ISSN 1420-8520 Octobre 1996 10

CENTRE DE RECHERCHES SEMIOLOGIQUES

TRAVAUX DE LOGIQUE

ANALYSE CATEGORIELLE ET LOGIQUE

D. Miéville, éditeur

CdRS

αηδτ

Université de Neuchâtel

Centre de Recherches Sémiologiques
Travaux de logique
N° 10 - Octobre 1996

ANALYSE CATÉGORIELLE ET LOGIQUE

D. Miéville éditeur

CdRS

α η δ τ

Université de Neuchâtel

ISSN 1420-8520

SOMMAIRE

Denis MIÉVILLE

AVANT-PROPOS v

Daniel BOURQUIN

LES CATÉGORIES SYNTAXICO-SÉMANTIQUES: PETITE HISTOIRE D'UN GRAND PROBLÈME 1

Denis MIÉVILLE

À LA RECHERCHE DES CATÉGORIES SÉMANTIQUES OUBLIÉES 35

Pierre JORAY

DU LANGAGE NATUREL AUX LANGAGES LOGIQUES: ESQUISSE D'UNE APPROCHE CATÉGORIELLE 53

Nadine GESSLER

DE LA CATÉGORIE SÉMANTIQUE DU NOM À LA DÉFINITION COLLECTIVE DE LA CLASSE 79

AVANT-PROPOS

L'histoire des sciences reflète de manière significative une caractéristique de l'activité humaine qui consiste à stabiliser en un système clos la somme des réflexions mises en oeuvre en fonction d'un objet particulier d'investigation. Ces théories s'installent dans la communauté des savants à l'image de systèmes de références, systèmes qui, bien souvent, résistent aux réformes et aux changements. A cet égard, la logique ne fait pas exception. En effet, à l'aube de ce siècle, la logique issue notamment des travaux de Frege et de Russell prend une forme, un style et une orientation qui vont déterminer dans une très large mesure la logique classique contemporaine. La logique du premier ordre apparaît souveraine, faisant ombrage à des travaux plus marginaux, et surtout, moins engagés dans la perspective des fondements des mathématiques. Il s'agit moins ici d'une critique à l'encontre de la logique classique contemporaine qui a rempli, en partie tout au moins, l'objectif pour lequel elle a été développée, que du rappel qu'elle n'est pas le tout de la logique extensionnelle.

Mais vouloir développer une logique plus généreuse en termes d'opérations logiques nécessite un projet, une méthodologie et un modèle de représentation.

Le projet est clair, il consiste à dépasser l'étude des opérations de coordination logique telles que la conjonction, la disjonction, etc., pour prendre également en compte des opérations de subordination logique. Ces opérations sont en effet indispensables pour résoudre ou exprimer certains arguments logiques et représenter les mécanismes en jeu dans les descriptions définies.

L'analyse d'objets problématiques liés à notre projet nécessite une enquête systématique et analytique des arguments en discours dans lesquels ces objets apparaissent. La logique ayant pour objet l'étude des foncteurs de vérité et de ceux liés à l'organisation fonctionnelle et relationnelle de sémantiques possibles, il convenait de réfléchir sur les catégories fondamentales que sont la catégorie des propositions et celle des noms. C'est à quoi s'est attaché Daniel Bourquin dans le premier article de ce fascicule *Les catégories syntaxico-sémantiques: petite histoire d'un grand problème.* Il y conduit une réflexion en rapport avec les textes fondateurs des auteurs-clé de l'histoire des catégories syntaxico-sémantiques.

Si le projet de la logique est la «poursuite de la vérité», il convient de disposer d'un système qui puisse rendre compte progressivement de toute opération de vérité nouvellement saisie. Un tel système nécessite des propriétés particulières et un esprit de conception qui est quelque peu marginal au regard de notre manière habituelle de considérer un système formel. C'est ce que montre Denis Miéville dans son article: *A la recherche des catégories sémantiques oubliées.*

Un tel projet ne saurait être réalisé de manière convenable sans le guide d'une approche méthodologique bien conçue. Pierre Joray aborde cet aspect avec la rigueur et la volonté d'explicitation qui sont associées à toute démarche caractérisée par la théorie des systèmes formels. Dans son article *Du langage naturel aux langages logiques: esquisse d'une approche catégorielle*, il met en évidence qu'une théorie des catégories syntaxico-sémantiques est pour le logicien bien plus qu'un outil de contrôle de la bonne formation des expressions des langages formels. Elle est également un outil d'analyse efficace.

On s'accorde généralement à penser que, logiquement parlant, tout terme de la catégorie des noms est mis uniquement en relation avec une entité de la sémantique distributive. Cette manière de considérer les choses est réductrice; en tous les cas, elle n'est pas toujours satisfaisante. En effet, si un terme nominal est généralement mis en correspondance avec une entité individuelle, il est également indispensable de se donner la possibilité de référer à des entités considérées comme des touts agrégatifs ou agglomératifs, en fait, à des entités considérées comme des classes collectives. Dans son article *De la catégorie sémantique du nom à la définition de la classe collective,* Nadine Gessler rend compte de la nécessité d'attribuer également au nom une interprétation collective. Elle expose les raisons de l'émergence de la théorie des classes collectives, et propose une définition de ces touts un peu particuliers.

Denis MIÉVILLE
Directeur du Séminaire de logique

LES CATÉGORIES SYNTAXICO-SÉMANTIQUES: PETITE HISTOIRE D'UN GRAND PROBLÈME

Daniel BOURQUIN

0. Introduction

La petite histoire des catégories syntaxico-sémantiques[1] que nous proposons ici n'apprendra rien au spécialiste; en effet, notre intention est modeste; nous donnons, tout d'abord, une introduction à cette problématique complexe (touchant à des domaines aussi divers que la logique, la linguistique et la philosophie); nous retraçons, ensuite, à grands traits, sans visée systématique, les jalons de l'histoire de la question. Deux auteurs en sont absents: G. Frege et B. Russell. Deux grands absents! Ce n'est ni oubli ni myopie de notre part. Nous les considérons comme les initiateurs, avec E. Husserl, de la logique catégorielle. Frege, notamment par sa fameuse distinction entre fonction et argument, a bouleversé la logique classique et a permis, du même coup, l'émergence de l'idée d'une grammaire catégorielle (voir à ce propos les travaux de Geach et Potts). Russell,

1 Ci-après CSS. L'usage du terme de catégories syntaxico-sémantiques peut paraître surprenant dans une histoire de la question des catégories; en effet, pour Husserl, il est clair qu'il vaudrait mieux ne parler que de catégories sémantiques alors que chez Cresswell l'usage du terme de catégories syntaxiques serait mieux adapté (Cresswell séparant clairement ce qui relève de la syntaxe et ce qui relève de la sémantique). Seul Lesniewski fait véritablement usage de catégories syntaxico-sémantiques car son système logique L est interprété. La question est plus complexe qu'il n'y paraît. Même si la correction syntaxique et la signifiance sont des notions *conceptuellement* distinctes, elles nous paraissent, en fait, *indissociables*. En effet, nous disposons d'un *critère général* pour déterminer si deux expressions appartiennent à une *même catégorie sémantique*: à savoir qu'elles le sont si et seulement si elles peuvent être substituées l'une à l'autre dans n'importe quelle phrase (syntaxiquement correcte) sans affecter le caractère signifiant (ou non signifiant) de la phrase. Or, il est évident que *l'énoncé même de ce critère* lie *de facto* les notions de correction syntaxique et de signifiance, et rend ainsi problématique la distinction entre catégories sémantiques et catégories syntaxiques. La question reste ouverte et le lecteur voudra bien accepter le terme de catégories syntaxico-sémantiques pour les besoins de l'exposé. (Pour une discussion plus détaillée cf. D. Laurier 1993, chap. 6).

Travaux de logique, 10, 1996.

confronté aux antinomies logiques, édifia une théorie des types qui représenta à la fois un modèle et un repoussoir pour Lesniewski lors de l'élaboration de sa théorie des CSS. Frege et Russell forment donc l'arrière-fond de cette problématique. Le lecteur les devinera en filigrane de notre exposé. Seulement, du fait de leur position de pionniers, ni Frege, ni Russell n'écrivirent un traité des CSS. C'est pourquoi il nous a paru plus judicieux de ne pas exposer en tant que telles leurs théories. Autre question épineuse: celle des grammaires catégorielles. Celles-ci, depuis les années 1960, grâce aux travaux de Bar-Hillel, Montague, Lambek (et autres), ont connu un développement spectaculaire. Par leur ampleur et leur diversité ces grammaires défient le résumé et leur exposition aurait mérité une monographie à elle seule. Dans l'impossibilité d'être exhaustif, nous renvoyons le lecteur au remarquable ouvrage de synthèse édité par Oehrle et al. (1988).

Cependant, nous avons tout de même choisi de présenter une grammaire catégorielle, celle que propose M.J. Cresswell dans *Logics and Languages*. Pour deux raisons. D'abord parce qu'elle représente un exemple très clair d'une sémantique générale à base catégorielle avec des développements logiques très affirmés. Ensuite parce qu'elle montre l'intérêt que le logicien peut porter à l'étude du langage naturel (et les gains qu'il peut y récolter).

Notre petite histoire des CSS est donc partielle, voire partiale et nous invitons le lecteur à relire les grands prédécesseurs que sont Frege et Russell ainsi que les nombreux travaux, souvent techniques, des grammairiens eux-mêmes. Nous espérons seulement qu'elle permettra au lecteur non averti de bénéficier à la fois d'une introduction aux textes suivants du cahier ainsi que d'un certain recul historique par rapport à la question des catégories.

1. E. Husserl

Au début de ce siècle, E. Husserl fut le premier logicien (avec B. Russell) à souligner la nécessité de l'établissement de lois de signification préalable à toute construction formelle, lois susceptibles de préserver du non-sens (Unsinn). Son idée était la suivante: certaines suites de mots d'un langage (naturel) donné font sens alors que d'autres ne le font pas. Il pèse donc un certain nombre de restrictions sur la bonne formation sémantique des phrases. Certaines de ces restrictions sont accidentelles, et résultent d'habitudes linguistiques. D'autres, au contraire, sont dues au fait que dans le «règne des significations» (règne a priori et objectif), il y a des lois a priori de connexions et d'incompatibilités dont les règles grammaticales des langages naturels ne sont que des manifestations plus ou moins visibles.

Aristote soutenait à peu près le même genre de considérations (qu'il justifiait par des raisons ontologiques). Husserl, quant à lui, justifie l'existence d'une sphère a priori de significations par l'existence d'une évidence *apodictique*:

> L'impossibilité de la connexion est régie par une loi d'essence, c'est-à-dire tout d'abord qu'elle n'est pas simplement subjective, qu'il ne tient pas à une impossibilité de fait (à la contrainte imposée de notre "organisation mentale") que nous ne puissions pas réaliser l'unité. Dans les cas que nous envisageons ici, l'impossibilité est au contraire objective idéale, fondée dans la "nature", dans l'essence du pur domaine de la signification et doit comme telle être appréhendée au moyen d'une évidence apodictique. (Husserl 1962: 111-112)

Voici le détail de l'analyse d'Husserl:

> L'expression *cet arbre est vert* possède une unité de signification. Si nous passons, en formalisant, de cette signification donnée (de la proposition logique indépendante) à la forme de signification pure correspondante, à la "forme propositionnelle", nous obtenons *ce S est p*, une idée formelle qui n'embrasse, dans son extension, que des significations indépendantes. (112)

On ne peut substituer à la variable S n'importe quelle signification (de même pour la variable p). S ne peut être «remplie» que par une «matière» nominale et p que par une «matière» adjectivale; sinon, nous transgressons les catégories et l'unité de sens disparaît. Par exemple, si nous écrivons «cet arbre est égal», nous avons substitué un prédicat à deux places à un prédicat à une place et nous avons, du même coup, brisé l'unité de sens de l'expression. Autrement dit, nous pouvons substituer librement les unes aux autres les «matières» à l'intérieur de leur catégorie, il en résultera toujours une expression possédant une unité de sens. Par contre, quand nous transgressons les frontières des catégories, l'unité de signification disparaît.

A partir de cette constatation, Husserl peut définir la notion de catégorie sémantique comme une *classe de termes substituables les uns aux autres dans un contexte significatif donné*. En outre, Husserl explique que nous connaissons ces possibilités (et impossibilités) de connexions de mots (ou catégories) par une *évidence apodictique* (c'est-à-dire par une certitude intuitive).

Une fois qu'il a défini la notion de catégorie sémantique, Husserl distingue les catégories de base des catégories complexes (ou fonctorielles): les catégories de base sont des significations indépendantes, alors que les catégories fonctorielles sont des significations dépendantes. Autrement dit, les catégories fonctorielles ont un *besoin essentiel de complément*. Ce sont, au sens de Frege, des fonctions non saturées:

> [Si l'on veut déterminer] la raison pour laquelle certaines expressions peuvent exister isolément comme locutions achevées et d'autres non, on doit, comme nous l'avons vu, se reporter au domaine de la signification et y montrer ce besoin de complément qui est inhérent à certaines significations en tant que "dépendantes". (104)

Ce caractère dépendant de certaines significations s'explique en dernier ressort par des considérations *méréologiques*: les significations dépendantes ne peuvent avoir d'existence par elles-mêmes mais seulement en tant que *parties de touts plus vastes*. Cette dépendance d'une signification vis-à-vis d'une autre est particulière; cependant, elle est déterminée, selon Husserl, par une loi spécifique d'après laquelle une espèce (prenons α) ne peut exister que dans un tout générique $G(\alpha, \beta \ldots \gamma)$ [$\beta \ldots, \gamma$ étant des signes d'espèces déterminés de significations].

Autrement dit, une séquence verbale sera dite dépendante (ou fonctorielle) si et seulement si:

1. sa signification dépend d'un tout significatif dont elle est une partie;
2. cette dépendance ne concerne pas seulement la séquence verbale elle-même mais aussi l'espèce (ou la catégorie) à laquelle elle appartient.

Il y a donc deux types de significations: les significations indépendantes, qui sont les catégories de base de la langue, et les significations dépendantes, qui sont les catégories fonctorielles et prennent pour arguments les catégories de base. La tâche du logicien consiste alors à mettre en lumière les lois de signification qui régissent les liens entre les diverses catégories et qui permettent d'éviter les constructions sémantiques tératologiques.

Pour remplir cette tâche et fonder une science apriorique des significations, il convient, selon Husserl, de procéder en trois étapes:

1. Il faut, tout d'abord, fixer les formes primitives des significations indépendantes (ou catégories de base).
2. Donner, dans un deuxième temps, les formes primitives de connexion logique entre ces catégories de base.
3. Proposer, enfin, une vue synoptique des autres expressions que l'on peut obtenir par combinaison de diverses connexions logiques (par le point 2).

Par l'énoncé de ces trois points, Husserl définit (informellement) une méthode récursive permettant d'établir, sur un nombre fini de catégories et de règles, la totalité des propositions faisant sens. Mais Husserl ne s'est pas contenté de définir une telle méthode, il en a proposé une esquisse pratique. Nous nous reportons au résumé qu'en a fait J.-L. Gardies (1975: 20); les règles de Husserl peuvent s'énoncer ainsi:

1. Si «M» est un nom et si «N» est un nom, «M *et* N» est un nom.
2. Si «M» est une proposition et si «N» est une proposition, «M *et* N» est une proposition.
3. Si «M» est un adjectif et si «N» est un adjectif, «M *et* N» est un adjectif.

4. Si «M» est une proposition et si «N» est une proposition, «*si* M *alors* N» est une proposition.
5. Si «M» est une proposition et si «N» est une proposition, «M *ou* N» est une proposition.
6. Si «S» est un nom et si «p» est un adjectif, alors «Sp» est un nom.

Comme le souligne justement J.-L. Gardies, ces règles sont, pour la plupart, discutables. Par exemple, à la règle n° 6, Husserl ne s'explique pas sur le statut de l'adjectif. Cependant, cette esquisse a le mérite d'exister et ouvre la voie aux formulations plus rigoureuses de l'Ecole polonaise (notamment K. Ajdukiewicz et S. Lesniewski).

Ces six règles permettent de fixer les formes primitives de connexion entre les catégories de base (deuxième étape de la procédure récursive de Husserl). Reste la troisième étape, leur complexification par des opérations logiques (conjonction ou disjonction ou n'importe lequel des seize opérateurs binaires).

Husserl prend l'exemple de la conjonction et cite les formes complexes nouvelles suivantes:

((M et N) et P)
((M et N) et (P et Q))
(((M et N) et P) et Q), ...

Notons que les conjonctions s'appliquent ici à des propositions mais qu'elles pourraient aussi bien s'appliquer à des noms ou à n'importe quelle autre catégorie de base. Ces combinaisons peuvent, en principe, se poursuivre indéfiniment (à condition que l'on respecte les règles précitées). Aussi, selon Husserl, pouvons-nous parvenir à «la constitution apriorique d'un domaine de la signification pour toutes les formes qui ont leur origine a priori dans les formes fondamentales» (127).

Par la distinction entre les catégories sémantiques de base et les catégories fonctorielles, et l'établissement d'une méthode récursive (informelle) de bonne formation de toutes les catégories sémantiques, Husserl ouvrait la voie aux réalisations plus minutieuses de S. Lesniewski et de K. Ajdukiewicz.

1.1. Bilan

Comme l'écrit très justement Y. Bar-Hillel (1970: 92): «There can be no doubt that Husserl's apodictic evidence is, in our context, nothing but a certain kind of grammatical intuition». L'évidence apodictique n'est qu'une intuition et, malheureusement, cette intuition peut être fautive: par exemple, il n'est pas le cas qu'un adjectif ne puisse jamais être remplacé par un nom (dans un contexte signifiant); en effet: «It is beyond doubt that "this tree is a plant" is still significant and still obtainable from "this tree is green" by just such a replacement». (1970: 82)

L'évidence apodictique sur laquelle Husserl base sa théorie de la signification nous paraît donc beaucoup trop fragile pour supporter un édifice aussi lourd que sa théorie des significations.

Cependant, nous pouvons affirmer, avec Bar-Hillel, que le traitement husserlien des catégories de la signification est une anticipation importante des théories modernes des catégories syntaxico-sémantiques de Lesniewski, Ajdukiewicz, Bar-Hillel (et des grammaires catégorielles). En outre, il n'est pas absurde de considérer sa distinction entre le non-sens (Unsinn) et le contresens (Widersinn) comme une anticipation des conceptions modernes des règles de formation et des règles de transformation (qui sont les deux types principaux de règles sémantiques d'un système langagier). [Ces règles furent exposées pour la première fois par Carnap dans *Logical System of Language* (1937) et sont aujourd'hui largement acceptées.]

En un mot, on peut estimer qu'Husserl fut le fondateur de la réflexion logique sur les catégories syntaxico-sémantiques.

2. S. Lesniewski

Logicien polonais longtemps méconnu, S. Lesniewski représente certainement la figure centrale de la réflexion logique sur la question des catégories sémantiques.

Nous ne pourrons donner au lecteur qu'une idée générale de sa réflexion et nous tâcherons simplement de susciter son intérêt[2].

S. Lesniewski «entra en logique» par l'intermédiaire de la philosophie plutôt que par les mathématiques: les *questions sémantiques* représentaient, pour lui, les questions logiques primordiales et la formalisation ne fut jamais qu'un *moyen* de codifier ses *intuitions* (et non une fin en soi).

Le centre et l'origine de sa réflexion logique fut sans conteste la contradiction que releva le mathématicien B. Russell dans le système logique de Frege.

2.1. La contradiction

Cette contradiction, devenue fameuse, concerne la notion de *classe*. Rappelons-la rapidement: Une classe peut être ou ne pas être *membre d'elle-même*. La plupart des classes «de la vie quotidienne» ne sont pas membres d'elles-mêmes; par exemple, la classe des petites cuillers n'est pas une petite cuiller: elle n'est pas membre d'elle-même.

Maintenant, nous pouvons former la classe de toutes les classes qui ne sont pas membres d'elles-mêmes et nous demander si cette classe est ou n'est pas membre d'elle-même. C'est alors que surgit la contradiction formulée ainsi par B. Russell:

> Let us first suppose that it is a member of itself. In that case it is one of those classes that are not members of themselves, i.e, it is not a member of itself. Let us then suppose that it is not a member of itself. In that case it is not one of those classes that are not members of themselves, i.e, it is a member of itself. Hence either hypothesis, that it is or that it is not a member of itself, leads to its contradiction. If it is a member of itself, it is not, and if it not, it is. (1956: 261)

Selon B. Russell, ce paradoxe sur les classes n'était *qu'une des formes possibles* que pouvait revêtir la *réflexivité vicieuse du langage*. La solution du logicien britannique consista à sup-

2 Cf. D. Miéville 1984 et ici même.

primer radicalement cette réflexivité grâce à une stratification rigoureuse des expressions langagières *en types logiques*, d'où le nom de *théorie des types*. Dans cette théorie, une proposition ne peut se référer à elle-même ni une généralisation s'inclure dans son propre champ. Les expressions réflexives sont éliminées comme syntaxiquement mal construites; ce sont, dans les mots de Russell, des «totalités illégitimes».

Cette théorie des types n'a jamais totalement satisfait son auteur qui la considéra toujours comme perfectible (notamment parce qu'elle nous oblige à accepter *l'axiome de réductibilité* qui n'apparut pas à Russell comme logiquement vrai mais seulement comme *pragmatiquement* nécessaire à l'édification du logicisme).

Lesniewski, quant à lui, considérait l'antinomie de Russell comme *le problème central de la logique* (cf. *Collected Works*, Vol. II: 412). Il estimait également que la solution russellienne était *peu intuitive*. Selon lui, la pression de l'antinomie avait fait perdre aux mathématiciens de son temps le sens de l'intuition, et leurs «remèdes» en avaient été viciés: «An unintuitive mathematics contains no effective remedy for any malady of the intuition» (413).

Les remèdes de Russell, Frege et Zermelo lui paraissaient être des *restrictions sans motivation propre*, comme «tombées du ciel»: «[...] it is quite immaterial whether Frege's system is changed in the way indicated, or whether Zermelo's set theory will ever lead to contradictions» (413).

Le point de Lesniewski était le suivant: la contradiction de Russell représentait *un conflit de croyances*, c'est-à-dire une *véritable antinomie*, remettant en cause *nos intuitions sémantiques*, et non une *contradiction formelle* affectant un système mathématique non interprété. C'est pourquoi il convenait d'apporter une réponse intuitive à un problème d'intuition. Cette solution fut la théorie des catégories sémantiques, élaborée en 1922: «In 1922 I outlined a concept of semantical categories as a replacement for the hierarchy of types, which is quite unintuitive to me» (421).

2.2. La grammaire catégorielle

Notons tout d'abord, avec Luschei, que le système logique de Lesniewski (dit langage L) est extensionnel et comprend l'ontologie (ou théorie des noms) et la protothétique (ou théorie des propositions).

La grammaire syntaxico-sémantique est, à chaque stade du langage L, *actuellement finie* mais elle est *potentiellement infinie*: autrement dit, à chaque stade de son développement, le langage contient un nombre fini de thèses et un nombre fini de catégories sémantiques.

La catégorie sémantique d'un foncteur peut être spécifiée par la catégorie de la fonction avec le nombre et la catégorie de ses arguments. Y. Bar-Hillel a d'ailleurs repris, sous une forme fractionnelle, ces principes lesniewskiens de catégorisation (cf. p. 18-21). Nous ne pouvons expliciter ici tous les détails de cette grammaire mais en voici les principes essentiels (cf. Luschei 1962, chap. 7):

- aucune expression de L n'appartient à plus d'une catégorie sémantique,
- les constantes C et C' appartiennent à la même catégorie syntaxico-sémantique si et seulement si toute proposition contenant C reste douée de sens (quoique pas nécessairement du même sens) si C est remplacée par C'.

Par ce second critère, le terme «Socrate» appartient à la même catégorie sémantique que «humain» et «est» à la même catégorie que «est identique à» car les propositions suivantes sont toutes signifiantes (quoique comportant des différences de signification): «Socrate est Socrate», «Socrate est humain», «Socrate est identique à Socrate».

Ce critère de remplacement dans le langage L équivaut, intuitivement, au principe grammatical de la *pureté des parties de discours* selon lequel les expressions appartenant à la même partie de discours sont interchangeables (sans perte du caractère sensé).

Selon Luschei, (1962: 96-97), cette grammaire catégorielle de Lesniewski se distingue de la théorie des types par les *trois caractéristiques suivantes*:

a) *Son exhaustivité*: elle est catégoriellement beaucoup plus riche que la théorie des types car, à l'aide d'expressions appartenant aux catégories de base (les noms et les propositions), elle permet potentiellement d'introduire *n'importe quelle* catégorie syntaxico-sémantique.

b) *Sa formalisation contextualiste*: Lesniewski utilise des principes d'écriture contextuelle qui lui permettent de distinguer les catégories par des *parenthèses de formes différentes*; ainsi, les expressions de catégories différentes n'ont pas à être différenciées par des formes d'expressions prédéterminées.

c) *Sa relativité constructive*: afin d'éviter tout paradoxe ou indétermination sémantiques, Lesniewski *relativise* sa théorie grammaticale aux étapes de la construction du langage canonique L; autrement dit, une expression possède un sens et appartient à une catégorie syntaxico-sémantique *uniquement par rapport à un stade du développement du langage L.*

Encore une petite note historique sur cette théorie: le concept de catégorie syntaxico-sémantique s'apparente *formellement* à celui de type présenté notamment par Russell. Mais, *intuitivement*, cette théorie s'apparente plus à la tradition scolastique des catégories aristotéliciennes, aux parties de discours de la grammaire traditionnelle et aux catégories sémantiques de Husserl (Lesniewski 1992: 421-422).

2.3. La solution catégorielle à l'antinomie de Russell

Nous reprenons ici la présentation de cette solution par I.M. Bochenski (1962: 81-83); pour une présentation plus détaillée voir Sobocinski (1949 et 1950). Nous pouvons définir une classe C comme la classe des classes qui ne se contiennent pas elles-mêmes comme élément, soit:

(a) $\alpha \,\varepsilon\, C \equiv \sim(\alpha \,\varepsilon\, \alpha)$.

Si l'on substitue «C« à «α», nous obtenons:

(b) C ε C ≡ ~(C ε C) (ce qui formalise l'antinomie).

La formule C ε C peut être alors mise sous la forme «C(C)» où le premier «C» est un opérateur qui prend pour argument le second «C».

La solution de l'antinomie apparaît si l'on considère la catégorie sémantique des termes: d'après l'une des conventions sémantiques de Lesniewski, l'opérateur d'un argument (dans une fonction) ne peut appartenir à la même catégorie que celui-ci; l'argument et l'opérateur doivent donc posséder un sens différent (car les termes qui ont le même sens peuvent être substitués l'un à l'autre alors que les termes qui appartiennent à des catégories différentes ne le peuvent pas). Or «C» et le «C»-opérateur dans «C(C)» ont le même sens: ils devraient donc appartenir à la même catégorie, ce qu'interdit la convention de construction sémantique. La formule C(C) n'est donc pas bien formée et est dénuée de sens. Donc ni a) ni b) ne sont des propositions: ce ne sont que des accumulations de symboles sans unité de sens.

La théorie des catégories sémantiques permet donc de montrer que l'antinomie russellienne est en fait une expression syntaxiquement mal formée et, *ipso facto*, dénuée de sens.

2.4. Bilan

S. Lesniewski, provoqué intellectuellement par l'antinomie de Russell, insatisfait par la théorie des types, proposa, nous avons essayé de le montrer, une théorie des catégories syntaxico-sémantiques susceptible de résoudre plus intuitivement la contradiction en question.

Sa réalisation logique (le système L), par ses propriétés remarquables (exhaustivité catégorielle, formalisation contextuelle, relativité constructive) marque indéniablement une étape décisive dans la réflexion sur le problème des catégories sémantiques. Enfin, l'oeuvre de Lesniewski montre une volonté (d'ailleurs déclarée) d'inscription dans la tradition aristotélicienne (poursuivie, avant lui, par les scolastiques, la grammaire traditionnelle et, au XX^{e} siècle, par E. Husserl).

3. K. Ajdukiewicz

En 1938, K. Ajdukiewicz a présenté, dans un article intitulé «Die syntaktische Konnexität», une formalisation des intentions husserliennes.

Cet article, comme son nom l'indique, traite de la connexion syntaxique des expressions et spécifie les conditions auxquelles un mot (ou une séquence de mots) possède une unité de sens. Ces conditions sont d'ordre syntaxique: une expression sera dite signifiante si elle possède une connexion syntaxique. Ajdukiewicz estime donc que la bonne formation syntaxique est coextensive à l'unité de signification.

Pour distinguer les expressions douées de sens des expressions qui n'en possèdent pas, Ajdukiewicz se base à la fois sur Husserl et Lesniewski.

1. Il reprend la théorie catégorielle de Lesniewski qui définit les catégories fonctorielles à l'aide des catégories de base des propositions et des noms (notées respectivement «S» et «N»).
2. Il reprend la définition husserlienne de la catégorie comme classe de substitution (tout en la formalisant).

Husserl a montré, en effet, que l'on peut définir une *catégorie sémantique* comme *classe d'expressions substituables les unes aux autres* dans un contexte doué de sens.

Ajdukiewicz reprend comme suit cette définition:

> The word or expression A, taken in sense x, and the word or expression B, taken in sense y, belong to the same semantic category if and only if there is a sentence (or sentential function) S_A, in which A occurs with meaning x, and which has the property that if S_A is transformed into S_B upon replacing A by B (with meaning y) then S_B is also a sentence (or sentential function). (It is understood that in this

> process the other words and the structure of S_A remains the same) (1967: 208).

Ajdukiewicz a ainsi défini la notion de catégorie de base: celle des noms et celle des propositions. Ces deux catégories paraissent, en effet, sinon suffisantes du moins nécessaires à tout édifice catégoriel: le nom sert à faire référence à un objet (ou des objets) dont on parle, et la proposition est l'unité logique porteuse de valeur de vérité.

Les catégories fonctorielles sont les catégories sémantiques auxquelles appartiennent des foncteurs (qui sont eux-mêmes des signes fonctionnels (ou symboles non saturés) suivis de parenthèses).

Ajdukiewicz souligne combien les catégories sémantiques peuvent varier en genre et en nombre suivant les langues. Cette variabilité catégorielle n'est pas sans incidence sur la généralité des propos de l'auteur. Ajdukiewicz ne peut, en effet, proposer une définition tout à fait générale de la connexion syntaxique: celle-ci demeure relative au choix des catégories de base S et N.

Les catégories fonctorielles forment une hiérarchie «ascendante» et infinie; elles se caractérisent de deux manières:

1. par le nombre et la catégorie sémantique de leurs arguments (pris dans l'ordre);
2. par la catégorie de l'expression composée.

Ajdukiewicz note chaque catégorie fonctorielle à l'aide d'un indice fractionnel formé d'un numérateur et d'un dénominateur.

Au numérateur, il note l'index de la catégorie sémantique à laquelle appartient l'expression complexe. Au dénominateur, apparaissent, dans l'ordre, les indices des catégories sémantiques des arguments qui, avec le foncteur, forment l'expression totale. Par exemple, un foncteur formateur de proposition à deux arguments nominaux possédera l'index fractionnel S/NN.

Comme les foncteurs peuvent *eux-mêmes* être arguments d'autres foncteurs et que le nombre d'arguments d'un foncteur peut être étendu (théoriquement) à l'infini, nous obtenons une hiérarchie ascendante de catégories sémantiques, notées par les indices suivants: S; N; S/N; S/NN; ...; S/S; S/SS; ...; S/NS;

S//S/N; S//S/N,S/N; ... (La série présentée ici n'est évidemment pas exhaustive)[3].

Ajdukiewicz donne deux exemples d'application de son système d'indexation, l'un emprunté à la logique mathématique, l'autre au langage ordinaire:

1) ~ (p ⊃ p) ⊃ p

S/S S S/SS S S/SS S

2) The lilac smells very

N/N N S/N S/N//S/N///S/N//S/N

strongly and the rose blooms

S/N//S/N S/S N/N N S/N

Deux catégorisations sont à expliciter: 1) Les verbes intransitifs comme «smell» et «bloom» forment des propositions en étant saturés par un argument nominal: ils sont donc notés S/N. 2) Les adverbes agissent sur un verbe pour former un verbe complexe; pour reprendre notre exemple, «strongly» modifie «smells» pour former le prédicat complexe «smells strongly»; c'est pourquoi «strongly» est noté S/N//S/N; de même, «very» modifie «strongly» en «very strongly» et possède donc la catégorie complexe S/N//S/N///S/N//S/N. Quant à l'application de cette indexation au langage ordinaire, elle peut poser problème car l'ordre catégoriel sous-jacent ne correspond pas nécessairement à l'ordre séquentiel des mots de l'expression en question.

Nous l'avons dit, Ajdukiewicz se propose de donner une définition de la *connexion syntaxique*. Pour ce faire, il introduit un certain nombre d'autres concepts: le concept de *bonne articulation* et celui d'*exposant*.

---

3 Nous utilisons les doubles barres à la place des parenthèses; soit, par exemple, S//S/N à la place de S/(S/N) et S//S/N,S/N pour S/(S/N)(S/N). De même, la catégorisation en S/N//S/N///S/N//S/N de l'adverbe «very» correspond à l'expression conventionnelle suivante: ((S/N)/(S/N))/((S/N)/(S/N)). Il s'agit là d'une convention d'écriture empruntée à Bar-Hillel pour des raisons typographiques.

1. *La bonne articulation*

Pour savoir si une représentation possède «une articulation catégorielle», il convient tout d'abord de la «démembrer» en plaçant le foncteur principal à gauche, suivi de ses arguments; si l'un de ses arguments est un foncteur, on recommence l'opération jusqu'à l'obtention d'une séquence totalement «démembrée».

S'il est possible de totalement «démembrer» une expression entre ses foncteurs et arguments, on dit alors que cette expression est «bien articulée».

La séquence représentant cette expression démembrée s'appelle la *séquence verbale propre* (proper word sequence).

2. *L'exposant*

Pour obtenir l'*exposant* d'un expression, il convient d'abord d'indexer la séquence verbale propre afin de former la *séquence indexicale propre*. Puis nous opérons une série de dérivations jusqu'à l'obtention d'une dérivée finale de l'expression: l'*exposant* de l'expression.

Reprenons l'exemple précédent; soit $\sim(p \supset p) \supset p$, une expression de la logique des propositions. Pour savoir si cette expression possède une connexion syntaxique, il convient tout d'abord de l'indexer:

1) $\sim \; (p \; \supset \; p) \; \supset \; p$

$S/S \;\; S \;\; S/SS \;\; S \;\; S/SS \;\; S$

Nous notons ensuite le foncteur principal à gauche, suivi de ses arguments (dans l'ordre de leur apparition):

2) $\supset, \;\; \sim (p \supset p), p$

$S/SS \;\; S/S \; S \;\; S/SS \; S \;\; S$

Cette suite comprend encore une expression complexe qu'il nous faut démembrer; nous appliquons une seconde fois le principe exposé précédemment, d'où:

3) $\supset, \sim, (p \supset p), p$

Comme 3) comprend «p $\supset$ p», il nous faut réitérer une dernière fois notre principe de démembrement, soit:

4) $\supset$, ~, $\supset$, p, p, p

S/SS S/S S/SS S S S

Cette séquence ne comprenant plus que des mots simples (ou unités), il s'agit précisément de la *séquence verbale propre* de l'expression.

Si l'on note les indices, dans le même ordre, nous obtenons la *séquence indexicale propre* de l'expression, soit:
S/SS, S/S, S/SS, S, S, S.

A partir de cette séquence indexicale propre, nous pouvons obtenir l'*exposant* de l'expression à l'aide d'une série de dérivations qui obéissent au principe suivant: si, dans la séquence indexicale propre, nous trouvons, de gauche à droite, une combinaison d'indices avec un index fractionnel en position initiale, suivi par les mêmes indices que ceux qui apparaissent dans le dénominateur, nous supprimons le premier indice et nous le remplaçons par le numérateur.

D'où, par application du principe à notre exemple, une première dérivation: (2) S/SS, S/S, S, S. Par une deuxième application: (3) S/SS, S/S, S. Enfin: (4) S. (4) est la dérivée ultime de la séquence indexicale propre et Ajdukiewicz l'appelle l'*exposant* de l'expression.

Si nous nous sommes tant attardés sur les procédures utilisées par Ajdukiewicz, c'est qu'il utilise les concepts introduits précédemment pour définir formellement la notion de connexion syntaxique. Une expression est dite syntaxiquement connectée si et seulement si:

a) elle est bien articulée;
b) à chaque foncteur qui apparaît dans l'expression correspond exactement autant d'arguments qu'il y a de lettres (ou items) dans le dénominateur de son index;
c) elle possède un exposant simple (qui ne consiste qu'en un seul index).

Le procédé algébrique utilisé par Ajdukiewicz fait appel à la règle d'élimination

$$\frac{\begin{array}{c} X/Y \\ Y \end{array}}{X}$$

Soit: la combinaison X/Y,Y donne X quand X et Y sont les indices (ou séquences indicielles) de quelque catégorie que ce soit (de base ou fonctorielle).

3.1. Bilan

Ajdukiewicz, à la suite des intuitions de Husserl, propose à la fois une définition formelle de la catégorie sémantique et une *procédure algébrique* permettant de déterminer, pour toute expression donnée, si elle possède ou non une *connexion syntaxique*.

Cette procédure vaut aussi bien pour les langages artificiels de la logique que pour le langage ordinaire (bien que l'indexation des séquences du langage ordinaire puisse poser problème).

En outre, le calcul proposé permet de révéler l'*ordre catégoriel* (ou structurel) de n'importe quelle expression, ordre qui ne coïncide pas avec l'ordre séquentiel de l'apparition des mots. Ajdukiewicz ne se préoccupe donc pas de *décrire* l'ordre du langage ordinaire; il propose une procédure *tout à fait générale* susceptible de révéler l'*ordre catégoriel sous-jacent* à n'importe quel langage. En cela, il reste fidèle à l'esprit de la recherche husserlienne, qui se plaçait dans la descendance de la *grammaire générale* du XVII^e siècle.

4. Bar-Hillel

Dans un article de 1953, intitulé «A quasi arithmetical notation for syntactic description», Y. Bar-Hillel a présenté une méthode de description syntaxique du langage naturel qui combine les méthodes développées par K. Ajdukiewicz et les linguistes structuralistes américains (notamment Zellig S. Harris et Charles C. Fries). La méthode de Bar-Hillel respecte le modèle d'Ajdukiewicz mais paraît mieux adaptée au traitement de la langue naturelle pour deux raisons:

1. Bar-Hillel montre qu'une expression peut avoir plusieurs dérivées structurales.
2. Bar-Hillel propose une seconde règle d'élimination, soit x x/y $\longrightarrow$ y (règle d'élimination à gauche).

La seconde règle permet d'exhiber l'ordre grammatical des mots du langage naturel et pas seulement leur ordre logique (comme la méthode de la C.S.). Donnons une première esquisse du travail de Bar-Hillel:

«N» est interprété comme l'index de la catégorie des noms.
«S» comme l'index de la catégorie des propositions.
Les parenthèses rondes signifient que le foncteur prend son (ou ses) argument(s) à *gauche* et les parenthèses carrées que le foncteur prend son (ou ses) argument(s) à *droite*.

L'auteur part d'une expression simple comme

«Poor John sleeps»

«John» est assigné à la catégorie N, et «sleeps» à S/(N), soit au type de suites qui, avec un nom à leur gauche forment une suite faisant partie de la catégorie des propositions.
«Poor» est assigné à la catégorie N/[N], soit au type de séquences qui, lorsqu'elles possèdent un nom à leur droite forment une séquence appartenant à la catégorie des noms.

La séquence étant ainsi catégorisée, il nous est possible d'en déterminer la connexion syntaxique par dérivations successives, soit:

«Poor John sleeps»

N/[N] N S/(N)

Première dérivation:	N	S/(N)
Deuxième dérivation:	S	

«Poor John sleeps» possédant un index simple (S), elle est syntaxiquement connectée.

Cette méthode, proche de celle d'Ajdukiewicz (mais avec une règle d'élimination en plus) représente une manière quasi-mécanique de tester la connexion d'une séquence donnée. Elle permet, nous l'avons dit, d'exhiber plusieurs dérivées possibles d'une séquence. Reprenons notre exemple:

«Poor John sleeps».

Si l'on considère «John sleeps» comme un constituant de la séquence «Poor John sleeps», nous parvenons à la catégorisation suivante: N/[N] S. Or, à partir de cette catégorisation, plus aucune dérivation n'est possible. Autrement dit, le fait que l'exposant (ou dérivée ultime) ne possède pas d'index simple montre que l'expression totale n'est pas syntaxiquement connectée. On peut donc dire que «John sleeps» n'est pas un constituant de «Poor John sleeps». Plus précisément, *si* «Poor John sleeps» est une séquence syntaxiquement connectée, *alors* «John sleeps» n'est pas l'un de ses constituants.

Cette méthode possède une vertu heuristique: elle permet de discerner ce qui est un constituant syntaxique d'une séquence verbale de ce qui n'en est pas un. Comme chez Ajdukiewicz, les seules catégories de base S et N permettent de former une liste infinie ascendante de catégories fonctorielles. Bar-Hillel définit les catégories fonctorielles par ces deux caractéristiques:

1. Chaque séquence qui n'est pas une catégorie de base est le résultat de l'opération d'une sous-séquence sur une autre (à sa droite immédiate ou à sa gauche immédiate). Cette sous-séquence est l'opérateur alors que l'autre sous-séquence représente son (ou ses) argument(s).
2. Un opérateur peut être unaire, binaire ou n-aire (suivant le nombre de ses arguments) et peut agir à gauche ou à droite.

Montrons, sur un exemple, la catégorisation fonctionnelle d'une expression. Soit:

«A very poor man»

«man» est un nom: N

«poor» modifie «man» pour en faire un nom: N/[N]
«very» agit sur un foncteur nominal à argument nominal pour donner un foncteur nominal à argument nominal: N/[N]//N/[N]
«a» est un article: il agit sur un nom pour donner un nom: N/[N].

A partir de cette indexation, nous pourrons proposer les deux dérivations suivantes, soient:

(11) N/[N] N/[N] S (si l'on élimine le deuxième foncteur) ou

(11') N/[N] N/[N]// N/[N] N (si l'on élimine le troisième foncteur).

(11) a comme seule dérivée possible: (12) N/[N].
(12) a comme seule dérivée possible: (13) N.
(11) possède donc un exposant (ou index simple) alors que (11') n'en possède pas (car aucune dérivée n'est possible à partir de lui).

A partir de cette possibilité de dérivations multiples d'une expression, Bar-Hillel définit comme suit la *connexion syntaxique*:

> Une expression sera dite connectée syntaxiquement si et seulement si au moins l'une des séquences indexicales corrélées possède un exposant. (52, ma traduction)

Pour reprendre l'exemple, «A very poor man» est syntaxiquement connectée car l'*une* de ses deux dérivées finales possède un exposant (en l'occurrence «N»).

Cette définition demeure imparfaite. En effet, une séquence peut être connectée syntaxiquement en *elle-même* sans l'être forcément comme *sous-séquence* d'une autre expression. Par exemple, «John sleeps» est connecté syntaxiquement en lui-même mais ne l'est pas par rapport à «Poor John sleeps»: en effet, si nous considérons «John sleeps» comme constituant de l'expression totale, nous obtenons la dérivée N/[N] S à partir de laquelle plus aucune dérivation n'est possible.

C'est pourquoi Bar-Hillel donne une définition plus stricte de la connexion syntaxique:

> Une certaine suite m_1 sera dite connectée syntaxiquement à un certain endroit dans une suite m_2 par rapport à une dérivation d_1 ssi:
> (1) m_2 est connectée syntaxiquement.
> (2) d_1 est un exposant.
> (3) d_1 inclut une sous-dérivation dans laquelle la séquence indexicale de m_1 (à l'endroit en question) possède un exposant.
> (52, ma traduction)

4. 1. Bilan

La grammaire directionnelle de Bar-Hillel, grâce à sa règle d'élimination à gauche, permet à la fois de rendre compte de l'ordre grammatical des mots de la langue naturelle et de déterminer les constituants grammaticaux d'une expression. En outre, elle donne une meilleure définition de la connexion syntaxique que l'article d'Ajdukiewicz (au moins pour la langue naturelle). C'est que, contrairement à Ajdukiewicz, Bar-Hillel s'intéresse plus à la *description* de la langue naturelle qu'à la création d'un langage artificiel servant de modèle pour celle-là.

Nous voyons donc, dans l'article séminal de Bar-Hillel, la naissance des grammaires catégorielles qui fleurissent aujourd'hui et un infléchissement de la pensée strictement logique vers une description plus linguistique de l'ordre grammatical de la langue vernaculaire.

5. M.J. Cresswell

En 1973, dans *Logics and Languages*, M.J. Cresswell a proposé une série de langages catégoriels susceptibles, selon lui, de former des *modèles* pour le langage naturel (en l'occurrence de l'anglais).

Son propos intéresse le logicien car le but de son livre n'est pas de décrire empiriquement le langage naturel mais de révéler une structure catégorielle sous-jacente pouvant donner lieu à interprétation sémantique.

Les langages formels présentés dans les deux premières parties sont des langages catégoriels. Cresswell adapte ce terme de l'oeuvre de S. Lesniewski. L'idée derrière cette construction formelle est que la catégorie syntaxique d'un symbole est soit basique soit déterminée par le genre d'expression qu'elle produit quand elle est combinée avec d'autres expressions.

Les langages catégoriels proposés sont passibles d'un traitement sémantique: Cresswell suit l'idée de Frege selon laquelle les valeurs sémantiques des foncteurs sont des fonctions qui opèrent sur les valeurs des expressions qui suivent le foncteur pour donner une valeur à toute l'expression.

Nous présenterons deux langages catégoriels: 1) le langage catégoriel «pur»; 2) le langage catégoriel lambda («λ»). Ces deux langages sont des généralisations des langages catégoriels propositionnels; ils comprennent des expressions qui appartiennent à plusieurs catégories syntaxiques et sont enrichis d'un opérateur d'abstraction λ liant les variables.

A l'aide de ces deux langages catégoriels, Cresswell montre que l'anglais est lui-même un langage catégoriel; l'idée de base est qu'une proposition d'un langage catégoriel ressemble à une expression de type suivant:

«John, <λ, <<λ,y, <loves, x,y>>, someone>>»

et que l'anglais ordinaire peut être obtenu par la suppression de tous les mots logiques comme λ, x, y, soit, pour notre exemple, <John, loves, someone>. Ceci revient à affirmer que la proposition catégorielle formelle (avec ses variables et l'abstracteur) est une *description structurelle* de la proposition ordinaire (qui résulte de la suppression de ces variables et abstracteur).

5.1. Un langage catégoriel pur

Les langages de ce type ont été nommés par R. Montague des «langages désambiguisés» et par D. Lewis des «grammaires catégorielles».

A quelques détails près, ces langages reviennent au même. L'avantage du langage catégoriel pur sur les langages propositionnels et les langages dits «d'ordre zéro» est le suivant: Ces langages ne possèdent que deux catégories de base, celles des noms et des propositions; et les catégories fonctorielles sont soit formatrices de propositions à l'aide de propositions, soit formatrices de propositions à l'aide de noms. En outre, les catégories fonctorielles ne s'appliquent qu'à des objets de la même catégorie: elles forment des propositions soit par d'autres propositions soit par des noms, jamais par une combinaison de noms et de propositions et jamais par des foncteurs et des prédicats.

Cresswell y remédie par l'introduction d'un langage catégoriel qu'il définit ainsi:

Si **N** est l'ensemble des nombres naturels, alors l'ensemble Syn (ou «catégories syntaxiques») est le plus petit ensemble qui satisfait ces deux conditions:

1. $\mathbf{N} \subseteq \mathrm{Syn}$

2. Si $\tau, \sigma_1, \ldots, \sigma_n \in \mathrm{Syn}$ alors $<\tau, \sigma_1, \ldots, \sigma_n> \in \mathrm{Syn}$.

L'idée de Cresswell est que les éléments de **N** désignent les *catégories syntaxiques de base* et que l'ensemble ordonné $<\tau, \sigma_1, \ldots, \sigma_n>$ est la catégorie fonctorielle des «objets» qui forment des «objets» de la catégorie τ par les objets des catégories $\sigma_1, \ldots, \sigma_n$.

Il est surprenant que Cresswell utilise les nombres naturels comme catégories syntaxiques de base. C'est que, pour lui, les catégories syntaxiques ne sont pas des entités authentiques (ou «réelles»); ce ne sont que des *indices* de certains ensembles. Les catégories syntaxiques ne sont que des *indices catégoriels*.

Les deux premiers éléments de **N**, 0 et 1 sont respectivement les indices des propositions et des noms (et Cresswell les utilise à la place des symboles «S» et «N»). Cresswell définit alors un langage catégoriel pur L qui est *fondé*, c'est-à-dire où aucun symbole n'appartient à plus d'une catégorie (cf. annexe I). L'auteur peut alors montrer que les langages propositionnels et d'ordre zéro introduits auparavant ne sont que des *instances particulières* de L. Puis il donne une *interprétation* de L, interprétation que nous ne décrivons pas mais qui respecte un principe sémantique fregéen important: le *sens d'une expression* *complexe* (dans un langage catégoriel) est déterminé par le *sens de ses parties* (ou éléments). Autrement dit, le sens de toute l'expression est fonction du sens de ses parties (cf. Cresswell 1973: 75).

5.2. Les langages catégoriels λ

Cresswell décrit un langage catégoriel λ, noté L^{λ}, comme l'extension, par l'addition de variables et d'une constante λ d'un langage catégoriel L (cf. annexe II).

«λ» est une *constante logique* avec une interprétation fixe qui n'appartient pas à Syn (elle n'est pas une catégorie syntaxique). X est une fonction de Syn telle que *X_{σ} est l'ensemble des variables de type* σ et X^{+} l'ensemble de toutes les variables.

E^{λ} est l'ensemble des expressions de L^{λ}. Cet ensemble est l'unique fonction dont les valeurs répondent à quatre conditions précises (cf. annexe III).

Par l'énoncé de ces quatre conditions, Cresswell entend produire des expressions abstraites comprenant la constante λ appartenant à des catégories syntaxiques autres que $\langle 0, 1\rangle$. En fait, 1–4 permettent la formation d'abstraits de catégorie $\langle\tau, \sigma\rangle$ où τ et σ sont de *n'importe quelle catégorie syntaxique*. Après l'exposé des règles syntaxiques, Cresswell propose une interprétation sémantique: nous renvoyons le lecteur aux pages 85-87 de *Logics and Languages*.

5.3. Les langages catégoriels λ et le langage ordinaire

Nous l'avons dit, une proposition catégorielle λ est une description *structurelle* d'une (ou plusieurs) propositions du langage ordinaire. Autrement dit, les phrases d'un langage catégoriel représentent la structure profonde du langage vernaculaire (en l'occurrence de l'anglais).

Les phrases du langage catégoriel λ permettent ainsi de révéler tous les sens possibles qu'une phrase du langage ordinaire peut supporter. Le langage catégoriel λ donne donc accès à *une sémantique générale* du langage ordinaire.

Prenons, avec Cresswell, l'exemple suivant, afin de mieux cerner les intentions de l'auteur:

Soit 1) et 2):

1) everyone loves someone.

2) someone loves everyone.

1) et 2) peuvent, à l'aide de variables et de la constante λ, être formalisées comme suite:

3) <everyone, <λ, x, <someone, <λ, y, <loves, x, y>>>>>.

4) <someone, <λ, y, <everyone, <λ x, <loves, x, y>>>>>.

Cresswell montre que l'on peut placer le foncteur où l'on veut tant que l'ordre des arguments est respecté; si bien que 3) et 4) peuvent se traduire par 5) et 6):

5) <everyone, λ, x, <<λ,y, <loves, x,y>>, someone>>

6) <λ,y, <everyone, <λ,x, <loves, x,y>>>, someone>.

5) ne diffère de 3) et 6) de 4) que par la position du foncteur «someone» par rapport à ses arguments. 5) est synonyme de 3) et quand il est évalué sémantiquement, son interprétation ne requiert pas l'existence d'un être universellement aimé (Cresswell 1973: 81).

6) est synonyme de 4) et requiert un être universellement aimé. Ce qui est intéressant pour nous ici est que quand nous supprimons la constante λ et les variables, nous obtenons la séquence:

7) <everyone, loves, someone>

(«loves» étant obtenu par dérivation de <loves, x,y>).

8) <everyone, <λ, x, <<λ,y, <loves, y,x>> someone>>>

9) <<λ,y, <everyone, <λ,x, <loves, y,x>>>> someone>.

8) et 9) ne diffèrent de 5) et de 6) que par la substitution de <loves, y,x> pour <loves, x,y>.
8) signifie ce que nous exprimons ordinairement par 2) (soit: «someone loves everyone», sans que «someone» ne désigne nécessairement un être unique) alors que 9) signifie la même chose que 2) quand «someone» désigne un individu unique.

Il est clair que l'analyse de Cresswell requiert *la possibilité* de comprendre 1) et 2) comme synonymes (*ce qui ne revient pas à dire* que 1) et 2) signifient la même chose dans les circonstances normales de l'interlocution). Cresswell se contente d'affirmer que 2) *pourrait* être compris comme signifiant la même chose que 1).

En outre, Cresswell estime que, dans des circonstances *normales*, 1) signifie la même chose que 5), dans des circonstances *particulières* la même chose que 6) et dans des circonstances *très particulières* la même chose que 8) et 9). Cresswell donne des exemples pour étayer ses affirmations (91-92).

Si les exemples de Cresswell sont valides, il a des raisons d'affirmer que les différents sens possibles des phrases du langage naturel peuvent être formalisées par les phrases λ–catégorielles. Le langage catégoriel L^{λ} sert de modèle sémantique général pour représenter les diverses interprétations possibles des phrases de la «structure de surface». Le but du logicien (ou sémanticien) est de proposer de tels langages catégoriels pour représenter la *structure sémantique profonde* du langage vernaculaire. Son but est alors complémentaire de celui du linguiste, qui cherche à expliquer pourquoi certaines de ces interprétations apparaissent comme moins naturelles que d'autres. Par exemple, le linguiste doit expliquer que si l'on se donne 1) («tout le monde aime quelqu'un»), 5) est la seule lecture vraiment naturelle de sa signification alors que 6), 8) et 9) n'en sont que des lectures *possibles* (mais peu plausibles). En un mot, le logicien a pour tâche de proposer une *structure catégorielle profonde* susceptible de donner un modèle pour une *sémantique générale* alors que le linguiste cherche à expliquer les *sélections naturelles* que nous opérons dans des *parties* de cette structure catégorielle sous-jacente.

5.4. Bilan

M.J. Cresswell propose une série de langages catégoriels de complexité croissante (des langages propositionnels aux langages L^{λ}); ces différents langages ont pour but de rendre compte de la structure catégorielle profonde de la langue ordinaire et de fournir, du même coup, un modèle pour une sémantique générale.

On voit tout l'intérêt du logicien et du linguiste dans cette démarche: développant l'idée du logicien polonais S. Lesniewski, Cresswell donne une base catégorielle puissante pour l'interprétation du langage ordinaire en termes de foncteurs et d'arguments. Il renoue, par là même, avec la *grammaire traditionnelle* qui examinait les parties de discours et montre combien, aujourd'hui, logique et linguistique ont intérêt à dialoguer.

La difficulté provient avant tout d'une formulation proche de celle des systèmes formels (séparation syntaxe/sémantique, utilisation de la théorie des ensembles); mais ceci n'enlève évidemment aucun des mérites opératoires du modèle proposé. Notons également qu'il permet de rendre compte de l'aspect *pragmatique* de la notion de signification (grâce à l'indexation du temps, du locuteur et du lieu dans un monde possible) et qu'il dépasse ainsi largement le cadre strictement extensionnel des logiques catégorielles classiques.

Nous ne prétendons pas que la logique catégorielle de Cresswell soit sans défauts, loin de là, mais nous pensons que le *projet* d'une représentation catégorielle du langage naturel garde toute son actualité.

6. Conclusion

Nous avons présenté, de la manière la plus didactique possible, les auteurs-clé de l'histoire des CSS. A part son incomplétude, cette histoire comporte le risque de laisser accroire à un progrès et à une unité de problématique entre nos différents auteurs. Il n'en est rien. Leurs motivations sont fort diverses;

Husserl traite des CSS dans le but d'édifier une grammaire pure logique qui formerait une armature idéale commune à toutes les langues[4]. Ajdukiewicz, lecteur attentif d'Husserl, a formalisé les «intuitions» husserliennes pour donner un test de la connexion syntaxique des expressions formelles ou non formelles. Lesniewski venant, par sa formation philosophique, de la tradition phénoménologique, a élaboré une logique développementale permettant de résoudre plus intuitivement la fameuse antinomie russellienne. Bar-Hillel, linguiste plus que logicien, a amélioré le «test» d'Ajdukiewicz pour en faire une véritable grammaire directionnelle capable de mieux décrire le langage naturel (son ordre, ses constituants, la possibilité de multiples catégorisations, etc.). Cresswell, reprenant les idées fondamentales de Lesniewski, tout en proposant une sémantique d'inspiration fregéenne, a édifié une grammaire catégorielle servant de modèle pour une sémantique générale.

Cette brève revue de nos auteurs montre combien leurs formations et motivations sont diverses et qu'il serait bien artificiel de donner une lecture unique de cette histoire. On peut cependant considérer Husserl comme l'initiateur des travaux de l'Ecole polonaise qui, à notre sens, ont marqué un sommet dans la recherche logique en termes catégoriels. Il faut également noter une pente régulière et féconde à l'utilisation des moyens logiques en linguistique depuis Bar-Hillel (jusqu'à Cresswell, Montague et beaucoup d'autres).

Ce travail s'inscrit plutôt dans la tradition polonaise mais nous n'estimons pas que le logicien puisse se passer totalement de l'étude de la langue naturelle. Cette position médiane nous permet de nous intéresser au langage naturel comme vecteur d'opérations logiques et à l'idée d'une grammaire catégorielle de type fregéen.

Centre de Recherches Sémiologiques / Séminaire de logique
Espace Louis-Agassiz 1
CH 2000 NEUCHATEL

---

4 Cette idée a d'ailleurs été reprise par J.-L. Gardies dans son excellent *Essai d'une grammaire pure.*

Annexe I

Cresswell définit un langage catégoriel pur L comme une paire ordonnée <F, E> où F est une fonction à partir de Syn dont le domaine est un ensemble d'ensembles finis disjoints deux à deux qui sont tous vides (sauf un nombre fini d'entre eux) et dont les membres sont des symboles de L, c'est-à-dire où $\sigma_n \in$ Syn et F_σ est l'ensemble fini de symboles de la catégorie σ. E est une fonction à partir de Syn dont le domaine est le système des plus petits ensembles qui satisfait aux conditions suivantes:

Pour tout $\sigma, \tau, \sigma_1, \ldots, \sigma_n, \in$ Syn

1. $F_\sigma \subseteq E_\sigma$

2. Si $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \in E_{\sigma 1}, \ldots, E_{\sigma n}$ respectivement et $\delta \in E\langle\tau, \sigma_1, \ldots, \sigma_n\rangle$ alors $\langle\delta, \alpha_1, \ldots, \alpha_n\rangle \in E_\tau$.

E_σ est l'ensemble des *expressions* (ou expressions bien formées) de la catégorie σ.

Annexe II

Une petite note sur l'opérateur d'abstraction lambda (λ):

Dans *Logics and Languages*, Cresswell entend montrer que les quantificateurs sont des foncteurs de la catégorie <0,<0,1>>. Cela est évident quand l'argument du foncteur est un prédicat à une place. Cela l'est beaucoup moins quand l'argument est un prédicat à deux (ou n) places comme, par exemple, dans l'expression «everyone loves Arabella». En effet, «loves» étant de la catégorie <0, <1,1>> et «Arabella» de la catégorie <1>, nous ne pouvons obtenir une expression de type <0,1> par simple dérivation. Pour lever cette difficulté, il convient de faire de la séquence <loves,Arabella> un prédicat (complexe) à *une place* (ou *propriété*). C'est pourquoi, à la suite de Feys, Cresswell introduit le symbole d'abstraction lambda (λ) ainsi que des variables pour former l'«abstrait» suivant:

<λ,x, <loves,x,Arabella>>. Cette expression (ou «abstrait») représente la *propriété* d'être un x (indéterminé) tel que x aime Arabella. L'abstracteur λ fait donc de la séquence <loves,Arabella> un prédicat à une place de catégorie <0,1>.

L'opérateur d'abstraction λ permet ainsi de produire des *propriétés* à partir de prédicats à deux (ou n) places. Cette «production» de propriétés rend possible une *catégorisation unique* des quantificateurs comme des foncteurs de type <0, <0,1>> et, par là même, *une grande simplification dans l'analyse catégorielle du langage ordinaire*. Pour plus de précisions, voir Feys (1946), Prior (1971) et Tichy (1971) ainsi que la troisième partie de *Logics and Languages*.

Annexe III

E^{λ}, l'ensemble des expressions de L^{λ}, peut être défini comme suit: il s'agit de l'unique fonction de Syn dont les valeurs sont les plus petits ensembles qui satisfont aux conditions suivantes:

(où $\sigma, \tau, \sigma_1, \ldots, \sigma_n \in$ Syn)

1. $X_\sigma \subseteq E^{\lambda}_{\sigma}$

2. $F_\sigma \subseteq E^{\lambda}_{\sigma}$

3. Si $\delta \in E_{<\tau,\sigma_1,\ldots,\sigma_n>}$, et $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \in E^{\lambda}_{\sigma_1}, \ldots, E^{\lambda}_{\sigma_n}$ alors $<\delta, \alpha_1, \ldots, \alpha_n> \in E^{\lambda}_{\tau}$

4. Si $\beta \in X_\sigma$ et $\alpha \in E^{\lambda}_{\tau}$ alors $<\lambda, \beta, \alpha> \in E^{\lambda}_{<\tau,\sigma>}$

1. signifie que l'ensemble des variables de type σ est compris dans l'ensemble des expressions de type σ de L^{λ}.
2. que l'ensemble des fonctions de type σ est subordonné (ou égal) aux expressions σ de L^{λ}.
3. que si δ appartient aux expressions complexes formées d'un numérateur de type τ et d'un dénominateur comprenant

$\sigma_1, \ldots, \sigma_n$ et que $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ sont des expressions de type $\sigma_1, \ldots, \sigma_n$, alors $<\delta, \alpha_1, \ldots, \alpha_n> \in E^{\lambda}_{\tau}$

4. que, si β est élément des variables de type σ et α appartient aux expressions de type τ de L^{λ}, alors l'expression complexe $<\lambda, \beta, \alpha>$ appartient aux expressions complexes de L^{λ} formant un type τ à partir d'un type σ ($E^{\lambda}_{<\tau,\sigma>}$).

Bibliographie

AJDUKIEWICZ K. (1935). Die Syntaktische Konnexität. *Studia Philosophica* 1, 1-27; trad. anglaise, Syntactic connexion. In S. Mc Call (ed.) 1967, 207-231.

BAR-HILLEL Y. (1950). On syntactical categories. *The Journal of Symbolic Logic* 15, 1-16.

BAR-HILLEL Y. (1953). A quasi-arithmetical notation for syntactic description. *Language* XXIX, 47-58.

BAR-HILLEL Y. (1967). Syntactical and semantical categories. *The Encyclopedia of Philosophy*. VIII, 57-61.

BAR-HILLEL Y. (ed.) (1970). *Aspects of Language*. Amsterdam: North Holland, 89-97.

BOCHENSKI I.M. (1962). On the syntactical categories. In A. Menne (ed.), *Logico-Philosophical Studies*. Dordrecht: Reidel, 67-88.

CARNAP R. (1937). *The Logical Syntax of Language*. London: Routledge & Kegan Paul.

CHOMSKY N. (1957). *Syntactic Structures*. The Hague: Mouton.

CRESSWELL M.J. (1973). *Logics and Languages*. London: Methuen.

CRESSWELL M.J. (1977). *Categorial Languages*. Bloomington: IULC.

FEYS T. (1946). Logique combinatoire. *Revue philosophique de Louvain* 44, 74-103, 237-270.

FLYNN M. (1985). *Structure Building Operations and Word Order*. New York & London: Garland.

FREGE G. (1971). *Ecrits logiques et philosophiques*. Paris: Seuil.

GARDIES J.-L. (1975). *Esquisse d'une grammaire pure*. Paris: Vrin.

GEACH P.T. (1972). A progamm for syntax. In D. Davidson & G. Harman (eds), *Semantics of Natural Language*. Dordrecht: Reidel, 483-497.

HUSSERL E. (1957). *Logique formelle et logique transcendantale*. Paris: P.U.F.

HUSSERL E. (1962). *Recherches logiques*. Paris: P.U.F., tome II, 2e partie.

LAURIER D. (1993). *Introduction à la philosophie du langage*. Liège: Mardaga.

LESNIEWSKI S. (1992). *Collected Works*. S.J. Surma, J.T. Srezednicki, D.I. Barnett (eds). Dordrecht: Kluwer, 2 vols.

LEWIS D. (1972). General semantics. In D. Davidson & G. Harman (eds), *Semantics of Natural Language*. Dordrecht: Reidel, 169-218.

LUSCHEI E.C. (1962). *The Logical Systems of Lesniewski*. Amsterdam: North Holland.

MC CALL S. (1967). *Polish Logic*. Oxford: Clarendon Press.

MC CAWLEY J.C. (1981). *Everything that Linguistis have always Wanted to Know about Logic*. Oxford: Blackwell.

MIÉVILLE D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de Stanislaw Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie*. Berne: Lang.

MONTAGUE R. (1974). *Formal Philosophy*. R. Thomason (ed.). New Haven: Yale University Press.

OEHRLE R.T: *et al.* (1988). *Categorial Grammars and Natural Language Structures*. Dordrecht: Reidel.

POTTS T.C. (1973). Fregean categorial grammar. In R.J. Bogdan & I. Niiniluto (eds). *Logic, Language and Probability*. Dordrecht: Reidel, 245-284.

PRIOR A.N. (1971). *Objects of Thought*. Oxford, OUP.

RUSSELL B. (1956). *Logic and Knowledge. Essays 1901-1950*. London: Allen & Unwin.

SOBOCINSKI B. (1949). L'analyse de l'antinomie russellienne par Lesniewski. *Methodos* 1, 94-107, 220-228, 308-316.

SOBOCINSKI B. (1950). L'analyse de l'antinomie russellienne par Lesniewski. *Methodos* 2, 237-257.
TARSKI A. (1974). *Logique, sémantique, métamathématique*. Paris: Colin.
TICHY P. (1971). An approach to intensional analysis. *Noûs* 5, 273-297.
WHITEHEAD A.N. & RUSSELL B. (1920). *Principia Mathematica*. Cambridge: CUP.

A LA RECHERCHE DES CATÉGORIES SÉMANTIQUES OUBLIÉES

Denis MIÉVILLE

> «Marcheur ce sont tes traces
> ce chemin, et rien de plus;
> Marcheur, il n'y a pas de chemin,
> le chemin se construit en marchant [...]
> [...]
> Marcheur, il n'y a pas de chemin
> Seulement des sillages sur la mer»
> Antonio Machado

Préambule

L'idée selon laquelle certaines propriétés peuvent être prédiquées de certains objets et d'autres pas n'est pas nouvelle. Le chapitre trois des *Categoriae* d'Aristote est éloquent à cet égard. Ce qui est plus récent, par contre, c'est la mise en forme d'une théorie des catégories, et sa mise en oeuvre dans la construction d'un système logique. Il faut attendre la fin du XIX^{e} siècle et l'aube du XX^{e} pour observer les premières analyses systématiques en termes de grammaires catégorielles. Il est intéressant de remarquer que la nécessité de réaliser cette entreprise est motivée par deux raisons qui ne sont pas toujours disjointes: il y a d'une part la nécessité de réagir contre l'apparition d'antinomies et de l'autre la puissante intuition que partagent certains logiciens et philosophes de ce temps-là, selon laquelle chaque expression d'un langage, qu'il soit naturel ou formel, devrait appartenir à une et une seule des catégories sémantiques définissables à partir des deux catégories fondamentales, celle des noms et celle des propositions.

Dans ce champ d'intérêts et de réflexion, S. Lesniewski a joué un rôle important tant par ses très fortes réactions motivées par l'analyse des antinomies, que par rapport aux fondements et à la construction des systèmes logiques qu'il propose.

> Im J. 1922 habe ich eine Konzeption der "semantischen Kategorien" skizziert, die mir diese oder jene einer jeden intuitiven Begründung für mich entbehrenden "Hierarchien der Typen" ersetzen sollten, und die, Wennich überhaupt würde anzunehmen, auch wenn keine "Antinomien" auf der Welt beständen. (Lesniewski 1929: 14)

Dans la suite de notre propos, nous allons montrer l'intérêt qu'il y a à faire usage des travaux de Lesniewski pour formaliser et définir de nouvelles constantes logiques. Mais avant d'y parvenir, il est utile que nous abordions quelques questions de limites et de méthode.

Limites et méthode

Il est utile et intéressant de s'interroger sur le nombre et la qualité des opérateurs qu'une logique doit contenir. Une telle interrogation peut cependant paraître aujourd'hui guère pertinente et motivée. En effet, il est connu qu'il existe «plusieurs logiques» et que celle dite classique du premier ordre semble épuiser l'ensemble des opérateurs logiques fondamentaux nécessaires pour fonder tout raisonnement déductif. Formulons donc notre question autrement, et interrogeons-nous sur les limites, en termes d'opérateurs, de cette logique classique? Pour quelles raisons ne contient-elle que ce qu'elle contient? à savoir une variété de catégories sémantiques extrêmement limitée et fragmentaire, la catégorie des propositions, S; celle des noms, N; la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à un argument propositionnel, S/S, respectivement à deux arguments propositionnels, S/SS et la catégorie S/(fonction propositionnelle à arguments nominaux). Une réponse, un peu lapidaire mais qui correspond cependant à la réalité, est qu'une telle logique a été conçue en fonction d'une finalité bien déterminée et que cette finalité, liée aux fondements logiques des mathématiques, se suffit de ce que contient cette logique classique. Les choses ne sont pas aussi simples, néanmoins notre question reste légitime car la logique mathématique n'est pas le tout de la logique extensionnelle. Cette interrogation n'est pas nouvelle, elle n'a seulement pas été entendue comme elle le méritait et cela, en raison même du succès rencontré par la logique classique du premier ordre. Mais, il y a quelque soixante ans, Tarski écrivait pourtant déjà ceci:

> Le langage d'un système complet de logique devrait contenir en tant que tel – en acte ou en puissance- –toutes les catégories sémantiques possibles apparaissant dans le langage des sciences déductives. Cette circonstance confère justement à ce langage un caractère universel dans un certain sens et est l'un des facteurs auxquels la logique doit son importance fondamentale pour l'ensemble du savoir déductif. La variété des catégories sémantiques dans tels ou tels systèmes fragmentaires de logique ou dans d'autres sciences déductives peut être considérablement limitée – tant au point de vue de leur nombre que de leur ordre. (Tarski 1974: 219, vol. 1)

Dans ce passage, Tarski expose clairement la qualité que devrait posséder un système de pure logique, une logique considérée comme un langage universel. Il devrait être en mesure de donner accès à toutes les constantes de toutes les catégories syntaxico-sémantiques conçues sur la base des catégories, N (nominale) et S (propositionnelle), pour autant qu'elles *apparaissent dans le langage des sciences déductives*. Tarski proposait, par ailleurs, une taxinomie des langages en fonction de leur extension catégorielle:

> [...] nous pouvons distinguer quatre *espèces de langages*: (1) les langages dont toutes les variables appartiennent à une même catégorie sémantique: (2) les langages où le nombre de catégories contenant des variables est plus grand que un mais fini; (3) les langages où les variables appartiennent à un nombre infini de catégories différentes, l'ordre de celles-ci ne dépassant cependant pas un nombre naturel n déterminé à l'avance; enfin (4) les langages contenant des variables

> d'un ordre quelconque si élevé qu'il soit. (Tarski 1974: 219-220, vol. 1)

Dans la suite de notre propos, nous allons montrer de quelle manière et dans quel esprit S. Lesniewski propose un cadre méthodologique offrant la possibilité de développer des langages de la quatrième espèce, c'est-à-dire, *contenant des variables d'un ordre quelconque si élevé qu'il soit* et, permettant, nonobstant, de donner accès à la définition de toutes les constantes de chaque catégorie. Nous aborderons également les problèmes que pose une telle générosité.

La proposition de Tarski

Les conséquences liées à la proposition de Tarski sont au moins de deux sortes. D'une part, celles liées à la qualité qu'un système logique devrait posséder, à savoir, contenir l'ensemble des catégories sémantiques (donc des constantes desdites catégories) apparaissant dans le langage des sciences déductives. D'autre part, les conséquences inhérentes à la manière même de construire un tel système et qui sont évidemment subordonnées aux premières. Étudions donc les implications liées à l'ensemble des catégories sémantiques pouvant apparaître dans le langage des sciences déductives. Nous pouvons supposer cet ensemble connu et, par voie de conséquence, avoir connaissance de l'ensemble des contantes liées aux catégories. Mais cette hypothèse ne résiste pas à l'analyse si nous exigeons d'elle un statut d'universalité. En effet, si nous pouvons admettre, sans autre forme de procès, la possibilité de proposer une liste exhaustive de constantes logiques – et donc de catégories sémantiques – nécessaires à la mise en oeuvre des mécanismes déductifs liés à une finalité spécifique, il nous paraît particulièrement problématique, pour ne pas dire illusoire, de pouvoir envisager toutes les finalités possibles. C'est totalement irréaliste de penser réunir en un seul système l'ensemble des catégories, et donc des constantes, qui apparaissent dans le langage des sciences déductives compris comme celui de toutes les situations possibles. Force est donc de convenir que, en l'état actuel des choses, nous ne connaissons pas l'ensemble des constantes nécessaires au langage des sciences déductives le plus complet. Ce langage ne cesse de s'enrichir progressivement, au gré des rencontres que la science déductive fait avec certains problèmes de pure logique, problèmes dont la solution doit passer par une expansion de l'ensemble des constantes préalablement connues et/ou par une expansion de l'ensemble des catégories sémantiques. Si nous partageons le point de vue selon lequel l'extension des opérations logiques n'est jamais connue de manière définitive et qu'une des activités du logicien est de contribuer à l'étendre, nous sommes contraints d'en assumer les conséquences. En effet, cette idée de progression de l'extension des opérations logiques, ce constat de complétude relative liée à l'état actuel d'un système a pour corollaire la nécessité de concevoir une autre manière de fonder et développer un langage pour les sciences déductives. Il s'agit en effet d'échapper au carcan traditionnel des systèmes fermés qui, comme l'écrit Chazal, sont *donné[s] tout entiers en une seule fois* (1995: 73). Il faut disposer d'un système ouvert permettant de rendre compte, de manière non contradictoire, des expansions de nouvelles significations, d'idées nouvelles qui ne soient pas simplement des abréviations ou des commodités linguistiques. Nous devons donc disposer d'un système développemental.

Quelques remarques préliminaires

La construction d'une théorie logique permettant d'accéder progressivement à toute constante de n'importe quelle catégorie sémantique n'est pas évidente à priori. En effet, elle doit être pensée en un sens particulièrement généreux. Cette générosité se manifeste clairement à travers la définition inductive suivante qui permet de générer l'ensemble des catégories auquel un tel système devrait donner accès:

i. S et N sont des catégories syntaxico-sémantiques,
ii. Si C, C_1, C_2, ..., C_n sont des catégories syntaxico-sémantiques, alors $(C/C_1C_2...C_n)$ est également une catégorie syntaxico-sémantique; il s'agit de la catégorie des fonc-

teurs formateurs de la catégorie C dont le premier argument est de la catégorie C_1, le deuxième de la catégorie C_2, ..., le n-ième de la catégorie C_n,

iii. Rien n'est une catégorie, sinon par ce qui précède.

Quelques exemples convaincront les plus sceptiques de l'ampleur catégorielle de notre projet:

1) (N/N) est une catégorie syntaxico-sémantique (ci-après CSS) par i et ii.
2) (S/SSN) est une CSS par i et ii.
3) (S/(N/N)) est une CSS par i, 1) et ii.
4) ((N/N)/(S/SSN)(S/(N/N))) est une CSS par 1), 2), 3) et ii.

Lorsque, à chaque catégorie correspond à son tour un ensemble de foncteurs constants, nous devons admettre que cette manière de construire est efficace et puissante. Cependant, elle pose d'emblée trois problèmes. Le premier est associé au fondement initial même du système, fondement sur lequel tout l'édifice logique à venir va reposer. Le deuxième est lié au mode opératoire mis en oeuvre de façon à introduire progressivement, et sans contradiction, des constantes et des catégories sémantiques nouvelles. Enfin, et en fonction des deux autres problèmes, une troisième difficulté, inhérente au projet lui-même, subsiste: comment concevoir un langage et donc sa syntaxe, si nous ne savons pas, sinon au niveau de sa base axiomatique, ce qu'il va contenir? Nous répondrons dans le désordre à ces trois questions.

Si nous voulons disposer d'une procédure capable d'être mise en oeuvre pour importer des significations effectivement nouvelles dans le système, et non des abréviations, celle-ci doit échapper à la mise en forme d'une expression définitoire par le biais d'une expression métalinguistique. Elle doit donc être conçue de telle sorte qu'elle permette d'inscrire dans le système des théorèmes dont la structure respecte les conditions d'une bonne définition explicite. Il faut donc chercher à élaborer une procédure définitoire à caractère inférentiel. Depuis Blaise Pascal, les conditions d'une bonne définition explicite sont bien connues et nous ne les rappellerons donc pas. Nous nous contenterons d'insister sur la relation qui est en jeu. Le *definiens*

A et le *definiendum* B de toute bonne définition soutiennent entre eux une relation d'équivalence, A $\leftrightarrow$ B. Cette relation d'équivalence définitoire est validée si et seulement si de l'application de la biconditionnelle aux deux arguments propositionnels A et B, il résulte une tautologie $\vdash A \equiv B$.

Considérant ce critère de validation, nous obtenons un élément de réponse à la première question posée: sur quelle base fonder un édifice logique de type développemental? Nous pouvons le faire en proposant, une base axiomatique qui inscrit la signification primitive de la biconditionnelle. Il est évident que cela ne suffira pas. Si, au niveau purement propositionnel cette base est suffisante, il est également nécessaire de disposer d'une signification primitive liée à la catégorie fondamentale des noms. Nous verrons de quelle manière y parvenir un peu plus loin.

Il reste à montrer comment il est possible de développer progressivement la syntaxe d'une théorie logique lorsque l'orientation finale de l'édifice logique à construire n'est pas connue, hormis par sa base axiomatique. Dans cette perspective, il est totalement exclu de se donner, à l'image des théories formelles classiques, une réunion d'ensembles de symboles présémantiquement déterminés et dont nous sommes assuré qu'ils épuisent toute la richesse de la sémantique visée Il est dès lors indispensable, c'est la troisième conséquence inhérente au projet d'une logique évolutive, de concevoir une nouvelle manière de formaliser.

Détermination contextuelle

Dans ce qui va suivre, nous aborderons une nouvelle manière de concevoir la formalisation: la détermination contextuelle. Il s'agira davantage d'une esquisse de présentation que d'une approche systématique. Notre intention est d'expliciter comment, dans une perspective développementale, il est possible de distinguer les variables des constantes, ainsi que de déterminer la catégorie syntaxico-sémantique de tout symbole.

1) Dans un premier temps, isolons en pensée toute paire de signes qui partagent entre eux une symétrie axiale non triviale; cela permet de déterminer et de disposer (d')autant de parenthèses que souhaitées. Dans cet ensemble, sélectionnons deux paires privilégiées, par exemple: ⌊, ⌋ et ⌈, ⌉. Posons que ces couples de parenthèses jouerons dorénavant le rôle de délimitateurs spécifiques. Le couple ⌊, ⌋ sera réservé pour délimiter ce qui est quantifié – il s'agit du *quantificateur* –; l'autre couple ⌈, ⌉ sera réservé pour délimiter la zone sur laquelle porte la quantification – il s'agit du *sous-quantificateur*. Concaténés selon l'ordre suivant, ils constitueront une bonne expression quantifiée: ⌊....⌋⌈.........⌉. Les points contenus dans ces deux zones indiquent qu'elles possèdent un contenu.

2) Dorénavant, toute inscription dans un sous-quantificateur, différente d'une parenthèse et possédant un signe équiforme dans le quantificateur qui précède, aura le statut de *variable*.

3) Dorénavant, toute inscription dans un sous-quantificateur, différente d'une parenthèse et ne possédant pas un signe équiforme dans le quantificateur qui précède, aura le statut de *constante* (ou foncteur constant).

Soit l'expression A suivante:

A: ⌊..*+.⌋ ⌈....* * + O.....⌉

conformément à ce qui précède, les signes * et + du sous-quantificateur de A sont des variables, alors que le signe O est une constante.

Rien n'est dit ici sur la nature de la quantification ni sur l'appartenance catégorielle des variables et de la constante inscrites dans l'expression A. Ce qui est connu, et connu de manière contextuelle, c'est la qualité des signes inscrits dans le sous-quantificateur. Il n'est nul besoin d'expliciter préalablement la liste des symboles de constantes et de variables qui pourraient être utilisés.

Il est maintenant nécessaire d'aborder un problème plus délicat, associé à la détermination catégorielle des symboles de variables et de constantes apparaissant dans une expression quantifiée. Pour y parvenir, rappelons ce que nous écrivions plus haut: toute logique développementale se construit à partir d'une base explicite inscrivant les significations primitives qu'elle utilise pour atteindre de nouvelles significations. Ces significations sont introduites à l'aide d'une règle inférentielle de définition inscrivant, dans le système en devenir, de nouveaux théorèmes. L'idée est de partir d'une base minimale, celle-ci devra permettre de déterminer, de manière contextuelle, les catégories syntaxico-sémantiques primitives. C'est par la mise en oeuvre de la règle inférentielle de définition que nous inscrirons ensuite de nouvelles constantes logiques en respectant le contexte des anciennes catégories ou en introduisant de nouveaux contextes pour des catégories jusqu'alors inconnues du système. Mais précisons ce qu'est un contexte et choisissons le (ou les) contexte(s) primitif(s).

4) Un *contexte* est un objet formel constitué d'une paire de parenthèses différente de celles utilisées pour marquer les fonctions quantificationnelle et sous-quantificationnelle. Ces parenthèses cernent un ou plusieurs arguments. Dans une expression quantifiée, un contexte est toujours précédé d'un signe de foncteur variable ou constant. La catégorie de celui-ci est identifiable grâce à la forme des parenthèses, le nombre des arguments qu'elles cernent ainsi que la catégorie de chacun de ces arguments. La base axiomatique inscrit les premiers contextes que le système contient et une identification catégorielle leur est attribuée.

Partant de l'idée que la base axiomatique doit contenir la signification de la biconditionnelle comme foncteur primitif, choisissons, pour ce foncteur, un symbole qui ne soit pas une parenthèse. En lui-même un symbole n'appartient à aucune catégorie particulière. Seul le contexte auquel il est associé permettra cette détermination catégorielle. La base axiomatique est donc une forme quantifiée dans laquelle apparaîtra le symbole choisi pour représenter la biconditionnelle. Celui-ci précède le contexte primitif sélectionné pour identifier la catégorie à laquelle on veut l'associer. Pour ces raisons, nous désirons disposer de la signification de la biconditionnelle classique. Choisissons alors ce que la tradition propose généralement, à savoir: $\equiv$. Nous voulons qu'il soit identifié comme appartenant à la famille des foncteurs formateurs de propositions à deux arguments propositionnels, S/SS. Nous imposerons, pour l'identification de ce contexte, la forme parenthèsée à deux places: (– –).

La base axiomatique, selon ces choix, aura des formes contenant la biconditionnelle suivie de ce contexte. A titre d'explicitation, proposons une forme incomplète d'une telle base:

Axiome: $\lfloor ..*+. \rfloor \lceil .... \equiv (**) \;\; \equiv (*+) \;\; \equiv (* \equiv (**)) ..... \rceil$

On reconnaît une forme d'écriture préfixée, avec un parenthésage spécifique portant en lui le mode d'identification de la catégorie des arguments qu'il contient et du symbole qui le précède. Ainsi, c'est parce que le symbole * est inscrit dans un parenthésage à deux arguments et que les parenthèses sont équiformes respectivement à (, et à), qu'il est un symbole de la catégorie des propositions, S. Quant au symbole ≡ précédant le contexte à deux arguments (– –), il est de la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à deux arguments propositionnels, S/SS. Il en est ainsi parce qu'il a été décidé qu'il en serait dorénavant ainsi. Nous pouvons induire de cette manière de procéder que les symboles ≡ et *, dans d'autres contextes, pourraient être associés à d'autres catégories.

5) Une règle inférentielle de définition doit, pour remplir le contrat d'une logique développementale, permettre l'inscription de théorèmes dans le système. Il s'agit de théorèmes particuliers dans la mesure où une expression définitoire doit être une expression biconditionnelle. Ainsi la règle de définition permettra d'introduire des formes complexes de la forme schématique suivante:

$$\lfloor v_1 v_2 \ldots v_n \rfloor \lceil \equiv (\, f<v_1 v_2 \ldots v_n> E_{v_1 v_2 \ldots v_n}) \rceil$$

le symbole **f** y représente un symbole de foncteur constant nouveau par rapport à la catégorie à laquelle il appartient, foncteur portant sur **n** variables, l'expression $f<v_1v_2 \ldots v_n>$ est le definiendum de la définition, et l'expression $E_{v_1v_2 \ldots v_n}$, son definiens. Cette dernière expression doit être formée avec ce que le système a préalablement construit et contenir les variables $v_1, v_2, \ldots, v_n$. Nous remarquons que conformément à ce qui a été annoncé, le definiendum et le definiens sont bien inscrits dans une expression biconditionnelle:

$$\equiv (f<v_1 v_2 \; \ldots \; v_n> E_{v_1 v_2 \ldots v_n})$$

Dans l'explicitation de la mise en oeuvre de la règle inférentielle définitoire il est nécessaire de spécifier que:

i) si le nouveau foncteur constant **f** destiné à être introduit est d'une catégorie syntaxico-sémantique précédemment introduite, il est nécessaire de respecter formellement le contexte qui caractérise déjà cette catégorie;
ii) si le nouveau foncteur constant **f** destiné à être introduit est d'une catégorie que le système ne connaît pas encore, il est nécessaire de choisir un contexte lui attribuant une nouvelle identité catégorielle et cela, en prenant la précaution de choisir un parenthésage qui évite toute confusion. Par exemple, voyons la situation où il est nécessaire d'introduire un foncteur constant binaire, formateur de proposition à deux arguments de la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à deux arguments propositionnels, S/(S/SS)(S/SS). Dans ce cas, il est exclu de faire usage des parenthèses équiformes à (et). En effet, ce nouveau foncteur étant binaire lui aussi, le choix des parenthèses (et) rendrait totalement ambiguë la catégorie du nouveau foncteur puisque cette paire de parenthèses a été préalablement utilisée pour identifier dans un autre contexte binaire, une autre catégorie. Ici toute autre paire de parenthèses différentes de (et) et différentes des autres paires de parenthèses liées à des contextes catégoriels binaires préalablement inscrits peuvent être choisies.

Nous avons mis en évidence, dans l'esprit tout au moins, une manière de formaliser différente de celle utilisée dans la construction classique des systèmes formels. Elle est nécessaire lorsque nous en envisageons la construction d'un système logique de manière progressive et sans restriction catégorielle. La complexité liée à la réalisation de ce dessein n'est qu'apparente ou, sinon, déjà contournée. En effet, le logicien polonais S. Lesniewski a effectivement conçu et formalisé la base axiomatique, l'ensemble des explicitations terminologiques et les règles d'inférences, en particulier celle de la définition, nécessaires au projet d'une logique développementale (Lesniewski 1992).

Un aperçu des systèmes de Lesniewski

Dans ce qui suit, nous nous consacrerons à l'étude des significations primitives inscrites dans les bases axiomatiques des systèmes de Lesniewski. Afin de faciliter la compréhension des termes primitifs, nous ne ferons pas usage du mode descriptif contextuel, mais choisirons une manière fonctionnelle de présenter les axiomes.

Lorsque Lesniewski rencontre la logique à l'aube de ce siècle, il n'est pas satisfait par les théories qu'il découvre. Il considère que le projet associé à la logique devrait être plus ambitieux. Selon son point de vue, une logique doit être ontologiquement neutre, universelle, d'ordre supérieur et libre. Ce qui signifie qu'elle doit donc 1) englober dans son projet la possibilité d'accéder à n'importe quelle catégorie syntaxico-sémantique issue des catégories des noms et des propositions; 2) pouvoir être appliquée à quelque univers que ce soit, y compris un univers vide; et 3) disposer, relativement à la catégorie des noms, de termes qui ne dénotent pas. Pour rendre effectif ce projet Lesniewski va doter ses systèmes logiques de modes de développements progressifs conçus à partir d'une base axiomatique liée à un système des propositions, la protothétique et complété par une base fondant un calcul des noms, l'ontologie.

1. La protothétique

La base axiomatique de la protothétique se compose de trois axiomes. Il s'agit ici d'une des versions possibles.

Axiome 1:

$(\forall pqr)(((p \equiv r) \equiv (q \equiv p)) \equiv (r \equiv q))$

Axiome 2:

$(\forall pqr)((p \equiv (q \equiv r)) \equiv ((p \equiv q) \equiv r))$

Axiome 3:

$$(\forall pg)\quad [(\forall f)(g(pp){\equiv}((\forall r)(f(rr){\equiv}g(pp)){\equiv}(\forall r)(f(rr){\equiv}g((p{\equiv}(\forall q)(q))p))))$$
$$\equiv$$
$$(\forall q)(g(qp))]$$

Les axiomes A1 et A2 coordonnent les propriétés constitutives liées à la signification de la biconditionnelle; quant à l'axiome A3, il paraît bien ésotérique. Il comprend:

> a) The principle of bivalency expressed by equivalence [biconditionnelle] and variable functors for two arguments.
>
> b) Some forms of the law of extensionality for propositions which together with A1 and A2 enable us to obtain a complete propositional calculus. (Sobocinski 1960: 56-57)

ce que nous avons montré par ailleurs (1984: 174 sqq.). Cette base axiomatique est extrêmement modeste en termes de catégories syntaxico-sémantiques et en termes de constantes logiques. En fait, seul un terme constant de la catégorie formateur de propositions à deux arguments propositionnels y est inscrit, la biconditionnelle. Quant aux catégories, seules deux apparaissent: S et S/SS. Elles sont associées au contexte primitif (– –). En plus des raisons évoquées précédemment par rapport à cette modestie, il faut ajouter un principe d'économie:

> [...] das Einführen noch einer dritten "semantischen Kategorie" in die Axiomatik [dieses sytems] wollte ich aus annähernd solchen Antrieben vermeiden, welche die Bemühungen zahlriecher Forscher in ihrem Streben nach Verringerung z.b. der Zahl der Axiom oder der Zahl der primitiven Termine dieser oder jener Theorie leiten. (Lesniewski 1929: 33)

Quant aux règles d'inférence de la protothétique, elles sont au nombre de cinq:

1. Règle de détachement.
2. Règle de distribution des quantificateurs.
3. Règle de substitution.
4. Règle de définition.
5. Règle d'extensionnalité.

2. L'ontologie

Pour fonder l'ontologie, ou calcul des noms, Lesniewski propose un axiome unique inscrivant la signification d'un foncteur formateur de proposition à deux arguments nominaux, l'epsilon ε. Nous pouvons l'interpréter de la manière suivante: «est le ou est parmi les». Il ne s'agit en aucun cas du symbole d'appartenance de la théorie classique des ensembles. Ce foncteur apparaît dans des propositions dites *singulières* de la forme est a ε b. Une telle proposition peut se lire de manière présémantique:

a ε b: *a* est le (ou parmi les) *b*

les termes a et b représentent des objets formels de la catégorie syntaxico-sémantique des noms. L'évaluation d'une proposition singulière de la forme a ε b est le vrai si et seulement si toutes les conditions suivantes sont réalisées:

1) Le terme *a* ne représente pas un nom sans dénotation;
2) le terme *a* représente un nom individuel. Ce nom ne peut dénoter plus d'un individu;
3) si un terme est associé à un nom qui possède la même dénotation que celui associé à *a*, alors il est en correspondance avec les objets – ou l'objet – dont le nom est associé au terme *b*.

Cette formulation n'est pas très élégante. La première clause stipule l'existence de *a*, la deuxième inscrit l'unicité de *a* et enfin la troisième explicite un principe de convergence en ce sens que tout ce qui pourrait être *a* est aussi un des *b*.

Cette signification de l'epsilon de Lesniewski s'exprime au travers de la réalisation formelle suivante, dans laquelle $(\forall a)$ peut être lu «quel que soit *a*» et $(\exists b)$, «il y a *b*».

Axiome:

$$\begin{array}{lll} (\forall ab)(a\ \varepsilon\ b \equiv & (\exists c)(c\ \varepsilon\ a) \wedge & \text{(existence)} \\ & (\forall cd)((c\ \varepsilon\ a \wedge d\ \varepsilon\ a) \supset d\ \varepsilon\ c) \wedge & \text{(unicité)} \\ & (\forall c)(c\ \varepsilon\ a \supset c\ \varepsilon\ b)) & \text{(convergence)} \end{array}$$

En utilisant cette signification de la copule et en choisissant le domaine sémantique des connaissances naïves communément partagées, il est possible d'évaluer les propositions suivantes:

Aristote est un philosophe de l'Antiquité — comme une proposition vraie.

Jean-Paul II est un mathématicien célèbre— comme une proposition fausse. En effet, bien que *Jean-Paul II* existe et soit unique, celui-ci n'est pas un mathématicien.

Pégase est un cheval ailé — comme une proposition fausse, parce que *Pégase* n'existe pas, *Pégase* ne dénote aucun objet.

L'homme est mortel — comme une proposition fausse parce que *l'homme* dans ce contexte est un nom général, il dénote plus d'un objet. En fait, il s'agit de la forme contractée d'une universelle affirmative qui peut s'écrire ainsi:

$$(\forall c)(c\ \varepsilon\ a \supset c\ \varepsilon\ b)$$

et qui serait vraie.

L'ontologie de Lesniewski est un prolongement de la protothétique; elle permet des expansions dans lesquelles la catégorie des noms joue un rôle déterminant. L'ontologie possède également des règles d'inférences qui ont dans l'esprit les mêmes fonctions que celles de la protothétique, mais qui sont adaptées aux rôles que ce nouveau système joue. La règle d'inférence définitioire purement ontologique prend la forme suivante:

$$\lfloor v_1 v_2 \ldots v_n a \rfloor \lceil \equiv (a\ \varepsilon\ f\langle v_1 v_2 \ldots v_n\rangle (a\ \varepsilon\ a \wedge E_{v_1 v_2 \ldots v_n}))\rceil$$

Il est important d'insister sur le fait que l'axiome de l'ontologie est ainsi construit qu'il autorise l'usage des noms singuliers, dénotant un et un seul objet, des noms généraux dénotant plusieurs objets ainsi que des noms vides ne dénotant aucun objet.

Épilogue

Dans cette réflexion que nous conduisons par rapport aux liens que supportent la notion de catégorie avec la logique et dans la perspective de rendre compte d'une expansion progressive des significations logiques, nous avons présenté d'une part les conséquences inhérentes à un tel projet, de l'autre les fondements d'une théorie qui le rend réalisable. Nous n'avons pas explicité ici la mise en oeuvre effective d'une logique développementale. Des premiers résultats peuvent être étudiés ici même dans les articles de Nadine Gessler et de Pierre Joray, ou dans le fascicule des Travaux de Logique n° 6 consacré à la négation.

Pour conclure reportons-nous une fois encore au génie de Lesniewski. L'ontologie est une logique d'ordre supérieur conçue à partir des catégories des propositions et des noms. Elle permet de régler le discours des sciences déductives lié à la référence. Mais si le nom singulier est censé dénoter une entité individuelle, Lesniewski a réalisé que cela n'était pas suffisant. En effet, pour rendre la sémantique plus complète encore, il est nécessaire de pouvoir y représenter un mode d'accès à la référence collective. Il s'agit donc de proposer une alternative à la pure sémantique extensionnelle en la complétant d'une manière collective ou méréologique, permettant ainsi d'analyser les entités individuelles dans leur organisation «agglomérative» ou «agrégative». Nadine Gessler présente ici même les fondements de cette théorie des ensembles collectifs et explique les raisons de son émergence.

Centre de Recherches Sémiologiques
Séminaire de logique
Espace Louis-Agassiz 1
CH 2000 NEUCHATEL

Bibliographie

CHAZAL G. (1995). *Le miroir automate. Introduction à une philosophie de l'informatique*. Seysel: Champ Vallon.

LESNIEWSKI S. (1929). Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. *Fundamenta mathematicae* 12, 1-18.

LESNIEWSKI S. (1992). *Collected Works*. S.J. Surma, J.T. Srezednicki, D.I. Barnett (eds). Dordrecht: Kluwer, 2 vols.

MIÉVILLE D. (1991). *La négation, une étude logique*. Neuchâtel: Centre de Recherches Sémiologiques (Travaux de logique n° 6).

MIÉVILLE D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de S. Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie*. Berne: Lang.

SOBOCINSKI B. (1960). On the single axioms of protothetic I. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 1, 52-73.

TARSKI A. (1974). *Logique, sémantique, métamathématique*. Paris: Colin.

DU LANGAGE NATUREL AUX LANGAGES LOGIQUES: ESQUISSE D'UNE APPROCHE CATÉGORIELLE

Pierre JORAY

> Par rapport à l'ordre évident, nécessaire, universel, que la science, et singulièrement l'algèbre, introduisent dans la représentation, le langage est spontané, irréfléchi; il est comme naturel. Il est aussi bien, et selon le point de vue sous lequel on l'envisage, une représentation déjà analysée qu'une réflexion à l'état sauvage. A vrai dire, il est le lien concret de la représentation à la réflexion. Il n'est pas tant l'instrument de communication des hommes entre eux, que le chemin par lequel, nécessairement, la représentation communique avec la réflexion.
> Michel Foucault.

S'il est un peu présomptueux de vouloir enrichir les réflexions que, depuis toujours, les logiciens ont menées concernant les rapports de leur discipline à l'analyse des langues naturelles, j'aimerais ici plus simplement proposer le parcours méthodologique auquel m'ont conduit mes recherches sur la notion de catégorie.

Loin de vouloir rejeter les idées du passé, je montrerai premièrement comment cette notion peut offrir les moyens de revenir à un style d'analyse bien connu de l'ancienne logique mais que la logique moderne, absorbée qu'elle était par les problèmes des fondements des mathématiques, a quelque peu laissé de côté. Je décrirai ensuite ces moyens pour arriver enfin à l'exemple d'une analyse qui emprunte cette voie. Dans cette dernière partie, je montrerai que le pronom relatif recouvre une fonction qui est digne de l'intérêt du logicien.

Travaux de logique, 10, 1996.

1. Catégories et parties du discours

Les auteurs, philosophes, logiciens ou linguistes, qui ont écrit sur la notion de catégorie, insistent fréquemment sur son caractère fondamentalement intuitif. Et, faisant abstraction de l'aspect souvent technique des définitions rencontrées, il m'apparaît en effet que l'idée générale de catégorie langagière repose sur quelques constats relativement simples. Afin de rendre compte de la grande multiplicité de sens dont une langue articulée est capable, il faut disposer d'un certain nombre de classes – ou catégories – pour regrouper les expressions et parties d'expressions de cette langue selon les modes fondamentaux de signification dont elle dispose. Ces classes doivent être accompagnées de règles de composition qui expriment la manière dont les éléments de telles et telles catégories se combinent pour former les expressions douées de sens de la langue en question. La notion de catégorie repose à la fois sur des considérations d'ordre sémantique – on s'appuie, pour la comprendre, sur la notion d'expression douée de sens – et des considérations d'ordre syntaxique – par les règles de composition. C'est pourquoi je parlerai de *catégories syntaxico-sémantiques* (dorénavant CSS), et ceci non pas par manque d'esprit de décision, ni même pour conserver un flou conceptuel qui pourrait m'être utile, mais bien pour garder à l'esprit ces deux aspects fondamentaux[1].

Bien entendu, l'idée de catégoriser le langage n'est pas nouvelle, elle remonte même à l'Antiquité, mais on peut affirmer que les réflexions modernes concernant les CSS débutent avec E. Husserl. Dans ses *Logische Untersuchungen*, il montre que toute langue articulée doit faire fond sur ce qu'il nomme une «armature idéale» (Husserl 1962: 134). Cette armature est la donnée d'un certain nombre de classes d'équivalence substitutionnelle – les catégories – associées à des règles de composition de leurs éléments entre eux. Deux termes ou parties d'expression t1 et t2 d'une langue donnée L ressortissent à la même catégorie lorsqu'à l'intérieur d'une expression douée de sens E

1 On trouve dans Bochenski (1962) une description des catégories qui se veut uniquement syntaxique. Je parlerai aussi, à l'occasion de la description structurelle de ma deuxième partie, de catégories simplement *syntaxiques*.

de L qui contient t1, on peut substituer t2 à t1 sans que E ne perde son caractère sensé (la substitution ne doit pas retirer à E son statut d'expression douée de sens, mais elle peut, en revanche, modifier son sens spécifique).

Prenons un exemple dans une langue dont la syntaxe est simple, celle de la logique des propositions. Les symboles $\wedge$ et $\supset$ sont de même CSS car, lorsqu'on substitue le premier au second dans l'expression douée de sens (1), on obtient (2), qui elle aussi est douée de sens:

(1) $p \supset {\sim}q$
(2) $p \wedge {\sim}q$ [2].

En revanche ~ n'est pas de la même CSS que les deux précédents car, si on le substitue à $\supset$ dans (1), on obtient (3), qui n'est pas douée de sens (on dit plutôt aujourd'hui qu'elle n'est pas *bien formée*):

(3) $p{\sim}{\sim}q$ [3].

C'est à partir de réflexions sur le langage en général et en particulier sur les langues naturelles que la notion de CSS a été élaborée, mais c'est avec les langages artificiels de la logique qu'elle a trouvé son champ d'application le plus immédiat. Les exemples leur sont en effet souvent empruntés car, contrairement aux langues naturelles, ces langages offrent avec leur lexique et leur syntaxe beaucoup plus simples un contexte adéquat à la mise en évidence des traits importants d'une théorie des catégories.

Néanmoins, les auteurs s'accordent pour la plupart sur le caractère universel du concept de CSS. Ils admettent que son application doit être possible, au moins dans ses principes, à toute langue articulée, artificielle ou naturelle. Une partie de la problématique des catégories chez Husserl, par exemple,

---

2 Les deux expressions n'ont pas forcément le même sens, l'une peut être vraie et l'autre fausse, mais les deux font sens et c'est uniquement ce qui importe.

3 Au contraire de (1) et (2), (3) ne fait pas sens, on ne peut pas lui attribuer de valeur de vérité.

concerne le langage logique, mais sa visée est tout à fait générale et il prend ses exemples dans la langue vernaculaire. Tarski de son côté écrit, au sujet de la théorie des CSS de S. Lesniewski:

> La théorie des catégories sémantiques s'enracine si profondément dans les intuitions fondamentales relatives au sens des expressions, qu'il est impossible d'imaginer un langage scientifique dont les propositions posséderaient un sens intuitif distinct et dont la structure ne pourrait s'accorder avec cette théorie [...]. (Tarski 1974: t. I, 215)

Cependant, pour chaque type de langue, il est nécessaire de spécifier la réflexion élémentaire en apportant des réponses à certaines questions:

Premièrement, il faut pouvoir distinguer, parmi les expressions de la langue que l'on se propose d'étudier, celles qui font sens de celles qui ne font pas sens.

Deuxièmement, parmi ces expressions et les parties qui les composent, la distinction doit encore être faite entre celles qui font sens par elles-mêmes et celles qui ne peuvent faire sens que par leur association avec d'autres expressions ou parties d'expression. Les premières, qui sont dites *catégorèmatiques*, sont rangées dans les *CSS de base*, alors que les secondes, dites *syncatégorèmatiques*, le sont dans les *CSS dérivées*[4]. Pour reprendre l'exemple de la logique des propositions, l'expression

(1) $p \supset {\sim}q$

ainsi que ses parties «p», «q» et «~q» sont catégorèmatiques, elles expriment un sens unitaire – en l'occurrence une valeur de vérité. En revanche, les parties «~» et «p ⊃» sont syncatégorèmatiques; elles sont incomplètes et nécessitent, pour former un sens unitaire, d'être associées à autre chose. C'est à ce niveau qu'interviennent les règles, car il s'agit de savoir comment et avec quels types d'expressions les associer si on veut être assuré d'obtenir des expressions douées de sens. Mes deux parties d'expression «~» et «p ⊃» doivent être complétées à droite par

4 On parle aussi de CSS *fonctorielles*.

une expression propositionnelle. Si on leur adjoint, par exemple, l'expression (1) (mise entre parenthèses pour éviter des confusions de lecture), on obtient les expressions complètes (4) et (5):

(4) $\sim(p \supset \sim q)$
(5) $p \supset (p \supset \sim q)$.

Chaque catégorie dérivée est ainsi accompagnée d'une règle de composition, qui exprime comment ses éléments doivent être complétés pour former une expression complète, autrement dit un *catégorème*. Cette règle est propre à la catégorie qu'elle accompagne, elle en est indissociable car c'est elle qui la différencie des autres catégories.

On rencontre une situation analogue avec le langage mathématique de l'Analyse: les symboles de fonction sont des expressions incomplètes; ils demandent à être complétés par un ou plusieurs éléments issus d'ensembles déterminés. Une expression comme «cos(x)» n'exprime à elle seule aucun nombre. C'est seulement lorsqu'elle est complétée, par exemple par le nombre 0, qu'elle devient l'expression d'un nombre déterminé: «cos(0)», qui exprime le nombre 1. On dit alors que la fonction est *saturée* par son (le cas échéant, ses) argument(s)[5].

Au-delà d'une simple ressemblance formelle, cette comparaison peut s'avérer conceptuellement fort utile. On peut comprendre, par son biais, toute l'entreprise catégorielle comme un élargissement aux questions de grammaticalité des notions de *fonction* et d'*argument*[6]. On sait par ailleurs quelle importance a eue pour le développement de la logique moderne l'application par Frege de ces notions à l'analyse de la proposition[7]. Mais ici, l'intérêt principal de cette manière d'aborder la théorie des CSS est qu'elle permet de renouer avec une manière d'analyser les faits de langue qui reste quelque peu oubliée aujourd'hui et qui traditionnellement servait à l'élargissement des connaissances à

5 Il faut remarquer la différence avec mes exemples, qui consiste en l'usage de la variable x. Celle-ci a pour rôle d'indiquer la place encore vide que prendra l'argument de la fonction. Une expression comme «cos(x)» est donc bien en un sens incomplète.
6 En particulier à partir des articles d'Ajdukiewicz (1967) et de Bar-Hillel (1953). Cf. à ce sujet ici même l'article de Bourquin.
7 Cf. Frege (1971: 91).

la fois en grammaire et en logique: cette manière, c'est celle de la théorie des *parties du discours*.

Et grâce au nouvel élargissement des concepts de *fonction* et d'*argument* au champ de l'analyse langagière, c'est avec une grande précision conceptuelle qu'il est dès lors possible de revenir, en termes de CSS, à l'idée de parties du discours. L'analyse catégorielle ainsi conçue permet de mettre en évidence une base commune à toutes les grammaires, qui correspond à celle que Husserl qualifiait de «grammaire pure logique» (Husserl 1962: 86). Cette base donne une justification théorique à un regain d'intérêt du logicien pour l'analyse des faits langagiers et, comme on le verra dans ma quatrième partie sur le pronom relatif, pour un style d'analyse qui, à bien des égards, rappelle l'analyse traditionnelle en parties du discours.

Il ne s'agit pourtant pas, bien entendu, de revenir au vieux parallélisme logico-grammatical des XVII^{e} et XVIII^{e} siècles, car la base commune envisagée est ici – et de loin – bien plus modeste que celle des grammaires générales de l'époque classique[8]. Elle constitue en fait ce qu'on pourrait appeler le degré minimal de la grammaticalité, c'est-à-dire un ensemble de conditions élémentaires du sens, en dessous desquelles il devient en quelque sorte impossible d'imaginer un langage articulé. On peut décrire formellement cette base. C'est ce que je vais examiner à présent, sous la dénomination de *structure catégorielle*.

2. Une structure catégorielle

Formellement, une structure catégorielle est la donnée de trois ensembles: un *alphabet*, un ensemble de *séquences catégorielles* et un ensemble de *règles*.

L'alphabet A est l'union des trois ensembles suivants, dont le premier contient les symboles destinés à représenter les catégories de base, le second un symbole de connecteur catégoriel et enfin le troisième des parenthèses:

8 On trouve un cas exemplaire avec les écrits de Port-Royal. Cf. à ce sujet Joray (1993: 54 sqq.).

$$\begin{aligned} A= \; & A1 \cup A2 \cup A3 \\ & A1=\{b_1, b_2, ..., b_n\} \\ & A2=\{/\} \\ & A3=\{(,)\}. \end{aligned}$$

Par cet alphabet, rien n'est encore dit, ni du nombre des catégories de base, ni du contenu qu'elles sont destinées à recevoir. C'est ici la plus grande généralité qui est visée et ces questions cruciales ne se poseront que lorsqu'il s'agira d'appliquer la structure à une langue donnée.

Avant d'en venir aux *séquences catégorielles* qui sont en quelque sorte les phrases du langage formel de ma structure, il me faut définir les mots, autrement dit, les *expressions catégorielles*, qui désigneront toutes les catégories possibles à partir des catégories de base (b_i).

Expressions catégorielles (EC):

(i) Les b_i sont des EC.
(ii) Si $C, C_1, C_2, ..., C_n$ sont des EC, alors $(C/C_1C_2...C_n)$ est une EC.
(iii) Rien n'est EC sinon par ce qui précède.

Les EC constituées d'un unique symbole désigneront les catégories de base, alors que les fractions désigneront les catégories dérivées. Cette écriture fractionnelle permet la reconnaissance immédiate du type des foncteurs de la catégorie désignée: les C_i du dénominateur indiqueront le nombre et les catégories respectives des arguments du foncteur, alors que le C du numérateur indiquera la catégorie du «résultat», c'est-à-dire la catégorie du tout formé du foncteur saturé par ses arguments.

L'ensemble des catégories qu'une telle définition engendre est considérable, il dépasse de loin les catégories que l'on peut rencontrer dans les langues dont nous avons l'habitude. On a aussi bien des CS[9] simples comme b_4, que des CS composées comme b_4/b_3b_1, ou encore des CS «surcomposées» comme

9 Dans le contexte purement syntaxique de cette formalisation, je parlerai simplement de *catégories syntaxiques*, abrégé en CS.

$((b_4/b_1)/b_3b_5)/b_1(b_5/b_3)b_2$. On peut enfin définir les phrases de la structure:

Séquences catégorielles (SC):

(i) Une EC est une SC.
(ii) Si A et B sont des SC, alors AB est une SC.
(iii) Rien n'est SC sinon par ce qui précède.

Encore une fois, cette définition est très large puisque toute suite possible de EC est une SC. Autrement dit, on admet comme phrase dans la structure n'importe quel agencement de catégories. Bien entendu, seule une partie de ces agencements sera associée aux expressions douées de sens du langage auquel on appliquera la structure, et on parlera alors de *séquences catégorèmatiques*. Pour délimiter le sous-ensemble que celles-ci formeront dans l'ensemble des SC, il faut ici introduire une règle[10]:

Règle de simplification (Rs):

Soient E et E' deux SC. E' est issue de E par l'application de Rs si et seulement si:
on obtient E', lorsqu'en parcourant E de droite à gauche, à la première rencontre d'une suite d'EC de la forme
$$(C/C_1C_2...C_n)C_1C_2...C_n,$$
on la remplace par C.

On peut résumer Rs par le schéma suivant[11]:

$$Rs: ...(C/C_1C_2..C_n)C_1C_2...C_n... \rightarrow ...C...$$

10 Je parlais plus haut d'un ensemble de règles, car même si j'ai choisi d'en présenter ici une seule, il est possible d'en ajouter d'autres. C'est d'ailleurs le cas de la majorité des grammaires catégorielles, cf. à ce sujet Casadio (1988).

11 Ce que la règle dit, formellement, c'est que lorsqu'on rencontre dans une séquence une suite associée à un foncteur suivi de ses arguments, on peut la simplifier en la remplaçant par la catégorie du résultat de la fonction. Par exemple, un foncteur propositionnel binaire associé à deux propositions se simplifie en une unique proposition. Il faut ajouter que le schéma ne dit pas dans quel sens la séquence doit être parcourue. Ce sens est pourtant important car il impose une seule manière d'appliquer la règle. Pour simplifier plusieurs segments de la SC, il faudra donc appliquer plusieurs fois la règle.

Pour définir la notion de *séquence catégorèmatique*, il me faut préalablement introduire celle de *preuve catégorielle*, de manière à disposer des moyens formels pour montrer qu'une séquence est ou n'est pas *catégorèmatique*.

> D1: Une *preuve catégorielle* est une suite ordonnée finie de SC répondant aux deux conditions:
>
> 1. Chacune des SC, exceptée la première, est issue par la règle d'une SC qui la précède.
> 2. La dernière SC est constituée d'un unique symbole de catégorie de base (b_i).
>
> D2: Une *séquence catégorèmatique* est la première ligne d'une preuve catégorielle.

L'idée qui justifie ces définitions est simple: une séquence est *catégorèmatique* lorsqu'après un certain nombre de simplifications, on aboutit à une catégorie de base[12]. C'est une manière générale d'aborder ce qu'Ajdukiewicz nommait *syntactic connexion*[13].

Cependant, l'édifice catégoriel est présenté uniquement sous son angle syntaxique. Afin de fixer précisément l'attribution d'un sens à chacun des symboles, il faudrait encore lui associer une sémantique. Jusque-là, par souci d'éclairer mes choix syntaxiques, je n'ai mentionné le sens que prendront mes symboles que d'une manière informelle, et mon intention n'est pas ici d'aller bien au-delà. Je souligne simplement que, lorsqu'il s'agira de spécifier la structure pour une analyse d'un type particulier de langue, le plus important sera de déterminer un ensemble précis de valeurs pour les b_i. C'est la nature des langues visées, mais aussi le cadre de l'analyse qu'on envisagera qui détermineront cet ensemble, autrement dit, ce que seront les catégorèmes et dans combien de catégories différentes on les rangera.

---

12 Il n'est pas indispensable d'adopter cette forme un peu surprenante de preuve, dont la conclusion se trouve en tête. Mais, outre sa proximité avec la manière effective de procéder dans l'analyse des énoncés, elle présente l'avantage d'être totalement déterministe, si une preuve n'aboutit pas, on est assuré que sa première ligne n'est pas catégorèmatique.

13 Cf. Ajdukiewicz (1967) et le commentaire qu'en donne ici même Bourquin.

3. Structure catégorielle et langages logiques

Du point de vue de la logique, la première unité d'analyse qui puisse signifier comme un tout est la proposition. Le projet général de la logique peut être considéré comme une tentative de régler les discours du vrai et du faux, et on reconnaît précisément la proposition comme l'entité logique porteuse d'une valeur de vérité. Cependant, lorsqu'il s'agit de rendre compte des articulations du discours déductif, un calcul des propositions est rapidement insuffisant. Une analyse de la proposition est indispensable et ainsi la prise en considération d'éléments qui ne lui sont pas réductibles. Or dès qu'on s'enquiert de la valeur de vérité d'une proposition, on doit considérer que ce qu'elle dit se rapporte à quelque chose. Si ce qu'elle affirme ne porte pas sur un certain référent, sa valeur ne peut être déterminée[14]. Dans un langage logique on va ainsi admettre comme catégories de base, d'une part une catégorie pour les propositions – désignée habituellement par S –, de l'autre une catégorie pour les entités qui dénotent quelque objet – la catégorie des noms[15], désignée par N[16]. Par cette spécification de la structure catégorielle, on obtient la définition suivante des expressions catégorielles (EC) pour les langages logiques:

(i) N et S sont des EC.
(ii) Si $C, C_1, C_2, ..., C_n$ sont des EC, alors $(C/C_1C_2...C_n)$ est une EC.

14 Cf. Frege (1971: 108-109).

15 Le sens du mot «nom» dépasse ici largement son sens grammatical. Il désigne très généralement tout terme, simple ou composé, dont la fonction logique est de dénoter.

16 Ne faut-il pas envisager encore d'autres CSS de base par exemple en divisant celle des noms en deux CSS distinctes: une pour les noms individuels, une autre pour les noms généraux. Je pense que non, principalement pour les deux raisons suivantes: 1. Avec une telle distinction catégorielle entre noms, un prédicat qui porte indifféremment sur les deux types de noms ressortit dans les deux cas à des catégories différentes. 2. Les arguments en faveur d'une telle distinction relèvent plus à mon sens de l'ontologie que de la logique proprement dite, ils reviennent particulièrement à une manière d'aborder le problème des universaux. Or d'un point de vue logique neutre, il est déjà possible de construire des systèmes possédant un grand pouvoir déductif et descriptif avec N et S uniquement. On peut formellement se passer d'une troisième catégorie, alors que, pour les raisons évoquées plus haut, on ne peut faire l'économie ni de S, ni de N. La question reste cependant ouverte. On pourra se reporter à l'important article d'Ajdukiewicz (1978), dont le propos est repris par Bochenski (1962). Cf. aussi, concernant la position nominaliste d'un logicien comme Lesniewski, l'article de Kalinowski (1996).

(iii) Rien n'est EC sinon par ce qui précède.

Cette définition reste encore très large, car elle permet d'atteindre l'infinité des CSS que l'on peut dériver à partir de N et S. On a d'une part des catégories *de base*, de l'autre des catégories *dérivées*, qui regroupent une grande diversité de foncteurs: des prédicats (S/N, S/NN,...), des opérateurs (S/S, S/SS,...), des foncteurs nominaux (N/N, N/NN,...), et en plus de ces foncteurs dits *réguliers* (c'est-à-dire, formateurs de S ou de N uniquement), des foncteurs dits *paramétrés* (foncteurs formateurs de foncteurs), comme par exemple (S/N)/(S/N)(S/N), qui combinent un couple de propriétés en une seule propriété. Et dans chacune des deux familles de foncteurs (réguliers et paramétrés), on trouve d'une part des foncteurs *homogènes*, dont les arguments sont tous de même catégorie, de l'autre des combinaisons plus complexes, dites *inhomogènes*, dont les arguments sont de CSS différentes: par exemple, N/NS (*régulier inhomogène*) ou encore (S/SS)/(S/N)(S/NNN) (*paramétré inhomogène*).

En fait, de cette richesse potentielle, les systèmes standard de la logique n'ont retenu qu'une petite partie. Leur relative pauvreté catégorielle s'explique par la visée dans laquelle ils ont été élaborés. On y trouve les foncteurs des catégories rencontrées dans les théories que ces systèmes avaient pour but de fonder: principalement l'arithmétique.

Une manière d'élargir les visées de la logique et d'en investir plus largement la théorie est d'offrir dans les langages formels une plus grande diversité catégorielle. Ce voeu, Tarski l'exprimait déjà en 1931, lorsqu'il affirmait:

> Le langage d'un système complet de logique devrait contenir en tant que tel – en acte ou en puissance – toutes les catégories sémantiques possibles apparaissant dans les sciences déductives. Cette circonstance confère justement à ce langage un caractère universel dans un certain sens et est un des facteurs auxquels la logique doit son importance fondamentale pour l'ensemble du savoir déductif. (Tarski 1974: t. I, 219)

Le problème n'est cependant pas tellement celui de la possibilité d'un tel langage, offrant l'expression de constantes pour toutes les catégories possibles. Les systèmes développementaux de S. Lesniewski en constituent un exemple élaboré de longue date[17], et Tarski lui-même, qui fut un étudiant de Lesniewski, en connaissait par ailleurs déjà les réalisations. Les questions rencontrées ici ne se posent pas à mon sens en termes de pures possibilités d'accès aux CSS, mais sont à caractère épistémique: comment comprendre le sens et le rôle de toutes les catégories? et, de manière plus pragmatique, quelles sont celles susceptibles d'enrichir la recherche logique? La réponse de Tarski est claire: il faut disposer des CSS apparaissant dans les sciences déductives. Mais cette position, qui s'inscrit dans la visée fondationnelle de la logique des années trente, ne me paraît pas entièrement satisfaisante car elle repousse volontairement hors des préoccupations du logicien tout un pan de la connaissance déductive: celui d'une rationalité qui échappe aux normes des discours scientifiques reçus. Une étude plus large des activités rationnelles devrait permettre un élargissement du champ de la logique formelle. A cette étape de la réflexion, c'est vers l'analyse discursive et langagière qu'il faut se tourner. Cette voie constitue l'accès le plus immédiat aux traces de nos activités rationnelles qui, une fois analysées, serviront de guide au logicien. Dans cette perspective s'inscrit ce que je m'efforce de cerner dans le présent travail: une méthodologie qui, à l'aide d'un outil d'analyse basé sur les catégories, vise à un élargissement des connaissances logiques. Mais tout ceci se comprendra plus aisément par un exemple.

4. Un exemple d'analyse: le pronom relatif

J'aimerais maintenant m'appuyer sur une analyse concrète afin d'examiner de quelle manière l'étude de faits langagiers, avec l'aide de l'outil catégoriel, permet de compléter notre connaissance de ce que j'ai nommé le champ de la logique. Le

17 Cf. Miéville (1984: 154) et son article ici même.

choix que j'ai fait d'étudier un certain nombre de propositions relatives mérite tout d'abord quelques explications.

Dans une opposition comme celle que le français connaît entre des énoncés simples et des énoncés composés, la grammaire distingue généralement deux types de composition: la coordination et la subordination. On peut rendre compte avec une certaine aisance de l'articulation logique des énoncés propositionnels composés par coordination en s'appuyant sur les opérateurs classiques de nos systèmes de logique. Dans le cas des énoncés composés par subordination, en revanche, l'analyse se fait avec une plus grande difficulté, souvent par le biais de traductions détournées et qui mettent à mal notre appréhension intuitive des énoncés à examiner. Que ce soit dans une logique des propositions – qui souvent suffit à rendre les cas de coordination – ou une logique des prédicats – qui semblent au moins nécessaire dans bien des cas de subordination – on ne trouve comme opérateurs n-aires ($n>1$) que des exemples dont les arguments sont de même catégorie. Les opérateurs binaires, les relateurs et les foncteurs portent soit uniquement sur des propositions, soit uniquement sur des expressions nominales. Aucun d'entre eux ne relève de ce que j'ai nommé plus haut une catégorie *inhomogène*. Autrement dit, il n'y a aucun foncteur qui admette des arguments de catégories différentes, par exemple N et S à la fois. De tels foncteurs correspondraient plus directement aux articulations par subordination.

La relative, comme le dit la grammaire, est une proposition subordonnée[18], et sa fréquence dans le discours – en particulier dans le discours déductif ou argumentatif – justifie déjà son intérêt comme objet d'une analyse en termes de logique. On peut en outre soupçonner que le foncteur qui domine sa construction – le pronom relatif – joue un rôle logique particulier. Ce rôle ne doit par ailleurs pas être uniquement attaché à la relative au sens strict, ni même bien entendu à une particularité de la langue française. Fuchs et Milner (1979: 13), par exemple, parlent de manière générale d'un «phénomène de relativisation» et insistent sur le fait que celui-ci relève de la linguistique générale.

18 Cf. Grevisse (1986: §314), qui classe la proposition relative dans les éléments subordonnés au nom; Chevalier *et al.* (1964: §240) et Touratier (1980: passim).

Plusieurs éléments incitent notamment à penser que la relative joue un rôle dans la fonction référentielle du discours. D'une part, comme je l'ai déjà relevé, dans la plupart des cas, une logique des prédicats est indispensable pour mener à bien son analyse. En effet, si une conditionnelle permet parfois de traduire un énoncé contenant une relative, il est cependant nécessaire de disposer d'un langage qui permette d'indiquer que l'antécédent et le conséquent de cette conditionnelle disent quelque chose d'un même objet, ou du moins d'objets qui entretiennent un certain type de relation[19]. D'autre part, comme l'avaient déjà remarqué Arnauld et Nicole dans la *Logique* de Port-Royal la relative forme avec son antécédent ce qu'ils nomment un *terme complexe* (Arnauld et Nicole 1981: 119). La proposition relative entre effectivement dans la composition d'une partie d'énoncé dont la fonction est référentielle. En d'autres termes, le pronom relatif est un foncteur dont un argument au moins est de catégorie S, alors que son résultat est référentiel, donc de la catégorie N. La terminologie de Port-Royal est ici instructive, les auteurs opposent le *complexe* et le *composé*. Il est vrai que dans la *Logique* cette opposition porte sur les propositions, mais elle repose en fait sur la nature des termes (sujet et/ou attribut) de ces propositions (*ibid.*). Par extension, on pourrait ainsi dire: un terme complexe est un terme comprenant comme une de ses parties une proposition, alors qu'un terme composé est lui uniquement constitué de termes plus simples. La relative avec son antécédent forme ainsi un terme complexe, alors que la conjonction de deux noms offre un exemple de terme composé, comme dans:

Le cercle et le triangle sont des figures

On trouve chez Bolzano, dans un passage qui s'appuie précisément sur des exemples de relatives, une analyse tout à fait similaire:

> [Il y a] une différence singulière entre les parties d'une idée (*Vorstellung*): certaines sont elles-mêmes des idées alors que d'autres

19 Cf. infra pp. 73-74.

> par contre sont des propositions entières. Prenons pour exemple l'idée de terrien (*Erdengeschöpf*). Il m'apparaît qu'une de ses parties doit être considérée en elle-même comme une idée. Il s'agit de celle qui peut être exprimée par le mot *individu* (*Geschöpf*). La partie restante, celle qui exprime que cet individu vit sur la Terre, m'apparaît en revanche comme une proposition complète. Celle-ci cependant est combinée d'une telle façon avec l'idée d'individu, que le complexe ainsi formé (la pensée d'un individu qui habite la Terre) n'asserte rien. En conséquence, il ne constitue pas une proposition mais seulement une simple idée. (Bolzano 1963: 88. Selon ma traduction)

La relative est bien un exemple de ce genre, elle forme avec son antécédent un terme complexe, c'est-à-dire un terme dont une partie est une proposition et qui, comme un terme simple, est susceptible d'être l'objet d'une prédication. Mais voyons cela avec les exemples sur lesquels je me propose d'appuyer mon analyse.

(1) La maison qui est rouge est grande
(2) Le triangle est la figure que les mathématiciens préfèrent.

Voilà deux énoncés propositionnels complexes qui comprennent chacun une relative. Dans le premier, celle-ci est un constituant du sujet, alors que dans le second, elle est un constituant de l'attribut. Il est aisé de se convaincre à chaque fois que le complexe formé par la relative et l'antécédent relève de la catégorie N. On peut en effet lui substituer un élément nominal simple et obtenir un énoncé bien formé. Par les substitutions de «la maison qui est rouge » par «la maison» et de «la figure que les mathématiciens préfèrent» par «une figure», on obtient:

(1') La maison est grande
(2') Le triangle est une figure

qui sont deux énoncés bien formés. Ils possèdent une connexion syntaxique au sens d'Ajdukiewicz, autrement dit leur séquence catégorielle est catégorèmatique[20].

Etant admis que le complexe contenant la relative est de la catégorie N, il s'agit maintenant de comprendre comment ses parties s'agencent et de quelles catégories elles relèvent. Je n'examinerai ainsi que les termes complexes eux-mêmes, laissant de côté ce que la grammaire nomme la proposition principale.

Partons de l'idée que le pronom relatif domine la construction, qu'il en est le foncteur dominant. La question consiste à savoir comment le catégoriser. On sait déjà qu'il résulte de son application à ses arguments un terme et donc que figure un N au numérateur de son expression catégorielle. Mais il reste à déterminer le nombre et la catégorie de ses arguments. Suivant en cela les analyses qui précèdent, on peut imaginer que le relatif joint en un tout nominal deux éléments: d'une part la proposition relative elle-même, de l'autre l'élément nominal auquel elle est attachée. Le pronom relatif serait de cette manière conçu comme un foncteur formateur de nom à deux arguments, l'un nominal, l'autre propositionnel. Sa catégorie serait ainsi N/NS[21]. Dans

(1) *La maison qui est rouge* est grande

on sait que «la maison qui est rouge» est de catégorie N. Par analogie avec des exemples comme (1') et (2'), on sait aussi que «la maison» et «rouge» sont de catégorie N et que le verbe «est» est un foncteur S/NN. On obtient alors la catégorisation suivante:

(1) *La maison qui est rouge* est grande
N N/NS S/NN N.

---

20 On obtient en effet la séquence et la preuve catégorielles suivantes (idem pour (2')):
(1') La maison est grande
N S/NN N
(i) S/$\underline{NN}$ $\underline{N\ N}$
(ii) S

21 Le choix de l'ordre des arguments est ici de peu d'importance. Si je prends NS, plutôt que SN, c'est pour indiquer que, le plus souvent, l'antécédent précède la relative.

La séquence catégorielle qui en résulte ne peut malheureusement pas être simplifiée en N comme prévu, car la règle ne peut s'y appliquer:

(i) N/NS N S/NN N.

Il manque, on le voit, un second argument N pour le S/NN du verbe. Autrement dit, avec cette catégorisation, la relative apparaît comme une proposition incomplète. Il en est de même avec

(2) Le triangle est *la figure que les mathématiciens préfèrent*
N N/NS N S/NN

dont la séquence catégorielle est identique à celle de l'exemple (1).

Il faut donc peut-être catégoriser le relatif d'une autre manière. En examinant la séquence (i), on remarque que si le N de l'antécédent n'avait pas à être présent comme premier argument du relatif, il pourrait alors constituer l'argument qui manque au verbe. Cela signifie alors une catégorisation du relatif en N/S, un foncteur formateur de nom à un seul argument, de la catégorie des propositions. On obtient de cette manière les catégorisations suivantes:

(1) *La maison qui est rouge* est grande
N N/S S/NN N

(2) Le triangle est *la figure que les mathématiciens préfèrent*
N N/S N S/NN.

Et, dans les deux cas, la séquence catégorielle (i) suivante, avec ses simplifications, qui mènent bien, cette fois, au N prévu:

(i) $N/S\ S/\underline{NN}\ \underline{N\ N}$ [22]
(ii) $N/\underline{S}\ \underline{S}$
(iii) N.

---

22 Pour clarifier la présentation, je souligne chaque fois les parties qui peuvent être simplifiées par l'application de la règle.

Cependant, bien que cette manière de catégoriser le relatif soit conforme aux critères de connexion syntaxique, elle entraîne des conséquences négatives.

Premièrement, le niveau d'analyse qu'elle permet reste trop général. La relative se trouve en effet rangée sans distinction plus fine dans le vaste ensemble des procédés dont la langue dispose pour nominaliser une proposition[23]. Par exemple, on ne peut distinguer les relatifs du *que* des complétives. Ainsi les deux termes complexes des exemples (1) et (3) ne se distinguent-ils pas par l'analyse catégorielle.

(1) *La maison qui est rouge* est grande
N N/S S/NN N

(3) Je vois *que la maison est rouge*
N/S N S/NN N.

Que l'analyse vienne à confondre des faits aussi différents signifierait déjà un échec de ma démarche. De plus, cette catégorisation implique une partition peu naturelle de l'énoncé qui est due au regroupement en un seul constituant discontinu de l'antécédent et de la relative sans son pronom. Le découpage plus habituel du complexe en d'une part la relative, de l'autre l'antécédent paraît intuitivement plus adéquat. C'est aussi le découpage que suggère le parallélisme entre les deux énoncés:

(1') *La maison* est grande

(1) *La maison qui est rouge* est grande

à travers lequel, on constate que la nominalisation n'est pas l'unique aspect de la relativisation. La relative apparaît en effet comme un ajout à «la maison» et le terme complexe comme comprenant deux constituants.

Deuxièmement, plutôt que de rapprocher les relatives introduites par *qui* et *que* des complétives, il serait souhaitable de pouvoir les rapprocher des autres relatives, en particulier celles introduites par *dont,* comme avec

23 Cf. Gardies (1975: 194-210).

(4) *La maison dont le toit est rouge* est grande
N N/S N S/NN N

(i) $\mathrm{N/S\ S/\underline{NN}\ \underline{N\ N}\ N}$
(ii) $\mathrm{N/\underline{S}\ \underline{S}\ N}$
(iii) N N

où l'on constate qu'il est impossible de catégoriser le relatif *dont* en N/S, car la séquence catégorielle du terme complexe ne peut alors être simplifiée jusqu'à obtenir un N. Par contre une catégorisation en N/NS est ici satisfaisante:

(4) *La maison dont le toit est rouge* est grande
N N/NS N S/NN N

(i) $\mathrm{N/NS\ N\ S/\underline{NN}\ \underline{N\ N}}$
(ii) $\mathrm{N/\underline{NS}\ \underline{N\ S}}$
(iii) N.

L'analyse en N/NS de *qui* et *que* dans les exemples (1) et (2) privait la proposition relative d'un de ses constituants nominaux. Ici la proposition reste complète et l'antécédent peut donc garder sa place comme argument direct du relatif *dont.* C'est bien *dont* qui est le foncteur dominant et qui lie en un tout la relative et l'antécédent. La relative reste en un sens indépendante du relatif car y figure avec «le toit» le sujet qui manquait dans mon exemple (1). Il est remarquable lorsqu'on compare mes exemples (1) et (2) avec (4), que *qui* et *que* cumulent les deux fonctions de foncteur relatif et de sujet (ou objet direct) de la relative – les deux fonctions qui se rapportent ici respectivement à «dont» et à «le toit». Il conviendrait peut-être de marquer ce cumul dans mon analyse en attribuant aux relatifs *qui* et *que*, non pas une seule, mais deux catégories: N/NS pour le foncteur, N pour le constituant de la relative.

En français, les pronoms relatifs *qui* et *que* se trouvent toujours en tête de la proposition (parfois après une préposition); c'est la variation désinentielle qui permet d'indiquer la fonction du pronom dans la relative: sujet avec *-i*; objet direct, parfois indirect ou même attribut avec *-e*. Je me propose ainsi (sans doute un peu artificiellement) de ranger la désinence dans la catégorie N; le radical *qu-* devient ainsi le foncteur relatif, il relève de la catégorie N/NS. J'obtiens avec cela les analyses suivantes:

(1) *La maison qu-i est rouge* est grande
N N/NS N S/NN N

(2) Le triangle est
la figure qu-e les mathématiciens préfèrent
N N/NS N N S/NN.

Et dans les deux cas, la preuve catégorielle:

(i) N/NS N S/NN N N
(ii) N/NS N S
(iii) N.

Cette manière de faire peut sembler un arrangement artificiel en vue de conserver l'analyse en N/NS. Celle-ci (mise à part la division du mot en radical et désinence) est cependant très proche d'une description traditionnelle de la grammaire qui remonte à Port-Royal. On trouve en effet dans la *Grammaire générale et raisonnée* l'analyse suivante:

> [Le] pronom relatif a quelque chose de commun avec les autres pronoms, et quelque chose de propre. Ce qu'il a de commun, est qu'il se met au lieu du nom [...]. Ce qu'il a de propre peut être considéré en deux manières. La 1. en ce qu'il a toujours rapport à un autre nom ou pronom qu'on appelle antécédent [...]. Mais cet antécédent est quelquefois sous-entendu et non exprimé [...]. La 2. chose [...] est que la proposition dans laquelle il entre (qu'on peut appeler *incidente*) peut faire partie du sujet, ou de l'attribut d'une autre proposition, qu'on peut appeler principale. (Arnauld et Lancelot 1966: 66-67)

Le relatif a une double fonction, il est à la fois un pronom anaphorique et un foncteur qui permet à la relative d'être une partie d'un des termes de la principale. On trouve encore dans la *Grammaire Larousse* une description toute proche des Port-Royalistes:

> Le pronom relatif représente l'antécédent dans la proposition relative, mais, en outre, il unit proposition principale et proposition subordonnée relative (Chevalier *et al.* 1964: § 240)[24].

Bien entendu, l'analyse en N/S a pour elle l'avantage de la simplicité et le logicien pourrait s'y arrêter. Cependant, il s'empêcherait par là de distinguer entre des types très différents de nominalisation. Mais ce qui échappe encore à la catégorisation en N/S, et que celle en N/NS permet de retenir, c'est la fonction anaphorique du pronom relatif: le pronom reprend son antécédent à l'intérieur de la relative. Et même si cette reprise semble relever largement d'un phénomène proprement linguistique[25], elle a cependant aussi son importance logique.

La prendre en considération, c'est pouvoir distinguer entre l'antécédent comme constituant du terme complexe et le constituant nominal qui le reprend à l'intérieur de la relative. Dans la plupart des cas cette reprise est si l'on peut dire «fidèle», c'est-à-dire que le pronom anaphorique et son antécédent sont *coréférentiels*. Il en va ainsi de mes exemples (1) et (2), où le cumul des fonctions du foncteur et du pronom est rendu possible par la coréférence. Dans une telle situation, il est plus simple de dire que la prédication porte sur l'antécédent lui-même. C'est pourquoi de tels exemples admettent plus facilement une analyse en N/S.

Cependant, dans un exemple de relative introduite par *dont*, comme (4):

(4) *La maison dont le toit est rouge* est grande

s'il y a bien anaphore, celle-ci n'est en revanche pas coréférentielle[26]. Elle a besoin d'un élément nominal, «le toit», séparé du pronom relatif. La variété des types de relation que l'on peut

---

24 Cette citation fait un écho direct à un autre passage de la *Grammaire* de Port-Royal où les auteurs parlent «des deux usages du relatif; l'un d'être pronom, et l'autre de marquer l'union d'une proposition avec une autre» (Arnauld et Lancelot 1966: 72). Cf. aussi Gapany et Apothéloz (1993: 125), qui traitent le relatif des relatives standard comme le résultat d'un amalgame de deux morphèmes: un *démarcatif* et un *pivot*.

25 Sur le rôle attribué à l'anaphore par la linguistique textuelle, cf. Apothéloz (1995).

26 On oppose généralement aux anaphores *coréférentielles* les anaphores dites *associatives*, cf. Apothéloz (1995: 27 et 40).

rencontrer avec de telles anaphores est sans doute importante. Je m'arrêterai simplement ici à en relever un qui intéresse particulièrement le logicien; celui des relations de partie à tout ou relations *méréologiques*[27]. (4) en est un exemple, ce que «le toit » y désigne est donné par la relative comme une partie du tout désigné par «la maison». C'est le principal intérêt de considérer, à côté de mes premiers exemples avec *qui* et *que*, un exemple avec *dont* qui permet de montrer que la langue a la capacité, dans la construction du terme complexe, d'associer une prédication de multiples manières au terme antécédent. Dans la plupart des cas, cette prédication porte directement sur le référent de celui-ci (par l'intermédiaire des relatifs *qui* ou *que*), mais la souplesse du foncteur relatif, avec les différentes relations dont le rappel anaphorique est capable, permet de faire porter cette prédication sur une partie, un ingrédient ou encore un objet associé au référent de l'antécédent.

Mon but n'est pas ici d'examiner la nature exacte des relations qui sont en cause. Il me faut cependant souligner que tout type de relation ne peut être pris en compte dans une représentation formelle. Le caractère extensionnel de la sémantique formelle impose en effet à la logique de se limiter à l'ensemble, déjà vaste, des relations de partie à tout[28]. J'espère simplement avoir montré que, pour étudier la notion de terme complexe, il convient de prendre en considération certaines relations (et en particulier des relations méréologiques) et aussi qu'une étude catégorielle d'énoncés empruntés à la langue naturelle rend possible la mise en évidence de tels faits.

5. Pour conclure

Au terme de ces pages, on l'aura compris, ce n'est pas tant le résultat des analyses qui précèdent que je voudrais relever, que le chemin par lequel j'y suis parvenu. Je pense avoir montré de quelle manière une théorie des catégories syntaxico-séman-

27 On trouvera ici même, dans l'article de Gessler, une description de la notion de *classe méréologique* développée par S. Lesniewski.

28 On trouvera dans Miéville (à paraître) un essai de formalisation du phénomène d'anaphore associative en termes de relations méréologiques.

tiques peut être pour le logicien bien plus qu'un outil de contrôle de la bonne formation des expressions de ses langages artificiels. En fournissant, avec un ensemble de conditions élémentaires de la grammaticalité, une base commune aux langues formelles et naturelles, une telle théorie offre à la fois le cadre à l'intérieur duquel on peut enrichir un langage logique, ainsi que les moyens d'analyse permettant, dans ce cadre, la sélection des formes particulières que notre rationalité semble privilégier.

Bien entendu, je n'ai donné avec mon exemple de la proposition relative qu'une esquisse de cette démarche, qui va du champ d'investigation que sont les langues naturelles, jusqu'aux réalisations formelles. D'une part les analyses proposées demandent encore à être affinées, bien que les traits saillants des faits langagiers étudiés soient plus utiles à mon propos que les finesses qui attireraient l'attention du linguiste. De l'autre, et plus essentiellement, il manque encore à mon travail le volet constructif, autrement dit l'aménagement d'un langage logique dans le but d'y intégrer les résultats des analyses.

Les systèmes standard se prêtent difficilement à ce genre d'exercice, car ils présentent des possibilités catégorielles restreintes. Et, bien qu'il reste à examiner avec plus de précision la nature de ces limitations, je pense trouver un contexte plus prometteur avec des systèmes qui, comme ceux de la logique développementale de Lesniewski, donnent déjà accès à toute la potentialité des catégories.

Centre de Recherches Sémiologiques
Séminaire de logique
Espace Louis-Agassiz 1
CH 2000 NEUCHATEL

Bibliographie

AJDUKIEWICZ K. (1967). Syntactic connexion. In S. Mc Call (ed.), *Polish Logic 1920-1939*. Oxford: University Press, 207-231.

AJDUKIEWICZ K. (1978). On the problem of universals. In J. Giedymin (ed.), *Kazimierz Ajdukiewicz: The scientific world-perspective and other essays 1931-1963*. Dordrecht: Reidel, 95-110.

APOTHÉLOZ D. (1995). *Rôle et fonctionnement de l'anaphore dans la dynamique textuelle*. Genève: Droz.

ARNAULD A. et LANCELOT C. (1966). *Grammaire générale et raisonnée*. Ed. critique avec fac-similé de 1676. Stuttgart-Bad Cannstatt: F. Frommann Verlag.

ARNAULD A. et NICOLE P. (1981). *La logique ou l'art de penser*. Ed. critique Clair et Girbal. Paris: Vrin.

BAR-HILLEL Y. (1953). A quasi-arithmetical notation for syntactic description. *Language* 29, 47-58.

BOCHENSKI I. M. (1962). On the syntactical categories. In A. Menne (ed.), *Logico-philosophical studies*. Dordrecht: Reidel, 67-87.

BOLZANO B. (1963). *Grundlegung der Logik*. Wissenschaftslehre I/II. Hamburg: F. Meiner.

CASADIO C. (1988). Semantic categories and the development of categorial grammars. In Oerlhe R. T. *et al.* (eds), *Categorial Grammars and Natural Language Structures*. Dordrecht: Reidel, 95-123.

CHEVALIER J.-C., ARRIVÉ M., BLANCHE-BENVENISTE C. et PEYTARD J. (1964). *Grammaire Larousse du français contemporain*. Paris: Larousse.

FREGE G. (1971). *Ecrits logiques et philosophiques*. Paris: Seuil.

FUCHS C. et MILNER J. (1979). *A propos des relatives. Etude empirique de faits français, anglais et allemands, et tentative d'interprétation*. Paris: SELAF.

GAPANY J. et APOTHÉLOZ D. (1993). Autour des relatives non standard. In *Traitement des données linguistiques non standard*. BULAG/TRANEL, 20. Neuchâtel: Université.

GARDIES J.-L. (1975). *Esquisse d'une grammaire pure.* Paris: Vrin.

GREVISSE M. (1986). *Le bon usage, grammaire française.* 12ème éd. par A. Goosse. Paris: Duculot.

HUSSERL E. (1962). *Recherches logiques.* Tome II, 2e partie. Paris: P.U.F.

JORAY P. (19.93). Port-Royal: une logique des idées. In D. Miéville (éd.), *Etudes logiques.* Neuchâtel: Centre de Recherches Sémiologiques, 1-70 (Travaux de logique, n° 9).

KALINOWSKI G. (1996). Les démonstrations de la non-existence des objets généraux chez Lesniewski. In D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Lesniewski aujourd'hui.* Grenoble/Neuchâtel: Groupe de Recherches sur la philosophie du langage/ Centre de Recherches Sémiologiques, 121-145.

MIÉVILLE D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de Stanislaw Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie.* Berne: Lang.

MIÉVILLE D. (à paraître). Associative anaphore: an attempt at formalisation. *Journal of Pragmatics.*

TARSKI A. (1974). *Logique, sémantique, métamathématique.* Paris: Colin.

TOURATIER C. (1980). *La relative. Essai de théorie syntaxique.* Paris: Klincksieck.

DE LA CATÉGORIE SÉMANTIQUE DU NOM À LA DÉFINITION COLLECTIVE DE LA CLASSE

Nadine Gessler

> Elle essaya même de s'imaginer à quoi peut ressembler la flamme d'une chandelle quand la chandelle est fondue.
> (Lewis Caroll)

Esquisse d'un problème

Les articles qui précèdent se développent autour des catégories du nom et de la proposition. Mais celle du nom soulève, dans la perspective logique qui est la nôtre, un problème sémantique majeur auquel je me propose ici d'apporter une solution.

Le nom, en effet, dénote. Ce faisant, il capte du monde un objet. Par exemple: «ce cahier», «la Vallée du Nil». Mais ces objets particuliers, bien qu'individualisés dans le discours, sont aussi des entités complexes. Ce cahier, que le lecteur tient entre ses mains, est une entité composée, entre autres choses, du premier article, de la page 48 ou de l'ensemble de tous les mots sans *e* qui apparaissent dans cet article. Aussi, et c'est là le noeud du problème, peut-on distinguer deux niveaux dans la manière d'appréhender un objet référentiel. Selon le premier, corollaire de *la prédication distributive*, l'objet est appréhendé dans son unité: l'objet est un tout, une entité particulière, individualisée par le nom, et classé avec d'autres semblables sous une propriété commune. Ce qui caractérise le second niveau, au contraire, c'est son caractère *collectif*: l'objet est appréhendé dans sa dimension complexe, c'est-à-dire comme l'agrégat,

Travaux de logique, 10, 1996.

l'agglomérat, la collection de tous les ingrédients, parties, fragments qui le composent.

Or de ces deux niveaux, distincts mais complémentaires, la sémantique extensionnelle représentée par la théorie classique des ensembles ne retient que le niveau distributif. Ainsi le modèle classique ne saurait rendre compte de certaines démarches déductives et de certaines opérations logiques de la pensée qui s'appuient sur l'organisation complexe d'un objet de référence. Considérons, à ce titre, les deux exemples suivants. Le premier est un argument de De Morgan. Le second est une proposition que j'emprunte à P. Joray qui en propose ici même une analyse logique sur la base de l'outil catégoriel.

(1) Tout cheval est un animal
donc
Toute tête de cheval est une tête d'animal

(2) La maison *dont* le toit est rouge est grande.

La théorie classique des ensembles ne permet pas de valider l'argument (1). Elle ne permet pas non plus d'analyser l'opération de subordination exprimée par le relatif *dont* (2) par un opérateur logique. En effet, la relation ici en jeu, tant avec l'argument qu'avec le relatif, est une relation d'ingrédience entre des entités et des parties de ces entités. Or il est impossible de prendre en considération une telle relation dans le cadre de la sémantique distributive où – selon la terminologie bien établie – les ensembles (ou classes) sont définis comme des extensions de concepts.

La résolution du problème sémantique soulevé requiert donc une autre sémantique, de qualité collective, telle que la partie puisse être comprise comme un ingrédient, un fragment du tout, de la même manière qu'une main est le fragment d'un corps ou le manche celui d'un couteau.

Cette sémantique – bien que dans l'ombre – existe. C'est celle de la théorie des classes collectives ou *méréologie*. Développée par Stanislaw Lesniewski (1886-1939) durant la deuxième décennie de ce siècle, cette théorie formalise une version collective de la classe qui permet, sur la base de la prédication distributive, de traiter tout objet comme l'unité collective de tous ses ingrédients, parties, agrégats. Le logicien polonais la développa suite à son analyse de l'antinomie de Russell de la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes. Il la présenta comme la théorie «naturelle» des classes, estimant par là que la définition collective de la classe est conforme au sens commun. Et, en se fondant sur cette version de la classe, il est parvenu à résoudre le paradoxe de Russell.

C'est à cette démarche que je m'intéresserai dans un premier temps. D'une part parce que la méréologie en est le résultat direct. D'autre part parce que c'est l'analyse de l'antinomie russellienne qui entraîna littéralement Lesniewski à construire – pour son propre système des fondements des mathématiques – des systèmes logiques fortement liés à la notion de catégories syntaxico-sémantiques. En effet, la méréologie n'est pas, à proprement parler, une théorie logique. Sa construction a donc posé le problème de la formalisation des raisonnements logiques auxquels elle fait appel. Lesniewski a développé pour cela deux systèmes logiques: la *protothétique* (calcul propositionnel) et l'*ontologie* (calcul des noms) (cf. D. Miéville 1984 et ici même). La méréologie repose structurellement sur la base logique et la grammaire catégorielle de ces deux systèmes. Mais historiquement, elle est le premier des trois systèmes conçus par Lesniewski.

Ensuite, après avoir aussi précisé les propriétés essentielles de la classe collective, j'en proposerai une de bases axiomatiques. Et enfin, je montrerai que le modèle collectif permet d'apporter des solutions formelles, ou pour le moins d'envisager des solutions, aux deux problèmes sémantiques posés précédemment.

Une découverte qui consterna Frege

Retournons tout d'abord à l'antinomie de Russell. Je rappelle que l'antinomie a perturbé le programme logiciste des fondements des mathématiques qui, de Frege à Russell, visait à fonder les mathématiques sur des notions logiques *via* la théorie des ensembles et la définition ensembliste du nombre. Soit, pour cette définition:

> Le nombre qui appartient au concept F est l'extension du concept: "équinumérique au concept F". (Frege 1884: 79; trad. Frege 1969: 194)

Ou, en langage russellien:

> Le nombre d'une classe est la classe des classes qui lui sont semblables. (Russell 1970: 31)

Mais comme Russell le communiqua à Frege en juin 1902 suite à la lecture du premier volume de ses *Grundgesetze der Arithmetik,* la notion de classe de classe, qui intervient dans la définition du nombre, est soumise à une contradiction. Celle-ci survient avec la question suivante: la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est-elle ou non élément d'elle-même? Si elle est élément d'elle-même, alors elle ne peut pas être définie comme la classe de toutes les classes qui *ne sont pas éléments d'elles-mêmes.* Et l'inverse: si elle n'est pas élément d'elle-même, alors elle ne peut pas être définie comme la classe de *toutes* les classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes (cf. D. Bourquin ici même).

On peut traduire les étapes du paradoxe de la manière suivante:

Appelons W la classe de toutes les classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes. On définit donc W de sorte que pour toute classe x:

$$x \in W \equiv \neg(x \in x)$$

On substitue ensuite W à x:

$$W \in W \equiv \neg (W \in W).$$

Au moment où Frege prit connaissance de l'antinomie[1], le deuxième volume des *Grundgesetze der Arithmetik* était sur le point d'être publié. Frege rédigea alors rapidement une postface dans laquelle il tentait de sauver du naufrage la notion de classe en affaiblissant un des axiomes de son système. Mais, comme le montrera Lesniewski plus tard, la correction de Frege ne suffit pas pour échapper au paradoxe[2] (Sobocinski 1950: 220-228).

Par la suite, le paradoxe fut effectivement éliminé aussi bien dans les axiomatiques proposées pour la théorie des ensembles que dans les *Principia Mathematica*, synthèse culminante du mouvement logiciste rédigée par Russell et Whitehead et publiée en 1910. Russell, pour éviter le paradoxe, invente la théorie simple des types. La règle de formation des énoncés du type «$x \in y$» qu'il propose interdit de construire la contradiction qui affecte le système de Frege (cf. D. Bourquin). Il était bien clair, néanmoins, que la théorie des types – et avec elle les axiomatiques de la théorie des ensembles – était davantage une dissolution du problème de l'antinomie qu'une véritable résolution. Et il était tout aussi clair que l'antinomie avait bel et bien jeté le doute sur le bien-fondé de la notion de classe, notion pourtant parmi les plus familières qui soient.

C'est très précisément sur ce point que Lesniewski va réagir, faisant valoir que ce qu'il y a de problématique au sein de l'antinomie, c'est la notion même de classe. Il va montrer que la contradiction est le résultat d'une confusion, d'un amalgame de deux conceptions différentes de la notion de classe: soit une conception distributive et une autre collective. Et c'est en les distinguant l'une de l'autre qu'il résout l'antinomie.

Mais avant d'aller plus loin et de restituer la genèse d'une telle distinction, il convient d'examiner la relation particulière que Lesniewski établit entre antinomie et intuition. C'est elle qui explicite la voie dans laquelle il s'engage pour résoudre le problème soulevé par Russell.

1 «Votre découverte de la contradiction m'a surpris au plus haut point et, j'allais presque dire, m'a consterné, puisque de ce fait, le fondement sur lequel je pensais pouvoir se construire l'arithmétique se met à vaciller.» (Lettre du 22 juin 1902 de Frege à Russell).

2 Russell le crut sur le moment (1903: Appendice 522).

Antinomie et intuition selon Lesniewski

Pour Lesniewski, le seul moyen d'éliminer l'antinomie est de comprendre pourquoi elle se produit. Car une antinomie, selon le sens qu'il assigne à ce terme[3], est plus qu'une simple contradiction formelle qu'on peut éliminer en recourant à des expédients divers. Une contradiction n'est une antinomie que si nous la *croyons* déduite validement de présupposés à la vérité desquels, *intuitivement*, nous *croyons*. Cela signifie que l'antinomie est la manifestation de la présence, parmi les présupposés ou les règles de raisonnement qui entrent en jeu dans sa construction, d'une croyance fausse; et ce qui empêche cette fausseté d'apparaître comme telle, c'est l'intuition illusoire de sa vérité. C'est pourquoi:

> L'unique méthode de "solution" des "antinomies" est la méthode de mise en question intuitive des raisonnements ou des présupposés conduisant à la contradiction. (Lesniewski 1989: 33)

Autrement dit, éliminer l'antinomie consiste à mettre à jour ce qui, au sein des croyances fondamentales, est «en fait faux». Car en cessant de croire en la vérité à laquelle, jusque-là, on adhérait de manière intuitive, on cessera *ipso facto* de voir dans la contradiction une antinomie.

> Alors seulement l'antinomie en question sera surmontée, car son aspect "tragique", causé par la croyance mentionnée, sera éliminé: nous cesserons de croire à la vérité d'un des présupposés de l'antinomie [...] Il n'y aura non plus besoin de faire des "sacrifices" ou de renoncer à quoi que ce soit, car la simple constatation que nous avons cru antérieurement à la vérité d'une thèse suffira, et cette constatation sera un approfondissement de la réalité. (Sobocinski 1949: 96-97)

Cela dit, il convient de préciser quelque peu le sens et le rôle de cette notion d'intuition. Tout d'abord par intuition, il faut comprendre la manière ordinaire d'appréhender la réalité, c'est-à-dire celle du sens commun. Quant au rôle de l'intuition, il s'éclairera avec le passage rapporté ci-dessous. Lesniewski y

3 Sens qu'il emprunte à Nelson (Nelson-Grelling 1908).

conteste les tentatives de reconstruction des fondements des mathématiques que l'antinomie a suscitées pour n'avoir fait qu'occulter davantage la distinction, essentielle à ses yeux, entre les sciences mathématiques «vraies» et les systèmes formels non interprétés. Cette distinction fonde celle, évoquée plus haut, entre une simple contradiction formelle et une véritable antinomie.

> Ce phénomène [les tentatives de reconstruction des fondements des mathématiques] favorisait la disparition du sens de la différence entre les sciences mathématiques, tenues pour des théories déductives appelées à capter la réalité hétérogène du monde dans des lois aussi exactes que possible, et les systèmes déductifs non contradictoires analogues, mais qui, tout en assurant la possibilité d'obtention sur leur terrain d'une quantité toujours croissante de nouveaux théorèmes, se distinguent tout de même par l'absence de toutes valeurs intuitives les rattachant à la réalité. (Lesniewski 1989: 33)

Selon Lesniewski, le langage mathématique est appelé à «capter la réalité hétérogène du monde dans des lois aussi exactes que possibles». C'est là que réside le rôle-clé de cette notion d'intuition qui s'oppose à la conception logiciste des mathématiques caractérisant la tendance dominante depuis la fin du XIXe siècle. Car pour Lesniewski l'intuition impose une position nominaliste: ce monde n'est composé que d'objets individuels, d'entités concrètes. Et les classes font, elles aussi, partie de ces objets du monde. De sorte que le mathématicien se doit de les traiter comme telles et non pas, à la manière des théories habituelles, comme des entités abstraites, non fondées dans le monde. Ainsi ces théories échouent à représenter adéquatement l'intuition. C'est la raison pour laquelle elles conduisent à une contradiction. Et c'est également pourquoi les tentatives de «solution», comme celle de Russell, ne sont pas satisfaisantes. Elles parviennent, certes, à écarter l'antinomie. Mais, arbitrairement limitées et dénuées de fondement intuitif, elles ne la résolvent pas[4].

---

4 «La théorie de M. Ernst Zermelo, architectoniquement raffinée, introduit dans la "théorie des ensembles" plusieurs prohibitions visant l'élimination des "antinomies" du terrain des

> La mathématique extra-intuitive ne contient pas de remèdes contre les insuffisances de l'intuition (Lesniewski 1989: 33)

Il est difficile de savoir si le nominalisme de Lesniewski résulte de son étude de l'antinomie ou s'il la précède. Mais quoi qu'il en soit, il suffit de retenir ici que c'est bien par ce refus des entités abstraites que le problème de l'antinomie sera résolu. Venons-en maintenant aux résultats de l'étude de l'antinomie elle-même, c'est-à-dire à la conception collective de la classe.

La conception collective de la classe

Comment Lesniewski a-t-il procédé? Il découvre l'antinomie en 1911 dans un article de Lukasiewicz sur le principe de contradiction chez Aristote. Voulant alors «faire quelque chose» et ne pouvant pas, dans un premier temps, justifier le rejet des suppositions ou des règles de raisonnement conduisant à la contradiction, il va soumettre à l'examen les termes «classe» et «ensemble» qui apparaissent dans la formulation de l'antinomie. Et ce qu'il va chercher à exprimer, c'est le concept ordinaire de classe, d'ensemble, de collection, d'agrégat. Il écrit,

> J'ai commencé à méditer les exemples des situations où je tiens ou ne tiens pas en pratique tels ou tels objets pour des classes, respectivement des ensembles de tels ou tels objets [...] et à soumettre à une analyse critique ma croyance dans les suppositions particulières de l'"antinomie" discutée précisément de ce point de vue. (Lesniewski 1989: 49)

Il apparaît alors que les objets dénotés par ces concepts sont des entités réelles et non des entités abstraites. Une classe composée d'individus concrets est elle-même un individu concret. Dire «la classe des a», c'est nommer un objet qui consiste, au sens littéral du terme, en tous les objets qui sont a. L'expression «classe des hommes», par exemple, dénote un objet réel, la totalité, le «tas» de tous les hommes dans le monde, quel que soit

mathématiques, prohibitions privées, hélas! de tout fondement intuitif». (Lesniewski 1989: 33) l'endroit où ils se trouvent. Encore faut-il, cependant, qu'il existe des hommes pour parler de la classe des hommes. En effet, de ce point de vue, pour qu'il existe un objet qui soit la classe des a, il faut qu'il existe au moins un objet a. Par conséquent, la classe vide ne peut pas exister.

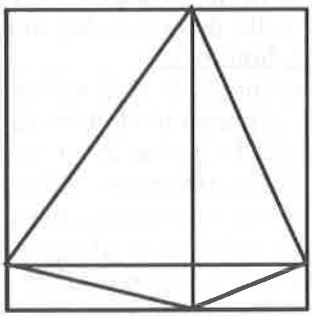
> Etant d'avis que si un objet est la classe de tels et tels a, alors il se compose de ces a, j'ai toujours rejeté, l'existence de monstres théoriques dans le genre de la classe de cercles carrés, comprenant bien que rien ne peut être composé de ce qui n'existe pas. (Lesniewski 1989: 58)

Si le terme «classe» est compris de cette manière, la classe présente alors les propriétés suivantes:

– Un objet est identique à la classe de lui-même et, a *fortiori*, à la classe de la classe de lui-même. Par exemple, ce cahier est le même objet que la classe de lui-même, la classe de la classe des hommes est le même objet que la classe des hommes.

– Le même objet peut être simultanément la classe d'objets différents. En d'autres termes, une classe peut être générée par des éléments de nature différente.

Illustrons cette propriété par un exemple. Soit le carré K de la figure 1:



le carré K

Le carré K peut être appréhendé comme la classe des rectangles de K et simultanément comme la classe des triangles de K. Il peut également être appréhendé comme la classe de lui-même.

– La classe est unique. Si un objet est simultanément la classe des objets a et la classe des objets b, alors la classe des objets a est identique à la classe des objets b. Cependant il n'en résulte pas, comme tel est le cas dans la sémantique distributive, que les objets a soient les mêmes que les objets b. La classe des rectangles du carré K, par exemple, est identique à la classe des triangles de K, mais un rectangle n'est pas un triangle. D'où la conclusion suivante: contrairement à la théorie classique des ensembles, un objet qui appartient à la classe collective des objets a n'est pas nécessairement un des objets a.

Du point de vue distributif, «A appartient à la classe des a» signifie que «A est un élément de l'extension des a», c'est-à-dire que «A est a». Par exemple, «Vénus appartient à la classe des planètes» signifie la même chose que «Vénus est un élément de l'extension du concept planète», soit «Vénus est une planète».

Mais, si les objets sont appréhendés comme les agrégats de tous leurs ingrédients, un objet A qui appartient à la classe collective des objets a peut être un ingrédient quelconque de l'objet constitué par la classe des objets a. Si l'objet A est, par exemple, la classe collective du lecteur, la tête et le coeur du lecteur seront des éléments (ingrédients) de A. De même, si A est la classe des hommes, la tête du lecteur, la classe collective composée des mains du lecteur ou celle des têtes des hommes seront des éléments de la classe des hommes.

Prenons un autre exemple. Soit la «classe des continents». Au sens collectif, cette expression dénote un objet réel. Chaque continent fait partie de la classe ainsi que chacun de ses éléments (ingrédients). Si on interprète «classe des continents» au sens distributif, la classe contiendra cinq éléments et rien de plus. Il sera correct de dire que l'Afrique appartient à la classe des continents, mais il sera faux de dire que la vallée du Nil appartient à la classe des continents. Au contraire, au sens collectif, non seulement l'Afrique est un élément (au sens collectif d'élément) de la classe des continents, mais aussi la Vallée du Nil, la ville de Neuchâtel, la classe (collective) formée de tous les fleuves, ou encore la classe réunissant la vallée du Nil et la ville de Neuchâtel.

Ainsi, tout individu est identique à la classe collective de lui-même, mais aussi à la classe de la classe de lui-même; toute classe est élément d'elle-même; et chaque élément (ingrédient) d'un élément ou chaque classe d'éléments sont eux-mêmes des éléments de l'individu en question, que le tout soit continu ou non.

Chaque classe d'un ou plusieurs objets est traitée comme un *individu.* De tels objets sont des «tas», des agrégats, constitués de tous les ingrédients des objets qui les composent. Goodman, nominaliste comme Lesniewski, exprime ainsi l'intuition du caractère concret de la classe et de l'individu qu'elle représente:

> An individual is simply a segment of the world or of experience, and its boundaries may be complex to any degree. (Goodman 1951: 42)

D'un paradoxe qui n'en est pas un

Par cette définition collective de la classe, Lesniewski peut résoudre le problème de l'antinomie en réfutant un des présupposés. Il n'y a pas d'antinomie parce que *la classe des classes qui ne sont pas éléments d elles-mêmes n'existe pas.*

La démonstration repose sur le principe ontologique de la vérité de toute proposition singulière: toute proposition singulière dont le sujet ne dénote aucun objet est fausse. La stratégie adoptée consiste alors à montrer qu'aucun objet n'est une classe qui n'est pas élément d'elle-même et que, par conséquent, l'expression «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes» ne dénote aucun objet. En effet, la question «la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes est élément d'elle-même ou n'est pas élément d'elle-même» ne peut recevoir une réponse positive ou négative que s'il existe un objet qui est la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes. Si un tel objet n'existe pas, alors les deux suppositions conduisant à l'antinomie, à savoir (a) la classe des classes qui ne sont éléments d'elles-mêmes est élément d'elle-même et (b) la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes n'est pas élément d'elle-même, sont fausses. Et si elles sont fausses, l'antinomie ne peut pas être construite. Je propose de considérer la preuve que donne Lesniewski de la non existence de la classe de Russell.

Sur la base des trois thèses suivantes:

(1) Si un objet est la classe des a, alors un objet est a.
(2) Un objet peut être la classe de tels objets et être simultanément la classe d'objets tout à fait différents.
(3) Si un objet est P, alors P est la classe des P.

Lesniewski pose la définition suivante:

(4) P est élément de la classe K si et seulement si, compte tenu d'une certaine signification du terme «a» sont remplies les conditions suivantes:
 1) K est la classe des a.
 2) P est a[5].

Il pose ensuite deux thèses de l'ontologie:

(5) Si P est a, alors un et un seul objet est P.
(6) Si P est a, alors P est P.

De 5, 3 et 6 on constate que:

(7) Si P est une classe, alors P est la classe des P.
(8) Si P est une classe, alors
 1) P est la classe des P.
 2) P est P.

De 8 on déduit que:

(9) Si P est une classe, alors, compte tenu d'une certaine signification du terme «a», sont remplies les conditions suivantes:
 1) P est la classe des a.
 2) P est a.

5 Par exemple, tout rectangle du carré K de la fig. 1 est élément de la classe des triangles du carré K. En effet, avec «a» pour «rectangle du carré K», on a:
1) La classe des triangles du carré K est la classe des a.
2) Tout rectangle du carré K est a.

De 9, d'après la définition 4, il s'ensuit alors que:

(10) Si P est une classe, alors P est élément de la classe P.

Donc,

(11) Aucun objet n'est une classe qui n'est pas élément d'elle-même.

Par conséquent, d'après 1 et 11:

(12) Aucun objet n'est la classe des classes qui ne sont pas éléments d'elles-mêmes.

(Lesniewski 1989: 49-51)

Par conséquent il n'y a pas d'antinomie, de la même manière qu'il n'y a pas d'antinomie dans la contradiction entraînée par le supposition qu'un carré rond est rond ou n'est pas rond.

Cette analyse de l'antinomie est la deuxième de Lesniewski. Réalisée en 1914, elle fut publiée en 1927. La première, qui obéit à la même stratégie que celle-ci, avait été publiée en 1914, sous le titre «La classe des classes qui ne sont pas subordonnées à elles-mêmes est-elle subordonnée à elle-même»[6]. Il reste une troisième analyse qui, non publiée du vivant de Lesniewski, fut exposée en 1949 et 1950 par Sobocinski. Dans cette analyse, Lesniewski revient une dernière fois à la contradiction, à la lumière de son système des fondements des mathématiques alors en place. Il réévalue clairement la confusion entre les interprétations distributive et collective que dissimule l'usage ambigu du terme «classe». Et il montre que la contradiction se produit, dans le cadre du système de la logique classique, par suite de l'admission du présupposé énonçant que tout objet qui appartient à la classe des a est nécessairement un des a. Ainsi, c'est donc bien en distinguant les acceptions distributive et collective du terme «classe» que l'antinomie sera éliminée puisque, par l'adoption de la version collective de la classe, le présupposé en question est rejeté au profit de la relation méréologique d'ingrédience, fondée sur l'intuition. C'est aussi dans cette dernière analyse que Lesniewski donne une formulation de l'antinomie comme

6 Lesniewski utilise l'expression «être subordonné à» pour «être élément de».

construction formelle qui, par transgression des directives de construction régulière de ses systèmes déductifs, conduit à une contradiction (cf. D. Bourquin ici même).

Remarques à Frege et aux *Principia Mathematica*

L'étude de l'antinomie et la construction de la méréologie se sont accompagnées d'une sévère remise en question, par Lesniewski, de la notion habituelle de la classe et de son statut d'entité abstraite. Je vais m'intéresser ici aux critiques qu'il adresse aux éléments moteurs du courant logiciste, à savoir Frege, Whitehead et Russell. Ces critiques, lapidaires, éclairent le portrait jusque-là dressé de la classe collective. Et elles permettent de mesurer l'écart qui sépare la conception des classes de Lesniewski de celle du courant dominant qui devait conférer à la théorie classique des ensembles l'importance et le statut qui sont les siens au sein de l'édifice des mathématiques.

Frege

Lesniewski répond aux objections que Frege formula, dans un article publié en 1895, à l'égard de l'algèbre de la logique (ou calcul des domaines) de Schröder. Frege lui reprochait de privilégier une conception purement extensionnelle des classes, c'est-à-dire une conception des classes comme collection d'objets. Il présente deux séries d'objections. La première, d'ordre technique, met en avant deux points. D'une part, la conception collective de la classe a pour conséquence de laisser l'ensemble vide inexpliqué et contraint Schröder à l'inventer. D'autre part, par suite de l'identification d'un singleton {x} avec l'individu x qui en est l'unique élément, elle conduit à une contradiction. La deuxième série d'objections, d'ordre théorique, oppose à cette définition de la classe, qui pour Frege n'a rien de logique, celle d'extension d'un concept:

> La différence complète – ou plutôt l'incompatibilité – qu'il y a entre elles est au premier regard masquée. Ainsi voisinent deux théories des

> classes et des extensions, l'une grossière et informe, l'autre plus fine et la seule utilisable en logique. (Frege 1895: 453)

Reprenons ces différents points à la lumière des remarques de Lesniewski. Tout d'abord, le point d'attaque: la question de la classe vide. En principe, la classe vide est impossible dans le système de Schröder où les classes sont conçues comme des collections d'objets singuliers. Or Schröder, pour pouvoir calculer sur l'intersection, n'en admet pas moins une classe vide. D'où la critique de Frege: l'invention de la classe vide par Schröder est une entorse à sa définition de la classe. Comme il l'écrit:

> Lorsqu'une classe se compose d'objets, lorsqu'un ensemble est l'union collective de ceux-ci, alors elle (il) doit disparaître, quand ces objets disparaissent. Lorsque nous brûlons tous les arbres d'une forêt, alors nous brûlons en même temps la forêt. Il ne peut donc y avoir de classe vide. (Frege 1895: 436-437)

Sur ce point, Lesniewski souscrit pleinement à l'objection de Frege. Les classes définies comme totalités, littéralement composées de leurs ingrédients, disparaissent avec leurs ingrédients tout comme, pour reprendre l'exemple de Frege, la forêt disparaît avec ses arbres. Aucune classe, dans ce sens, ne peut donc être vide.

Mais c'était là l'unique point de rencontre. Lesniewski va tout de suite entrer en conflit avec Frege sur le deuxième point: le rejet par ce dernier de l'identification d'un objet avec la classe qui ne se compose que de lui. Cette identification découle de la conception de la classe comme collection d'objets singuliers.

> Notre supposition selon laquelle les classes singulières coïncident avec les individus est maintenant une conclusion nécessaire de la conception d'après laquelle les classes se composent d'individus. (Frege 1895: 445)

> Nous voulons également considérer un individu comme étant une classe qui ne contient que cet individu. (Schröder 1890: 148)

Il en résulte que la distinction entre la relation d'inclusion entre classes et la relation d'appartenance est effacée.

> L'objet individuel est alors une classe. Ainsi la relation entre la partie et le tout se donne d'une manière naturelle comme la relation fondamentale. (Frege 1895: 442)

La conséquence fâcheuse d'une telle confusion est une contradiction. Frege la met en évidence à travers la démonstration suivante:

> (a) Le doute relatif à la question de savoir si chaque individu peut être tenu pour une classe sera renforcé par la réflexion suivante. Nous pouvons prendre pour P dans notre considération antérieure également une classe qui contient un ensemble d'individus;car, comme l'auteur le dit à la page 148, une telle classe peut se donner pour un être de raison et en ce sens aussi comme un individu.
>
> (b) Si Q est maintenant, comme plus haut, la classe coïncidant avec les objets P, alors Q est une classe singulière qui ne contient comme individu que P.
>
> (c) S'il était vrai maintenant qu'une classe singulière coïncide avec l'individu qui en est l'unique élément, alors P coïnciderait avec Q. Admettons maintenant que a et b soient des objets différents compris par P en tant qu'individus, alors ils seraient maintenant compris aussi par Q; cela voudrait dire que a coïncide avec P aussi bien que b. En conséquence a coïnciderait aussi avec b contrairement à la supposition admise selon laquelle ils seraient différents. (Frege cité in Lesniewski 1989: 60)

Considérons les remarques de Lesniewski. En premier lieu il conteste l'objection de Frege pour qui un objet doit être différent de la classe singulière qui lui correspond. Dans le cadre de la méréologie en effet, un objet est identique à la classe collective de lui-même, et également à toute classe dont il est l'unique élément.

Il relève ensuite que Frege, dans la démonstration rapportée ci-dessus, combat la supposition selon laquelle «chaque individu peut être tenu pour une classe» en invoquant la contradiction à laquelle conduirait la supposition qu'«une classe singulière coïncide avec l'individu qui en est l'unique élément». Frege traite donc de manière équivalente les deux suppositions:

(1) chaque individu est identique avec la classe qui n'est composée que de lui;
(2) une classe singulière coïncide avec l'individu compris par elle comme son unique élément.

Mais ces deux suppositions interprétées dans le cadre de la méréologie ne sont pas équivalentes. Il est vrai qu'une classe ne comprenant qu'un seul élément coïncide avec celui-ci. Mais il est faux que tout objet est la classe dont cet objet est l'unique élément. En effet, tout individu est le même objet que la classe collective de lui-même, autrement dit il est décomposable en ses divers éléments (ingrédients). Lesniewski rejette donc la première supposition. Seule une classe singulière ne comprend qu'un seul élément. Dans ce cas seulement, à supposer que de tels objets singuliers existent, l'objet est identique avec la classe dont il est l'unique élément.

C'est ce que démontre Lesniewski de la manière suivante:

> A) si un – et un seul – objet est un élément de la classe K, alors l'élément de la classe K est la classe des éléments de la classe K.
>
> Étant d'avis que
>
> B) si X est la classe des éléments de la classe K, alors la classe K est le même objet que X,
>
> On peut inférer de A et B que
>
> C) si un – et un seul – objet est l'élément de la classe K, alors la classe K est le même objet que l'élément de la classe K; si donc je me servais de l'expression "classe singulière" de manière à affirmer que
>
> D) K est une classe singulière si et seulement si un – et un seul – objet est l'élément de la classe K,
>
> alors, en s'appuyant sur D et C, on peut dire que
>
> E) si une classe est une classe singulière, alors elle est le même objet que son élément. (Lesniewski 1989: 58-59)

Venons-en maintenant à la définition de la classe, chez Frege, comme extension de concept. Frege affirme la priorité logique des concepts sur les classes qui leur correspondent.

> [...] je soutiens que le concept précède logiquement son extension et qu'on se trompe en essayant de faire reposer l'extension du concept ou classe, non sur le concept mais sur les individus. Par ce chemin on débouche sans doute sur un calcul des domaines, mais on n'arrive pas à une logique. (Frege 1895: 455)

En droit donc, les classes sont fondées sur les concepts qui sont premiers. Telle sera la conclusion de l'article consacré à l'algèbre de la logique de Schröder:

> L'extension d'un concept n'est pas faite des objets qui tombent sous ce concept à la manière dont les arbres font la forêt, mais elle prend appui sur le concept même et seulement sur lui. (Frege 1895: 455)

Lesniewski, quant à lui, avoue ne rien comprendre à ce que les mathématiciens entendent par «extension d'un concept» ni à l'affirmation de Frege soutenant que l'extension d'un concept reçoit de ce concept et de lui seul son fondement. A propos de la correspondance fregéenne entre le concept et la classe qui lui correspond, il écrit:

> Si la classe des a, conforme à ma conception des classes et composée de a, ne doit pas constituer l'"extension du concept a", alors, ne sachant pas répondre à la question de savoir ce que devrait être cette "extension du concept a", quand et où on pourrait en prendre connaissance, voire si quelque chose de ce genre existe dans le monde, je suis disposé à supposer timidement qu'il s'agit de quelques objets "inventés" par les logiciens pour le tourment de nombreuses générations. (Lesniewski 1989: 61)

La pensée de Frege sur les classes n'était, certes, pas facile à cerner. Mais Lesniewski la comprend d'autant moins que l'objectif de Frege est aussi éloigné que possible du sien. Frege, en effet, cherche à donner à la notion de classe un fondement logique. Et s'il refuse d'accepter la conception commune de la classe comme collection d'objets, c'est parce que ce «matériel» intuitif n'a été soumis à aucune clarification ni élaboration logiques. Tout le problème de Lesniewski, au contraire, est de parvenir à une définition réelle de la classe, conforme à l'intuition ordinaire. Dès lors la question est celle de savoir comment rendre compte, dans le cadre d'un système déductif, de ces vérités – intuitives – formulées dans le langage ordinaire et qui font appel à la notion de classe. La logique ici n'a pour rôle que celui de formaliser le langage utilisé pour parler des objets concrets que sont les classes. Privant celle-ci de toute compétence fondatrice à l'égard des mathématiques, Lesniewski ne peut accepter qu'un concept logique – au sens de Frege – se substitue au rôle de la classe.

Les Principia Mathematica

Les remarques de Lesniewski portent sur un passage des *Principia* dont je ne citerai que l'essentiel (Whitehead & Russell 1910: 75; Lesniewski 1989: 63). Ces remarques, dès lors que la classe est abordée comme un objet réel, sont implacables. Même si – à décharge des auteurs des *Principia* – elles tirent aussi leur force de l'oubli, par notre logicien polonais, du but que servent Whitehead et Russell. C'est ce que souligne D. Miéville:

> Ils [Whitehead et Russell] privilégient la forme par rapport au contenu. Lesniewski, lui, fait une lecture qui ne quitte jamais ce qui relie les formes au réel. Il ne peut donc trouver dans les *Principia Mathematica* ce qu'ils ne donnent pas à voir. (Miéville 1984: 22)

Examinons ce que les *Principia* ne donnent pas à voir. Dans la théorie des classes de Whitehead et Russell, les symboles de classes sont des symboles incomplets, des commodités linguistiques. Employés sans être définis, ils s'éliminent par la définition contextuelle de la classe.

> Les symboles de classes, tout comme ceux de descriptions, sont, dans notre système, des symboles incomplets: leurs emplois sont définis, mais eux-mêmes ne sont pas censés signifier quoi que ce soit, c'est-à-dire les *emplois* de tels symboles sont définis de telle sorte que lorsque le *definiens* est substitué au *definiendum*, alors il ne reste plus

> aucun symbole dont on pourrait supposer qu'il représente une classe. Ainsi les classes, dans la mesure où nous les introduisons, ne sont que de pures commodités symboliques ou linguistiques, et non des objets authentiques, comme le sont leurs éléments lorsqu'ils sont des individus. (Whitehead & Russell cités in Lesniewski 1989: 63)

C'est par un tel stratagème que Whitehead et Russell résolvent la difficulté de concilier le fait qu'une classe puisse être à la fois un tout (susceptible d'être membre d'un autre tout, autrement dit un objet) et une multiplicité, une collection (c'est-à-dire prédiquée de plusieurs).

> S'il existe un objet tel qu'une classe, alors il doit être, en un certain sens, un objet. Cependant c'est uniquement de classes qu'on peut prédiquer plusieurs. C'est pourquoi si nous admettons les classes comme objets, nous devons supposer que le même objet peut être à la fois un et multiple, ce qui semble impossible. (*Ibidem*)

Ainsi donc dans les *Principia,* grâce à la notation utilisée, il n'est pas besoin de poser que les classes existent, c'est-à-dire d'admettre dans le calcul une catégorie de noms propres destinée à les représenter. L'intension seule est fondamentale.

> Notre théorie des classes reconnaît et réconcilie ces deux faits apparemment opposés [les points de vue de l'extension et de l'intension] en montrant qu'une extension (laquelle n'est autre chose qu'une classe) est un symbole incomplet dont l'emploi acquiert toujours sa signification à travers la référence à une intension. (*Ibidem*)

Le désaccord de Lesniewski avec Whitehead et Russell est donc profond.

Dans la théorie des classes des *Principia*, les classes ne font pas partie de l'inventaire ultime du monde. Ce ne sont pas des réalités perceptibles. Elles ne sont pas considérées comme des entités au même titre que les individus qu'elles contiennent; plus précisément, elles sont d'un autre «type» que les entités qui en sont les éléments. Les symboles incomplets simulent la notation des classes; celles-ci sont alors de simples «fictions logiques» et la typologie n'a aucune portée ontologique. Dans la méréologie, au contraire, le terme «classe» est un nom réel qui désigne un «objet authentique». Les classes existent au même titre que les objets qui en sont les éléments (ingrédients) et les touts et les parties sont de la même catégorie (non linguistique).

Lesniewski relève aussi que les auteurs des *Principia* ne s'expliquent en aucune manière sur ce qu'est une classe au sens admis par eux, c'est-à-dire comme extension de concept. En outre, ajoute-t-il, alors qu'ils rejettent l'existence d'objets qui sont des classes, ils ne semblent avoir aucun doute quant à l'existence d'objets qui seraient des symboles incomplets. L'ambiguïté relevée ici est difficilement évitable puisque la définition contextuelle de la classe sert précisément à paraphraser des contextes où il semble qu'on fasse référence à des entités, de sorte que toute référence à ces entités ait disparu. Mais l'objectif de Lesniewski n'étant pas de souligner le bien-fondé de la démarche de Whitehead et Russell, il conclut à l'inintelligibilité de leurs propos et à l'impossibilité de savoir «de quels objets ils examinent l'existence ou l'inexistence, lorsqu'ils considèrent l'existence ou l'inexistence des objets qui sont des "classes"» (Lesniewski 1989: 65). Et il écrit:

> En reconnaissant dans l'odeur caractéristique qui me parvient des classes de MM. Whitehead et Russell comme dans celle que dégagent les "extensions de concepts" de Frege, l'odeur des spécimens provenant de la riche galerie des objets "inventés", j'aurais tendance à épouser les doutes des auteurs sur le fait que des objets qui seraient de telles "classes" existent dans le monde. (Lesniewski 1989: 65)

Pour clore cette remise en question des *Principia,* je propose un texte d'un autre ouvrage de Russell. Variation sur le thème du «tas», il fait toute la lumière, comme ne manqua pas de le relever lui-même Lesniewski, sur l'écart qui sépare la méréologie de la théorie des classes de Whitehead et Russell.

> Nous ne pouvons pas prendre les classes de manière purement extensionnelle comme de simples tas ou conglomérats. Si nous voulions essayer de le faire, nous trouverions impossible de comprendre où peut bien se trouver une classe comme la classe vide, laquelle n'a pas d'éléments du tout et ne peut pas être tenue pour un "tas"; il nous serait aussi très difficile de comprendre qu'une classe qui n'a qu'un élément ne soit pas identique à celui-ci. Je n'ai pas l'intention d'affir-

> mer ou de nier qu'il y ait des entités telles que les "tas". En tant que logicien mathématique je ne suis pas appelé à avoir une opinion à ce sujet. Tout ce que je maintiens c'est que, s'il existe des choses comme des "tas", alors nous ne pouvons pas les identifier aux classes composées de leurs constituants. (Russell 1970: 217; 1ère édition 1919)

L'axiomatisation de la méréologie

Ontologie et méréologie

Avant d'exposer la base axiomatique, je préciserai les liens que la méréologie entretient avec l'ontologie. L'ontologie et la méréologie sont basées respectivement sur l'axiomatisation des deux interprétations distributive et collective du terme «classe». L'ontologie se charge de la prédication distributive. C'est avec elle que Lesniewski a résolu le problème de la détermination du sens de la proposition individuelle («tel a est b»), sens établi par lui au cours de l'analyse de l'antinomie, et auquel il a réduit la notion de classe distributive.

Au sens distributif, les termes «classe de» et «élément de» sont des pseudo-foncteurs: «a est un élément de la classe des b» revient à «a est b» (a ε b).

Par contre, au sens collectif, les termes «classe de» et «élément de» sont des foncteurs réels, nécessaires pour décrire toute entité comme une totalité méréologique. On ne peut les ramener à aucune autre conception de la logique.

L'ontologie de Lesniewski en tant que système est ontologiquement neutre (Simons 1995). Elle est structurellement adéquate pour parler des objets que sont les classes. La méréologie ne nécessite pas de traits structuraux qui lui sont propres et n'introduit aucun problème en liaison avec la question des entités abstraites.

On notera que contrairement à la théorie des types qui oscille entre la double interprétation de la théorie linguistique et d'une ontologie postulant l'existence d'objets de niveaux (types) différents, les touts et les parties sont, en méréologie, du même ordre (non linguistique), les termes qui les nomment appartiennent à la catégorie des noms. Il n'y a donc chez Lesniewski aucune ambiguïté du type de celle que l'on rencontre chez Russell. Ceci a déjà été en partie souligné dans le paragraphe consacré aux remarques à propos des *Principia.*

L 'axiomatique

La méréologie ayant fait l'objet de plusieurs axiomatisations, je ne présenterai que celle de 1916. Le terme primitif est «partie de». Elle comprend quatre axiomes et fait appel à deux définitions méréologiques de type ontologique qui inscrivent les termes «ingrédient de» (ou «élément de») et «classe de»[7]. Elle a été exposée dans le langage ordinaire (Lesniewski 1989).

Axiome 1:
Pour tout A et B, si A est une partie de B, alors B n'est pas une partie de A.

Axiome 2:
Pour tout A, B et C, si A est une partie de B et B est une partie de C, alors A est une partie de C.

L'axiome 1 établit l'asymétrie de la relation de partie à tout.
L'axiome 2 établit la transitivité de cette même relation.
«partie de» est un foncteur formateur de nom à un argument nominal, c'est-à-dire de la catégorie sémantique N/N.

Définition 1:
Pour tout A et B, A est un ingrédient de B, si et seulement si A est le même objet que B *ou* une partie de B.

Définition 2:
Pour tout a et A, A est la classe des a si et seulement si:
(1) A est un objet.
(2) Chaque a est un ingrédient de A.
(3) Pour tout B, si B est un ingrédient de A alors un ingrédient de B est un ingrédient de a.

Les définitions 1 et 2 introduisent respectivement les termes «ingrédient de» et «classe de». Ceux-ci sont des foncteurs

7 Lesniewski a donné une axiomatisation qui se donne la notion d'élément comme primitive et ne comporte pas de termes définis (Clay 1965; Miéville 1984).

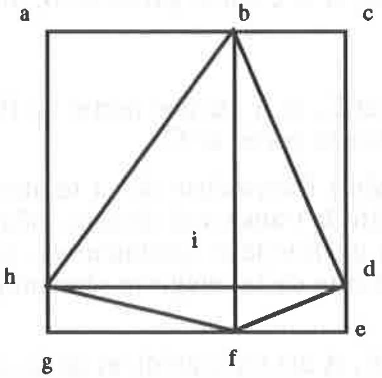
constants ontologiques à un argument nominal. Ils appartiennent à la catégorie sémantique N/N.

Axiome 3:
Pour tout A, a et b, si A est la classe des a, et B est la classe des a, alors A est B.

Axiome 4:
Pour tout a, si un objet est a, alors un objet est la classe des a.

L'axiome 3 établit l'unicité de la classe. L'axiome 4 énonce que si des objets quelconques a existent, alors la classe des a existe.

J'illustrerai la définition de la classe par un exemple et deux contre-exemples. Considérons le carré K:



– Formons la classe A des rectangles du carré K. Dès lors:

(1) A est un objet (la classe A existe). C'est le carré K.
(2) Tout rectangle de A, comme le rectangle bcef, est un ingrédient du carré K.
(3) Pour un ingrédient B quelconque de A, par exemple le rectangle bcid, il existe un ingrédient de B, comme le triangle bcd, qui est ingrédient de l'un des rectangles de K, par exemple le rectangle acdh.

– Le carré K n'est pas la classe générée par le triangle def.

Les conditions (1) et (2) sont satisfaites: le carré K existe et le triangle def est un ingrédient du carré K. La condition (3) n'est pas satisfaite: le rectangle abih est ingrédient du carré K. Mais on ne trouve aucun ingrédient du rectangle abih qui soit ingrédient du triangle def.

– Le triangle bhf n'est pas la classe générée par le carré K.

Les conditions (1) et (3) sont remplies: le triangle bhf existe et tout ingrédient du triangle bhf est ingrédient du carré K. Mais la condition (2) n'est pas satisfaite. Le carré K n'est pas ingrédient du triangle bhf.

Insistons aussi sur le fait que tout fragment, segment, agrégat du carré K, comme le point a, la ligne cd, la classe composée par le segment ab et le triangle bcd, sont autant d'ingrédients de la classe générée par les rectangles du carré K (ou par les triangles du carré K ou encore pour le carré K lui-même).

Pour terminer cette partie, je propose quelques thèses que l'on peut démontrer sur la base de cette axiomatique. J'ai choisi celles qui rendent compte des propriétés les plus élémentaires et les plus caractéristiques de la classe collective.

T1 Pour tout A, si A est un objet, alors A n'est pas une partie de A.
T2 Pour tout A, si A est un objet, alors A est un ingrédient de A.
T3 Pour tout A, si A est un objet, alors A est la classe des A.
T4 Pour tout A, B, C, si A est un ingrédient de B et B est un ingrédient de C, alors A est un ingrédient de C.
T5 Pour tout A, a, b, si A est la classe des a et A est la classe des b, alors la classe des a est identique à la classe des b.
T6 Pour tout A, a, si A est la classe des a, alors la classe de la classe des a est identique à la classe des a.

Une solution pour deux problèmes

Je vais maintenant reconsidérer les deux problèmes sémantiques exposés au début de cet article et montrer comment la méréologie permet d'apporter une solution formelle pour le premier et de poser des éléments de réponse pour le second:

1. Tout cheval est un animal
   donc
   Toute tête de cheval est une tête d'animal.

Je précise en quelques mots pourquoi cet argument ne peut pas être validé dans le modèle classique de la théorie des ensembles. Pour le valider, il faudrait que l'ensemble des têtes des chevaux fût inclus dans celui des chevaux. En d'autres termes, cela supposerait qu'un sous-ensemble formé à partir de l'ensemble représentant l'extension du concept cheval correspond à la propriété «être une tête de cheval». Mais, si une organisation relationnelle construite sur l'ensemble des chevaux peut représenter, par exemple, la propriété «avoir gagné le prix de l'Arc-de-Triomphe» ou la propriété «être plus rapide qu'un alezan», aucune ne peut correspondre à la propriété «être une tête de cheval». Un ensemble est en effet une collection d'objets déterminés par une propriété commune (une extension de concept) et qui sont les éléments de l'ensemble, si bien que ces objets ne peuvent être appréhendés que de manière unidimensionnelle, en tant qu'entités individuelles. Or, si l'on veut expliciter le mécanisme sous-jacent à ce raisonnement, il est nécessaire de «briser» l'entité *cheval* de manière à accéder à son organisation interne. C'est pourquoi la base axiomatique de la méréologie, associée à la base logique de l'ontologie, permet d'apporter une solution formelle au problème sémantique que pose l'argument de De Morgan. Cette base axiomatique fournit une relation de parties au tout, une définition de la relation d'ingrédience (appartenance) et une définition de la classe qui permet de concevoir une entité comme l'unité collective des ingrédients qui la composent.

Pour valider cet argument, il faut distinguer entre:

1. *L'usage distributif* (extensionnel) qui, dans la proposition «chaque a est b» (représentant la proposition «tout cheval est animal»), consiste à prédiquer une propriété définie b de la classe distributive correspondant à l'extension des a, c'est-à-dire

qui exprime une relation d'inclusion forte entre l'extension des a et l'extension des b.

2. *L'usage collectif* du terme «classe» qui permet de décrire la totalité correspondant à l'extension des a et la totalité correspondant à l'extension des b comme des touts méréologiques, c'est-à-dire des individus concrets, littéralement constitués de tous les ingrédients qui composent les objets a et les objets b.

Le niveau distributif est traduit dans le langage formel de l'ontologie. Il s'agit de donner une traduction formelle de la proposition:

> «chaque a est b»

soit

> «l'extension des objets a est fortement incluse dans l'extension des objets b»

Pour cela, en utilisant les directives de définition ontologique de type protothétique, on doit inscrire un relateur correspondant à l'inclusion forte, c'est-à-dire exprimant la relation «être fortement inclus». La définition qui inscrit ce relateur extensionnel inclusif est la suivante:

$$\lfloor ab \rfloor \lceil a\ C\ b \equiv \lfloor \exists c \rfloor \lceil c\ \varepsilon\ a \rceil \land \lfloor d \rfloor \lceil d\ \varepsilon\ a \supset d\ \varepsilon\ b \rceil \rceil$$

a C b se lit «chaque a est b».
Le relateur C appartient à la catégorie S/NN.

Une fois ce relateur défini, la solution passe par la démonstration d'une thèse qui spécifie que:

> «Si un objet A est contenu dans un objet B, alors tout ingrédient de l'objet A est également un ingrédient de l'objet B»

ou exprimée de manière un peu plus précise:

> «Si l'extension des objets a est fortement incluse dans l'extension des objets b, alors tout ingrédient de la classe collective générée par les a est également un ingrédient de la classe collective générée par les b».

Cet énoncé correspond à une thèse de la méréologie. Son expression formelle est la suivante:

$$\lfloor ab \rfloor \lceil a \mathrm{C}\, b \supset \lfloor c \rfloor \lceil c\ \varepsilon\ \mathrm{ing}(\mathrm{Kl}(a) \supset c\ \varepsilon\ \mathrm{ing}(\mathrm{Kl}(b) \rceil \rceil.$$

L'argument de De Morgan, qui échappait à toute représentation ensembliste, au sens classique, se trouve ainsi validé par une instanciation de cette thèse[8].

2. La maison dont le toit est rouge est grande

Je rappelle tout d'abord brièvement l'analyse qui a été proposée de la description définie qui est le sujet de cette proposition. En ce qui concerne le cheminement de pensée qui a conduit à ce résultat, je renvoie le lecteur à l'article de P. Joray.

La maison dont le toit est rouge
N N/NS N S/NN N

Le relatif *dont* peut être analysé comme représentant un opérateur logique, un opérateur formateur de nom dont le premier argument est nominal et le second propositionnel. Le rôle anaphorique du relatif «permet de faire porter la prédication sur une partie, un ingrédient de l'antécédent ou encore un objet associé au référent de l'antécédent». Dans notre univers de discours, le relatif *dont* désigne une entité, la maison, à travers un de ses ingrédients, le toit. Rendre compte de cette fonction référentielle exige donc une sémantique dans laquelle il est possible de définir une relation d'ingrédience entre une entité et ses parties. La méréologie permet par conséquent d'envisager une solution formelle au problème sémantique posé par l'analyse de la fonction logique sous-jacente au relatif *dont*. Il reste, bien entendu, à inscrire dans la syntaxe un foncteur constant de la catégorie N/NS. Je ne le ferai pas ici. Il m'importait davantage de suggérer qu'en utilisant la méréologie, il était possible d'introduire dans un système logique des foncteurs de subordination tout aussi importants que les foncteurs de coordination.

---

8 Voir l'article de Miéville (1992) qui, dans le cadre d'une réflexion plus vaste consacrée aux relations, développe très clairement une solution au problème que pose une inférence syllogistique de ce type.

Pour conclure

Nous disposons donc, avec la méréologie, d'une théorie qui concilie, en les distinguant, les niveaux distributif et collectif que recouvre la catégorie sémantique du nom. Cette théorie permet ainsi de compléter le système logique standard, issu du programme logiciste, en l'enrichissant de la dimension collective de la classe. Sa mise en oeuvre permettra aussi de définir de nouvelles opérations logiques nécessaires à l'explicitation toujours plus fine des raisonnements logiques. D'autres travaux s'y emploieront.

Je soulignerai enfin que si elle a été formalisée à l'aube de ce siècle, de nombreuses questions liées à l'ingrédience collective ont été longuement débattues par les médiévaux, et ceci notamment dans le cadre de la question des universaux (Henry 1972 et 1991). Le lecteur se convaincra sans peine que la théorie exposée dans cet article autorise à conclure à la validité du raisonnement suivant attribué à Abélard: «Si la maison a été entièrement détruite par le feu, alors son toit a été détruit». C'est là le mot de la fin.

Centre de Recherches Sémiologiques
Séminaire de logique
Espace Louis-Agassiz 1
CH 2000 NEUCHATEL

Bibliographie

CLAY R. E. (1965). The relation of weakly discrete to set and equinumerosity in mereology. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 6, 325-340.

FREGE G. (1895). Kritische Beleuchtunge einiger Punkte. In E. Schröder's Vorlesungen über die Algebra der Logik. *Archiv für systematische Philosophie*, 1, 433-456.

FREGE G. (1962). *Grundgesetze der Arithmetik.* Hildesheim: Olms, 2 vols (1ère édition 1903).

FREGE G. (1969). *Les fondements de l'arithmétique.* Paris: Seuil, trad. de Claude Imbert.

FREGE G. & RUSSELL B. (1994). *Correspondance juin 1902 - décembre 1904, mars - juin 1912.* Traduction, notes et introduction par C. Webern. Paris; L'UNEBÊVUE.

GOODMAN N. (1951). *The Structure of Appearance.* Havard University Press.

HENRY D. P. (1991). *Medieval Mereology.* Amsterdam: Güner.

HENRY D.P. (1972). *Medieval Logic and Metaphysics.* London: Hutchinson University Press.

KEARNS J.T. (1967). The contributions of Lesniewski. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 8, 61-93.

LARGEAULT J. (1970). *Logique et philosophie chez Frege.* Paris/Louvain: Nauwelaerts.

LEJEWSKI C. (1985). Accomodating the informal notion of mereological class within the framework of Lesniewski's ontology. *Dialectica* 39, 217-241.

LESNIEWSKI S. (1989). *Sur les fondements de la mathématique. Fragments.* Paris: Hermès, trad. de G. Kalinowski.

LESNIEWSKI S. (1992). *Collected Works.* S.J. Surma, J.T. Srezednicki, D.I. Barnett (eds). Dordrecht: Kluwer, 2 vols.

LUSCHEI E.C. (1962). *The Logical Systems of Lesniewski.* Amsterdam: North Holland.

MIÉVILLE D. (1993). L'antre des relations. In D. Miéville (éd.), *Relations formelles et non formelles.* Neuchâtel: Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques n° 61.

MIÉVILLE D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de S. Lesniewski. Prothétique, Ontologie, Méréologie.* Berne: Lang.

NELSON H. & GRELLING K. (1908). Bemerkungen zu den Paradoxen von Russell und Burali-Forti. *Abhandlungen der Frie'schen Schule*, vol. 2, 301-324.

RICKEY V.F. (1977). A survey of Lesniewski's logic. *Studia Logica* XXXVI/4, 405-424.

RUSSELL B. (1903). *The Principles of Mathematics.* Cambridge: University Press.

RUSSELL B. (1970). *Introduction à la philosophie mathématique*. Paris: Payot (1ère édition 1919).
SCHRÖDER E. (1890). *Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*, tome I. Leipzig: Teubner.
SIMONS P. (1982). On Understanding Lesniewski. *History and Philosophy of Logic* 3, 165-191.
SIMONS P. (1995). Lesniewski and ontological commitment. In D. Miéville & D. Vernant (éds), *Stanislaw Lesniewski aujourd'hui*. Grenoble/Neuchâtel: Groupe de Recherches sur la philosophie du langage/ Centre de Recherches Sémiologiques.
SINISI V.E. (1976). Lesniewski's analysis of Russell's antinomy. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 17, 19-34.
SOBOCINSKI B. (1949). L'analyse de l'antinomie russellienne par Lesniewski. *Methodos* 1, 94-107, 220-228, 308-316.
SOBOCINSKI B. (1959). L'analyse de l'antinomie russellienne par Lesniewski. *Methodos* 2, 237-257.
WHITEHEAD A.N. & RUSSELL B. (1910-1913). *Principia Mathematica*. 3 vols. Cambridge: CUP.

Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques
Liste des numéros parus

*1. G. Vignaux: La nouvelle rhétorique. Revue critique et perspectives d'application. 1969-70.
*2. G. Vignaux: L'argumentation antique: Aristote. Janvier 1970.
*3. M.-J. Borel: Pour définir l'argumentation. 1969-70.
*4. F. Bugniet: Remarques sur les notions d'assertion linguistiques et de proposition logique. Septembre 1970.
*5. M.-J. Borel/G. Vignaux: L'étude de l'argumentation. Séminaire 1969-70.
*6. G. Vignaux: L'argumentation: bibliographie sélective. Janvier 1971.
*7. J.-B. Grize: Logique de l'argumentation et discours argumentatif. Mais 1971.
*8. J.-L. Galay: La rhétorique du discours de philosophie systématique. Essais d'analyse. Mars 1971.
*9. C. Morier: Charles Sanders Peirce et la sémiotique. Mars 1971.
*10. G. Vignaux: L'argumentation et le résumé. Mars 1971.
*11. C. Gillièron/C. Bonnet: Peut-on définir l'argumentation? Avril 1971.
*12. J.-B. Grize: Notes sur l'ontologie et la méréologie de S. Lesniewski. Mars 1972.
*13. M. Hirsbrunner/P. Fiala: Les limites d'une théorie saussurienne du discours et leurs effets dans la recherche sur l'argumentation. Avril 1972.
*14. C. Gillièron/A.-M. Badonnel/J.-P. Iacazzi: Les recherches psychologiques et psycholinguistiques sur la négation et les relations d'opposition. Mai 1972.
*15. J.-L. Galay: Esquisse pour une théorie figurale du discours. Septembre 1972.
*16. Y. Oppel: Sémiotique littéraire, à propos de la coordination, répétition et opposition dans un texte littéraire. Mai 1973.
*17. P. Fiala/C. Ridoux: Essai de pratique sémiotique. Juin 1973.
*18. M. Hirsbrunner: Pour une critique de la sémiotique de Roland Barthes. Juillet 1973.
*19. Y. Oppel: Colloque sur l'analyse du discours «Divergences et convergences». Février 1974.
*20. (Collectif): Logique, argumentation, discours (LAD). Recherche. Septembre 1974.
*21. (Collectif): Logique, argumentation, discours (LAD). Recherche. Septembre 1974.

*22. A.-F. Schmid: Philosophie et sciences chez Henri Poincaré: lecture philosophique. Octobre 1974.
*23. M.-J. Borel: Schématisation discursive et énonciation. Arguments théoriques et approche descriptive (LAD I). Octobre 1975.
*24. A. Licitra: Les relations interpropositionnelles. Huit types d'après R. Longacre (LAD I). Octobre 1975.
*25. (Collectif): Discours et structures sociales. Janvier 1977.
*26. M. Ebel: Langage, histoire, action: les recherches de Jean Pierre Faye. Septembre 1975.
*27. M. Ebel/P. Fiala: Recherches sur les discours xénophobes I. Juillet 1977.
*28. M. Ebel/P. Fiala: Recherches sur les discours xénophobes II. Juillet 1977.
*29. J.-B. Grize: Matériaux pour une logique naturelle (LAD I). Mai 1976.
*30. D. Miéville/M.-J. Borel/A. Licitra: Discours et analogie (LAD II). Mai 1977.
*31. J. Moeschler: Contribution linguistique à une sémiotique du cinéma. Mai 1977.
*32. A. Lecomte: Paraphrase et thématisation. Essais d'analyse logique. Décembre 1978.
*33. (Collectif): Langue et discours I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 2-4 octobre 1978. Mars 1978.
*34. (Collectif): Langue et discours II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 2-4 octobre 1978. Mars 1978.
*35. P. Baldi/J. Moeschler: Comment contrôler le discours: interaction et réfutation dans le débat Giscard-Mitterrand (1974). Juillet 1979.
*36. (Collectif): Quelques réflexions sur l'explication. Février 1980.
37. M. Sanchez-Mazas: Traduction arithmétique des graphes et des relations binaires et applications logiques et informatiques. Juin 1981.
*38. (Collectif): Le discours explicatif I. Septembre 1981.
*39. (Collectif): Le discours explicatif II. Septembre 1981.
40. C. Wülser: Actes de langage explicatifs. Février 1982.
*41. (Collectif): Logique naturelle du raisonnement. Avril 1982.
*42. (Collectif): Linguistique et sémiologie I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 5-6 octobre 1981. Juillet 1982.
43. (Collectif): Linguistique et sémiologie II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 5-6 octobre 1981. Juillet 1982.
*44. (Collectif): Raisonnements et raisons. Avril 1983.
45. F. Albera: Problèmes de l'énonciation au cinéma. Février 1984.
46. (Collectif): Construction et transformations des objets du discours I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 3-4 octobre 1983. Mars 1984.

47. (Collectif): Construction et transformations des objets du discours II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 3-4 octobre 1983. Mars 1984.
*48. (Collectif): Analyse de texte assistée par ordinateur. Utilisation du logiciel DEREDEC. Janvier 1985.
*49. (Collectif): Problèmes et méthodes d'une analyse de texte articulant organisation cognitive, argumentation et représentations sociales. Juin 1985
50. (Collectif): Actes du colloque «Dialogisme et Polyphonie», 27/28 septembre 1985. Avril 1986.
*51. (Collectif): Le discours descriptif. Du texte aux objets de connaissance I. Juillet 1986.
*52. (Collectif): Le discours descriptif. Du texte aux objets de connaissance II. Juillet 1986.
*53. (Collectif): La référence. Points de vue linguistique et logique. Mars 1987.
54. D. Apothéloz/J.-B. Grize: Langage, processus cognitif et genèse de la communication. Septembre 1987.
*55. (Collectif): La schématisation descriptive. Types textuels, formes et fonctions discursives. Janvier 1988.
56. D. Miéville/R. Martin/A. Culioli/G.G. Granger/C. Gillièron/ G. Seel/J. Molino/L. Frey/J.-B. Grize: La négation sous divers aspects. Actes du colloque, Neuchâtel 22-23 octobre 1987. Septembre 1988.
*57. D. Miéville/D. Apothéloz/P.-Y. Brandt/ G. Quiroz/J.-B. Grize: La négation. Contre-argumentation et contradiction. Septembre 1989.
*58. M. Charolles: De l'art de nager et des différentes manières d'en parler. Septembre 1990.
*59. D. Miéville/M.-J. Borel/J.-P. Desclés/J. Gasser/P.-Y. Brandt; D. Apothéloz/J. Moeschler/J. Jayez/M.F. Blès: La négation. Le rôle de la négation dans l'argumentation et le raisonnement. Actes du colloque, Neuchâtel 11-12 octobre 1990. Septembre 1991.
60. D. Miéville/D. Apothéloz/P.Y. Brandt: Les organisations raisonnées. Analyse de l'articulation de séquences discursives. Juin 1992.
61. D. Miéville/M. Chavaz/E. Gattico: Relations formelles et non formelles. Septembre 1993.
62. D. Miéviile/ C. Tiercelin/ G. Heinzmann/ G. Deledalle/ J. Gasser/ N. Everaert-Desmedt/ J. Réthoré/ M. Balat/ J.-P. Kaminker: Charles Sanders Peirce. Apports récents et perspectives en épistémologie, sémiologie, logique. Actes du collque, Neuchâtel, 16-17 avril 1993. Avril 1994.

63. D. Miéville, J.-P. Desclés, P. Engel, J.-L. Gardies, J.-C. Gardin, J. Gasser, J.-B. Grize, F. Nef, Raisonnement et calcul. Actes du colloque, Neuchâtel, 24-25 juin 1994. Septembre 1995.
64. D. Apothéloz, U. Bähler, M. Schulz (eds), Analyser le musée. Actes du colloque inteernational organisé par l'Association Suisse de Sémiotique (ASS/SGS), Lausanne 21-22 avril 1995. Août 1996.

Les titres précédés d'un astérisque sont épuisés.
Les publications disponibles peuvent être obtenues auprès du Centre de Recherches Sémiologiques au prix de **Fr.s 10.-**. Dès le n° 59 **Fr.s. 15.-** (TVA comprise).

Travaux de logique
Liste des numéros parus

1. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Première partie. Septembre 1985 (épuisé).
2. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Deuxième partie. Janvier 1987 (épuisé).
3. James Gasser: La syllogistique d'Aristote à nos jours. Juin 1987.
4. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Première partie. Avril 1991 (réédition du n° 1; épuisé).
5. Denis Miéville Introduction à la théorie des systèmes formels. Deuxième partie. Avril 1991 (réédition du n° 2; épuisé).
6. Denis Miéville: La négation, une étude logique. Mai 1991 (épuisé).
7. Denis Miéville (éd.): Kurt Gödel. Actes du colloque, Neuchâtel, 13 et 14 juin 1991. Septembre 1992.
8. James Gasser: Introduction à la logique des relations de C.S. Peirce. Novembre 1993.
9. D. Miéville, P. Joray, D. Stauffer, N. Gessler: Etudes logiques. Port-Royal: une logique des idées. L'avènement de la théorie sémantique de la vérité de Tarski. George Booles et l'algèbre de la logique

Ces publications peuvent être obtenues auprès du Centre de Recherches Sémiologiques au prix de **Fr.s. 10.-** ; dès le n° 7 **Fr.s. 15.-** (TVA comprise).

Couverture: Atelier Seth, Peseux
Impression: Zentralstelle der Studentenschaft der Universität Zürich