Novembre 1993 **8**

CENTRE DE RECHERCHES SEMIOLOGIQUES

TRAVAUX DE LOGIQUE

Introduction à la logique des relations de C.S. Peirce

James Gasser

CdRS

Université de Neuchâtel

Centre de Recherches Sémiologiques
Travaux de logique
N° 8 - Novembre 1993

James Gasser

INTRODUCTION À LA LOGIQUE DES RELATIONS DE C.S. PEIRCE

CdRS

α η δ τ

Université de Neuchâtel

Centre de Recherches Sémiologiques
Université de Neuchâtel
Espace Louis-Agassiz 1
CH-2000 Neuchâtel (Switzerland)

Introduction à la logique des relations de C.S. Peirce

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à M. Denis Miéville, qui a attendu un manuscrit «en dérive» avec une patience digne de Pénélope. Que l'arrivée de ce texte à bon port, dans les *Travaux de logique*, puisse récompenser la confiance du directeur de la collection!

Toute ma gratitude va à Mme Muriel Gilbert, qui a bien voulu relire la totalité du manuscrit avec un soin scrupuleux, et m'a suggéré de nombreuses améliorations.

SOMMAIRE

PAGE

Avant-propos de Denis Miéville ix

Chapitre I. Introduction

1. Préambule 1
2. Rappel de certains aspects de la théorie standard 1
3. Les origines de la théorie standard 2
4. Une autre théorie des relations moderne 4
5. Une oeuvre méconnue 6

Chapitre II. La logique des relations jusqu'à l'époque de Peirce

1. L'idéal d'une logique universelle 9
2. Jusqu'à De Morgan 11
   2.1. Aristote 11
   2.2. Galien 12
   2.3. Auteurs des seizième et dix-septième siècles 14
3. De Morgan sur les relations 17
   3.1. La copule abstraite 17
   3.2. Le syllogisme à deux copules 18
   3.3. La logique de la relation quantifiée 19
   3.4. D'autres arguments relationnels 19

Chapitre III. Origines de l'approche peircienne à la théorie des relations

1. Biographie sommaire 23
2. Architectonique et classification 29
3. Influences de De Morgan et Boole 33

Chapitre IV. Le mémoire de 1870 sur la «logique des relatifs»
1. Les opérations de base 39
2. Trois sortes de termes 41
3. Termes relatifs et relations 42
4. La théorie des individus 44
   4.1. Une algèbre de relatifs élémentaires 50
   4.2. Scalaires et quaternions 52
5. Classification de relatifs simples 54

Chapitre V. D'autres travaux de Peirce sur la logique des relations
1. Les articles de 1880 et 1883 59
   1.1. L'article de 1880 59
   1.2. L'article de 1883 61
   1.3. Le fondement théorique 62
2. L'article de 1885 66
   2.1. La relation d'illation appliquée à des propositions 66
   2.2. La quantification 67
3. Peirce et la logique du premier ordre 70
4. Conclusions 73

Bibliographie des ouvrages cités 75

Index locorum 81

Index des auteurs 83

Index des matières 85

AVANT-PROPOS

Charles Sanders Peirce fut sans conteste un savant hors du commun qui a réalisé une oeuvre fondamentale, mais d'accès difficile. A l'écart des modes de pensées, des écoles, peu intégré au monde universitaire d'alors, il a développé une réflexion qui reste aujourd'hui encore très actuelle et stimulante. Son oeuvre est l'expression d'une pensée qui doute, qui se reconstruit sans cesse, qui se met en cause et qui contraint à la réflexion.

> *My book is meant for people who want to find out; and people who want philosophy ladled out to them can go elsewhere. There are philosophical soup shops at every corner, thank God!* [Collected Papers of Charles Sanders Peirce (1931), 1.11.]

Une des difficultés majeures de l'oeuvre de Peirce vient de sa nature quelque peu organique qui n'aboutit cependant pas à une forme systématique, une forme structurée et définitive que son auteur n'a d'ailleurs jamais eu la prétention d'atteindre. Il n'est donc pas aisé d'en extraire un fragment. C'est cependant ce que James Gasser a réussi.

Dans un premier temps, Gasser expose la logique des relations jusqu'à l'époque de Peirce. Ensuite, il explicite les raisons qui ont conduit ce dernier à s'intéresser à la notion de relation. Enfin, il présente la «logique des relatifs» de Peirce, ainsi que d'autres travaux liés à ce domaine. Cette notion y apparaît comme essentiellement intensionnelle, et, par son rôle et ses fonctions, fonde, comme l'écrit Peirce et le rappelle Gasser, «la logique formelle généralisée jusqu'au bout».

La présente contribution s'inscrit directement dans le cadre des recherches du Centre de Recherches Sémiologiques et du Séminaire de logique de la Faculté des lettres de l'Université de Neuchâtel. En effet, les relations jouent un rôle essentiel tant en logique naturelle qu'en logique développementale; une réflexion sur la théorie des relatifs de Peirce s'imposait donc. La valeur et l'intérêt des écrits logiques et philosophiques de ce penseur de génie, comme le qualifie Joseph Chenu (*Peirce, Textes anti-cartésiens*. Paris: Aubier 1984) méritent que nous en poursuivions sans cesse l'étude. D'autres travaux s'y emploieront, visant à «rendre les idées plus claires sur certains aspects philosophiques de l'oeuvre de Peirce et peut-être, au passage, de redresser une imagerie encore trop répandue que l'on a de celle-ci» (Tiercelin, *La pensée-signe, Etudes sur C.S. Peirce*. Paris: Chambon, 1993, p. 11).

Denis Miéville
Centre de Recherches Sémiologiques
Séminaire de logique
Université de Neuchâtel

CHAPITRE I

Introduction

1. Préambule

Cette monographie est réalisée dans le cadre d'une recherche financée par le Fonds national suisse de la recherche scientifique (requête 11-28673.90), intitulée «Etude des relations sous leurs aspects non formels». Les manuels de logique nous ont habitué à étudier les relations en fonction de propriétés formelles. Dans le cadre de cette recherche, en revanche, nous nous proposons d'étudier les relations telles qu'elles apparaissent dans leur usage spontané, c'est-à-dire en fonction du contenu significatif. Parmi les différentes approches utilisées, mentionnons celle de la logique dite «naturelle», ainsi que celle de la présente monographie, qui vise, par une recherche historique, à révéler et à exploiter des résultats déjà acquis mais à l'écart du courant dominant. Ainsi, cette recherche se propose de dégager de nouveaux critères permettant de distinguer et de caractériser différentes familles de relations. Elle constitue un nouveau regard sur le vieux problème des relations.

2. Rappel de certains aspects de la théorie standard

La théorie des relations actuellement retenue comme standard [cf. Tarski 1971, chap. 5] traite des relations en fonction de divers critères formels, par exemple par le nombre de leurs arguments et par leurs propriétés telles que réflexivité, symétrie, transitivité pour les relations binaires. Tout en reconnaissant l'intérêt et le mérite de cette approche, ainsi que l'importance des résultats qu'elle a permis d'obtenir, il est évident qu'elle ne représente qu'un premier pas vers une théorie des relations adéquate. La théorie standard est un aboutissement réel et nécessaire en ce sens que tout enrichissement va l'incorporer afin de conserver ses acquis. Elle est fondamentale mais incomplète. Mais une nouvelle théorie des relations se doit d'être plus ambitieuse. Elle devra, par exemple, associer à l'analyse formelle une prise en compte du *contenu* des relations dans la mesure où celui-ci joue un rôle déterminant dans le raisonnement. On ne se contentera donc plus d'une analyse purement extensionnelle, dans laquelle une relation est définie comme «un ensemble de couples». De plus, contrairement au traitement standard, il va falloir tenir compte de relations entre arguments appartenant à différentes catégories sémantiques (par exemple, les noms d'individus, les noms de classes d'individus, les noms de relations binaires entre individus, les fonctions propositionnelles, etc.). Enfin, puisque la pratique usuelle de considérer les arguments comme étant toujours stables et non modifiables s'est voulue réductionniste, toute logique qui se veut plus subtile devra dépasser cette simplification. En effet, dans toute activité de pensée, notamment dans l'univers scientifique, tout objet est un objet de contenu qui se construit et se transforme.

3. Les origines de la théorie standard

Tout au long de l'histoire de la logique, on a découvert périodiquement des arguments que l'on savait intuitivement valides (au niveau de la pensée), mais dont la logique standard de l'époque ne pouvait rendre compte (au niveau des systèmes élaborés à l'époque en question).

Au deuxième siècle déjà, Galien a donné plusieurs exemples d'arguments évidemment valides mais qui ne se justifient pas dans une logique de propositions catégoriques. Les plus célèbres en sont probablement les arguments suivants:

Sophronisque est le père de Socrate.
? Socrate est le fils de Sophronisque[1].
[*Institutio logica* XVI.10 (cf. Kieffer 1964, p. 50)]

Théon possède deux fois plus que Dion.
Philon possède deux fois plus que Théon.
? Philon possède quatre fois plus que Dion.
[*Institutio logica* XVI.1 (cf. Kieffer 1964, p. 49)]

Au dix-septième siècle, Jungius a publié dans sa *Logica hamburgensis* un argument qui a motivé en partie le projet leibnizien d'un calcul universel.

Tout cercle est une figure.
? Quiconque dessine un cercle dessine une figure[2].
[Cf. Ashworth 1967, p. 80]

Enfin, chacun connait l'exemple suivant, traditionnellement attribué à De Morgan (1806-1871):

Tout cheval est un animal.
? Toute tête de cheval est la tête d'un animal[3].
[*On the Syllogism II*, I (cf. Heath 1966, p. 29)]

Il n'est pas nécessaire d'être logicien pour constater la validité de ces arguments. Mais aucun des auteurs ne pouvait rendre compte de cette validité. La difficulté posée par tous ces argu-

---

1 Dans ce travail, un point d'interrogation précèdera et désignera la conclusion de chaque argument.

2 «Omnis circulus est figura, Ergo Quicunque circulum describit, figuram describit.»

3 En réalité, l'exemple de De Morgan ne parle ni d'un cheval ni d'une tête de cheval, mais d'un homme et d'une tête d'homme. Cf. Merrill 1977.

ments est la même, à savoir que chacun d'entre eux emploie des relations. A l'époque de chaque auteur, il y avait une prise en compte insuffisante du concept de relation.

Cette situation n'a guère changé jusqu'aux dernières années du dix-neuvième siècle. Et selon Quine [1950, p. vii], la logique est une science ancienne, mais depuis 1879 il s'agit d'une grande science. Il fait allusion bien sûr à la date de parution de la *Begriffsschrift* de Frege que l'on peut qualifier de révolutionnaire pour diverses raisons: entre autres, dès lors que Frege rompait avec l'analyse traditionnelle de la proposition en sujet-copule-prédicat, il considérait la proposition comme une fonction (un prédicat, un concept) saturée par un certain nombre d'arguments. Le prédicat de l'analyse frégéenne, contrairement à celui de l'analyse traditionnelle, peut porter non seulement sur un argument unique mais aussi sur une pluralité d'objets. C'est le prédicat qui porte sur une pluralité d'arguments que l'on appelle d'ordinaire une «relation». Cette analyse frégéenne de la proposition permet donc de tenir compte de relations, ce qui représente un progrès certain par rapport à l'approche traditionnelle.

L'ancienne logique des propositions catégoriques ne disposait pas de moyen formel pour traiter des relations. Ainsi, dans la mesure où l'on examinait effectivement des relations avant le dix-neuvième siècle, l'analyse était toujours non formel [cf. chapitre II, ici-même]. A partir de Bertrand Russell, lecteur attentif et admirateur de Frege, la grande majorité des logiciens ont repris le traitement formel des relations que nous devons à Frege.

4. Une autre théorie des relations moderne

Il y a eu évidemment d'autres idées que celles de Frege, et bien avant 1879. Il existe notamment une autre tendance, toute aussi moderne bien qu'antérieure à celle commencée par Frege, qui s'était occupé des relations. En effet, Peirce et De Morgan sont considérés comme les pionniers de la logique des relations.

Selon Kotarbinski, le logicien américain Peirce (1839-1914) peut même être considéré comme «le créateur de la théorie moderne des relations; il a en effet forgé une multitude de concepts spécifiques à ce domaine et établi tellement de théorèmes que peu de choses réellement importantes ont été ajoutées par la suite» [1964, p. 262]. Selon C.J. Keyser, le maître de Post, «[...] c'était Augustus De Morgan qui a été le premier à saisir le potentiel d'une telle logique et qui y a réalisé (en 1860) la première contribution de poids. Mais Peirce, qui ignorait à cette époque le travail de De Morgan, a par la suite redécouvert ce domaine de manière indépendante pendant qu'il méditait les mérites et surtout les faiblesses des *Laws of Thought* de Boole. On doit aux recherches approfondies de Peirce dans ce domaine le fait que la théorie ait atteint l'état d'une science bien établie» [1935, p. 23][4].

Dans le but de tenir compte des avantages de la théorie des relations standard—qui représente un développement de l'analyse de la proposition par Frege, tout en évitant certaines de ses lacunes—nous nous sommes intéressés aux travaux de Peirce. Ceux-ci ont l'avantage de présenter une théorie de la relation moderne qui n'a pas été influencée par Frege. On sait en effet que Frege était presque inconnu jusqu'au début du vingtième siècle, lorsque Russell a porté les travaux de ce logicien allemand à l'attention de ses lecteurs. A propos de la *Begriffsschrift*, Russell a lui-même déclaré que «Malgré la grande valeur de ce travail, j'étais, je crois, la première personne qui l'ait jamais lu—plus de vingt ans après sa publication» [1919, p. 25, n. 2][5].

La théorie de Peirce constitue donc une alternative à celle qui est devenue standard. Parmi les aspects les plus originaux et

4 «[...] though it was Augustus De Morgan who first discovered the potentiality of such a logic and made (in 1860) the first weighty contribution to it, yet Peirce, not then aware of De Morgan's work, subsequently rediscovered the field quite independently while meditating upon the merits and especially the shortcomings of Boole's Laws of Thought; and it was Peirce's extensive researches in the field that brought the theory to the estate of a well established science.»

5 «In spite of the great value of this work, I was, I believe, the first person who ever read it—more than twenty years after its publication.»

les plus prometteurs des travaux de Peirce, citons son intérêt pour la dimension intensionnelle du raisonnement, son insistance sur les liens entre ses systèmes et le monde réel ainsi que sur la nécessité de prendre en considération des objets appartenant à des univers de discours différents [cf. Putnam 1982, p. 296].

5. Une oeuvre méconnue

> *Les écrits que Peirce a lui-même publiés occupent environ douze mille pages imprimées. En comptant que chaque volume fait cinq cents pages, ces documents rempliraient vingt-quatre volumes. Les travaux qu'il a laissé inédits et dont nous avons connaissance occupent environ quatre-vingt mille pages manuscrites. Si, en moyenne, deux pages manuscrites donnent une page dans un livre, nous aurions besoin de quatre-vingts volumes supplémentaires pour les travaux inédits et un total de cent quatre volumes pour les oeuvres complètes* [Moore 1982, p. xi].

A ce problème de lecture «horizontale» chez Peirce (un simple problème de quantités) s'ajoute celui (beaucoup plus important) de la lecture «verticale». En effet, le caractère cryptique et fragmentaire des textes de Peirce en rend la compréhension extrêmement difficile. Selon Lewis [1918, p. 106], «Les travaux [de Peirce] sont brefs au point d'être obscurs: les résultats sont donnés de manière sommaire avec peu ou pas d'explication et seules quelques rares démonstrations. Par conséquent, les plus utiles d'entre eux représentent une lecture terriblement ardue, et ils n'ont jamais reçu un dixième de l'attention que leur importance mérite»[6]. Peirce lui-même était pleinement conscient de ces difficultés: «... Tout ce que vous pouvez trouver de mon

6 «[Peirce's] papers [...] are brief to the point of obscurity: results are given summarily with little or no explanation and only infrequent demonstrations. As a consequence, the most valuable of them make tremendously tough reading, and they have never received one-tenth the attention which their importance deserves.»

travail sur la logique dans des publications ne représente que des affleurements dispersés d'un filon riche qui reste inédit. Le gros du travail, je crois, a été écrit; mais aucun être humain ne pourrait jamais rassembler les fragments. J'en serais moi-même incapable» [C.P. vol. 2, p. 2][7].

La théorie des relations chez Peirce est donc peu connue parce que dispersée dans ses écrits et difficile d'accès. Malgré l'intérêt des travaux de Peirce, personne à notre connaissance n'a réuni, organisé et commenté les différents éléments de sa théorie. Telle est donc la raison d'être du présent travail, qui vise surtout à fournir une introduction claire à la théorie des relations chez Peirce. Si ce but semble modeste, nous insistons sur la difficulté de produire un document clair et précis à partir de bases aussi nébuleuses. Nous faisons ici l'écho de Lewis, qui, dans son histoire de la logique, a considéré nécessaire un avertissement à ses lecteurs: «Quiconque trouve notre exposé du travail de Peirce excessivement difficile ou obscur est prié instamment de consulter les documents originaux» [1918, p. 106n][8].

7 «... All that you can find in print of my work on logic are simply scattered outcroppings here and there of a rich vein which remains unpublished. Most of it I suppose has been written down; but no human being could ever put together the fragments. I could not myself do so.»
«C.P.» indique les Collected Papers of Charles Sanders Peirce, édités par Hartshorne & Weiss [1931]; une référence telle que «C.P. 3.428» renvoie le lecteur au volume 3, paragraphe 428 de cet ouvrage.

8 «Any who find our report of Peirce's work unduly difficult or obscure are earnestly requested to consult the original papers.»

CHAPITRE II

La logique des relations jusqu'à l'époque de Peirce

1. L'idéal d'une logique universelle

> [...] *l'algèbre logique de Boole possède une beauté si singulière, dans la mesure où elle est applicable, qu'il est intéressant de demander si elle ne peut pas être appliquée à la logique formelle dans son ensemble, au lieu d'être limitée à la partie du sujet la plus simple et la moins utile, c'est-à-dire à la logique des termes absolus, qui, à l'époque où Boole écrivait, était la seule logique formelle connue* [C.P. 3.45][1].

Au Chapitre I nous avons rappelé quelques arguments célèbres de Galien, de Jungius et de De Morgan. Chacun de ces arguments est valide, mais la logique qui était standard à l'époque de chacun ne pouvait pas rendre compte de sa validité. Chaque exemple de ce type a montré une lacune dans la logique en question et a provoqué des recherches pour la combler. Ce n'est sans doute pas un hasard si le problème pour la logique que pose chacun de ces exemples est lié à la présence de *relations*.

La découverte de lacunes de ce type constitue un aspect important du développement de la logique. Il est possible d'interpréter l'histoire de la logique comme une succession d'expansions et d'enrichissements suite à la découverte de certaines limites. Mais jusqu'où peut-on aller? De telles expansions peuvent-elles se succéder indéfiniment, ou existe-t-il une sorte

---

1 «[...] Boole's logical algebra has such singular beauty, so far as it goes, that it is interesting to inquire whether it cannot be extended over the whole realm of formal logic, instead of being restricted to that simplest and least useful part of the subject, the logic of absolute terms, which, when he wrote, was the only formal logic known.»

de «complétude absolue» que l'on ne peut pas dépasser puisqu'elle permet déjà de rendre compte de tout argument valide?

La conception d'une logique universelle qui traite de n'importe quel raisonnement, et cela de manière uniforme, s'oppose à celle d'une logique partielle—celle des syllogismes, par exemple—que l'on cherche à compléter au fur et à mesure que l'on découvre des insuffisances. Selon une telle «conception universelle», c'est le tout qui révèle les parties plutôt que l'inverse: la logique se caractérise par son applicabilité à toutes sortes de raisonnements, plutôt que par l'existence d'un ensemble de logiques spécifiques.

Il s'agit là bien sûr du vieux rêve qui revient périodiquement sous le nom de «logique universelle»; chez Leibniz, par exemple, la réalisation de son *calcul universel* et de son *langage universel* aurait constitué une telle logique universelle.

Ce rêve est également partagé par Peirce, qui estime que la logique des relations constitue une telle logique: «[...] en étudiant la logique des relations, nous devons éviter à tout prix l'erreur qui consiste à la considérer comme une discipline hautement spécialisée. Elle n'est au contraire rien d'autre que la logique formelle généralisée jusqu'au bout» [C.P. 3.473][2].

En abordant notre sujet, nous partons de l'idée que l'histoire de la logique est directement liée à celle de la prise de conscience des relations. Nous pensons aussi que la conception d'une logique universelle, qui s'impose au fil des siècles, est également liée au fait qu'on s'intéresse de plus en plus aux relations. Nous nous proposons donc de retracer cette évolution pour mieux saisir la contribution de Peirce en tant que pionnier dans ce domaine.

2 «[...] in studying the logic of relatives we must sedulously avoid the error of regarding it as a highly specialised doctrine. It is, on the contrary, nothing but formal logic generalised to the very tip-top.»

2. Jusqu'à De Morgan

Cette première période comprend toute la logique depuis ses débuts jusqu'à De Morgan[3].

2.1. Aristote

Même si Aristote de Stagyre (384-322) n'a pas utilisé de relations dans sa logique du syllogisme[4], il montre par certains exemples qu'il a pris conscience de l'intérêt des relations. Ainsi, dans les *Topiques* [II, 8, 114^{a}13 sqq], on trouve l'exemple suivant:

Si le triple est un multiple alors le tiers est une fraction.

Voici une formulation générale de cet exemple aristotélicien:

Si une relation entraîne une autre, l'inverse[5] de la première entraîne l'inverse de la seconde.

D'autres exemples rapportés par Aristote dans ce même passage sont les suivants:

Si la connaissance est une sorte de conception alors ce qui est connaissable est concevable.

Si la vue est une sorte de sensation alors ce qui est visible est sensible.

---

3 D'après Tarski [1941, p. 73], les recherches systématiques sur les relations commencent par De Morgan.

4 Encore qu'il soit possible d'interpréter le chapitre A 36 de ses Premiers analytiques comme un texte sur les «syllogismes obliques» (cf. §2.3 ci-dessous).

5 L'«inverse» d'une relation est celle que l'on obtient en permutant les termes autour d'une relation donnée: 9 est le triple de 3 mais 3 est le tiers de 9; Platon est le maître d'Aristote mais Aristote est l'élève de Platon. Ainsi, «être le tiers de» est l'inverse d'«être le triple de» et «être l'élève de» est l'inverse d'«être le maître de».

La loi (non explicitée par Aristote) dont relèvent ces exemples peut se formuler de la manière suivante:

> Si une propriété entraîne une autre, alors la possibilité de posséder la première propriété entraîne la possibilité de posséder la seconde.

Ces exemples montrent que même si Aristote n'a pas développé une théorie des relations, il a néanmoins fait un premier pas dans ce sens.

2.2. Galien

Au Chapitre I nous avons déjà rapporté quelques-uns des arguments syllogistiques traditionnels les plus célèbres, dont celui-ci, que nous devons à Galien de Pergame (deuxième siècle après J-C):

Théon possède deux fois plus que Dion.
Philon possède deux fois plus que Théon.
? Philon possède quatre fois plus que Dion.

Le chapitre XVI de l'*Institutio logica* de Galien est consacré à ce type d'argument. Voici les autres exemples qu'il donne dans ce même chapitre [cf. Kieffer 1964]:

Dion possède la moitié de ce que possède Théon.
Théon possède la moitié de ce que possède Philon.
? Dion possède le quart de ce que possède Philon.

Un premier nombre est le triple d'un deuxième nombre.
Un troisième nombre est le triple du premier nombre.
? Le plus grand de ces nombres est neuf fois le plus petit.

Et avec les mêmes prémisses que dans ce dernier exemple, la conclusion suivante (l'inverse de la conclusion ci-dessus):

? Le plus petit de ces nombres est un neuvième du plus grand.

Enfin, l'argument relationnel suivant:

Un premier nombre est égal à un deuxième nombre.
Le premier nombre plus un troisième nombre est égal au deuxième nombre plus un quatrième nombre.
Le deuxième nombre est égal au quatrième nombre.
? Les deux sommes sont égales.

La solution proposée par Galien au problème des relations consiste à postuler l'existence d'une prémisse sous-entendue dans chacun de ces arguments—prémisse énonçant le principe général dont le reste du syllogisme constituerait un cas particulier. Dans le dernier argument, par exemple, c'est l'axiome général (et «évident en soi») «si à des grandeurs égales, on ajoute des grandeurs égales, les touts seront égaux» qui autoriserait la conclusion.

Ce principe vaut pour tout argument, y compris pour ceux qui ne relèvent pas de l'arithmétique. L'exemple suivant, déjà mentionné au Chapitre I, s'explique de la même manière:

Sophronisque est le père de Socrate.
? Socrate est le fils de Sophronisque.

En effet, on obtient un argument valide en ajoutant la proposition «Si Sophronisque est le père de Socrate, alors Socrate est le fils de Sophronisque». Le tout prend alors la forme d'un modus ponens. Galien propose d'ajouter l'axiome suivant à *tout* argument de ce genre: «Celui que quelqu'un a comme père, de lui il est le fils». Il reconnaît le caractère forcé du langage utilisé, mais il affirme que la «structure» du raisonnement dépend d'un tel axiome.

De manière générale, «les syllogismes utilisés en rapport avec toute forme de relation devront la crédibilité de leur structure ainsi que leur force démonstrative à un axiome général»

[*Institutio logica* XVI.12]. L'adjonction d'une prémisse supplémentaire («sous-entendue») permet d'éviter le problème des relations en faisant porter l'analyse au niveau des *propositions.* L'organisation interne de ces propositions (y compris toute relation qui s'y trouve) n'entre alors plus en ligne de compte.

Notons enfin avec l'historien de la logique Ashworth [1967, pp. 74-75] que les travaux logiques de Galien n'étaient pas directement connus dans l'Occident; une influence indirecte par le biais des Arabes semble toutefois possible.

2.3. Auteurs des seizième et dix-septième siècles

Parmi les auteurs postérieurs à Galien ayant fait quelque contribution à l'histoire de l'étude des relations, mentionnons tout d'abord Philippe Mélanchthon (1497-1560), un ami de Luther, pour sa distinction entre les relations réelles, telles que celle entre père et fils, et les relations «de la raison», telles que celle entre genre et espèce [*Erotemata dialectices* (1555)]. Selon Ashworth [1967, p. 75], d'autres auteurs moins connus du seizième, tels Rudolph Goclenius, Amandus Polanus et Keckermann, ont fait une distinction très générale entre relations symétriques comme par exemple «être égal à»—où la relation et son inverse sont identiques—et les relations comme «être parent de», où l'inverse, «être enfant de», s'exprime par des mots différents.

Conrad Dietericus, auteur de l'*Institutiones dialecticae* (1613), s'intéressait aux relations asymétriques telles que père/fils. Son affirmation que les «relations opposées» *(dissentanea relata)* ne peuvent pas être attribuées à la même chose de la même façon—car un père n'est pas son propre fils et un fils n'est pas son propre père [cf. Ashworth 1967, pp. 76-77]—laisse entendre qu'il a découvert le principe selon lequel toute relation asymétrique est irréflexive. Cette observation lui permet de poser deux règles. Selon la première, si le prédécesseur de la relation est «détruit», ou nié, le successeur est également détruit. Par exemple, si Ludovic n'est pas père, alors il n'a pas de fils. Selon la deuxième règle, si l'on *affirme* véritablement d'un terme qu'il est dans une certaine relation, on peut *nier* véritablement du même terme qu'il est dans la relation inverse. Par exemple, si Abraham est le père d'Isaac, alors Abraham n'est pas le fils d'Isaac [Ashworth 1967, p. 77].

Dans la *Logica hamburgensis* (1638) de Jungius (1587-1657), on trouve diverses inférences relationnelles, et cela dans des contextes d'argumentation logique, par exemple dans des chapitres sur l'équivalence logique, sur les lois de conversion et sur le syllogisme. On sait que Jungius a mis en évidence différents types d'inférences concluantes qui ne sont pas autorisées par la syllogistique traditionnelle. Jungius s'intéressait lui aussi aux relations inverses, mais il est connu surtout pour sa présentation des inférences dites *a rectis ad obliqua* et du syllogisme oblique.

Une inférence *a rectis ad obliqua* commence par une ou plusieurs propositions contenant des termes au nominatif et passe à des propositions dans lesquelles au moins un de ces termes apparaît à un autre cas. L'exemple suivant, déjà cité, est de ce type:

Tout cercle est une figure.
? Quiconque dessine un cercle dessine une figure.

Ici, «cercle» et «figure» passent tous les deux du nominatif à un cas oblique.

Dans un *syllogisme oblique*, il ne s'agit pas d'un *passage* à l'oblique mais tout simplement de la présence d'au moins un terme qui n'apparaît pas seulement au nominatif, mais aussi à d'autres cas. Par exemple:

Le carré d'un nombre pair est lui-même un nombre pair.
Six est un nombre pair.
? Le carré de six est un nombre pair.

Ici, le terme «un nombre pair» n'apparaît pas seulement au nominatif (par exemple, à la fin de la première prémisse), mais aussi à un cas oblique[6].

Même si Jungius essaie de réduire de telles inférences à des formes plus «classiques», il n'en reste pas moins qu'il reconnaît à la fois leur validité et le fait qu'elles existent en dehors des moules classiques. (Il est bien connu que les exemples donnés par Jungius ont beaucoup influencé Leibniz (1646-1716).) En raison des exemples découverts par Jungius, il est devenu nécessaire non seulement de formuler de nouvelles règles pour rendre compte des inférences (non syllogistiques) valides[7], mais aussi de mettre en cause la thèse de l'inclusion du prédicat dans le sujet, «*praedicatum inest subjecto*». En effet, la tradition veut que cette thèse soit vérifiée par toute proposition vraie (toute proposition vraie est «analytique») et réciproquement. Mais aucune proposition relationnelle n'est conforme à ce principe. Citons à ce propos un commentaire de Blanché [1970, pp. 199-200]:

> *Si* **Paris aime** *peut se traduire par* **Paris est amoureux**, *en revanche* **Paris aime Hélène** *ne se laisse plus ainsi exprimer, sinon en disant que* **Paris est amoureux d'Hélène**, *mais alors c'est la particule, ou le génitif qui remplit la même fonction, qui échappe aux prises de l'analyse classique, précisément parce que* **être amoureux de** *marque une relation entre deux sujets, et qu'il n'est pas question ici de l'inhérence d'un prédicat à un sujet. Leibniz essaie de se tirer d'affaire en traduisant ces jugements de relation par des jugements de prédication double:* **Paris est amant en tant qu'Hélène est aimée**. *Or il est clair que cet* **en tant que** *n'est qu'une manière*

6 Il faut reconnaître toutefois que selon Bochenski [1961, p. 237], les syllogismes obliques remontent bien au-delà de Jungius et, toujours selon Bochenski, «leur découverte a été attribuée gratuitement à Jungius» («their discovery has been quite groundlessly attributed to Jungius»). Sur le syllogisme oblique chez Guillaume d'Occam (fin 13e-début 14e) ainsi qu'une anticipation chez Aristote, voir Thom [1977].

7 (Ou bien de «cacher» le problème par une reformulation des propositions relationnelles en propositions catégoriques.)

gauche de marquer la relation, et qu'il n'entre pas dans les cadres d'une logique de l'attribution.

Une des conséquences du *praedicatum inest subjecto* est donc la subordination de la relation à l'attribution, de la forme relationnelle à la forme attributive de la proposition. C'est bien la thèse de l'inclusion du prédicat dans le sujet qui a empêché Leibniz, comme d'autres penseurs avant lui, d'élaborer une logique des relations.

3. De Morgan sur les relations

A. De Morgan (1806-1871) est le grand représentant d'une période qui se caractérise par une co-existence séparée de la logique sans relations et de la logique des relations. Il est possible de distinguer avec Merrill [1978] trois étapes dans le travail de De Morgan sur les relations, que nous traiterons successivement en commençant par sa théorie de la copule abstraite.

3.1. La copule abstraite

Dans sa *Formal Logic* de 1847, De Morgan considère la logique des relations comme une simple généralisation de schémas syllogistiques traditionnels. Dans sa préface, De Morgan y souligne en effet que «Dans la forme de la proposition, la copule atteint le même niveau d'abstraction que les termes: elle n'obéit qu'aux conditions qui sont nécessaires pour l'inférence»[8]. Concrètement, cela veut dire qu'en développant sa théorie du syllogisme, De Morgan ne s'intéresse pas aux *significations* possibles que l'on pourrait attribuer à la copule *est*—mais bien plutôt aux *propriétés formelles* de cette copule, qu'il définit comme suit:

---

8 «In the form of the proposition, the copula is made as abstract as the terms: or is considered as obeying only those conditions which are necessary to inference.»

(1) La conversion ne l'influence pas. C'est-à-dire que «A est B» et «B est A» ont même signification.

(2) Elle est transitive: si «A est B» et «B est C», alors «A est C».

(3) *Est* et *n'est pas* représentent des alternatives contradictoires: «A est B» et «A n'est pas B» ne peuvent être ni vraies ni fausses en même temps.

Dès que l'on adopte un point de vue formel comme celui-ci, il devient évident qu'il existe beaucoup d'*autres* «copules» qui satisfont une ou plusieurs de ces conditions formelles, en plus de la copule usuelle. Ainsi, on assiste à une sorte de glissement de la notion de copule vers celle de relation en général. De Morgan sait par ailleurs qu'il existe des inférences correctes qui ne font appel qu'à l'une ou l'autre des trois propriétés qu'il explicite, sans les posséder toutes. Les syllogismes en Barbara, par exemple, n'exigent que la transitivité de la copule, voire d'une relation. Ainsi, la relation «être plus grand que», qui ne possède pas la première propriété énumérée par De Morgan, peut figurer dans un syllogisme en Barbara.

3.2. Le syllogisme à deux copules

De Morgan fait remarquer que dans la pratique déductive usuelle, il n'est pas nécessaire d'utiliser la même relation dans chacune des prémisses. Dans son exemple-type, les prémisses contiennent des relations différentes et la conclusion naît de leur composition:

John peut persuader Thomas.
Thomas peut commander William.
? John peut maîtriser William.

Il est entendu dans cet exemple que *maîtriser* signifie «réaliser en *persuadant* quelqu'un qui peut *commander*».

3.3. La logique de la relation quantifiée

Après avoir explicité ces deux premières étapes, De Morgan possède déjà une logique des relations, c'est-à-dire une logique prévoyant expressément des moyens pour tenir compte de propositions relationnelles. En fait, les propositions comprenant des relations sont les propositions de base—les premières formes de propositions étudiées—dans sa logique. Et—fait fondamental—elles permettent des inférences relationnelles qui sont des généralisations du syllogisme traditionnel.

Mais De Morgan va plus loin, puisqu'il introduit dans sa logique la notion de «relation quantifiée», dont voici deux exemples:

X est un L de tout M de Y.

X n'est un L de rien sauf les M de Y.

La quantification de la relation constitue une anticipation d'un des aspects les plus célèbres du travail de Peirce; j'y reviendrai plus loin.

3.4. D'autres arguments relationnels

De Morgan a également traité d'autres sortes d'arguments relationnels, par exemple ceux comprenant des conversions de propositions ou des relations transitives. Son intérêt pour ces arguments semble dû à certaines remarques de Thomas Reid. Ce philosophe écossais était bien conscient des limites du domaine d'application du raisonnement syllogistique; il prétendait que ce type de raisonnement ne pouvait pas rendre compte de la plupart des raisonnements mathématiques, puisqu'en géométrie et en algèbre on a constamment recours à des inférences relationnelles qu'on ne peut traiter de manière syllogistique. Selon Reid, les règles de la syllogistique ne permettent pas de valider des «conversions» telles que:

I) A est plus grand que B.
? B est plus petit que A.

II) Alexandre est le fils de Philippe.
? Philippe est le père d'Alexandre.

William Hamilton est d'avis que les «conversions» I et II sont matérielles et non formelles et que, de ce fait, elles ne sont pas du ressort de la logique formelle. Il affirme donc en substance qu'afin de rendre un de ces arguments formellement valide il faudrait ajouter une prémisse, par exemple, pour II:

> Si une personne quelconque est fils d'une autre personne, alors cette deuxième personne est parent de la première.

De Morgan, quant à lui, répond que la relation qui existe entre une relation et son «inverse» (c'est-à-dire celle qu'on obtient en permutant les termes autour d'une relation donnée) est formelle, même si c'est un fait matériel qu'une relation est l'inverse de l'autre:

> [...] *lorsqu'on prétend que la* **logique** *n'autorise pas l'inférence* [II] *et que c'est notre connaissance* **matérielle** *de la relation père et fils qui nous permet de faire l'inférence, je réponds qu'il est certes matériel que père et fils sont dans la relation L et L^{-1}, mais que la transition de $X..LY$ à $Y..L^{-1}X$ est une* **forme** *de la pensée—et même une forme plus générale que n'importe quel cas de conversion admis par le logicien dans le syllogisme ordinaire* [1860a, p. 230n][9].

---

9 «[...] when I am told that Logic does not provide the inference that 'Philip was Alexander's father' because 'Alexander was Philip's son', and that it is our material knowledge of the relation of father and son that enables us to make the inference, I reply that it is certainly material that father and son are related in the manner of L and L^{-1}; but that the transition from X..LY to Y..L^{-1}X is a form of thought, and a more general form than any case of conversion admitted by the logician in the common syllogism.»

L'autre problème soulevé par Reid concerne les relations transitives. Il fait remarquer en effet que la logique du syllogisme ne permet (même) pas de reconnaître la validité d'inférences qui utilisent la transitivité de l'identité, par exemple:

$$\begin{array}{rl} & A = B \\ & B = C \\ ? & A = C \end{array}$$

En effet, les propositions de la forme «A est identique à B», qui affirment une relation entre termes, ne sont pas des propositions catégoriques et l'argument ci-dessus n'est donc pas de forme syllogistique. De Morgan reconnaît que la logique des relations constitue une logique distincte et radicalement différente de celle du syllogisme.

Rappelons pour clore ce paragraphe que De Morgan est célèbre également pour avoir signalé l'existence d'une autre catégorie d'arguments évidemment valides dont la logique traditionnelle ne pouvait rendre compte, à savoir celle des arguments composés de relations et de classes. L'exemple de De Morgan lui-même est le suivant:

Tout homme est un animal.
? Toute tête d'homme est la tête d'un animal.
[De Morgan 1847, pp. 131-132][10]

---

10 «[...] I gave a challenge in my work on formal logic [1847] to deduce syllogistically from 'Every man is an animal' that 'every head of a man is the head of an animal'. From the total absence of attempt to answer this challenge, I conclude that no one has succeeded in whose way it has fallen» [De Morgan 1850, p. 29].

CHAPITRE III

Origines de l'approche peircienne à la théorie des relations

1. Biographie sommaire

Peirce est connu pour sa vaste culture et pour la diversité de ses projets scientifiques. Il était sans aucun doute le Leibniz de son époque. Et pourtant, Peirce n'a enseigné en tout et pour tout que cinq ans au niveau universitaire et n'a publié qu'un seul livre, dans un domaine extrêmement spécialisé, les *Photometric Researches*. Afin de comprendre le rayonnement exceptionnel de ce penseur malgré le peu de liens formels qu'il a eus avec la communauté scientifique—c'est-à-dire la pertinence et la qualité de son travail—nous jugeons utile d'identifier quelques unes des influences et des motivations qui ont marqué ses activités.

Charles Sanders Peirce est né en 1839 à Cambridge (Massachusetts), petite ville en banlieue de Boston et siège de l'Université de Harvard. Il est le deuxième fils d'une famille qui comptera cinq enfants. Son grand-père paternel a fini sa vie comme bibliothécaire de Harvard. Son père Benjamin Peirce (1809-1880), professeur d'astronomie et de mathématiques à Harvard, était l'un des savants américains les plus éminents du dix-neuvième siècle, le deuxième Américain seulement à être élu membre de la Royal Society de Londres [Murphey 1961, pp. 9-11].

Les professions libérales telles que le droit, la médecine, la théologie et l'enseignement supérieur, ainsi que la politique et la diplomatie étaient représentées dans la famille immédiate ou élargie [Fisch 1982, pp. xvi-xvii]. Un grand nombre de savants, d'écrivains et d'artistes fréquentaient la maison des Peirce. Vers la fin de sa vie, C.S. Peirce en gardait encore le souvenir:

Tout le monde reconnaissait que mon père était de loin le mathématicien le plus avancé du pays. Il était un homme d'une grande intelligence et d'une réputation considérable. Tous les scientifiques les plus importants, les astronomes et physiciens notamment, visitaient notre maison, de sorte que j'ai été élevé dans une ambiance dominée par la science. Mais mon père était un homme d'une vaste culture et nous avions égalemement des relations intimes avec des hommes de lettres. William Story, le sculpteur, Longfellow, James Lowell, Charles Norton, Wendell Holmes et quelquefois Emerson figurent parmi les personnages de mes souvenirs d'enfance. [...] *Le père de ma mère avait été sénateur à Washington. Comme ses poumons fragiles l'avaient obligé à quitter cette fonction, il fonda une faculté de droit; c'est ainsi que j'ai rencontré quelques-uns des hommes politiques les plus éminents, tels que Webster. Bancroft avait été très lié à la famille de ma mère, comme dans sa vieillesse il a été un véritable ami de ma femme qui est ici avec moi. Je le voyais de temps en temps; et Lothrop Motley était l'un de nos amis* [Lettre de C.S. Peirce à Lady Welby du 14 mars 1909, citée in Wiener (éd.) 1958, pp. 416-417.][1].

Les Peirce vivaient donc au sein d'un réseau scientifique et culturel extrêmement riche. D'après Fisch [1982, p. xvii], le «Club scientifique de Cambridge» s'était réuni au moins vingt fois chez la famille Peirce. Parmi ses membres figurait le natu-

---

1 «My father was universally acknowledged to be by far the strongest mathematician in the country, and was a man of great intellect and weight of character. All the leading men of science, particularly astronomers and physicists, resorted to our house; so that I was brought up in an atmosphere of science. But my father was a broad man and we were intimate with literary people too. William Story, the sculptor, Longfellow, James Lowell, Charles Norton, Wendell Holmes, and occasionally Emerson, are among the figures of my earliest memories. [...] My mother's father had been a Senator in Washington. But his weak lungs having obliged him to retire, he set up a law school; and in that way I used to see some of the most eminent of the political people, such as Webster. Bancroft had been very intimate with my mother's family, as in his old age he was a great friend of my wife here. I used occasionally to see him; and Lothrop Motley was one of our friends.»

raliste vaudois Louis Agassiz—le meilleur ami de Benjamin Peirce—qui habitait directement en face des Peirce dans la Quincy Street [Fisch 1982, p. xxxi; Murphey 1961, p. 13].

A l'âge de huit ans déjà, Charles Peirce s'intéresse à la chimie. A douze ans, il organise chez lui son propre laboratoire et entreprend des expériences de chimie. En 1852, à treize ans, il trouve dans la chambre de son frère qui terminait ses études un exemplaire de la *Logic* de Whately. Il se plonge, sur le champ, dans cet ouvrage. A partir de cette date, il lui devient «impossible de réfléchir à quelque chose—que ce soit les mathématiques, l'éthique, la métaphysique, la gravitation, la thermodynamique, l'optique, la chimie, l'anatomie comparative, l'astronomie, la psychologie, la phonétique, l'économie politique, l'histoire des sciences, le whist, l'homme et la femme, le vin, la métrologie—autrement qu'en tant qu'exercice de sémiotique» [lettre à Lady Welby du 23 décembre 1908, citée in Wiener (éd.) 1958, p. 408][2]. Plus tard, Charles Peirce considère qu'il est le premier homme depuis le moyen âge à avoir consacré sa vie à la logique [Fisch 1982, p. xviii].

Benjamin Peirce s'est personnellement impliqué dans la formation de ses enfants. Avec Charles, il discutait de problèmes mathématiques pendant des nuits entières [Murphey 1961, p. 17; Kent 1987, p. 6]. Malgré toute sa rigueur intellectuelle, Charles Peirce semble avoir profondément manqué de discipline de travail. De son propre aveu, «J'ai été élevé avec la bride sur le cou, sauf qu'on m'a obligé à réfléchir profondément et sans relâche» [lettre de C.S. Peirce à Lady Welby du 14 mars 1909,

---

2 «[...] from the day when at the age of twelve or thirteen I took up, in my elder brother's room a copy of Whately's Logic, and asked him what logic was, and getting some simple answer, flung myself on the floor and buried myself in it, it has never been in my power to study anything—mathematics, ethics, metaphysics, gravitation, thermodynamics, optics, chemistry, comparative anatomy, astronomy, psychology, phonetics, economics, the history of science, whist, men and women, wine, metrology—except as a study of semeiotic [...]». Signalons qu'à l'époque où Peirce a écrit cette lettre, il considérait la logique comme étant pratiquement identique à la sémiotique (l'étude des signes et de leurs fonctions).

citée in Wiener (éd.) 1958, p. 417][3]. Il est renvoyé de l'école à plusieurs reprises avant d'obtenir son diplôme de High School en 1854. Il commence ses études à Harvard en 1855 [Murphey 1961, p. 17].

Dans cette université, Charles Peirce suit des cours de chimie, de mathématiques et de philosophie, sans distinction: en 1859 il obtient sa licence au 71e rang parmi les 91 étudiants de sa volée [Murphey 1961, p. 18].

Dès 1859, grâce à son père, il travaille pour le service géodésique de l'état. «Ce travail sera pendant 30 ans sa principale activité professionnelle et son gagne-pain» [Chenu 1984, p. 6]. En 1859-1860, il travaille dans le Maine, puis en Louisiane pour le service géodésique. Il rentre ensuite à Boston, où il est engagé comme assistant à Harvard et devient en même temps élève à titre privé de Louis Agassiz [Fisch 1982, pp. xix-xx]. Pendant six mois, avant d'aborder des études post-grades en chimie—science classificatoire—il étudie les techniques de classification sous la direction d'Agassiz en utilisant des brachiopodes fossiles [lettre de C.S. Peirce à Lady Welby du 14 mars 1909, citée in Wiener (éd.) 1958, p. 417; C.P. 1.205n].

En 1861, il est nommé définitivement au service géodésique. C'est le début d'une carrière qui l'aura conduit de la chimie à l'astronomie, puis à la géodésie, à la métrologie, à la spectroscopie, ainsi qu'à d'autres sciences encore [Fisch 1982, p. xx].

En 1863, Peirce obtient le grade de Bachelor of Science en chimie *summa cum laude;* il est le premier étudiant de Harvard à obtenir cette distinction [lettre de C.S. Peirce à Lady Welby du 14 mars 1909, citée in Wiener (éd.) 1958, p. 417].

En ce qui concerne sa vie privée, Peirce épouse (en 1862) Harriet Melusina Fay—dite Zina—une fille de pasteur bostonienne. Il est fort possible que Zina et Peirce se soient rencontrés au sein même de la maison familiale des Agassiz, à l'école Agassiz pour jeunes filles que Zina fréquente dès 1859 [Fisch 1982, p. xxxi]. En 1862, Peirce rencontre William James, qui devait rester son meilleur ami pendant plus de quarante ans [Murphey 1961, pp. 19 et 98].

---

3 «I was brought up with far too loose a rein, except that I was forced to think hard & continuously.»

En 1864-1865 ainsi qu'en 1866-1867, Peirce donne à Harvard des conférences publiques au sujet de la philosophie des sciences [Murphey 1961, p. 19; Fisch 1982, p. xxx]. Il commence à s'intéresser à la logique des relations après réception d'un mémoire de De Morgan en 1866 [C.P. 1.562] et publie son premier article dans ce domaine en 1870[4].

La période 1870-1880 est marquée par un travail scientifique considérable en géodésie comme en astronomie. A partir de 1871, Peirce fonde avec William James et plusieurs autres amis un «club de métaphysique» [Chenu 1984, p. 6] où naît le concept même de *pragmatisme*[5] [Murphey 1961, p. 98].

A cette même époque, Peirce entreprend plusieurs voyages: il se rend par exemple, avec sa femme, à Catane en 1870 pour observer l'éclipse du soleil et participe à des congrès internationaux[6]. En 1875-1876 il séjourne à Paris où il rencontre le romancier Henry James, frère de William [Chenu 1984, pp. 6-7]. Il y suit pendant six mois des leçons privées avec un sommelier pour devenir expert en vins de Bordeaux [lettre de C.S. Peirce à Lady Welby du 14 mars 1909, citée in Wiener (éd.) 1958, p. 418]. En 1876, il se sépare de sa femme, qui rentre seule en Amérique. Zina et Charles n'ont pas eu d'enfant [Fisch 1982, p. xxxii].

Dès 1870, Peirce cherche, sans succès, un poste d'enseignement. En 1875, William James intervient auprès des responsables de la future université Johns Hopkins qui recrutaient du personnel. En 1879, Peirce est nommé chargé de cours (lecturer) en logique [Murphey 1961, p. 104].

Cette nouvelle université située à Baltimore était la première aux Etats-Unis à proposer un véritable troisième cycle et à privilégier la recherche. En effet, dans chaque domaine, les

---

4 «Description of a notation for the logic of relatives, resulting from an amplification of the conceptions of Boole's calculus of logic». Memoirs of the American Academy, vol. 9, pp. 317-378. Réimpression in Hartshorne & Weiss (éds) [1931], C.P. 3.45-3.149.

5 «Doctrine selon laquelle l'idée que nous avons d'un phénomène, d'un objet n'est que la somme des idées que nous pouvons avoir au sujet des conséquences pratiques de ce phénomène, des actions possibles sur cet objet» [Petit Robert].

6 A Paris en 1875, à Hambourg en 1878.

meilleurs spécialistes devaient occuper les chaires. En mathématiques, par exemple, on nomme le célèbre Sylvester et Johns Hopkins devient du même coup le centre national de la recherche en mathématiques[7]. Peirce, administrativement associé aux philosophes, avait d'excellents étudiants. En 1883, il édite les *Studies in logic by members of the Johns Hopkins University.* Certains de ses élèves, dont C. Ladd-Franklin et O.H. Mitchell, figurent parmi les collaborateurs de l'ouvrage [Murphey 1961, pp. 104-105].

Pendant cette période, Peirce continue son travail pour le service géodésique et voyage à plusieurs reprises en Europe. Son père meurt en 1880. La même année, Charles publie son article «On the algebra of logic», où il développe la logique des relations.

En 1883, il divorce et épouse, six jours plus tard, Juliette Froissy, une française originaire de Nancy. Zina, elle, ne se remariera pas [Murphey 1961, p. 105; Chenu 1984, p. 8].

En 1884, Peirce est renvoyé de l'Université Johns Hopkins pour des raisons peu claires (éventuellement à cause d'un conflit avec Sylvester [cf. C.P. 3.646-648 et 4.322n]). Alors âgé de quarante-cinq ans, il n'obtiendra plus jamais de poste universitaire [Murphey 1961, p. 292 et Wiener 1958, p. xv].

En 1885 paraît «On the algebra of logic. A contribution to the philosophy of notation», dans lequel on trouve notamment le premier usage de quantificateurs dans un article publié.

En 1887, il s'installe avec sa femme à Milford (Pennsylvanie) où il reste, isolé, jusqu'à la fin de ses jours. Il y esquissera de grands projets, mais ne réalisera que quelques publications: des articles d'encyclopédie, beaucoup de fragments inédits et, surtout, des comptes rendus. En 1891, il quitte définitivement le service géodésique. William James lui reste fidèle et lui obtient de quelquefois des séries de conférences, dont une à Harvard en 1903 «spécialement consacrée au Pragmatisme qui jouissait alors

7 Selon Peirce [C.P. 4.611], «le grand mathématicien, Sylvestre, [était] peut-être l'esprit le plus exubérant en ce qui concerne les idées originales en mathématiques pures de tous ceux depuis Gauss» («the great mathematician, Sylvester, [was] perhaps the mind the most exubérant in original ideas of pure mathematics of any since Gauss»).

d'une grande vogue et dont W. James se plaisait à rappeler que la première idée en revenait à Peirce» [Chenu 1984, p. 9].

Les dernières années de Peirce sont assombries par des problèmes de santé ainsi que par la dégradation de sa situation financière. William James récolte des fonds auprès des anciens élèves et amis de Peirce pour lui assurer sa survie [Chenu 1984, p. 9]. Jusqu'à sa mort, Peirce travaillera encore à sa logique, bien que sans éditeur, sans disciple et inconnu du public. En 1914, il meurt d'un cancer [Murphey 1961, p. 293][8].

2. Architectonique et classification

Dans un ouvrage inédit, Peirce affirme qu'au début des années 1860 il était un partisan passionné de Kant, tout au moins en ce qui concerne l'analytique transcendentale de la *Critique de la raison pure*: «Je croyais aux deux tables des fonctions du jugement et des catégories plus fermement que si elles avaient été remises depuis le Sinaï» [C.P. 4.2][9].

> *Kant indique certaines relations entre catégories. J'en ai moi-même détecté d'autres; mais si celles-ci étaient liées de manière ordonnée à un système de conceptions, elles appartiendraient à un système plus grand que celui de la liste de Kant. Voici un problème auquel j'ai consacré trois heures par jour pendant deux ans*[10]*, l'abandonnant à la fin avec la certitude démontrée qu'il avait quelque chose qui n'était pas correct dans la logique formelle de Kant* [C.P. 4.2][11].

8 Signalons la publication toute récente (1993) de Joseph Brent, Charles Sanders Peirce: A Life (Indiana University Press). Il s'agit d'une biographie de Peirce extrêmement approfondie et bien documentée.

9 «I believed more implicitly in the two tables of the Functions of Judgment and the Categories than if they had been brought down from Sinai.»

10 Dans un autre travail [C.P. 1.4], Peirce déclare que ce problème l'avait occupé à raison de deux heures par jour pendant trois ans!

11 «Now Kant points out certain relations between the categories. I detected others; but these others, if they had any orderly relation to a system of con-

Peirce partage avec Kant un intérêt pour les catégories et pour la logique. En outre, il construisait comme Kant, des systèmes et cherchait à expliciter une cosmologie.

Dans une comparaison célèbre, Kant fit un parallèle entre doctrines philosophiques et architecture: toutes deux doivent être organisées dans les détails depuis le début. Cette image avait donné lieu à ce que Kant appelait la «théorie architectonique».

> *J'entends par* **architectonique** *l'art des systèmes. Comme l'unité systématique est ce qui transforme en science la connaissance commune, c'est-à-dire ce qui d'un simple agrégat de ces connaissances fait un système, l'architectonique est donc la théorie de ce qu'il y a de scientifique dans notre connaissance en général, et ainsi elle appartient nécessairement à la méthodologie* [*Critique de la raison pure* A832/B860; trad. Delamarre et Marty 1980][12].

Peirce croit en la théorie architectonique et pendant toute sa carrière il construisit et modifia des systèmes de classification des sciences, des systèmes de logique ainsi qu'un système philosophique global. Selon son modèle le plus général, la théorie des catégories se fonde sur la logique, qui constitue ainsi la base de toute connaissance. Les catégories, elles, sont à la base de toute connaissance spécialisée; il est donc en principe possible de classifier les idées fondamentales de chaque science spécifique au moyen des catégories.

A l'intérêt de Peirce pour les catégories, issu de sa lecture de Kant, s'ajoute donc son intérêt pour la classification, suscité

---

ceptions, at all, belonged to a larger system than that of Kant's list. Here there was a problem to which I devoted three hours a day for two years, rising from it, at length, with the demonstrative certitude that there was something wrong about Kant's formal logic.»

12 «Ich verstehe unter einer Architektonik die Kunst der Systeme. Weil die systematische Einheit dasjenige ist, was gemeine Erkenntniss allererst zur Wissenschaft, d. i. aus einem blossen Aggregat derselben ein System, macht, so ist Architektonik die Lehre des Scientifischen in unserer Erkenntniss überhaupt, und sie gehört also notwendig zur Methodenlehre.»

notamment par Louis Agassiz[13]. La théorie architectonique constitue, soulignons-le, une sorte de classification des sciences. Peirce vise à créer un système d'ensemble qui pourrait servir de cadre pour toute découverte et toute connaissance futures. De son point de vue, une telle théorie devrait permettre d'expliquer l'origine et le développement de l'ordre naturel; elle devrait également conduire à des conclusions vérifiables.

Peirce cherche à prouver que certains théorèmes généraux s'appliquent à la connaissance *en général*—ce qui signifie non seulement à toute connaissance *actuelle*, mais aussi toute connaissance *possible*. Aussi, s'efforcera-t-il avant tout de montrer que la connaissance humaine est ordonnée: si certains théorèmes sont établis pour des éléments primaires de nos connaissances, ces mêmes théorèmes doivent nécessairement être vrais pour tous les autres. Aussi, Peirce se devra-t-il de montrer (1) que certains domaines de connaissance sont dans une relation de dépendance par rapport à d'autres et (2) que certains théorèmes sont vrais pour les domaines non dépendants [Murphey 1961, p. 330]. C'est dans ce but qu'il fonde sa tentative sur les catégories.

L'activité de classifier consiste à mettre en évidence des relations[14]. Une classification des sciences, par exemple, met en évidence les relations qui existent parmi différentes disciplines,

---

13 Rappelons que le biologiste et géologue Louis Agassiz était non seulement voisin des Peirce à Cambridge mais le meilleur ami de Benjamin Peirce, le père de Charles. La première femme de Charles Peirce, Zina, avait parfait son éducation à l'école Agassiz pour jeunes filles, située dans la maison familiale des Agassiz. En outre, Charles Peirce avait étudié la classification sous la direction d'Agassiz, et ce pendant six mois en 1863.
Son emploi libéral de néologismes démontre bien son goût très prononcé pour la classification. En abordant chaque nouveau sujet, Peirce introduit volontiers un nouveau vocabulaire ad hoc qu'il construit généralement à partir de racines grecques et latines, parfois avec une série de préfixes du genre extra-, contra-, juxta-, ultra-, etc., à la clef. Notons que les néologismes obtenus à partir de préfixes créent des catégories. Peirce définit succinctement la notion de catégorie comme «classe de prédicats» [C.P. 4.545].

14 «Toute classification [...] est la disposition d'objets conformément à des idées» («All classification [...] is the arrangement of objects according to ideas») [C.P. 1.231].

tout comme une classification familiale explicite les relations qui existent parmi les différents membres d'une même famille. A noter que toute classification entraîne une certaine hiérarchisation: certains éléments se décomposent en éléments plus simples. Ainsi, la classification de relations familiales met en évidence la relation «oncle paternel» au moyen des relations «frère» et «père». De manière générale, une classification explique le sens des termes classifiés et de ce point de vue toute classification fonctionne comme définition. Autrement dit, classifier, c'est expliciter un contenu.

Contrairement à une définition en extension, une classification n'aboutit pas à une liste d'objets qui correspondent au terme examiné (une liste d'oncles pour le terme «oncle», par exemple), mais analyse la nature même des objets qui correspondent au terme. Il s'ensuit que toute classification est fondamentalement intensionnelle. La volonté de définir au moyen de divisions en éléments de plus en plus simples consiste à saisir le contenu des objets sur lesquels on raisonne[15]. Dans une telle démarche, les objets ne sont pas considérés comme membres d'une classe mais résultent d'une décomposition de relation.

Peirce adopte la méthode de «division» de la relation et non celle de considérations sur l'extension des classes. Puisque sa conception est intensionnelle, les relations de classification—c'est-à-dire inclusion et appartenance—ne représentent pour lui que des relations parmi d'autres, alors qu'elles jouent un rôle privilégié dans la présentation d'une logique extensionnelle.

---

15 Peirce déplore le raisonnement «aveugle»: «Une algèbre qui entraîne des centaines de théorèmes purement formels d'aucune importance logique doit être reconnue, même par son auteur, comme étant extrêmement défectueuse à cet égard, si commode qu'elle soit pour certaines finalités» («An algebra which brings along with it hundreds of purely formal theorems of no logical import whatever must be admitted, even by the inventor of it, to be extremely defective in that respect, however convenient it may be for certain purposes») [C.P. 3.619].

3. Influences de De Morgan et Boole

Nous avons déjà eu l'occasion de remarquer que Peirce partagea le rêve leibnizien d'une «logique universelle», qu'il crut réalisable par l'élaboration d'une logique des relations (qualifiée par lui de «logique formelle généralisée jusqu'au bout» [C.P. 3.473]).

Les premières publications de Peirce sur la logique, qui datent de 1866 et 1867, si elles ne portent pas toujours directement sur le travail de Boole, s'inspirent largement de ce logicien anglais que Peirce reconnaît comme le premier des logiciens contemporains.

En 1866, Peirce reçoit un tiré à part signé De Morgan[16] qui devait déterminer l'orientation de toutes ses recherches ultérieures:

> *C'était sans doute en 1866 que le professeur De Morgan a fait honneur au débutant inconnu en philosophie que j'étais alors* [...] *en m'envoyant un exemplaire de son mémoire «On the Logic of Relations, etc.». Je m'y suis penché tout de suite, et en quelques semaines seulement, j'ai réussi à y discerner, comme De Morgan l'avait déjà fait, un éclairage lumineux et étonnant de tous les recoins et de tous les horizons de la logique* [C.P. 1.562][17].

La volonté de Peirce est donc de procéder à une «amplification» de la logique de Boole—afin d'aller «jusqu'au bout», selon sa propre expression. Cette expansion devait se réaliser notamment au moyen de la logique des relations telle que De Morgan l'avait esquissée. A Peirce de mettre en rapport

16 Selon Peirce, De Morgan était «incontestablement le père de la logique des relations» («De Morgan was one of the best logicians that ever lived and unquestionably the father of the logic of relatives») [C.P. 3.402].

17 «It must have been in 1866 that Professor De Morgan honored the unknown beginner in philosophy that I then was [...] by sending me a copy of his memoir 'On the Logic of Relations, etc.'. I at once fell to upon it; and before many weeks had come to see in it, as De Morgan had already seen, a brilliant and astonishing illumination of every corner and every vista of logic.»

les résultats de Boole et de De Morgan, à lui de découvrir les liens entre l'algèbre logique du premier et la théorie des relations du second[18].

Trois motivations au moins sont constitutives du travail de Peirce à cette époque. Il aspire à aller plus loin que Boole dans le cadre de l'algèbre logique, plus loin que De Morgan dans la logique des relations et, en associant ces deux courants, il espère se rapprocher de l'idéal d'une «logique universelle»:

> [En ce qui concerne] *mes études logiques en 1867, différents faits m'ont démontré sans laisser le moindre doute que mon projet de logique formelle était encore incomplet. D'une part, j'ai trouvé qu'il était parfaitement impossible de représenter sous forme de syllogismes toute manière de raisonner en géométrie, ou même un raisonnement quelconque d'algèbre, à l'exception de l'algèbre logique de Boole. D'autre part, j'ai trouvé qu'il était nécessaire d'élargir le champ de l'algèbre de Boole afin de permettre à celle-ci de représenter les syllogismes ordinaires de la troisième figure. Bien que j'avais réalisé une telle expansion, elle était évidemment de nature improvisée, et il devait exister une autre méthode résultant de l'idée même de l'algèbre. Par ailleurs, l'algèbre de Boole suggère avec évidence sa propre imperfection. En mettant ces idées ensemble, j'ai découvert la logique des relatifs. Je n'étais pas le premier à la découvrir mais j'imaginais que je l'étais, et j'avais suffisament complété l'algèbre de Boole pour la rendre capable de tout raisonnement sur les relations binaires, avant l'envoi du professeur De Morgan de son mémoire qui a fait époque, dans lequel il s'est attaqué à la logique des relatifs par une autre méthode en accord avec son propre système logique. Mais l'énorme supériorité de la méthode booléenne était assez évident, et je n'oublierai jamais*

18 «Mon travail [sur la logique des relations] résulte bien entendu de l'étude de deux ouvrages, les Laws of Thought de Boole [...] et 'On the Syllogism and the Logic of Relations' de De Morgan» («My work [on the logic of relations] was due, of course, to the combined study of Boole's Laws of Thought, 1854, [and] De Morgan 'On the Syllogism and the Logic of Relations' (Cambridge Philosophical Transactions, X, 1860, April 23») [C.P. 4.301n].

tout ce qu'il y avait de courage et de pathétique dans le visage de De Morgan quand je lui l'ai fait remarqué en 1870 [C.P. 4.4][19].

Dans ce passage, Peirce affirme que la *méthode* utilisée par De Morgan dans ses travaux sur la logique des relations était moins efficace que celle développée par Boole. Il convient d'ajouter que la logique des relations de De Morgan était encore liée à celle du syllogisme; elle ne constituait pas encore une logique des relations générale, au sens où Peirce l'entendait. Selon Lewis [1918, p. 50], «Cette logique des relations était destinée à trouver son importance dans la logique mathématique, et non pas dans des applications ou modifications de la logique aristotélicienne»[20].

Le traitement des relations de Peirce était plus précis et plus «mathématique» que celui de De Morgan, en particulier en ce qui concerne la notation. De plus, Peirce a mis les lois de sa logique des relations en rapport avec celles de la logique des classes de Boole. Enfin, il a introduit la quantification en assimilant une proposition particulière, par exemple, à une somme

---

19 «[With regard to] my logical studies in 1867, various facts proved to me beyond a doubt that my scheme of formal logic was still incomplete. For one thing, I found it quite impossible to represent in syllogisms any course of reasoning in geometry, or even any reasoning in algebra, except in Boole's logical algebra. Moreover, I had found that Boole's algebra required enlargement to enable it to represent the ordinary syllogisms of the third figure; and though I had invented such an enlargement, it was evidently of a makeshift character, and there must be some other method springing out of the idea of the algebra itself. Besides, Boole's algebra suggested strongly its own imperfection. Putting these ideas together I discovered the logic of relatives. I was not the first discoverer; but I thought I was, and had complemented Boole's algebra so far as to render it adequate to all reasoning about dyadic relations, before Professor De Morgan sent me his epoch-making memoir in which he attacked the logic of relatives by another method in harmony with his own logical system. But the immense superiority of the Boolian method was apparent enough, and I shall never forget all there was of manliness and pathos in De Morgan's face when I pointed it out to him in 1870.»

20 «This logic of relations was destined to find its importance in the logistic of mathematics, not in any applications to, or modifications of, Aristotelian logic.»

algébrique portant sur une «proposition» qui contient des variables.

Peirce réunit ces deux tendances. On s'en aperçoit par le titre de son premier travail sur la logique des relations, «Description of a notation for the logic of relatives, resulting from an amplification of the conceptions of Boole's calculus of logic», publié en 1870[21]. Dans cette étude, Peirce propose une nouvelle notation pour la logique de De Morgan, notation qui tienne compte de l'algèbre de Boole. Peirce lui-même estime que dans cet article il a élargi le champ de l'algèbre de Boole afin de rendre possible son application aux relations binaires.

Peirce présente sa logique des relations dans près d'une dizaine d'articles différents dont nous retenons les contributions majeures, à savoir «Description of a notation for the logic of relatives» (1870), «On the algebra of logic» (1880), «The logic of relatives» (1883) et «On the algebra of logic, a contribution to the philosophy of notation» (1885)[22]. L'article de 1870 était le premier de Peirce sur la logique des relations et en même temps le plus important[23] puisqu'on ne trouve nulle part ailleurs l'ontologie complète de la logique des relations de Peirce. Dans cet article, en effet, Peirce présente trois sortes d'individus et étudie leurs propriétés. Dans ses autres publications, on ne retrouve que la partie de la logique des relations qui concerne une seule des trois catégories d'individus.

---

21 Memoirs of the American Academy, vol. 9, pp. 317-378 (1870). Réimpression in Hartshorne & Weiss (éds) [1931], C.P. 3.45-3.149.

22 Parmi les autres contributions de Peirce dans ce domaine, citons «Associative algebras» (1881), «Brief description of the algebra of relatives» (1882), «On the relative forms of quaternions» (1882), «The logic of relatives» (1897) et «Nomenclature and divisions of dyadic relations» (1903). Ces articles reprennent largement les résultats des travaux qui feront l'objet de notre présente étude.

23 Selon Peirce, «En 1870, j'ai fait une contribution à la logique dont personne qui maîtrise le sujet ne peut dénier qu'elle était la plus importante qui ait jamais été faite à l'exception du travail original de Boole» («In 1870 I made a contribution to this subject which nobody who masters the subject can deny was the most important excepting Boole's original work that ever has been made») [C.P. 3.45, note des éditeurs].

Nous consacrerons le chapitre suivant au premier des travaux sus-mentionnés (1870). Nous mettrons l'accent sur les opérations de base de la logique des relations, sur les différentes sortes de termes admis dans le système et, enfin, sur la théorie des individus.

CHAPITRE IV

Le mémoire de 1870 sur la «logique des relatifs»

1. Les opérations de base

«L'infrastructure logique» de l'article de 1870 n'est rien d'autre qu'une modification de l'algèbre des classes de Boole. Dans cette étude, Peirce reprend en effet les principales opérations arithmétiques et logiques de Boole et les complète. En lieu et place de l'addition arithmétique «exclusive» de Boole (p.ex. «tous les violonistes et tous les Français, à l'exception des violonistes français»), Peirce utilise une opération non exclusive (p.ex. «tous les violonistes et tous les Français, y compris les violonistes français») [C.P. 3.67; cf. C.P. 3.199n][1]. Il utilise donc une opération qui correspond à l'union dans la logique des classes.

L'innovation la plus célèbre de ce travail est sans doute l'emploi de la relation d'«illation», ou d'inclusion (—<) —et non la relation d'identité (=)— comme relation primitive [C.P. 3.47n; cf. C.P. 3.173n]. Peirce se félicite d'être le premier à avoir utilisé cette relation dans une algèbre [C.P. 3.199n]. Selon Merrill [1984, p. xlii], bien que ce remplacement résulte de considérations formelles, il constitue néanmoins une première étape importante vers «une approche moins algébrique de la logique des classes».

Un autre aspect digne d'intérêt et entièrement nouveau par rapport au travail de Boole est la mise en évidence d'opérations sur les relations. Les termes relatifs, tels que «amoureux» ou «serviteur», sont en même temps des noms de classes. Il s'ensuit qu'ils sont soumis à toutes les lois de la logique des classes. Les termes relatifs possèdent cependant des propriétés supplémen-

---

1 Peirce avait déjà apporté cette modification à l'algèbre de Boole dans un travail de 1867 intitulé «On an improvement in Boole's calculus of logic».

taires qui leur sont spécifiques. Si on prend par exemple des termes comme «femme» et «serviteur», on peut non seulement procéder à des opérations comme le produit logique «femme serviteur» ou la somme logique «serviteur ou femme (ou les deux)», mais aussi à des opérations relatives telles que «serviteur d'une femme», «serviteur de toute femme», ou encore «serviteur de personne sauf de femmes» (c'est-à-dire «de femmes uniquement»).

Tout en introduisant ces nouvelles opérations sur les relations, Peirce reste sous l'influence de Boole. En effet, tandis que De Morgan analyse déjà des relations logiques entre relations, du genre «X est amoureux d'un serviteur de Y», Peirce s'intéresse le plus souvent aux relations logiques qui existent entre termes relatifs et termes absolus (qui désignent des classes), par exemple «amoureux d'une femme». Selon Merrill [1984, p. xliv], «Cet accent sur les expressions de classes semble refléter le cadre booléen dans lequel Peirce travaillait».

Les principales opérations sur les relations chez Peirce sont les suivantes: la *multiplication relative* (p.ex. «serviteur d'un amoureux») [C.P. 3.68], l'*«involution» relative* (p.ex. «serviteur de tout amoureux») [C.P. 3.77], l'*«involution» inverse* (p.ex. «serviteur de personne sauf d'amoureux») [C.P. 3.112-3.113] et l'*inversion* (p.ex. «maître ou maîtresse» est l'inverse de «serviteur») [C.P. 3.111].

Peirce se permet d'appliquer une seule et même opération indifféremment à des termes relatifs ou à des termes absolus—et cela que l'opération soit booléenne ou qu'elle agisse sur des relations. L'addition logique, par exemple, peut très bien agir sur les termes relatifs «serviteurs» et «amoureux»: «serviteurs ou amoureux». On peut combiner non seulement les catégories des termes sur lesquels on opère (p.ex. «serviteur de tout amoureux»)[2] mais aussi les différents types d'opérations (quelles que soient les catégories des termes): «serviteur de tout amoureux d'une femme».

---

2 Ainsi, comme le fait remarquer Brink [1978, p. 288], le système de Peirce est «multisorted» (ou «many-sorted»): ses opérations peuvent combiner des termes qui appartiennent à des catégories différentes.

2. Trois sortes de termes

En réalité, Peirce distingue non seulement les termes absolus et les relatifs, mais aussi, parmi ces derniers, les termes relatifs simples et les termes «conjugués». Il reconnaît donc trois grandes classes de termes: les termes absolus, les termes relatifs simples et les termes conjugués [C.P. 3.63].

Les *termes absolus* sont ceux qui concernent un objet «tel qu'il est en lui-même en tant que *tel* (*quale*); par exemple, cheval, arbre, ou homme» [*ibid*.].

La deuxième grande classe, celle des *termes relatifs simples*, comprend tous les termes qui requièrent un autre terme—et un seul—pour compléter leur expression. Ces termes «concernent un objet qui est défini par rapport à un autre, c'est-à-dire qui est relatif; comme père de, amoureux de, ou serviteur de» [*ibid*.].

Les *termes conjugués*, enfin, sont ceux qui requièrent plus d'un terme afin de compléter leur expression. Ils «concernent un objet en tant que moyen ou tiers entre deux autres, c'est-à-dire comme conjugué; comme donneur de _____ à _____, ou acheteur de _____ pour _____ de la part de _____» [*ibid*.].

Il n'y a pas de quatrième classe de termes. Peirce reconnaît en effet que les trois classes sont non seulement nécessaires mais suffisantes.

> *Il n'est pas possible de réduire un terme relatif en une combinaison de termes absolus, ni un terme conjugué en une combinaison de relatifs simples. Mais un conjugué qui se compose de plus de deux corrélatifs est toujours réductible en une combinaison de conjugués à deux corrélatifs* [C.P. 3.144][3].

Il s'agit-là d'une des découvertes les plus célèbres de Peirce[4].

---

3 «A relative term cannot possibly be reduced to any combination of absolute terms, nor can a conjugative term be reduced to any combination of simple relatives; but a conjugative having more than two correlates can always be reduced to a combination of conjugatives of two correlates.»

4 Cf. également C.P. 1.347, 1.370-1.371, 1.564-1.565, 3.63, et 3.421.

La possibilité d'opérer sur des termes de natures différentes (cf. ci-dessus) est tellement importante et si souvent exploitée chez Peirce qu'il ne se contente pas d'attirer l'attention du lecteur sur la simple existence de ces distinctions. En effet, il les intègre dans sa notation, qui prévoit des caractères d'imprimerie différents (romains, italiques, gras) pour désigner les différents types de termes.

3. Termes relatifs et relations

Etant donné le mélange de catégories des termes utilisés et le fait que Peirce ne fait pas porter ses opérations (comme le faisait De Morgan) sur les seuls termes relatifs, deux questions se posent. Premièrement, dans quel sens Peirce élabore une logique des *relations* et, deuxièmement, pour quelle raison il l'appelle, lui, logique des *relatifs*. Ces questions, en somme, résultent de ce que Lewis [1918, p. 95] appelle «l'ambiguïté des relatifs», à savoir que tout terme relatif peut dénoter soit la relation elle-même, soit les objets qui sont dans la relation. Par exemple, dans l'expression «agent d'un bienfaiteur», le premier terme peut désigner soit la relation «être agent de», soit la classe de tous ceux qui sont agents.

Bien que certains ne prennent pas la question très au sérieux (Putnam [1982, p. 296], par exemple, estime que la préférence de Peirce pour «logique des relatifs» plutôt que «logique des relations» est due tout simplement à l'influence du mot allemand «*Relativ*»), elle est importante parce que Peirce lui-même n'a pas toujours réussi à distinguer soigneusement les deux concepts. En 1870, il accepte encore l'analyse de la proposition en «sujet et prédicat». C'est peut-être cela qui l'a conduit à réserver le même traitement aux termes relatifs qu'aux termes absolus, c'est-à-dire comme des substantifs plutôt que comme des verbes. Dans son titre, il est question d'«une logique de relatifs», plutôt qu'une logique de relations. Quelle est la différence? Si l'on considère une relation comme une classe de couples ordonnés, un terme relatif tel que «amoureux» peut dénoter soit la classe des couples <A, B> tel que A aime B, c'est-à-dire la relation elle-même, soit la classe des amoureux, c'est à dire *les premiers termes* de la relation.

On a souvent reproché à Peirce de ne pas avoir su respecter cette distinction [cf. p.ex. Quine 1934-1935, p. 290; Brink 1978, p. 286; Merrill 1978, p. 277]. Quoiqu'il en soit, il est certain que l'ambiguïté (réelle ou apparente) des relatifs pose d'importants problèmes d'interprétation:

> *La question qui est peut-être la plus importante est de savoir si Peirce traite de relations ou de relatifs—c'est-à-dire de la relation d'être un serviteur, ou de classes telles que la classe des serviteurs ou celle des serviteurs de femmes. Son choix du terme «relatif» suggère une volonté de distinguer son projet de celui de De Morgan, mais dans certains cas il est clair que ses termes désignent des relations. La situation se complique par le fait que beaucoup de termes tels que «serviteur» peuvent désigner soit une relation soit un relatif selon le contexte. Le plus sûr consiste peut-être à affirmer qu'il traite à la fois de termes relationnels et de termes relatifs, mais que le plus souvent il traite de termes relationnels dans le contexte de termes relatifs. Ceci semble en général être le cas, mais l'interprétation de certaines formules particulières reste énigmatique* [Merrill 1984, p. xlviii].

Peirce lui-même nous informe qu'il a préféré «logique des relatifs» à l'expression «logique des relations» de De Morgan tout simplement parce qu'il était arrivé à la conclusion que *toute* logique traite de relations [C.P. 4.301n]. Il ne devait cependant jamais évoquer cette différence d'appellation sans reconnaître l'embarras qu'elle lui a causé [cf. C.P. 3.574n].

Si la «distance conceptuelle» entre «relation» et «terme relatif» n'est pas grande, celle qui existe entre «terme relatif» et «terme absolu» n'est guère plus facile à discerner dans certains cas. En effet, un seul et même individu peut être représenté par un relatif sous un aspect (par exemple, en tant que père) mais non sous un autre (par exemple, en tant qu'homme). Que constitue donc un individu chez Peirce? On sait que les frontières entre relations et classes, entre termes relatifs et termes absolus, entre l'élément unique d'une classe et cette classe unitaire sont subtiles voire floues. On trouve cependant chez Peirce une théorie des individus qu'il explicite pour la première fois dans son étude de 1870 [C.P. 3.92*sqq*.].

4. La théorie des individus

Précisons d'emblée que Peirce ne fonde pas sa logique des relations sur des classes considérées par rapport à leur extension. En effet, sa pratique est plutôt de décomposer les classes afin d'analyser les relations *entre individus*, c'est-à-dire selon leur compréhension. Il se réfère donc à une théorie des individus.

Le raisonnement mathématique se caractérise selon Peirce par le fait qu'il se base sur des suppositions de cas «individuels» [C.P. 3.92], c'est-à-dire particuliers. Le géomètre, par exemple, suppose, pour les besoins de ses raisonnements, un cas particulier, disons un triangle ABC, qui pourtant est parfaitement général puisque rien n'est supposé sur ABC à part ce qui appartient à *tout* triangle. Il ne considère en fait pas le cas particulier mais tout cas qui soit tel. Il fait donc des suppositions *générales* sur des cas *particuliers*. Selon Peirce, l'avantage de cette manière de raisonner tient au fait que «les lois logiques des termes individuels sont plus simples que celles qui portent sur des termes généraux» [C.P. 3.92][5]. En rapport avec cette dernière idée, Peirce présente son critère de l'individu: «les individus sont soit identiques soit mutuellement exclusifs, et ne peuvent pas intersecter ou être subordonnés les uns par rapport aux autres comme les classes le peuvent» [*ibid.*][6].

> *Les logiques anciennes distinguent l'***individuum signatum** *et* **individuum vagum**. *«Jules César» est un exemple du premier,*

5 «[...] the logical laws of individual terms are simpler than those which relate to general terms [...]».

6 «[...] individuals are either identical or mutually exclusive, and cannot intersect or be subordinated to one another as classes can».

*«un certain homme» du second. L'***individuum vagum***, à l'époque où l'on étudiait de telles conceptions avec précision, a occasionné beaucoup de difficulté du fait qu'il avait une certaine généralité, capable apparemment de division logique. Si nous prenons pour* **individuum vagum** *un terme tel que «n'importe quel homme particulier», ces difficultés se présentent très clairement, car ce qui est vrai de n'importe quel homme particulier est vrai de tous les hommes. Dans un sens, un tel terme n'est pas un terme individuel; il représente en effet tout homme. Mais il représente chaque homme comme pouvant être dénoté par un terme qui est particulier. Ainsi, quoiqu'il ne soit pas lui-même un terme individuel, il représente n'importe quel membre d'une classe de termes particuliers. Si l'on désigne comme* **deuxième intention** *l'idée d'une chose dans la mesure où elle est dénotée par un terme, on peut affirmer qu'un terme tel que «tout homme individuel» est individuel par deuxième intention. Les lettres utilisées par le mathématicien (que ce soit en algèbre ou en géométrie) sont de tels individus par deuxième intention. De tels individus sont au nombre d'un, car tout homme particulier est un homme. On peut aussi les considérer comme incapables de division logique, car tout homme particulier, quoiqu'il puisse être Français ou non, est pourtant entièrement Français ou ne l'est pas entièrement; il n'est pas à la fois un peu l'un et un peu l'autre. Ainsi, toutes les lois logiques formelles qui portent sur les individus seront valables également pour de tels individus par deuxième intention, et une proposition universelle peut en même temps se substituer pour une proposition qui concerne un tel individu, car on ne peut rien prédiquer d'un tel individu qui ne soit pas prédicable de la classe entière* [C.P. 3.94][7].

---

7 «The old logics distinguish between individuum signatum and individuum vagum. 'Julius Caesar' is an example of the former; 'a certain man', of the latter. The individuum vagum, in the days when such conceptions were exactly investigated, occasioned great difficulty from its having a certain generality, being capable, apparently, of logical division. If we include under the individuum vagum such a term as 'any individual man', these difficulties appear in a strong light, for what is true of any individual man is true of all men.

En introduisant des cas individuels en logique des relations, Peirce espère profiter des avantages du mathématicien. Il sait, par exemple, que les lois logiques des termes particuliers sont plus simples que celles des termes généraux. Mais il y a également une autre motivation à élaborer une théorie des individus en logique des relations:

> [...] *bien que Ch. S. Peirce s'inspire de l'algèbre de Boole et de celle de Jevons, il reconnaît que les formules de la logique des relations sont beaucoup plus compliquées. En effet, il y a de nombreux inconvénients: la multiplication n'est pas en général commutative; d'ordinaire, les opérations inverses ne sont pas définies; en revanche, il y a un très grand nombre d'équations de la forme:*

Such a term is in one sense not an individual term; for it represents every man. But it represents each man as capable of being denoted by a term which is individual; and so, though it is not itself an individual term, it stands for any one of a class of individual terms. If we call a thought about a thing in so far as it is denoted by a term, a <u>second intention</u>, we may say that such a term as 'any individual man' is individual by second intention. The letters which the mathematician uses (whether in algebra or in geometry) are such individuals by second intention. Such individuals are one in number, for any individual man is one man; they may also be regarded as incapable of logical division, for any individual man, though he may either be a Frenchman or not, is yet altogether a Frenchman or altogether not, and not some one and some the other. Thus, all the formal logical laws relating to individuals will hold good of such individuals by second intention, and at the same time a universal proposition may at any moment be substituted for a proposition about such an individual, for nothing can be predicated of such an individual which cannot be predicated of the whole class.»

On remarquera que l'objet quelconque qui appartient à une classe correspond à la notion plus récente de variable libre. Sur la distinction entre première et deuxième intentions, citons De Morgan [1860b, p. 249], qui est particulièrement clair: «The old logicians drew the distinction between a name used as simply denoting an external object, such as might be thought of as existing without any mind to think of it, and the name used as thinking of the object in its mental relation ot other objects. A <u>man</u>, thought of as an individual pointed out, or a quality, as <u>white</u>, the white of a particular white ball, were called names of <u>first intention</u>, or <u>first notions</u>. But <u>man</u> as a class, or an indi-

$$a^{bx} = c^{dx} + f^{x} + x$$

où les exposants sont de deux, trois ou quatre ordres. C'est pourquoi, il est clair que cette algèbre est beaucoup moins maniable que l'algèbre ordinaire [Paisseran 1973, p. 54].

C'est pour traiter ces opérations difficiles que Peirce doit utiliser sa théorie des individus. Selon cette théorie, il y a en logique des relations trois sortes de termes qui impliquent des suppositions générales de cas individuels. Dans le travail de 1870, il les appelle termes *individuels*, *relatifs infinitésimaux* et *élémentaires* [C.P. 3.95].

Les *termes individuels* ne dénotent que des individus. Ces termes permettent à Peirce de définir différentes opérations relatives et de démontrer quelques lois intuitivement valides. Si l'on désigne chaque individu appartenant à la classe des femmes f par une des majuscules indicés F_1, F_2, F_3, etc., et la classe de toutes les F par $F_1 + F_2 + F_3 + ...$, alors le nom de la classe, f, désigne F_1 *ou* F_2 *ou* F_3 *ou* ... ; autrement dit, f désigne n'importe quel élément de la classe, c'est-à-dire n'importe quelle femme. Par conséquent, l'opération de *multiplication relative* sf[8], par exemple «serviteur d'une femme» (de quelque femme, n'importe laquelle), est équivalente à $s(F_1 + F_2 + F_3 + ...)$, ou encore à $sF_1 + sF_2 + sF_3 + ...$: «une femme» est soit F_1 soit F_2 soit F_3, etc., et le «serviteur d'une femme» est soit serviteur de F_1 soit serviteur de F_2 soit serviteur de F_3, etc. [C.P. 3.96-3.97].

De même, l'opération d'*«involution» relative* s^{f}, par exemple «serviteur de toute femme», est équivalente à $s^{(F1+F2+F3+...)}$, ou encore à $(sF_1) \times (sF_2) \times (sF_3) \times ...$ où sF_n désigne le produit relatif «*s* de F_n» et × désigne le produit logique non relatif que

vidual thought of as a member of a class, and white, as an attribute of classes, were names of second intention, or second notions.»

8 Bien que nous ne respections pas ici toutes les nuances de la notation de Peirce, nous avons repris sa convention qui désigne par des italiques les termes relatifs simples et par des caractères romains les termes absolus.

l'on peut lire «et» [cf. Lewis 1918, p. 87]. Ainsi, un «serviteur de toute femme» est serviteur de F_1, de F_2, de F_3, etc. [*ibid.*].

On peut résumer ces résultats, comme Peirce le fait en 1885 après la découverte de la quantification par son élève Mitchell, de la manière suivante:

$$f = \Sigma F$$

$$sf = \Sigma_f(sF)$$

$$s^f = \Pi_f(sF)$$

Au moyen de ces opérations, et en réduisant les inclusions entre classes à des cas particuliers, Peirce réussit à démontrer plusieurs lois intuitivement valides, par exemple $s^f \prec sf$: c'est-à-dire que la classe des «serviteurs de toute femme» est incluse dans celle des «serviteurs d'une femme». Peirce met en évidence plusieurs conséquences de cette loi, du genre «Un amoureux d'un serviteur de toute femme est un amoureux du serviteur d'une femme», «Un amoureux de tout serviteur de toute femme est, pour chaque femme, amoureux d'un de ses serviteurs», «Un amoureux de tout serviteur-de-femme est, pour quelque femme, amoureux de tous ses serviteurs», etc. [C.P. 3.97].

Les *termes relatifs infinitésimaux* sont les relatifs dont les corrélatifs sont individuels. Dans ce qui précède, on a vu que si, par exemple, la classe des serviteurs est non vide, on peut la décomposer en termes individuels: il y a le «premier serviteur», le «deuxième serviteur», etc. Considérons le terme relatif «nième serviteur». Un seul et même maître ne peut avoir qu'un seul nième serviteur, bien que la même personne puisse être le nième serviteur de plusieurs maîtres différents.

Le «nième serviteur» est donc bien un terme individuel, tandis que son corrélatif «maître du nième serviteur» ne l'est pas. En effet, la classe (non vide) des maîtres peut également se décomposer en termes individuels: le «maître du premier serviteur», le «maître du deuxième serviteur», etc. Plusieurs personnes différentes peuvent toutes être maîtres d'un seul et même nième serviteur. En revanche, il n'est pas possible que plusieurs individus soient nième serviteur d'un seul et même maître.

Peirce appelle un corrélatif tel que «maître du nième serviteur» *infinitésimal* parce que de tels termes «ont tendance à s'éliminer en étant élevés à des puissances supérieures» [C.P. 3.111; cf. Paisseran 1973, p. 48]. Selon Peirce, tous les termes du genre «serviteur de femmes uniquement» sont des relatifs infinitésimaux. Il les considère comme le résultat d'une opération d'*«involution inverse»*, qu'il formalise ^{s}f et au moyen de laquelle il démontre des lois analogues à celles de s^{f} [C.P. 3.100-3.120].

Les *termes relatifs élémentaires* sont les infinitésimaux individuels, c'est-à-dire les relatifs qui sont à la fois individuels et infinitésimaux et «qui proviennent donc de la décomposition du relatif et du corrélatif d'une relation inversible» [C.P. 3.95; cf. Paisseran 1973, p. 57]. Plus précisément, un relatif élémentaire «désigne une relation qui existe uniquement entre couples d'individus mutuellement exclusifs (ou, dans le cas d'un terme conjugué, entre triples, quadruples, etc., d'individus mutuellement exclusifs), ou encore entre couples de classes lorsque chaque individu appartenant à l'une des classes du couple est dans cette relation avec chaque individu appartenant à l'autre» [C.P. 3.121]. Peirce donne différents exemples de relatifs élémentaires, dont celui du relatif *père*:

> *Tout relatif est la somme logique des relatifs élémentaires. Ainsi, un* **père** *est soit père pendant les dix premières années de notre ère, soit père pendant la deuxième décennie, pendant la troisième décennie, pendant la première décennie avant Jésus-Christ, pendant la deuxième, ou la troisième, etc. N'importe lequel de ces types de père est père pour la première fois ou père pour la deuxième fois, etc. Un relatif tel que «père pour la troisième fois durant la deuxième décennie de notre ère, de _____» désigne une relation qui peut exister uniquement entre des couples mutuellement exclusifs d'individus, et constitue par conséquent un relatif élémentaire.*

Ainsi, le relatif **père** *peut se décomposer en une somme logique de relatifs élémentaires* [C.P. 3.121][9].

On remarquera que la conception du relatif comme décomposable en une somme logique de relatifs élémentaires est analogue à celle, déjà exploitée, du relatif décomposable en infinitésimaux ou encore du terme décomposable en individus [cf. C.P. 3.122].

4.1. Une algèbre de relatifs élémentaires

Un autre exemple de Peirce concerne un système clos dans lequel tout individu est soit un M soit un E, mais aucun individu n'est les deux à la fois. Ces deux individus mutuellement exclusifs permettent de créer quatre relatifs élémentaires:

M:M M:E E:M E:E

Désignons-les de la manière suivante:

c =df M:M

m =df M:E

e =df E:M

k =df E:E

---

9 «That every relative may be conceived of as a logical sum of elementary relatives is plain, from the fact that if a relation is sufficiently determined it can exist only between two individuals. Thus, a father is either father in the first ten years of the Christian era, or father in the second ten years, in the third ten years, in the first ten years, B.C., in the second ten years, or the third ten years, etc. Any one of these species of father is father for the first time or father for the second time, etc. Now such a relative as 'father for the third time in the second decade of our era, of ____' signifies a relation which can exist only between mutually exclusive pairs of individuals, and is therefore an elementary relative; and so the relative father may be resolved into a logical sum of elementary relatives.»

Supposons que M représente ici un maître particulier et E un élève particulier. Le système sera dès lors comparable à une école dans laquelle toute personne est soit maître soit élève, nul n'est les deux en même temps et chaque maître sans exception enseigne à chaque élève sans exception. Le terme relatif *c* sera alors défini comme la relation qui existe entre deux maîtres particuliers, c'est-à-dire la relation «collègue». De même, *m* désignera la relation M:E, c'est-à-dire celle de n'importe quel maître à n'importe quel élève. Le terme relatif *e* désignera la relation E:M, c'est-à-dire celle de n'importe quel élève à n'importe quel maître. Enfin, *k* désignera la relation qui existe entre deux élèves, à savoir la relation «camarade». Ainsi, à partir de deux termes non relatifs, M et E, on parvient à générer les quatre relatifs élémentaires *c*, *m*, *e* et *k* [C.P. 3.123-3.124; cf. Lewis 1918, pp. 102-103 et Paisseran 1973, pp. 57-58].

L'existence d'une relation élémentaire suppose l'existence de couples de classes mutuellement exclusifs. Ainsi, le terme «élève» ne constitue pas un relatif élémentaire à moins qu'il y ait une distinction absolue entre ceux qui enseignent et ceux qui sont enseignés—distinction que Peirce a explicitement supposée dans son exemple [C.P. 3.124].

> *On a donc deux termes généraux absolus qui s'excluent mutuellement, «l'ensemble des maîtres d'une école» et «l'ensemble des élèves d'une école». Ces termes sont généraux puisque l'école à laquelle on se réfère reste indéterminée. J'appellerai ces deux termes absolus, que tout système de relatifs élémentaires suppose, les* **extrêmes universels** *de ce système* [C.P. 3.124][10].

10 «We have, therefore, two general absolute terms which are mutually exclusive, 'body of teachers in a school', and 'body of pupils in a school'. These terms are general because it remains undetermined what school is referred to. I shall call the two mutually exclusive absolute terms which any system of elementary relatives supposes, the <u>universal extremes</u> of that system.»

4.2. Scalaires et quaternions

Peirce enrichit cette algèbre ainsi constituée en y ajoutant des déterminants de termes:

> *Il existe certains caractères que possèdent en commun les deux membres de n'importe lequel des couples* [de classes mutuellement exclusifs] *qui sont dans une certaine relation élémentaire. Ainsi, l'ensemble des maîtres et l'ensemble des élèves de n'importe quelle école possèdent en commun le pays et l'époque, etc., etc. J'appelle de tels caractères* **scalaires** *pour le système de relatifs élémentaires auquel ils sont reliés* [...] [C.P. 3.124][11].

Ainsi, en supposant que les maîtres français ont seulement des élèves français, et réciproquement, le relatif f est un scalaire pour le système «collègue:maître:élève:camarade». Toute expression de la forme:

$$\mathrm{a}c + \mathrm{b}m + \mathrm{c}e + \mathrm{d}k$$

où c, m, e et k sont les relatifs définis ci-dessus, et a, b, c et d sont des scalaires, constitue ce que Peirce appelle un «quaternion logique». Il démontre que tout relatif sans exception est décomposable en une somme de quaternions logiques [C.P. 3.125].

Peirce développe ensuite ce calcul logique comme une algèbre de quaternions selon l'exemple de William Rowan Hamilton[12]. Si nous avons par exemple un système de relatifs dont chacun est de la forme

---

11 «There are certain characters in respect to the possession of which both members of any one of the pairs, between which there is a certain elementary relation, agree. Thus, the body of teachers and the body of pupils in any school agree in respect to the country and age in which they live, etc., etc. Such characters I term scalar characters for the system of elementary relatives to which they are so related [...].»

12 Peirce affirme que le calcul des quaternions, dont Hamilton était l'auteur, constitue «l'une des plus importantes de toutes les découvertes mathéma-

$$ai + bj + ck + dl + \ldots$$

où chaque i, j, k l, etc. est de la forme

$$mu + nv + ow + \ldots$$

où m, n, o, etc. sont des scalaires, et u, v, w, etc. sont des relatifs élémentaires, nous aurons évidemment une algèbre plus complexe [cf. Lewis 1918, p. 104]. Par des moyens similaires, il est possible de générer de nombreuses algèbres très diverses dont certaines sont en rapport avec les «algèbres linéaires associatives» de Benjamin Peirce, le père de Charles[13]. Selon Charles Peirce:

> *Je puis affirmer, sur la base de preuves inductives raisonnables, qu'il est possible d'interpréter toutes les algèbres de ce genre selon les principes de la présente notation et de la même manière que celles présentées plus haut. Autrement dit, toutes ces algèbres sont des complexifications et des modifications de l'algèbre de (156)* [celle de *c*, *m*, *e*, *k*]. *Il est très probable que ceci est vrai de toutes les algèbres, de quelque nature qu'elles soient. Le Professeur* [Benjamin] *Peirce a démontré que l'algèbre de (156), d'un caractère si*

tiques» («The calculus of Quaternions, one of the greatest of all mathematical discoveries [...]») [C.P. 3.647].

13 «J'ai réussi à faire intéresser mon père à ce sujet [la logique des relations] et sa Linear Associative Algebra circulait parmi ses amis avant que l'impression de mon mémoire [de 1870] ait été achevée. Nous étions donc en train de travailler simultanément sur des sujets très proches, et nous en discutions ensemble continuellement. Par conséquent, il est impossible de préciser ce qui est dû à chacun de nous. En mathématiques il était naturellement mon maître, et d'un génie infiniment supérieur au mien; aussi, en cas de doute, il est plus sûr de lui attribuer toute contribution mathématique» («I interested my father in the subject [of the logic of relations], and his Linear Associative Algebra was issued to his friends before the printing of my memoir [of 1870] was complete. We were, therefore, working simultaneously upon closely related subjects, and continually discussing them together; and consequently, it is impossible to say precisely what was due to each. Of course, in mathematics, he was my master, and vastly my superior in genius; so that, in case of doubt, it is safer to attribute any mathematical step to him») [C.P. 4.301n].

fondamental en ce qui concerne l'algèbre pure et notre notation logique, est celle des quaternions de Hamilton [C.P. 3.130][14].

5. Classification de relatifs simples

Peirce conclut ce premier travail sur la logique des relations par un chapitre plus littéraire consacré à une classification des termes relatifs simples [C.P. 3.135*sqq*]. Il a confirmé à plusieurs reprises sa prédilection pour l'approche de la classification dans sa recherche d'unité systématique. N'oublions pas que la science de la classification est solidement ancrée dans le réel intelligible. Une classification explique le sens des termes classifiés au moyen de divisions, c'est-à-dire au moyen de mises en évidence de différentes *propriétés* des objets dont il s'agit. Cela revient à dire que la classification permet de définir en *compréhension*. En privilégiant cette méthode, Peirce cherche manifestement à expliquer le sens et le contenu des termes définis.

Nous présentons donc ce dernier chapitre du mémoire de 1870 en tant qu'exemple d'un schéma classificatoire de Peirce[15]. Il s'agit en l'occurrence d'une classification minutieuse et compliquée, pour ne pas dire confuse; nous tenterons de simplifier le plus possible.

Après avoir rappelé que tout relatif est soit simple soit conjugué, Peirce ne tient compte que des relatifs simples.

A part les propriétés de relations «standard», telles que la réflexivité, la symétrie et la transitivité, ainsi que leurs néga-

14 «I can assert, upon reasonable inductive evidence, that all such algebras can be interpreted on the principles of the present notation in the same way as those given above. In other words, all such algebras are complications and modifications of the algebra of (156). It is very likely that this is true of all algebras whatever. The algebra of (156), which is of such a fundamental character in reference to pure algebra and our logical notation, has been shown by Professor Peirce to be the algebra of Hamilton's quaternions.»

15 Pour un autre schéma, cf. C.P. 3.572sqq.

tions[16], Peirce s'intéresse notamment aux propriétés que l'on peut constater en *multipliant* des termes relatifs. Plus précisément, il s'intéresse aux multiplications successives, autrement dit aux «puissances» de relations.

Peirce appelle *cycliques* les relatifs dont quelque puissance (le produit répété de la relation par elle-même) contient des éléments de la forme (A:A); il appelle *non cycliques* les relatifs dont aucune puissance ne contient de tels éléments. Des relatifs tels que «cousin» sont cycliques.

Les relatifs dont aucune puissance n'est zéro sont appelés *inexhaustibles*, ceux dont au moins une puissance est zéro, *exhaustibles*. Le relatif «conjoint» est inexhaustible alors que «mari», lui, est exhaustible. Enfin, tous les relatifs dits cycliques sont inexhaustibles.

Peirce développe ces inclusions ainsi que d'autres. Ainsi, tous les relatifs «concurrents» sont «copulatifs». Tous les copulatifs sont «équiparants». Tous les équiparants sont cycliques. Tous les cycliques sont inexhaustibles. Tous les inexhaustibles sont «répétitifs».

Bien que Peirce mette en évidence différents systèmes d'inclusions, il ne les met pas en rapport entre eux. Par exemple, il affirme que tous les relatifs concurrents sont «continus», mais il ne dit rien sur les rapports entre relatifs continus et les autres sortes de relatifs.

Pour le reste, Peirce présente des définitions par divisions successives, telle qu'on les trouve dans le *Sophiste* de Platon. Par exemple, tout relatif est soit simple soit conjugué. Les relatifs simples se divisent en concurrents et opposants. Ils se divisent également en copulatifs et non-copulatifs; tous les concurrents sont copulatifs. La troisième division des relatifs simples est celle entre les équiparants et les disquiparants; tous les copulatifs sont équiparants. Et ainsi de suite: il y a dix «divisions» en tout.

Les inclusions et les divisions successives créent une sorte d'arbre, mais les rapports précis ne sont donnés que partielle-

---

16 Peirce appelle les relatifs symétriques «équiparents», et les non symétriques «disquiparents»; il appelle les réflexifs «self-relatifs», et les non réflexifs «aliorelatifs» [C.P. 3.136].

ment. On sait, par exemple, que les termes relatifs simples se divisent entre autres en *inexhaustibles* et en *exhaustibles* [C.P. 3.136*f*]; on sait par ailleurs que tous les inexhaustibles sont *répétitifs* [C.P. 3.136*g*]. Mais on ignore totalement si un relatif exhaustible peut également être répétitif, ou si un répétitif peut être exhaustible.

Ces inclusions sont généralement indépendantes les unes des autres. Si on sait que tous les cycliques sont inexhaustibles [C.P. 3.136*f*], et que tous les inexhaustibles sont répétitifs [C.P. 3.136*g*], donc que tous les cycliques sont répétitifs, on ne sait pas pour autant comment se présente l'arbre. Ce ne sont pas les répétitifs qui se divisent en inexhaustibles et en exhaustibles, mais tous les termes relatifs simples en général, qu'ils soit répétitifs ou non. De même, ce sont les termes cycliques comme les termes relatifs simples en général—et non les cycliques et les inexhaustibles—qui sont dans un rapport d'espèce à genre.

Si les relations d'inclusion sont en général claires, les «arbres» le sont moins. Ces arbres ne se présentent pas sous forme de ramifications comme nous en avons l'habitude, mais comme des «branches» plus ou moins séparées et «parallèles» aux autres branches, sans l'être complètement étant donné les quelques chevauchements. Les emboîtements sont évidemment compliqués et peu explicites.

Parmi les autres problèmes, on peut mentionner la difficulté de distinguer par exemple les *inexhaustibles* («les relatifs dont aucune puissance n'est zéro» [C.P. 3.136*f*]/«relatives no power of which is zero») des *répétitifs* («les relatifs [...] dont les produits [répétés] par eux-mêmes ne sont pas zéro» [C.P. 3.136*g*]/«relatives [...] whose products into themselves are not zero»).

Après cette classification, Peirce conclut en soulevant la question de l'axiomatique de la logique des relations. Selon lui, aucune axiomatisation n'est nécessaire. En effet, des axiomes ne pourraient être que des ersatz de définitions des relations logiques universelles et, «dans la mesure où celles-ci peuvent être définies, on peut se passer de tout axiome» [C.P. 3.149][17].

17 «[...] so far as these [the universal logical relations] can be defined, all axioms may be dispensed with.»

> *Les principes fondamentaux de la logique formelle ne sont pas à proprement parler des axiomes, mais des définitions et des divisions; et les seuls* **faits** *que cette logique contient sont en rapport avec l'identité des conceptions résultant de ces procédés avec certaines conceptions familières* [C.P. 3.149][18].

18 «The fundamental principles of formal logic are not properly axioms, but definitions and divisions; and the only facts which it contains relate to the identity of the conceptions resulting from those processes with certain familiar ones.»

CHAPITRE V

D'autres travaux de Peirce sur la logique des relations

1. Les articles de 1880 et 1883

Dans le travail de 1870 dont nous venons de rendre compte, Peirce traite tour à tour des trois sortes de termes qui forment le point de départ de sa théorie (termes individuels, relatifs infinitésimaux et élémentaires). Dans ses développements ultérieurs, en revanche, il ne sera question que des termes relatifs élémentaires, qui font l'objet, eux, d'un traitement extensionnel. L'intérêt du travail de 1870 est donc double: d'une part, Peirce y traite d'autres termes que les seuls «simples élémentaires»; d'autre part, il y offre une logique en *compréhension* des relations. Un tel travail mérite bien le chapitre à part que nous lui avons consacré. Mais les autres travaux de Peirce sur la logique des relations ne sont bien sûr pas sans intérêt et nous n'avons pas l'intention de les négliger. Ce cinquième et dernier chapitre portera donc sur des aspects importants des travaux ultérieurs de Peirce ainsi que sur certains thèmes abordés en 1870 et développés à travers l'ensemble de ses travaux au sujet des relations.

1.1. L'article de 1880

Selon Brent [1993, p. 13], Peirce a écrit son article de 1880 sur l'«Algèbre de la logique»[1] lorsqu'il était sous traitement pour une démence possible et tout en souffrant de nombreuses autres affections. Comme l'article de 1867 déjà mentionné («On an improvement in Boole's calculus of logic» [C.P. 3.1-3.19]),

---

1 American Journal of Mathematics, vol. 3, pp. 15-57 (1880). Réimpression in Hartshorne & Weiss (éds) [1931], C.P. 3.154-3.251.

celui de 1880 constitue avant tout une amélioration de l'algèbre de Boole. La relation d'«illation», que Peirce désigne «—<» et qu'il utilise pour la première fois dans son travail de 1870, fait également l'objet d'une analyse dans cette même étude. Peirce y démontre de nouvelles propriétés de cette relation et l'applique pour la première fois à des propositions.

Dans le troisième chapitre de cet article d'une quarantaine de pages, intitulé «Logique des relatifs», Peirce ne prend en considération que les relatifs simples élémentaires. Il appelle alors ces derniers «termes relatifs duaux» et les arrange en un bloc [C.P. 3.220]:

A : A	A : B	A : C	A : D	A : E	etc.
B : A	B : B	B : C	B : D	B : E	etc.
C : A	C : B	C : C	C : D	C : E	etc.
D : A	D : B	D : C	D : D	D : E	etc.
E : A	E : B	E : C	E : D	E : E	etc.
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.	

Selon Paisseran [1973, p. 63n], un élève de Bochenski, ce bloc constitue la première concrétisation de la notion de *domaine de relation*:

> *Le domaine est une notion en compréhension qui semble plus générale que la notion extensionnelle d'ensemble (ou de classe) qui correspondrait à un domaine particulier par rapport aux relations d'appartenance et d'inclusion. Mais, avec Peirce, ce n'est qu'une ébauche de la notion de domaine, et il faudra attendre Schröder et sa notion de «Bereich» pour en avoir une idée plus complète.*

Pour le reste, le travail de 1880 maintient les deux sortes d'«involution» utilisées dans le travail de 1870 («serviteur de toute femme» s^{f}; «serviteur de femmes uniquement» ${}^{s}f$) et ajoute l'addition relative («serviteur de toute non-femme», c'est-à-dire «de toute personne sauf des femmes» $s\dagger f$), qui fait pendant à la multiplication relative («serviteur d'une femme» sf) introduite en 1870.

1.2. L'article de 1883

En 1883, les opérations d'«involution» disparaissent dans «The logic of relatives» (Note B dans les *Studies in Logic by Members of the Johns Hopkins University* édité par Peirce). En effet, on trouve dans cette étude un calcul des relations exprimé *sans exposants*. Il s'agit, selon Lewis [1918, p. 90], de «la forme définitive du calcul des relations chez Peirce».

Dans cet article, après avoir défini un terme relatif dual (tel que «amoureux», «bienfaiteur», «serviteur») comme un nom commun qui désigne un couple ordonné [C.P. 3.328], Peirce présente un bloc analogue à celui utilisé dans son travail de 1880 [C.P. 3.329]—à la différence près qu'il s'agit ici, dans ce cas, uniquement de couples d'individus. Un relatif *général* peut être conçu comme la somme logique d'un certain nombre de couples (ordonnés) d'*individus*. Si a désigne «amoureux», alors on peut écrire:

$$a = \Sigma_i \Sigma_j (a)_{ij} (I\!:\!J)$$

où $(a)_{ij}$ est un coefficient numérique, dont la valeur est 1 dans le cas où I est amoureux de J, et 0 dans le cas opposé, et dont on doit prendre la somme pour tous les couples d'individus de l'univers [C.P. 3.329]. Cela revient à dire que a représente la somme logique de tous les couples de l'univers dont au moins l'un des membres est amoureux de l'autre. Selon Lewis [1918, p. 93], «Ceci constitue la toute première formulation d'une 'définition en extension', dont l'emploi est devenu courant en logique, quoique rarement sous cette forme exacte». D'après Kneale & Kneale [1962, p. 430], il s'agit également du premier emploi d'indices servant à montrer quels termes sont liés par chaque relation et dans quel ordre. Il s'agit également du premier emploi d'indices en rapport avec les quantificateurs Σ et Π que Peirce introduit dans le même article.

Ce calcul des relations, dans sa «forme définitive», est «multiforme», comme l'affirme Peirce avec modestie [C.P. 3.342]. Il n'est pas possible de soumettre cette algèbre à des règles rigides et strictes comme celles du calcul booléen; on doit au contraire se contenter de stratégies générales [*ibid.*]. Lewis nous rappelle cependant que les possibilités de solution et d'élimination algébriques ne constituent pas l'intérêt principal d'un calcul des relations:

> *Les stratégies de résolution de Peirce ont* [...] *moins d'importance que le fondement théorique sur lequel son calcul des relations se construit. C'est cela en effet qui s'est avéré utile dans les recherches ultérieures et qui a permi des contributions de grande valeur au développement de la logique* [1918, p. 92][2].

Ces bases théoriques sont pratiquement les mêmes dans tous les travaux de Peirce sur les relations.

1.3. Le fondement théorique

Rappelons donc les grandes lignes de cette théorie. Un relatif *individuel* est un couple ordonné qui se compose d'objets individuels[3]. Un relatif *général* est une somme logique de relatifs individuels. «Amoureux»—*a* dans l'exemple ci-dessus—est un relatif général. Conformément à la définition de Peirce

$$a = \Sigma_i \Sigma_j (a)_{ij} (I{:}J),$$

2 «Peirce's devices for solution are [...] of much less importance than is the theoretic foundation upon which his calculus of relatives is built. It is this which has proved useful in later research and has been made the basis of valuable additions to logistic development.» En fait, Lewis ne fait que reprendre les propos de Peirce lui-même, qui affirme que «[...] l'objectif principal [...] ne consiste pas à produire un calcul pratique qui permet de résoudre des problèmes logiques particuliers, mais à faciliter l'étude de principes logiques [...]» («[...] the principal object [...] is not to produce a handy calculus for the solution of special logical problems, but to help the study of logical principles [...]») [C.P. 3.485].

3 Pour la théorie des individus, cf. ici-même, pp. 44-54.

a est la somme logique de tous les relatifs individuels du bloc ci-dessus qui n'ont pas le coefficient 0. Il constitue une expression de la forme

$$a = (X : Y)_1 + (X : Y)_2 + (X : Y)_3 + \ldots$$

> *Si nous considérons la signification logique de* **+** [l'addition «logique», non relative], *nous voyons qu'il est possible de le lire «***a** *est soit* $(X : Y)_1$ *soit* $(X : Y)_2$ *soit* $(X : Y)_3$ *soit ...». Il serait par conséquent faux d'affirmer que a représente la* **classe** *des couples dont au moins l'un des membres est amoureux de l'autre. En effet,* **a** *représente un relatif individuel non spécifié,* **n'importe lequel** *de cette classe.* [...] *Un relatif général, défini de cette manière, constitue ce que Russell appelle une «variable réelle»* [Lewis 1918, p. 93][4].

Le relatif *a*, qui désigne de manière ambiguë n'importe lequel des couples dont au moins l'un des membres est amoureux de l'autre, constitue notamment un individu de deuxième intention [cf. ici-même, p. 45]. Il s'ensuit qu'il est possible de définir une deuxième intention au moyen d'une fonction propositionnelle («*I* aime *J*»), et ceci de la manière suivante: *a* représente la somme logique de tous les couples (*I:J*) pour lesquels «*I* aime *J*» est vrai. Ainsi, on peut, même à l'intérieur de la théorie de Peirce, reconstituer une approche semblable à celle adoptée par Whitehead et Russell qui est devenue standard. Ceci dit, l'approche des auteurs des *Principia mathematica* présente l'inconvénient de ne constituer qu'un «recyclage» de concepts et d'outils créés pour la logique non relationnelle. De plus, ils ne tirent pas profit des possibilités infiniment plus riches d'un calcul conçu spécifiquement pour les relations[5].

---

4 «If, now, we consider the logical meaning of +, we see that this may be read, 'b [for 'benefactor'] is either $(X : Y)_1$ or $(X : Y)_2$ or $(X : Y)_3$ or ...'. To say that b represents the class of benefactor-benefitted couples is, then, inexact: b represents an unspecified individual relative, any one of this class. [...] A general relative, so defined, is what Mr. Russell calls a 'real variable'.»

5 Tarski, par exemple, reconnaît que Whitehead et Russell ont tenu compte de la théorie des relations dans la logique, que cette théorie joue un rôle central

Quoiqu'il en soit, l'analyse peircienne de la proposition—qui consiste à la réduire à une relation portant éventuellement sur un certain nombre d'objets—reste indiscutablement la contribution la plus marquante de Peirce au développement de la logique. Sans oublier sa découverte des quantificateurs à partir de considérations sur la somme des relations et sur le produit relatif. Cela est-il dû au fait que Peirce a anticipé certains développements du courant qui était destiné à devenir dominant dans ce domaine? Ou s'agit-il, dans l'absolu, des «meilleurs» résultats des recherches de Peirce? A en croire Peirce lui-même, ces deux hypothèses paraissent plausibles. Voici, en effet, une appréciation du système de 1883 qui fait partie d'une étude de Peirce publiée en 1897:

> *Dans cette algèbre, toute proposition se compose de deux parties: ses quantificateurs et sa partie booléenne. Cette dernière se compose d'un certain nombre de relatifs réunis par une multiplication ou une addition non relatives. Aucune opération relative n'est nécessaire (quoiqu'on puisse y ajouter si on le désire). Chaque relatif élémentaire est représenté par une lettre à la ligne d'écriture avec des indices souscrits qui dénotent les heccéités* [c'est-à-dire les individus] *qui occupent ses blancs. Un obel est dessiné sur un tel relatif afin de le nier.*

---

dans leur système logique et que ces auteurs ont introduit plusieurs concepts nouveaux et importants en rapport avec le concept de relation. Ceci dit, Tarski affirme que «La plupart de ces concepts n'appartiennent pas, cependant, à la théorie des relations proprement dite, mais établissent plutôt des relations entre cette théorie et les autres branches de la logique. Principia mathematica n'a que très peu contribué au développement intrinsèque de la théorie des relations en tant que discipline déductive indépendante» («It is true that A.N. Whitehead and B. Russell, in Principia mathematica, included the theory of relations in the whole of logic, made this theory a central part of their logical system, and introduced many new and important concepts connected with the concept of relation. Most of these concepts do not belong, however, to the theory of relations proper but rather establish relations between this theory and other parts of logic: Principia mathematica contributed but slightly to the intrinsic development of the theory of relations as an independent deductive discipline.») [1941, p. 74].

On note les quantificateurs à gauche de la booléenne. Chaque quantificateur est un Π ou un Σ avec l'un des indices noté en dessous, afin d'indiquer que dans la partie booléenne on imagine chaque objet de l'univers substitué successivement pour cet indice et qu'on applique le produit non relatif (si le quantificateur est Π) ou la somme (si le quantificateur est Σ) sur les résultats. L'ordre des quantificateurs est bien sûr pertinent. Ainsi,

$$\Pi_i \Sigma_j a_{ij} = (a_{11}+a_{12}+a_{13}+\text{etc.}) \bullet (a_{21}+a_{22}+a_{23}+\text{etc.}) \bullet \text{etc.}$$

voudra dire que chacun aime quelque chose. En revanche,

$$\Sigma_j \Pi_i a_{ij} = a_{11}\bullet a_{21}\bullet a_{31}\bullet\text{etc.} + a_{12}\bullet a_{22}\bullet a_{32}\bullet\text{etc.} + a_{13}\bullet a_{23}\bullet a_{33}\bullet\text{etc.} + \text{etc.}$$

voudra dire que quelque chose est aimé par chacun[6] [C.P. 3.500-3.501][7].

Il est donc clair, quoique assez mal connu, que le langage de la logique des prédicats moderne—avec les quantificateurs introduits par Peirce portant sur ce qu'on appelle actuellement des expressions bien formées—est issu presque par hasard de considérations sur les opérations de multiplication et d'addition

---

6 Dans ces formules, «+» et «•» désignent l'addition et la multiplication «logiques» (non relatives).

7 «In this algebra every proposition consists of two parts, its quantifiers and its Boolian. The Boolian consists of a number of relatives united by a non-relative multiplication and aggregation. No relative operations are required (though they can be introduced if desired). Each elementary relative is represented by a letter on the line of writing with subjacent indices to denote the hecceities which fill its blanks. An obelus is drawn over such a relative to deny it.
To the left of the Boolian are written the quantifiers. Each of these is a Π or a Σ with one of the indices written subjacent to it, to signify that in the Boolian every object in the universe is to be imaged [sic] substituted successively for that index and the non-relative product (if the quantifier is Π) or the aggregate (if the quantifier is Σ) of the results taken. The order of the quantifiers is, of course, material. Thus $\Pi_i \Sigma_j$[...] will mean anything loves something. But $\Sigma_j \Pi_i$[...] will mean something is loved by all things.»

relatives[8]. Après avoir défini ces opérations le plus naturellement du monde en termes du produit relatif et de la somme relative, Peirce a été amené à remarquer non seulement que l'utilité de cette notation ne se limitait pas aux relations, mais aussi que l'introduction de quantificateurs permettait d'exprimer des propositions qui résistaient aux moyens d'expression du langage de la multiplication et de l'addition relatives [Kneale & Kneale 1962, p. 431].

2. L'article de 1885

2.1. La relation d'illation appliquée à des propositions

La dernière étude importante de Peirce dans le domaine de la logique des relations, publiée en 1885[9], reprend le titre de celle de 1880, «On the algebra of logic». Le sous-titre, «A contribution to the philosophy of notation», rappelle l'article de 1870: «Description of a notation for the logic of relatives, etc.» Dans l'étude de 1885, comme dans celle de 1880, Peirce analyse, entre autres, l'application de la relation d'illation «—<» aux propositions[10]. Selon Peirce, la particularité d'une proposition de la forme «*a*—<*b*», c'est-à-dire «si *a*, alors *b*», consiste en ce qu'elle s'applique non seulement au réel mais aussi à ce qui serait le cas si le monde était autre. Il domine, en somme, les différences entre une proposition de la forme «si *a*, alors *b*» et

8 A noter que le tout premier emploi des quantificateurs chez Peirce semble être dans l'étude de 1883, où il définit les opérations de multiplication et d'addition relatives en termes du produit relatif et de la somme relative: $(lb)_{ij} = \Sigma_x (l)_{ix} (b)_{xj}$ et $(l\dagger b)_{ij} = \Pi_x \{(l)_{ix} + (b)_{xj}\}$ [C.P. 3.333]. Dans cet article, Peirce utilise le symbole «†» pour désigner l'addition relative. Ainsi, «l†b» signifie «l de tout sauf des b».

9 American Journal of Mathematics, vol. 7, pp. 180-202 (1885). Réimpression in Hartshorne & Weiss (éds) [1931], C.P. 3.359-3.403].

10 La célèbre «loi de Peirce», présentée dans l'article de 1885 comme «cinquième icône» [C.P. 3.384], constitue l'une de ces applications.

les significations usuelles d'une proposition de la forme «*a* implique *b*».

> *L'utilité en est qu'on est mis en possession d'une règle, par exemple que «si* A *est vrai,* B *est vrai», telle que si l'on apprenait par la suite quelque chose qu'on ignore maintenant, à savoir que* A *est vrai, alors, grâce à cette règle, nous allons trouver que nous savons quelque chose d'autre, à savoir que* B *est vrai.* [...] *La proposition «*a—<b*»* [en revanche] *est vraie si* **a** *est faux ou si* **b** *est vrai, mais elle est fausse si* **a** *est vrai tandis que* **b** *est faux.* [...] *On verra par exemple qu'à partir de* x=<y [la négation de x—<y] *il est possible d'inférer* z—<x. *Mais ceci ne veut pas dire que dans l'état réel des choses* **x** *est vrai et* **y** *faux, donc dans tout état de choses* **z** *est faux ou* **x** *est vrai. Ce que l'on veut dire, c'est bien plutôt: quel que soit l'état des choses dans lequel on trouve* **x** *vrai et* **y** *faux, dans celui-là* **z** *est faux ou* **x** *est vrai. Voilà comment la proposition ne se limite pas à l'état réel des choses mais s'applique à n'importe quel état de choses particulier* [C.P. 3.374-3.375][11].

2.2. La quantification

Il semble généralement admis que nous devons les quantificateurs universel et existentiel à Peirce et à son élève Mitchell[12].

---

11 «The utility of this is that it puts us in possession of a rule, say that 'if A is true, B is true', such that should we hereafter learn something of which we are now ignorant, namely that A is true, then, by virtue of this rule, we shall find that we know something else, namely, that B is true. [...] The proposition a—<b [on the other hand] is true if a is false or if b is true, but is false if a is true while b is false. [...] For example, we shall see that from x=<y we can infer z—<x. This does not mean that because in the actual state of things x is true and y false, therefore in every state of things either z is false or x true; but it does mean that in whatever state of things we find x true and y false, in tht state of things either z is false or x is true. In that sense, it is not limited to the actual state of things, but extends to any single state of things.»

12 Selon Kneale & Kneale [1962, p. 431], bien que Mitchell utilise les opérateurs Σ et Π dans sa contribution aux Johns Hopkins Studies in Logic de 1883, éditées par Peirce, il n'utilise pas les deux en même temps et il ne leur attribue

Ceci dit, on attribue le premier emploi de ces quantificateurs à Frege, dont l'influence a dépassé celle de Peirce par la suite.

De l'avis de Putnam [1982, p. 297], cette appréciation apparemment contradictoire résulte du manque de précision de la notion de «découverte». Bien qu'il soit probable que Leif Erikson ait été le premier à «découvrir» l'Amérique, par exemple, c'est à Christophe Colomb que revient l'honneur de la découverte effective. Le génois a en effet réussi à faire connaître sa découverte, c'est-à-dire à faire reconnaître par d'autres l'existence du nouveau monde. De manière tout à fait analogue, il est certain que Frege a été le premier à «découvrir» le quantificateur (quatre ans avant Mitchell, d'après les dates de publication). Mais Peirce et ses élèves l'ont découvert au sens effectif. En effet, Frege est encore presque inconnu à l'époque et sa «découverte» passe inaperçue, alors que toute la communauté scientifique mondiale connaît Peirce et accorde le plus grand intérêt à ses résultats.

Peirce s'intéresse au problème logique de *quelque* et *tout* depuis les années 1860; dans son analyse de l'algèbre de Boole, publiée en 1867, il affirme déjà que le calcul logique de Boole ne permet pas d'exprimer des propositions particulières ou même des classes partielles, du genre «quelque *a*» [C.P. 3.18]. C'est donc avec une satisfaction évidente qu'il annonce, en 1885, que «toutes les tentatives d'introduire cette distinction [*quelque* et *tout*] dans l'algèbre de Boole ont échoué plus ou moins complètement jusqu'à ce que M. Mitchell a montré comment il fallait s'y prendre» [C.P. 3.393][13].

La proposition se décompose en deux parties, le quantificateur et son champ, ou, pour reprendre les termes de Peirce, la partie qui quantifie et la partie proprement «booléenne».

---

pas encore les significations précises que Peirce leur donne. «Peirce a créé un symbolisme adapté à la logique toute entière» («What Peirce created was a symbolism adequate for the whole of logic») [ibid.].

Peirce lui-même désigne les opérateurs Σ et Π «quantificateurs» («quantifiers»)—cf., par exemple, C.P. 3.501 (cité ici-même, p. 65).

13 «All attempts to introduce this distinction into the Boolian algebra were more or less complete failures until Mr. Mitchell showed how it was to be effected.» (Cf. aussi C.P. 4.391.)

M. Mitchell applique sa notation pour **quelque** *et* **tout** *à un univers bidimensionnel, c'est-à-dire à la logique des relations. Afin de rendre la notation aussi iconique que possible, nous pouvons utiliser* Σ*, qui évoque une somme, pour* **quelque**, *et* Π*, qui évoque un produit, pour* **tout**. *Ainsi,* $\Sigma_i x_i$ *veut dire que* **x** *est vrai pour quelque individu dénoté par* **i** *ou*

$$\Sigma_i x_i = x_i + x_j + x_k + \text{etc.}$$

De même, $\Pi_i x_i$ *signifie que* **x** *est vrai pour tous ces individus, ou*

$$\Pi_i x_i = x_i x_j x_k, \text{ etc.}$$

Si **x** *est une relation simple,* $\Pi_i \Pi_j x_{ij}$ *signifie que tout* **i** *est dans cette relation avec tout* **j**. *De même,* $\Sigma_i \Pi_j x_{ij}$ *signifie que quelque* **i** *est dans la relation* **x** *avec tout* **j** *et* $\Pi_j \Sigma_i x_{ij}$ *veut dire que pour tout* **j**, *quelque* **i** *est dans cette relation. Enfin,* $\Sigma_i \Sigma_j x_{ij}$ *signifie que quelque* **i** *est dans la relation* **x** *avec quelque* **j**. *Il faut remarquer que* $\Sigma_i x_i$ *et* $\Pi_i x_i$ *ne sont qu'***analogues** *à une somme et un produit; ils ne sont pas strictement de cette nature parce que les individus de l'univers peuvent être innombrables* [C.P. 3.393][14].

---

14 «Mr. Mitchell has also a very interesting and instructive extension of his notation for some and all, to a two-dimensional universe, that is, to the logic of relatives. Here, in order to render the notation as iconical as possible we may use Σ for some, suggesting a sum, and Π for all, suggesting a product. Thus $\Sigma_i x_i$ means that x is true of some one of the individuals denoted by i [...]. In the same way, $\Pi_i x_i$ means that x is true of all these individuals [...]. If x is a simple relation, $\Pi_i \Pi_j x_{ij}$ means that every i is in this relation to every j, $\Sigma_i \Pi_j x_{ij}$ that some one i is in this relation to every j, $\Pi_j \Sigma_i x_{ij}$ that to every j some i or other is in this relation, $\Sigma_i \Sigma_j x_{ij}$ that some i is in this relation to some j. It is to be remarked that $\Sigma_i x_i$ and $\Pi_i x_i$ are only similar to a sum and a product; they are not strictly of that nature, because the individuals of the universe may be innumerable.»

Il ressort de ce passage que Peirce quantifie non seulement des individus mais aussi des relations. En réalité, il applique ses quantificateurs même à des relations appartenant à divers univers du discours. Frege (et, après lui, Russell), en revanche, n'applique des formules logiques qu'à un seul univers du discours déterminé, c'est-à-dire l'univers lui-même («tous les objets» ou «toutes les fonctions»). Chez Frege et Russell, contrairement à Peirce, «Les champs des quantificateurs sont déterminés d'avance, une fois pour toutes» [Goldfarb 1979, p. 352][15].

3. Peirce et la logique du premier ordre

La logique de Peirce est donc infiniment plus souple et plus riche que les systèmes qui s'inscrivent dans le programme «logiciste» de Frege et Russell. Et Peirce, contrairement à ces derniers, distingue la logique quantificationnelle «du premier ordre» (on lui doit d'ailleurs le terme) de la logique en général et se montre disposé à en traiter en tant que telle [Putnam 1982, p. 296]. De ce point de vue, il était plus proche de «notre» logique que les différents systèmes logicistes pourtant plus proche dans le temps.

Il est certes possible d'*imposer* la logique du premier ordre aux systèmes logicistes: il s'agit alors du fragment du système de Frege ou de Russell qui ne contient que ce qui appartient à une telle logique. Ce fragment ne constitue cependant pas, à strictement parler, un système comme on en trouve chez Peirce.

> [Un tel fragment] *contient des lois concernant le comportement logique d'objets ou d'individus; mais aucune de ces lois n'affirme quoi que ce soit qui s'applique à d'autres sortes d'entités. (Ce point est obscurci dans une certaine mesure pour*

15 Du point de vue logiciste, la logique se limite au système même. Les résultats de la logique sont tout simplement les vérités logiques qu'il est possible de dériver à l'intérieur du système. On ne s'intéresse pas aux questions méta-systématiques.

le lecteur moderne par l'emploi de l'ambiguïté des types de Russell, c'est-à-dire de variables dont le type n'est pas spécifié.) Bref, nous ne pouvons pas saisir en termes frégéens ou russelliens un des aspects principaux de **notre** *manière de comprendre la théorie de la quantification, c'est-à-dire en tant que cadre schématique général, ou logique* **sous-jacente**, *applicable à n'importe quel domaine mathématique particulier* [...]. *De* **notre** *point de vue, les vérités logiques sont complètement générales, non pas au sens d'être les vérités les plus générales concernant un «mobilier logique», mais au sens de ne se limiter à aucun domaine en particulier et d'être applicable quels que soient les objets que nous voulons examiner. Or aucun fragment du système de Frege ou de Russell ne possède* **ce** *type de généralité* [Goldfarb 1979, pp. 352-353].

Il est vrai que Peirce n'a donné aucun système d'axiomes pour la logique du premier ordre. En revanche, ses «graphes existentiels»—qui constituent une des premières approximations à un système de déduction naturelle—fournissent une procédure de preuve complète pour la logique du premier ordre [cf. C.P. vol. IV, lb. ii]. Peirce semble avoir estimé que ces graphes permettraient de combler toute lacune propre à sa logique des relations:

Dans un certain «Syllabus of Logic», partiellement imprimé mais inédit, qui contient la seule description formelle ou complète des graphes existentiels que j'ai jamais essayé de donner, j'ai stipulé comme une règle qu'aucun graphe ne pouvait être à la fois partiellement dans une zone et partiellement dans une autre. Je l'ai dit tout simplement parce que je ne pouvais donner aucune interprétation d'un graphe qui traverse une division. Cependant, dès que je me suis rendu compte que le **verso** *de la feuille représente un univers de possibilité, j'ai compris qu'un tel graphe est non seulement interprétable mais qu'il comble une grande lacune dans l'ensemble de mes développements antérieurs de la logique des relations. En* *effet, j'ai toujours reconnu qu'une possibilité peut être* **réelle**, *c'est-à-dire que nier la réalité de la possibilité que moi-même je lève le bras, même si le moment venu je ne le lève* **pas**, *relève de la pure folie. Et, dans toutes mes tentatives de classifier les relations, j'ai toujours reconnu la classe des* **références**, *comme je les appelle, comme une grande classe de relations où l'un des termes est un existant et l'autre une simple possibilité. Pourtant, chaque fois que j'ai essayé de développer la logique des relations, je n'ai pas tenu compte de ces références, malgré leur importance évidente, tout simplement parce que les algèbres ou les autres formes de schématisation que j'ai utilisées ne semblaient pas me fournir des moyens pour les représenter. Il va presque sans dire que le moment où j'ai découvert—par le* **verso** *de la feuille des graphes existentiels—une représentation d'un univers de possibilité, je me suis aperçu qu'une* **référence** *est représentée par un graphe qui traverse une division, conquérant ainsi un vaste domaine de la pensée pour le placer sous la maîtrise et la domination de la logique exacte* [C.P. 4.579][16].

---

16 «[...] In a certain partly printed but unpublished 'Syllabus of Logic', which contains the only formal or full description of Existential Graphs that I have ever undertaken to give, I laid it down, as a rule, that no graph could be partly in one area and partly in another; and this I said simply because I could attach no interpretation to a graph which should cross a cut. As soon, however, as I discovered that the verso of the sheet represents a universe of possibility, I saw clearly that such a graph was not only interpretable, but that it fills the great lacuna in all my previous developments of the logic of relatives. For although I have always recognized that a possibility may be real, that it is sheer insanity to deny the reality of the possibility of my raising my arm, even if, when the time comes, I do not raise it; and although, in all my attempts to classify relations, I have invariably recognized, as one great class of relations, the class of references, as I have called them, where one correlate is an existent, and another is a mere possibility; yet whenever I have undertaken to develop the logic of relations, I have always left these references out of account, notwithstanding their manifest importance, simply because the algebras or other forms of diagrammatization which I employed did not seem to afford me any means of representing them. I need hardly say that the moment I discovered in the verso of the sheet of Existential Graphs a representation of a universe of possibility, I perceived that a reference would

A l'image de la «logique exacte» de Peirce, donc, notre étude ne sera pas vraiment terminée tant que les graphes existentiels n'auront pas été présentés. Mais il s'agit-là bien évidemment d'un thème pour un autre cahier . . . !

4. Conclusions

Dans ce qui précède, nous avons souligné à plusieurs reprises l'«universalité» de la logique de Peirce. N'oublions pas, en effet, que toute proposition y est analysée de la même manière, c'est-à-dire comme une *relation* entre termes dont le nombre peut varier de 0 à *n* (ainsi, la proposition elle-même est considérée comme une relation «0-aire») [cf. C.P. 4.438]. Les termes peuvent appartenir à des catégories différentes (des noms d'objets ou des noms de classes, par exemple) [C.P. 3.77] et même à des univers du discours différents [C.P. 3.393]. Les opérations peuvent également être de natures distinctes (relatives ou non relatives, par exemple). Dans une même expression, il est possible d'utiliser des opérations diverses (et cela sur des termes de catégories diverses) [C.P. 3.68]. Les quantificateurs peuvent porter aussi bien sur des individus que sur des relations et même sur des relations appartenant à divers univers du discours [C.P. 3.393]. Etant donné la souplesse et l'envergure de cet outil, il n'est pas étonnant que Peirce caractérise la logique des relations comme «la logique formelle généralisée jusqu'au bout» [C.P. 3.473].

L'aspect universel de la logique de Peirce est dû non seulement aux différentes possibilités que nous venons de souligner, mais aussi à la diversité de ses applications concrètes—à ce que Goldfarb appelle son rôle de cadre schématique général, ou de logique sous-jacente, applicable à n'importe quel domaine mathématique particulier [cf. ici-même, p. 71]. En effet, conformément à sa conception architectonique, Peirce estime que tous les éléments de l'univers scientifique reposent sur un fond

be represented by a graph which should cross a cut, thus subduing a vast field of thought to the governance and control of exact logic.»

de logique. Il élabore une logique adaptée à toute activité déductive, et cela quel que soit le domaine concerné. Il refuse la possibilité même d'arguments valides dont la logique—sans aucune «intuition» liée spécifiquement à la matière en question—ne pourrait rendre compte à elle seule.

Peirce rejète toute logique «trop purement formelle» susceptible de «dégénerer en récréation mathématique» [C.P. 2.710][17]. Son insistance sur la nécessité d'une logique qui reste en rapport direct avec nos préoccupations scientifiques réelles est soulignée par la priorité qu'il accorde à la dimension *intensionnelle* du raisonnement. Son intérêt de toujours pour la classification et pour la définition montre également l'importance qu'il attache aux contenus significatifs. Et lorsqu'il s'agit de traiter des relations, Peirce procède par décomposition (par «définition» et «division»). De son point de vue, les petits-enfants sont avant tout les enfants des enfants et non pas la «somme logique des petits-fils et des petites-filles». Pour Peirce donc, la notion même de relation—contrairement à celle de la classe—est essentiellement intensionnelle.

Le présent cahier ne constitue qu'une brève introduction à un seul des nombreux domaines de recherche de Peirce. Nous espérons tout de même avoir montré l'importance de sa logique des relations ainsi que la richesse des résultats qui restent à exploiter.

---

17 «[...] formal logic must not be too purely formal; it must represent a fact of psychology, or else it is in danger of degenerating into a mathematical recreation.»

BIBLIOGRAPHIE DES OUVRAGES CITES

ASHWORTH E.J. [1967]: Joachim Jungius (1587-1657) and the Logic of Relations. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, vol. 49, pp. 72-84.

BEATTY R. [1969]: Peirce's Development of Quantifiers and of Predicate Logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 10, pp. 64-76.

BLANCHE R. [1970]: *La logique et son histoire d'Aristote à Russell* (Colin, Paris).

BOCHENSKI I.M. [1961]: *A History of Formal Logic* (Chelsea, New York).

BOLER J.F. [1963]: *Charles Peirce and Scholastic Realism* (University of Washington Press, Seattle).

BRENT J. [1993]: *Charles Sanders Peirce. A Life* (Indiana University Press, Bloomington).

BRINK C. [1978]: On Peirce's Notation for the Logic of Relatives. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, vol. 14, pp. 285-304.

CHENU J. [1984]: *C.S. Peirce. Textes anticartésiens* (Aubier, Paris).

DE MORGAN A. [1847]: *Formal Logic: or, The Calculus of Inference, Necessary and Probable*, edited by A.E. TAYLOR (Open Court, London 1926).

De Morgan A. [1850]: On the Syllogism: II. On the Symbols of Logic, the Theory of the Syllogism, and in particular of the Copula, in Heath (éd.) [1966], pp. 22-68.

De Morgan A. [1860a]: On the Syllogism: IV; and on the Logic of Relations, in Heath (éd.) [1966], pp. 208-246.

De Morgan A. [1860b]: Logic: from the *English Cyclopedia*, in Heath (éd.) [1966], pp. 247-270.

Dipert R.R. [1981]: Ein Karlsruher Pionier der Logik. Ernst Schröders Beitrag zur Logik und den Grundlagen der Mathematik. *Fridericiana*, vol. 27, pp. 23-44.

Dipert R.R. [1981]: Peirce's Propositional Logic. *Review of Metaphysics*, vol. 34, pp. 569-595.

Dipert R.R. [1982]: Set-theoretical Representations of Ordered Pairs and Their Adequacy for the Logic of Relations. *Canadian Journal of Philosophy*, vol. 12, pp. 353-373.

Dipert R.R. [1984]: Peirce, Frege, the Logic of Relations, and Church's Theorem. *History and Philosophy of Logic*, vol. 5, pp. 49-66.

Fisch M.H. [1982]: Introduction, in *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition.* Vol. I, 1857-1866, edited by the Peirce Edition Project (Indiana University Press, Bloomington), pp. xv-xxxv.

Frege G. [1879]: *Begriffsschrift, eine der artihmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, in Angelelli (éd.), *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, 2. Auflage (Olms, Hildesheim 1964).

Goldfarb W.D. [1979]: Logic in the Twenties: the Nature of the Quantifier. *Journal of Symbolic Logic*, vol. 44, pp. 351-368.

HARTSHORNE C. & WEISS P. (éds) [1931]: *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, second printing (Belknap Press, Cambridge Mass. 1960).

HEATH P. (éd.) [1966]: *On the Syllogism ant Other Logical Writings by Augustus De Morgan* (Routledge & Kegan Paul, London).

HINTIKKA J. [1980]: C.S. Peirce's 'First Real Discovery' and Its Contemporary Relevance. *The Monist*, vol. 63, pp. 304-315.

KANT I. [1787]: *Kritik der reinen Vernunft*, 2. Auflage (de Gruyter, Berlin 1968). Trad. par J.-L. DELAMARRE et F. MARTY in *Emmanuel Kant, Oeuvres philosophiques*, vol. I (Gallimard, Paris 1980).

KENT B. [1987]: *Charles S. Peirce. Logic and the Classification of the Sciences* (McGill-Queen's University Press, Kingston).

KEYSER C.J. [1935]: A Glance at Some of the Ideas of Charles Sanders Peirce. *Scripta mathematica*, vol. 3, pp. 11-37.

KIEFFER J.S. [1964]: *Galen's Institutio Logica.* English Translation, Introduction, and Commentary (Johns Hopkins, Baltimore).

KNEALE W. & KNEALE M. [1962]: *The Development of Logic* (Clarendon Press, Oxford).

KOTARBINSKI T. [1957]: *Leçons sur l'histoire de la logique.* Traduit du polonais par A. POSNER (Presses universitaires de France, Paris 1964).

LEWIS C.I. [1918]: *A Survey of Symbolic Logic* (Dover, New York 1960).

MARTIN R.M. [1978]: Of Servants, Lovers, and Benefactors: Peirce's Algebra of Relatives of 1870. *Journal of Philosophical Logic*, vol. 7, pp. 27-48.

MERRILL D.D. [1977]: On De Morgan's Argument. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 18, pp. 133-139.

MERRILL D.D. [1978]: De Morgan, Peirce and the Logic of Relations. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, vol. 14, pp. 247-284.

MERRILL D.D. [1984]: The 1870 Logic of Relatives Memoir, in *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition.* Vol. II, 1867-1871, edited by the Peirce Edition Project (Indiana University Press, Bloomington), pp. xlii-xlviii.

MERRILL D.D. [1990]: *Augustus De Morgan and the Logic of Relations* (Kluwer, Dordrecht).

MICHAEL E. [1974]: Peirce's Early Study of the Logic of Relations 1865-1867. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, vol. 10, pp. 63-75.

MICHAEL E. [1979]: An Examination of the Influence of Boole's Algebra on Peirce's Developments in Logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 20, pp. 801-806.

MOORE E.C. [1982]: Preface, in *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition.* Vol. I, 1857-1866, edited by the Peirce Edition Project (Indiana University Press, Bloomington), pp. xi-xiii.

MURPHEY M.G. [1961]: *The Development of Peirce's Philosophy* (Harvard University Press, Cambridge Mass.).

PAISSERAN E. [1973]: *La logique des relations et son histoire.* Thèse présentée à la Faculté des Lettres de l'Université de Fribourg/Suisse.

PUTNAM H. [1982]: Peirce the Logician. *Historia mathematica*, vol. 9, pp. 290-301.

QUINE W.V.O. [1934-1935]: Review of Hartshorne and Weiss (eds), Collected Papers of Charles Sanders Peirce, vol. III. *Isis*, vol. 22, pp. 285-297.

QUINE W.V.O. [1950]: *Methods of Logic*, revised edition (Holt, Rinehart and Winston, New York 1959).

RUSSELL B. [1919]: *Introduction to Mathematical Philosophy* (George Allen and Unwin, London 1953).

TARSKI A. [1936]: *Introduction à la logique*. Texte établi sur la deuxième édition anglaise [1946] et traduit par J. TREMBLAY S.J. Troisième édition revue (Gauthier-Villars, Paris 1971).

TARSKI A. [1941]: On the Calculus of Relations. *Journal of Symbolic Logic*, vol. 6, pp. 73-89.

THOM P. [1977]: Termini obliqui and the Logic of Relations. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, vol. 59, pp. 143-155.

WIENER P.P. (éd.) [1958]: *Charles S. Peirce: Selected Writings* (Dover, New York 1966).

INDEX LOCORUM

1.4 29
1.231 31
1.347 41
1.370-371 41
1.562 .... 27, 33
1.564-565 41

2.710 74

3.18 68
3.45 9
3.47 39
3.63 41
3.67 39
3.68 .... 40, 73
3.77 .... 40, 73
3.92 44
3.94 44-45
3.95 .... 47, 49
3.96-97 47
3.97 48
3.100-120 49
3.111 .... 40, 49
3.112-113 40
3.121 49-50
3.123-124 50-52
3.125 52
3.130 53-54
3.135 54-57
3.136 55-56
3.144 41
3.149 56-57
3.173 39
3.199 39
3.220 60
3.328 61
3.329 61
3.333 66
3.342 61-62
3.374-375 67
3.384 66
3.393 .... 68-69, 73
3.402 33
3.421 41
3.473 .... 10, 33, 73
3.500-501 65
3.572 54
3.574 43
3.619 32
3.646-648 28
3.647 52-53

4.2 29
4.4 35
4.301 .... 34, 43, 53
4.322 28
4.438 73
4.545 31
4.579 72

INDEX DES AUTEURS

Agassiz, L. 25-26, 31
Aristote 11-12, 16
Ashworth, E.J. 3, 14-15

Bancroft G. 24
Blanché, R. 16
Bochenski, I.M. 16, 60
Boole, G. 5, 9, 33-36, 39-40, 46, 60, 68
Brent, J. 29, 59
Brink, C. 40, 43

Chenu, J. 27-29

De Morgan, A. 3, 5, 9, 11, 17-21, 27, 33-36, 40, 43, 46
Dietericus, C. 14

Emerson R.W. 24

Fisch, M.H. 23-24, 26-27
Frege, G. 4-5, 68, 70-71

Galien 2, 9, 12-14
Goclenius, R. 14
Goldfarb, W.D. 70-71, 73
Guillaume d'Occam 16

Hamilton, W. 20
Hamilton, W.R. 52, 54
Heath, P. 3
Holmes, O.W. 24

James, H. 27
James, W. 26-29
Jevons, W.S. 46
Jungius 3, 9, 15-16

Kant I. 29-30
Keckermann 14
Kent, B. 25
Keyser, C.J. 5
Kieffer, J.S. 3, 12
Kneale, M. 61, 66-67
Kneale, W. 61, 66-67
Kotarbinski, T. 5

Ladd-Franklin, C. 28
Leibniz, G.W. 3, 10, 16-17, 23
Lewis, C.I. 6-7, 35, 42, 48, 51, 53, 61-63
Longfellow, H.W. 24
Lowell, J. 24
Luther, M. 14

Mélanchthon, P. 14
Merrill, D.D. 3, 17, 39-40, 43
Mitchell, O.H. 28, 48, 67-69
Moore, E.C. 6
Motley, L. 24
Murphey, M.G. 23, 25-29, 31

Norton, C. 24

Paisseran, E. 47, 49, 51, 60
Peirce, B. 23-25, 28, 31, 53
Peirce, C.S. *passim*
Polanus, A. 14
Post, E. 5
Putnam, H. 6, 42, 68, 70

Quine, W.V.O. 4, 43

Reid, T. 19, 21
Russell, B. 4-6, 63-64, 70-71

Schröder, E. 60
Story, W. 24
Sylvester, J.J. 28

Tarski, A. 1, 11, 63-64
Thom, P. 16

Webster N. 24
Welby V. 24-27
Whately, R. 25
Whitehead, A.N. 63-64
Wiener P.P. 24-28

INDEX DES MATIERES

addition
  arithmétique 39
  logique 40, 61-62, 64-65
  relative 60, 64-66
algèbre de Boole 9, 34-36, 39, 46, 60-61, 68
algèbres linéaires associatives 53
architectonique 29-31, 73
a rectis ad obliqua 15
axiomatique 56-57

Begriffsschrift 4, 6

calcul universel 3
  voir aussi logique universelle
catégorie 29-31
classification 26, 29-32, 54-57, 74
Club de métaphysique 27
Club scientifique de Cambridge 24
copule abstraite 17-18
Critique de la raison pure 29

définition 32, 54-57, 74
  en extension 61
deuxième intention, *voir* intention
domaine de relation 60

Erotemata dialectices 14

Formal Logic 17

graphe existentiel 71-73

Harvard University 23, 26-28

illation 39, 60, 66-67
individu 43-50, 61, 69-70
Institutio logica 3, 12, 14
Institutiones dialecticae 14
intention, deuxième 45-46, 63
inversion, *voir* relation inverse
involution
  inverse 40, 49, 60-61
  relative 40, 47, 60-61

Johns Hopkins University 27-28

langage universel 10
Laws of Thought 5, 34
Logica hamburgensis 15
logique
  des classes 35, 39-40
  du premier ordre 70-71
  des relations *passim*
  syllogistique 10-11, 34-35
  universelle 9-10, 33-34
loi de Peirce 66

multiplication
logique 40, 47, 64-65
relative 40, 46-47, 60, 64-66

opération 39-40, 46-48, 60, 64-66

praedicatum inest subjecto 16-17
pragmatisme 27-28
Principia mathematica 63-64
proposition, analyse de la 42, 64-65, 68, 73

quantification 35, 48, 61, 64-70, 73
quaternion logique 52-54

référence 72
relation
inverse 11, 14-15, 20, 40, 46, 49
quantifiée 19
de la raison 14
réelle 14
voir aussi terme relatif
scalaire 52-54
Service géodésique 26-28
Sophiste 55
syllogisme oblique 11, 15-16

terme
absolu 41
conjugué 41
extrême universel 51
individuel 47-48, 50, 59
relatif
concurrent 55
continu 55
terme relatif *(suite)*
copulatif 55
cyclique 55
dual 60-61
élémentaire 47, 49-54, 59-60
équiparent 55
général 61-62
inexhaustible 55
infinitésimal 47-48, 50, 59
opposant 55
répétitif 55
simple 41, 54-57
terme relatif *versus* relation 42-44
Topiques 11

Travaux de logique
Liste des numéros parus

1. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Première partie. Septembre 1985 (épuisé).
2. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Deuxième partie. Janvier 1987 (épuisé).
3. James Gasser: La syllogistique d'Aristote à nos jours. Juin 1987.
4. Denis Miéville: Introduction à la théorie des systèmes formels. Première partie. Avril 1991 (réédition du n° 1; épuisé).
5. Denis Miéville Introduction à la théorie des systèmes formels. Deuxième partie. Avril 1991 (réédition du n° 2).
6. Denis Miéville: La négation, une étude logique. Mai 1991.
7. Denis Miéville (éd.): Kurt Gödel. Actes du colloque, Neuchâtel, 13 et 14 juin 1991. Septembre 1992.

Ces publications peuvent être obtenues auprès du Centre de Recherches Sémiologiques au prix de **Fr.s. 10.-** ; dès le n° 7 **Fr.s. 15.-**

Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques
Liste des numéros parus

*1. G. Vignaux: La nouvelle rhétorique. Revue critique et perspectives d'application. 1969-70.
*2. G. Vignaux: L'argumentation antique: Aristote. Janvier 1970.
*3. M.-J. Borel: Pour définir l'argumentation. 1969-70.
*4. F. Bugniet: Remarques sur les notions d'assertion linguistiques et de proposition logique. Septembre 1970.
*5. M.-J. Borel/G. Vignaux: L'étude de l'argumentation. Séminaire 1969-70.
*6. G. Vignaux: L'argumentation: bibliographie sélective. Janvier 1971.
*7. J.-B. Grize: Logique de l'argumentation et discours argumentatif. Mais 1971.
*8. J.-L. Galay: La rhétorique du discours de philosophie systématique. Essais d'analyse. Mars 1971.
*9. C. Morier: Charles Sanders Peirce et la sémiotique. Mars 1971.
*10. G. Vignaux: L'argumentation et le résumé. Mars 1971.
*11. C. Gillièron/C. Bonnet: Peut-on définir l'argumentation? Avril 1971.
*12. J.-B. Grize: Notes sur l'ontologie et la méréologie de S. Lesniewski. Mars 1972.
*13. M. Hirsbrunner/P. Fiala: Les limites d'une théorie saussurienne du discours et leurs effets dans la recherche sur l'argumentation. Avril 1972.
*14. C. Gillièron/A.-M. Badonnel/J.-P. Iacazzi: Les recherches psychologiques et psycholinguistiques sur la négation et les relations d'opposition. Mai 1972.
*15. J.-L. Galay: Esquisse pour une théorie figurale du discours. Septembre 1972.
*16. Y. Oppel: Sémiotique littéraire, à propos de la coordination, répétition et opposition dans un texte littéraire. Mai 1973.
*17. P. Fiala/C. Ridoux: Essai de pratique sémiotique. Juin 1973.
*18. M. Hirsbrunner: Pour une critique de la sémiotique de Roland Barthes. Juillet 1973.
*19. Y. Oppel: Colloque sur l'analyse du discours «Divergences et convergences». Février 1974.
*20. (Collectif): Logique, argumentation, discours (LAD). Recherche. Septembre 1974.
*21. (Collectif): Logique, argumentation, discours (LAD). Recherche. Septembre 1974.
*22. A.-F. Schmid: Philosophie et sciences chez Henri Poincaré: lecture philosophique. Octobre 1974.

*23. M.-J. Borel: Schématisation discursive et énonciation. Arguments théoriques et approche descriptive (LAD I). Octobre 1975.
*24. A. Licitra: Les relations interpropositionnelles. Huit types d'après R. Longacre (LAD I). Octobre 1975.
*25. (Collectif): Discours et structures sociales. Janvier 1977.
*26. M. Ebel: Langage, histoire, action: les recherches de Jean Pierre Faye. Septembre 1975.
*27. M. Ebel/P. Fiala: Recherches sur les discours xénophobes I. Juillet 1977.
*28. M. Ebel/P. Fiala: Recherches sur les discours xénophobes II. Juillet 1977.
*29. J.-B. Grize: Matériaux pour une logique naturelle (LAD I). Mai 1976.
*30. D. Miéville/M.-J. Borel/A. Licitra: Discours et analogie (LAD II). Mai 1977.
*31. J. Moeschler: Contribution linguistique à une sémiotique du cinéma. Mai 1977.
*32. A. Lecomte: Paraphrase et thématisation. Essais d'analyse logique. Décembre 1978.
*33. (Collectif): Langue et discours I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 2-4 octobre 1978. Mars 1978.
*34. (Collectif): Langue et discours II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 2-4 octobre 1978. Mars 1978.
*35. P. Baldi/J. Moeschler: Comment contrôler le discours: interaction et réfutation dans le débat Giscard-Mitterrand (1974). Juillet 1979.
*36. (Collectif): Quelques réflexions sur l'explication. Février 1980.
37. M. Sanchez-Mazas: Traduction arithmétique des graphes et des relations binaires et applications logiques et informatiques. Juin 1981.
*38. (Collectif): Le discours explicatif I. Septembre 1981.
*39. (Collectif): Le discours explicatif II. Septembre 1981.
40. C. Wülser: Actes de langage explicatifs. Février 1982.
*41. (Collectif): Logique naturelle du raisonnement. Avril 1982.
*42. (Collectif): Linguistique et sémiologie I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 5-6 octobre 1981. Juillet 1982.
43. (Collectif): Linguistique et sémiologie II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 5-6 octobre 1981. Juillet 1982.
* 44. (Collectif): Raisonnements et raisons. Avril 1983.
45. F. Albera: Problèmes de l'énonciation au cinéma. Février 1984.
46. (Collectif): Construction et transformations des objets du discours I. Colloque Besançon-Neuchâtel, 3-4 octobre 1983. Mars 1984.
47. (Collectif): Construction et transformations des objets du discours II. Colloque Besançon-Neuchâtel, 3-4 octobre 1983. Mars 1984.

*48. (Collectif): Analyse de texte assistée par ordinateur. Utilisation du logiciel DEREDEC. Janvier 1985.
*49. (Collectif): Problèmes et méthodes d'une analyse de texte articulant organisation cognitive, argumentation et représentations sociales. Juin 1985
50. (Collectif): Actes du colloque «Dialogisme et Polyphonie», 27/28 septembre 1985. Avril 1986.
*51. (Collectif): Le discours descriptif. Du texte aux objets de connaissance I. Juillet 1986.
*52. (Collectif): Le discours descriptif. Du texte aux objets de connaissance II. Juillet 1986.
*53. (Collectif): La référence. Points de vue linguistique et logique. Mars 1987.
54. D. Apothéloz/J.-B. Grize: Langage, processus cognitif et genèse de la communication. Septembre 1987.
*55. (Collectif): La schématisation descriptive. Types textuels, formes et fonctions discursives. Janvier 1988.
56. D. Miéville/R. Martin/A. Culioli/G.G. Granger/C. Gillièron/ G. Seel/J. Molino/L. Frey/J.-B. Grize: La négation sous divers aspects. Actes du colloque, Neuchâtel 22-23 octobre 1987. Septembre 1988.
*57. D. Miéville/D. Apothéloz/P.-Y. Brandt/ G. Quiroz/J.-B. Grize: La négation. Contre-argumentation et contradiction. Septembre 1989.
58. M. Charolles: De l'art de nager et des différentes manières d'en parler. Septembre 1990.
*59. D. Miéville/M.-J. Borel/J.-P. Desclés/J. Gasser/P.-Y. Brandt; D. Apothéloz/J. Moeschler/J. Jayez/M.F. Blès: La négation. Le rôle de la négation dans l'argumentation et le raisonnement. Actes du colloque, Neuchâtel 11-12 octobre 1990. Septembre 1991.
60. D. Miéville/D. Apothéloz/P.Y. Brandt: Les organisations raisonnées. Analyse de l'articulation de séquences discursives. Juin 1992.
61. D. Miéville/M. Chavaz/E. Gattico: Relations formelles et non formelles. Septembre 1993.

Les titres précédés d'un astérisque sont épuisés.
Les publications disponibles peuvent être obtenues auprès du Centre de Recherches Sémiologiques au prix de Fr.s 10.-. Dès le n° 59 Fr.s. 15.-.

Couverture: Atelier Seth, Peseux
Impression: Zentralstelle der Studentenschaft der Universität Zürich