawson conduit inexorablement à écarter l'existence d'une articulation duale entre deux prédicats. On retombe ainsi dans le principe «d'applicabilité universelle des prédicats», principe que Corcoran dénonce comme une des failles de la logique classique (1973: 43).

> The predicate «prime» is true of two, false of four and not applicable to pi. This means that such a predicate has a range of applicability within which it holds true or false and outside of which it does not hold at all. Thus a sentence can fail to be true without being false and it can fail to be false without being true... Yet the following is logically true on standard logic:
>
> $$(\forall x)(Px \vee \neg Px)$$
>
> This reflects the fact that standard semantic presupposes universal range of applicability for all predicates

La négation prédicative — ou negative-predicate —, mérite davantage que le seul intérêt d'un style ou d'une marque de langue. Elle contribue à la mise en oeuvre d'une véritable fonction logique, avec des propriétés qui ne sauraient être celles de la négation propositionnelle. Aristote était déjà conscient de cette distinction, lui qui écrivait:

> Si tout est égal ou n'est pas égal, tout n'est pas égal ou inégal, sinon dans le sujet apte à recevoir l'égalité (Aristote 10055b: 10).

Il est possible de situer historiquement l'événement qui consacre cette absence de distinction. Il s'agit de la parution de *The Mathematical Analysis of Logic* de G. Boole en 1847. Il y affirme que:

> A universal-affirmative proposition is convertible into a universal-negative, and vice-versa by negation of predicate...
> A particular-affirmative proposition is convertible into a particular-negative, and vice versa by negation of the predicate. (Boole 1965: 29; 1ère éd. 1847)

On attribue aujourd'hui un nom à la loi qui règle ces transformations: la loi d'obversion. Aux dires de Prior (1955: 127) le responsable de cette dénomination est un collaborateur de J.-S. Mill, Alexander Bain (1818-1903). Evoquant ces transformations, ce dernier affirme:

> Cette forme est ce qu'on appelle l'obversion D'après le principe de la relativité, toute proposition a deux caractères, deux aspects. Il y a toujours quelque chose à nier, quand il y a quelque chose à affirmer. Quiconque est sage n'est pas fou. Nous devons accepter les deux propositions ou les repousser l'une et l'autre, de l'une à l'autre il n'y a pas de progrès, d'addition dans la connaissance. Nous ne faisons qu'une chose, compléter l'expression de notre pensée qui, en général, est elliptique et incomplète, en raison du fait corrélatif (Bain 1875: 161).

Si l'on veut développer un système logique dans lequel on puisse représenter le principe de pertinence, il est nécessaire de briser cette loi d'obversion au bénéfice d'une négation nouvelle qui articule le lien de dualité sous-jacent à toute notion prédicative. Pour réaliser cet objectif je choisirai d'utiliser une fois encore les bases logiques proposées par Lesniewski.

Avant de terminer cette partie, je tiens à faire une remarque. A plusieurs endroits j'ai utilisé, après Strawson, le terme de «prédicat négatif». Il me semble que ce qualificatif n'est pas approprié. Il laisse entendre une dualité positive-négative relativement à l'idée de la notion prédicative. Il s'agit d'un fait de langue et non pas de logique. Parler de prédicats duaux me semble, dans la perspective qui est la mienne, plus adéquat. Mais il est cependant vrai que dans la langue, bien souvent, ces notions prédicatives s'inscrivent avec un préfixe négatif marqué, comme les exemples suivants le révèlent:

«être pair/être impair»,
«être honnête/être malhonnête»,
«être potable/être non potable»,

mais on trouve d'autres exemples où cette négation n'est pas marquée:

«être blanc/être noir»,
«être sage/être fou».

Où il est question de relation inhomogène

Dans son exposé Martine Chavaz relève une particularité des prédicats de la logique naturelle qui les éloigne des prédicats standard. Il s'agit des prédicats qui admettent des contenus des jugement comme arguments en plus des objets de discours. Voici un exemple de ce type de relation:

Le photographe reconnaît que la photo est floue

La logique classique des prédicats est incapable de rendre compte de ce type de relations puisqu'elle ne considère que des relations entre individus. Il s'agit donc tout d'abord de déterminer quelles sont les catégories logiques articulées par cette relation, puis d'étudier ce qu'il faudrait construire dans un système logique pour être à même de la représenter.

L'analyse de cet exemple met en évidence que le prédicat «reconnaître que» possède deux arguments. Le premier est de la catégorie des entités individuelles, N, le second de la catégorie de contenus de jugement, S. Le prédicat «reconnaître que» peut donc être considéré comme un relateur formateur de proposition à deux arguments dont le premier est de la catégorie N et le second de la catégorie S; il s'agit donc d'un relateur de la catégorie S/NS. Résoudre ce problème dans le cadre d'une logique spécifique présuppose d'une part que celle-ci soit conçue sur les fondations d'un édifice catégoriel disposant des catégories de base des noms et des propositions et d'autre part, qu'on puisse avoir accès, par définition, aux catégories des relateurs complexes que nous voudrions représenter.

Dans la perspective de représenter un prédicat inhomogène quel qu'il soit, je ferai à nouveau appel aux systèmes logiques de S. Lesniewski. Il offre très adéquatement une base logique en termes des catégories des noms et des propositions, ainsi qu'une procédure constructive capable de donner accès à toute catégorie issue d'une combinaison des catégories de base.

Une nouvelle répartition des relateurs ensemblistes

La logique classique des prédicats est traditionnellement présentée avec une syntaxe qui contient notamment un ensemble de symboles de propriétés et un autre ensemble de symboles de relations. L'interprétation de cette syntaxe est projetée sur un univers ensembliste dans lequel apparaissent les relations d'appartenance, d'identité et de contenance. Il est rare que l'on explicite, dans la syntaxe, un symbole qui représenterait l'une ou l'autre de ces relations. On préfère formaliser une théorie des ensembles dans laquelle elles seraient explicitement définies ou posées. Une autre solution consiste à construire une expansion du calcul des prédicats du premier ordre en spécifiant de manière axiomatique, ou à l'aide de règles déductives, la signification de l'identité (Grize 1971). Il est vrai que du point de vue de la pureté logique, il y a une certaine corruption à mélanger ce que l'on pense relever de la logique pure avec des opérateurs et des relateurs qui servent à exprimer l'organisation de mondes et qui permettent de calculer de manière extensionnelle sur ceux-ci. Les adeptes d'une logique pure me pardonneront de lui associer des relateurs et opérateurs qui, à défaut de corrompre cette pureté, ont le mérite de participer à l'explicitation de mécanismes inférentiels mis en oeuvre dans la pensée raisonnée. En prenant cette décision, il m'est dès lors possible d'envisager la définition de différentes familles de relateurs d'appartenance et d'inclusion. Il y a tout d'abord celle qui règle le discours relationnel du distributif par rapport aux différentes organisations individuelles. Ces relations peuvent s'exprimer discursivement de la manière suivante:

- *a* est identique à *b*,
- *a* est fortement égal à *b*,
- tout *a* est *b* (inclusion faible),
- chaque *a* est *b* (inclusion forte),
- quelque *a* est *b* (inclusion partielle),
- aucun *a* n'est *b*.

L'idée ici n'est pas de formaliser ces formes à l'aide des connecteurs logiques de conditionnelle, de conjonction, de négation, ainsi que de la quantification, mais de réellement disposer dans la syntaxe d'une représentation des relateurs qui sont effectivement mis en oeuvre.

J'ai esquissé ci-dessus le dessein visant à représenter dans la syntaxe d'une logique les relateurs qui fondent certaines relations entre entités individuelles, entre individus et extensions d'individus, entre extensions d'individus elles-mêmes. Ce projet n'est pas nouveau. En effet, aussi bien la logique des classes qu'une formalisation de la théorie classique des ensembles remplissent ce rôle. Ce qui devient plus intéressant c'est d'imaginer un développement qui prenne en compte d'autres relateurs, des relateurs d'ordre supérieur. Ceux-ci devraient être à même de représenter, entre autres choses, des relations d'inclusion ou d'appartenance qui s'appliquent à des relations et propriétés d'individus. Cela permettrait de traiter d'une manière nouvelle et probablement plus naturelle des propositions telles que:

> Pleurer est affligeant

ou

> être symétrique et transitif entraîne être réflexif

De manière traditionnelle les deux propositions s'analysent ainsi:

> Pour tout objet de pensée, s'il est associé à être pleurant, il est alors associé à être affligeant,

et

> Pour tout objet de pensée, s'il est à la fois associé à être symétrique et à être transitif, il est alors également associé à être réflexif.

Dans la perspective que je préconise l'interprétation serait la suivante:

> la notion «être affligeant/non affligeant» est pertinente pour la propriété être pleurant et le terme être affligeant s'y applique.

et

> la conjonction des propriétés «être symétrique» et «être transitif» entraîne la propriété «être réflexif».

Ce jeu relationnel sur des propriétés d'individus, en fait une mise en oeuvre de relateurs d'ordre supérieur, est facilement réalisable dans les systèmes logiques de Lesniewski.

2. Pourquoi s'intéresser à Lesniewski?

A de très nombreuses reprises, j'ai mentionné le nom de Lesniewski et annoncé que la solution des quelques problèmes que je viens de décrire se trouve dans ses systèmes. Ce choix ne relève ni d'une obsession, ni d'une passion. Il se fonde sur le fait que les théories logiques de Lesniewski possèdent deux qualités essentielles permettant d'atteindre les objectifs que je poursuis. La première qualité réside dans le fait que ce savant polonais n'a pas développé des logiques particulières, mais qu'il a façonné un outil méthodologique efficace permettant de construire le système logique que l'on souhaite construire, et ceci, à partir d'une base en termes de significations primitives extrêmement modeste. La deuxième qualité réside dans le fait que cet outil contient une procédure définitoire constructive permettant de donner accès à toute particule logique conçue sur la base de la catégorie des propositions et de celle des noms, particule dont nous percevons la nécessité de sa présence dans l'explicitation d'un mécanisme raisonné. Potentiellement cet outil donne accès à la définition de tout relateur et foncteur d'une quelconque catégorie syntaxique conçue sur celles, basiques, des propositions et des noms. Il n'existe donc pas de théorie plus riche pour aborder le discours du vrai et du faux, ainsi que celui qui règle les propriétés et les relations, quelle que soit la catégorie de leurs arguments. C'est la raison pour laquelle je m'intéresse à cette oeuvre.

Pour bien comprendre l'esprit et la nature des théories de Lesniewski, il est utile, je le crois, de connaître les raisons de leur émergence. C'est ce que je vous propose maintenant.

Une caractérisation des systèmes logiques de S. Lesniewski

Stanislaw Lesniewski [1886-1939], philosophe de formation, «rencontre» relativement tardivement la logique. C'est la lecture de *Über den Satz von Widerspruch bei Aristoteles* (Lukasiewicz 1910) qui le projette littéralement dans l'univers de la logique. Il découvre dans cet ouvrage la logique symbolique et l'antinomie russellienne: la classe de toutes les classes qui se ne contiennent pas elles-mêmes, se contient-elle elle-même? Cet événement important va déterminer son orientation dans le champ de la logique formelle. Lesniewski se plonge alors dans la lecture des oeuvres de Frege, de Husserl: les *Logische Untersuchungen* (1900-1901) et de Whitehead et Russell: le monumental *Principia Mathematica* (1910-1913). Cette découverte du formalisme et du paradoxe russellien se confond, dans un premier temps tout au moins, avec un refus du formalisme. Lecteur attentif des *Principia*, Lesniewski les décortique systématiquement pendant près de quatre ans (1914-1918). Cette lecture minutieuse lui pose problème. Lesniewski ne comprend pas le rôle du signe de l'assertion. Il n'accepte pas la définition de la classe-vide. L'étude des *Principia Mathematica* développe chez lui une grande méfiance à l'égard d'une logique symbolique qui se veut dépouillée de tout fondement intuitif. Cette hostilité disparaîtra lorsque Lesniewski réalisera qu'il peut appréhender les systèmes logiques comme des systèmes interprétés.

Les réactions de Lesniewski à l'égard du paradoxe russellien et les réflexions qu'elles suscitent en lui mérite attention. Formulée en 1902 dans le cadre de la théorie cantorienne des ensembles, l'antinomie de Russell provoque une réelle inquiétude chez les mathématiciens de l'époque qui s'intéressent aux fondements de leur science. Ceux-ci, les fondements, sont contradictoires. Cette révélation conduit à diverses recherches visant à reformuler la théorie des fondements mathématiques. L'exposé des *Principia Mathematica* en est un exemple. Cependant les démarches proposées alors se caractérisent davantage par une volonté d'éviter la formulation des antinomies que par le fait même de les surmonter.

> ...or un tel procédé n'est qu'une protection contre les contradictions qui menacent d'apparaître au-dedans d'un système et ne surmonte pas l'antinomie elle-même (Sobocinski 1949-1950: 16).

En effet, la théorie des types développée par Russell évite l'antinomie, mais ne la résout pas, ni ne l'explique.

Lesniewski va s'atteler au problème de la résolution de l'antinomie des classes de Russell. Ses démarches se caractérisent par la discipline qu'il s'impose pour vérifier que, dans les systèmes où l'antinomie apparaît, aucune incorrection ne réside dans les règles de raisonnement, ni dans la validité des présupposés. Ainsi, s'il apparaissait qu'une règle de raisonnement était incorrecte ou qu'un des présupposés du système n'était pas valide, le problème de l'antinomie n'en serait plus un. En effet, déceler l'origine de la contradiction expliquerait la raison de l'existence même de l'antinomie. C'est en étudiant la signification des présupposés à la lumière des différents termes primitifs qu'ils contiennent: «ensemble», «classe», «être élément de»,... qu'il met en évidence que la notion de classe présentée alors sous-tend deux significations: l'une collective et l'autre distributive, et que ces deux significations sont contradictoires entre elles. L'origine de la contradiction était ainsi expliquée. Lesniewski ne s'arrête pas là. Ses démarches le conduisent tout naturellement à s'intéresser à cette notion de classe investie d'un caractère collectif. Il poursuit donc ses travaux dans le sens de l'édification d'une théorie nouvelle relative à la notion de classe collective: la méréologie. C'est en 1916 qu'il en publie une première synthèse sous le titre de *Podstamy ogolnej teoryi mnogosci* (Les fondements de la théorie générale des ensembles, 1919).

Par la suite, la nécessité de formaliser les raisonnements, utilisés de manière intuitive dans l'exposé de sa théorie générale des ensembles, le conduit à développer une théorie générale des noms: l'ontologie et une théorie des propositions élargies: la protothétique. Ainsi, l'ordre chronologique de la création des systèmes de Lesniewski est l'inverse de leur ordre logique. En effet, la méréologie, qui est une théorie logique appliquée, se base sur les deux systèmes déductifs: l'ontologie et la protothétique; et l'ontologie, à son tour, se fonde sur la protothétique constituant le système de base de la théorie lesniewskienne.

A l'évidence, Lesniewski n'a pas directement contribué au très vaste courant de pensée logique que Russell, notamment, fédère à l'aube de ce siècle. Lesniewski oeuvre en marginal. Il était donc certainement plus apte à poser un regard critique sur ce qui avait été construit que ceux qui avaient été aspirés par ce courant. Il était ainsi davantage perméable à des perspectives logiques plus généreuses que celles ayant participé au fondement des mathématiques. Ne trouvant pas dans le calcul classique des propositions et des prédicats du premier ordre ce qu'il y cherche, il va développer de nouveaux systèmes. Mais que cherche-t-il? ou plutôt, en quoi la logique classique des propositions et des prédicats nc saurait-elle lui convenir?

Il ne peut se satisfaire de théories fermées n'offrant qu'un nombre limité de constantes logiques. Il n'est pas satisfait par le rôle classique attribué à la quantification. Il ne voit aucune raison valable pour associer aux noms uniquement des entités individuelles. La notion de classe, telle qu'elle est appréhendée dans la perspective russellienne, le déroute profondément par son aspect dénaturé. Il n'accepte pas d'attribuer à la définition seulement un rôle de commodité linguistique, de fonction abréviative. Il considère que la définition est une activité de pensée déterminante dans le développement d'une connaissance nouvelle et que le logicien doit respecter ce rôle inférentiel. C'est à travers elle qu'un système logique doit s'élaborer, et ceci à partir d'une base modeste en termes de significations primitives. Mais comment restituer à la définition le rôle qui lui revient? et sur quelle base logique ancrer cette procédure définitoire développementale? Le problème n'est pas simple dans la mesure où il est nécessaire de concilier trois ordres de problèmes. Il s'agit d'abord de cerner les conditions nécessaires et suffisantes qui participent à la construction d'une définition. Puis de penser l'activité définitoire comme une activité inférentielle interne au système considéré. Il y a enfin la nécessité de déterminer quelle(s) signification(s) primitive(s) permet(tent) tout à la fois d'être en accord avec une procédure définitoire inférentielle, et d'être à même de donner progressivement accès à toute constante logique d'une quelconque catégorie syntaxico-sémantique souhaitée. A chacune de ces objections, à tous les problèmes qu'elles soulèvent, Lesniewski va offrir une réponse claire et originale, plus en accord avec les activités que la pensée met en oeuvre dans l'efficace de sa fonction de connaissance, que celle préconisée par la logique mathématique. Lesniewski développe alors des systèmes logiques libres, universels, d'ordre supérieur, développementaux dans lesquels la quantification est dissociée de la notion d'existence,

> thereby abolishing certain confusions which vitiate some contemporary logics (Henry 1972: 28-29)

et qui sur la base des catégories syntaxico-sémantiques des propositions, S, et des noms, N, donnent accès, grâce à une procédure définitoire inférentielle, à une quelconque constante d'une quelconque catégorie issue des seules catégories primitives

Un aperçu des théories logiques de Lesniewski

Je m'intéresserai essentiellement à la présentation de l'ontologie et de la méréologie. C'est dans le cadre de ces deux systèmes que j'offrirai une solution formelle aux problèmes esquissés préalablement. De la protothétique, j'en dirai l'esprit et préciserai sur quelle base modeste elle est conçue.

La protothétique est une théorie logique des propositions élargies. Toute variable de n'importe quelle catégorie syntaxique pouvant progressivement y être inscrite, y compris celle des propositions, est quantifiable. De plus, la protothétique, comme tous les systèmes de Lesniewski, est d'une nature conceptuelle très différente de ceux dits classiques que nous avons l'habitude d'utiliser. En effet, il est conçu pour être développé d'une manière progressive, sur la base de ce qui a déjà été préalablement posé ou défini. Une telle dynamique est conduite par une directive de définition qui permet d'introduire des thèses-définition internes au système. Cette manière de faire offre la possibilité de représenter progressivement des idées nouvelles dans le système. Une telle liberté définitoire est possible parce que toute constante ou variable d'une quelconque catégorie syntaxique est contextuellement déterminée, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas d'ensembles de symboles préalablement et catégoriellement déterminés. Un symbole révèle son appartenance catégorielle uniquement par rapport à la place qu'il occupe dans l'expression bien formée dans laquelle il est inséré. Ce symbole est un symbole *marque*, et non pas un symbole *type*. Cette manière de considérer une théorie formelle rend la polysémie possible et décidable. Il est dès lors possible d'inscrire, par exemple, deux significations différentes de la conjonction en utilisant le même symbole. Une détermination contextuelle permettra de distinguer leur catégorie. En plus de cette directive inférentielle de définition, la protothétique «standard» contient les directives de «détachement, de substitu-

tion, de distribution des quantificateurs et d'extensionnalité» (Lesniewski, 1929).
Tout cet édifice logique se fonde sur une base axiomatique qui contient l'unique foncteur primitif de biconditionnelle, ainsi que des variables de la catégorie des propositions et de celle des foncteurs binaires.

L'ontologie.

Proposons une approche présémantique pour aborder l'ontologie de Lesniewski. Une telle approche est constituée par l'appréhension naïve et naturelle que nous avons du monde et de la manière d'en parler. Nous croyons à l'existence matérielle ou non matérielle de choses; «Socrate», «cette page», «la lune» appartiennent à notre réalité. Nous savons raisonner avec de tels objets et, pour le faire, nous leur associons des noms. Ces noms sont considérés comme des *noms individuels*, des noms qui dénotent des choses considérées comme des entités. Mais on sait qu'il existe des noms d'une autre nature; il y a des *noms généraux*, «Nicolas Bourbaki» — ce mathématicien polycéphale — est l'un d'entre eux. Il existe également un autre type de noms; les logiciens les connaissent bien, eux qui n'ont cessé de raisonner sur le thème de «Pégase», l'«actuel roi de France» et autre «cercle-carré». Il s'agit des *noms vides*, c'est-à-dire des noms qui ne dénotent aucun objet. Enfin, il existe des objets sans nom et, pour cette raison, nous ne saurions en parler. Lesniewski va admettre cette variété en rapport avec la catégorie des noms.

Lorsque nous parlons, lorsque nous raisonnons, nous ne cessons d'utiliser — dans les langues indo-européennes en tous les cas — la copule *est*. Cette copule joue un rôle logique considérable, même si elle n'apparaît pas explicitement dans le calcul logique des prédicats dans lequel elle se voit amalgamée, d'une certaine manière, aux propriétés et aux prédicats. Lesniewski s'y intéresse directement, et ceci pour des raisons d'évidence toute pratique. En effet, lorsqu'il développe les linéaments de sa théorie des ensembles collectifs, il les expose dans une langue naturelle. Axiomes et théorèmes apparaissent comme des propositions particulières dans lesquelles la copule *jest*, l'équivalent du *est* en polonais, abonde. Cette copule est associée aux noms qu'il utilise pour organiser les objets de sa théorie. Il s'intéresse donc à la signification de cette copule lorsqu'elle articule des noms. Cet intérêt aboutit à l'explicitation d'une théorie des termes capable de représenter un calcul des noms.

Le génie de Lesniewski est associé à une exigence de rigueur peu commune, et à la conscience qu'une langue formelle doit hériter, dans la mesure du possible, de toutes les richesses que nous offre la pensée en discours, et notamment son pouvoir de créativité. Cette attitude explique en partie son refus de travailler avec les systèmes de la tradition russellienne. Il va donc offrir un système logique qui inscrit de manière axiomatique une signification de la copule. Ce système, à l'image de la protothétique, est d'une nature conceptuelle très différente de ceux dits classiques que nous avons l'habitude d'utiliser. Il peut donc être également développé de manière progressive, sur la base de ce qui a déjà été préalablement posé ou défini. Une telle dynamique est conduite par une directive de définition à caractère ontologique qui permet d'introduire des thèses-définition internes au système. Cette manière de faire offre la possibilité de représenter progressivement des idées nouvelles dans le système. Une telle liberté définitoire est possible, rappelons-le, parce que toute catégorie syntaxico-sémantique est contextuellement déterminée, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas d'ensembles de symboles préalablement et catégoriellement déterminés. Un symbole, dans ces systèmes, est donc un symbole *marque* et non pas un symbole *type*. Cette manière de considérer une théorie formelle rend de plus la polysémie possible et décidable. Nous aurons l'occasion de revenir une fois encore sur l'aspect définitoire des théories de Lesniewski.

Sur la base des idées esquissées préalablement, Lesniewski établira de manière univoque la signification de la copule qu'il utilise dans les discours réglant ses déductions logiques. Il en présentera une première version formelle en 1930 sous la forme d'un unique axiome qui contient un seul terme primitif, l'epsilon ε. Il ne s'agit en aucun cas du symbole d'appartenance de la théorie classique des ensembles. Ce terme apparaît dans des propositions dites *singulières* dont la forme est la suivante $a \varepsilon b$.

Cette proposition peut se lire de manière présémantique de la manière suivante:

a ε b: *a* est le (ou un des) *b*

les termes *a* et *b* représentent des objets formels de la catégorie syntaxico-sémantique des noms. Nous désignerons cette catégorie par la lettre majuscule N. L'epsilon ε est donc un foncteur formateur de propositions à partir de deux arguments de la catégorie des noms, ce que nous désignerons par l'équation formelle suivante: S/NN.

L'évaluation d'une proposition singulière de la forme *a* ε *b* est le vrai si et seulement si toutes les conditions suivantes sont réalisées:

1) Le terme *a* ne représente pas un nom sans dénotation;
2) le terme *a* représente un nom individuel. Ce nom ne peut pas dénoter plus d'un individu;
3) si un terme est associé à un nom qui possède la même dénotation que celui associé à *a*, alors il est en correspondance avec les objets — ou l'objet — dont le nom est associé au terme *b*.

Cette formulation n'est pas très élégante. La première clause stipule l'existence de *a*, la deuxième inscrit l'unicité de *a* et enfin la troisième clause explicite un principe de convergence en ce sens que tout ce qui pourrait être *a* est aussi un des *b*.

Cette signification de l'epsilon de Lesniewski s'exprime au travers de la réalisation formelle suivante dans laquelle $\lfloor a \rfloor$ peut être lu «quel que soit *a* » et $\lfloor \exists b \rfloor$ «il y a *b*».

$$
\begin{array}{lll}
\text{Axiome: } \lfloor ab \rfloor \lceil a\ \varepsilon\ b \equiv & \lfloor \exists c \rfloor \lceil c\ \varepsilon\ a \rceil \wedge & \text{(existence)} \\
 & \lfloor dc \rfloor \lceil (c\ \varepsilon\ a \wedge d\ \varepsilon\ a) \supset d\ \varepsilon\ c \rceil \wedge & \text{(unicité)} \\
 & \lfloor c \rfloor \lceil c\ \varepsilon\ a \supset c\ \varepsilon\ b \rceil \rceil & \text{(convergence)}
\end{array}
$$

En utilisant cette signification-là de la copule et en choisissant comme domaine sémantique le domaine des connaissances naïves communément partagées, il est possible d'évaluer les propositions suivantes:

Aristote est un philosophe de l'Antiquité
— comme une proposition vraie.

Jean-Paul II est un mathématicien célèbre
— comme une proposition fausse. En effet, bien que Jean-Paul II existe et soit unique, il n'est pas le cas qu'il soit un mathématicien.

Pégase est un cheval ailé
— comme une proposition fausse, parce que Pégase n'existe pas, Pégase ne dénote aucun objet.

L'homme est mortel
— comme une proposition fausse parce que l'homme dans ce contexte est un nom général, il dénote plus d'un objet. En fait, il s'agit de la forme contractée d'une universelle affirmative qui peut s'écrire ainsi:

$$\llcorner c \lrcorner \ulcorner c\,\varepsilon\, a \supset c\,\varepsilon\, b \urcorner$$

et qui serait vraie.

Nous avons choisi de représenter la quantification d'une autre manière que celle généralement utilisée. Rappelons-le, il ne s'agit pas d'une coquetterie, mais d'une nécessité dans la mesure où dans les théories de Lesniewski, la quantification ne possède pas le caractère existentiel implicite des logiques classiques, ni celui explicite des logiques libres standards. Dans la perspective d'une interprétation sur un domaine sémantique, elle ne saurait donc être objectuelle. Répétons-le, dans cette théorie, existence et quantification sont deux notions distinctes.

L'ontologie de Lesniewski est une théorie logique et, comme telle, elle contient des directives inférentielles. Elles sont au nombre de sept: une directive de détachement, une de substitution, une directive opérant sur la quantification, deux directives d'extensionnalité et deux directives de définition. Nous insisterons uniquement sur les directives de définition. C'est à travers elles qu'il est possible d'étendre progressivement le système, d'y introduire de nouvelles significations, et ceci sur la base des constantes et des catégories syntaxico-sémantiques que contient l'axiome ainsi que celles qui ont été préalablement et progressivement inscrites.

Les directives de définition ont une forme analogue aux définitions protothétiques, et répondent également aux conditions de toute définition explicite bien formée (Carnap 1949). Il est hors de propos d'expliciter ici davantage toutes les conditions associées à ces directives, nous nous contenterons d'en donner une représentation schématique et de la commenter. Par ailleurs, nous ne proposerons que les schémas définitoires de fonctions régulières.

Définition ontologique de type propositionnel:

Si x, y, ..., z sont *n* variables de catégories syntaxico-sémantiques c_x, respectivement c_y, ..., c_z (catégories préalablement introduites dans le système et construites sur la base des catégories des propositions et des noms) et que E est une expression bien formée en fonction de ce que le système contient actuellement (expression qui contient toutes les *n* variables x, y, ..., z) alors l'expression suivante est une bonne définition ontologique de type propositionnel:

$$\lfloor xy...z \rfloor \lceil \underbrace{f(xy...z)}_{\text{definiendum}} \equiv \underbrace{E_{xy...z}}_{\text{definiens}} \rceil$$

Cette expression introduit un nouveau foncteur constant, *f*, de la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à partir de *n* arguments dont le premier est de la catégorie c_x, le deuxième de la catégorie c_y ,...., et le dernier de la catégorie c_z. Nous représenterons ainsi cette nouvelle catégorie:

$$S/c_x \ \ c_y \ ... \ c_z$$

Définition ontologique de type nominal:

Si x, y, ..., z sont *n* variables de catégories syntaxico-sémantiques c_x, respectivement c_y, ..., c_z (catégories préalablement introduites dans le système et construites sur la base des catégories des propositions et des noms) et que E est une expression bien formée en fonction de ce que le système contient actuellement (expression qui contient toutes les *n* variables x, y, ..., z) alors l'expression suivante est une bonne définition de type nominal:

$$\lfloor xy...z \rfloor \lceil a \ \varepsilon \ \underbrace{g(xy...z)}_{\text{definiendum}} \equiv \underbrace{(a \ \varepsilon \ a \wedge E_{xy...z})}_{\text{definiens}} \rceil$$

Cette expression introduit un nouveau foncteur constant, *g*, de la catégorie des foncteurs formateurs de nom à partir de *n* arguments dont le premier est de la catégorie c_x, le deuxième de la catégorie c_y, ...,et le dernier de la catégorie c_z. Nous représenterons ainsi cette nouvelle catégorie:

$$N/c_x \ \ c_y \ ... \ c_z$$

Sur la base de ces directives et en utilisant les informations que contient l'axiome, à savoir les quatre catégories syntaxico-sémantiques primitives (S, N, S/NN, S/SS), ainsi que les constantes associées à certaines d'entre elles (ε, $\equiv$, $\wedge$, $\supset$), il est possible de construire progressivement de nouvelles constantes d'une quelconque catégorie. Dans la perspective d'expliciter, dans un langage formel, les subtilités liées à l'expression de la référence, nous proposons les définitions formelles suivantes que nous paraphraserons chaque fois:

Df.1 $\lfloor a \rfloor \lceil !\{a\} \equiv \lfloor \exists b \rfloor \lceil a \ \varepsilon \ b \rceil \rceil$
Il y a un nom et ce nom dénote au moins un individu, ou il existe au moins un *a*.

Df.2 $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \rightarrow \{ a \} \equiv \llcorner bc \lrcorner \ulcorner (b \, \varepsilon \, a \wedge c \, \varepsilon \, a) \supset b \, \varepsilon \, c \urcorner \urcorner$
Il y a un nom et ce nom dénote au plus un individu, ou il existe au plus un *a*.

Df.3 $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \downarrow \{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \, \varepsilon \, a \urcorner \urcorner$
Il y a un nom et ce nom dénote exactement un individu, ou il existe un et un seul *a*.

Df.4 $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner = \{ab\} \equiv (a \, \varepsilon \, b \wedge b \, \varepsilon \, a) \urcorner$
Les noms *a* et *b* dénotent le même individu

Df.5 $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \Xi \, \{ab\} \equiv \llcorner c \lrcorner \ulcorner c \, \varepsilon \, a \equiv c \, \varepsilon \, b \urcorner \urcorner$
Les noms *a* et *b* ont la même extension

Df.6 $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \, \varepsilon \sim \langle b \rangle \equiv (a \, \varepsilon \, a \wedge \neg \, (a \, \varepsilon \, b)) \urcorner$
Il s'agit — dans notre construction progressive — de le première définition de type ontologique. Elle inscrit la définition de la négation nominale en utilisant notamment la négation propositionnelle.

Df.7 $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \, a \, \varepsilon \wedge \equiv (a \, \varepsilon \, a \wedge \neg \, (a \, \varepsilon \, a)) \urcorner$
Il s'agit du cas particulier de la définition d'un foncteur constant de degré zéro, c'est-à-dire d'une constante. Le terme $\wedge$ est le terme contradictoire, il est associé aux noms qui ne dénotent pas. C'est le nom vide ou, comme l'écrit Henry (1972: 37), «$\wedge$ here defined may be read off as 'object which does not exist'»

Sur la base de ces définitions-là, et en utilisant l'axiome de l'ontologie ainsi que toutes les directives à disposition, différentes thèses peuvent être dérivées dans ce système. Nous en mentionnons quelques-unes:

Th.1 $\llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner \neg \, ! \, \{ a \} \urcorner$
Il y a un nom et ce nom ne dénote pas.

Th.2 $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner (a\, \varepsilon\, b) \supset =\{a\ a\} \urcorner$
Quel que soit le nom *a*, s'il est un nom individuel, alors il est identique à lui-même.

Th.3 $\neg \llcorner a \lrcorner \ulcorner =\{a\ a\} \urcorner$
Il n'est pas toujours le cas qu'un nom soit identique à lui-même. Le principe d'identité n'est valide que pour les noms individuels.

Th.4 $\llcorner a \lrcorner \ulcorner (a\, \varepsilon \wedge) \supset \neg =\{a\ a\} \urcorner$
Si un nom a la même extension que le nom contradictoire, alors il n'est pas identique à lui-même.

Ces quelques exemples illustrent la très grande richesse et la très grande liberté expressives de l'ontologie de Lesniewski. Ces quelques définitions de foncteurs d'existence de la catégorie syntaxico-sémantique des noms ne sont qu'un choix parmi d'autres. Si la nécessité ou l'intérêt nous avait conduit à réfléchir à des notions d'existence associées à d'autres catégories que celle des noms, ce système conviendrait également. Comme il conviendrait aussi pour définir un foncteur constant d'une quelconque catégorie conçue sur la base des catégories des noms et des propositions pour autant qu'elles aient été préalablement introduites.

La méréologie ou théorie des classes collectives

Lesniewski n'est pas logicien de formation. Il le devient, comme j'ai tenté de le montrer ci-dessus, un peu par accident. Afin de saisir et d'apprécier davantage la nature de ses théories et l'esprit qui participe à leur élaboration, insistons une fois encore sur sa manière de réagir par rapport aux problèmes que pose la compréhension de la notion de classe. Lesniewski est un travailleur acharné et un lecteur très critique; il lit beaucoup, et notamment, Cantor, Frege, Russell, Schröder, ... Ces lectures le déconcertent et l'agacent quelque peu. Que sont cette classe vide et cette classe qui n'est pas subordonnée à elle-même? «Il s'agit tout simplement de quelques objets «inventés» par les logiciens pour le tourment de nombreuses générations» écrira-t-il (1927: 200). Cette réaction à l'égard du formalisme est encore exacerbée à la lecture des *Principia Mathematica.* En y cherchant la définition de «classe», il met en évidence, entre autres choses, les trois caractéristiques suivantes:

— Les symboles de classes sont utilisés comme des commodités linguistiques. Rien n'est dit de ce que peut être une classe, sinon qu'elle est la même chose qu'une extension et qu'elle n'est pas un objet authentique.

— Le refus de la part de Russell d'accepter la classe comme un objet; cette impossibilité découle du fait qu'un objet ne peut pas être à la fois un et plusieurs.

— Une imprécision gênante dans la formulation de la définition de «classe» ne peut que troubler un lecteur en quête d'informations précises. En effet, le fait que: «The symbols for classes...are incomplete symbols» et «...an extension (Which is the same as a class) is a incomplete symbol» (Whitehead & Russell 1910, vol. I : 75) ne contribue pas à donner une définition claire de cette notion.

Insatisfait, Lesniewski va progressivement construire la définition de ce qu'il perçoit comme étant une classe. Il aborde cet objet comme une réalité, un amas, un agrégat, un agglomérat, un tas constitué d'éléments disjoints ou non, objet fondamentalement différent de l'invention théorique des mathématiciens. Une telle manière d'aborder la notion de classe ne semble pourtant guère s'écarter de celle du créateur de la théorie des ensembles, Georg Cantor:

> Jede Menge wohlunterschiedener Dinge kann als ein einheintliches Ding für sich angesehen werden, in welchem jene Dinge Bestandteile oder constitutive Elemente sind (1887: 83).

Considérant ainsi que ce sont les éléments qui créent la classe, le problème de la classe vide se pose alors. Elle n'existe pas, dira Lesniewski.

> Le problème de la classe vide n'a pas retenu mon attention, car lorsque j'ai été confronté à cette conception de la classe vide, je l'ai considérée comme une conception mythologique (1927: 186).

Poursuivant ses recherches, Lesniewski va soigneusement étudier de quelle manière le terme de «classe» est utilisé dans le langage de tous les jours. Il parvient ainsi à concevoir une définition de la classe qui

> est en agrément avec l'usage courant de l'expression «classe» dans le langage ordinaire, dans le langage ordinaire — ajoute-t-il ironiquement — de ceux qui n'ont jamais été averti de la théorie des classes ou des ensembles. (1927: 190).

Il s'agit de la définition collective de la notion de classe dont il publie une première synthèse en 1916. Cette présentation, la théorie des classes collectives (ou méréologie), est entièrement exposée en polonais. Elle n'est donc pas formalisée. La raison en est due à cette profonde méfiance que Lesniewski ressent alors à l'égard du formalisme. L'exposition qui suit est la traduction française de la base axiomatique de la première version de cette théorie.

Axiome I: Si P est une partie de Q, alors Q n'est pas une partie de P
Axiome II: Si P est une partie de Q et Q est une partie de R, alors P est une partie de R
Définition 1: P est un ingrédient de Q si et seulement si P est le même objet que Q ou une partie de Q
Définition 2: P est la classe des a si et seulement si
a) P est un objet;
b) chaque a est un ingrédient de P;
c) pour tout Q — si Q est un ingrédient de P, alors un ingrédient de Q est un ingrédient de a.
Axiome III: Si P est la classe des a et Q est la classe des a alors P est Q.
Axiome IV: Si un objet est a, alors un objet est la classe des a.
(1989: 79-80).

En utilisant cette relation de parties au tout — être ingrédient de — qui est transitive, réflexive et non symétrique, Lesniewski expose alors les caractéristiques essentielles de ce qu'il est possible de qualifier d'organisations collectives. Dans cette théorie, il démontre notamment que:

— la classe vide n'existe pas
— toute classe est ingrédient d'elle-même
— la classe des *a* est le même objet que la classe de la classe des *a*, et réciproquement.

La distinction entre la classe distributive et la classe collective est donc profonde. Pour mieux saisir cette différence, penchons-nous sur un exemple emprunté à Grize (1973: 86).

Considérons le concept «planète». La classe distributive des planètes est constituée d'un nombre fini d'éléments:

{Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune, Pluton}.

Cette classe ainsi constituée est unidimensionnelle dans la mesure où les éléments qui la composent sont de la même nature. Ils ne sont que ce que détermine exactement la propriété caractéristique, le concept qui l'engendre. Chaque élément possède la même nature conceptuelle. «Les anneaux de Saturne», «les taches de Mars», «la vallée du Rhône» et mille autres choses n'appartiennent pas à cette classe. Cette classe est particulière parce que la propriété caractéristique qui l'engendre est unique à la paraphrase près. Nous aurions pu remplacer «planète» par «astre sans lumière propre, tournant autour du Soleil et éclairé par lui», ou par tout autre *definiens* équivalent. Quelle que soit la description choisie, nous restons au même niveau de particularité.

La classe méréologique n'épouse pas les propriétés de la classe distributive. Au caractère unidimensionnel et particulier de la classe distributive, la classe collective oppose un caractère pluridimensionnel et non particulier. Aux qualités différentes des éléments correspond une grande richesse de relations qui les rend solidaires. Ainsi, la classe collective des planètes est tout aussi bien constituée des neuf planètes citées précédemment, mais également des anneaux de Saturne, des taches de Mars, de la vallée du Rhône, de Paris, de Jérusalem en conjonction avec la Palestine, d'autres agrégats et agglomérats, d'une multitude d'ingrédients encore, pour autant qu'ils obéissent aux conditions imposées par la définition même de la perspective collective. Ainsi cette richesse a ses limites, et s'il est possible de considérer des ingrédients de natures diverses, il n'est pas possible d'y mettre n'importe quoi. De plus, la base axiomatique qui fonde l'existence d'une classe collective permet de générer une classe de diverses manières. La classe collective générée par les neuf planètes ou celle générée par les atomes de ces atomes des planètes donnent accès aux mêmes ingrédients. L'approche collective offre ainsi la possibilité d'accéder aux ingrédients d'une classe de plusieurs manières différentes.

Ajoutons encore, pour clore cette présentation, que si le concept de classe distributive est l'aboutissement d'une longue réflexion sur la cardinalité des ensembles de nombres, la classe collective n'a pas du tout été conçue sur les bases de cette problématique, mais bien davantage en accord avec la perception de la classe telle qu'elle est mise en oeuvre par la pensée en discours. Ceci explique en partie sa nature plus «objective», moins artificielle que celle de la classe distributive. Cela correspond aussi à cette profonde confiance que Lesniewski possède dans sa manière de penser le «réel».

> Je me suis soucié davantage de l'harmonie entre mes théorèmes, dotés d'une forme aussi exacte que possible, et du «bon sens» des représentants de l'esprit laïque se vouant à l'étude de la réalité «non créée» par eux, que de l'accord entre ce que j'affirmais et les «intuitions» des théoriciens professionnels des ensembles, «intuitions» sorties du centrifugeur des esprits mathématiques équipés pour la «création libre», démoralisés par les «spéculations constructives» détachées du réel (1916, traduction 1989: 78).

3. Quelles solutions formelles

Notre projet est, rappelons-le, de proposer une solution logique à quelques problèmes dans lesquels la notion de relation joue un rôle important. Nous allons le faire maintenant dans le cadre des théories logiques de Lesniewski, théories qui viennent d'être esquissées.

Une solution par rapport à la relation d'ingrédience

Pour expliciter la nécessité de disposer d'une relation d'ingrédience afin de tester la validité de certains arguments, j'ai utilisé l'exemple suivant:

> tout homme est périssable
> DONC
> toute tête d'homme est périssable.

Pour résoudre le problème que pose cet argument, je vais le traduire dans le symbolisme de l'ontologie et de la méréologie en utilisant certaines de leurs significations primitives et en définissant de nouveaux relateurs. Les éléments suivants me seront nécessaires:

«être part de», il s'agit de la signification primitive qui fonde la méréologie et qui est explicitée dans les axiomes proposés en page 82.

«être ingrédient de», c'est également une définition qui a été posée préalablement (page 82), et dont l'expression formelle est la suivante:

Df.8: $\lfloor ab \rfloor \lceil a \; \varepsilon \; ing\langle b\rangle \equiv (a \; \varepsilon \; a \wedge (=\{ab\} \vee a \; \varepsilon \; pt\langle b\rangle)) \rceil$
«*a* est un ingrédient de b si et seulement si *a* est un objet et, soit a est identique à *b*, soit *a* est une partie de *b*». La définition de l'identité à été posée précédemment (page 82).

«être classe de», c'est encore une définition qui a été proposée précédemment (page 82),

Df.9: $\lfloor ab \rfloor \lceil a \; \varepsilon \; kl\langle b\rangle \equiv (a \; \varepsilon \; a \wedge \lfloor \exists c \rfloor \lceil c \; \varepsilon \; b \rceil \wedge$
$\lfloor d \rfloor \lceil d \; \varepsilon \; b \supset d \; \varepsilon \; ing\langle a\rangle \rceil \wedge \lfloor c \rfloor \lceil c \; \varepsilon \; ing\langle a\rangle \supset$
$\lfloor \exists de \rfloor \lceil d \; \varepsilon \; b \wedge e \; \varepsilon \; ing\langle d\rangle \wedge e \; \varepsilon \; ing\langle c\rangle \rceil\rceil) \rceil$

Il me reste encore à inscrire une définition nouvelle pour représenter un relateur inclusif exprimant que l'extension *a* est contenue dans l'extension *b*, et qui rend compte, sous une forme extensionnelle, de la proposition *chaque a est b*.

Df.10: $\lfloor ab \rfloor \lceil a \mathrm{C}\, b \equiv \lfloor \exists c \rfloor \lceil c \, \varepsilon \, a \rceil \wedge \lfloor d \rfloor \lceil d \, \varepsilon \, a \supset d \, \varepsilon \, b \rceil \rceil$

Il est intéressant de remarquer que nous disposons d'un système logique qui règle deux manières d'appréhender les objets. Il y a tout d'abord le discours qui met en oeuvre les relateurs extensionnels: «être un des», «être fortement inclus». Il y a ensuite les relateurs qui règlent le discours du collectif: «être part de», «être ingrédient de», «être classe de». Il y a une relation de l'un à l'autre. En effet, partant d'une expression telle que «*a* est un des *b*», qui exprime une manière extensionnelle de parler d'un univers, on peut accéder à la manière collective de l'envisager en pénétrant dans la méréologie et en utilisant notamment la notion de classe collective: «*c* est la classe des *a*», «*d* est la classe des *b*» ou «*e* est un des ingrédients de la classe des *a* », «*f* est un des ingrédients de la classe des *d*». Le mode de désignation de l'extensionnel devient ainsi un accès à l'analyse du collectif. Partant de l'expression «*a* est un des *b*», on peut accéder à «*d* est la classe collective générée par le *a*» ou «*c* est la classe collective générée par les *b*». Pour analyser l'argument problématique qui nous concerne, je jouerai avec cette distinction. L'idée est de démontrer le théorème qui exprime l'articulation suivante:

«quelles que soient les extensions désignées par les noms *a* et *b*, si l'extension *a* est fortement incluse dans l'extension *b*, alors, tout ingrédient de l'entité collective générée par les *a* est également un ingrédient de l'entité collective générée par les *b*.»

Une autre manière de formuler la chose pourrait être celle-ci:

«quelles que soient les extensions désignées par les noms *a* et *b*, si l'extension *a* est fortement incluse dans l'extension *b*, alors, l'extension des ingrédients de la classe collective conçue à partir de *a* est fortement incluse dans la classe collective conçue à partir de *b*.».

Cette dernière formulation prend la forme suivante:

Th.5: $\lfloor ab \rfloor \lceil a \mathrm{C}\, b \supset \mathrm{ing}<\mathrm{kl}<a>> \mathrm{C}\ \mathrm{ing}<\mathrm{kl}<b>> \rceil$

De manière plus concise, cette forme peut se lire ainsi:

«si les *a* sont contenus dans les *b*, alors les ingrédients de la classe des *a* sont inclus dans les ingrédients de la classe des *b*.».

Cette forme est une thèse de la méréologie. Elle supporte donc la résolution du problème posé par l'argument problématique. Cette manière de faire peut se généraliser à d'autres objet d'analyse, c'est ce que font Henry (1991) et Thom (1986).

Une solution pour le principe de pertinence

Le principe de pertinence tel que nous l'envisageons vise à subordonner un univers de connaissance sous un double rapport. Il y a d'une part l'affirmation qu'un objet est ou n'est pas concerné par une notion prédicative, c'est-à-dire par le couple constitué d'un prédicat et de son dual. Il y a d'autre part, si le rapport entre notion prédicative et objet est fondé, la volonté d'inscrire lequel des deux arguments du couple s'applique à l'objet. Ce principe de pertinence présuppose donc l'existence d'une négation autre que propositionnelle, négation qui articule la relation de contrariété entre les deux prédicats de la notion prédicative. Je dispose déjà de cette nouvelle négation. Bien qu'elle ait été définie précédemment, je la rappelle ici:

Df.6 $\lfloor ab \rfloor \lceil a\ \varepsilon \sim \langle b \rangle \equiv (a\ \varepsilon\ a \wedge \neg\, (a\ \varepsilon\ b)) \rceil$

Il m'importe maintenant de montrer tout d'abord que l'interaction de cette nouvelle négation avec la négation propositionnelle ne neutralise pas tout effet négatif et qu'on échappe ainsi au principe d'obversion. Il me faudra ensuite établir que cette négation prédicative (ou nominale) permet bien d'exprimer les conditions associées au principe de pertinence. Je satisferai à ces exigences en proposant et commentant diverses thèses (théorèmes) qu'on peut démontrer dans l'ontologie de Lesniewski.

Les théorèmes suivants supportent les propriétés fondamentales qui caractérisent le jeu de la négation prédicative et de la négation propositionnelle, tout en respectant les principes fondamentaux de la logique.

La non-contradiction:

Th.6: $\lfloor ab \rfloor \lceil \neg ((a \,\varepsilon\, b) \wedge \neg (a \,\varepsilon\, b)) \rceil$
Th.7: $\lfloor ab \rfloor \lceil \neg ((a \,\varepsilon \sim \langle b \rangle) \wedge \neg (a \,\varepsilon \sim \langle b \rangle)) \rceil$

«Un prédicat ne saurait s'appliquer et, en même temps, ne pas s'appliquer à un objet, et ceci, quel que soit le prédicat de la notion prédicative».

La contrariété:

Th.8: $\lfloor ab \rfloor \lceil (a \,\varepsilon\, b) \supset \neg (a \,\varepsilon \sim \langle b \rangle) \rceil$
Th.9: $\lfloor ab \rfloor \lceil ((a \,\varepsilon \sim \langle b \rangle) \supset \neg (a \,\varepsilon\, b)) \rceil$

«Si un prédicat s'applique à un objet, son dual ne saurait s'y appliquer»,

ou, présenté autrement:

Th.10: $\lfloor ab \rfloor \lceil \neg ((a \,\varepsilon\, b) \wedge (a \,\varepsilon \sim \langle b \rangle)) \rceil$

«Un prédicat et son dual ne peuvent s'appliquer au même objet».

La non-obversion:

Th. 11: $\lfloor \exists ab \rfloor \lceil \neg (\neg (a\, \varepsilon \sim \langle b \rangle)) \supset (a\, \varepsilon\, b)) \rceil$
Th. 12: $\lfloor \exists ab \rfloor \lceil \neg (\neg (a\, \varepsilon\, b) \supset (a\, \varepsilon \sim \langle b \rangle))) \rceil$

«Il y a des cas par rapport auxquels, si un prédicat ne s'applique pas à un objet, son dual également ne s'y applique pas».

La pertinence:

Th.13: $\neg \lfloor ab \rfloor \lceil (a\, \varepsilon\, b)\ V\ (a\, \varepsilon \sim \langle b \rangle) \rceil$

«Il n'est pas le cas pour tout objet et toute notion prédicative d'être associés».

Le tiers exclu revisité:

Th.14: $\lfloor ab \rfloor \lceil ((a\, \varepsilon\, b)\ W\ (a\, \varepsilon \sim \langle b \rangle))\ V \neg ((a\, \varepsilon\, b)\ W\ (a\, \varepsilon \sim \langle b \rangle)) \rceil$

«Pour tout objet et toute notion prédicative, soit l'objet est associé à la notion prédicative, soit il ne l'est pas; et s'il l'est, soit l'un, soit l'autre des deux termes de la notion s'y applique».

Représentation d'une relation inhomogène ou d'ordre supérieur

Le traitement classique des relations ne considère que les organisations relationnelles individuelles. Ainsi, quelle que soit la relation envisagée, elle appartient à la catégorie syntaxico-sémantique des relateurs formateurs de propositions à arguments nominaux: S/N...N. Notre intérêt nous conduit à penser la possibilité de définir des relateurs d'autres catégories. Il y a d'une part, ceux dont les arguments sont de catégories inhomogènes, c'est-à-dire les relateurs dont la catégorie d'un argument au moins est différent des autres, par exemple, S/N (S/N). D'autre part, il y a les relateurs d'ordre supérieur dont la catégorie de chaque argument est différente de la catégorie des noms, N. Pour réaliser cet objectif il est nécessaire de disposer d'un mécanisme constructif donnant progressivement accès à partir des catégories de base des propositions, S, et des noms, N, aux catégories complexes qu'on souhaite définir. La directive inférentielle de définition élaborée par Lesniewski permet d'atteindre cet objectif.

Nous ne nous intéresserons ici qu'à l'accessibilité des catégories. Nous négligerons pour le moment la signification sémantique des relateurs.

L'exemple analysé précédemment,

Le photographe reconnaît que la photo est floue,

met en évidence que la relation «reconnaître que» articule deux arguments: le premier est de la catégorie des noms, N; le deuxième de la catégorie des propositions, S. Cette relation est donc de la catégorie des relateurs formateurs de proposition à deux arguments dont le premier est de la catégorie des noms et le second de la catégorie des propositions, S/NS. Il s'agit donc d'un relateur inhomogène. Cette catégorie n'appartient pas encore au système que nous avons développé jusqu'ici, mais toutes les catégories en jeu y appartiennent. En utilisant la règle de définition, il est dès lors possible de définir un relateur constant de cette catégorie.

Df.8: $\lfloor ap \rfloor \lceil a \, R \, p \equiv (a \, \varepsilon \, a \wedge p) \rceil$

Cette définition, qui est conforme aux conditions qui règlent toute définition, introduit dans le système en développement la catégorie souhaitée: S/NS. Nous avons fait abstraction des conditions contextuelles associées aux définitions dans le système de Lesniewski, comme nous ne nous sommes pas préoccupés de l'adéquation sémantique du relateur R à la relation qu'il devrait représenter. Par ailleurs, nous pouvons offrir une autre définition conçue sur une analyse plus fine de l'exemple choisi. Cette analyse explicite l'articulation des catégories dans le contenu de jugement: *que la photo être floue.*

Il s'agit d'une proposition singulière du type *a* ε *b* que l'on peut traduire ainsi: telle photo est une de celle auxquelles la propriété «être floue» s'applique. Le nom général *b* supportant la propriété «être floue». Dans cette perspective, la relation «reconnaître que» appartiendrait à la catégorie des relateurs formateurs de proposition à trois arguments nominaux, catégorie à arguments du premier ordre homogène. L'accès à cette catégorie peut être réalisée par la définition suivante:

Df.9 $\llcorner abc \lrcorner \ulcorner R\{cab\} \equiv (c\, \varepsilon\, c \wedge a\, \varepsilon\, b) \urcorner$

Selon les nécessités de l'analyse, une autre solution est encore possible. Imaginons qu'il y ait nécessité de représenter la propriété «être floue» non pas à l'aide d'un nom général, mais comme une fonction propositionnelle à un argument nominal, S/N. Dans ce cas, la relation «reconnaître que» sera appartiendra à la catégorie des relateurs formateurs de proposition à trois arguments, dont les deux premiers appartiennent à la catégorie des noms, N, et le troisième à la catégorie des fonctions propositionnelles à un argument nominal, S/N. Il s'agit donc de disposer dans le système de la catégorie suivante: S/NN(S/N). Cela est rendu possible grâce à la définition suivante:

Df.10: $\llcorner abf \lrcorner \ulcorner R[abf] \equiv (a\, \varepsilon\, a \wedge f\{b\}) \urcorner$

Pour clore cette section, je propose d'inscrire par définition un relateur d'ordre supérieur de la catégorie formateur de proposition à deux arguments dont le premier est de la catégorie S/NNN, et le deuxième, de la catégorie S/N. Ces deux catégories sont présentes actuellement dans ce qui a été développé jusqu'ici. La première est représentée par la forme suivante: $\alpha\{abc\}$, et la deuxième par celle-ci: $\beta\{ab\}$. Une définition donnant accès à la catégorie voulue est la suivante:

Df.11: $\llcorner \alpha\beta \lrcorner \ulcorner \rho(\alpha\beta) \equiv \llcorner abc \lrcorner \ulcorner \alpha\{abc\} \wedge \beta\{ab\} \urcorner \urcorner$

En fonction des relateurs en jeu dans l'expression d'un raisonnement et de la finesse de l'analyse des propositions que ce raisonnement contient, les systèmes de Lesniewski peuvent être développés de manière à donner accès progressivement à tout foncteur de n'importe quelle catégorie syntaxico-sémantique conçue sur la catégorie des noms et des propositions.

Quelques relateurs particuliers

J'ai explicité précédemment mon intérêt à disposer, dans la syntaxe d'une logique, de relateurs constants dont la signification est liée aux relations qui spécifient l'organisation extensionnelle d'un univers. Ceux-ci s'expriment dans la langue vernaculaire sous les formes suivantes:

- *a* est identique à *b*,
- *a* est fortement égal à *b*
- tout *a* est *b* (inclusion faible),
- chaque *a* est *b* (inclusion forte),
- quelque *a* est *b* (inclusion partielle),

Certains d'entre eux ont déjà été définis dans la mesure où ils contribuaient à l'explicitation de nouvelles définitions. Il s'agissait de la définition de l'identité et de l'inclusion forte:

Df.4: $\lfloor ab \rfloor \lceil = \{ab\} \equiv (a \varepsilon b \wedge b \varepsilon a) \rceil$

$\lfloor ab \rfloor \lceil a \mathrm{C} b \equiv \lfloor \exists c \rfloor \lceil c \varepsilon a \rceil \wedge \lfloor d \rfloor \lceil d \varepsilon a \supset d \varepsilon b \rceil \rceil$

Proposons maintenant les définitions de l'égalité, de l'inclusion faible et de l'inclusion partielle.

Df.12: $\lfloor ab \rfloor \lceil \div \{ab\} \equiv \lfloor c \rfloor \lceil (c \varepsilon a \equiv c \varepsilon b) \rceil \rceil$ (égalité)

Df.13: $\lfloor ab \rfloor \lceil \kappa \{ab\} \equiv \lfloor c \rfloor \lceil (c \varepsilon a \supset c \varepsilon b) \rceil \rceil$ (inclusion faible)

Df.14: $\lfloor ab \rfloor \lceil \blacklozenge \{ab\} \equiv \lfloor \exists c \rfloor \lceil (c \varepsilon a \wedge c \varepsilon b) \rceil \rceil$ (inclusion partielle)

Avec ces quelques définitions nous disposons d'un moyen syntaxique pour exprimer les relations qui s'appliquent à un univers organisé de manière extensionnelle. Il est possible de définir des relateurs qui expriment une certaine inclusion, par exemple, au niveau des propriétés. Je peux, en effet, définir un relateur d'ordre supérieur qui caractérise que la propriété α est fortement incluse dans la propriété β. Pour cela il suffit de définir un relateur de la catégorie formateur de proposition, S, à deux arguments de la catégorie des fonctions propositionnelles à un argument nominal, S/(S/N)(S/N). Il s'agit de la définition suivante:

Df.15: $\lfloor \alpha\beta \rfloor \lceil \alpha \, \mathrm{C} \, \beta \equiv \lfloor \exists c \rfloor \lceil \alpha\{c\} \rceil \wedge \lfloor d \rfloor \lceil \alpha\{d\} \supset \beta\{d\} \rceil \rceil$

4. Epilogue

Dans cet article, j'ai traité de plusieurs objets. Dans un premier temps, j'ai esquissé le cadre méthodologique dans lequel je me situe et présenté les objectifs que je poursuis. Il s'agissait d'expliciter de quelle manière j'appréhende l'articulation entre la logique formelle et la logique naturelle, et de préciser les liens méthodologique et systémique que je noue entre elles. Dans une deuxième partie, en profitant de l'intérêt que je porte à la notion de relation, j'ai analysé plusieurs arguments où elle intervient. J'ai mis en évidence que ces arguments ne pouvaient être traités dans le cadre de la logique classique du premier ordre. L'analyse formelle de ces arguments nécessite une expansion, un développement de la logique classique, développement dont il est exigé qu'il préserve la non-contradiction et la vérifonctionnalité. Pour réaliser cette expansion, j'ai choisi d'utiliser les bases méthodologiques développées par Lesniewski. Ce choix est motivé par le fait que les théories logiques de Lesniewski, tout en partageant les objectifs de la logique classique, c'est-à-dire cerner le discours du vrai et du faux, ainsi que celui de la référence, dépasse très largement ce que les théories classiques nous offrent et constitue même la réalisation la plus achevée d'un tel projet. Enfin je propose quelques solutions formelles aux problèmes préalablement évoqués.

La question des relations n'est pas épuisée, tant s'en faut. Notre intention était plus modeste, nous voulions simplement montrer que le traitement des relations peut s'enrichir dans le cadre d'une logique moins restrictive que celle dite classique. Les enseignements que l'on peut retirer d'une telle analyse nous permettent alors de préciser davantage la frontière qui sépare la logique formelle de la logique naturelle et, par conséquent, d'accorder une attention privilégiée à une investigation épurée de la logique naturelle.

Dummett écrit que «we feel that certain concepts are ineradicably vague. Not, of course, that we could not sharpen them if we wished to; but rather, that, by sharpening them, we should destroy their whole point» (1978: 258). Nous voulons être moins pessimiste que lui en pensant que le concept de relation encadré d'une solution formelle s'ouvre alors, par complémentarité, à l'analyse de sa fonction et de son rôle dans la construction d'un objet de connaissance.

Centre de Recherches Sémiologiques
Université de Neuchâtel

Bibliographie

ARISTOTE [*De Int.*]: *De l'interprétation*. In: Tricot 1946.

BAIN, A. (1875). *Logique déductive et logique inductive*. Paris: Gernier Boillère. T. I, II.

BOOLE, G. (1847). *The Mathematical Analysis of Logic*. Oxford: Blackwell, 1965.

CARNAP, R. (1949). *The Logical Syntax of Language*. London: Routledge and Kegan.

CASTAÑEDA, H.-N. (1988). Negations, imperatives, colors, indexical properties, non-existence, and Russell's paradox. In: D.F. Austin (ed.), *Philosophical analysis: a Defense of Example*. Dordrecht: Reidel, 23-50.

CORCORAN, J. (1973). Gaps between logical theory and mathematical practice. In: M. Bunge (ed.), *The Methodological Unity of Science*. Dordrecht: Reidel, 23-50.

DUMMETT, M. (1978). *Truth and Other Enigmas*. London: Duckworth.

GRIZE, J.-B. (1971). *Logique moderne II*. Paris/La Haye: Gauthier-Villars/Mouton.

GRIZE, J.-B. (1973). *Logique moderne III*. Paris/La Haye: Gauthier-Villars/Mouton.

GRIZE, J.-B. (1976). *Matériaux pour une logique naturelle*. Université de Neuchâtel. Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques, n° 29.

GRIZE, J.-B. (1984). *Sémiologie du raisonnement*. Berne: Lang.

HARTSHORNE, C. & WEISS, P. (eds) (1934-35). *The Collected Papers of C.S. Peirce*. Cambridge: The Belknap Press of Harvard University Press. Second priting, 1960.

HENRY, D.P. (1972). *Medival Logic and Metaphysics*. London: Hutchinson University Press.

HENRY, D.P. (1991). *Medieval Mereology*. Amsterdam, Grüner.

HUSSERL, F. (1900-1901). *Logische Untersuchungen*. Halle: Max Niemeyer.

LESNIEWSKI, S. (1916). Podsraway ogólnej tepori mnogosci I. (Les fondements d'une théorie générale des ensembles). *Prace polskiego kola maukowego Moskwie. Sekcyz matematycznorprzyrodnicza*, 2.

LESNIEWSKI, S. (1927). O podstawach matematyki (Sur les fondements de la mathématique), *Przeglad filozoficzny*, 30, 164-206.

LESNIEWSKI, S. (1929). Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. *Fundamenta mathematicae*, 14, 1-81.

LESNIEWSKI, S. (1930). Über die Grundlagen der Ontologie. *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, Classe III*, 23, 111-132.

LESNIEWSKI, S. (1989). *Sur les fondements de la mathématique. Fragments*. Paris: Hermès, trad. de G. Kalinowski.

MIÉVILLE, D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de S. Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie*. Berne/Francfort/M., New York: P. Lang.

MIÉVILLE, D. (1991). *La négation, une étude logique*. Université de Neuchâtel: Travaux de logique, n° 6.
MIÉVILLE, D. (éd.) (1992). *Les organisations raisonnées. Analyse de l'articulation de séquences discursives*. Université de Neuchâtel: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques, n° 60.
PRIOR, A.N. (1955). *Formal Logic*. Oxford: Clarendon Press.
QUINE, W.V.O. (1972). *Les méthodes de la logique*. Paris: Colin. Trad. M. Clavelin.
SOBOCINSKI, B. (1949-1950). L'analyse de l'antinomie russellienne par Lesniewski. *Studia Logica*, 3, 7-73.
STRAWSON, P.F. (1974). *Subject and Predicate in Loigc and Grammar*. London: Methuen.
THOM, P. (1986). A Lesniewskian reading of ancient ontology: Parmenides to Democritus. *History and Philosophy of Logic*, 7, 155-166.
TiERCELIN, C. (1993). *La pensée-signe*. Nîmes: J. Chambon.
TRICOT, J. (1949). *Catégories. De l'interpréation*. Traduction et notes. Paris: Vrin.
WHITHEHEAD, A.N. & RUSSELL, B. (1910-1913). *Principia Mathematica*. Vol. I, II, III. Cambridge, University Press.