Publié dans Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 62, 35-49, 1994,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

INHALTSLOGIK ET THEOREMATIC REASONING

Gerhard Heinzmann

Autour de 1891, Husserl oppose dans plusieurs articles (cf. Husserl 1891a, 1891b) la logique de l'extension, développée alors par Peirce, Schröder et d'autres, à une logique du contenu. Mais cette distinction ne vise pas la différence entre l'extension et l'intension d'un concept, c'est-à-dire «la totalité des objets qui ont en propre les marques distinctives du concept» (1891a, 172) et «la totalité des marques distinctives qui reviennent à l'objet du concept en tant que tel» (ibid.). En effet, les calculs fondés sur l'axiome d'extensionnalité extensionnelle [$a=b \leftrightarrow \forall x\ (x \varepsilon a \leftrightarrow x \varepsilon b$] ou sur l'axiome d'extensionnalité intensionnelle [$a=b \leftrightarrow \forall x\ (a \varepsilon x \leftrightarrow b \varepsilon x$] — Husserl parle dans ce cas d'un «calcul des contenus idéaux» (ibid.) — sont équivalents si on présuppose l'axiome de la paire. Husserl vise autre chose. Pour lui, la logique de l'extension dans les deux formes indiquées, se fait illusion sur ses propres buts: «un simple domaine partiel de la logique déductive est confondu avec celle-ci elle-même» (1891b, 244). C'est «la petite partie [...] qui appartient à la *théorie "formelle" de la déduction*» (1891b: 245):

> Pour être plus précis, c'est le domaine des purs rapports de conditionnement [Bedingtheiten] entre n'importe quels jugements, dans lesquels, en tant qu'ils sont "purs", la réflexion ne porte pas sur les particularités du contenu des termes jugés. [...] Surtout il n'englobe pas la totalité du domaine de la logique déductive en général. [...] Les sciences déductives ne font pas seulement tirer des conséquences, elles font aussi des opérations, elles construisent et elles calculent. [...] La théorie de toutes ces activités mentales qui, quoi qu'elles ne soient pas elles-mêmes des activités de conséquence, servent à la déduction de vérités scientifiques, appartient manifestement à la logique déductive,

> mais elle n'appartient pas au domaine des conséquences pures (1891b: 245/246).

En exigeant la constitution d'une logique du contenu qui devrait suivre de près le raisonnement naturel (cf.1891a: 177), Husserl semble opposer un **langage logique** au **calcul** ou à la technique de déduction, ou encore, plus précisément, à la logique en tant qu'algèbre où les signes sont réduits à des simples "marques":

> [...] l'erreur fondamentale qui est commise quand on caractérise la logique nouvelle comme [algèbre] [...] , est due au fait de méconnaître la différence essentielle entre *langage* et *algorithme* (1891b 258).

Notre description est-elle pertinente? Nous sommes en 1891, et Husserl ne critique pas le formalisme de Hilbert, mais l'approche de Schröder. Or, lorsqu'on tient compte du fait que Husserl décrira plus tard la déduction non aveugle comme accomplissement d'une intention, c'est-à-dire comme un acte dont le contenu est dirigé vers un objet, les déductions de Schröder ne peuvent être considérées comme aveugles. Car, dans ses *Vorlesungen über die Algebra der Logik,* Schröder se propose de développer un calcul dit "identique" qui, en choisissant différentes interprétations des symboles, admettrait les applications les plus variées: du calcul des classes au calcul des propositions, jusqu'à la théorie des groupes (cf. Schröder 1890: 160). Ainsi, Schröder oppose une logique conçue comme abstraction de tous les raisonnements scientifiques à une logique imaginée par Husserl en tant que langage universel et réel. Or, en même temps que le formalisme, Husserl combat une telle réduction de la logique à la théorie des ensembles conçu comme structure schématisée. Il réussit à critiquer d'une manière perspicace quelques confusions commises par Schröder, par exemple celle entre l'inclusion et l'appartenance; en soulignant, d'autre part, le caractère hypothétique des jugements de subsomptions $a=(=b$, il peut maintenir que l'existence et la non-existence sont des prédicats réels dont les extensions sont symbolisées respectivement par **1** et par **0**: «dans la mesure où quelque chose possède la marque distinctive de la non-existence, il possède aussi toute autre marque distinctive» (1891a: 182).

Mais Husserl n'a pas la force de préciser suffisamment le fonctionnement de sa logique du contenu. Au lieu de rechercher un développement technique propre à sa logique, il cherche toujours à la ramener aux calculs extensionnels existants. Cette tension entre une idée programmatique et sa réalisation technique accidentée est probablement responsable du fait que ses idées furent peu discutées.

Le langage de la logique du contenu et le calcul fregéen où le langage se réduit à la syntaxe et la sémantique, sont les deux extrêmes qui encadrent le projet de Schröder.

Cependant, il existe un quatrième chemin, situé entre les théories de Husserl et Schröder. Dans son article *Sur la nature du raisonnement mathématique,* paru en 1894, Henri Poincaré discute le dilemme suivant: d'une part, les mathématiques sont une science exacte, c'est-à-dire leurs preuves sont d'une parfaite rigueur, donc en apparence déductives et, d'autre part, les conclusions des raisonnements mathématiques constituent souvent une extension par rapport à la connaissance exprimée dans les prémisses. Voici comment Poincaré résout le dilemme: à l'opposé du but déclaré des logicistes, l'analyticité ou la rigueur ne peuvent pas figurer comme critère d'une preuve correcte dans les mathématiques, si l'on leur attribue, comme le dilemme suggère, un caractère logique. Et ceci est particulièrement vrai en arithmétique. Je cite la formulation la plus concise de Poincaré:

> Il faut bien concéder que le raisonnement mathématique a par lui-même une sorte de vertu créatrice et par conséquent qu'il se distingue du syllogisme (SH: 32).

L'existence de cette vertu créatrice n'est pourtant pas un argument contre le logicisme, puisque, en 1894, la logique était évidemment une théorie beaucoup plus complexe que la syllogistique. Ce fait admis, l'aspect constructif de l'argument poincaréien est plus intéressant. Sur quel principe fonder la *vertu créatrice* inhérente au raisonnement mathématique? Poincaré indique le principe de récurrence et pense à tous les autres principes analogues, c'est-à-dire du même caractère synthétique (cf. Poincaré

1905/06: 818). Tandis que la découverte des systèmes non euclidiens impose à renoncer à l'intuition s'il s'agit de constituer les axiomes et les concepts géométriques, Poincaré maintient une intuition spécifique relativement au raisonnement mathématique. Celui-ci n'est pas invariant par rapport à son contenu, la logique de ce raisonnement est pour ainsi dire locale. Si un calcul universel n'est pas le critère de la rigueur mathématique, quelle faculté nous garantit alors la rigueur? La réponse de Poincaré, bien soulignée par Michael Detlefsen (1992), est métaphorique et mentionne un élément de condensation:

> Notre corps est formé de cellules et les cellules d'atomes; ces cellules et ces atomes sont-ils donc toute la réalité du corps humain? La façon dont ces cellules sont agencées, et d'où résulte l'unité de l'individu, n'est-elle pas aussi une réalité et beaucoup plus intéressante? Un naturaliste qui n'aurait jamais étudié l'éléphant qu'au microscope croirait-il connaître suffisamment cet animal? Il en est de même en mathématiques. Quand le logicien aura décomposé chaque démonstration en une foule d'opérations élémentaires, toutes correctes, il ne possédera pas encore la réalité tout entière; ce je ne sais quoi qui fait l'unité de la démonstration lui échappera complètement. Dans les édifices élevés par nos maîtres, à quoi bon admirer l'œuvre du maçon si nous ne pouvons comprendre le plan d'architecte? Or, cette vue d'ensemble, la logique pure ne peut nous la donner, c'est à l'intuition qu'il faut la demander (SM: 133-134).

Ce passage a sans doute inspiré l'architecture de Bourbaki lorsqu'il écrit que

> Tout mathématicien sait d'ailleurs qu'une démonstration n'est pas véritablement 'comprise' tant qu'on s'est borné à vérifier pas à pas la correction des déductions qui y figurent, sans essayer de concevoir clairement les idées qui ont conduit à bâtir cette chaîne de déductions de préférence à toute autre (Bourbaki 1962: 73).

Selon l'interprétation proposée du texte de Poincaré, dans une inférence mathématique la prémisse est reliée à la conclusion à l'aide d'une "architecture mathématique". Sous cet aspect, le rôle paradigmatique du principe de récurrence devient beaucoup plus clair: une démonstration analytique, appelée par Poincaré *vérifi-*

cation, se fonde sur le syllogisme, la substitution et la définition nominale. Le procédé correspondant est *constructif* ou *combinatoire*. Par contre, l'induction complète est l'expression d'une architecture mathématique, c'est-à-dire de la supposition que tous les nombres puissent être atteints par l'addition successive de **1.** C'est cette structure mathématique qui permet «[de] ranger [une construction] à côté d'autres constructions analogues, formant les espèces d'un même genre» (SH: 44).

J'ai déjà mentionné autre part (cf. Heinzmann 1992: 219) que, pour un lecteur de Wittgenstein, la conception poincaréienne de la démonstration mathématique s'approche à l'analyse exprimée dans *La Grammaire Philosophique,* à savoir qu'une preuve «n'a pas pour effet que nous croyons une certaine proposition, mais nous *montre* ce que nous croyons» (Wittgenstein 1987: 375; souligné par G.H.).

Poincaré n'a pas approfondi sa réflexion sur la structure d'une inférence mathématique. Mais je suis convaincu qu'une distinction de Peirce puisse nous être utile dans la reconstitution sémiotique de cette architecture mathématique utilisée lors d'une inférence.

Résumons d'abord la situation systématique donnée: à ma connaissance, la phénoménologie n'a pas su proposer une interprétation techniquement convaincante d'une logique entendue comme langage universel. D'autre part, les logiques formelles, se limitant à l'analyse de la syntaxe et de la sémantique, ne reflètent pas la pratique du raisonnement mathématique. Ainsi la remarque d'Arnauld et Nicole que les «erreurs [...] viennent bien plus de ce qu'ils raisonnent sur de faux principes, que non pas de ce qu'ils raisonnent mal suivant leurs principes» (Arnauld 1970: 231) redevient actuelle en ce sens que nous cherchons les principes d'un raisonnement informel, reliant les prémisses à la conclusion.

L'insuffisance de la définition kantienne de l'analyticité devient particulièrement évidente du moment qu'on n'investit pas seulement la logique monadique des prédicats (la syllogistique) mais également la logique relationnelle qui, loin d'être analytique au sens de Kant, est néanmoins déductive. Nous nous trouvons ici à l'origine du même dilemme que nous connaissons déjà de

Poincaré, mais qui, cette fois-ci, est exprimé par Peirce, neuf années plus tôt:

> It has long been a puzzle how it could be that, on the one hand, mathematics is purley deductive in is nature ... while on the other hand, it presents as rich and apparently unending a series of surprising discoveries as any observational science (3.363; 1885).

Peirce caractérise lui-même la solution de ce paradoxe comme sa *first real discovery*. Elle consiste dans une distinction de deux sortes de raisonnements explicatifs ou analytiques, à savoir les inférences corollarielles et théorématiques. Cette distinction est, en effet, de première importance et pour le sémioticien et pour notre propos systématique.

Le processus déductif conduisant à une conséquence théorématique se rapporte essentiellement au niveau des objets, puisqu'elle est caractérisée par l'adjonction d'un nouvel élément aux hypothèses: «Thinking in general terms is not enough. It is necessary that something should be done» (4.233).

Les inférences proprement mathématiques servent d'exemples. S'apercevoir que l'inférence mathématique ne peut être conçue d'une manière empirique, n'implique nullement, comme supposait encore Stuart Mill, de concevoir l'inférence d'une manière purement verbale. La transformation théorématique exige plutôt une faculté d'imagination par rapport à la suite indéfinie d'interprétants. Par contre, cette imagination ne semble pas nécessaire ou seulement exigée dans une moindre mesure lorsque le résultat d'une déduction est obtenue par une inférence corollarielle. Les syllogismes et quelques conséquences de l'arithmétique élémentaire servent d'exemples. Que la différence entre les deux inférences tient à une différence du processus sémiotique respectivement impliqué est confirmé par le fait que la distinction n'est pas saisissable en logique formelle, mais seulement en *Méthodeutique* où les conditions générales du lien entre signes et leurs interprétants sont mises à jour (2.93).

Comment peut-on interpréter la distinction entre les deux raisonnements d'une manière plus précise? Je ne veux plus discuter la proposition de Hintikka selon laquelle une déduction est théorématique si, traduite dans un certain calcul de prédicats du 1er ordre, le résultat final est seulement obtenu lorsqu'on augmente le degré de quantification des propositions intermédiaires.

Selon ma propre interprétation (cf. Heinzmann 1993), le raisonnement théorématique est un raisonnement pragmatique où le rapport des signes aux objets est restitué dans ses droits par la sémiotique. Par contre, le raisonnement corollaire qui n'est réalisé en mathématiques que dans quelques cas limites, est un raisonnement *plutôt* conceptuel. Mais tous les deux raisonnements procèdent par *construction,* seulement une fois moins explicitement, puisque la construction est *simple* , et une fois plus explicitement, puisque la construction est *complexe.*

Comment se distingue une construction simple d'une construction complexe? Que signifie qu'un raisonnement est pragmatique?

Commençons avec ce dernier point. Dans la théorie de la connaissance de Peirce, le moyen mis en oeuvre par la réflexion pour lier l'objet et le signe est la maxime pragmatique. Elle dit:

> Considérez quels sont les effets pratiques que nous pensons pouvoir être produits par l'objet de notre conception. La conception de tous les effets est alors la conception complète de l'objet (1878/79: 48)

En d'autres termes, la signification d'un concept d'un objet consiste dans les schèmes d'actions (habits) que l'objet implique (concept = signe symbolique). Compte tenu du fait que, selon Peirce, le concept est concevable comme un signe symbolique, l'exigence de la maxime pragmatique détermine une sémiose; et vu la trichotomie des signes en *representamen, objet* et *interprétant*, cette sémiose nous fournit à travers une séquence indéfinie d'interprétants une détermination de plus en plus détaillée de l'objet.

Dans une note, Peirce se défend contre une interprétation simpliste de sa maxime au sens empiriste selon laquelle les effets que l'objet implique sont à identifier avec des actions concrètes et singulières. Appliquée aux objets mathématiques «toute la doctrine des incommensurables seraient alors impossible»; car comment déterminer par des mesurages physiques que la diagonale du carré est incommensurable avec les côtés? On sait d'autre part, que Peirce a justement conçu sa maxime pour soustraire les concepts abstraits des mathématiques au "rasoir" de Berkley. Comment faut-il alors interpréter les effets pragmatiques appliqués aux concepts abstraits? Pour résoudre la question Peirce insiste sur le rôle des *schèmes* d'action. Ainsi, l'expectative d'un effet pratique n'aurait plus sa *cause* au niveau des sensations musculaires, mais sa *raison*, au niveau du langage (les schèmes d'opérations avec les nombres rationnels suggèrent leur plongement dans les nombres réels). Puisque la transition des rationnels aux réels serait alors une modification algébrique, l'effet pragmatique de la maxime se trouverait d'être dégradé à une sorte de "practicabilité". Toutes les barrières que le pragmatisme voulait ériger contre le "non-sens de la métaphysique" s'effondraient. C'est pour cette raison que Peirce rejette dans la suite cette solution et reste dans une aporie.

Cette aporie de Peirce nous livre néanmoins la clé pour comprendre sa définition des mathématiques en tant que science «qui tire des conséquences nécessaires à partir des hypothèses pures»; car si l'on refuse d'utiliser la maxime pragmatique en tant que critère de signification pour la détermination conceptuelle des entités mathématiques du 1er ordre, la perspective post-hilbertienne nous suggère d'affaiblir cette détermination conceptuelle à une détermination structurelle et d'essayer ensuite d'identifier les seules conséquences déductives du système en question avec les "effets pratiques" prescrits par la maxime pragmatique. Déterminer la signification d'un raisonnement mathématique, donc théorématique, à partir d'hypothèses pures signifie maintenant de trouver la détermination pragmatique de la signification d'un concept d'une relation du deuxième ordre:

$$R\ (P1,\ldots,Pn) \Leftrightarrow \alpha(P1,\ldots,Pn) \wedge \beta\ (P1,\ldots,Pn). \wedge \ldots$$

Dans sa forme la plus différenciée, un raisonnement théorématique se déroule en six pas:

- Fixation conceptuelle de la prémisse et de la conclusion. La démarche argumentaire concernant l'expression de cette fixation conceptuelle a comme cadre un dialogue entre un *démonstrateur* et un *interprète.*

- La construction, selon une prescription donnée, d'un schème individuel, appelé diagramme, tel que le diagramme saisit dans une forme iconique le fait pur exprimé dans la prémisse. Les diagrammes peuvent être ou bien continus (figures géométriques) ou bien discrets (formules algébriques) ou bien mixtes.
- Une expérimentation sur le diagramme construit, entraînant éventuellement sa modification.
- L'observation de ces modifications.
- On s'assure que la répétition d'une expérience semblable, appliquée à un diagramme construit selon la même prescription, conduit toujours au même résultat.
- L'expression conceptuel du résultat obtenu.

Les points centraux de cette reconstutition du raisonnement théorématique sont, d'une part, le lien entre la prémisse en tant que concept du 2ème ordre (qui est un signe général) et la construction individuelle du diagramme et, d'autre part, l'expérimentation avec le diagramme. Comment un objet singulier, le diagramme, peut dénoter un objet général, le symbole?

Pour répondre à cette question, Peirce fait recours à la fonction iconique du signe. Et là, l'avis des interprètes se divise. Quelques-uns acceptent la ressemblance comme critère de l'iconicité. Mais ceci me paraît exclu pour deux raisons:

1) La ressemblance dépend toujours d'un *tertium comparationis*, c'est-à-dire d'un système référentiel. Or, la perspective choisie serait ainsi conventionnelle et, puisque la fixation des conventions s'effectue sans doute au niveau des symboles, elle impliquerait une connaissance "symbolique". Mais quelle valeur systématique aurait une sémiotique pragmatique où l'icône ne serait compréhensible qu'à l'aide du symbole? Le pragmatisme pourrait-il encore jouer son rôle de médiateur entre l'idéalisme (élimination des objets) et l'empirisme (élimination des interprétants) — tout notre intérêt au pragmatisme porte bien entendu sur une reconstruction d'une telle position médiatrice —, si la compréhension de l'icône restait subordonnée à la compréhension du symbole dont la fonction demande justement une explication à

travers l'icône? Ne peut-on pas retarder l'intervention du symbole?

2) Selon Peirce, les qualités “représentées” par les icônes ne sont pas des individus proprement dits (cf. 4.514). Or, si les icônes sont définies en vertu d'une ressemblance, la qualité représentée n'est elle-même plus une qualité, mais l'objet d'une relation; car les qualités ne sont que des possibilités logiques. C'est d'ailleurs pour cette raison que Peirce n'a pas poursuivi sa deuxième approche de la logique, c'est-à-dire celle fondée sur la notion de graphe, théorie qui elle-même avait remplacé la conception algébrique dès 1890. Cependant, il n'a pas abandonné les graphes Alpha et Beta, c'est-à-dire les systèmes de notation pour la logique formelle du premier ordre, mais les graphes Gamma:

> In the Johns Hopkins Studies in Logic I printed a note of several pages on the universe of qualities [...] But I failed to see that I was then wandering quite beyond the bounds of the logic of *relations proper*. For the relations of which the so-called "logic of relatives" treats are existential relations, which the non-existence of either relate or correlate reduces to nullity» (4.514; 1903).

Une icône peut être signe sans que son objet existe. Si, par contre, on postule l'existence ou, mieux, si les possibilités logiques forment un système *fermé* tel qu'on puisse les représenter comme objet —donc au cas où la fonction iconique est en quelque sorte amputée —, le raisonnement théorématique se transforme en raisonnement corollariel:

> It appears in advance as if we might draw up, in any deductive study, a regular definition of what we would consider possible as well as of what we would consider impossible, and that thus we might reduce theorematic proofs to corollarial proofs (N.E IV, 8; 1901).

Ceci explique tout de suite le caractère corollariel des inférences utilisant l'induction complète (cf. NE IV, 2): pour Peirce, “the Fermatian inference”, c'est-à-dire le principe d'induction complète joue le rôle de limiter très strictement les possibilités d'une relation d'ordre: la classe des ordres partiels, c'est-à-dire des relations transitives, antisymétriques et réflexives, est limitée aux bons ordres. Le minimum est atteint et il ne reste plus de marge aux possibilités.

Je reviens à l'icône du raisonnement théorématique. J'ignore, si on trouve dans l'œuvre de Peirce une explication vraiment convaincante de la fonction iconique par rapport à la question posée ci-dessus. Mais voici les premiers pas d'une solution se fondant sur un texte des *News Elements in Mathematics* (vol IV, p. 318), un texte qui a au moins le mérite de prendre en compte la difficulté mentionnée: le caractère distinctif d'une icône consiste dans le fait de *montrer* une qualité au lieu de la *représenter.* Se pose alors la question, comment le diagramme singulier peut *représenter* un concept? En tant qu'interprétant iconique le diagramme montre la structure intrinsèque d'une exécution d'une action. En faisant recours au cadre dialogique, on peut dire qu'il y a présence d'une icône, si l'exécution d'une action est considérée sous la perspective de l'interprète en tant que représentation sensible d'une qualité. La représentation d'une qualité est une *pure possibilité* et se distingue d'une réalisation d'un cas général. Afin que le diagramme iconique puisse représenter, c'est-à-dire afin que la représentation sensible puisse être lue comme représentation d'un objet général, il lui faut (et ici revient le kantien) un interprétant (une signification) symbolique (donc une règle) qui doit créer les invariances nécessaires pour la représentation. Ce n'est que par la jonction de l'aspect iconique et symbolique que le diagramme remplit sa tâche d'être singulier et de référer à un objet général. Ainsi Peirce attribue au diagramme la fonction pour laquelle, initialement, le graphe Gamma était prévu: d'être un moyen de raisonnement en vue de qualités (4.511;1903). Le diagramme, devenu *schème individuel,* peut être appelé *intuitif* dans la mesure où les aspects sémiotiques qui interviennent dans sa constitution — bien qu'ils portent un caractère réflexif — sont toujours des aspects *accompagnant* une exécution d'une action: ils *présentent* sensiblement cette exécution ou ils *représentent* grâce à cette présentation sensible. En d'autres termes, *recourir à l'intuition* signifie de retourner à l'origine pragmatique de la signification du signe. Puisque le raisonnement mathématique est intuitivement bien fondé, à savoir en tant que raisonnement théorématique soulignant l'aspect pragmatique, la thèse peircienne que les mathématiques n'aient rien à apprendre de la logique, n'est pas un *addendum* arbitraire dans le jardin de la théorie peircienne, mais justifiée par son pragmatisme sémiotique.

Cependant, la détermination de la fonction iconique ainsi que le passage au symbole reste le point faible du pragmatisme peircien. Nous retrouvons, à mon avis, la même aporie qui nous avait déjà obligée de passer à un concept du 2ème ordre. Car ce passage a été une échappatoire pour soustraire le pragmatisme au soupçon d'être un idéalisme où les actions se limitent à être des actions langagières. A présent, la même difficulté intervient lors de l'essai de reconstituer la fonction symbolique à partir d'autres fonctions sémiotiques, plus élémentaires.

Nous sommes au diagramme. Comment joindre la conclusion? La démarche envisagée est l'expérimentation dite *idéale* (3.527). Qu'est-ce que cela veut dire? Le diagramme n'est pas un objet trouvé dans la nature, mais un objet construit par nous-mêmes, un objet que nous maîtrisons, si nous nous connaissons nous-mêmes. Par conséquent, l'expérimentation ne peut pas avoir un caractère empirique au sens d'une falsifiabilité. Plutôt, l'expérimentation mathématique est chez Peirce un indice de l'ancrage social des signes. Cette nouvelle perspective se trouve fixée dans la terminologie par l'introduction d'un *interprétant dynamique*. Dans la mesure où je m'aperçois que je me heurte dans un dialogue à l'opposition d'un autre, je réalise logiquement mon individualité; je réalise que mon articulation symbolique de l'univers est peut-être une perspective bien particulière. C'est pour cette raison que je dois exposer ma propre construction du diagramme à une modification qui, logiquement, est impossible à anticiper avant la présence d'une situation dialogique. C'est ainsi que Peirce explique la possibilité logique des difficultés en déduction mathématique. Rien n'assure que le processus se termine après un nombre fini de pas (qu'il est récursif), mais, s'il termine, la dernière transformation expérimentale du diagramme initial possède alors la conclusion du raisonnement comme interprétant symbolique. Les constructions diagrammatiques sont une sorte d'a priori opératoire.

Le niveau d'expérience comporte un deuxième aspect qui nous rappelle le point essentiel du raisonnement mathématique selon

Poincaré: d'être un raisonnement condensé d'un niveau d'abstraction supérieur. En effet, déjà Hockway (1985: 200) critique l'interprétation formelle de Hintikka pour sa négligence du rôle de l'abstraction dans le raisonnement théorématique. Cependant, Peirce est assez explicite sur ce point:

> But the greatest point of art <in necessary reasoning (G.H.)> consists in the introduction of suitable abstractions. By this I mean such a transformation of our diagrams that characters of one diagram may appear in another as things. A familiar example is where in analysis we treat ope- rations as themselves the subject of operations (5.162; 1903).

Les diagrammes jouent donc dans le système de Peirce le même rôle que l'architecture mathématique chez Poincaré: ils sont le tiers qui lie les prémisses aux conclusions. Et leur complexité, une fois choisi le *tertium comparationis*, décide sur la complexité du raisonnement: si, sous toutes les perspectives possibles, les interprétations du diagramme restent invariantes par rapport aux expérimentations, la déduction qui est le sujet du dialogue est corollarielle, sinon, théorématique.

Département de Philosophie,
Université de Nancy II

Bibliographie

ARNAULD & NICOLE (1970). *La logique ou l'art de penser.* Paris: Flammarion.

BOURBAKI, N. (1948). L'architecture des mathématiques. In: F. Le Lionnais (éd.), *Les grands courants de la pensée mathématique* . Paris: Blanchard, 35-47.

CHAUVIRE C. (1979). Pragmatisme et nécessité logique. *Revue de métaphysique et de morale* 84, 536-551.

DETLEFSEN M. (1992). Poincaré against the logicians. *Synthese 90*, 349-378.

ENGEL-TIERCELIN, C. (1989). Peirce ou la version sémantique-sémiotique de la logique formelle. *Cahier du Groupe de Recherches sur la Philosophie et le langage 10*, Grenoble, 39-71.

HEINZMANN, G. (1992). Wittgenstein et le théorème de Gödel. In: J. Sebestik/A. Soulez (éds), *Wittgenstein et la philosophie aujourd'hui*. Paris: Meridiens Klincksieck, 208-222.

HEINZMANN, G. (1993). Mathematical reasoning and pragmatism in Peirce. *Synthese LMPS-Congress 91 Volume*, Kluwer (à paraître).

HINTIKKA, J. (1980). C.S. Peirce's "first real discovery" and its contemporary relevance. *The Monist 63*, 304-315.

HOOKWAY, C. (1985). *Peirce*. London: Routledge.

HUSSERL, E. (1891a). Der Folgerungskalkül und die Inhaltslogik.*Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Philosophie 15 (1891)*, 168-189; tr. fr.: *Articles sur la logique*. Paris: PUF, 1975, 62-100.

HUSSERL, E. (1891b). Besprechung von "E. Schröder: Vorlesungen über die Algebra der Logik". *Göttingsche gelehrte Anzeigen*, 243-278; tr. fr.: *Articles sur la logique*. Paris: PUF, 1975, 9-61.

PEIRCE, C.S. (1878/79). La logique de la Science. *Revue philosophique de la France et de l'étranger 3* (1878), 553-569 et (1879), 39-57.

PEIRCE, C.S. (1933-1958). *Collected Papers* (C. Hartshorne & P. Weiss, eds), Volumes I-VI. Cambridge, Mass.: Belknap Press.

PEIRCE, C.S. (1976a). *The New Elements of Mathematics* (C. Eisele, ed.), vol. I-V. The Hague/Paris/Atlantic Highlands: Mouton/Humanities Press.

POINCARÉ, J.H. (1905/06). Les mathématiques et la logique. *Revue de métaphysique et de morale 13* (1905), 815-835 et *14* (1906), 17-34.

POINCARÉ, J.H. (1970) (SH). *La science et l'hypothèse* ([1]1902) Paris: Flammarion.

POINCARÉ, J.H.(SM).*Science et méthode* (1908). Paris: Flammarion.

SCHRÖDER, E. (1890). *Vorlesungen über die Algebra der Logik I*. Leipzig: Teubner.
WITTGENSTEIN, L. (1987). *Philosophische Grammatik* (1969), (R. Rhees, ed.). Frankfurt: Suhrkamp.