

QUELQUES REFLEXIONS SUR LES RELATIONS EN GUISE D'INTRODUCTION*

Denis Miéville

«If current logic has the significance which we are inclined to attach to it, and which our contemporary style of philosophizing in particular assumes, then it must reflect fundamental features of our thought about the world. And at the core of logic lie the structures (...) the *basic combination* (as Quine once called it) of predication.» P.F. Strawson 1974: 4.

Lorsqu'on s'intéresse à l'étude des formes logiques propres à représenter les activités de pensée, on ne saurait faire l'économie d'une réflexion sur les concepts d'objet et de prédicat. Cette remarque conserve sa pertinence, que l'on s'intéresse à la logique formelle, aux langages de programmation logique ou à la logique naturelle des opérations logico-discursives. En effet, quel que soit le domaine de réalité considéré, on se trouve toujours confronté à un ensemble d'objets ou d'individus, et ceux-ci sont toujours associés à des propriétés ou inscrits dans un jeu de relations.

Le concept d'objet ne pose guère de problème si l'on considère les individus comme des entités stables et non modifiables. C'est ce que fait le calcul des prédicats du premier ordre (Mendelson 1987), ainsi que la plupart des théories qui visent à représenter le monde en vue d'un traitement informatique (Cohen et Feigenbaum 1982). Il en va tout autrement si l'objet est considéré en rapport avec l'activité logico-discursive qui l'ancre et le construit (ou le modifie) progressivement. Dans cette

* Recherche financée par le FN (requête n° 11.28673.90).
Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques, 61, 1993.

perspective, plusieurs travaux (Borel, Grize, Miéville 1983; Grize, 1984, 1990) ont mis l'accent sur l'étude des opérations constitutives d'objets de discours et ont montré qu'une manière de traiter du concept d'objet est de le considérer comme une classe. Il ne s'agit pas de classes au sens de la théorie classique des ensembles, mais de classes collectives (Miéville 1984). Ces classes ne sont pas constituées par la collection de leurs éléments, mais elles contiennent des ingrédients, des parties de ces ingrédients, des parties de parties, des agrégats, des agglomérats, sans pour autant contenir n'importe quoi. Il est prématuré de dire que l'étude des opérations d'objets, dans la perspective de la logique naturelle, est terminée. Ce que nous pouvons affirmer cependant, c'est que la réflexion qui porte sur ces opérations est bien avancée et qu'elle se poursuit dans le cadre d'un groupe de recherche qui réunit notamment, M.-J. Borel (Université de Lausanne), J.-B. Grize et D. Miéville (Université de Neuchâtel) et P. Vergès (Centre de Recherches en Ecologie Sociale EHESS-CNRS, à Marseille).

Si nous disposons d'opérations internes sur les objets, nous n'en avons pas sur les prédicats, bien que, de tout temps, nous ayons reconnu la nécessité de les intégrer à notre théorie. «Peut-être est-ce là une faiblesse de notre travail, due à son état momentané» (Borel, Grize, Miéville 1983: 107). Le temps est venu de retourner à l'étude des prédicats et de les analyser d'une manière moins restrictive que ne l'a fait la tradition logico-mathématique.

Nous ne sommes évidemment pas les premiers à nous intéresser au problème des prédicats. Cette réflexion s'est imposée dès le début de la logique. En effet, les travaux conduits par Aristote à propos des «catégories» inaugure toute une réflexion sur le thème des prédicats. Au moyen-âge, avec le problème des rapports entre prédicats et objets, s'est développé le sérieux débat philosophique des universaux.

Par ailleurs, l'histoire de la logique est jalonnée d'arguments dont on percevait, de manière intuitive, la validité, mais que la logique d'alors ne pouvait pas révéler. Citons à ce propos les arguments de Galien (2^e siècle) comprenant des relations inverses, les arguments *a recto ad obliquum* de Junge (Logica

hamburgensis 1638) ainsi que le célèbre argument de De Morgan: «Un cheval est un animal, donc la tête d'un cheval est la tête d'un animal». La difficulté posée par tous ces arguments résulte d'une définition par trop étroite du concept de relation, ainsi que de l'absence d'instruments intellectuels adéquats pour fonder certains arguments. A cet égard, le très beau texte de Desclés (1991), relatif à l'*Unum Argumentum* qui a pour auteur le moine et logicien du XI^{ème} siècle Anselme de Cantorbery, est révélateur du pouvoir de certains formalismes modernes à capter et fonder le mécanisme raisonné d'une analyse philosophique.

La *Begriffsschrift*(1879) de Frege, que l'on peut qualifier de révolutionnaire, a profondément marqué de son empreinte toute une réflexion sur les relations. Dans cet ouvrage, Frege rompt avec l'analyse traditionnelle de la proposition en sujet-copule-prédicat et considère désormais la proposition comme une fonction (un prédicat, un concept) saturée par un certain nombre d'objets. Il est le premier à chercher à traiter avec précision du contenu, c'est-à-dire à représenter des concepts.

Comme nous pourrons bientôt le lire dans les *Travaux de Logique* n° 8, J. Gasser nous rappelle que Peirce en 1911 (C.P. 3.610) attribue à Dedekind (1879) le mérite d'inclure de fait et de droit la logique des relations — considérée jusqu'alors comme ne méritant pas l'attention des logiciens — dans la logique.

L'année 1879 semble donc être une année déterminante par rapport à l'essor d'une réflexion logique fondamentale sur les prédicats. Même si les travaux de Frege et de Dedekind n'ont pas obtenu tout de suite la reconnaissance qui leur était due, ils ont, par la suite, profondément marqué la manière d'analyser les relations. L'influence de cet héritage se fait sentir aujourd'hui encore. La logique classique du premier ordre traite des prédicats en fonction de propriétés formelles bien définies, par exemple: le nombre de leurs arguments, et, s'il s'agit de relations binaires, les propriétés caractéristiques qu'on peut leur attribuer et qui relèvent de la réflexivité, de la transitivité et de la symétrie. Cette logique contient bien entendu des symboles de propriétés et de relations. Ceux-ci ont ceci de particulier qu'ils n'ont pour arguments que des symboles de variables et de constantes

d'individus. Pour quelles raisons s'est-on intéressé uniquement à ces catégories-là? La réponse à cette question est complexe et relève d'une étude de l'histoire de la logique, et plus particulièrement de la complicité que la logique soutient avec la mathématique. Comme l'écrit Gardies (1975: 275)

cet asservissement initial de la logique aux mathématiques classiques a conduit la première à concentrer son analyse sur les relations auxquelles les mathématiques faisaient appel, c'est-à-dire d'abord sur les relations binaires, et, plus exactement sur un type précis de relations binaires, à savoir celles qui admettent comme arguments deux individus.

Nous ajouterons que la sélection de l'ensemble des opérateurs et le choix de certains principes qui règlent ces systèmes relèvent également de cette même complicité. Frege lui-même était conscient que la logique en tant que saisie des formes que revêt la pensée avait «une signification qui débordait le cadre mathématique» (1962: 95). Mais le souci d'assumer les fondements des mathématiques a été plus fort que l'appel de la logique.

Une représentation très mathématique du concept de relation doit également beaucoup à l'introduction, par Russell (PM), de la notion de fonction propositionnelle (ou prédicative) qui est étroitement liée à la notion de classe, et qui souligne le lien entre la logique des classes et la logique des prédicats. Il s'agit de fonctions au sens mathématique du terme, $f(x)$, $f(x,y)$, qui sont des énoncés ni vrais ni faux (il ne s'agit donc pas de propositions), mais qui sont susceptible d'acquérir une valeur de vérité selon la détermination des arguments substitués à leurs variables. Une classe se définit alors comme l'ensemble des éléments qui satisfont une fonction propositionnelle, c'est-à-dire qui sont substituables à la variable. On retrouve ici, sous une forme quelque peu élaborée, l'articulation que propose Aristote entre compréhension et extension des concepts. La fonction propositionnelle ou prédicative est donc la première condition de l'existence d'une classe. Et tout énoncé portant sur des classes est un énoncé portant sur des propositions, en l'occurrence des propositions d'appartenance.

Ce qui précède n'explique rien. On y suggère simplement l'influence que les mathématiques classiques ont eue sur la logique lorsqu'elle avait des visées logicistes, et les nombreuses conséquences qui en découlèrent:

- Elle a forgé une image du concept de relation qui est particulièrement étroite.
- Elle a conduit à édifier une théorie classique des prédicats dans laquelle on est contraint à «forcer» certains modèles. Voyons-le sur l'exemple suivant: Soit Ω , un univers d'objets constitué d'enfants de sexe masculin, et soit r , la relation «être frère de». En s'appuyant sur le résultat bien connu que toute relation symétrique et transitive est réflexive, nous sommes conduits à accepter que la relation r est réflexive puisqu'elle est symétrique et transitive. Que l'on soit frère de soi-même relève d'une manière peu adéquate de penser les choses!
- Elle a très largement contribué à ancrer une manière de penser les propriétés et les relations comme des fonctions dont chaque argument est de la même catégorie sémantique, catégorie qui est unique: il s'agit de celle des termes individuels. Elle a donc occulté toute une réflexion sur des relations constituées d'arguments d'autres catégories, voire même d'arguments inhomogènes catégoriellement parlant.
- Elle a déterminé une manière de signifier les relations d'une façon essentiellement exosyntaxique. C'est en effet dans l'organisation du modèle que sa signification est généralement attribuée à telle propriété ou à telle relation. A part l'identité, rares sont les relations qui sont inscrites à part entière dans la syntaxe.
- Elle a contribué à privilégier une relation d'appartenance et une relation d'inclusion qui sont, au sens classique du terme, essentiellement ensemblistes.
- Elle a conduit à accepter des équivalences logiques qui ne sont pas toujours fondées.

On peut légitimement postuler que les activités de pensée sont amenées à agir avec des relations dont les arguments sont de catégories autres que celle des individus, comme elles peuvent

jouer avec des relations d'arguments inhomogènes. De plus, ces activités agissent sur les relations, les modifient également. Dans la perspective de la logique naturelle pour laquelle il est nécessaire de saisir, dans les discours, les traces de ces activités, la manière conventionnelle de considérer les relations ne saurait suffire.

...comme il est clair que les prédicats de la logique naturelle ne sont pas plus «quelconques» que ses objets, la classification en fonction du seul nombre de places, et si l'on a affaire à deux places, celle qui relève de propriétés comme la transitivité, etc. ne seront pas suffisantes. (Grize 1976: 54)

Une autre manière de les penser s'impose donc. La chose est délicate à plus d'un titre. En effet, si l'accès à une typologie est nécessaire, elle n'est pas aisée. On pourrait penser que l'analyse des verbes et des attributs serait une manière possible d'appréhender différentes catégories de relations. Mais une approche linguistique ne saurait nous suffire. Notre projet n'est pas d'analyser des verbes au sens grammatical du terme, mais des fonctions logiques. Les verbes et les attributs ne peuvent servir que d'indices, toujours en contexte et pour une lecture donnée.

Dans les exposés qui suivent nous proposons trois réflexions. Dans un premier temps, Martine Chavaz met en évidence la place que la logique naturelle réserve aux notions prédicatives et propose une manière d'en poursuivre l'étude. Dans une deuxième partie, Denis Miéville présente la définition de nouveaux concepts logiques plus subtils que ceux offerts par la logique classique, concepts capables de résoudre certaines énigmes logiques fondées sur les relations. Enfin, Emilio Gattico propose une lecture originale de la logique naturelle en l'associant aux préoccupations piagétienne

*Centre de Recherches Sémiologiques
Université de Neuchâtel*

Références bibliographiques

- BOREL M.-J., GRIZE, J.-B. & MIÉVILLE, D, (1983). *Essai de logique naturelle*. Berne, P. Lang.
- COHEN & FEIGENBAUM (1982). *The Handbook of Artificial Intelligence*. Stanford, Heuris Tech.
- DESCLÉS, J.-P. (1991). La double négation dans l'Unum Argumentum analysée à l'aide de la logique combinatoire. *Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques*, n° 59, 35-74.
- FREGE, G. (1879). *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle. Nebert.
- FREGE, G. (1962). *Grundgesetze der Arithmetik begriffsschriftlich abgeleitet*. Hildesheim: Olms.
- GARDIES, J.-L. (1975). *Esquisse d'une grammaire pure*. Paris: Vrin.
- GRIZE, J.-B. (1976). *Matériels pour une logique naturelle*. Travaux du Centre de Recherches sémiologiques, n° 29.
- GRIZE, J.-B. (1984). *Sémiologie du raisonnement*. Berne: P. Lang
- GRIZE, J.-B. (1990). *Logique et langage*. Paris: Ophrys.
- HARTSHORNE C. & WEISS P. (eds) (1933): *Collected Papers of C.S. Peirce*. Cambridge: Belknap Press.
- MENDELSON, E. (1987). *Introduction to Mathematical Logic*. Monterey Wadsworth/Brooks: Cole Adv. Books/Software.
- MIÉVILLE, D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de S. Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie*. Berne, Francfort/M., New York: P. Lang.
- STRAWSON, P.F. (1974). *Subject and Predicate in Logic and Grammar*. London: Methuen.