

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL
FACULTÉ DES SCIENCES

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE
DE LA LUNETTE ZÉNITHALE
PHOTOGRAPHIQUE (PZT) DE NEUCHÂTEL

Thèse

présentée à la Faculté des Sciences
de l'Université de Neuchâtel
pour l'obtention du grade de Docteur ès Sciences

par

Walter Schuler

licencié ès Sciences de l'Université de Neuchâtel

Genève
Edition Médecine & Hygiène
1967

La Faculté des sciences de l'Université de Neuchâtel,
sur le rapport de Messieurs les professeurs

J.-P. BLASER (E.P.F.), J. BONANOMI et J. ROSSEL,

autorise l'impression de la présente thèse sans exprimer
d'opinion sur les propositions qui y sont contenues.

Neuchâtel, le 17 mars 1967.

Le Doyen:

W. SÖRENSEN.

Etude théorique et expérimentale de la lunette zénithale
photographique (PZT) de Neuchâtel.

Résumé

L'instrument de Neuchâtel, la théorie et la méthode d'observation et de réduction sont décrits en détail. La discussion de toutes les caractéristiques instrumentales met en évidence les excellentes performances mécaniques de ce type d'instrument qui peut garantir une précision absolue de $0.01''$. L'influence non négligeable des effets thermiques est évitée par la réduction de groupes d'étoiles à échelle individuelle. Cette méthode élimine également l'effet de l'extension linéaire de la gélatine des plaques. L'étude des caractéristiques de l'objectif par ray-tracing, montre que l'aberration chromatique de grandeur est la seule aberration importante qui introduit une erreur systématique en déclinaison. Elle est mise en évidence expérimentalement dans la discussion des résultats d'observation. Suivant le type spectral de l'étoile, cette aberration peut atteindre $0.05''$ à la distance zénithale limite de $12'$. Une étude de la réfraction accidentelle par enregistrement de traces d'étoiles explique entièrement le désaccord entre les écarts théorique et effectif et prouve ainsi que la limitation de la précision d'observation est due à des influences atmosphériques.

Summary

The theory of the PZT and the reduction method are described. The discussion of all possible instrumental errors shows the excellent mechanical performance which guarantees an absolute accuracy of $0.01''$. The influence of thermal effects and linear film distortion are avoided by individual scale determination for each observed star group. By a ray-tracing analysis it is found that the chromatic difference of magnification is the only important optical aberration.

It can cause a maximum aberration in declination of $0.05''$ for either B- or K-type stars and has been detected statistically in the plate measurements. The discrepancy between the expected and the measured errors of observation is in complete agreement with the measurements of the random variations of refraction, as observed on star trails.

Zusammenfassung

Das Instrument, seine Theorie und die Reduktionsmethode werden im Detail geschildert. Die Diskussion der mechanischen Instrumentalfehler zeigt, dass das PZT eine absolute Genauigkeit von $0.01''$ garantieren kann. Der Einfluss thermischer Schwankungen auf die Messresultate wird vermieden durch individuelle Skalabestimmung für jede beobachtete Sterngruppe. Der festgestellten linearen Gelatine-Ausdehnung der Photoplatten wird dadurch ebenfalls Rechnung getragen. Die Untersuchung der Aberrationen des Objektivs mittels Strahlendurchrechnung zeigt, dass einzig die chromatische Vergrößerungsdifferenz einen signifikativen Fehler in Deklination verursacht, der je nach Spektraltyp bis zu $0.05''$ betragen kann. Er ist in den Messresultaten statistisch nachweisbar. Die Differenz zwischen theoretischer und effektiver Messgenauigkeit kann völlig dem Einfluss von Refraktionschwankungen zugeschrieben werden, wie eine Untersuchung von photographischen Sternspuren gezeigt hat.

1. Aperçu historique.

1.1. Instruments précurseurs.

Les origines du PZT actuel remontent à plus de cent ans. Markowitz indique dans (20) que l'ancêtre de cet instrument a été conçu par Airy en 1848 et construit en 1851 à l'Observatoire de Greenwich.

Airy a le premier eu l'idée de replier une lunette zénithale sur elle-même, en intercalant, à demi-distance focale, un bain de mercure. Ce miroir horizontal parfait remplace l'emploi délicat de niveaux à bulle et permet de fixer de manière beaucoup plus stable la position du micromètre oculaire par rapport à l'axe optique.

Dans la description de son instrument (1), Airy discute l'influence de la position du second plan principal de l'objectif par rapport au plan focal réfléchi par le bain de mercure. Il indique aussi la méthode expérimentale pour déterminer la position des plans principaux d'un objectif, mais la performance technique de son instrument n'a pas été satisfaisante. La petite ouverture (12.5 cm sur une distance focale de 2.90 m) ne permettait d'observer que des étoiles fortes, forcément rares dans la mince zone d'observation. Pour cette raison, on s'est limité à Greenwich à l'observation d'une seule étoile: γ Draconis qui, un siècle plus tôt, avait joué un rôle important, lorsque son observation avait amené Bradley à la découverte de l'aberration et de la nutation.

Malheureusement, les résultats d'observation furent si décevants, que tous les espoirs mis dans cette nouvelle méthode semblèrent vains. Avec un acharnement peu ordinaire, les observations furent continuées pendant trente ans jusqu'en 1882, mais les résultats anormaux persistèrent et firent croire à des erreurs instrumentales inexplicables. Les analyses entreprises par Main et Downing (13) aboutissaient à une forte parallaxe négative de γ Draconis et une valeur inacceptable de la constante d'aberration.

Ce n'est qu'en 1901 que le mystère du Reflex Zenith Tube a été percé, lorsque Chandler (6) a montré, qu'en appliquant aux observations sa nouvelle théorie des variations du pôle, les anomalies disparaissaient.

"Nothing in modern astronomy is so melancholy a record of futile result from a promising project", écrivit Chandler, "pursued with admirable perseverance under disheartening circumstances, as the history of the Greenwich Reflex Zenith Tube. All investigations of the observations made with it have been absolutely nugatory, and the memoirs communicating them have candidly confessed failure in arriving at any acceptable astronomical conclusions or any determinable reason therefore." Et, après avoir mis en évidence l'accord des trente ans d'observations avec les variations du pôle, Chandler conclut: "The outcome of the discussion ought to dissipate the prejudice that has so long prevailed against these observations since the anomalies are now traced to the intervention of a phenomenon not suspected at the time they were made. In the installation and persistent use of this instrument, Airy was building better than he knew, and in an unforeseen way conferred on astronomy a higher benefit than his actual aim would have been had it been attained."

A la suite de cette réhabilitation, les observations ont été reprises en 1902 avec un programme plus étendu et poursuivies jusqu'en 1910. Mais entre-temps, un instrument plus perfectionné a été construit à Gaithersburg en Amérique.

En 1904, Doolittle du Flower Observatory a construit un tube zénithal amélioré, appelé Wharton Reflex Zenith Tube (12). Dans le but d'éclaircir certaines anomalies des résultats d'observation de la latitude à la lunette zénithale classique, Doolittle a cherché un instrument de construction différente pour des observations simultanées au même emplacement. Il a repris la conception du Reflex Zenith Tube d'Airy en y apportant quelques améliorations techniques. En particulier, il a mis beaucoup de soin à la mise au point du bain de mercure. Abolissant le récipient à parois verticales, il

a évité la réflexion d'ondes de surface en choisissant pour la cuve la forme d'une cavité sphérique à faible courbure. Cette cuve flotte dans un second bain de mercure dont le niveau peut être ajusté au moyen d'un piston. L'objectif, d'un diamètre de 20 cm et d'une distance focale de 2.48 m, est percé d'un trou central de 37.5 mm de diamètre qui évite à la lumière un second passage par le verre. En plus du micromètre et du niveau à bulle, le prisme de renvoi est également fixé à la monture de l'objectif, ce qui nécessite l'emploi de deux oculaires diamétralement opposés.

1.2. Première lunette zénithale photographique.

A la conférence de l'Association géodésique internationale de 1909, Tittmann a soumis le premier projet d'une lunette zénithale photographique. Le but principal de cet instrument était d'augmenter la précision des observations individuelles affranchies de toute erreur systématique et de toute influence personnelle. On espérait alors pouvoir trouver une explication du mystérieux terme de Kimura dans les variations de latitude. L'instrument a été construit par Gaertner et Co. de Chicago et a été installé en 1911 à Gaithersburg également.

Après une série de quatre ans d'observations, Ross a publié un rapport contenant une description de l'instrument et une discussion des résultats d'observation (24). L'objectif choisi a un diamètre de 20 cm et une distance focale de 516 cm, fixant l'échelle sur la plaque à 40" par mm. Contrairement aux instruments visuels, le plan principal (identique avec le plan image) a été choisi au-dessous de l'objectif, réalisant ainsi la disposition optique à la fois la plus simple et la plus avantageuse. Elle a permis de renoncer pratiquement au contrôle d'inclinaison de l'objectif.

Le chariot de plaque se déplace pendant les poses au moyen d'un micromètre entraîné par un mouvement d'horlogerie à l'intermédiaire d'un embrayage électromagnétique.

Le cycle d'enregistrement d'une étoile est semi-automatique. Les différentes poses sont commandées par le mouvement d'horlogerie et un signal acoustique avertit l'"observateur" quand il doit tourner le rotary (terme choisi par Ross pour l'ensemble comprenant l'objectif, le chariot de plaque et son micromètre, et susceptible de tourner de 180° autour d'un axe vertical). Le programme contient six poses de 14.5 s, réparties symétriquement par rapport au passage de l'étoile au méridien. Après les trois premières poses, le rotary est tourné de 180° . En tenant compte de la courbure de la trajectoire de l'image stellaire, on obtient la double distance zénithale au méridien. L'orientation des plaques lors de la mesure est donnée par une droite parallèle au premier vertical, copiée sur chaque plaque.

Discutant les résultats de quatre ans d'observations simultanées aux lunettes zénithales photographique et visuelle, Ross arrive à la conclusion que la précision du PZT est nettement supérieure. Néanmoins, l'Association géodésique internationale n'a pas pu se résoudre à adopter le PZT comme instrument d'observation des stations internationales de latitude. En 1915, le Naval Observatory de Washington a acheté ce PZT et l'a installé à Washington pour continuer les observations de latitude.

1.3. Modification permettant la détermination de l'heure.

En 1923 environ, Willis a eu l'idée de modifier le PZT afin de pouvoir l'employer à la détermination de l'heure, aussi bien qu'à celle de la latitude. Dans les années de 1923 à 1933, des expériences ont été entreprises dans ce but par Littell et Willis. Ils ont attiré l'attention sur les avantages que la conception du PZT présente par rapport à l'instrument de passage (19): Plus grande stabilité, plus grande distance focale, élimination des erreurs de collimation, d'inclinaison et d'azimut aussi bien que des effets d'irrégularités des tourillons, de flexions et d'équations personnelles.

La première méthode essayée au PZT pour déterminer l'heure consistait à enregistrer des traces d'étoile coupées à intervalles réguliers par un marquage du temps. A cet effet, la plaque photographique immobile en direction E - W, est déplacée momentanément en direction N - S au rythme des contacts de seconde de l'horloge directrice. Quand l'étoile se rapproche du méridien, on tourne le rotary de 180°, pour continuer l'enregistrement ensuite. L'inconvénient majeur de cette méthode d'observation de traces est le fait qu'elle ne s'applique qu'aux étoiles fortes, trop peu nombreuses dans l'étroite zone balayée par le champ du PZT. Pour pouvoir enregistrer un nombre moins limité d'étoiles, on a été ramené aux poses d'une vingtaine de secondes de durée. La détermination d'heure nécessite alors un dispositif reliant le déplacement de la plaque à l'horloge pendant les poses. Il a été réalisé en équipant le chariot de plaque d'un contact électrique, fixant sur un chronographe une position donnée du chariot à l'aller et au retour. Les images dues aux poses peuvent alors être considérées comme prises instantanées aux moments des contacts du chariot et la détermination de l'heure découle de façon analogue au cas de la plaque immobile.

1.4. Observations régulières et diffusion de la nouvelle méthode.

En 1935, la méthode d'observation de 4 images universellement admise aujourd'hui a été introduite (28). Plusieurs améliorations techniques ont ensuite contribué à simplifier le fonctionnement du PZT.

En 1949, un nouveau modèle construit par l'Observatoire naval de Washington a été mis en service à Richmond en Floride, station qui réunit les avantages d'une faible latitude géographique avec des conditions climatologiques excellentes. Un deuxième exemplaire de ce modèle a pris la relève à Washington en 1954, le vieil instrument de Ross ayant alors été mis hors service.

En Europe, c'est vers 1950 que les observatoires de Greenwich et de Neuchâtel se sont efforcés d'introduire le PZT dans leurs services horaires. La maison Grubb, Parsons et Co. à Newcastle, en collaboration avec Perfect (23) de Greenwich, a élaboré les projets d'un PZT de 25 cm d'ouverture et de 343.8 cm de distance focale, correspondant à une échelle de 1 mm par minute d'arc. Le premier modèle a été livré en 1954 à l'Observatoire de Neuchâtel qui l'a installé à l'intérieur de son parc sous un abri spécial, isolé des autres bâtiments.

Aujourd'hui, le nombre des PZT répartis sur tous les continents, s'élève à une quinzaine environ. Ces instruments contribuent dans une large mesure à l'étude des irrégularités de la rotation de la terre et des variations du pôle. On tend actuellement à placer plusieurs instruments sur le même parallèle, pour pouvoir observer les mêmes étoiles et éliminer ainsi les erreurs de catalogue. (Dès 1967, PZT de Calgary (Canada) installé sur le même parallèle que celui de Herstmonceux).

2. Description et spécifications du PZT de Neuchâtel.

2.1. Généralités.

La figure 2.1 montre une vue de la partie supérieure de l'instrument, prise du nord-ouest. Sous la cheminée d'observation d'une section de 1 m^2 , on aperçoit l'obturateur monté sur deux traverses indépendantes de l'instrument. Le rotary au centre est entouré à l'est et l'ouest d'une console pour le moteur phonique et l'unité de commande interne. Sur le rotary se trouvent à gauche le micromètre d'entraînement, à droite le chronographe photographique. Le tube principal qui porte le rotary a une longueur de 2 m et repose directement sur la plaque de base du socle.

Pendant les poses d'une durée maximale de 20 s, la plaque est entraînée à une vitesse constante correspondant à celle de l'image d'une étoile passant au zénith. Après chaque pose, le rotary tourne de 180° et ainsi 4 poses de la même étoile se suivent à intervalles réguliers de 32 s. Le moteur phonique, piloté par la fréquence standard de 1 kc/s entraîne le micromètre du chariot de plaque et le système de cames qui assurent la commande des différentes opérations de l'enregistrement d'une étoile.

L'enclenchement d'un cycle automatique devait primitivement être donné à la main. Depuis 1959, un programmeur automatique rend toute surveillance humaine superflue (34).

Le porte-plaque, fixé sous le centre de l'objectif, obstrue la partie centrale de ce dernier. Afin d'éviter une trop grande perte de lumière, les dimensions des plaques sont réduites à $41 \times 41 \text{ mm}$. Le champ d'observation est d'un demi-degré carré. Cette limitation du champ est également dictée par des considérations d'optique géométrique. Le programme d'observation publié dans (3) comprend 118 étoiles jusqu'à la magnitude photographique 10, réparties en 12 groupes d'observation de 2 heures en ascension droite chacun.

2.2. L'objectif.

L'objectif (mentionné déjà sous 1.4.) est un doublet crown-flint retourné, d'un rapport d'ouverture de $f/13.5$. Les montures en acier inoxydable des deux lentilles s'emboîtent l'une dans l'autre et permettent un démontage de l'objectif sans compromettre le centrage et le nivellement des lentilles. Comme position moyenne du second plan principal, on a adopté la distance de 12.7 mm sous la dernière face de verre et le plan de la gélatine des plaques a été fixé à ce niveau. Les qualités de l'objectif sont discutées sous chapitre 7.

2.3. Le tube principal et le rotary.

Les deux sont en fonte de fer. A l'intérieur, le tube est recouvert d'une peinture noire, mélangée à de la poudre de liège en vue d'une meilleure isolation. A l'extérieur, il est couvert d'une couche isolante de 25 mm d'ébonite, enveloppée d'une feuille d'acier de 0.6 mm.

Le tube principal repose par trois vis d'appui sur une plaque de base double. Un joint en caoutchouc synthétique rend la base du tube étanche. Une porte latérale donne accès au bain de mercure. La plaque de base inférieure est scellée sur le socle en béton, ancré dans la roche et isolé de la cabane. La plaque supérieure peut tourner sur la plaque inférieure et permet ainsi l'ajustage en azimut de tout l'instrument.

La partie supérieure du tube principal se termine par une plateforme sur laquelle sont fixés les arrêts qui limitent l'angle de rotation du rotary.

Le rotary est supporté par un roulement à billes à cage annulaire horizontale d'un diamètre intérieur de 38 cm. Quatre roulettes qui appuient contre la paroi intérieure de la cage, assurent le centrage du rotary, tout en lui laissant un petit jeu de l'ordre de 0.5 mm. La cage est supportée par trois appuis réglables à

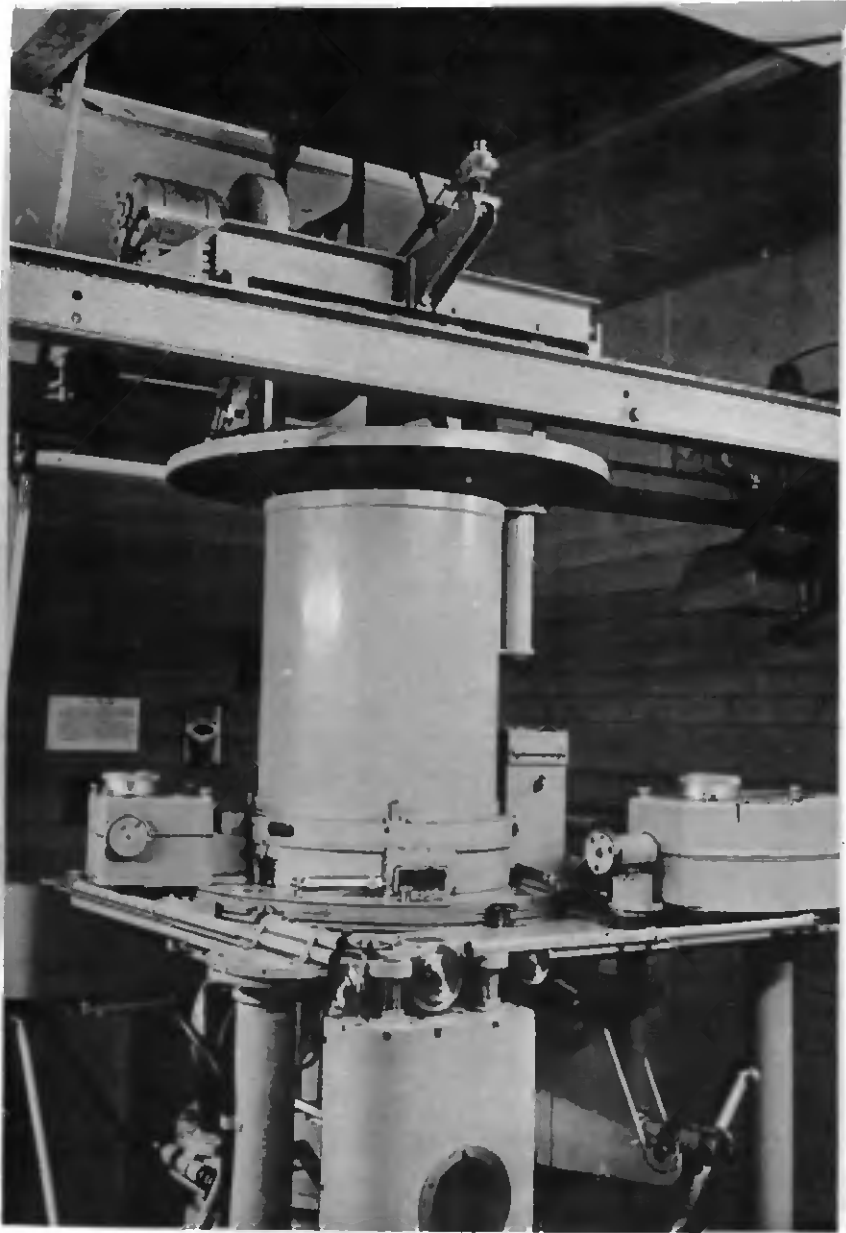


fig. 2.1

l'intérieur du tube principal. L'orientation du rotary dans ses deux positions E et W est déterminée par le contact de deux vis micrométriques avec les surfaces planes des deux arrêts.

Le retournement du rotary est assuré par un mouvement saccadé, dû à deux solénoïdes qui glissent le long de deux colonnes verticales, comportant des sections magnétiques séparées. Ces solénoïdes sont suspendus par des câbles qui s'enroulent sur le disque de base du rotary. Un système hydraulique amortit le mouvement en fin de course.

Le rotary supporte l'objectif, le chariot de plaque avec son micromètre d'entraînement et le chronographe photographique.

2.4. Le chariot de la plaque et son entraînement.

Le chariot a la forme d'une roue à quatre rayons, d'un diamètre légèrement supérieur à celui de l'objectif, sous lequel il est monté. Au centre de la roue se fixe le porte-plaque.

Le chariot est suspendu par trois fils d'acier à ressort. Le guidage latéral par un système de fils horizontaux assure un mouvement rectiligne, la courbure verticale de la trajectoire étant négligeable (voir 4.2.4.).

L'entraînement du chariot pendant les poses est assuré par une vis micrométrique, couplée au moteur phonique par l'intermédiaire d'une réduction convenable.

Les embrayages du moteur sur le système de cames et sur le micromètre se font par le contact de deux dents excentriques sur l'arbre de 1 t/s. La phase d'entraînement est donc fixe par rapport au top seconde standard, quelque soit le moment de la commande de l'embrayage.

2.5. Le chronographe photographique.

La plupart des instruments utilisent des contacts électriques dont le réglage est assez délicat, vu la petite vitesse de déplacement du chariot (de l'ordre de 0.2 mm/s). Les constructeurs de Grubb, Parsons ont réalisé avec leur chronographe photographique une solution plus élégante du problème: Au moyen de flashes électroniques déclenchés par le top seconde de référence, on enregistre les positions instantanées du chariot sur la plaque photographique du chronographe. A cet effet, le chariot porte un bras avec un repère sous forme d'un très petit trou. A chaque seconde, le flash projette une image du trou sur la plaque. Pendant une pose, on enregistre ainsi une rangée de points représentant une traversée du chariot. Lors du retournement du rotary, la plaque du chronographe subit un déplacement perpendiculaire à cette rangée, de sorte qu'à la pose suivante, une nouvelle rangée se forme, parallèle à la première.

La mesure relative des points ainsi obtenus permet de déterminer l'instant milieu du cycle par rapport au top de référence (voir 3.2.3.).

2.6. L'obturateur.

Le montage séparé de l'obturateur met le bain de mercure à l'abri des chocs de l'obturateur. Il est formé d'un cylindre horizontal comportant deux tôles diamétralement opposées et couvrant chacune un secteur de 60° d'ouverture. L'obturation se fait par une rotation d'un quart de tour. Ce mouvement rapide est assuré par un ressort assisté du couple d'un moteur électrique (voir fig. 4.2).

2.7. Le bain de mercure.

Le bain de mercure se trouve sur un support réglable à environ 40 cm de la plaque de base. Il a un diamètre de 20 cm pour un faisceau incident de 12.5 cm de diamètre. La zone marginale du bain n'est donc pas utilisée.

La cuvette en cuivre amalgamé est fixée sur une plaque de fer et flottait primitivement dans un bain de mercure extérieur. Quelques essais concernant la stabilité de la surface du mercure nous ont tôt fait renoncer au double bain. La figure 2.2 montre la coupe choisie pour la cuvette. Tant que le mercure ne remplit pas complètement la cuvette, il n'y a pas de ménisque positif au bord et les ondes de surface s'amortissent très vite sur le bord à très faible pente. Nous avons soumis ce bain à des chocs d'une intensité donnée, transmis par le socle. A l'observation en autocollimation, l'image se rétablit en 0.1 à 0.2 s. Dans le cas d'un double bain, l'image rétablie ne reprend pas immédiatement sa position antérieure, car la cuvette peut osciller dans le bain extérieur. Cette oscillation est trop lente pour perturber notablement le miroir, de sorte que l'on obtient une image assez nette mais instable. Le choc d'essai produisit une oscillation de l'image de 10 s de durée environ. Par contre, si la cuvette repose de manière fixe sur son support, l'image se reforme à la bonne place.

Le nettoyage du mercure se fait en balayant la couche superficielle au moyen d'une règle, tout en enlevant du même coup le surplus de mercure.

2.8. Le système de ventilation.

L'adaptation de la température de l'instrument à celle de l'air ambiant extérieur est assurée par deux ventilateurs. Le premier se trouve sous le faux-plancher et crée une dépression dans la cabane. L'air aspiré par la cheminée d'observation descend directement sur l'instrument et est évacué à sa base par l'ouverture qui sépare le faux plancher de l'instrument. Le second ventilateur aspire l'air dans le tube par une ouverture sous le bain de mercure. L'air pénètre dans le tube par des ouvertures latérales sous l'objectif. Ce courant descendant est coupé pendant chaque cycle automatique pour éviter une perturbation du bain de mercure pendant les poses. La ventilation est enclenchée une à plusieurs heures avant le commencement des observations.

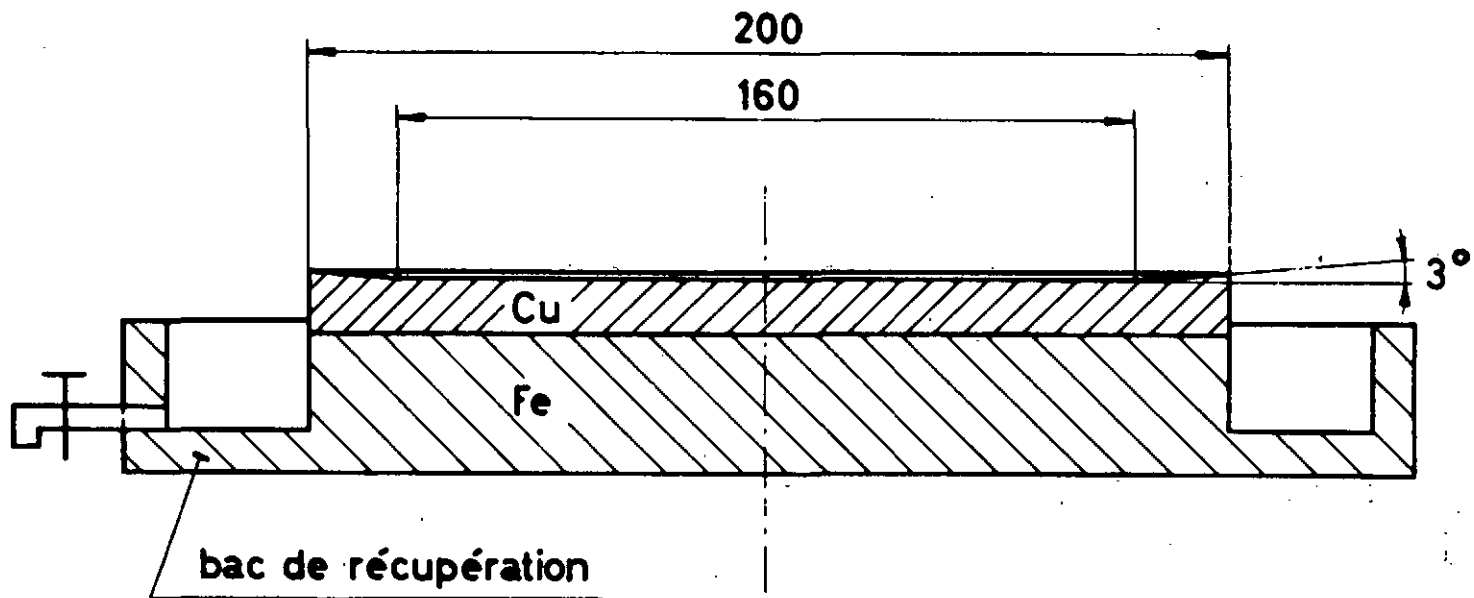


fig. 2.2

3. Théorie de l'instrument.

3.1. Coordonnées théoriques.

3.1.1. Effet de réfraction.

Désignons par z la distance zénithale vraie d'une étoile, et par z_r la distance zénithale affectée de la réfraction. Les distances zénithales qui interviennent sont inférieures à 20'. On peut donc utiliser la relation simple

$$z = z_r + \alpha \operatorname{tg} z_r \quad (3.1)$$

α étant le coefficient de réfraction ($\approx 3 \cdot 10^{-4}$).

Nous exigeons une précision de $\pm 0.005''$ pour pouvoir assurer le centième de seconde d'arc. On peut alors remplacer la tangente par l'arc:

$$z = z_r (1 + \alpha) = n z_r \quad (3.2)$$

La réfraction théorique à l'intérieur du champ considéré a donc pour effet un changement d'échelle d'un facteur égal à l'indice de réfraction n de l'air ambiant.

3.1.2. Coordonnées du plan tangent au zénith.

Le plan focal est une image du plan tangent au zénith à la sphère locale (figure 3.1). La projection S'' dans ce plan d'une étoile S qui a subi la réfraction atmosphérique, aura les coordonnées suivantes:

$$\xi' = \frac{1}{n} \operatorname{tg} z \sin a$$

$$\eta' = -\frac{1}{n} \operatorname{tg} z \cos a$$

où l'axe $Z\xi'$ est dans le premier vertical, dirigé vers l'ouest, et l'axe $Z\eta'$ dans le méridien, dirigé vers le nord. Le passage aux coordonnées horaires donne pour ξ' et η' les expressions suivantes:

$$\xi' = \frac{1}{n} \frac{\cos \delta \sin \tau}{\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau} \quad (3.3)$$

$$\eta' = \frac{1}{n} \frac{\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos \tau}{\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau} \quad (3.4)$$

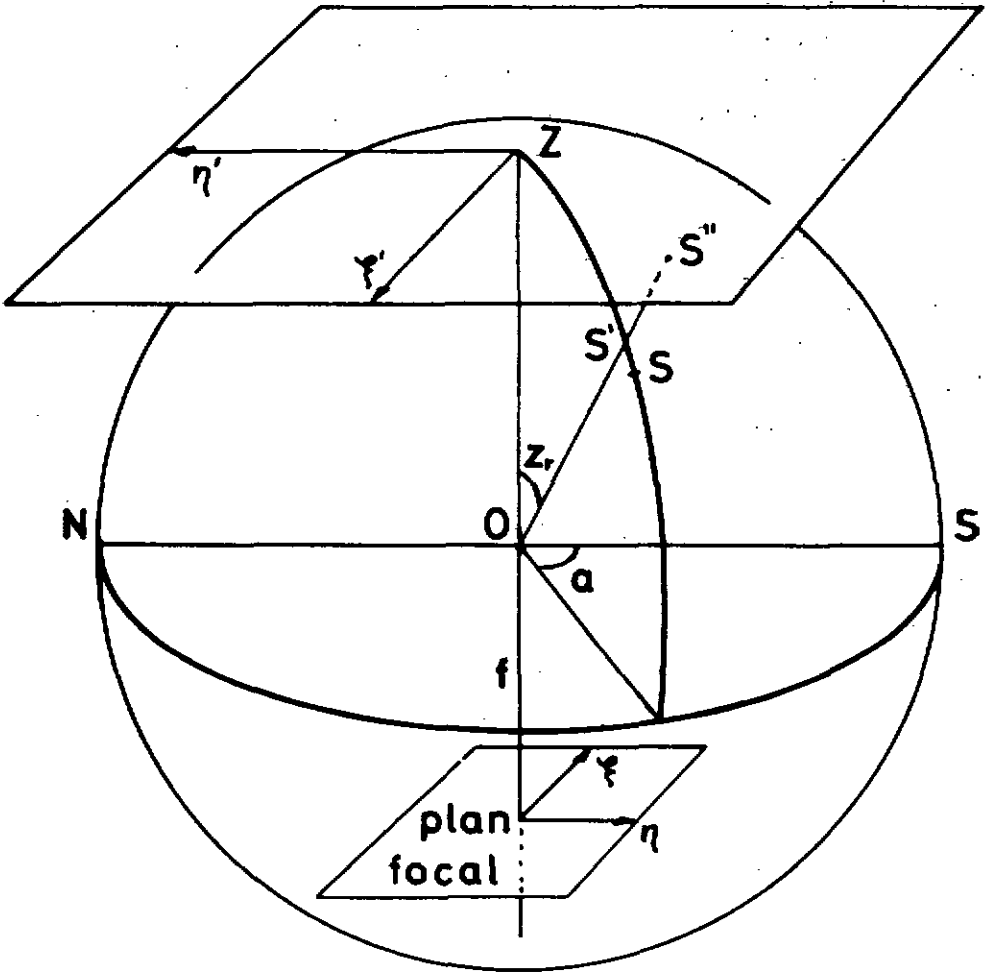


fig. 3.1

où l'angle horaire τ et la distance zénithale au méridien $\zeta = \delta - \varphi$ ne dépassent pas 16' en valeur absolue. Dans les développements en série on pourra négliger les termes d'ordre supérieur à 3, qui atteignent au maximum $4.7 \cdot 10^{-10}$ rad.

Transformons le dénominateur de (3.3) et (3.4), en développant d'abord $\cos \tau$ et ensuite $\cos(\delta - \varphi) = \cos \zeta$ en série. On obtient

$$1 - \zeta^2/2 - (\tau^2/2) \cos \varphi \cos \delta .$$

Ce facteur de forme $1 - \varepsilon$ sera remplacé par $1 + \varepsilon$ au numérateur. Ensuite on remplace $\cos \delta$ par le développement en série de Taylor de $\cos(\varphi + \zeta)$, et on développe $\sin \zeta$ en série, ce qui donne finalement:

$$\zeta' = \frac{1}{n} (\tau \cos \varphi - \tau \zeta \sin \varphi + \frac{\tau^3}{6} (3 \cos^3 \varphi - \cos \varphi) - \dots) \quad (3.5)$$

$$\eta' = \frac{1}{n} (\zeta + \frac{\zeta^3}{3} + \frac{\tau^2}{4} \sin 2\varphi + \frac{\zeta \tau^2}{2} \cos 2\varphi + \dots) \quad (3.6)$$

Précision requise. Nous voulons assurer une précision de 0.005" = $2.4 \cdot 10^{-8}$ rad. en ζ , ce qui équivaut en τ à $0.005/15 \cos \varphi \approx 0.0005$ s ou $3.6 \cdot 10^{-8}$ rad.

Importance des termes du 3^e ordre. Nous avons

$$|\tau| \leq 63 \text{ s} = 4.6 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$$

Pour Neuchâtel ($\varphi = 46^\circ 59' 51.91''$), le terme en τ^3 de (3.5) vaut $4.4 \cdot 10^{-9}$ rad., ce qui est négligeable. Dans (3.6), le terme en $\zeta \tau^2$ vaut au maximum $3.2 \cdot 10^{-9}$ rad. pour la valeur limite de $\zeta = 15'$. Il sera également négligé. $\zeta^3/3$ vaut $2.8 \cdot 10^{-8}$ rad. pour $\zeta = 15'$, et $1.42 \cdot 10^{-8}$ rad. pour $\zeta = 12'$, soit $3.5 \cdot 10^{-3}$ rad.

En se contentant d'une valeur limite de $\pm 12'$ pour ζ , ce qui est largement suffisant dans la pratique, ce dernier terme pourra aussi être ignoré.

3.1.3. Projection centrale dans le plan focal.

La projection centrale du plan tangent, limité au champ précisé, nous donne dans le plan focal les coordonnées ξ et η (voir figure 3.1) qui s'écrivent:

$$\xi = g \tau (\cos \varphi - \zeta \sin \varphi) = v \tau \quad (3.7)$$

$$\text{où } v = g(\cos \varphi - \zeta \sin \varphi) \quad (3.8)$$

est la vitesse en ξ de l'image dans le plan focal, exprimée en mm/rad.

$$\eta = g \left(\zeta + \frac{\tau^2}{4} \sin 2\varphi \right) \quad (3.9)$$

avec $g = f/n$, f = distance focale en mm,

n = indice de réfraction de l'air ambiant:

ξ , η et g sont exprimés en mm, τ et ζ en radians.

Les relations (3.7) et (3.9) donnent les coordonnées d'une image d'étoile dans le plan focal à la précision de 0.005" à l'intérieur d'un champ défini par

$$|\tau| \leq 63 \text{ s} , \quad |\zeta| \leq 12'$$

3.2. Méthode d'observation.

Plusieurs auteurs ont publié des descriptions et discussions de la méthode d'observation et de réduction. Après avoir comparé les versions de Tanner (31), Perfect (23), Markowitz (20), Takagi (30) et Thomas (32), nous avons constaté que notre méthode de réduction se rapproche le plus de celle de Thomas.

3.2.1. Principe des quatre enregistrements.

La figure 3.2 montre le plan focal vu du haut, avec une plaque photographique vue de dos. La trace e représente l'image du parallèle d'une étoile passant au sud du zénith.

Prenons pour le moment des enregistrements instantanés dans les positions 1 à 4 de l'étoile près du méridien, tout en tournant la plaque après chaque enregistrement de 180° autour de l'axe vertical.

L'intervalle de temps $2c$ entre les enregistrements successifs est constant et vaut exactement 32 s de temps moyen. On obtient sur la plaque les 4 points 1, 2', 3 et 4'. Les coordonnées des images paires sont opposées à celles de positions correspondantes de l'étoile.

3.2.2. Information contenue dans un cycle de 4 enregistrements.

Dans la figure 3.3, la trace e (dont la courbure est négligée) est accompagnée de l'échelle de temps t de l'horloge pilote. t_p indique le passage de l'étoile au méridien. A l'instant t_M , l'étoile se trouve en M, point milieu des 4 enregistrements. Les angles horaires correspondant aux instants t_1 à t_4 sont définies par

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_M - 3c \\ \tau_2 &= \tau_M - c \\ \tau_3 &= \tau_M + c \\ \tau_4 &= \tau_M + 3c \end{aligned} \quad \text{où } c = 16 \text{ s} \approx 1.17 \cdot 10^{-3} \text{ rad.} \quad (3.10)$$

τ_M étant l'angle horaire de l'étoile à l'instant t_M .

Introduisons ces grandeurs dans (3.7) et (3.9) et formons les différences suivantes:

1) Différences de coordonnées en ξ .

$$a) \quad d_1 = \xi_3 - \xi_1 = v(\tau_3 - \tau_1) = 4cv = \xi_4 - \xi_2 = d_2$$

$$D = 2d = 8cv \quad (3.11)$$

Cette distance correspond à un angle horaire de $8c$, constante instrumentale connue avec grande précision. Elle servira à fixer expérimentalement l'échelle sur la plaque.

$$b) \quad \xi_M = \frac{1}{4}(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4)$$

transformé en temps sidéral, fournit l'angle horaire $\tau_M = t_M - t_p$ de l'étoile à l'instant t_M . On l'obtient par les deux distances

s_1 et s_2 :

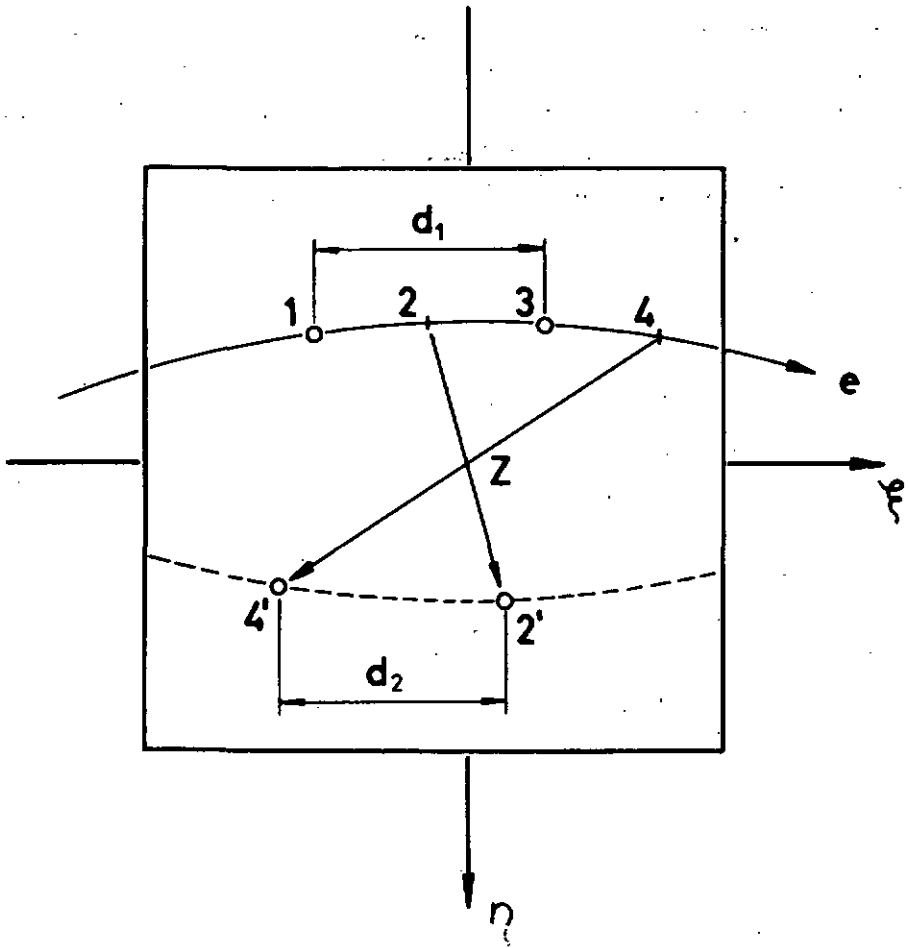


fig. 3.2

$$s_1 = \xi_1 + \xi_4 = 2v\tau_M = \xi_3 + \xi_2 = s_2$$

$$S = 2s = 4v\tau_M \quad (3.12)$$

En éliminant v entre (3.11) et (3.12), on obtient

$$\tau_M = \frac{2 S c}{D} \quad (3.13)$$

Les distances S et D fournissent donc l'angle horaire τ_M sans faire intervenir directement le facteur d'échelle g .

$$c) \quad \frac{\xi_3 - \xi_2}{2} = cv = \frac{d}{4} \quad , \quad \frac{\xi_1 - \xi_4}{2} = -3cv = -\frac{3d}{4}$$

d'où la coordonnée moyenne du quadrilatère:

$$\hat{\xi} = \frac{1}{4}(\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \xi_4) = -d/4 \quad (3.14)$$

Ces relations précisent l'emplacement du quadrilatère des 4 images par rapport au méridien.

2) Différences de coordonnées en η .

$$a) \quad h_1 = \eta_1 + \eta_4 \quad , \quad h_2 = \eta_3 + \eta_2$$

$$H = h_1 + h_2 = g(4\zeta + (\tau_M^2 + 5c^2)\sin 2\varphi) \quad (3.15)$$

Connaissant g , la mesure de H fournit la valeur exacte de ζ , au moyen de τ_M tiré de (3.13).

b) La différence $h_1 - h_2$ donne un contrôle de la courbure de la trace qui prend l'expression:

$$h_1 - h_2 = 4gc^2 \sin 2\varphi \quad (= 18.8 \mu) \quad (3.16)$$

c) Sous l'effet de la courbure de la trace, le quadrilatère subit une faible rotation en fonction de τ_M par rapport au système d'axes $\xi Z \eta$ du plan focal. Appelons ω cet angle compté positivement de ξ vers η .

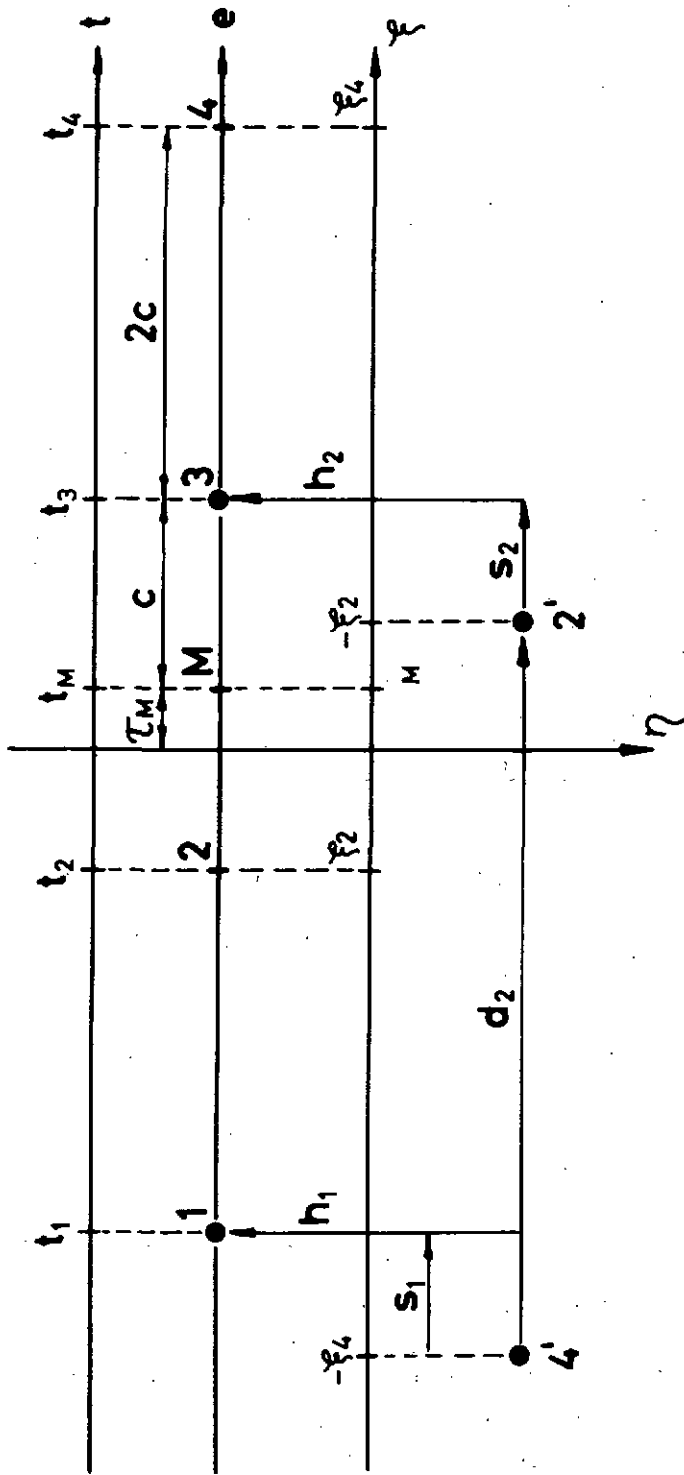


FIG. 3.3

Il est défini par

$$\omega = R/D \quad , \quad \text{avec}$$

$$R = \eta_3 + \eta_4 - (\eta_1 + \eta_2) = 4gc\tau_M \sin 2\varphi \quad (3.17)$$

d) La moyenne des coordonnées en η devient:

$$\hat{\eta} = \frac{1}{4}(\eta_1 - \eta_2 + \eta_3 - \eta_4) = -\frac{1}{2} gc\tau_M \sin 2\varphi = -R/8 \quad (3.18)$$

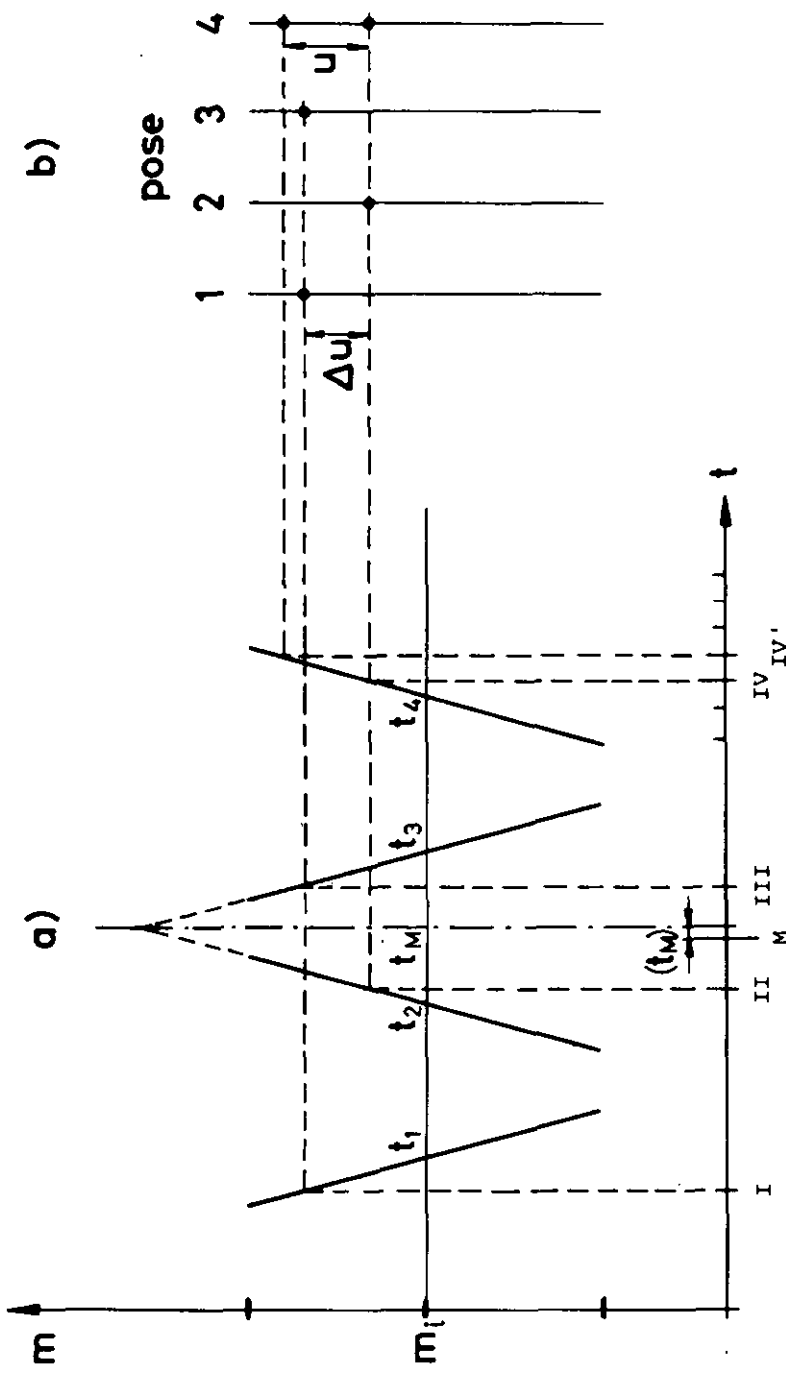
Les distances D, S et H, tirées du quadrilatère des images, fournissent théoriquement tous les éléments nécessaires à la déduction de l'angle horaire τ_M de l'étoile et de sa distance zénithale ζ au méridien. Les informations supplémentaires sont en partie nécessaires pour la définition de l'orientation du système de coordonnées sur la plaque.

Le passage des enregistrements instantanés théoriques, à la pratique des poses prolongées, pendant lesquelles la plaque suit l'étoile, ne change rien d'essentiel au principe.

3.2.3. Le cycle automatique et sa liaison à l'horloge.

Lors de la commande d'un cycle, le rotary se met d'abord en position est-ouest, en appuyant contre les arrêts. Ensuite le rouage des cames est couplé au moteur phonique. Les cames principales sont montées sur un arbre qui fait un tour en 32 s. Elles commandent l'embrayage du micromètre, l'ouverture et la fermeture de l'obturateur, et le retournement du rotary. Les embrayages effectifs du système de cames et du micromètre se produisent toujours à la même fraction de seconde avec une précision meilleure que la milliseconde, aussi longtemps que le moteur phonique reste en phase (voir 2.4.).

Le diagramme de la figure 3.4a représente le déplacement du chariot par rapport au rotary au cours d'un cycle. Chaque branche du diagramme en forme de W reproduit une traversée du chariot pendant une pose. La définition des instants t_i (équidistance en temps, position identique de la plaque) fixe la position correspondante m_i du chariot, et l'instant t_M est représenté par l'abscisse de l'axe de



tops sec. pairs

- II = seconde $2n$
 - III = " $2(n+k)$
 - M = " $2n+k$
 - I = " $III - 4c$
 - IV = " $II + 4c$
 - IV' = " $IV + 2$
- où $c = 16$ s

fig. 3.4

symétrie du diagramme. Les différences de coordonnées des images d'étoile ont fourni τ_M , l'angle horaire de l'étoile au moment t_M . Afin d'obtenir une détermination d'heure, il s'agit alors de fixer l'état de l'horloge pilote au même instant. La fraction de seconde de t_M , désignée par (t_M) , se détermine au moyen du chronographe photographique. Les figures 3.4a et b indiquent son principe de fonctionnement. La partie b représente les quatre rangées de points sur la plaque du chronographe. (Ne sont reproduits que les quelques points d'une seule configuration de mesure).

Admettons d'abord que les enregistrements par flash électronique ne se font que toutes les deux secondes. Au point obtenu à la seconde $2n$ lors de la deuxième pose, correspondra un point $2(n+k)$ de la troisième pose. Si le décalage Δu entre ces deux points est nul, la seconde $2n+k$ coïncide avec t_M et (t_M) s'annule. Dans le cas général de $\Delta u \neq 0$, des considérations géométriques simples donnent

$$(t_M) = \Delta u/u \quad (3.19)$$

u étant la distance correspondant à l'intervalle de deux secondes. On voit que les points correspondants des poses de même parité ont forcément la même ordonnée, puisque la phase du micromètre par rapport à l'horloge est fixe. Leur alignement doit servir à l'orientation de la plaque du chronographe pour la mesure de Δu et de u . Les points des poses 1 et 4 donnent évidemment une deuxième mesure de ces grandeurs.

Pour des raisons pratiques, nous faisons fonctionner les lampes flash à chaque top seconde pendant les poses. Ceci introduit dans la mesure de (t_M) une ambiguïté d'une demi-seconde qui est facilement levée par des considérations de symétrie.

Remarquons que ce chronographe photographique supprime tout effet de jeu dans l'entraînement de la plaque stellaire. Les points de la plaque du chronographe reflètent directement les positions réelles occupées par le chariot aux secondes rondes de l'horloge. En effet, la durée de décharge des lampes flash (Mullard LSD 3) n'est que de 0.2 ms.

L'utilisation d'un embrayage à phase fixe entraîne comme conséquence

que (t_M) reste constant pour tous les cycles, indépendamment des temps d'enclenchement. Sa valeur ne dépend que de la phase du moteur phonique par rapport à l'horloge.

Ceci nous a amené à la modification suivante: Une came a été montée sur l'arbre 1 t/s du moteur phonique. Elle fournit un top seconde (reproductibilité à l'intérieur de 10^{-4} s), qui commande les lampes flash. Sa phase est ajustée une fois pour toutes, de sorte que $\Delta u = (t_M) = 0$. Lors du lancement du moteur phonique, ce top est amené en coïncidence avec celui de l'horloge pilote, au moyen d'un déphaseur. Par ce procédé, la plaque du chronographe devient superflue. Ce dernier ne sert plus que d'organe de contrôle périodique.

3.2.4. Répartition des groupes d'étoiles sur la plaque.

Chaque quadrilatère est caractérisé par sa hauteur $h \approx 2\zeta$ qui permet d'identifier l'étoile. Pour éviter des superpositions, un retard systématique de deux secondes est appliqué à la commande des cycles. Il provoque une séparation entre étoiles nord et sud.

Le programme d'observation publié dans (3) est formé de 12 groupes de 8 à 12 étoiles. La figure 3.5 donne la reproduction de l'enregistrement original d'un groupe d'étoiles. La plus grande distance zénithale de ce groupe vaut 3.2' (étoile marquée d'une flèche), et la hauteur de la reproduction correspond au domaine maximal de $\pm 12'$.

Pour tous les cycles d'un groupe, la position initiale du rotary est la même, le micromètre se trouvant toujours soit à l'ouest (cycle W), soit à l'est (cycle E) pour la première pose. Afin d'éviter le changement de plaque après chaque groupe, on change la position initiale pour le groupe suivant, ce qui change le signe de toutes les coordonnées. Selon (3.14), les quadrilatères du nouveau groupe sont donc décalés d'une distance $d/2$ par rapport à ceux du premier. Un changement de la valeur initiale du micromètre, suivi d'un nouveau changement de cycle, permet de doubler encore une fois la capacité d'une plaque. On a finalement quatre groupes enchevêtrés les uns dans les autres. Nous avons décrit ce procédé plus en détail dans (26) et (34).

3.2.5. Erreurs d'azimut et de la vitesse du chariot.

Dans la pratique, l'angle de retournement du rotary diffère de 180° d'un petit angle Δa , et la direction de déplacement du chariot forme un certain angle a (erreur d'azimut) avec l'axe ξ . Ces deux angles sont comptés dans le sens des azimuts. Pour les deux positions W et E du rotary, les axes du plan focal prendront sur la plaque les orientations indiquées dans la figure 3.6a .

Faisons passer par Z la droite m qui indique l'axe de déplacement du chariot. Si en position W elle a une erreur d'azimut $a_{(W)}$, en position E cette erreur vaudra $a_{(E)} = a_{(W)} + \Delta a$. D'où l'erreur d'azimut moyenne $a = a_{(W)} + \Delta a/2 = a_{(E)} - \Delta a/2$.

Introduisons le déplacement de la plaque pendant les poses. Les vecteurs $v_{(W)}$ et $v_{(E)}$ indiquent les vitesses de translation des systèmes d'axes correspondants.

Il s'agit alors d'introduire un système d'axes xOy lié à la plaque. Le choix le plus logique et le plus commode pour des raisons de symétrie est celui du premier vertical moyen sur la plaque, c. à. d. la bissectrice de l'angle Δa que forment les deux axes $-\xi_{(W)}$ et $\xi_{(E)}$. Prenons cette bissectrice comme axe des x , compté négativement vers le micromètre, et choisissons l'origine 0 de sorte que lors de l'entraînement de la plaque, 0 coïncide avec Z aux instants t_i (figure 3.6b).

En supposant que la vitesse d'entraînement v soit réalisée avec une erreur relative ϵ , les coordonnées instantanées x, y d'une étoile prise en position W ou E s'écrivent:

$$\begin{aligned} x \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} &= \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \xi - \eta \Delta a/2 \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} v(1 + \epsilon) (\tau - \tau_i) \cos a \\ y \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} &= \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \eta + \xi \Delta a/2 \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} v(1 + \epsilon) (\tau - \tau_i) \sin a \end{aligned} \quad (3.20)$$

L'erreur Δa sera en effet toujours assez petite pour permettre cette simplification.

3.2.6. Poses prolongées, Coordonnées du centre de noircissement.

Notre PZT travaille avec deux temps de pose:

7 s pour les étoiles fortes de $m_{pg} < 8$ (env. 20% du programme)

20 s pour les étoiles plus faibles.

Si la plaque pouvait suivre exactement la trace de l'image stellaire, les considérations de 3.2.2. seraient encore valables, à condition que le chariot de plaque se retrouve en position identique aux instants t_i .

Désignons par

T la durée des poses centrées en principe sur les instants t_i

τ_{pi} l'angle horaire de l'étoile au centre de la pose i

$\Delta p = \tau_{pi} - \tau_i$ le décentrage (constant) des poses.

En admettant une réponse linéaire de l'émulsion photographique en fonction du temps, les coordonnées \bar{x}_i et \bar{y}_i du centre de noircissement de l'image stellaire sont déterminées par les intégrales moyennes:

$$\bar{x}_i \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} = \frac{1}{T} \int_{\tau_{pi} - \frac{T}{2}}^{\tau_{pi} + \frac{T}{2}} x \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} d\tau \quad (3.21)$$

$$\bar{y}_i \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} = \frac{1}{T} \int_{\tau_{pi} - \frac{T}{2}}^{\tau_{pi} + \frac{T}{2}} y \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} d\tau$$

Pour les erreurs instrumentales Δp , ϵ , a et Δa , nous nous fixons provisoirement les limites grossières suivantes, facilement réalisables:

$$\begin{aligned} |\Delta p| &\leq 10^{-4} \text{ rad.} \approx 1.37 \text{ s} \\ |\epsilon| &\leq 10^{-2} \\ |a| &\leq 10^{-2} \text{ rad.} \approx 34.5' \\ |\Delta a| &\leq 10^{-4} \text{ rad.} \approx 20.6'' \end{aligned} \quad (3.22)$$

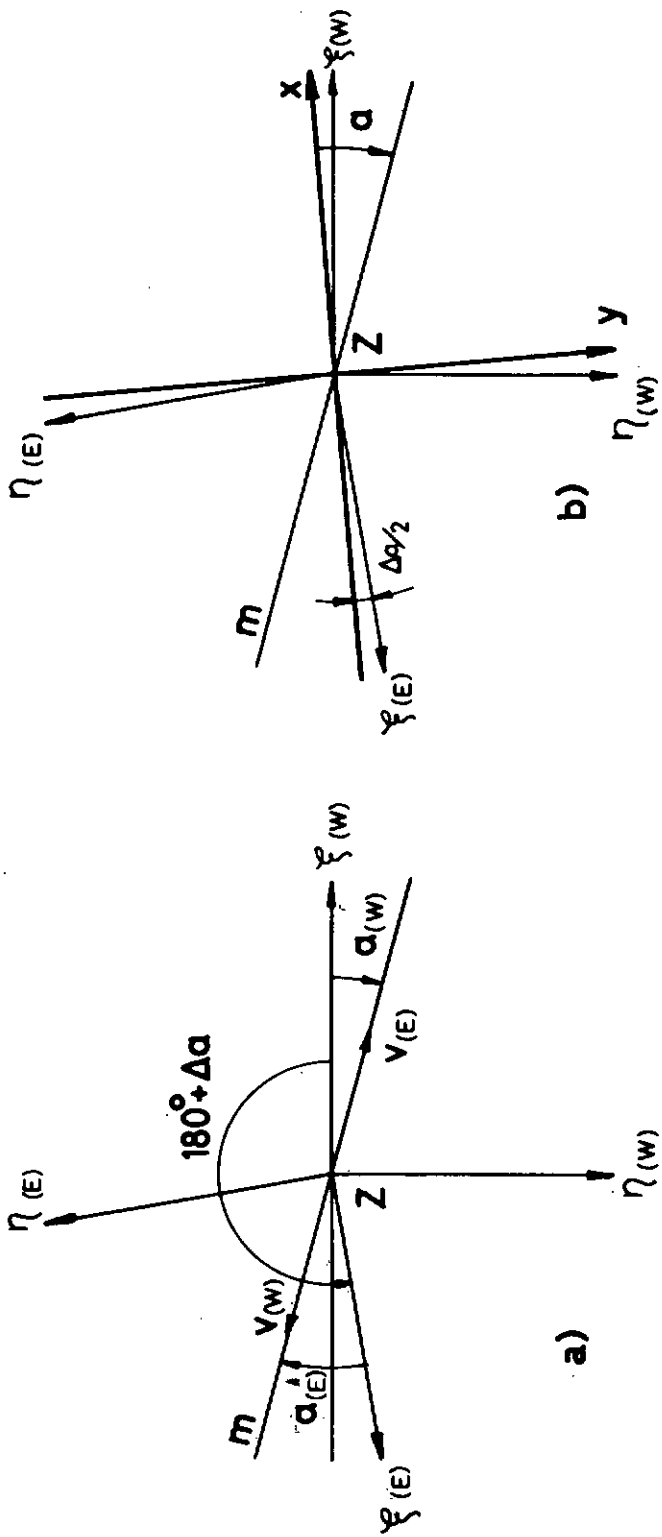


fig. 3.6

Les intégrales moyennes deviennent alors, compte tenu de (3.20), (3.7) et (3.9), et en laissant tomber les termes inférieurs à $4 \cdot 10^{-9}$ rad. :

$$\bar{x}_i \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} = \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} v \tau_i + g(a^2/2 - \epsilon) \Delta p \cos \varphi - g \zeta \Delta a / 2 \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_i \begin{matrix} (W) \\ (E) \end{matrix} = \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} g \left(\zeta + ((\tau_i + \Delta p)^2 + T^2/12) \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) + g \epsilon (1 + \epsilon) \Delta p \cos \varphi \\ + g \tau_i \frac{\Delta a}{2} \cos \varphi \end{aligned} \quad (3.24)$$

où \bar{x}_i , \bar{y}_i et g sont exprimés en mm, v en mm/rad., et les autres grandeurs en radians.

Ces relations définissent les coordonnées du centre de noircissement d'une image stellaire avec une précision à l'intérieur de $\pm 0.005''$, pour autant que les limites fixées pour τ_i , ζ , a , Δa , Δp et ϵ soient respectées.

3.2.7. Relations entre les images photographiques effectuées d'erreurs instrumentales.

Appliquons maintenant les relations de 3.2.2. aux coordonnées \bar{x}_i , \bar{y}_i des images photographiques, tenant compte de (3.10).

Pour un cycle W on obtient:

1) Différences en x .

$$\begin{aligned} \text{a) } d_1 = \bar{x}_3 - \bar{x}_1 = 4cv = \bar{x}_2 - \bar{x}_4 = d_2 \\ D = 2d = 8cv \end{aligned} \quad (3.25)$$

On remarque que les erreurs instrumentales traitées n'influencent pas la mesure des distances d .

$$\begin{aligned} \text{b) } \epsilon_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}_4 = 2v\tau_M + 2g \left(\frac{a^2}{2} - \epsilon \right) \Delta p \cos \varphi = \bar{x}_3 - \bar{x}_2 = s_2 \\ S = 2s = 4 \left(v\tau_M + g \left(\frac{a^2}{2} - \epsilon \right) \Delta p \cos \varphi \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$c) \quad x = \frac{1}{4}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4) = -\frac{d}{4} - g\zeta\Delta a/2 \quad (3.27)$$

2) Différences en y.

$$a) \quad h_1 = \bar{y}_1 - \bar{y}_4 \quad h_2 = \bar{y}_3 - \bar{y}_2$$

$$H = h_1 + h_2 = g \left(4\zeta + ((\tau_M + \Delta p)^2 + 5c^2 + \frac{\pi^2}{12}) \sin 2\varphi \right) \quad (3.28)$$

$$- 4g \cos \varphi (a(1+\varepsilon)\Delta p + c\Delta a/2)$$

$$b) \quad h_1 - h_2 = 4gc(c \sin 2\varphi - \Delta a \cos \varphi) \quad (3.29)$$

$$c) \quad R = -\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 - \bar{y}_4 = 4gc(\tau_M + \Delta p) \sin 2\varphi \quad (3.30)$$

$$d) \quad \bar{y} = \frac{1}{4}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4) = -\frac{1}{2}gc(\tau_M + \Delta p) \sin 2\varphi \quad (3.31)$$

$$+ \frac{1}{2}g\tau_M \Delta a \cos \varphi$$

Les relations (3.25) à (3.31) montrent l'influence des erreurs instrumentales a , Δa , ε et Δp . Plutôt que de les utiliser à la détermination de ces inconnues, ce qui conduirait à des résultats moins précis que leur détermination par voie expérimentale directe, on s'y réfère pour déterminer les tolérances, à l'intérieur desquelles ces erreurs peuvent être négligées.

4. Erreurs instrumentales et tolérances.

4.1. Tolérances des erreurs instrumentales introduites sous 3.2.

4.1.1. Vitesse d'entraînement de la plaque.

L'entraînement à vitesse constante du micromètre est calculé en fonction de la distance focale théorique de l'objectif et de la latitude géographique. Un engrènement à quatre roues assure la réduction du moteur phonique au micromètre qui tourne à 0.3419540 t/s de temps moyen. La vitesse V de déplacement du chariot ne dépend que de la température de la vis micrométrique dont le pas nominal est de 0.5 mm. A 20°, elle vaut

$$V_{20} = 0.1709770 \text{ mm/s de temps moyen}$$

et à la température t :

$$V_t = V_{20} (1 + \lambda (t - 20^\circ)) \quad (4.1)$$

avec un coefficient de dilatation λ de la vis de $1.1 \cdot 10^{-5}/^\circ$

4.1.2. Vitesse de l'image dans le plan de la plaque.

Elle est définie par la relation (3.8) pour autant que le plan de la plaque coïncide avec le plan focal. Comme cette condition ne peut pas être remplie de façon rigoureuse, il nous faut interpréter f comme étant le double de la distance qui sépare le bain de mercure de la plaque dans le second plan principal.

Or cette distance dépend de la dilatation thermique du tube. Son coefficient de dilatation γ se détermine par la mesure directe de $f/2$ au moyen d'une barre en invar, muni d'un micromètre. Les mesures faites à des températures allant de -8.0° à $+22.2^\circ$ C ont donné, compte tenu du coefficient de dilatation de l'invar:

$$\gamma = 1.00 \cdot 10^{-5}/^\circ$$

Ces mesures directes, effectuées avec le châssis de plaque no. 1, fournissent pour f_0 , la double distance de la plaque au bain de mercure à 0° , la valeur

$$f_0 = 3437.50 \text{ mm, et à } 20^\circ \quad (4.2)$$

$$f_{20} = 3438.19 \text{ mm} \quad (4.2)$$

La loi de Gladstone nous donne la variation de l'indice de réfraction n . Le coefficient $g = f/n$, exprimé en fonction de la température t et de la pression atmosphérique P s'écrit alors

$$g = \frac{f_0(1 + \gamma t)}{1 + \alpha_0 \frac{273 P}{760(t + 273)}} \quad (4.3)$$

avec $\alpha_0 = 2.9255 \cdot 10^{-4}$ (10), p. 144.

Les domaines de variation de t et P au cours des observations sont:

$$\begin{aligned} -10^\circ &\leq t \leq +25^\circ \text{ C} \\ 715 &\leq P \leq 735 \text{ mm Hg} \end{aligned}$$

Contrairement aux températures, la pression atmosphérique pendant les nuits de beau temps ne présente pas de variation saisonnière bien marquée. Ses fluctuations sont pratiquement statistiques.

A partir de (4.3), nous calculons la variation relative $\frac{dg}{g}(dt, dP)$ pour $t = 8^\circ$ et $P = 725$ mm Hg, points milieu des domaines de variation de t et P . Ceci nous permet de remplacer (4.3) par le développement de forme plus commode

$$g = 3436.84 (1 + 1.097 \cdot 10^{-5}(t-8) - 3.74 \cdot 10^{-7}(P-725)) \text{ mm} \quad (4.4)$$

Introduit dans (3.8), il fournit $v(t, P, \zeta)$, la vitesse de l'image dans le plan de la plaque, exprimée en mm/rad. Au moyen du facteur de transformation $\frac{15 \cdot 1.002738}{206265}$

on la ramène comme V à des mm/s de temps moy., ce qui donne finalement

$$v = 0.1709283 (1 + 1.097 \cdot 10^{-5}(t-8) - 3.7 \cdot 10^{-7}(P-725)) (1 - \zeta \operatorname{tg} \varphi) \text{ mm/s T.M.} \quad (4.5)$$

Cette formule permet d'évaluer avec précision les variations de v . La valeur absolue de v ainsi calculée, par contre, n'est don-

née qu'à la précision relative du réglage de la plaque dans le second plan principal de l'objectif comparé à f .

4.1.3. Erreur ϵ de la vitesse du chariot.

Selon 3.2.5., ϵ est défini par

$$V = v(1 + \epsilon) \quad \epsilon = \frac{V - v}{v} \quad (4.6)$$

En se limitant au premier terme en ζ , (4.1) et (4.5) donnent

$$\epsilon = 2.08 \cdot 10^{-4} + 3.8 \cdot 10^{-8}(t-8) + 3.7 \cdot 10^{-7}(P-725) + 1.072 \zeta \quad (4.7)$$

où ζ est exprimé en radians.

La compensation quasi totale des effets thermiques est accidentelle. En effet, il faut admettre que la valeur exacte du coefficient λ , connu à deux chiffres significatifs seulement, se situe entre les limites de $(1.1 \pm 0.05) \cdot 10^{-5}$. Cette marge fixe le coefficient du terme en t entre les limites de -4.6 et $+5.4 \cdot 10^{-7}$. Même en adoptant pour le cas le plus défavorable, ces dernières valeurs, la compensation thermique reste très bonne.

La plus forte variation de ϵ est due à la variation de vitesse de l'image en fonction de ζ . Aux valeurs limites de $\zeta = \pm 12'$, soit $\pm 3.49 \cdot 10^{-3}$ rad., ϵ prend les valeurs de $+3.95 \cdot 10^{-3}$ et de $-3.54 \cdot 10^{-3}$.

Ces erreurs sont essentiellement systématiques, puisque la contribution due aux variations de température et de pression n'est au maximum que de $1.3 \cdot 10^{-5}$ en valeur absolue.

Dans l'évaluation des tolérances des différentes erreurs instrumentales, il nous faut donc prendre en considération pour ϵ la valeur limite de

$$\epsilon = \pm 4.0 \cdot 10^{-3} \quad (4.8)$$

A cette valeur, l'image stellaire se déplace à une vitesse de $6.8 \cdot 10^{-4}$ mm/s par rapport à la plaque. Pendant une pose de 20 s,

l'image photographique d'une étoile de $\zeta = 12'$ s'étire donc sur 13.6μ en x. Il s'y ajoute l'étirement en y dû à la courbure de trace, et qui vaut 8.8μ pour une pose extérieure. La résultante qui forme un angle de 33° avec le premier vertical, est de 16.2μ , ce qui correspond à plus de la moitié du rayon d'une image normale. Mais ce déplacement considérable n'allonge pas de façon appréciable les images, car la variation du temps effectif d'exposition le long du déplacement donne lieu à une compensation, la zone d'exposition maximale se rétrécissant surtout dans le sens de l'étirement de l'image. Le dessin schématique de la figure 4.1 illustre le phénomène: pendant une pose de 20 s, un disque lumineux se déplace horizontalement de la moitié de son rayon. Les demi-cercles indiquent de l'extérieur vers l'intérieur de la figure, les lieux géométriques d'expositions effectives de 0, 5, 10, 15 et 20 s.

La valeur limite de ε étant établie, nous pouvons passer aux tolérances des autres erreurs instrumentales.

4.1.4. Tolérance pour le décalage Δp des poses et précision de son réglage.

La plus grande influence de Δp , l'erreur de centrage des poses, se manifeste dans la relation (3.26) qui, en première approximation, peut s'écrire

$$S = 4g \cos \varphi (\tau_M - \varepsilon \Delta p)$$

τ_M doit être défini à $\pm 3.6 \cdot 10^{-8}$ (voir 3.1.2.), d'où

$$|\varepsilon \Delta p| \leq 3.6 \cdot 10^{-8}$$

ce qui donne à Δp la tolérance

$$|\Delta p| \leq 9.0 \cdot 10^{-6} \text{ rad.} \approx 0.12 \text{ s} \quad (4.9)$$

Notons qu'un Δp plus grand mais constant se traduirait par une erreur en temps que la précession en déclinaison ferait changer selon la variation de ε en fonction de ζ .

Précision du réglage de Δp .

La figure 4.2 rend compte des différentes phases de l'obturation. Le mouvement complet de l'obturateur (rotation de 90°) dure 0.50 s; l'obturation effective, par contre, ne prend que 0.11 s. La courbe d'obturation tient compte de la forme circulaire de la pupille d'entrée.

On voit que l'intervalle entre la commande de l'obturateur et l'instant correspondant à sa position demi-ouverte, vaut 0.24 s à l'ouverture, et 0.26 s à la fermeture. La commande est donnée par une came sur l'arbre de 1 t/32 s. Son réglage se fait à une précision à l'intérieur de ± 0.02 s, ce qui correspond à 0.3 mm sur la circonférence de la came. Par conséquent, on maintient Δp facilement à l'intérieur de ± 0.05 s, soit $\pm 3.6 \cdot 10^{-6}$ rad., et (4.9) sera donc toujours satisfait.

4.1.5. Tolérance de l'erreur d'azimut et son contrôle expérimental.

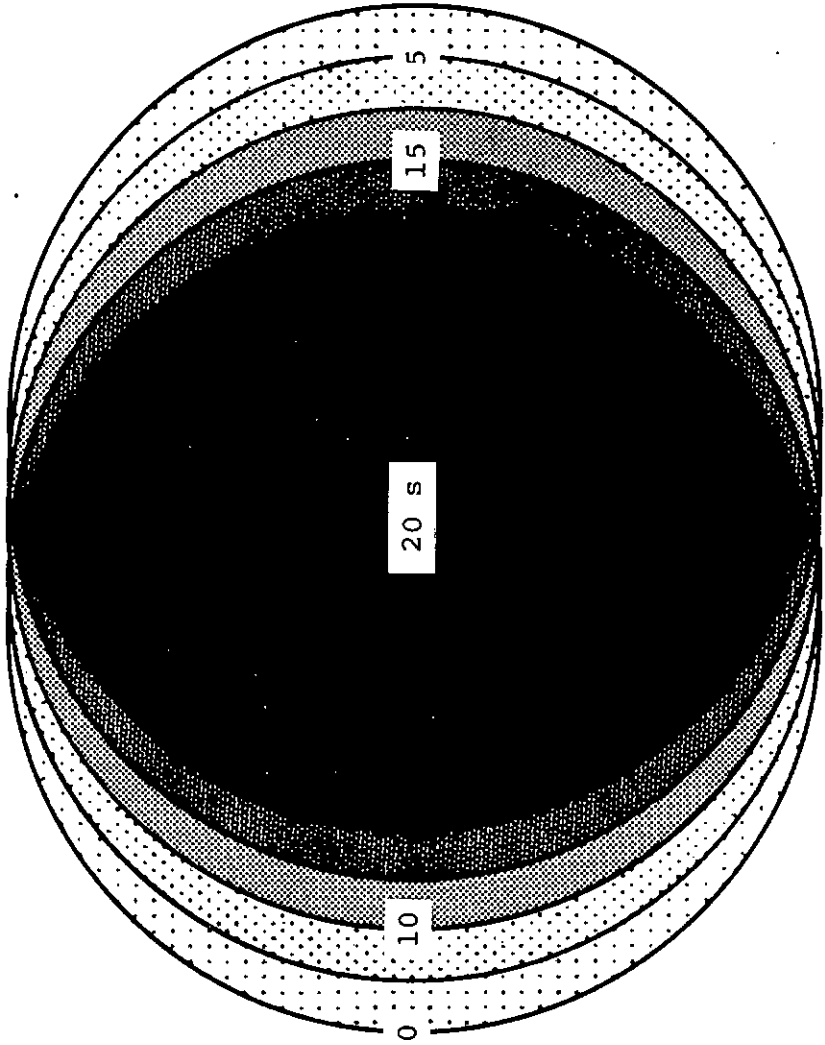
L'erreur a influence en premier lieu ζ . Comme ζ doit être déterminé à $\pm 2.4 \cdot 10^{-8}$ rad., la suppression dans (3.28) du terme principal en a entraîne la condition

$$|a \Delta p \cos \varphi| \leq 2.4 \cdot 10^{-8}$$

En introduisant la valeur garantie de $3.6 \cdot 10^{-6}$ rad. pour Δp , on obtient comme tolérance

$$|a| \leq 10^{-2} \text{ rad.} \approx 34' \quad (4.10)$$

Le contrôle expérimental de l'azimut s'effectue au moyen d'un objectif auxiliaire d'un diamètre d'ouverture de 50 mm et d'une distance focale de 419 mm. Il est monté au-dessus de la plaque du chronographe et permet d'enregistrer sur celle-ci des traces d'é-



toiles à l'intérieur d'un champ de 5° . Les traces ainsi obtenues avec le rotary en position W et E, fournissent l'orientation du premier vertical par rapport à la direction du mouvement du chariot, indiquée par l'alignement des points produits par les flashes. Cette mesure directe de l'angle α est d'une précision d'environ $5 \cdot 10^{-4}$ rad. soit $1.7'$. L'erreur subsistant après le réglage n'atteint donc que 5 % de sa tolérance.

4.1.6. Mesure de l'erreur de retournement du rotary. Tolérance.

L'angle $\Delta\alpha$ est surveillé avec une grande précision. Un miroir plan est fixé verticalement sur le cadre du chariot de plaque. Au moyen d'une lunette horizontale, on contrôle en autocollimation la parallélité du miroir dans les deux positions du rotary. Cette méthode permet de maintenir l'erreur $\Delta\alpha$ à l'intérieur de $\pm 2''$, soit 10^{-5} rad.

Tolérance de $\Delta\alpha$.

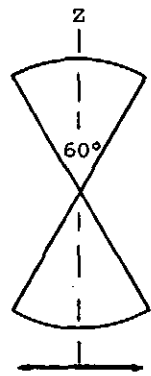
Thomas (32) a montré le premier que l'angle de retournement du rotary n'est pas critique du tout. Dans les différences essentielles en x de (3.25) et (3.26), l'erreur $\Delta\alpha$ n'apparaît même pas. C'est de la relation (3.28) que l'on tire la condition

$$|c \Delta\alpha \cos\phi| \leq 4.8 \cdot 10^{-8} \text{ rad.}$$

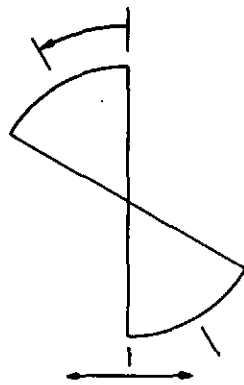
Avec (3.10), la tolérance pour $\Delta\alpha$ devient

$$|\Delta\alpha| \leq 6.0 \cdot 10^{-5} \text{ rad.} \approx 12'' \quad (4.11)$$

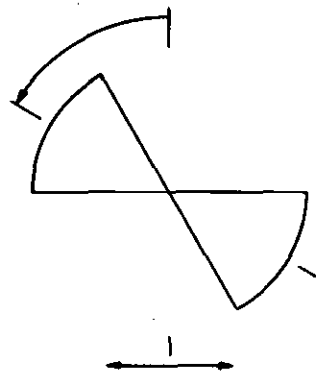
Le tableau ci-après récapitule les résultats de ce chapitre:



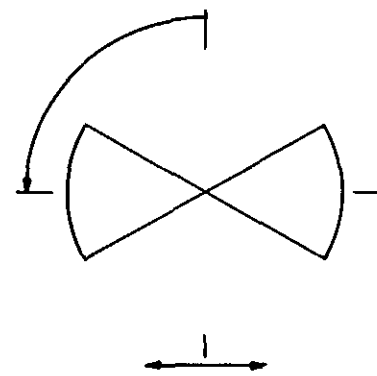
A: obturateur en pos. fermée



B: début de l'ouverture



C: fin de l'obturation



D: obturateur en pos. ouverte

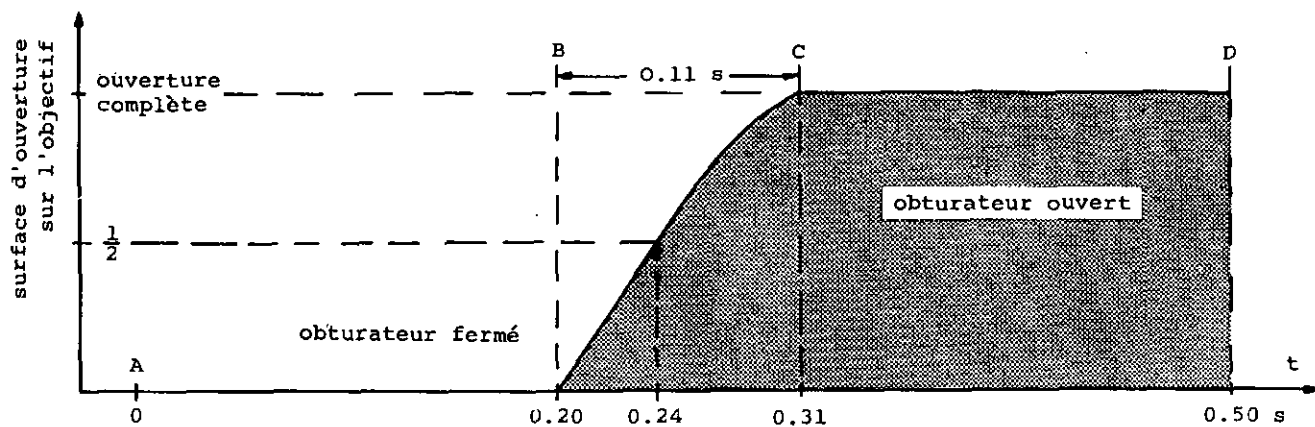


fig. 4.2

	Tolérance	Valeur garantie par contrôle expérimental
ε	$4 \cdot 10^{-3}$	
Δp	$9.0 \cdot 10^{-6}$ rad.	$3.6 \cdot 10^{-6}$ rad.
a	0.010 "	$5.0 \cdot 10^{-4}$ "
Δa	$6.0 \cdot 10^{-5}$ "	$1.0 \cdot 10^{-5}$ "

4.2. Autres erreurs instrumentales.

4.2.1. Variation de l'échelle de plaque.

Le facteur d'échelle g doit être déterminé à la précision relative près, à laquelle on veut déterminer les inconnues ζ et τ_M .

Pour ζ , la précision relative requise selon 3.1.2. vaut

$$\left| \frac{\Delta \zeta}{\zeta} \right| \leq \frac{0.005''}{12'} = 6.9 \cdot 10^{-6} \quad (4.13)$$

Par contre, pour τ_M qui est toujours maintenu à l'intérieur de ± 5 s, la précision relative exigée n'est que de

$$\left| \frac{\Delta \tau_M}{\tau_M} \right| \leq \frac{0.0005 \text{ s}}{5 \text{ s}} = 10^{-4} \quad (4.14)$$

La relation (4.4) permet de calculer la variation relative de g qui doit rester à l'intérieur de $\pm 6.9 \cdot 10^{-6}$.

On voit que l'influence des faibles variations non systématiques de la pression atmosphérique est négligeable.

L'effet systématique considérable des variations saisonnières de la température est partiellement compensé par la dilatation thermique des plaques. En effet, toutes les plaques sont mesurées dans un local climatisé à une température constante de 21° à $\pm 1^\circ$ près. Les faibles variations thermiques lors de la mesure sont de caractère statistique et, par conséquent, ne produisent pas d'erreur systématique. Selon les indications du fabricant, le verre de nos

plaques (Ilford Zenith Astronomical) a un coefficient de dilatation de $7.8 \cdot 10^{-6}$. Le facteur d'échelle g_m valable pour les mesures devient alors, en se basant sur (4.4)

$$\begin{aligned} g_m &= 3436.84(1 + 1.10 \cdot 10^{-5}(t-8) - 7.8 \cdot 10^{-6}(t-20)) \\ &= 3437.07 (1 + 3.2 \cdot 10^{-6}t) \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.15)$$

t étant la température d'observation.

Les variations saisonnières de température, comprises entre $8^\circ \pm 18^\circ$, produisent des variations relatives considérables de g_m pouvant atteindre $\pm 5.8 \cdot 10^{-5}$. Leur influence sur τ_M est toutefois insensible. En ζ par contre, elles introduisent des erreurs systématiques proportionnelles à ζ d'une amplitude maximale de $\pm 0.042''$. On ne peut donc pas utiliser une échelle moyenne, constante pour toute l'année, à moins d'une compensation par le réglage du niveau du bain de mercure en fonction de la température. Il est même préférable d'utiliser pour chaque groupe d'étoile sa propre échelle, plutôt que d'appliquer l'échelle de toute la plaque ou de toute la nuit d'observation, car les échelles de groupe diffèrent entre elles assez souvent de façon significative (voir chap. 8).

4.2.2. Réglage du bain de mercure.

La précision du réglage du mercure maintenu toute l'année à un niveau fixe, affecte avec un facteur 2 la distance optique de la plaque au second plan principal. Ce réglage se fait pour chaque nuit, après le nettoyage de la surface du mercure. Au moyen d'une vis micrométrique, on amène la surface en contact avec la pointe d'un palpeur. L'écart-type de réglages répétés par différents opérateurs n'est que de $\pm 4 \mu$. Or la tolérance fixée par (4.13) vaut $\pm 12 \mu$.

4.2.3. Courbure horizontale de la trajectoire du chariot.

Le système de suspension du chariot lui assure une translation parfaite, surveillée facilement en autocollimation. Dans le plan hori-

zontal, il faut que la trajectoire soit parfaitement rectiligne. Or, le guidage latéral par un pantographe horizontal peut facilement donner à la trajectoire une faible courbure, sans compromettre la translation. Le centre de noircissement d'une image photographique est alors déplacé en y de deux tiers de la hauteur de l'arc décrit pendant la pose. La hauteur tolérable serait de 0.12μ correspondant à $0.0075''$.

Les points sur la plaque du chronographe qui donnent une image agrandie 2.5 fois de la trajectoire, permettent de vérifier, s'il y a une courbure notable. Une statistique d'une centaine de mesures nous a donné pour la hauteur de l'arc la valeur de $0.03 \pm 0.04 \mu$. La trajectoire dans le plan horizontal n'a donc pas de courbure significative.

4.2.4. Courbure verticale de la trajectoire.

La suspension du chariot a un rayon de courbure de 451 mm et l'amplitude maximale de la course du chariot est de 2.8 mm autour de sa position d'équilibre. La dénivellation provoquée par cette amplitude vaut 8.7μ . En variation relative de la distance effective de l'image, elle n'est que de $2.5 \cdot 10^{-6}$. Les différences entre les échelles moyennes de temps de pose et de positions initiales différents restent donc insignifiantes.

4.2.5. Inclinaison de la plaque.

Une inclinaison de la plaque produit une distorsion de ses coordonnées. Le plan de la figure 4.3 est le vertical passant par la normale à la plaque. Faisons passer le plan focal par le centre C de la plaque et projetons le segment x sur la plaque. Le rayon de projection forme un angle $\alpha = \frac{x}{f}$ avec la verticale, et la projection $x + \Delta x$ s'écrit

$$x + \Delta x = x \cos i + x \sin i \operatorname{tg}(i + \alpha)$$

Nous introduisons pour α l'ouverture maximale de $16'$, et pour l'erreur relative $\frac{\Delta x}{x}$ la tolérance (4.13).

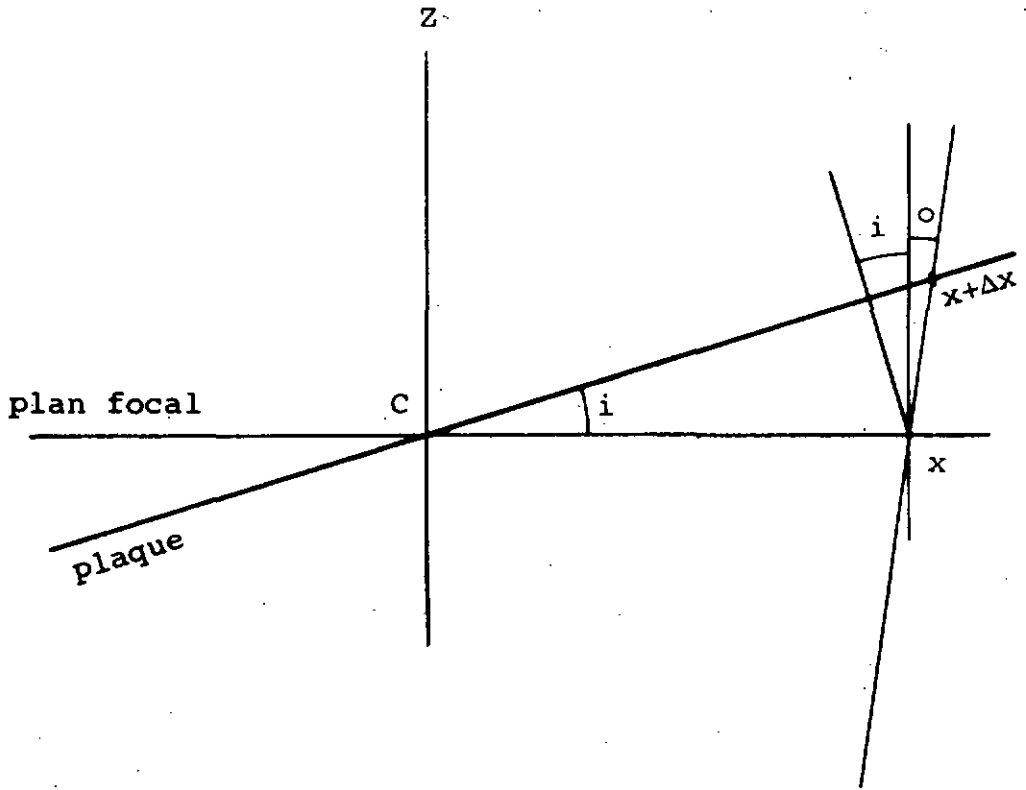


fig. 4.3

La tolérance pour l'inclinaison i de la plaque devient alors

$$|i| \leq 4.6' \quad (4.16)$$

Si l'axe de rotation du rotary n'est pas parfaitement vertical, l'inclinaison i dépend de la phase du rotary. Désignant par j l'angle entre la verticale et l'axe du rotary, et par j' l'angle entre ce dernier et la normale à la plaque, l'inclinaison i s'exprime dans les cas extrêmes par

$$i = j \pm j' \quad (4.17)$$

4.2.6. Inclinaison du rotary.

Le second plan principal de l'objectif ne peut pas être fixé expérimentalement avec grande précision. Sa position dépend d'ailleurs de la longueur d'onde de la lumière utilisée. Ainsi, de la raie spectrale F à la raie h , ce plan se déplace environ de 1 mm (voir 7.2.1.).

La gélatine de la plaque se trouve à une distance de 12.7 mm sous la dernière surface optique. Pour les longueurs d'onde limites du domaine spectral utilisé, la plaque est en dehors du plan principal de 0.7 mm au maximum.

Pendant le retournement du rotary, son inclinaison j fait donc décrire à l'image du zénith sur la plaque un demi-cercle d'un rayon maximal de 0.7 j mm. Par conséquent, les différences de coordonnées e et h (qui sont prises entre poses de parité différente), sont affectées d'une erreur systématique à l'intérieur de $\pm 1.4 j$ mm. Or pour chacune, cette erreur ne doit pas dépasser $2.2.4 \cdot 10^{-8}$ rad., soit $1.65 \cdot 10^{-4}$ mm. D'où la tolérance pour j :

$$j \leq 2.3 \cdot 10^{-4} \text{ rad.} \approx 47'' \quad (4.18)$$

4.2.7. Contrôle expérimental de l'inclinaison de la plaque et du rotary.

Le contrôle de l'inclinaison j du rotary se fait au moyen de niveaux à bulle. Leur sensibilité de $16''$ par division permet de régler j facilement à $\pm 3''$.

L'angle j' entre la normale de la plaque et l'axe du rotary est contrôlé au moyen d'un autocollimateur, en remplaçant la plaque photographique par un miroir plan. Lorsque l'on tourne le rotary, l'image du repère décrit un demi-cercle d'un rayon correspondant à $2 j'$. Par le réglage des appuis du porte-plaque, l'angle j' peut être réduit à l'environ. Ainsi, pour le porte-plaque en service (no. 1), j' vaut $1.1'$. Selon (4.17), la valeur maximale de i n'atteint donc tout au plus que le quart de sa tolérance.

4.2.8. Conclusions.

Dans ce chapitre, nous avons fait passer en revue toutes les erreurs instrumentales pouvant influencer la précision des enregistrements, sauf les aberrations du système optique qui sont étudiées sous chapitre 7. Il résulte des considérations précédentes que les performances mécaniques de l'instrument satisfont entièrement les exigences posées. Les marges de sécurité des différents réglages sont en général assez larges, pour les angles α et $\Delta\alpha$ même très grandes. Le fait de se contenter d'une vitesse d'entraînement constante pour tout le champ, n'affecte pas de façon sensible la qualité des images, mais il en résulte une valeur limite de ε relativement élevée qui resserre la tolérance pour le décentrage Δp des poses.

Les marges de sécurité établies nous permettent de considérer les réglages mécaniques comme étant parfaits et de négliger par la suite leurs effets résiduels.

5. Méthode de réduction.

5.1. Machine à mesurer.

Nous avons à disposition une machine à mesurer de haute précision HAUSER, type P 324, d'une capacité de mesure de 100 x 100 mm. Les deux coordonnées rectangulaires sont équipées chacune d'une règle en quartz spécialement sélectionnée. Elles portent une division en mm. Les microscopes de lecture sont munis d'une trame d'interpolation qui permet la lecture directe à 1 μ près. L'orthogonalité des deux coordonnées a été contrôlée au moyen d'une équerre en verre optique, et la précision de la machine dans le domaine utilisé peut être garantie à $\pm 0.1 \mu$. Cette précision est tout juste suffisante pour éviter des erreurs systématiques à la mesure, vu que 0.005" correspondent à 0.08 μ sur la plaque.

Au microscope de centrage, nous utilisons un grossissement de 35 fois, et le centrage des images se fait visuellement sur un réticule. Pour une mesure, chaque image est centrée trois fois.

La machine se trouve dans un local climatisé (voir 4.2.1.) et les mesures se font par une seule et même personne.

5.2. Reproductibilité des mesures.

Le diamètre des images stellaires varie entre 25 et 100 μ environ, suivant la magnitude de l'étoile et les conditions atmosphériques. Le diamètre du disque d'Airy n'est que de 15 μ pour $\lambda = 0.44 \mu$.

L'écart quadratique moyen ϵ_p d'un pointage d'une image de bonne qualité est étonnamment faible et ne varie que peu à l'intérieur du domaine normal des diamètres d'image. Pour les diamètres de 25 à 50 μ , ϵ_p ne dépasse pas $\pm 1.0 \mu$, et il reste inférieur à 2 μ pour les plus grands diamètres.

La figure 5.1 reproduit les ϵ_p d'une statistique sur quatre images de 30, 50, 70 et 100 μ de diamètre. Pour éviter une influence par mémorisation des pointages répétés, l'observateur n'avait pas connaissance des lectures et il devait changer d'image après chaque pointage.

La dispersion des mesures augmente évidemment, si, par conditions atmosphériques défavorables, la définition des images laisse à désirer.

5.3. Correction d'orientation de la plaque.

En 3.2.5. nous avons introduit les coordonnées fictives x, y de la plaque, auxquelles nous avons ensuite rapporté les expressions analytiques des caractéristiques d, s, h , etc. d'un quadrilatère. Les coordonnées x', y' de la machine à mesurer forment pour chaque plaque un petit angle Ω (erreur d'orientation). Le passage des mesures brutes d', s' et h' aux valeurs théoriques des équations (3.25) à (3.31), fait intervenir cette rotation de coordonnées comme inconnue supplémentaire.

Afin d'éviter une influence par des irrégularités éventuelles dans le verre de la plaque, la gélatine est tournée vers le microscope de pointage, ce qui donne la disposition relative des deux systèmes indiquée dans la figure 5.2. L'angle Ω est compté positivement de x vers y .

On voit que c'est le critère s qui est affecté le plus par le changement de coordonnées. Pour que ce dernier se fasse avec la précision nécessaire, il faut que l'angle Ω soit déterminé à $6.9 \cdot 10^{-6}$ près (voir (4.13)).

Avant les mesures, la plaque est orientée soigneusement de sorte que les quadrilatères soient bien alignés sur l'axe x' . L'angle Ω est ainsi réduit au minimum. Une petite statistique nous renseigne sur la précision de ce réglage:

Sur une centaine de plaques, 83 avaient un Ω inférieur à $1.0 \cdot 10^{-3}$ rad., pour 12 plaques, Ω était compris entre 1 et $2 \cdot 10^{-3}$ rad., et la valeur maximale était de $2.5 \cdot 10^{-3}$ rad. En admettant cette dernière valeur comme limite supérieure de Ω , on peut négliger les termes supérieurs au premier ordre dans les développements de $\sin \Omega$ et $\cos \Omega$.

Ce sont les différences en y' correspondant à R (voir (3.30) et (3.17)) qui déterminent l'angle Ω .

On a

$$R' = -D'\omega' = -y'_1 + y'_2 + y'_3 - y'_4 \quad (5.1)$$

avec $\omega' = \omega - \Omega$,

ces trois angles étant comptés positivement de x vers y.

Remarque: L'angle ω est toujours très petit. La valeur moyenne de τ_M vaut environ + 2 secondes (voir 3.2.4.). Il en découle pour ω une valeur moyenne de $+ 1.1 \cdot 10^{-4}$ rad., soit de + 23" environ.

5.4. Formules de réduction.

Par changement de coordonnées, les mesures brutes sont reliées aux distances correspondantes dans le système xy. En laissant maintenant de côté les termes dus aux erreurs instrumentales, les relations (3.25), (3.26), (3.28) et (3.30) s'écrivent:

$$D = -D' - R'\Omega = 8g_m c \cos \varphi - 8g_m c \zeta \sin \varphi \quad (5.2)$$

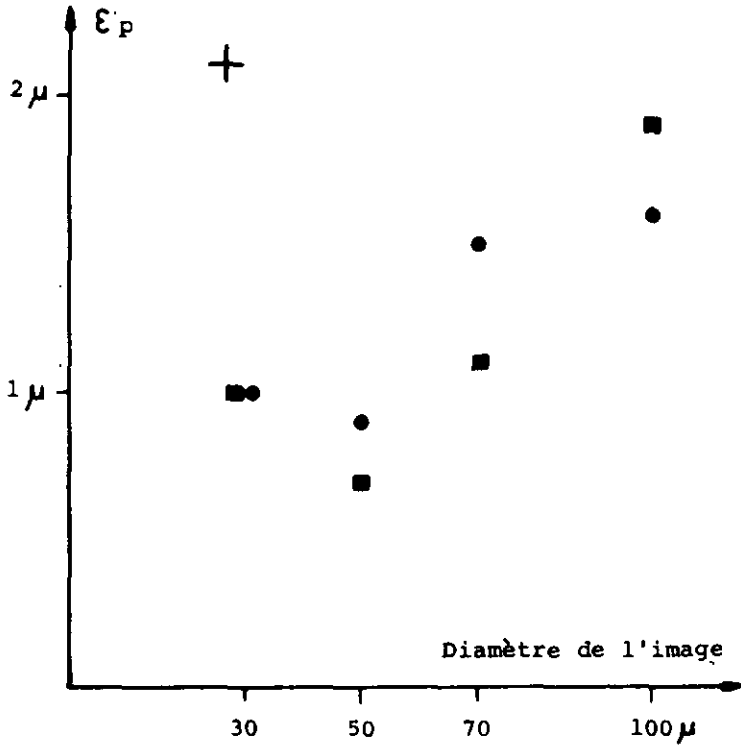
$$S = -S' - H'\Omega = 4g_m \tau_M \cos \varphi - 4g_m \tau_M \zeta \sin \varphi \quad (5.3)$$

$$H = H' - S'\Omega = 4g_m \zeta + g_m (\tau_M^2 + 5c^2 + T^2/12) \sin 2\varphi \quad (5.4)$$

$$R = R' - D'\Omega = 4g_m c \tau_M \sin 2\varphi \quad (5.5)$$

Ces quatre équations déterminent au mieux les inconnues Ω , g_m , τ_M et ζ .

Ecart moyen du
pointage d'une image



■ = observateur 1

● = observateur 2

+ = ε_p plus écart dû à la déformation
de la gélatine (voir chap. 6.)

fig. 5.1

Rappelons les ordres de grandeur des valeurs numériques qui interviennent:

$$\begin{aligned} \text{Selon (4.15) : } & g_m \approx 3437 \text{ mm} \\ (3.10) : & c = 16 s_{T.M.} = 1.166739 \cdot 10^{-3} \text{ rad.} \\ 4.2.1.: & |\tau_M| \leq 5 \text{ s} \approx 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ rad.} \\ 3.1.2.: & |\chi| \leq 12' \approx 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ rad.} \\ 3.2.6.: & T = \begin{cases} 7 \text{ s} \approx 5.10 \cdot 10^{-4} \text{ rad.} \\ 20 \text{ s} \approx 1.46 \cdot 10^{-3} \text{ rad.} \end{cases} \\ |D| \approx 21.9 \text{ mm} & \cos \varphi = 0.682027 \\ |S| \leq 3.4 \text{ mm} & \sin \varphi = 0.731327 \\ |H| \leq 48 \text{ mm} & \sin 2\varphi = 0.997570 \\ |R| \leq 5.8 \cdot 10^{-3} \text{ mm} & \\ |R'| \leq 6.1 \cdot 10^{-2} \text{ mm} & \end{aligned}$$

L'angle d'orientation Ω est une constante de plaque, le facteur d'échelle g_m tout au moins une constante de groupe. A leur détermination, on fait donc intervenir les mesures de tous les cycles de la plaque ou du groupe. Pour isoler d'abord Ω , nous multiplions l'équation (5.3) par $2c \sin \varphi$ et la soustrayons de (5.5), ce qui donne

$$R' + 2c S' \sin \varphi = (D' - 2c H' \sin \varphi) \Omega \quad (5.6)$$

La contribution à la valeur de Ω du terme négligé ne vaut que $\pm 1.0 \cdot 10^{-6}$ rad. au maximum.

L'équation (5.4), multipliée par $2c \sin \varphi$ et additionnée à (5.2) donne

$$2c H' \sin \varphi - D' = 8g_m c \cos \varphi + (R' + 2c S' \sin \varphi) \Omega \quad (5.7)$$

où le terme $4g_m c (\tau_M^2 + 5c^2 + T^2/12) \sin^2 \varphi \cos \varphi$ a été ignoré.

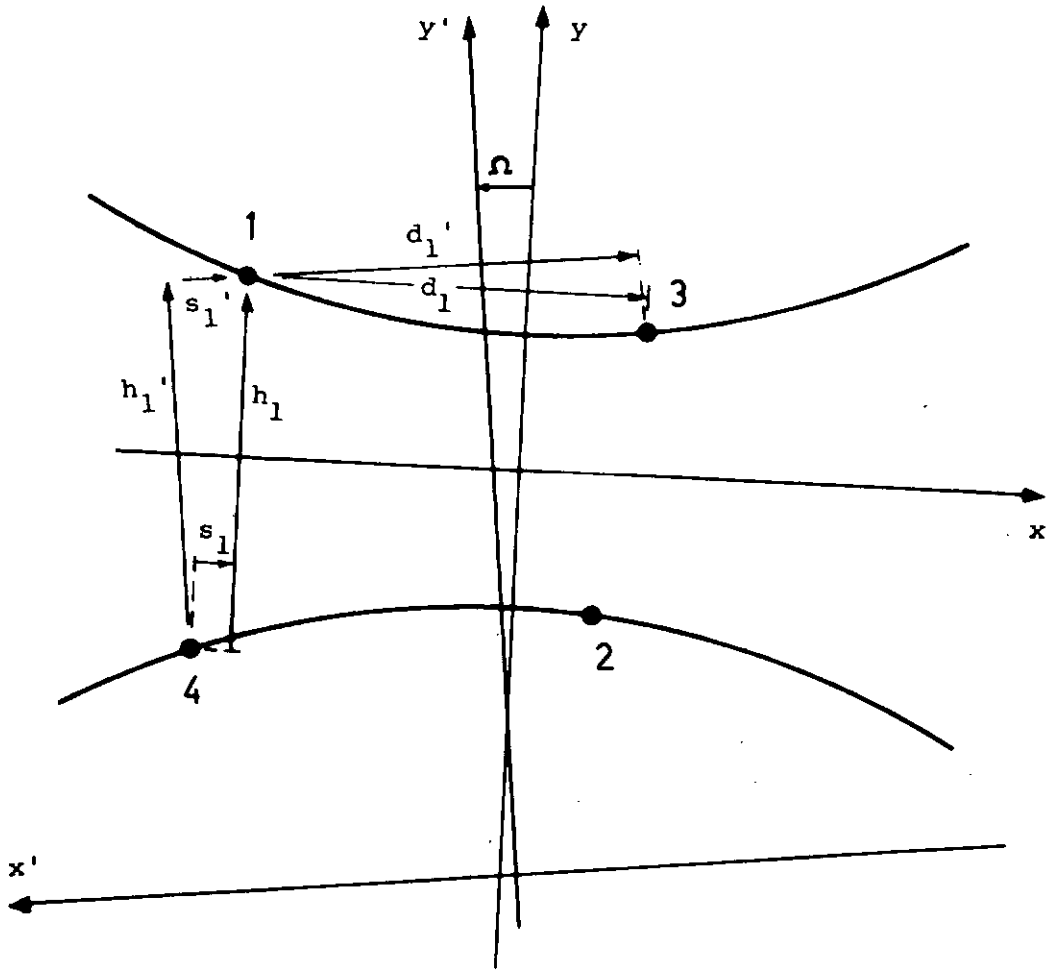


fig. 5.2

Sa contribution à g_m en valeur relative n'est tout au plus que de $\pm 1.9 \cdot 10^{-6}$. Or, nous avons vu en 4.2.1. que la précision relative exigée pour g est de $\pm 6.9 \cdot 10^{-6}$.

En désignant par

$$A_i = R' + 2c S' \sin \varphi$$

$$B_i = D' - 2c H' \sin \varphi,$$

(5.6) et (5.7) s'écrivent:

$$A_i = B_i \Omega$$

$$B_i + A_i \Omega = B_i (1 + \Omega^2) = -8g_m c \cos \varphi = B_i$$

puisque le terme en Ω^2 est négligeable.

On voit que B_i est une constante instrumentale qui est égale à $-D_0$, valeur de $-D$ dans le premier vertical.

Puisque B_i et A_i ne dépendent ni de τ_M , ni de ζ , on prend les moyennes A et B des n cycles considérés:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n R'_i + 2c \sin \varphi \sum_{i=1}^n S'_i}{n}$$

(5.8)

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n D'_i - 2c \sin \varphi \sum_{i=1}^n H'_i}{n}$$

Les valeurs moyennes de Ω et g_m deviennent alors

$$\bar{\Omega} = \frac{A}{B} \quad (5.9)$$

$$\bar{g}_m = - \frac{B}{8c \cos \varphi} \quad (5.10)$$

Remarque: Pour les plaques à plusieurs groupés (cycles W et E), une autre possibilité de déterminer $\bar{\Omega}$ consiste à utiliser les coordonnées moyennes \bar{x} et \bar{y} des quadrilatères (voir (3.27) et (3.31)). Les différences $\bar{x}_i(E) - \bar{x}_i(W) = d_i/2$ et $\bar{y}_i(E) - \bar{y}_i(W)$ conduisent à une relation analogue à (3.17) pour définir la moyenne des angles $\omega(W)$ et $\omega(E)$. Les mesures en x' et y' permettent ensuite de déterminer $\bar{\Omega}$ comme précédemment.

On peut montrer que cette détermination n'a que le quart du poids obtenu par la première méthode, et c'est la raison pour laquelle nous l'avons abandonnée.

Eliminant ζ entre (5.2) et (5.3), on obtient

$$\tau_M = 2c \frac{S' + H'\Omega}{D' + R'\Omega}$$

Or selon (5.1), $R' = -D'\omega'$, où $\omega' \approx \Omega$. Ω^2 étant négligeable vis-à-vis de 1, le dénominateur se réduit donc à D' , et l'expression

$$\tau_M = 2c(S' + H'\Omega)D'^{-1} \quad (5.11)$$

garantit largement la précision relative exigée de 10^{-4} (4.14).

Elle fournit τ_M dans la même unité que celle utilisée pour c , puisque la fraction $(S' + H'\Omega)D'^{-1} = Q$ est sans dimension.

En valeurs numériques, on aura donc

$$\tau_M = \begin{cases} 32 Q & \text{en T.M.} \\ 2.33348 \cdot 10^{-3} Q & \text{rad.} \end{cases} \quad (5.11')$$

(5.4) nous donne finalement ζ :

$$\zeta = 2c \frac{S'\Omega - H'}{B} \cos \varphi - \frac{1}{4} \tau_M^2 \sin 2\varphi - C \quad (5.12)$$

avec $C = \frac{1}{4}(5c^2 + T^2/12) \sin 2\varphi$

ζ , c , τ_M et T sont exprimés en radians.

La transformation en secondes d'arc donne

$$\zeta = 328.269'' (S' \Omega - H') B^{-1} - 0.280'' Q^2 - c \quad (5.12')$$

où C, le terme principal de la courbure vaut

$$C = \begin{cases} 0.359'' & \text{pour } T = 20 \text{ s} \\ 0.351'' & \text{pour } T = 7 \text{ s} \end{cases}$$

Dans la pratique, on peut utiliser la première valeur et ajouter 0.01" à ζ pour les poses de 7 secondes.

Remarquons que pour la détermination de ζ , la mesure individuelle H' est rapportée à la moyenne B du groupe, tandis que pour τ_M , nous comparons les mesures individuelles S' et D' du même quadrilatère. τ_M pourrait aussi être rapporté à l'échelle moyenne du groupe, en le tirant directement de (5.3) où l'on introduirait la moyenne \bar{g}_m . Mais il faudrait alors avoir recours à une valeur approximative de l'inconnue ζ . Ce procédé serait justifié s'il apportait une sensible diminution de l'écart-type ϵ_τ de τ_M , ce qui n'est pas le cas. En effet, ϵ_τ qui, selon (5.11) vaut

$$\epsilon_\tau = 2 c \epsilon D^{-1} \sqrt{1 + S^2 D^{-2}} \quad (5.13)$$

ne diminuerait à l'intérieur d'un groupe que du second terme sous la racine. (ϵ est ici l'écart-type d'une mesure de S , D ou H). Or S ne varie que peu et sa valeur moyenne vaut 1.36 mm (correspondant à la moyenne de τ_M de 2 secondes). La moyenne de $S^2 D^{-2}$ n'est que de 0.004 et, par conséquent, la diminution se réduit à 2 pour mille.

On trouvera sous 7.2.9. une autre raison en faveur de notre choix.

Les relations (5.11') et (5.12') déterminent le temps à 1 ms et la latitude à 0.01" près. Nous avons vu que la partie mécanique de l'instrument et la machine à mesurer peuvent garantir cette précision. Il reste à voir dans les chapitres suivants, si l'objectif en est également capable et s'il ne subsiste pas d'erreur systéma-

tique en dehors des performances instrumentales.

5.5. Organisation des calculs.

La réduction des observations se fait sur l'ordinateur de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne (Stantec Zebra, puis IBM 7040 dès 1965). Deux programmes auxiliaires préparent pour chaque année les positions moyennes à partir du catalogue d'étoiles lissé (voir (3) et (4)), et, de mois en mois, les heures d'enclenchement des cycles et les coordonnées approximatives des images sur la plaque, afin de faciliter l'identification des étoiles et d'éviter des superpositions.

Les quantités besseliennes de chaque jour nous sont livrées sur cartes perforées par le Astronomisches Recheninstitut Heidelberg. L'orientation $\bar{\Omega}$ de la plaque une fois déterminée, les données numériques sont traitées par groupes d'étoiles en formant des moyennes en temps et en latitude, auxquelles sont rapportés les écarts individuels des étoiles. L'instrument étant piloté par notre fréquence étalon en temps universel coordonné TUC, les moyennes de groupes en temps fournissent directement $TU_{\circ} - TUC$.

En plus de ces résultats directs, l'ordinateur fournit l'angle d'orientation de la plaque, les valeurs de B et de la moyenne de $h_1 - h_2$ pour chaque groupe, ainsi que les écarts-type ε_x , ε_y , $\bar{\varepsilon}_t$ et $\bar{\varepsilon}_{\varphi}$ qui sont définis sous 8.2.

Dans le but de pouvoir déceler l'aberration chromatique de grandeur, nous sortons depuis 1965 les valeurs individuelles de B_i pour chaque étoile (voir 8.5.).

6. Déformations de la gélatine des plaques photographiques.

La déformation de la gélatine lors du développement et du séchage des plaques présente une source d'erreur supplémentaire. C'est dans les bords de la plaque que les déformations deviennent importantes. Au centre, par contre, elles sont difficiles à déceler.

Afin de nous en rendre compte, nous avons d'abord copié une réglette sur la plaque et comparé la copie à l'original au moyen d'une machine à mesurer SIP MU - 214 B qui permet de mesurer à 0.1μ près. L'écart-type d'un pointage d'un trait sur la copie a été de $\pm 0.4 \mu$. La figure 6.1 montre le résultat d'une telle mesure. Sont portés en abscisse les traits millimétriques de la réglette et en ordonnée les différences: copie moins original. Les mesures ont été répétées à plusieurs heures d'intervalle.

On voit qu'il y a une légère extension de la gélatine à travers la plaque qui augmente très fortement vers les bords. Si dans la zone exploitée de $\zeta = \pm 12'$, cette extension reste linéaire (comme il paraît être le cas), elle n'introduit pas d'erreur puisque les coordonnées sont rapportées à l'échelle moyenne de cette zone. Mais la précision de la méthode ne suffit pas pour pouvoir se prononcer après la mesure de quelques plaques isolées. Il faut appliquer la méthode à un grand nombre de plaques. Ceci a été fait à l'Observatoire de Mizusawa par Kirita et Murakami (17) qui ont appliqué la méthode systématiquement aux 400 plaques de trois ans d'observation. Ils arrivent à la conclusion que sur une distance de 24 mm le long des deux coordonnées (ce qui correspond exactement à notre zone utilisée), la gélatine présente en moyenne une extension de 0.5μ .

Nous avons essayé une autre méthode permettant une accumulation des déformations systématiques qui les fait ressortir du niveau des déformations accidentelles. Nous avons répété le processus de copie plusieurs fois et comparé finalement la dernière copie à l'original. Dans ce but, une trame fine a été copiée sur une première plaque qui nous servait d'original (constante du réseau:

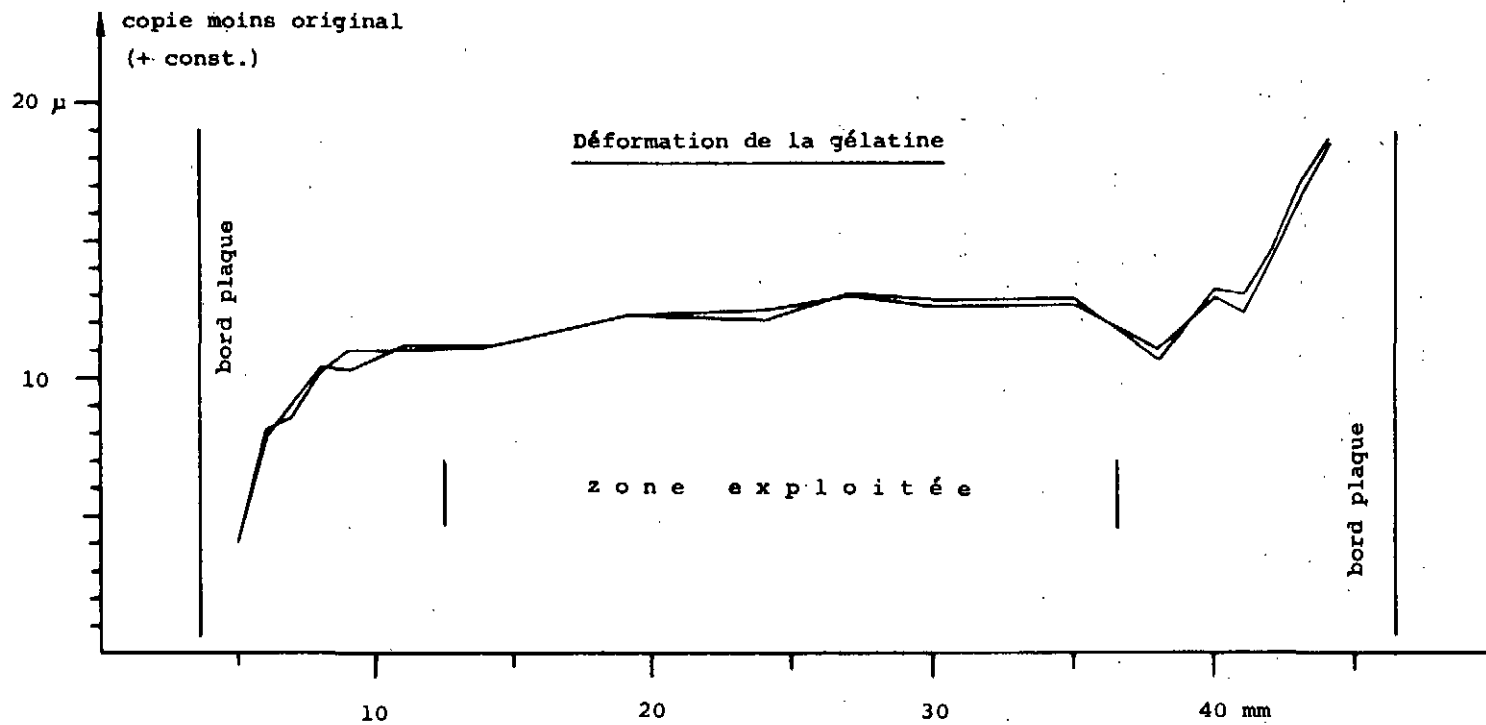


fig. 6.1

150 μ , diamètre des points: 90 μ). Les copies successives sous un faisceau de lumière parallèle se faisaient par contact dans un cadre spécial, fixant la position des plaques de manière univoque et permettant ainsi une superposition ultérieure précise. Le faible contraste de l'émulsion de nos plaques nous a contraint d'arrêter le procédé à la neuvième copie.

La comparaison avec l'original est reproduite dans la figure 6.2 pour le domaine exploité de la plaque. Chaque point de repère est muni d'une flèche qui représente son déplacement au cours des neuf traitements. L'échelle agrandie des flèches est indiquée au bas de la figure. La neuvième partie d'une flèche représenterait donc le déplacement moyen d'un point lors d'un traitement de plaque. Dans nos mesures, il atteint au maximum 2.2 μ . La répartition irrégulière des flèches ne laisse pas apparaître la variation non-linéaire redoutée. Elle montre par contre que des déplacements accidentels appréciables peuvent se produire à l'intérieur de quelques mm seulement.

Les rangées de points de la plaque du chronographe se prêtent particulièrement bien à l'étude de cette dispersion, car nous utilisons les mêmes plaques dans le chronographe que pour les enregistrements des étoiles. Les rangées de points occupent au centre de la plaque un domaine de 8 fois 14 mm. Les points individuels ont un diamètre de 27 ± 2 μ . Nous avons pris 5 rangées à 21 points, couvrant uniformément tout le domaine cité. Par chaque rangée, on fit passer la droite idéale, obtenue par moindres carrés. Comme écart-type de la position d'un point, nous avons ainsi obtenu la valeur de 2.1 μ , composée de l'erreur de pointage ϵ_p et des déformations accidentelles de la gélatine. Cette valeur placée dans le diagramme des ϵ_p (croix dans figure 5.1), montre que l'écart-type dû à la gélatine vaut environ $\sqrt{2.1^2 - 1} = 1.8$ μ pour la mesure d'une coordonnée. Les déformations accidentelles de la gélatine contribuent donc de façon notable à la dispersion des mesures.

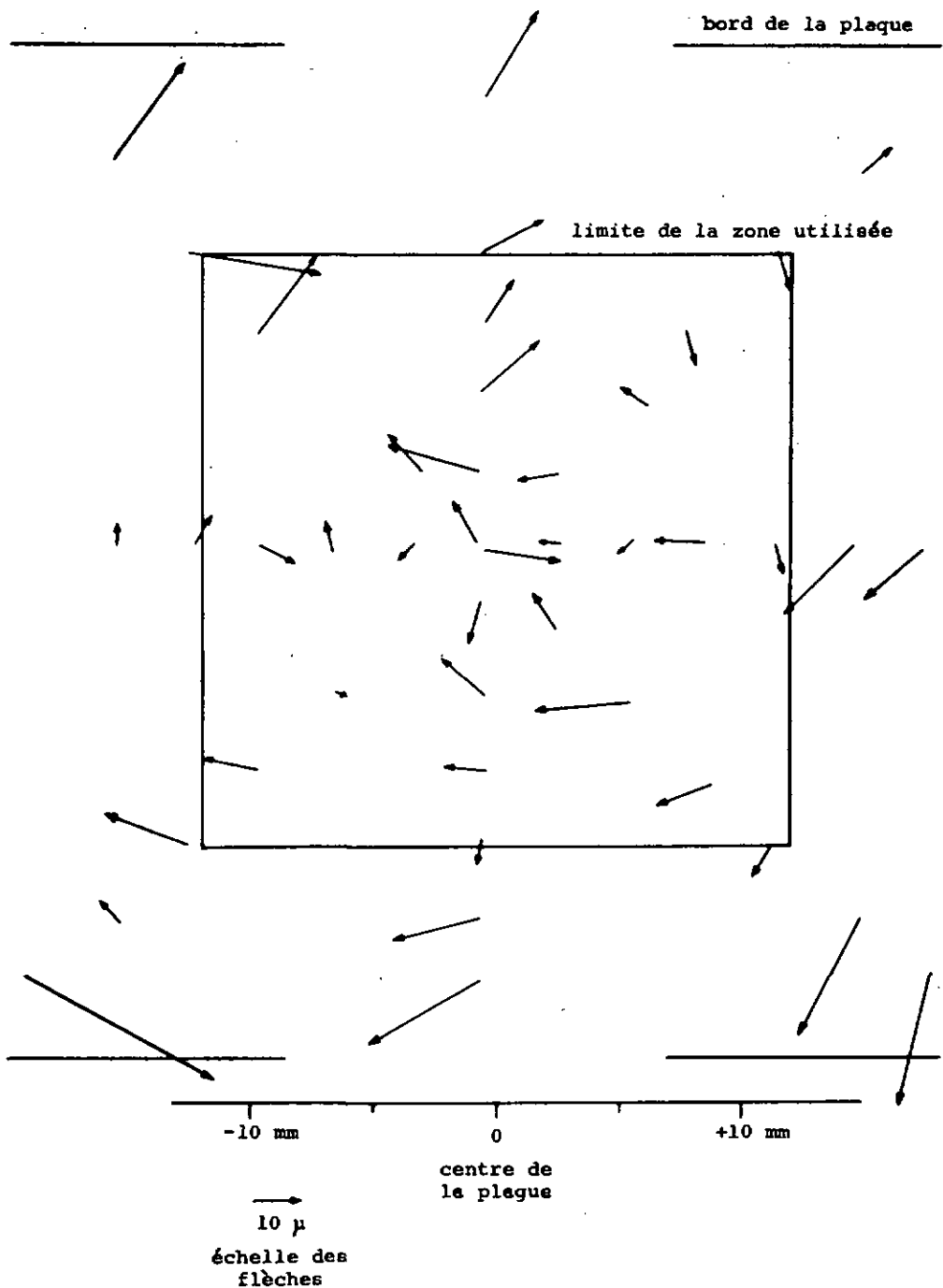


fig. 6.2

En conclusion, nous pouvons admettre que les déformations de la gélatine, en premier lieu influencent l'échelle de la plaque, ce qui ne provoque pas d'erreur systématique, et introduisent en second lieu une augmentation de la dispersion des mesurss. Cette dispersion supplémentaire se trouve néanmoins noyé dans les effets dus aux variations de la réfraction, traités sous chapitre 9.

7. Les aberrations optiques.

Jusqu'ici, nous avons admis que le centre de noircissement d'une image photographique représente, à la précision exigée près, la position de l'image géométrique idéale, obtenue par projection centrale. Il s'agit de voir, dans quelle mesure les qualités de l'objectif satisfont cette condition à l'intérieur du champ utilisé.

A cet effet, nous avons établi un programme de ray-tracing permettant de calculer pour un nombre variable de rayons parallèles, les points d'intersection avec un plan image variable. Les caractéristiques de l'objectif, fournies par le fabricant, nous ont permis d'exécuter ce programme pour trois raies spectrales.

7.1. Programme de ray-tracing.

7.1.1. Conception du programme.

Dans sa première partie, le programme calcule le passage d'un rayon paraxial selon (7) et fournit, pour une couleur donnée, la distance focale f et la longueur focale d_F entre le sommet de la dernière surface optique et le foyer. La différence entre ces deux distances fixe la position N du second plan principal par rapport au système optique. On choisit ensuite la distance d_I du plan image pour le calcul principal, et la machine calcule pour chaque rayon incident les coordonnées y et z de son intersection avec le plan image I . En cycles imbriqués, elle passe d'abord d'un rayon à l'autre, d'une inclinaison à l'autre, et finalement d'une longueur d'onde λ à l'autre.

Les rayons incidents sont répartis de façon uniforme sur la pupille d'entrée. Chaque rayon est défini par son intersection avec le plan de la pupille et l'inclinaison ω du faisceau par rapport à l'axe optique. Au lieu d'un réseau orthogonal de points, nous avons choisi une répartition polaire sur cercles concentriques qui rend mieux compte des influences des différentes zones de l'objec-

tif. En raison de la symétrie par rapport au plan principal contenant l'axe optique et le rayon principal du faisceau, le calcul peut être limité à une moitié du réseau circulaire.

Le réseau de points peut se modifier au moyen des deux paramètres entiers M et N . Le rayon d'ouverture R de l'objectif est divisé en M zones de largeur égale, délimitées par M cercles concentriques indicés par $m = 1, 2, \dots, M$. Soit $\Delta\varphi_m$ l'angle (constant pour un cercle donné) qui sépare les points sur le demi-cercle m , le premier et le dernier point étant diamétralement opposés dans le plan principal. $\Delta\varphi_m$ est ainsi défini par

$$\Delta\varphi_m = \frac{\pi}{mN}$$

N est donc le nombre de secteurs du premier demi-cercle. Les points d'un demi-cercle sont identifiés par l'indice $n = 1, 2, \dots, mN$. Le point $P_{m, n}$ est ainsi fixé par ses coordonnées polaires:

$$r_m = \frac{mR}{M}$$

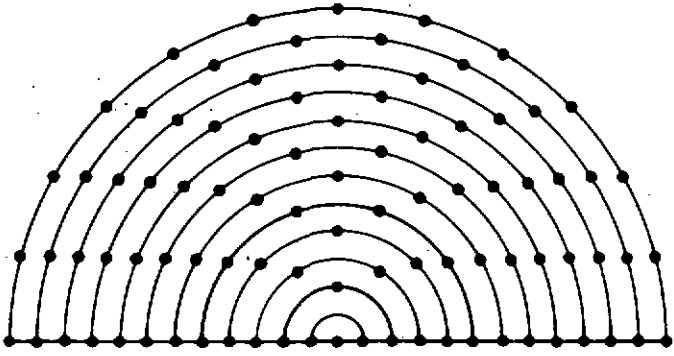
$$\varphi_{m, n} = \frac{n\pi}{mN}$$

Pour le rayon principal du faisceau, on a $m = n = 0$. A condition de choisir M et N ni trop petits, ni trop différents, on obtient une répartition quasi uniforme sur la pupille d'entrée. La figure 7.1 montre quelques exemples correspondant à différents choix de M et N . Nous avons utilisé le réseau 7.1.c, défini par $M = 5$, $N = 3$.

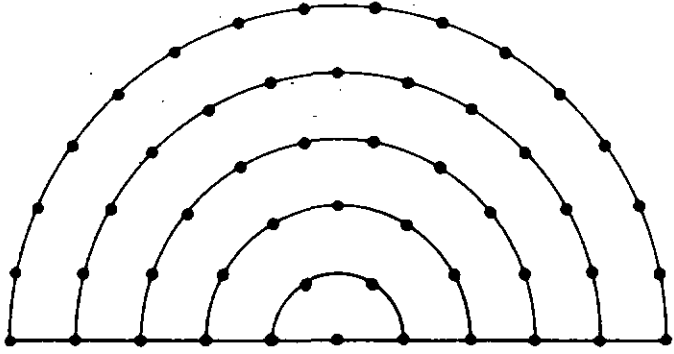
Le nombre total des rayons à traiter vaut

$$\frac{(M + 1)(MN + 2)}{2}$$

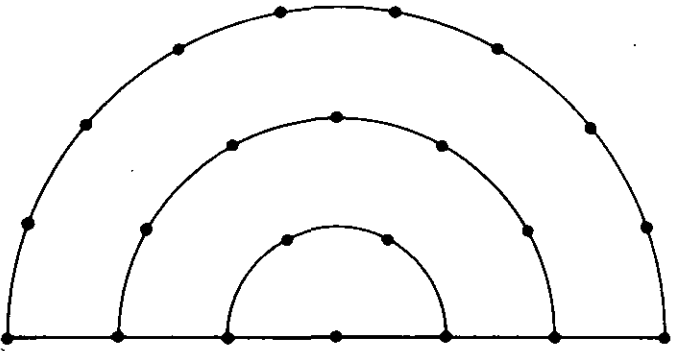
Le calcul vectoriel de réfraction et de transfert des rayons à travers le système optique est basé sur (15) et (16). La coordonnée y de l'intersection du rayon avec le plan I est orientée dans le plan méridien, z dans le plan sagittal. Pour chaque valeur de ω et de λ , la machine affiche d'abord la position idéale de l'ima-



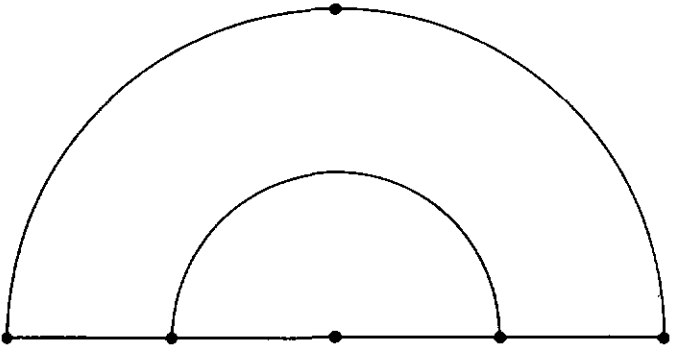
$M = 12, N = 1$
91 rays.



$M = 5, N = 3$
51 rays.



$M = 3, N = 3$
22 rays.



$M = 2, N = 1$
6 rays.

fig. 7.1

ge, fournie par l'optique géométrique de Gauss. Appelons sa coordonnée y_{id} . Ensuite sortent pour chaque rayon les grandeurs suivantes, représentées dans la figure 7.2:

$$\Delta y = y - y_{id} \quad \left. \begin{array}{l} \\ z \end{array} \right\} \text{ composantes de l'aberration transversale}$$

s = distance du foyer sagittal S au plan I (*)

t = " " " tangentiel T " " I (*)

$$\left. \begin{array}{l} dy/dx = \text{variation de } y \\ dz/dx = \text{variation de } z \end{array} \right\} \text{ le long de l'axe optique}$$

(*) pour rayons du plan méridien.

Les deux dernières grandeurs nous permettent de déplacer à volonté le plan I, sans revenir au tracé à travers le système.

7.1.2. Domaine de sensibilité.

L'objectif est corrigé pour du matériel photographique non sensibilisé. Pour les plaques Ilford "Zenith Astronomical" que nous utilisons, le domaine de sensibilité s'étend de 5800 à 3500 Å (voir figure 7.3). Dans ce domaine, nous disposons des indices de réfraction pour les trois raies spectrales suivantes:

F : 4861 Å^o
 g : 4358
 h : 4047

Les calculs ont été exécutés pour ces trois raies en choisissant pour l'angle ω les valeurs de 10', 17' et 25'. $\omega = 17'$ correspond à la limite du champ utilisé, et $\omega = 25'$ aux coins de la plaque.

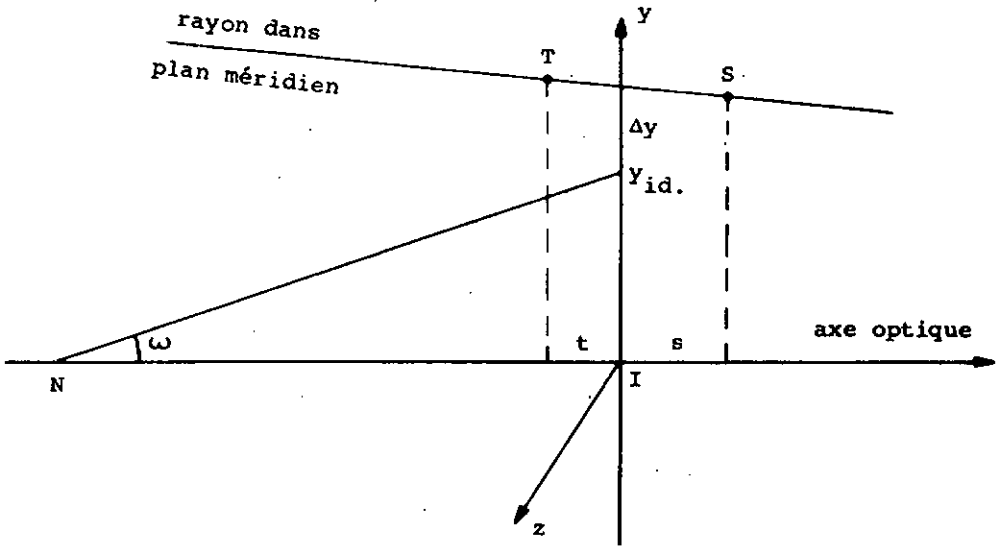


fig. 7.2

Sensibilité spectrale

Spectrogramme obtenu par coin de verre
neutre à la lumière de tungstène

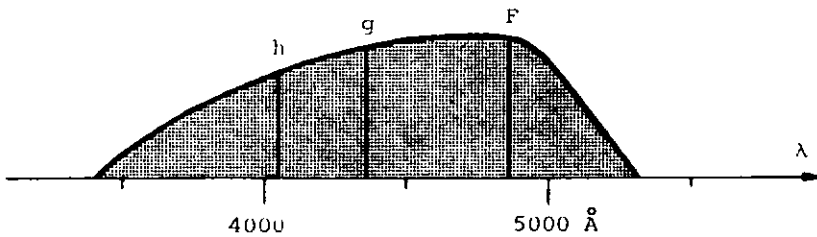


fig. 7.3

7.2. Résultats.

7.2.1. Le spectre secondaire.

Le passage paraxial fournit les résultats suivants:

raie	d_F	f	$d_N = d_F - f$
F	3451.82 mm	3439.68 mm	12.14 mm
g	3450.32	3437.68	12.64
h	3451.58	3438.48	13.10

Le spectre secondaire représenté dans la figure 7.4 montre que l'objectif est corrigé pour les raies F et h avec une distance focale minimale dans le voisinage de la raie g. Il s'agit donc d'un objectif astrographique ordinaire qui ne se distingue que par l'inversion des composantes crown et flint, permettant de renvoyer le second plan principal en dehors de l'objectif.

Comme la longueur d'onde effective photographique des étoiles ne varie que peu autour de la raie g, le domaine spectral effectif ne s'étend même pas jusqu'aux raies F et h. Ainsi, selon (9) p. 115, les longueurs d'ondes effectives photographiques des étoiles de type spectral B à M sont comprises entre 4150 et 4540 Å. Ce domaine est pratiquement centré sur la raie g. Nous pouvons admettre que pour la grande majorité des étoiles de notre programme, la longueur d'onde effective est à l'intérieur de ce domaine.

7.2.2. Théorie des aberrations du 3^e ordre.

Dans la théorie des aberrations monochromatiques du 3^e ordre, les coordonnées d'un rayon dans le plan focal peuvent être exprimées en fonction des 5 sommes de Seidel (2) représentant:

S_1 : l'aberration de sphéricité

S_2 : la coma

S_3 : la courbure de champ tangentielle

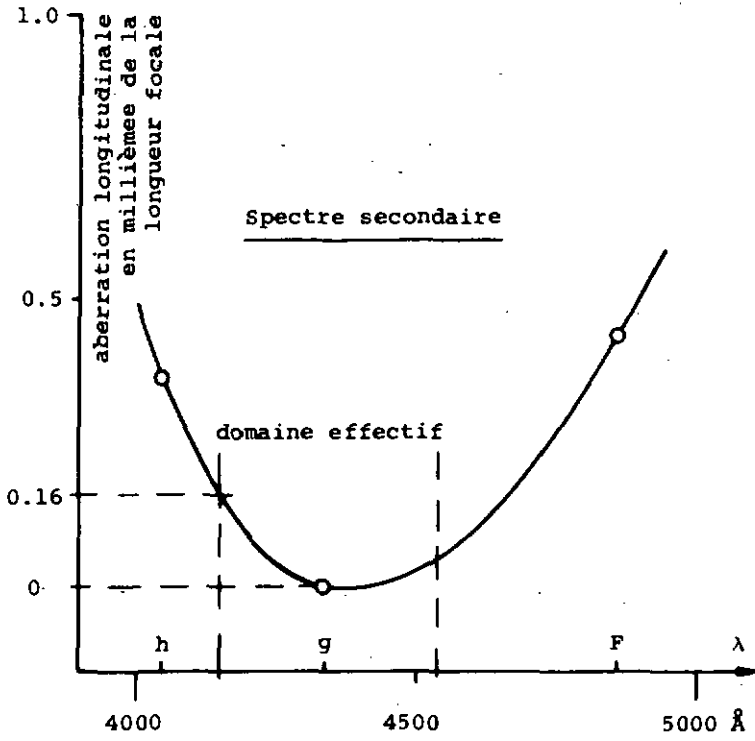


fig. 7.4

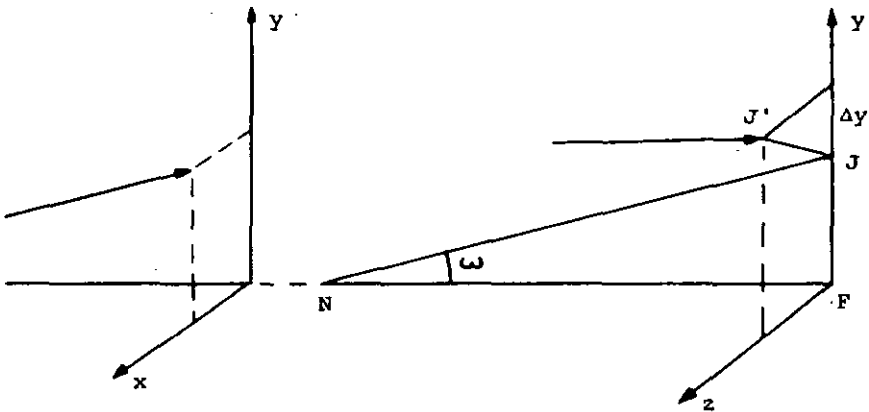


fig. 7.5

S_4 : la courbure de champ sagittale

S_5 : la distorsion

Dans la figure 7.5, nous désignons par

x, y les coordonnées d'un rayon de l'espace objet prolongé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique (dans notre cas: pupille d'entrée)

F le foyer paraxial

J l'image de Gauss, fixée par le rayon principal passant par le second point nodal N

J' le point image d'un rayon quelconque du faisceau, déterminé par x, y et ω .

Alors les composantes Δy et z de l'aberration transversale dans le plan focal sont données par les expressions:

$$\begin{aligned} \frac{2\Delta y}{f} = & - \frac{(x^2 + y^2)y}{n} S_1 - (x^2 + 3y^2) \operatorname{tg} \omega \cdot S_2 \\ & - ny \operatorname{tg}^2 \omega \cdot S_3 + n^2 \operatorname{tg}^3 \omega \cdot S_5 \end{aligned} \quad (7.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{2z}{f} = & - \frac{(x^2 + y^2)x}{n} S_1 - 2xy \operatorname{tg} \omega \cdot S_2 \\ & - nx \operatorname{tg}^2 \omega \cdot S_4 \end{aligned} \quad (7.2)$$

où f est la distance focale paraxiale et n l'indice de réfraction dans le milieu de l'objet.

On voit que les composantes de l'aberration transversale se composent de termes proportionnels aux sommes de Seidel, dont les coefficients sont du troisième ordre par rapport aux éléments x, y et ω du rayon considéré. En effet, dans le plan focal, les termes du premier ordre disparaissent et il ne peut y avoir de termes d'ordre pair pour des raisons de symétrie axiale.

Pour $\omega = 0$, il n'y a que le terme S_1 de l'aberration sphérique qui subsiste. Elle est constante pour tout ω et peut facilement être isolée des autres aberrations. D'autre part, pour $x = y = 0$,

il n'y a que le terme S_5 de la distorsion qui subsiste. De nos résultats en aberration transversale, nous pouvons donc soustraire l'aberration sphérique et la distorsion, pour ne laisser subsister que la coma et les effets des courbures de champ.

7.2.3. Aberration sphérique et cercle de moindre aberration.

La figure 7.6 montre les longueurs focales pour chaque zone de l'objectif. On voit que l'aberration sphérique est positive pour la raie F, qu'elle s'annule pour g et qu'elle devient négative pour h. Le cercle de moindre aberration du domaine de F à h se place à une distance de 3451.06 mm de la dernière surface optique et son diamètre vaut 51 μ . La mise au point empirique nous a donné selon (4.2) une distance focale de 3438.19 mm à 20°. En y ajoutant les 12.7 mm entre la plaque et l'objectif (voir 2.2.), nous obtenons une distance de 3450.89 mm entre le foyer empirique et l'objectif. Là, les cercles d'aberration des raies F, g et h ont des diamètres respectifs de 49.39 et 63 μ . Le fait que le diamètre minimal de nos images se situe entre 25 et 30 μ , indique bien que le domaine des longueurs d'onde effectives se limite au voisinage de la raie g.

L'aberration sphérique possède une symétrie de rotation. Elle influence seulement le diamètre des images, sans déplacer la position du centre de noircissement.

7.2.4. La distorsion.

Elle est donnée par l'aberration Δy du rayon principal ($x = y = 0$). Voici le tableau de ces aberrations dans le plan focal de chacune des trois couleurs:

ω	F	g	h
10'	- 0.004 μ	- 0.006 μ	- 0.004 μ
17'	- 0.019	- 0.018	- 0.020
25'	- 0.053	- 0.042	- 0.057

Remarquons que cette très faible distorsion est en barillet. A l'intérieur du champ utilisé, elle atteint au maximum 0.02 μ , correspondant à un angle négligeable de 0.0012".

Selon (7.1), la distorsion augmente avec la troisième puissance de $\text{tg } \omega$. La figure 7.7 en est la vérification: en double échelle logarithmique, la distorsion Δy_D est reportée en fonction de $\text{tg } \omega$, en juxtaposition avec la droite théorique. Le bon parallélisme montre qu'à l'intérieur du champ maximal de la plaque ($\omega \leq 25'$), on se trouve encore bien dans le domaine de Seidel.

7.2.5. Courbures de champ et astigmatisme.

Les courbures tangentielle et sagittale de notre objectif sont tout à fait celles d'un doublet astrographique normal. Le tableau ci-après donne pour chacune des trois raies l'aberration longitudinale des foyers tangentiel (t) et sagittal (s), rapportée au foyer paraxial. A titre de comparaison, les deux colonnes de droite reproduisent les valeurs moyennes correspondantes auxquelles on peut s'attendre et qui ne varient que très peu d'un doublet à l'autre, pour autant que l'épaisseur du doublet soit petite par rapport à la distance focale ((18) p. 129). On constate que ces chiffres sont également représentatifs pour notre doublet inversé.

Aberration sphérique

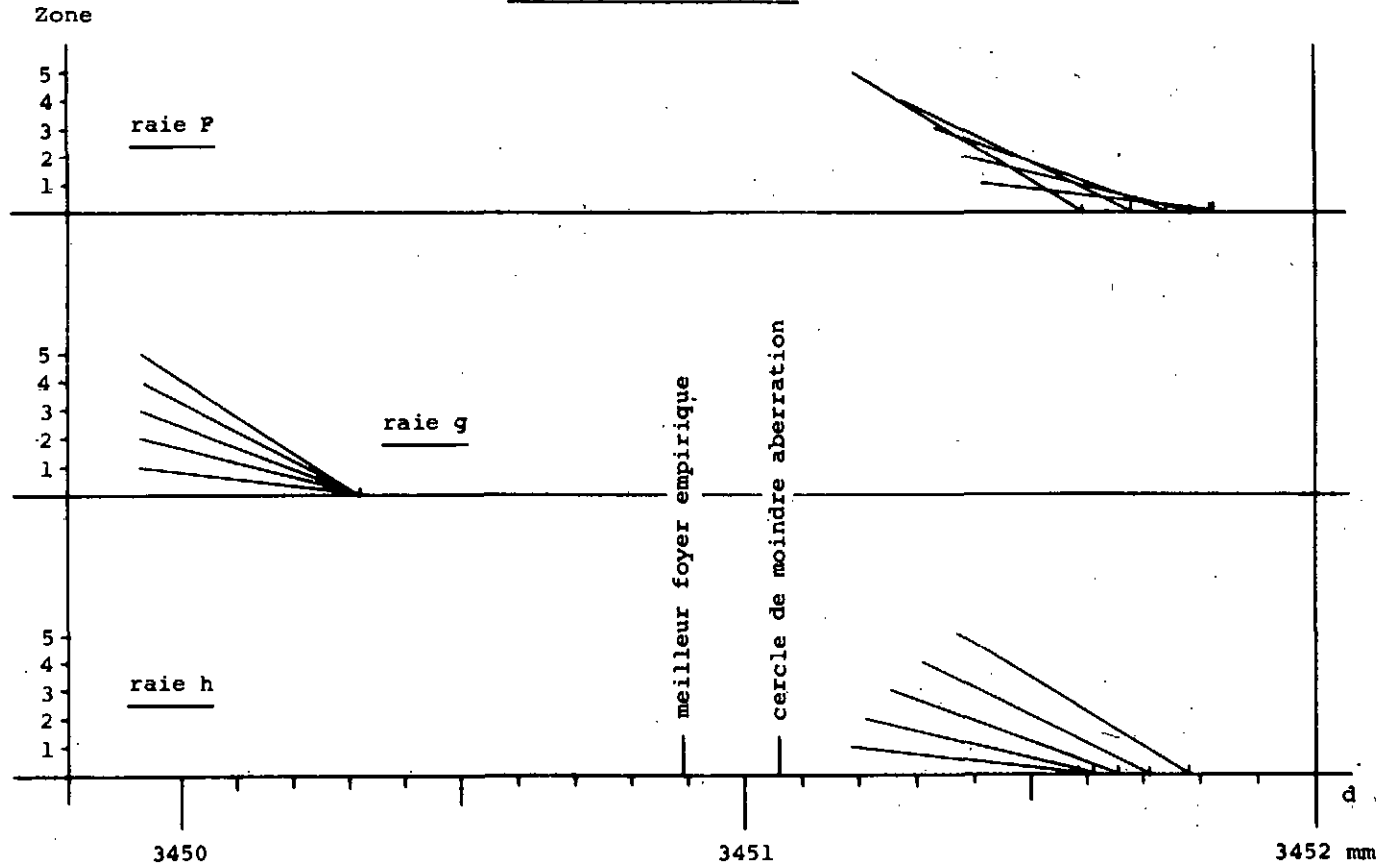


fig. 7.6

ω	Objectif PZT Neuchâtel		Selon règle pour doublets ordinaires (tirée de (18))	
	s	t	s	t
F	- 0.0249 mm	- 0.0547 mm		
10' g	- 0.0245	- 0.0528	- 0.025 mm	- 0.054 mm
h	- 0.0252	- 0.0545		
F	- 0.0753	- 0.1654		
17' g	- 0.0742	- 0.1666	- 0.072	- 0.16
h	- 0.0739	- 0.1659		
25' F	- 0.1633	- 0.3647	- 0.16	- 0.34
h	- 0.1629	- 0.3636		

La figure 7.8 donne une représentation graphique de ce tableau.

Selon (7.1) et (7.2), les composantes Δy et z de l'aberration transversale due aux courbures de champ sont proportionnelles l'une à y , l'autre à x . Or le faisceau incident est délimité par un diaphragme centré sur l'axe optique et, par conséquent, le centre de l'image formée par l'ensemble du faisceau ne subit pas de déplacement par l'astigmatisme dû aux courbures de champ. Ce dernier n'affecte que la forme plus ou moins elliptique de l'image et, comme l'aberration sphérique, n'a pas d'influence sur la mesure des coordonnées.

7.2.6. Diagrammes de points.

L'aberration transversale globale d'une image d'un faisceau parallèle est représentée en optique géométrique par la valeur moyenne $\bar{\Delta y}$ de tous les rayons du faisceau. La méthode de ray-tracing ne peut évidemment pas rendre compte de la structure fine d'une image, puisqu'elle ne tient pas compte de la diffraction. Or, les comparaisons faites en particulier par Herzberger entre la microphotographie d'une image réelle et le diagramme de points correspondant obtenu par ray-tracing, montrent une concordance remarquable non seulement dans la forme, mais également dans la répartition

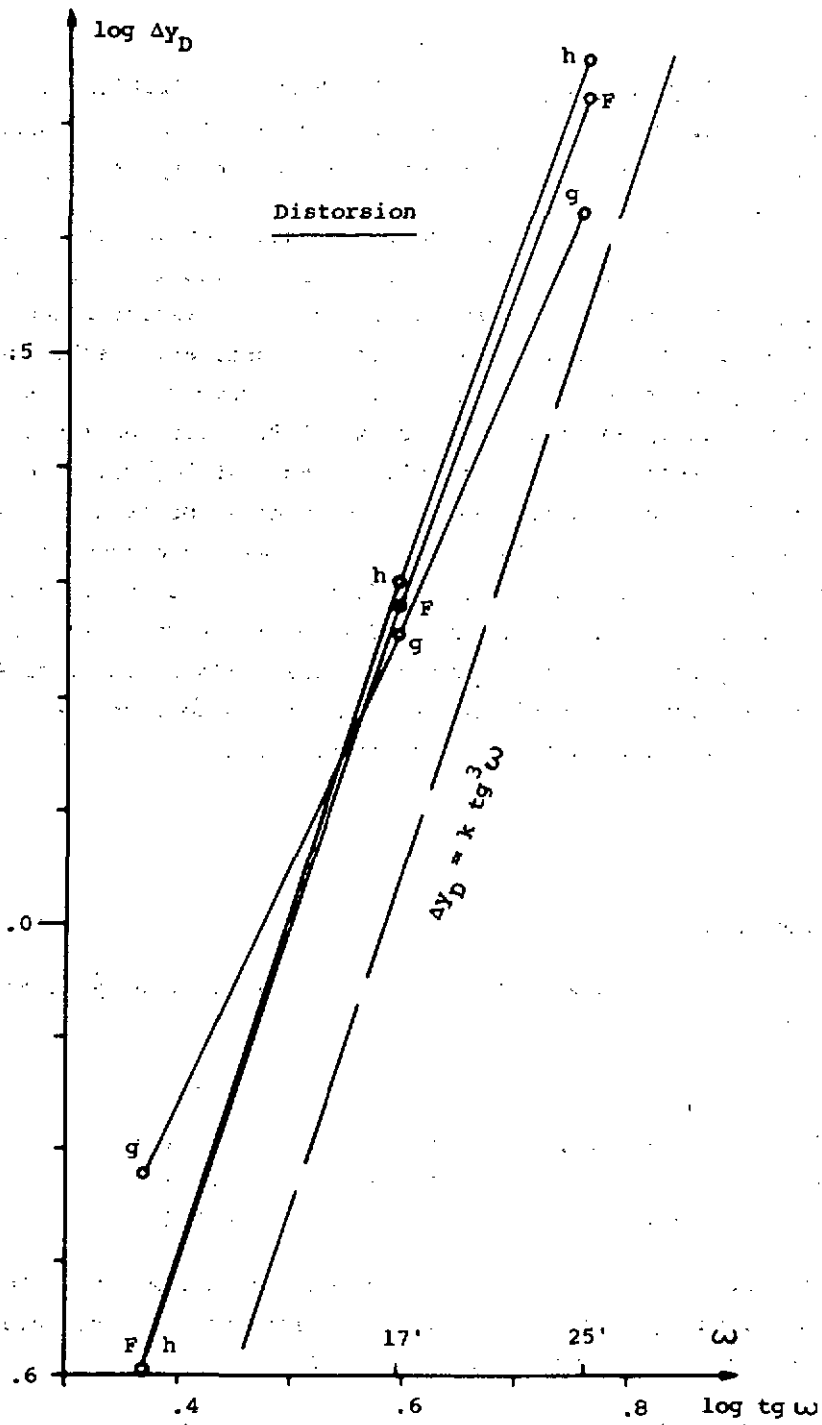


fig. 7.7

de l'intensité lumineuse ((16) p. 388). Pour l'évaluation de l'aberration transversale globale d'une image, il est donc parfaitement légitime de se baser sur les résultats du ray-tracing.

Les figures 7.9 et 7.10 reproduisent quelques exemples de nos diagrammes de points pour $\omega = 17'$. La première montre la raie g dans trois plans d'image différents, et fait surtout ressortir les déformations dues à l'astigmatisme, puisque l'aberration sphérique y est pratiquement nulle. Le diagramme a) se rapporte au plan du foyer paraxial, b) au plan I' (voir fig. 7.8) entre les foyers sagittal et tangentiel, et c) au plan I'' qui est légèrement en dedans du foyer tangentiel. Ces trois diagrammes montrent en plus l'effet d'une faible coma intérieure. Dans les diagrammes de points des raies F et h, la coma est noyée dans la forte aberration sphérique et l'astigmatisme. Pour la rendre apparente dans les diagrammes de la figure 7.10, nous y avons soustrait l'aberration sphérique de chaque rayon. Ces diagrammes réduits montrent une faible coma intérieure pour la raie F, extérieure pour h.

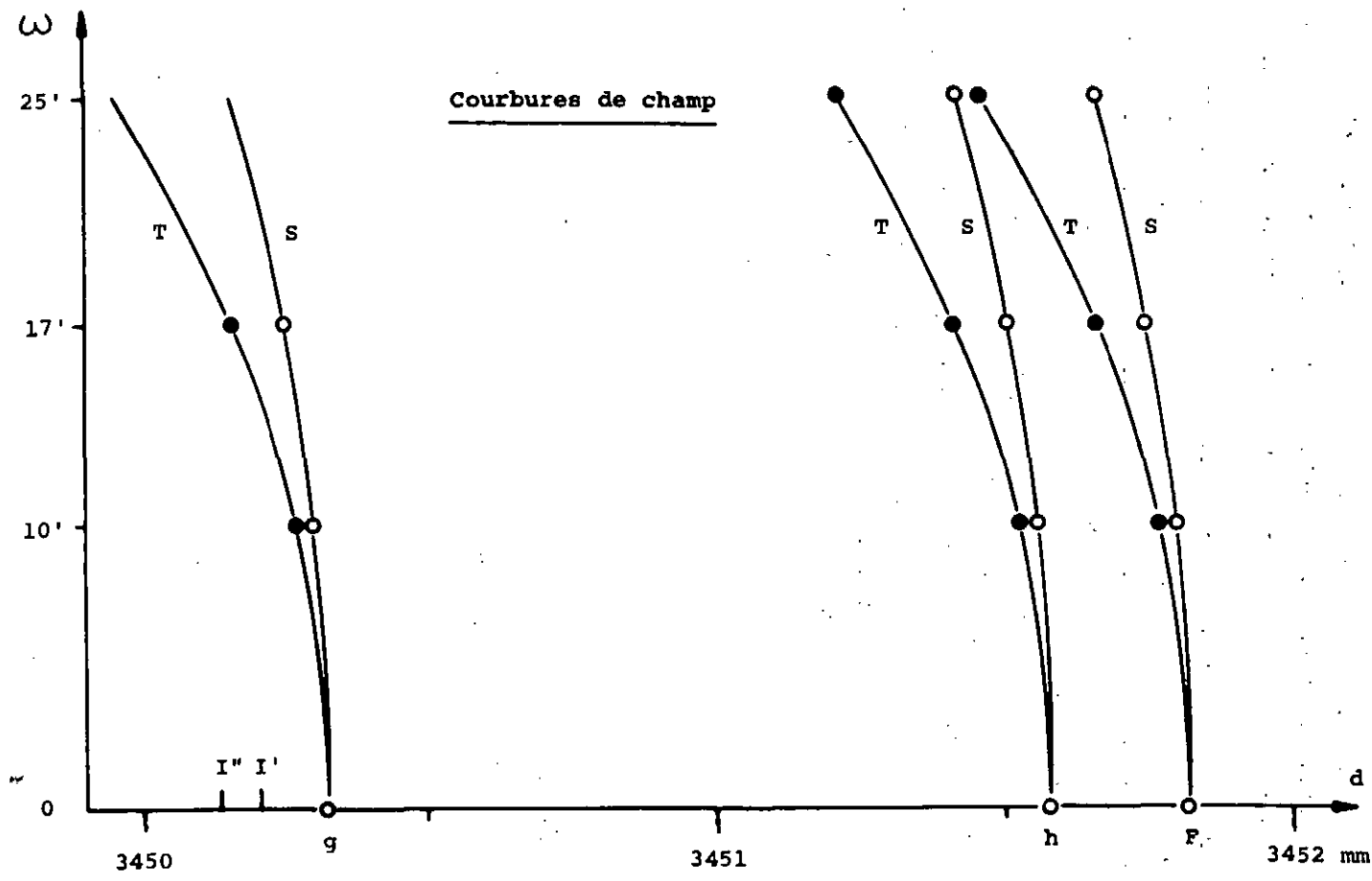
7.2.7. La coma.

Voici le tableau de l'aberration transversale globale $\overline{\Delta y}$ de notre objectif:

ω	F	g	h
10'	- 0.161 μ	- 0.041 μ	0.072 μ
17'	- 0.282	- 0.058	0.102
25'	- 0.453		0.124

Cette aberration globale ne se compose que de la coma et de la distorsion, puisque les autres types d'aberrations n'y contribuent pas, comme nous avons vu en 7.2.3. et 7.2.5.

Soustrayons à ces valeurs la contribution de la distorsion tirée du tableau sous 7.2.4. pour obtenir



L'aberration transversale due à la coma

ω	F	g	h
10'	- 0.157 μ	- 0.035 μ	0.076 μ
17'	- 0.263	- 0.040	0.122
25'	- 0.400		0.181

La représentation graphique de la figure 7.11 montre que ces valeurs sont bien proportionnelles à l'angle de champ ω , conforme au terme de la coma dans (7.1). On voit qu'il y a coma intérieure pour les raies F et g et coma extérieure pour la raie h. La coma s'annule donc pour une longueur d'onde d'environ 4300 Å. Pour les limites admises en 7.2.1. des longueurs d'onde effectives, la coma se trouve comprise entre les deux droites interpolées à traits discontinus. Les variations d'échelle qui en résultent sont de

$$3.7 \cdot 10^{-6} \text{ pour } 4150 \text{ \AA}, \text{ et de}$$

$$- 7.8 \cdot 10^{-6} \text{ pour } 4540 \text{ \AA}.$$

Rapportée à l'échelle moyenne d'un groupe d'étoiles, la coma introduit une erreur relative dont la limite supérieure peut être estimée à $6 \cdot 10^{-6}$, à défaut d'une connaissance précise de la longueur d'onde effective de chaque étoile. Une telle erreur est insignifiante pour la détermination de τ_M , mais elle équivaut tout juste à la tolérance en ζ (voir (4.13) et (4.14)).

7.2.8. L'aberration chromatique de grandeur.

Les valeurs numériques de $d_F - f$ sous 7.2.1. nous montrent que la position N du deuxième plan de Gauss varie passablement avec la longueur d'onde de la lumière. Ceci a pour conséquence une variation du grossissement dans le plan de l'image qui entraîne un changement de l'échelle en fonction de la longueur d'onde effective photographique de l'étoile considérée.

La variation de la distance $d_I - d_N$ du second plan principal au plan de l'image vaut 0.963 mm de la raie F à la raie h et se limite à environ 0.50 mm dans le domaine des longueurs d'onde effectives.

Raie g, $\omega = 17'$

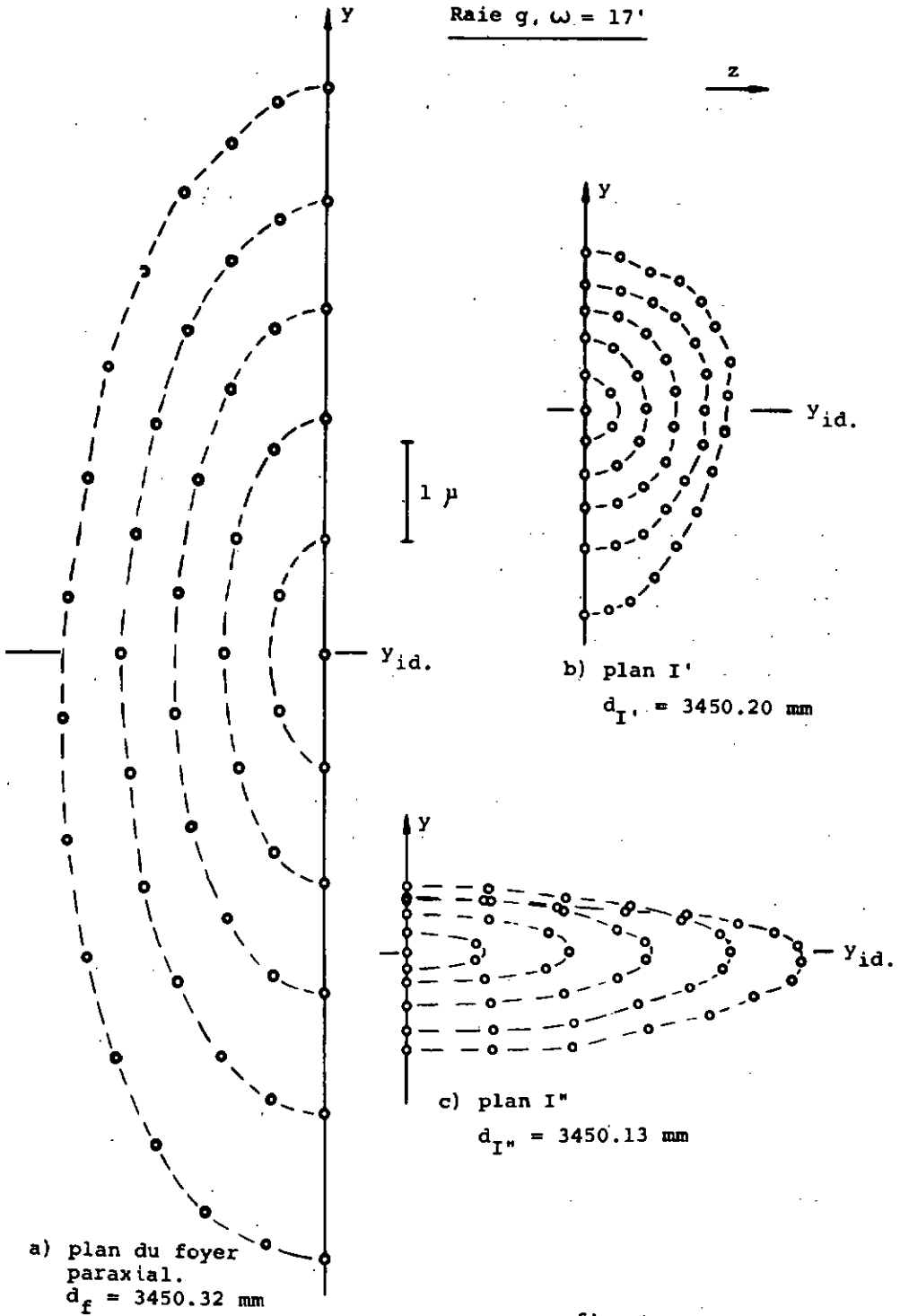


fig. 7.9

ves de 4150 à 4540 Å (figure 7.12). Il faut donc s'attendre à ce que l'échelle moyenne de plaque présente pour les étoiles du type spectral B et M une erreur relative de $\pm \frac{0.25 \text{ mm}}{f} = \pm 7.3 \cdot 10^{-5}$.

Cette valeur est dix fois plus grande que la tolérance pour la distance zénithale ζ , et tout juste à l'intérieur de la tolérance pour l'angle horaire τ_M .

L'aberration chromatique de grandeur compromet donc sérieusement les mesures en distance zénithale. Pour la limite de $\zeta = \pm 12'$, elle peut atteindre environ $\pm 0.05''$ dans le domaine envisagé des longueurs d'onde effectives.

7.2.9. Conclusions.

L'étude des caractéristiques de notre objectif a montré que parmi les trois aberrations qui affectent la position d'une image, c'est l'aberration chromatique de grandeur qui constitue un sérieux problème. Elle est environ dix fois plus grande que l'effet dû à la coma. Ces deux aberrations sont proportionnelles à l'angle ω et de signe contraire, comme le montre la comparaison des figures 7.11 et 7.12.

La distorsion étant négligeable, il résulte comme effet global un changement d'échelle qui est constant pour une longueur d'onde donnée, et qui varie pratiquement de façon linéaire en fonction des longueurs d'onde effectives (voir figure 7.12).

La figure 7.13 donne l'erreur $\Delta\zeta$ pour différentes longueurs d'onde effectives et différentes distances zénithales, en admettant que l'échelle moyenne de groupe corresponde à celle du milieu du domaine effectif des types spectraux de B à M.

En temps, où l'aberration globale atteindrait juste la tolérance admise, nous l'évitons entièrement, puisque dans (5.11), la détermination de chaque étoile est rapportée à sa propre échelle.

$$\omega = 17'$$

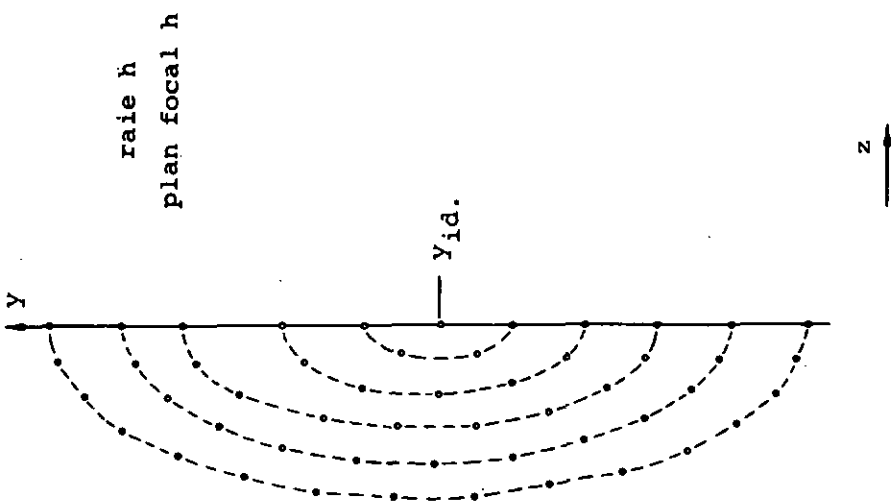
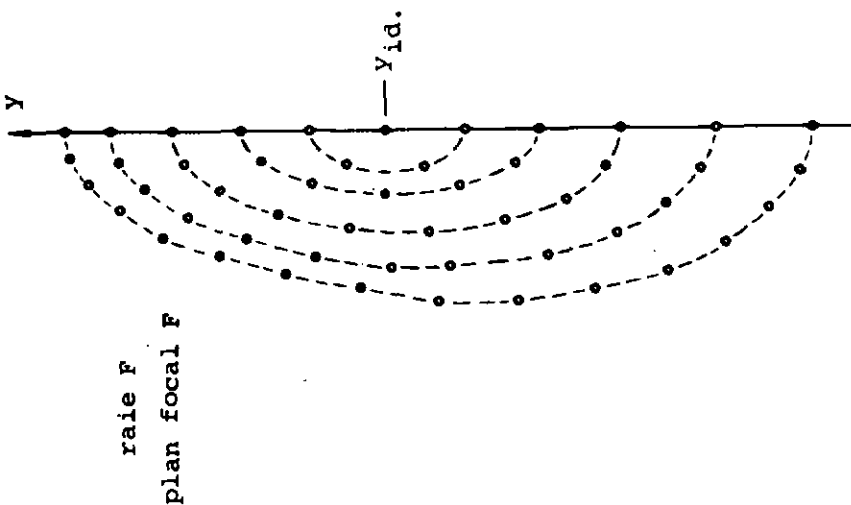
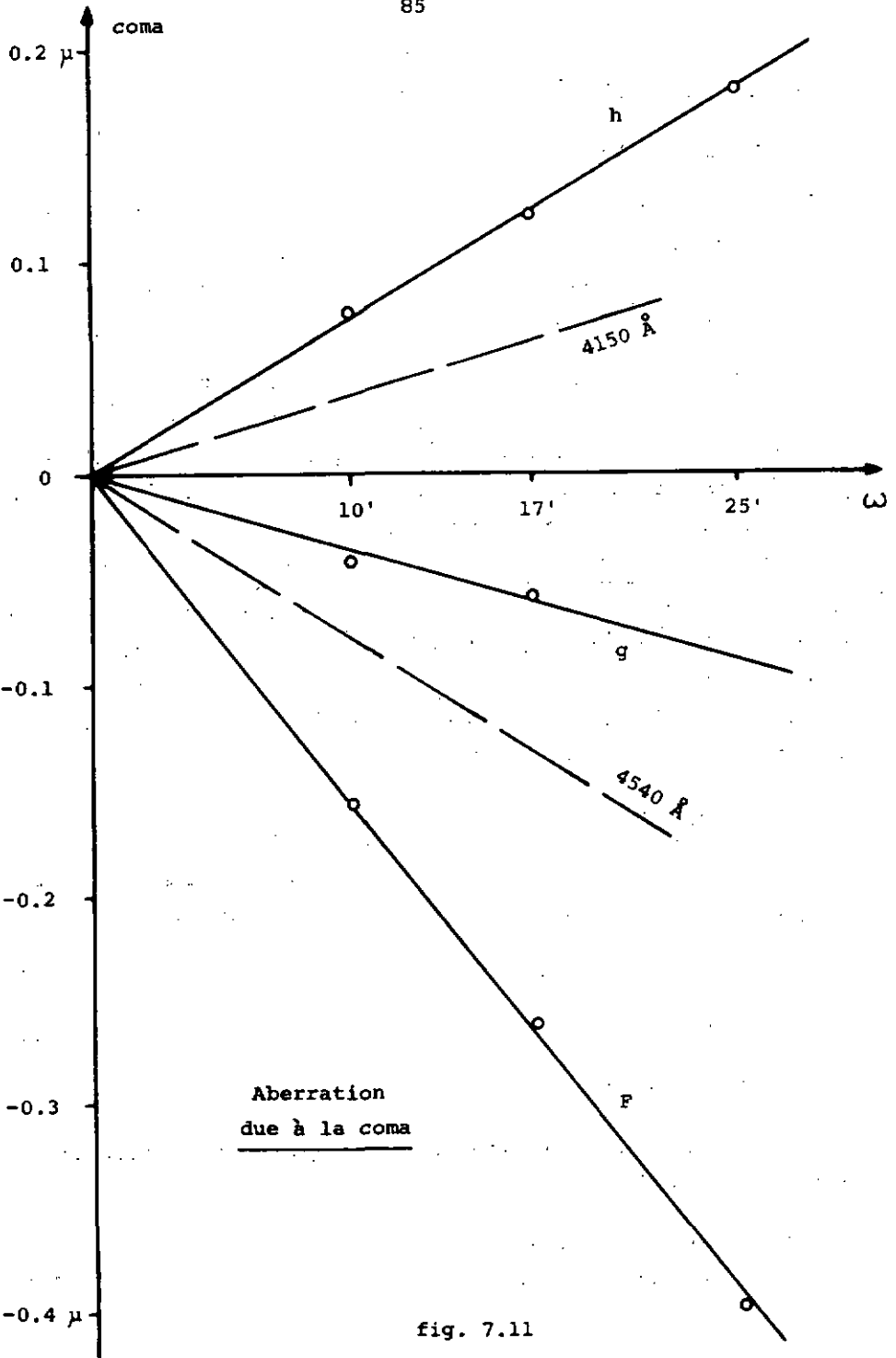


fig. 7.10

Malheureusement, on ne peut faire de même en distance zénithale. Si dans (5.12), on remplace la constante B par l'échelle individuelle B_i , l'écart-type ε_{ζ} analogue à ε_{τ} dans (5.13) augmente d'un facteur égal à $\sqrt{1 + H^2 B_i^{-2}}$. $B_i \approx D$ vaut environ 21.9 mm, H par contre est proportionnel à ζ et se situe entre 0 et 48 mm. ε_{ζ} varierait donc en fonction de ζ dans un rapport de 1 à 2.4, ce qui donnerait un trop faible poids aux étoiles à distance zénithale élevée.

Pour les moyennes de groupe, une erreur systématique significative qui peut subsister en latitude, est interprétée lors d'une égalisation du programme d'observation comme une erreur $\Delta\delta_{\alpha}$ du catalogue. Dans les déterminations d'heure et de latitude par groupes d'étoiles, les aberrations optiques ne jouent donc pratiquement pas de rôle. Il n'en est pas de même pour les déterminations de positions d'étoiles. L'erreur en déclinaison provoquée par l'aberration chromatique de grandeur varie avec la précession en δ et, dans la statistique des résultats, donne lieu à un faux mouvement propre.

Tant que les longueurs d'onde effectives photographiques des étoiles ne sont pas connues avec la précision relative nécessaire de 0.5 %, il est difficile d'éliminer complètement cette erreur optique. Une correction approximative peut être apportée en se basant sur le type spectral des étoiles. Mais il est fort douteux que la précision d'un centième de seconde d'arc puisse être garantie pour tout le champ de $\zeta = \pm 12'$. Le moyen le plus efficace consiste à déterminer la longueur d'onde effective photographique de chaque étoile à partir des spectres de diffraction d'ordres supérieurs, obtenus avec un réseau sur l'objectif.



Aberration due à la coma

fig. 7.11

8. Précision des résultats d'observation.

8.1. Précision théorique.

La limitation théorique de la précision de l'enregistrement d'une étoile dépend de la définition des images photographiques qui détermine l'écart-type ϵ_p de leur pointage, et des déplacements accidentels de la gélatine.

Pour de bonnes conditions atmosphériques, on peut tirer de la figure 5.1 une valeur moyenne de ϵ_p . Elle vaut environ 1.2μ , correspondant à un diamètre moyen des images de 60μ . L'écart-type des déformations accidentelles de la gélatine a été évalué (chap. 6.) à 1.8μ . Pour l'écart moyen global ϵ_i de la position d'une image dans une coordonnée, nous pouvons donc admettre une valeur théorique de $\sqrt{1.2^2 + 1.8^2} = 2.2 \mu$. L'écart-type théorique d'une mesure de distance s'écrit alors $\sqrt{2} \epsilon_i$. Pour les mesures S, D et H, composées de deux distances, cet écart vaut $2\epsilon_i$. Selon (3.12) et (3.15), un cycle présente les écarts-type ϵ_t en temps et ϵ_φ en latitude qui s'écrivent en radians:

$$\epsilon_t = \frac{\epsilon_i}{2v} \qquad \epsilon_\varphi = \frac{\epsilon_i}{2g}$$

La transformation en secondes de temps et en secondes d'arc, se fait au moyen des valeurs numériques de (4.5) et de (4.15):

$$\epsilon_t = 2.93 \epsilon_i \text{ secondes de temps} \qquad (8.1)$$

$$\epsilon_\varphi = 30.0 \epsilon_i \text{ secondes d'arc} \qquad (8.2)$$

où ϵ_i est exprimé en mm.

Avec $\epsilon_i = 0.0022$ mm, l'écart-type théorique pour les résultats d'une étoile vaut

$$\begin{aligned} 6.4 \text{ ms} & \text{ en temps et} \\ 0.066'' & \text{ en latitude} \end{aligned} \qquad (8.3)$$

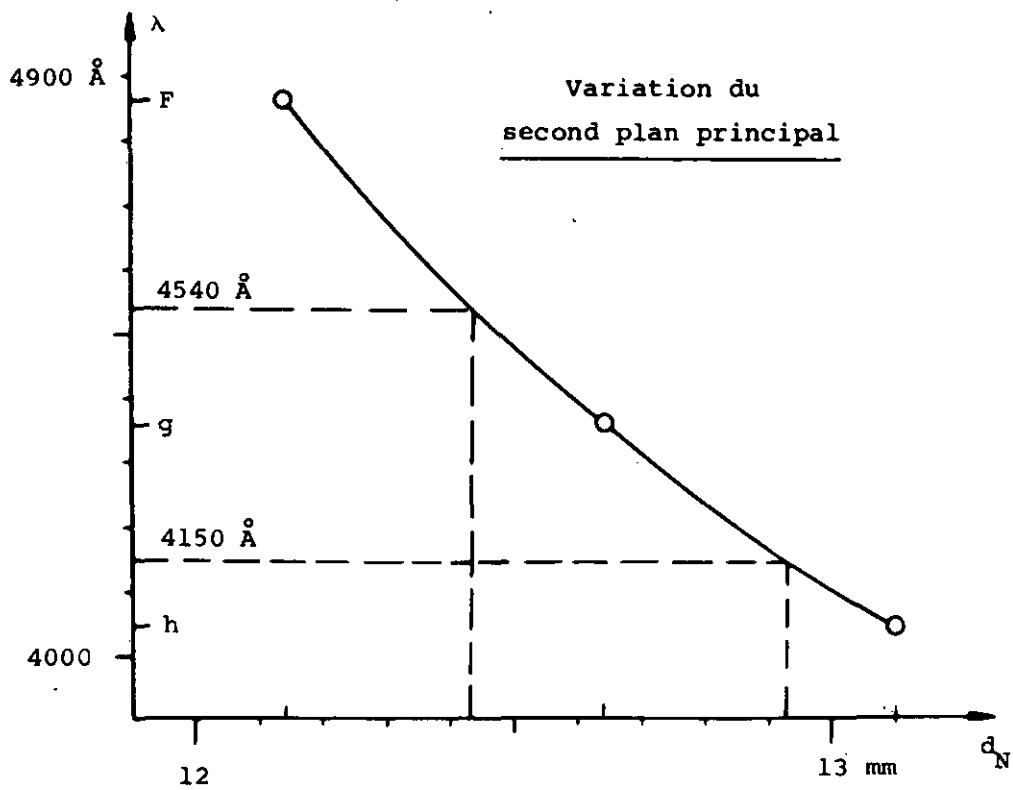


fig. 7.12

8.2. Ecart interne.

Nous appelons ainsi l'écart-type d'une étoile individuelle par rapport au centre de gravité du groupe. On peut l'obtenir de deux manières différentes:

- a) par le calcul des dispersions effectives des mesures de coordonnées par rapport à la moyenne d'un groupe, et
 - b) par les écarts individuels en temps et en latitude par rapport au centre de gravité du groupe.
- a) Les distances B_i (définies en 5.4) et $h_1 - h_2$ (3.29) sont invariantes, l'une mesurée en x , l'autre en y . Tenant compte du paragraphe précédent, on obtient pour les écarts-type ϵ_x et ϵ_y d'une mesure de coordonnées les définitions:

$$\epsilon_x = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sum B_i^2 - nB^2}{n-1}} \quad (8.4)$$

et, en désignant $h_1 - h_2$ par h_i :

$$\epsilon_y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sum h_i^2 - nh^2}{n-1}} \quad (8.5)$$

où h , analogue à B , est la moyenne arithmétique de h_i d'un groupe, et n le nombre des étoiles.

ϵ_x et ϵ_y représentent l'écart global ϵ_i observé pour chacune des coordonnées d'une image. Cet écart effectif renferme, en plus de l'écart ϵ_i théorique, les erreurs dues aux variations de réfraction au cours des deux heures d'observation d'un groupe. ϵ_x contient en plus l'amplitude quadratique moyenne due à l'aberration chromatique de grandeur de B_i par rapport à B . L'amplitude correspondante de h_i est plus de mille fois plus petite, puisque h ne vaut que 18.8μ . On pourrait donc s'attendre à ce que l'aberration chromatique de grandeur se manifeste par des valeurs de ϵ_x supérieures à ϵ_y . En réalité, ce critère

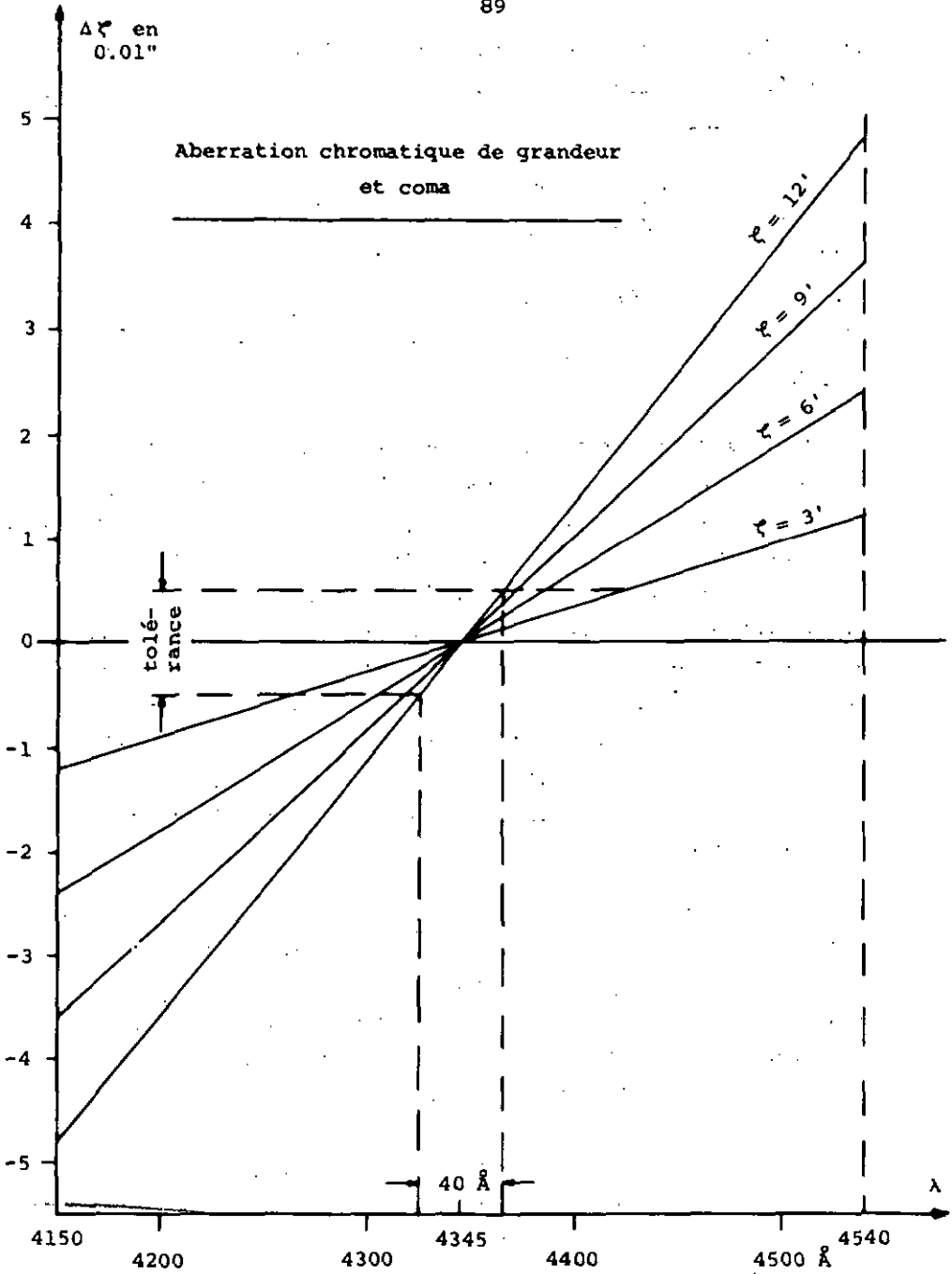


fig. 7.13

est rendu inefficace, par l'influence prépondérante des variations de réfraction, et les moyennes de ε_x et ε_y sont sensiblement les mêmes:

	ε_x μ	ε_y μ	ms	ε_t "	ε_ϕ "
1964	3.78	3.74	11.1	0.113	0.112
1965	3.81	3.87	11.2	0.114	0.116
1966	3.78	3.98	11.1	0.113	0.119
1964 à 1966	3.79	3.86	11.1	0.113	0.116

ε_t et ε_ϕ , les écarts correspondants en temps et en latitude pour une étoile, sont calculés au moyen de (8.1) et (8.2), en remplaçant ε_i par ε_x et ε_y . La comparaison avec (8.3) montre que ces écarts effectifs sont presque deux fois plus grands que leurs valeurs théoriques. La différence doit être attribuée exclusivement aux variations accidentelles de la réfraction. Les moyennes sur trois ans de ces écarts effectifs pris mois par mois, sont reportées dans le graphique de la figure 8.1. Elles montrent une variation significative au cours de l'année qui fait ressortir pour la période de 1964 à 1966 les meilleures conditions d'observation aux mois de mars à juin et les plus mauvaises en janvier.

- b) Partant des écarts individuels en temps et en latitude, on obtient les mêmes résultats que par la méthode a), si les positions individuelles des étoiles ont bien été ajustées sur le centre de gravité du groupe. En concordance avec les résultats précédents, cette méthode nous a donné pour les trois années de 1957 à 1959 un écart moyen pour une étoile de 0.12" en temps et en latitude (5). La comparaison des résultats des deux méthodes fournit donc un moyen de contrôle de l'ajustement des positions d'étoile à l'intérieur d'un groupe. Or les corrections individuelles apportées aux étoiles ne contiennent pas seulement des erreurs de catalogue, mais également les erreurs dues à l'aberration chromatique de grandeur. Tant que cette erreur instru-

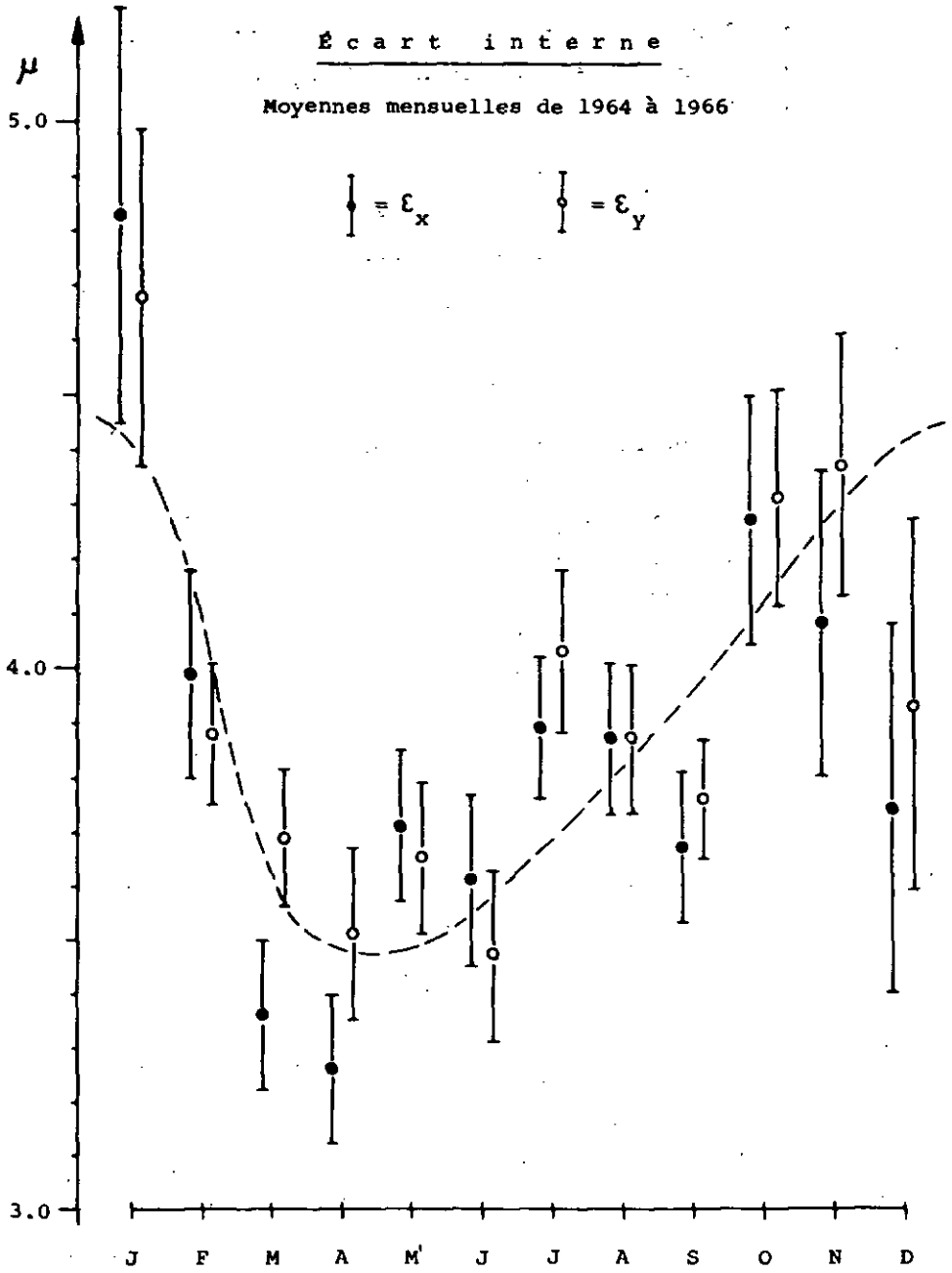


fig. 8.1

Ecart-type externe (d'un groupe)

	<u>heure</u>	<u>latitude</u>
	en ms	en 0.01"
1957/58	6.4	8.0
1958/59	-	12.7
1964	8.6	8.9
1965	9.8	10.2

Du point de vue statistique, l'écart externe par groupe devrait être \sqrt{n} fois, soit en moyenne 3.1 fois plus petit que l'écart interne qui se rapporte à une étoile. En temps, on devrait donc obtenir un écart externe de 3.6 ms seulement. Le fait que la valeur effective est le double de cette estimation, nous incite à admettre, en plus des anomalies à court terme de la réfraction affectant l'écart interne, et en plus du déplacement continu du zénith apparent au cours d'une nuit, l'existence d'anomalies à long terme de quelques heures à plusieurs jours éventuellement. Les variations de réfraction à l'intérieur d'un groupe ont été mises en évidence par une étude de traces d'étoiles, décrite sous chapitre 9. Par contre, les anomalies à long terme se manifestent partiellement par les variations de l'échelle de plaque au cours d'une nuit et entre nuits différentes.

8.4. Variations de l'échelle de plaque.

Le critère B d'un groupe d'étoile permet selon (5.10) de déterminer le facteur d'échelle \bar{g}_m du groupe. B et \bar{g}_m étant proportionnels, les variations relatives de l'échelle se déduisent directement des valeurs numériques de B.

D'après (8.4), l'écart-type d'une valeur de B s'écrit

$$\epsilon_B = \pm \sqrt{\frac{\sum B_i^2 - nB^2}{n(n-1)}} = 2\epsilon_x / \sqrt{n}$$

La statistique des valeurs de B, dont la moyenne sur plusieurs années vaut 21.879 mm, montre assez souvent des variations significatives de 3μ et plus, soit de plus de $1.5 \cdot 10^{-4}$ en valeur relative, et ceci sur la même plaque. Dans quelques cas rares, cette variation atteint même $5 \cdot 10^{-4}$. Citons à titre d'exemple les deux cas extrêmes de l'année 1965, où la différence des valeurs de B entre groupes de la même plaque a atteint

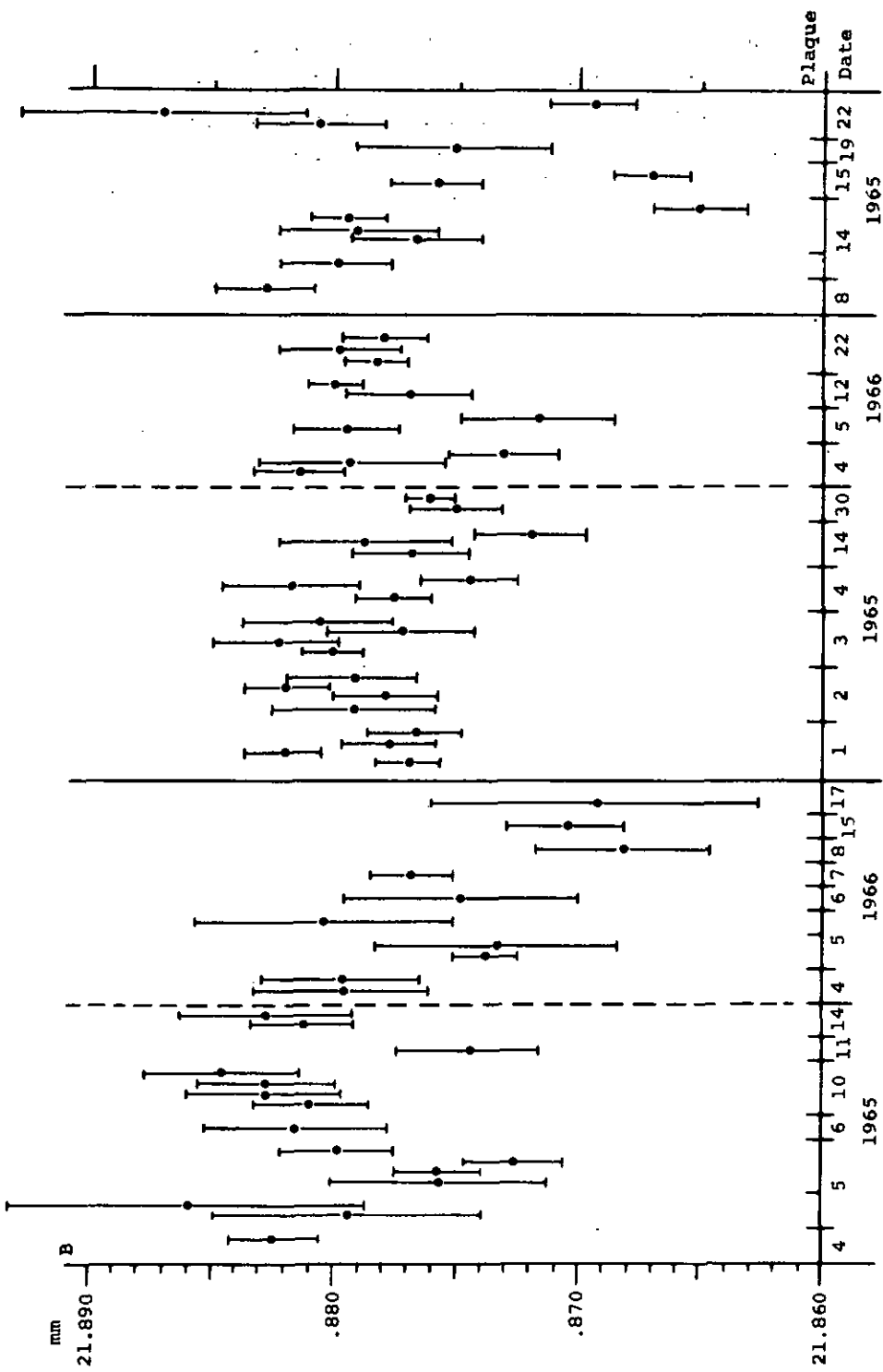
$$11.4 \pm 2.3 \mu \text{ (plaque du 21.5.65), et}$$

$$14.4 \pm 3.6 \mu \text{ (plaque du 14.12.65).}$$

Les deux fois il s'agissait d'une variation survenue au cours de deux heures entre deux groupes consécutifs :

Si la température était le seul facteur déterminant pour l'échelle de la plaque (comme nous l'avons admis en 4.2.1.), la variation relative de l'échelle selon (4.15) serait inférieure à $2 \cdot 10^{-5}$, car la température du tube ne varie pratiquement jamais de plus de 6° au cours des 8 heures d'observation d'une plaque. Or, environ le quart de nos plaques à plusieurs groupes présente des variations d'échelle inexplicables par l'influence thermique. On ne peut les attribuer qu'à des anomalies de la réfraction. Il est donc plus correct de traiter chaque groupe individuellement plutôt que d'utiliser une échelle moyenne de toute la plaque.

La figure 8.2 reproduit pour quelques mois les valeurs de B accompagnées de leur écart-type ϵ_B . Nous avons choisi pour 1965 et 1966 les mois de janvier et avril qui, pendant cette période, présentent les valeurs extrêmes pour l'écart interne (fig. 8.1). Comme on pouvait s'y attendre, B est nettement mieux défini en avril qu'en janvier et, par conséquent, les différences significatives y sont plus nombreuses. Mais en plus, on constate qu'entre nuits différentes, les variations sont également plus faibles qu'en janvier. La dernière partie du diagramme se rapporte au mois de décembre 1965, où les différences d'une nuit à l'autre sont particulièrement marquées.



J A N V I E R A V R I L D É C E M B R E

fig. 8.2

Les variations saisonnières d'origine thermique prévues par la théorie, qui ont une amplitude maximale de $\pm 5.8 \cdot 10^{-5}$, soit de $\pm 1.27 \mu$ en B, sont complètement noyées dans la dispersion des variations effectives, non imputables à l'instrument.

8.5. Mise en évidence de l'aberration chromatique de grandeur.

Nous avons montré que le seul défaut optique significatif réside dans la variation d'échelle en fonction de la longueur d'onde effective et qu'il ne se manifeste que dans les mesures en distance zénithale.

Vu les grands écarts effectifs des mesures, son dépistage dans la statistique des observations n'est pas facile. Le procédé le plus efficace à notre avis, consiste à former pour un grand nombre d'observations les différences entre l'échelle individuelle B_i et l'échelle moyenne B de groupe, et ceci pour des étoiles de types spectraux extrêmes du programme. Nous disposons actuellement des valeurs de B_i d'environ deux ans d'observation. Une statistique préliminaire a été établie, s'étendant à environ 600 mesures de $B_i - B$, dont une moitié provient d'étoiles de type spectral B et A, l'autre d'étoiles K et M. Les moyennes de ces deux catégories valent:

	type spectral B à A	type spectral K à M
$\overline{B_i - B} :$	$- 0.50 \pm 0.44 \mu$	$+ 1.07 \pm 0.38 \mu$

Il apparaît donc une différence significative de

$$1.57 \pm 0.58 \mu$$

entre les moyennes de B de ces deux catégories. Elle correspond à une variation relative de l'échelle de $7.2 \cdot 10^{-5}$, soit de $\pm 3.6 \cdot 10^{-5}$ autour de la moyenne générale de B. D'après la figure 7.13, une telle variation couvre en longueur d'onde effective un domaine d'environ 200 Å.

Cette détermination empirique grossière de l'aberration chromatique de grandeur peut tout au plus servir d'indication que les longueurs d'onde effectives de notre programme d'observation ne sortent probablement pas du domaine admis de 4150 à 4540 Å.

Une évaluation théorique a été obtenue en combinant la courbe de sensibilité de l'émulsion avec l'allure générale des courbes d'intensité spectrale des étoiles du type A_0 et K_5 . Cette estimation qui n'est d'ailleurs pas plus précise que la détermination empirique citée, nous a donné une valeur de 300 au lieu de 200 Å pour la largeur du domaine des longueurs d'onde effectives.

Pour affranchir par analyse statistique les distances zénithales de ce défaut optique, il faudrait déterminer pour chaque étoile la valeur de $B_1 - B$ à une précision relative de $6.9 \cdot 10^{-6}$, ce qui correspond à 0.15μ en valeur absolue. La statistique devrait donc s'étendre à un millier d'observations de chaque étoile. Or ce procédé est impraticable, si ce n'était qu'à cause des changements de programme rendus nécessaires par la précession.

9. Etude de la réfraction accidentelle
au moyen de traces d'étoiles.

9.1. Evaluation basée sur l'écart interne.

Sous 8.1. et 8.2., nous avons constaté que l'écart ϵ_i effectif d'une image, représenté dans les deux coordonnées par ϵ_x et ϵ_y , vaut 3.8μ au lieu de la valeur prévue de 2.2μ , et que cette discrédance ne peut s'expliquer que par une influence atmosphérique. Ces chiffres permettent alors d'évaluer l'amplitude quadratique moyenne ϵ_r du déplacement dans une dimension, que subit une image photographique par la réfraction accidentelle.

$$\text{On a } \epsilon_r = \sqrt{3.8^2 - 2.2^2} = 3.1 \mu, \text{ soit } 0.19'' \quad (9.1)$$

Cette évaluation implique des déviations lentes de plusieurs dixièmes de secondes d'arc et d'une durée comparable aux 20 s de pose.

L'existence de telles variations accidentelles a déjà été signalée en 1927 par Schlesinger (25). Il insista sur le fait que contrairement aux phénomènes rapides de l'agitation ou turbulence optique des images (terminologie proposée par l'U.A.I. (32)), les réfractations accidentelles affectent pratiquement de façon identique toutes les étoiles d'un même champ. Et comme elles sont assez lentes, on peut les compenser par surveillance visuelle d'une étoile guide. C'est probablement la raison pour laquelle les travaux plus récents dans ce domaine (voir p. ex. (29) et (21)), s'intéressent avant tout à l'agitation rapide. Il nous paraissait d'autant plus utile de procéder à une vérification expérimentale de notre évaluation théorique. Une confirmation ultérieure de l'intérêt d'une telle vérification figure dans les comptes rendus du symposium No. 19 de l'U.A.I. (Site Testing), où Courtès, en mentionnant brièvement le phénomène de la réfraction accidentelle, se réfère encore toujours à Schlesinger et conclut qu'il serait intéressant de reprendre les expériences de ce dernier (8).

9.2. Vérification expérimentale.

9.2.1. Enregistrement de traces.

La méthode la plus simple est bien celle des traces d'étoiles, utilisée déjà par Schlesinger: on mesure les déviations latérales de traces enregistrées avec la lunette immobile.

Nous l'avons d'abord appliquée au PZT même, et ensuite à l'astrographe ZEISS (ouverture: 360 mm, distance focale: 3600 mm), afin de pouvoir étudier le phénomène également en dehors du zénith et d'obtenir des enregistrements plus longs. L'objectif de l'astrographe a été diaphragmé à l'ouverture de 25 cm du PZT. De mars à juillet 1963, une cinquantaine de traces a ainsi été enregistrée d'une durée moyenne de 5 minutes. Un premier rapport sur l'étude de ce matériel a été présenté en 1964 au Congrès international de chronométrie à Lausanne (27).

9.2.2. Microscope photoélectrique de mesure.

La mesure visuelle des déviations latérales d'une trace est rendue très délicate par les effets de scintillation et d'altération. Afin d'éviter les erreurs personnelles, un microscope photoélectrique a été monté sur la machine à mesurer. Son principe de fonctionnement est illustré par la figure 9.1. Un prisme équilatéral coupe le plan image dans le sens de la longueur de la trace, et par réflexion totale, renvoie la lumière des deux parties séparément sur deux photomultiplicateurs (RCA 931-A). Cette méthode exige la projection d'une copie positive, pour que seule la lumière transmise à travers la trace détermine le signal. Un diaphragme centré sur l'arête du prisme délimite sur la plaque un champ rectangulaire de 0.1 fois 0.3 mm (grossissement de 20 fois), qui traverse la trace et définit sur celle-ci un élément de mesure correspondant à sa largeur maximale. La mesure consiste à déplacer la plaque perpendiculairement à la trace jusqu'à ce que les deux photomultiplicateurs enregistrent la même intensité lumineuse.

9.2.3. Dispositif d'enregistrement automatique.

L'enregistrement continu et amplifié des déviations de la trace a été automatisé de la manière suivante: La trace est orientée parallèlement à l'axe des y sur un chariot spécial qui, au moyen d'un levier, se déplace pour ainsi dire sans résistance le long de l'axe des x. Le chariot y avec le dispositif photoélectrique, avance à vitesse constante le long de la trace. La différence des signaux anodiques est amplifiée et alimente directement le servomoteur d'un potentiomètre enregistreur (Varian Graphic Recorder G-10). L'extrémité du levier est liée à la plume de l'enregistreur. Par ce couplage, le servomoteur règle la plaque constamment dans la position correspondant au centrage de chaque élément de trace, tout en produisant un enregistrement automatique des déviations. L'amplification peut être variée en modifiant la longueur du levier. Pour éviter que le système n'entre en oscillation, un amortissement est intercalé sous forme d'un signal opposé, proportionnel à la vitesse du moteur. Comme les caractéristiques des deux photomultiplicateurs ne sont pas tout à fait identiques, leur alimentation doit être équilibrée, pour que le centrage ne soit pas influencé par les variations de transparence dans la trace. La reproductibilité du centrage a ainsi pu être maintenue à l'intérieur de $\pm 0.5 \mu$. Les enregistrements ont été faits en utilisant des facteurs d'amplification de 1200 à 2700.

9.2.4. Résultats.

L'agitation des images est due à la turbulence dans les basses couches de l'atmosphère. Selon Bowen (cité par Meinel (22)), la contribution principale provient de la turbulence dans les premiers 200 m au-dessus du sol. Quant aux dimensions des éléments de turbulence, on sait que leur limite inférieure vaut environ 10 cm. Par contre, les formes et dimensions des plus grands éléments, auxquels on doit attribuer la réfraction accidentelle, sont mal connues. Certains auteurs admettent une dimension maximale de 5 m (14).

M I C R O S C O P E P H O T O É L E C T R I Q U E

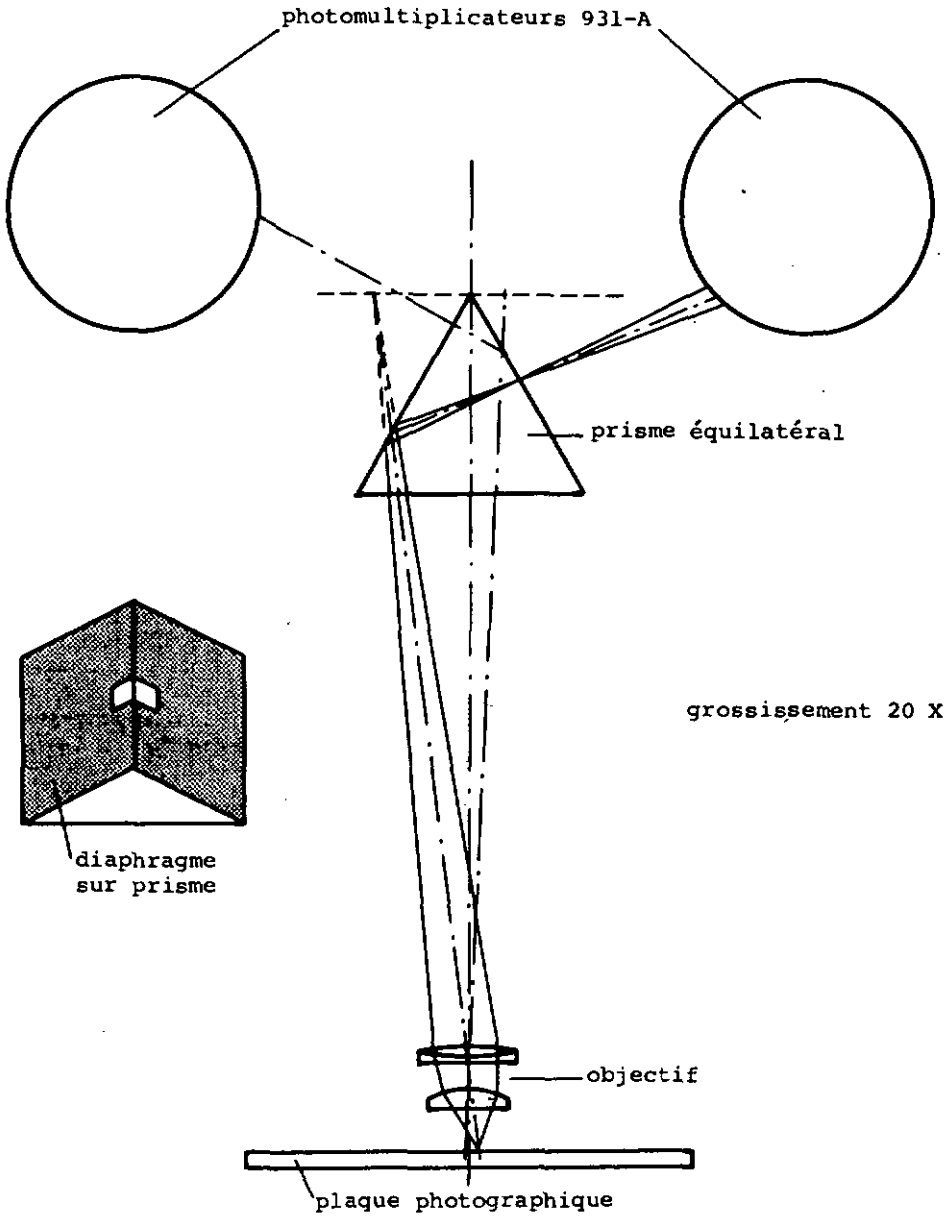


fig. 9.1

Nos enregistrements de traces au zénith, basés sur des éléments de mesure de 0.1 mm, n'arrivent pas à résoudre des variations plus rapides que 0.5 s. Or des traces simultanées prises sur les deux tubes de l'astrographe, distants de 1 m, nous renseignent au moins sur la dimension minimale des éléments de turbulence qui interviennent dans nos courbes. En effet, la forte corrélation qui existe à 1 m de distance (voir partie inférieure de la figure 9.2), nous fait admettre que dans nos enregistrements, seuls les éléments égaux et supérieurs à 1 m se manifestent. Ceci explique la constatation de Schlesinger, que l'agitation lente ne provoque pas de distorsion dans un champ de plusieurs minutes d'arc. La partie supérieure de la figure 9.2 reproduit les enregistrements des deux composantes de β Cygni, séparées de 35". Le haut degré d'identité de ces deux courbes est surtout intéressant en ce qui concerne la fidélité de la méthode de mesure. Il prouve en effet la réalité physique des variations reproduites et leur indépendance des parties non-linéaires de la courbe de gradation des plaques, vu que les deux étoiles diffèrent en éclat d'un facteur de 6.9.

Afin d'établir la variation de la réfraction accidentelle en fonction de la distance zénithale, des traces ont été prises jusqu'à plus de 60° du zénith au cours de plusieurs nuits de conditions météorologiques différentes. Ces traces d'une durée jusqu'à 6 minutes, donnent essentiellement les mêmes amplitudes quadratiques moyennes σ que celles trouvées par Mayer sur des enregistrements de 1 minute (21) qui prennent l'allure d'une courbe de saturation en fonction de $\sec z$. Or, on s'attendrait à ce que la perturbation soit proportionnelle à la racine carrée du trajet du rayon dans la couche perturbatrice, autrement dit que σ soit proportionnel à $\sqrt{\sec z}$. Dans la figure 9.4, où les valeurs de σ d'un certain choix de traces sont reportées en fonction de $\sqrt{\sec z}$, les points d'une même séance d'observation devraient donc s'aligner sur une droite passant par l'origine. Notre valeur minimale au zénith est de 0.26". Elle appartient à la droite inférieure (points ●) qui a été obtenue en mai par vent au sol de 7 m/s (NNE) et par faible zone de haute pression. Les points ▲ proviennent d'une situation calme en juillet.

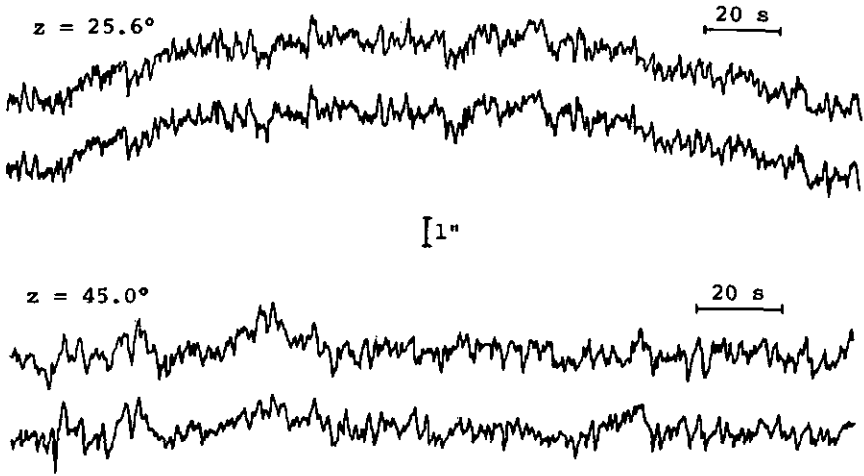


fig. 9.2

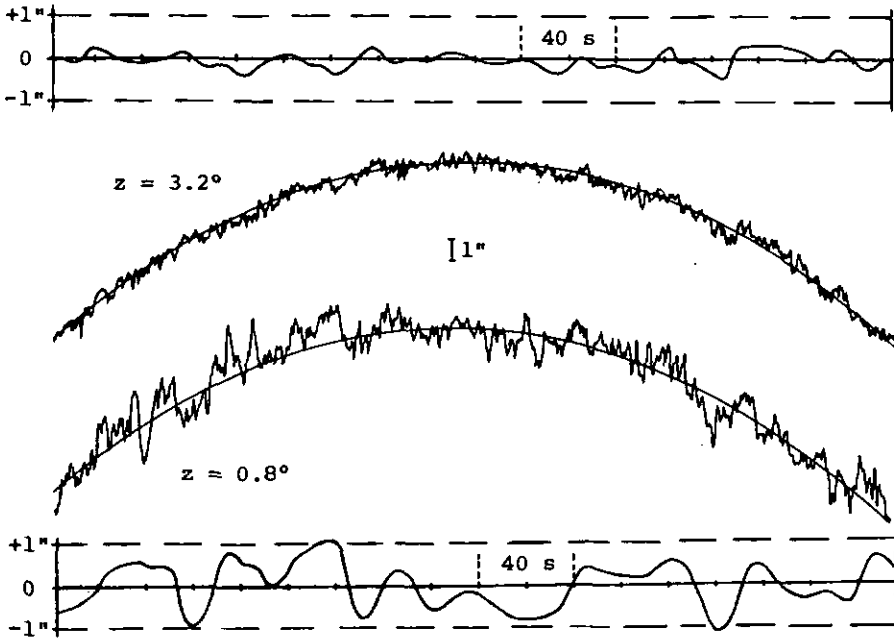


fig. 9.3

les points + d'une nuit de mars par zone de haute pression stable et situation calme, et les points o (droite supérieure) d'une nuit de juin par faible vent du NE (1 m/s). Les points * enregistrés par temps calme et dont le premier appartient à la plus mauvaise trace de notre matériel, montrent que l'agitation peut varier parfois très rapidement au cours d'une nuit, les trois traces ayant été prises dans un intervalle d'une demi-heure à peine.

La figure 9.3 reproduit les enregistrements de la meilleure et de la plus mauvaise trace au zénith, accompagnés des courbes lisses correspondantes. Ce qui nous intéresse de façon plus directe, ce sont les réfractions accidentelles d'une durée comparable aux temps de pose au PZT. En prenant les déviations moyennes de segments de traces correspondant à 20 s, nous avons constaté que l'écart théorique de 0.19" est entièrement expliqué par la réfraction. En effet, les écarts-type de ce critère varient pour nos traces entre 0.09" et 0.32".

Les enregistrements reproduits dans (27) confirment d'ailleurs l'existence de déviations encore plus lentes, d'une amplitude de plusieurs dixièmes de secondes d'arc et d'une durée jusqu'à deux minutes.

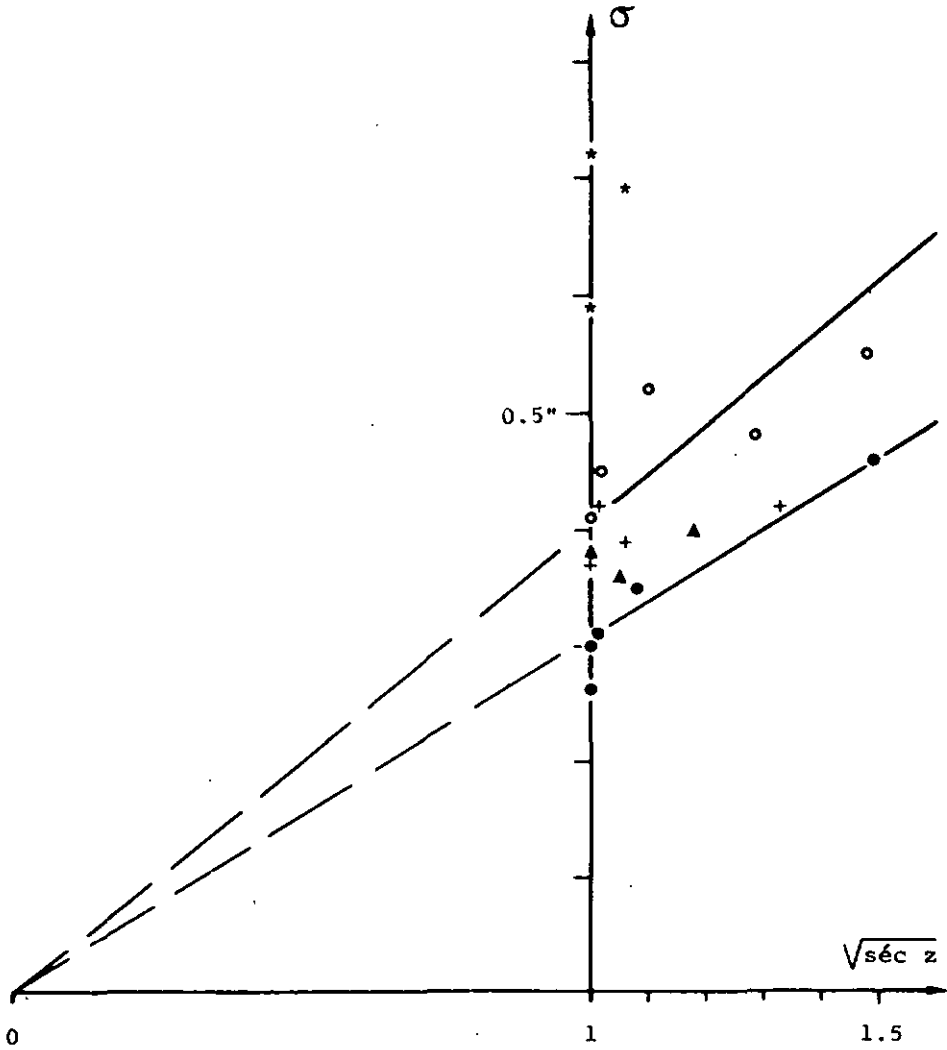
Amplitude quadratique moyenne σ de trace

fig. 9.4

10. Conclusions.

1. - Au chapitre 4 toutes les erreurs instrumentales d'ordre mécanique ont été passées en revue, et on a pu constater que d'une part, il est possible de les maintenir à l'intérieur des tolérances individuelles, que d'autre part, elles sont indépendantes les unes des autres. Une accumulation systématique des résidus n'est donc pas à craindre. Les erreurs provenant de la variation d'échelle, soit par effet thermique sur l'instrument ou sur la machine à mesurer, soit par le réglage du niveau du mercure, restent sans conséquences, puisque l'échelle est déterminée individuellement pour chaque groupe en latitude et pour chaque étoile en temps. Ceci est également valable pour la faible extension systématique de la gélatine lors du développement.

2. - Quant au système optique du PZT, on se doutait depuis longtemps des aberrations extra-axiales, surtout des objectifs à deux composantes seulement, mais à notre connaissance, des indications précises à ce sujet n'existaient pas. Dans son rapport rédigé pour le symposium sur le Service international des Latitudes à Helsinki (11), Danjon attire l'attention sur cette lacune en écrivant: "Les descriptions qu'on a données des PZT fournissent d'abondantes informations sur la machine à programme qui en assure le fonctionnement automatique, mais elles sont muettes (du moins celles que l'auteur a pu consulter) sur la structure de l'objectif et sur le contrôle de ses aberrations ...".

Les résultats de l'étude de notre objectif ont montré que la coma tant redoutée ne joue pratiquement pas de rôle. Par conséquent, il n'y a pas lieu de craindre un effet de magnitude entre différentes étoiles. Par contre, l'influence importante de l'aberration chromatique de grandeur n'est pas facile à supprimer. La détermination expérimentale de la longueur d'onde effective photographique de chaque étoile par la méthode des spectres de diffraction mentionnée sous 7.2.9., n'est valable que pour l'émulsion utilisée, et doit être reprise lors d'un changement d'émulsion. On pourrait resserrer le domaine des longueurs d'onde effectives à la tolérance

de 40 Å (voir figure 7.13) au moyen d'un filtre, mais le choix déjà restreint des étoiles deviendrait certainement trop petit pour un objectif de 25 cm. Pour la même raison, il serait délicat de vouloir réduire la limite d'observation en distance zénithale à 2 ou 3'. L'étude d'un objectif spécial, affranchi surtout de l'aberration chromatique de grandeur, mais également de la coma et la distorsion, serait donc justifiée. Pour remplir ces conditions, on ne pourrait plus guère se contenter d'un doublet, si l'on veut maintenir le second plan principal en dehors du verre. Danjon a proposé un aplanat à deux verres en contact, percé au centre pour donner accès à ce plan (11). Cette solution aurait l'avantage supplémentaire de procurer le dégagement nécessaire à un dispositif d'enregistrement photoélectrique.

3. - Le défaut mentionné de notre objectif ne devient significatif qu'en déclinaison et non en temps. Pour les résultats de groupes d'étoiles, la compensation entre étoiles sud et nord, et entre types spectraux différents, réduit l'effet à l'intérieur de la tolérance dans la plupart des cas. Par contre, la détermination de mouvements propres en déclinaison est rendue illusoire.

4. - La dispersion des observations provient exclusivement de causes non imputables à l'instrument. La précision de 0.01" que le PZT est capable de fournir, est entravée avant tout par la réfraction accidentelle et, dans une mesure beaucoup plus faible, par l'agitation rapide et le procédé photographique. Comme l'origine de l'agitation se trouve vraisemblablement dans des couches assez proches du sol, la proposition de Danjon, de monter un PZT sur une tour (11), pourrait apporter une amélioration sensible. Il faudrait évidemment s'en assurer préalablement par une étude de la réfraction accidentelle à différentes hauteurs au-dessus du sol.

5. - Dans son champ d'application limité à l'étude de la rotation de la terre et des variations du pôle, le PZT est certainement un instrument excellent, sinon le meilleur à l'heure actuelle. Il ne fait pas de doute qu'un objectif parfait dans le sens que nous venons de définir, est réalisable. L'absence complète du facteur hu-

main et de constantes instrumentales incertaines dans les documents d'observation, combinée avec l'automatisation totale du fonctionnement, prédestinent cet instrument à son emploi dans une organisation universelle comme le Service international des Latitudes. Une série d'instruments identiques, utilisant le même programme d'observation, permettrait dans un tel service non seulement de centraliser le dépouillement et la réduction des observations, mais de réaliser l'homogénéité tant souhaitée des résultats.

Pour terminer, l'auteur ne voudrait pas manquer à l'agréable devoir d'exprimer ses sentiments de gratitude à M. le Professeur J.-P. Blaser, ancien directeur, qui, par ses précieux conseils, a manifesté à son égard une constante sollicitude. Il adresse de vifs remerciements également à M. le Professeur J. Bonanomi, directeur de l'Observatoire, pour son soutien constant et les facilités accordées à l'exécution de la présente étude, ainsi qu'à Mlle S. Wüthrich, secrétaire, et M. G. Jornod, technicien, dont la collaboration compétente a largement contribué à la présentation du texte et des figures.

Bibliographie.

- 1 AIRY, G.B. 1854, Greenwich Observations 1854, Appendix I.
- 2 BEREK, M. 1930, Grundlagen der praktischen Optik.
de Gruyter, Berlin.
- 3 BLASER, J.-P. et SCHULER, W. 1958, Publ. de l'Obs. de
Neuchâtel, No. 1.
- 4 BLASER, J.-P. 1959, Publ. de l'Obs. de Neuchâtel, No. 5.
- 5 BLASER, J.-P. CAVEDON, M. et SCHULER, W. 1959, Actes du
6^e Congrès internat. de chronométrie, I, 103. Munich.
- 6 CHANDLER, S.C. 1901, A. J., 22, 57.
- 7 CONRADY, A.E. 1957, Applied Optics and Optical Design.
Dovér, New York.
- 8 COURTÈS, G. 1963, Comptes rendus du symposium No. 19 de
l'U.A.I., éd. par J. Rösch. Bull. astr., Paris, XXIV, 161.
- 9 DANJON, A. et COUDER, A. 1935, Lunettes et télescopes.
Ed. Rev. Opt. théor. instrum.
- 10 DANJON, A. 1959, Astronomie générale. 2^e éd., Paris.
- 11 DANJON, A. 1960, Bull. astr., Paris, XXIII, 187.
- 12 DOOLITTLE, C.L. 1908, Publ. Univ. Pa. astr. Ser. 3, Part I.
- 13 DOWNING, A.M.W. 1882, M.N.R.A.S. 42, 325
- 14 ELSASSER, H. et SIEDENTOPF, H. 1959, Z. Astrophys. 48, 213
- 15 FEDER, D.P. 1951, J.O.S.A. No. 41
- 16 HERZBERGER, M. 1958, Modern Geometrical Optics.
Interscience Publishers, New York.
- 17 KIRITA, M. et MURAKAMI, G. 1965, Proc. int. Latit. Obs.
Mizusawa, No. 5, 37.
- 18 KONIG, A. et KOHLER, B. 1959, Die Fernrohre und Entfernungsmesser. 3^e éd., Springer Berlin.
- 19 LITTELL, F.B. et WILLIS, J.E. 1929, A. J., 40, 7.

- 20 MARKOWITZ, W. 1960, Stars and Stellar Systems, I, 88, éd. par Kuiper and Middlehurst, Univ. of Chicago Press.
- 21 MAYER, U. 1960, Z. Astrophys. 49, 161.
- 22 MEINEL, A.B. 1960, Stars and Stellar Systems, I, 154 voir (20).
- 23 PERFECT, D.S. 1959, Occ. Notes R.A.S., 3, 223.
- 24 ROSS, F.E. 1915, Special Publ. No. 27, U.S.Coast and Geodetic Survey, Washington.
- 25 SCHLESINGER, F. 1927, M.N.R.A.S. 87, 506.
- 26 SCHULER, W. 1962, Symp. über Automation u. Digitalisierung Sitzungsber. der Heidelberger Ak. d. Wissensch. 1962/63, 2. Abh. 100. Springer Heidelberg.
- 27 SCHULER, W. 1964, Actes du congrès internat. de chronométrie, Lausanne, 1, 241.
- 28 SOLLENBERGER, P. 1945, A.J. 51, 145.
- 29 STOCK, J. et KELLER, G. 1960, Stars and Stellar Systems, I, 138, voir (20).
- 30 TAKAGI, S. 1961 Publ. Int. Latit. Obs. Mizusawa, 3, 137.
- 31 TANNER, R.W. 1955, Publ. Dom. Obs. Ottawa, 15, 345.
- 32 THOMAS, D.V. 1964, R. Obs. Bull. No. 81, B 195.
- 33 U.A.I. Symposium No. 19 1963, Site Testing. Bull. astr. Paris, XXIV, 312. Voir (8).
- 34 WYSER, C., BLASER, J.-P. et SCHULER, W. 1959, Publ. de l'Obs. de Neuchâtel, No. 7.

TABLE DES MATIERES
=====

<u>1. Aperçu historique.</u>	P.
1.1. Instruments précurseurs.	5
1.2. Première lunette zénithale photographique.	7
1.3. Modification permettant la détermination de l'heure.	8
1.4. Observations régulières et diffusion de la nouvelle méthode.	9
<u>2. Description et spécifications du PZT de Neuchâtel.</u>	
2.1. Généralités.	11
2.2. L'objectif.	12
2.3. Le tube principal et le rotary.	12
2.4. Le chariot de la plaque et son entraînement.	14
2.5. Le chronographe photographique.	15
2.6. L'obturateur.	15
2.7. Le bain de mercure.	15
2.8. Le système de ventilation.	16
<u>3. Théorie de l'instrument.</u>	
3.1. Coordonnées théoriques.	
3.1.1. Effet de réfraction.	18
3.1.2. Coordonnées du plan tangent au zénith.	18
3.1.3. Projection centrale dans le plan focal.	21
3.2. Méthode d'observation.	
3.2.1. Principe des quatre enregistrements.	21
3.2.2. Information contenue dans un cycle de quatre enregistrements.	22
3.2.3. Le cycle automatique et sa liaison à l'horloge.	26
3.2.4. Répartition des groupes d'étoiles sur la plaque.	29
3.2.5. Erreurs d'azimut et de la vitesse du chariot.	30
3.2.6. Poses prolongées. Coordonnées du centre de noircissement.	32
3.2.7. Relations entre les images photographiques affectées d'erreurs instrumentales.	34

4. Erreurs instrumentales et tolérances.

4.1. Tolérances des erreurs instrumentales introduites sous 3.2.

4.1.1. Vitesse d'entraînement de la plaque.	36
4.1.2. Vitesse de l'image dans le plan de la plaque.	36
4.1.3. Erreur de la vitesse du chariot.	38
4.1.4. Tolérance pour le décalage des poses et précision de son réglage.	39
4.1.5. Tolérance de l'erreur d'azimut et son contrôle expérimental.	40
4.1.6. Mesure de l'erreur de retournement du rotary. Tolérance.	42

4.2. Autres erreurs instrumentales.

4.2.1. Variation de l'échelle de plaque.	44
4.2.2. Réglage du bain de mercure.	45
4.2.3. Courbure horizontale de la trajectoire du chariot.	45
4.2.4. Courbure verticale de la trajectoire.	46
4.2.5. Inclinaison de la plaque.	46
4.2.6. Inclinaison du rotary.	48
4.2.7. Contrôle expérimental de l'inclinaison de la plaque et du rotary.	49
4.2.8. Conclusions.	49

5. Méthode de réduction.

5.1. Machine à mesurer.	50
5.2. Reproductibilité des mesures.	50
5.3. Correction d'orientation de la plaque.	51
5.4. Formules de réduction.	52
5.5. Organisation des calculs.	59

6. Déformations de la gélatine des plaques photographiques. 607. Les aberrations optiques.

7.1. Programme de ray-tracing.	
7.1.1. Conception du programme.	65
7.1.2. Domaine de sensibilité.	68

7.2. Résultats.	
7.2.1. Le spectre secondaire.	70
7.2.2. Théorie des aberrations du 3 ^e ordre.	70
7.2.3. Aberration sphérique et cercle de moindre aberration.	73
7.2.4. La distorsion.	73
7.2.5. Courbures de champ et astigmatisme.	74
7.2.6. Diagrammes de points.	76
7.2.7. La coma.	78
7.2.8. L'aberration chromatique de grandeur.	80
7.2.9. Conclusions.	82

8. Précision des résultats d'observation.

8.1. Précision théorique.	86
8.2. Ecart interne.	88
8.3. Ecart externe.	92
8.4. Variations de l'échelle de plaque.	93
8.5. Mise en évidence de l'aberration chromatique de grandeur.	96

9. Etude de la réfraction accidentelle au moyen de traces d'étoiles.

9.1. Evaluation basée sur l'écart interne.	98
9.2. Vérification expérimentale.	
9.2.1. Enregistrement de traces.	99
9.2.2. Microscope photoélectrique de mesure.	99
9.2.3. Dispositif d'enregistrement automatique.	100
9.2.4. Résultats.	100

10. Conclusions.

Bibliographie.