

L'influence de l'hétérogénéité et de l'anisotropie de la perméabilité sur les systèmes d'écoulement

par L. KIRALY, * Neuchâtel

Résumé

Les systèmes d'écoulement («flow systems») définis par J. TOTH (1963) forment le cadre idéal pour l'étude du mouvement des eaux souterraines dans un bassin hydrogéologique. Sur quelques exemples idéalisés on montre l'influence du champ des perméabilités sur les systèmes d'écoulement: tout en gardant les mêmes conditions aux limites on présente, successivement, les systèmes d'écoulement dans un milieu homogène et isotrope, dans un milieu hétérogène et isotrope, dans un milieu homogène et anisotrope et, enfin, dans un milieu hétérogène et anisotrope. Les équipotentielles ont été obtenues à l'aide de modèles analogiques électriques (papier conducteur, de conductivité hétérogène et anisotrope).

1. La notion de système d'écoulement

1.1. Définition

Jusqu'à récemment les hydrogéologues ont admis qu'à l'intérieur d'un bassin hydrogéologique (ou d'une nappe) la direction du mouvement de l'eau était parallèle à la direction de la pente générale de la surface piézométrique et cela dans toute l'épaisseur de la nappe. Les études théoriques de TOTH (1962, 1963, 1968) et FREEZE et WITHERSPOON (1966, 1967, 1968) ont montré qu'à l'intérieur d'une même nappe ou d'un même bassin hydrogéologique, la direction et la vitesse de l'écoulement peuvent varier considérablement: à deux points d'une nappe, situés à des profondeurs différentes, les deux vecteurs vitesses de filtration peuvent avoir des directions fort différentes, toutes deux pouvant être différentes de la direction de la pente générale de la surface piézométrique. Autrement dit, les lignes d'écoulement descendant à des profondeurs différentes, peuvent aboutir en des endroits assez éloignés les uns des autres du bassin hydrogéologique.

TOTH (1963, p. 4806 et fig. 3) définit le système d'écoulement («flow system») comme l'ensemble des lignes d'écoulement fictives dans lequel deux lignes d'écoulement, voisines en un point quelconque du bassin, restent voisines à travers toute la région d'écoulement (c'est-à-dire entre la région alimentaire et la région d'exutoires). Chaque système d'écoulement possède ainsi une région d'alimentation continue (connexe) et une région d'exutoire continue.

Dans un système d'écoulement *local* la région d'alimentation et la région d'exutoire sont voisines. Dans un système d'écoulement *intermédiaire* la région alimentaire et la région d'exutoire peuvent être séparées (sur la carte) par un ou plusieurs systèmes locaux (donc les lignes d'écoulement passent au-dessous des systèmes locaux).

Enfin, le système d'écoulement est considéré comme *régional* si la région d'alimentation s'étend jusqu'aux limites supérieures du bassin hydrogéologique et la région d'exutoires occupe les limites inférieures du bassin (les lignes d'écoulement passant au-dessous des systèmes intermédiaires et locaux).

* Institut de Géologie, Rue Emile Argand 11, CH-2000 Neuchâtel.

Cela signifie que la nappe ou le bassin hydrogéologique peuvent être structurés en systèmes d'écoulement superposés ou juxtaposés, chaque système ayant sa propre région alimentaire et sa propre région d'exutoires. On comprend intuitivement que la détermination des systèmes d'écoulement superposés ou juxtaposés dans un bassin hydrogéologique aura des conséquences théoriques et pratiques considérables: dans un bassin structuré en systèmes d'écoulement les relations entre régime thermique, régime chimique, écoulement et bilan des eaux souterraines apparaîtront beaucoup plus clairement et permettront une meilleure planification de l'exploitation et de la protection des eaux souterraines.

1.2. Détermination des systèmes d'écoulement

Pour pouvoir déterminer les systèmes d'écoulement, il faut déterminer l'ensemble des lignes d'écoulement fictives, c'est-à-dire le champ des vecteurs vitesses de filtration q .

Le champ q peut être calculé en admettant la validité de la loi expérimentale de DARCY:

$$q = -K \vec{J}$$

où q = vecteur vitesse de filtration

$\vec{J} = -\text{grad } \varphi$, φ étant le potentiel hydraulique (potentiel de force)

K = perméabilité (tenseur de second ordre dans un milieu anisotrope)

Les vecteurs q sont, en tout point du bassin, tangents aux lignes d'écoulement. La connaissance, théorique ou expérimentale, des champs K et φ est donc indispensable pour la détermination des systèmes d'écoulement.

Le champ des potentiels hydrauliques φ peut être, à son tour, déterminé dans un volume du milieu poreux si l'on admet que:

- ce volume (bassin hydrogéologique) est limité, vers le bas et latéralement, par des surfaces imperméables et, vers le haut, par la surface piézométrique;
- le milieu est saturé
- la loi de DARCY est valable
- l'écoulement est permanent
- on connaît le champ des perméabilités.

Dans ce cas on obtient les potentiels hydrauliques soit en résolvant l'équation de RICHARDS

$$\text{div} (K \cdot \text{grad} \varphi) = 0$$

par des méthodes mathématiques numériques pour les nœuds d'un réseau (FREEZE et WITHERSPOON, 1966), soit en utilisant des modèles analogiques électriques. La connaissance, hypothétique ou expérimentale, des conditions aux limites et du champ des perméabilités, ainsi que l'utilisation des modèles mathématiques ou analogiques sont donc indispensables pour la détermination des systèmes d'écoulement à l'intérieur d'un bassin hydrogéologique.

Les facteurs géologiques influencent les systèmes d'écoulement surtout par l'intermédiaire de la perméabilité et pourraient jouer un rôle très important dans la détermination des systèmes d'écoulement, à condition que l'on puisse les transformer en valeurs de perméabilité.

Dans les exemples qui vont suivre nous présentons l'influence du champ des perméabilités sur les systèmes d'écoulement, en gardant toujours les mêmes conditions aux limites.

2. Exemples théoriques

2.1. Méthodes

Pour la détermination du champ des potentiels nous avons utilisé des modèles analogiques électriques bi-dimensionnels, en papier conducteur. Pour le modèle homogène et isotrope nous avons utilisé du papier télédeltos standard. L'hétérogénéité et l'anisotropie ont été introduites par un graphitage hétérogène et anisotrope de papier calque ordinaire. Pour simuler les régions d'alimentation et les régions d'exutoires continues, nous avons représenté la surface piézométrique par une mince bande plus conductrice (voir TOTH, 1968).

Le rapport profondeur du bassin / longueur du bassin est de $1/5$ environ. La surface piézométrique est arbitraire, mais fixée pour tous les modèles. Le point le plus bas de la surface piézométrique est à 0, son point le plus élevé est à 100 (limite supérieure du bassin). Les lignes équipotentielles ont été déterminées entre 0 et 100 (sans dimension).

2.2. Milieu homogène et isotrope

La fig. 1 montre le champ de potentiels et les systèmes d'écoulement dans un milieu homogène et isotrope, dans les conditions aux limites fixées. C'est un modèle de référence auquel on comparera les modèles hétérogènes et anisotropes.

Il y a deux points singuliers à l'intérieur du bassin, chaque point singulier étant le point de contact de quatre systèmes d'écoulement. Nous insistons sur le fait que pour pouvoir séparer les systèmes d'écoulement, il est nécessaire de rechercher les points singuliers du champ des potentiels. Dans le bassin nous avons cinq systèmes d'écoulement locaux, superposés à un système régional.

Conformément aux conclusions de TOTH, la circulation est, de loin, plus intense dans les systèmes locaux.

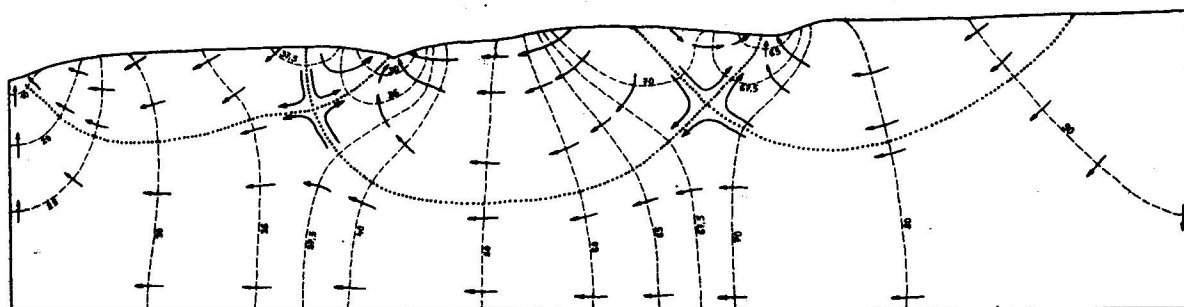


Fig. 1: Ecoulement en milieu homogène et isotrope. En tirets = équipotentielles. En pointillé = limite des systèmes d'écoulement.

2.3. Milieu hétérogène et isotrope

La fig. 2 représente les systèmes d'écoulement dans une structure anticlinale formée de séries peu perméables ($K = 1$) et de séries perméables ($K = 100$ à 200). Soulignons ici que l'allure des lignes d'écoulement ne dépendra pas de la valeur absolue des perméabilités, mais du rapport de perméabilités seulement. Le noyau peu perméable de l'anticlinal fait presque entièrement disparaître le système régional (débit transmis: presque nul).

Nous trouvons quatre systèmes locaux et un système intermédiaire superposés au système régional presque inexistant. La partie gauche de la figure montre l'existence d'une zone captive au-dessous de la série peu perméable supérieure. Remarquons dans cette

dernière les très fortes pertes de charge et le fait que les gradients sont partout à peu près perpendiculaires aux limites de la série. La signification tectonique de ce fait sera analysée dans un article ultérieur.

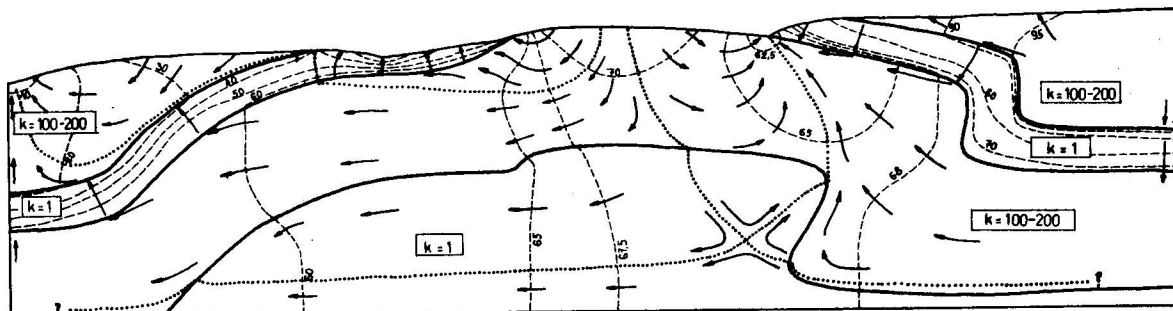


Fig. 2: Ecoulement en milieu hétérogène et isotrope. En tirets = équipotentielles. En pointillé = limite des systèmes d'écoulement.

2.4. Milieu homogène et anisotrope

Dans un terrain anisotrope la perméabilité K est un tenseur de second ordre (voir LIAKOPOULOS, 1965; KIRALY, 1969). Dans leurs modèles FREEZE et WITHERSPOON ont toujours admis que les directions principales du tenseur K étaient horizontale et verticale. Il est évident que dans un terrain fissuré, par exemple, on ne pourrait demander à la perméabilité d'avoir ses axes principaux horizontal et vertical, c'est pourquoi nous avons introduit un tenseur dont les directions principales sont orientées d'une façon quelconque. Nous avons admis que dans ce bassin bi-dimensionnel, l'anisotropie est engendrée par deux systèmes de «fissures»: un système de fissures horizontales et un système de fissures inclinées à 60° par rapport à l'horizontale.

Nous avons montré (KIRALY, 1969) que le tenseur de perméabilité se calcule à partir de la fissuration par la formule

$$K = \frac{g}{\nu \cdot 12} \sum_{i=1}^N f_i \cdot d_i^3 \cdot [I - \vec{n}_i \otimes \vec{n}_i]$$

- où: g = accélération due à la gravité
 ν = viscosité cinématique de l'eau
 f_i = fréquence des fissures
 d_i = ouverture des fissures
 \vec{n}_i = vecteur représentant la normale des fissures
 \otimes = produit tensoriel

Etant donné que nous voulons avoir le tenseur K à une constante multiplicative près (c'est le rapport de perméabilités qui compte), nous pouvons simplifier par $g / 12 \nu$ et d'une certaine puissance de 10. Donc K est donné par

$$K = \sum f_i \cdot d_i^3 \cdot [I - \vec{n}_i \otimes \vec{n}_i]$$

Pour notre modèle nous avons admis

- $\vec{n}_1 = [0 \ 1]'$
 $\vec{n}_2 = [0,866 \ 0,5]'$
 $f_1 = 1$ (sans dimension)
 $f_2 = 1$ »
 $d_1 = 1$ »
 $d_2 = 1$ »

$$[I - \vec{n}_i \otimes \vec{n}_i]$$

Dans ce cas nous avons pour K

$$K = \begin{bmatrix} 1,25 & -0,433 \\ -0,433 & 0,75 \end{bmatrix}$$

Les perméabilités principales (valeurs propres de K) sont:
 $K_I = 1,5$; $K_{II} = 0,5$ et $K_I/K_{II} = 3$.

Les directions principales (vecteurs propres de K) sont données par:
 $V_1 = [-0,866 \ 0,500]'$ et $V_2 = [0,500 \ 0,866]'$

La figure 3 montre les équipotentiels, l'orientation des vecteurs vitesses et l'allure des systèmes d'écoulement dans le bassin anisotrope. On voit clairement que les équipotentiels ne sont pas perpendiculaires aux limites imperméables et que les vecteurs vitesses ne sont, généralement, pas perpendiculaires aux équipotentiels.

Pour la détermination de l'orientation du vecteur débit q en un point du bassin il existe deux méthodes:

- le calcul, par la formule $q = -K \vec{J}$ où \vec{J} est la vecteur gradient,
- la construction graphique à l'aide de l'ellipse représentative du tenseur K ou K^{-1} .

Nous avons utilisé la méthode graphique, plus rapide. LIAKOPOULOS (1965) propose l'utilisation de l'ellipse construite avec les demi-axes $1/\sqrt{K_I}$ et $1/\sqrt{K_{II}}$ pour la détermination de l'orientation de q à partir de l'orientation de J . Toutefois, le résultat immédiat obtenu par le modèle n'est pas le champ des vecteurs J , mais l'ensemble des lignes équipotentiels. Dans ces conditions nous avons préféré d'utiliser l'ellipse construite avec les demi-axes $\sqrt{K_I}$ et $\sqrt{K_{II}}$ permettant de trouver la direction de q directement à partir des équipotentiels. Sur la figure 5 l'ellipse 1 est l'ellipse représentative du tenseur K^{-1} . La construction de la direction de q est montrée sur l'ellipse 3 de la figure 5:

- on translate l'ellipse représentative jusqu'à ce qu'une ligne équipotentielle soit tangente à l'ellipse,
- le rayon vecteur aboutissant au point de contact indique la direction de q .

En comparant la figure 3 avec la figure 1, on découvre que les systèmes d'écoulement sont déformés par rapport à la solution isotrope: les systèmes locaux sont devenus moins profonds et les pertes de charge sont devenues plus importantes dans la direction verticale. On imagine aisément l'effet d'une augmentation de l'anisotropie (donc du rapport K_I/K_{II}), tout en gardant les mêmes directions principales: les systèmes locaux seraient repoussés de plus en plus vers le haut, de telle façon que pratiquement toute la circulation active se concentrerait au voisinage de la surface piézométrique. Il va sans dire que les conséquences d'une telle situation sont importantes (interprétation des essais de pompage, chimisme de l'eau, etc.).

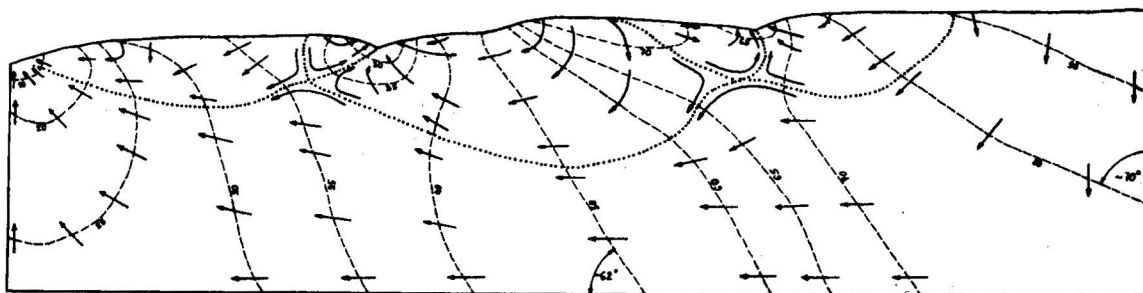


Fig. 3: Ecoulement en milieu homogène et anisotrope. En tirets = équipotentiels. En pointillé = limite des systèmes d'écoulement.

2.5. Milieu hétérogène et anisotrope

Sur la figure 4 le bassin hydrogéologique est subdivisé en plusieurs domaines, la perméabilité étant anisotrope dans chaque domaine.

Dans les domaines désignés par le chiffre 1 nous admettons l'existence de deux groupes de fissures, de mêmes orientations, de mêmes ouvertures et de mêmes fréquences qu'au paragraphe 2.4. Nous avons donc:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1,250 & -0,433 \\ -0,433 & 0,750 \end{bmatrix}$$

Perméabilités principales: $K_I = 1,5$ et $K_{II} = 0,5$

Directions principales: $V_1 = [-0,866 \quad 0,500]'$
 $V_2 = [0,500 \quad 0,866]$

Ellipse représentative de K_1^{-1} : ellipse 1 de la figure 5.

Dans les domaines désignés par le chiffre 2 nous avons les mêmes systèmes de fissures, mais avec des fréquences $f_1 = 3$ et $f_2 = 1$, ce qui donne:

$$K_2 = \begin{bmatrix} 3,25 & -0,43 \\ -0,43 & 0,75 \end{bmatrix}$$

Perméabilités principales: $K_I = 3,32$ et $K_{II} = 0,68$

Directions principales: $V_1 = [-0,986 \quad 0,165]'$
 $V_2 = [0,165 \quad 0,986]'$

Ellipse représentative de K_2^{-1} : ellipse 2 de la figure 5.

Enfin, dans les domaines désignés par le chiffre 3 nous avons les mêmes systèmes de fissures, mais avec des fréquences $f_1 = 1$ et $f_2 = 3$, ce qui donne:

$$K_3 = \begin{bmatrix} 1,75 & -1,30 \\ -1,30 & 2,25 \end{bmatrix}$$

Perméabilités principales: $K_I = 3,32$ et $K_{II} = 0,68$

Directions principales: $V_1 = [-0,636 \quad 0,772]'$
 $V_2 = [0,772 \quad 0,636]'$

Ellipse représentative de K_3^{-1} : l'ellipse 3 de la figure 5.

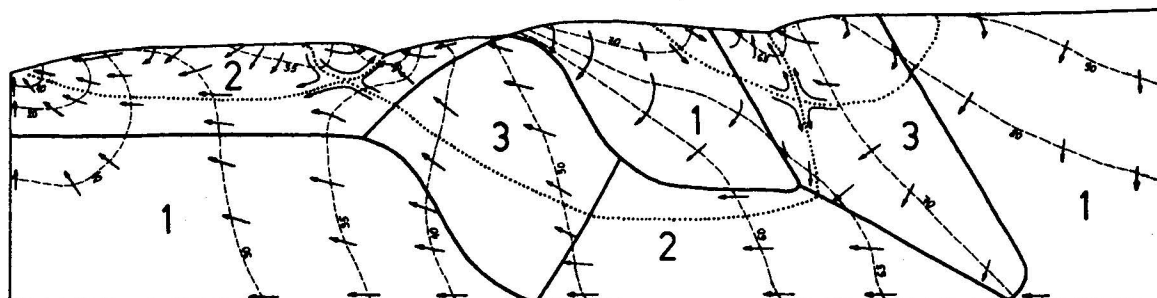


Fig. 4: Ecoulement en milieu hétérogène et anisotrope. Tirets = équipotentielles. Pointillé = limite des systèmes d'écoulement.

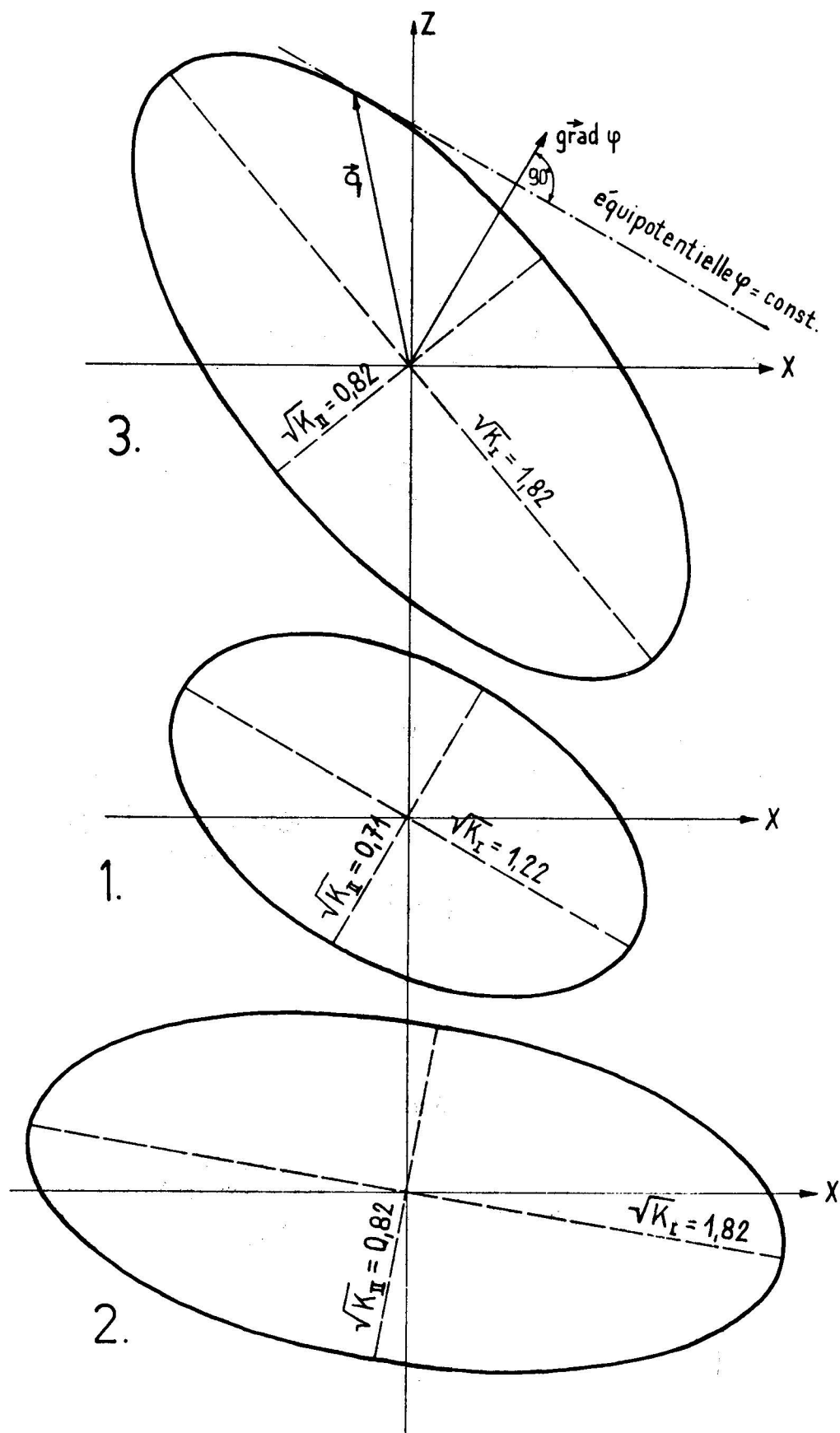


Fig. 5: Ellipses représentatives de la perméabilité dans les domaines 1, 2 et 3 de la figure 4.

Sur la figure 4 il s'agit, donc, d'une série un peu plus perméable (domaines 2 et 3) qui forme une structure synclinale, la direction de la plus grande perméabilité étant subparallèle à la «stratification». Sur le modèle on retrouve facilement les cinq systèmes locaux au-dessus du système régional. La comparaison avec les figures 1 et 3 montre que les systèmes locaux descendent plus profondément dans les flancs inclinés de la série plus perméable, mais ils restent très «aplatis» dans la partie peu inclinée du synclinal. En augmentant l'anisotropie dans les domaines 2 et 3 la circulation se concentrerait dans les flancs inclinés et dans les couches tout à fait supérieures des parties peu inclinées du synclinal.

3. Conclusion

L'hétérogénéité et l'anisotropie de la perméabilité influence considérablement la forme des systèmes d'écoulement et l'emplacement des zones où la circulation des eaux souterraines est la plus intense. L'estimation adéquate de l'hétérogénéité et de l'anisotropie du champ des perméabilités est donc très importante pour toute étude scientifique d'un bassin hydrogéologique. Etant donné que la perméabilité dépend surtout des propriétés du milieu poreux, seules les relations entre perméabilité et facteurs géologiques permettent l'extrapolation adéquate des mesures de perméabilité isolées pour tout un bassin hydrogéologique et rendent, ainsi, possible la détermination des systèmes d'écoulement.

Remerciements

Dans cette note nous présentons quelques résultats partiels de recherches hydrogéologiques entreprises au Centre d'Hydrogéologie de Neuchâtel et financées par le Fonds National pour la recherche scientifique. Nos remerciements vont à ces Institutions, ainsi qu'à leurs représentants.

Ouvrages cités

- FREEZE, A. R. et WITHERSPOON, P. A. (1966): Theoretical analysis of regional groundwater flow: 1. Analytical and numerical solutions to the mathematical model. *Water Resources Res.*, 2-4: 641-656.
- (1967): Theoretical analysis of regional groundwater flow: 2. Effect of watertable configuration and subsurface permeability variation. *Water Resources Res.*, 3/2: 623-634.
- (1968): Theoretical analysis of regional groundwater flow: 3. Quantitative interpretations. *Water Resources Res.* 4/3: 581-590.
- KIRALY, L. (1969): Anisotropie et hétérogénéité de la perméabilité dans les calcaires fissurés. *Eclogae geol. Helv.*, 62/2: 613-619.
- LIAKOPOULOS, A. C. (1965): Variation of the permeability tensor ellipsoid in homogeneous anisotropic soils. *Water Resources Res.*, 1: 135-141.
- TOTH, J. (1962): A theory of groundwater motion in small drainage basins in Central Alberta, Canada. *Journ. of Geophysical Res.*, 67/11: 4375-4387.
- (1963): A theoretical analysis of groundwater flow in small drainage basins. *Journ. of Geophysical Res.*, 68/16: 4795-4812.
- (1968): A hydrogeological study of the Three Hills area, Alberta. *Research Council of Alberta, Bull.* 24, 117 p.