

INTERAKTION IM MATHEMATIKUNTERRICHT AUSHANDLUNG MATHEMATISCHER BEDEUTUNG ZWISCHEN LEHRENDEN UND LERNENDEN

Jörg VOIGT

Universität Bielefeld, Deutschland

Fachdidaktische Arbeiten zur Unterrichtsforschung beziehen sich oft auf die Schüleraktivität oder auf die Lehrtätigkeit. Wichtige Grundlagen bilden im ersten Fall Theorien des Lernens und der kognitiven Entwicklung und im zweiten Fall Theorien des Lehrens und stoffdidaktische Konzeptionen. Wie hängt aber das Lehren und das Lernen in der Unterrichtspraxis zusammen? Der vorliegende Artikel bietet eine Perspektive an, unter der man den Zusammenhang zwischen Lehren und Lernen im Unterrichtsprozeß verstehen kann. Die theoretische Perspektive wird an praktischen Beispielen konkretisiert.

1.- Unterschiedliche theoretische Vorstellungen von Fachunterricht

Um erste Konturen für die interaktionistische Perspektive zu schaffen, wird sie mit anderen Perspektiven kontrastiert.

- (1) Übertragung von Wissen
- (2) Entwicklung von Wissen
- (3) Aushandlung von Wissen

Eine typische Metapher für die erste Perspektive ist das Sender-Empfänger-Modell. Der Lehrende gibt das Wissen an die Lernenden weiter (SHANNON & WEAVER, 1949). Im zweiten Fall bildet die platonische Vorstellung von der Wiedererinnerung eine typische Metapher. Fachliche Ideen entwickeln sich im Lernenden; der Lehrende hat das im Lernenden angelegte Wissen durch geeignete Fragen, Aufgaben und Impulse hervorzulocken (PLATON, 1982). Eine typische Metapher für die dritte Perspektive bildet der argumentative Widerstreit zwischen verschiedenen, idealerweise gleichberechtigten Personen, die eine Verständigung anstreben. Die Vorstellungen des Lernenden, des kompetenten Laien, müssen sich mit den Vorstellungen des Lehrenden, des Experten, in der gemeinsamen Entwicklung eines Unterrichtsthemas abgleichen (VOIGT, 1994).

Das fachliche Wissen wird unterschiedlich verortet. Im ersten Fall ist es primär auf seiten des Lehrenden als Mitteilungsanspruch gegeben. Im zweiten Fall ist es im Lernenden schon angelegt und entwickelt sich in Auseinandersetzung des Lernenden mit seiner Umwelt. Im dritten Fall entsteht das unterrichtliche Wissen in der Interaktion *zwischen* Personen.

Die drei Perspektiven werden in der Mathematikdidaktik als unterschiedlich relevant angesehen. Die Vorstellung von der Übertragung von Wissen gilt im allgemeinen als leichter Gegner, als "Buhmann", moderner fachdidaktischer Theorien von Unterricht, während das traditionelle Lehren von Mathematik in der Unterrichtspraxis doch diese Vorstellung bei Praktikern vermuten ließe (SEEGER & STEINBRING, 1992). Die Vorstellung PLATONS von der Entwicklung des Wissens *im* Lernenden führte in den zwei vergangenen Jahrhunderten zur

sogenannten Sokratischen Katechese, einem Vorläufer des heutigen fragend-entwickelnden Unterrichts. Und Ideen der Aufklärung richteten die Aufmerksamkeit auf die Entwicklung von Wissen im vernunftbegabten Subjekt und führten in unserem Jahrhundert zu entwicklungspsychologisch oder lerntheoretisch begründeten Theorien, in denen (radikal) konstruktivistische Annahmen gelten (v. GLASERFELD, 1987). Diese Theorien werden zur Zeit in einer breiten Bewegung innerhalb der Mathematikdidaktik genutzt, um einen an der Schüleraktivität orientierten Mathematikunterricht zu propagieren. Mit der Vorstellung der Aushandlung fachlicher Bedeutung wird in jüngerer Zeit in der Mathematikdidaktik versucht, die Beziehung zwischen Lehren und Lernen von Mathematik in einzelnen Situationen des Unterrichts prozeßhaft zu beschreiben (BAUERSFELD, 1980; JUNGWIRTH, 1990; KRUMMHEUER, 1983; VOIGT, 1984).

In der ersten Perspektive gilt vornehmlich der Lehrende als Akteur, und in der zweiten der Lernende. In der dritten Perspektive richtet sich die Aufmerksamkeit auf Prozesse zwischen Lehrenden und Lernenden. In dieser dritten Perspektive wird zwischen Objektivität und Subjektivität vermittelt, indem die Hervorbringung von Intersubjektivität betrachtet wird, die an Situationen und ihre Kontexte gebunden sein kann (zu den philosophischen Implikationen s. WITTGENSTEIN, 1974).

Die harten Kontraste im Vergleich der drei Perspektiven sind nicht mit dem Anspruch verbunden, eine Metatheorie zu entwickeln; der Vergleich dient nur dazu, der Interaktionstheorie des Lehrens und Lernens von Mathematik erste Konturen zu verschaffen. Natürlich sind auch Forschungsrichtungen auszumachen, die zwischen den drei Perspektiven lokalisiert werden können und somit besonders interessant sind, da sie Grenzüberschreitungen wagen. Zum Beispiel wird die auf das einzelne Individuum und seine kognitive Entwicklung gerichtete Perspektive Jean PIAGETS von PERRET-CLERMONT, PERRET & BELL (1991) und anderen in Richtung auf die zwischenmenschlichen Prozesse verändert.

Der letztgenannten und der im folgenden darzustellenden Forschung ist das Anliegen gemeinsam, theoretische Begriffe zu entwickeln, die sich in empirischen Untersuchungen zu bewähren haben, ohne der Versuchung zu erliegen, aus der Einnahme einer speziellen theoretischen Perspektive eine Glaubenssache zu machen. Es ist nicht angestrebt, ein normativ geprägtes Menschen- oder Weltbild in den Vordergrund zu rücken. Das bedeutet insbesondere, daß mit der Rede von der "Aushandlung mathematischer Bedeutung" nicht gefordert wird, daß eine symmetrische Beziehung zwischen Lehrenden und Lernenden anzustreben sei oder daß mathematische Wahrheit zugunsten von Konsensbildungsprozessen zu vernachlässigen sei. Vielmehr wird untersucht, inwieweit jeglicher Mathematikunterricht, ob von traditioneller oder progressiver Gestalt, *als* Aushandlung mathematischen Wissens *verstanden* werden kann (terminus technicus : interaktive Konstitution mathematischer Bedeutung).

2.- Mathematikunterricht als interaktive Konstitution mathematischer Bedeutung

2.1.- Mehrdeutigkeit der Unterrichtsgegenstände

Man sollte meinen, gerade im Fach Mathematik hätten die Unterrichtsgegenstände bestimmte, klare Bedeutungen. $7 = 4 + 3$, wer wolle daran zweifeln? Man frage anders : Warum gilt die Gleichung? Ein Kind mag auf die Frage reagieren, indem es seine Finger bewegt und

gleichzeitig die Zahlwortreihe bis 4 und bis 3 aufsagt, dann einen Zeigefinger hebt und kundtut : "Ja, das ist sieben." Ein anderes Kind mag antworten : "3 und 3 ist 6. 7 ist einer mehr als 6. Deshalb ist 7 gleich 4 und 3." Für das eine Kind scheint die Bedeutung der Zahlzeichen an die konkreten Finger und an eine eintrainierte Folge von miteinander verschränkten Fingerbewegungen und Wortreihen gebunden zu sein. Dagegen verweist das andere Kind auf Beziehungen zwischen Zahlen als Denköbjekte in einem Zahlssystem. Die Zahlzeichen können also von verschiedenen Personen unterschiedlich interpretiert werden. Sie sind mehrdeutig.

Die Mehrdeutigkeit der Unterrichtsgegenstände wird auch an folgender Aufgabe deutlich. Die Aufgabe stammt aus einem amerikanischen Grundschulprojekt, das in einer deutsch-amerikanischen Kooperation analysiert wurde (BAUERSFELD & COBB, 1995; VOIGT, 1994).

How many do you have to add to to make 73 ?

Die Kinder wählten selbst Wege zur Lösung der Aufgabe; die Lehrerin gab keine Musterlösungen vor. Zwei verschiedene Deutungen der Kinder seien hier geschildert.

a) Die Aufgabe kann als ein praktisches Problem verstanden werden. Die Streifen und Quadrate stellen konkrete Gegenstände, Steckwürfel und Stangen von Steckwürfeln dar. Wie viele Stangen und wie viele einzelne Steckwürfel fehlen? In dieser Interpretation besteht keine Notwendigkeit, die fehlenden Stangen mit den überflüssigen Steckwürfeln zu verrechnen. Ein Kind in dem beobachteten Unterricht antwortete, daß 2 Zehnerstangen dazuzulegen seien und 3 einzelne Würfel wegzunehmen seien.

b) Die Aufgabe kann als ein Rechenproblem in dem abstrakten System der Zahlen verstanden werden. Die Streifen und Quadrate stellen dann Zahlen, Zehner und Einer, dar. In dieser Interpretation kann man fragen, wieviel zu 36 zu addieren ist, um 53 zu erhalten. Die Differenz der beiden Zahlen wird nach Regeln bestimmt, die auf dem Stellenwertsystem beruhen. Ein Kind in dem beobachteten Unterricht antwortete mit 17.

Aufgrund von detaillierten Unterrichtsbeobachtungen und auf der Grundlage von Einzelinterviews mit Kindern aus der Klasse konnte festgestellt werden, daß die Kinder je nach kognitivem Stand in der Zahlbegriffsentwicklung die Unterrichtsgegenstände unterschiedlich interpretierten. Entsprechend bedeutete das Wort "Zehner" Unterschiedliches. Es war der Name für eine konkrete Standardstange, es stand für die Anzahl mehrerer Gegenstände, oder es war der Name für eine neue Zahleneinheit (vgl. COBB & WHEATLEY, 1988).

Entsprechend einer der ethnomethodologischen Annahmen ist jedes Objekt und jedes Geschehnis in der menschlichen Interaktion mehrdeutig, plurisemantisch (LEITER, 1980, S. 106ff). Für die Lehr-Lern-Situation ist charakteristisch, daß Lehrende und Lernende mit unterschiedlichen Hintergrundverständnissen die Unterrichtsgegenstände zu interpretieren suchen (zur Stabilität der divergierenden Hintergrundverständnisse s. KRUMMHEUER, 1983; zur Notwendigkeit der Divergenz s. STEINBRING, 1991). Mehrdeutigkeit muß nicht als Unglück verstanden werden, das im Unterricht zu vermeiden gilt, sondern Mehrdeutigkeit kann als ein konstitutives Merkmal der Unterrichtssituation aufgefaßt werden.

2.2.- Aushandlung mathematischer Bedeutung

In der Divergenz der Verständnisse zwischen der Lehrperson und Lernenden und zwischen den Lernenden untereinander drückt sich die Vielfalt subjektiver Bedeutungszuschreibungen aus. Wie erhalten nun aber die Unterrichtsgegenstände Bedeutungen, die über die subjektiven Zuschreibungen hinausgehen? "Der symbolische Interaktionismus geht davon aus, daß ... die Bedeutung aus dem Interaktionsprozeß zwischen verschiedenen Personen hervor(geht). Die Bedeutung eines Dinges für eine Person ergibt sich aus der Art und Weise, in der andere Personen ihr gegenüber in bezug auf dieses Ding handeln" (BLUMER, 1973, S. 83).

Die Hervorbringung mathematischer Bedeutung muß demnach nicht explizit geschehen oder den Interaktionsteilnehmern bewußt sein. Interaktiv konstituierte Bedeutungen müssen nicht subjektiv voll realisiert sein. Ein Beispiel für die Hervorbringung solcher latenter Bedeutungen bildet folgende Unterrichtsepisode. Sie wurde im Rahmen einer mikroethnographischen Fallstudie in einer Grundschulklasse dokumentiert (VOIGT, 1991).

Die Lehrerin führte mit den Kindern eine Übung durch, die den Kindern vertraut war und die "Blitzrechnen" genannt wurde. Die Schüler sollten vorgegebene Zahlen additiv zerlegen. Zur Zahl 5 zeigten die Kinder 3 und 2 Finger, 4 und 1 Finger bzw. 5 und 0 Finger. Nachdem die Kinder entsprechende Zerlegungen zu den Zahlen 6, 7 und 8 angeboten hatten, verlief das Gespräch zur Zahl 9 jedoch anders :

| | |
|---|--|
| Manuela : | 4 und 5 |
| Andreas : | 9 und 0 |
| Jennifer : | 10 minus 1 |
| Lehrerin : | Na gut. Dann klappst Du einen Finger weg. Okay. |
| Julia : | 9 minus 0 |
| Christine : | 12 minus 3 |
| Lehrerin : | Hui, oijoi. Hui. |
| <i>Der nächste Schülerbeitrag "10 minus 0" wird korrigiert.</i> | |
| <i>Die Kinder unterlassen es zunehmend, Finger zu zeigen.</i> | |
| Matthias : | 2 und 7 |
| Wilhelm : | 5 plus 4 |
| Christian : | 3 und 3 und 3 |
| Lehrerin : | Ja, fein. |
| Andreas : | 9 plus 1 minus 1 |
| Anita : | 1 plus 8 |
| Morad : | Das war aber leicht. |
| Christina : | 13 minus 4 |
| Lehrerin : | Wo kriegst Du denn die 13 Finger her? Du mußt Dir von Deiner |

Nachbarin noch einige ausborgen. Toll!

Nadine : 20 minus 11
 Lehrerin : *(atmet hörbar aus)*
 Morad : *(stockend)* 40 minus 31
 Lehrerin : Toll! ...
 Serkan : 21 minus 12
 René : 50 minus 41
 Matthias : 100 minus 91
 Lehrerin : Also. Da bin ich ja erschlagen heute. Das gibt's ja gar nicht!
Die Schüler lachen begeistert.

Diese Unterrichtsepisode läßt sich auf mehrere Weisen interpretieren. Man mag etwa mit einem pädagogischen Interesse auf die Eigenständigkeit und Selbstansprüche der Kinder hinweisen. Oder man mag mit einem psychologischen Interesse fragen, welche kognitiven Voraussetzungen den Kindern zu unterstellen ist, wenn sie Differenzen großer Zahlen bestimmen können, ohne die Finger zu verwenden. Auch dann, wenn man "nur" mit einem mathematikdidaktischen Blickwinkel die Unterrichtsepisode zu verstehen sucht, sind verschiedene, auch miteinander konkurrierende Interpretationen möglich. Im folgenden soll nur eine spezielle Interpretation angeboten werden, die von folgender Frage ausgeht. Wie wurde ein neuer mathematischer Zusammenhang *zwischen* den Beteiligten interaktiv hervorgebracht, wenn dafür die Verwendung der Finger als Grundlage nicht mehr ausreichte?

Die Kinder boten verschiedene Zahlenpaare mit der Differenz 9 an, die in immer größere Regionen des Zahlensystems reichten. Unter den Zahlenpaaren traten auch folgende auf :

Jennifer : 10 - 1
 Nadine : 20 - 11
 Morad : 40 - 31
 René : 50 - 41
 Matthias : 100 - 91

Der mathematische Experte sieht in diesen Zahlenpaaren Analogien, die im Gesetz von der Konstanz der Differenz ausgedrückt werden. Die Differenz zweier Zahlen verändert sich nicht, wenn man beide Zahlen um denselben Betrag vergrößert oder verkleinert. Dem Autor erscheint es aufgrund seines Wissens um den Kontext der Unterrichtsepisode und um die Fähigkeiten einzelner Kinder sehr fraglich, ob den Kindern dieses Gesetz bewußt war. Bis auf reine Zehnerzahlen waren keine zweistelligen Zahlen über 20 zuvor im Unterricht behandelt worden. Einigen Kindern ist zuzutrauen, daß sie das Gesetz intuitiv verwandten. Bei anderen Kindern ist eher anzunehmen, daß sie nur auf Analogien der Zahlworte achteten und daß sie sich auf diese Weise improvisierend und tentativ in einen unvertrauten Zahlbereich hineinwagten. Dabei stützten sich die Kinder mit ihren Beiträgen wechselseitig, und sie wurden von der Lehrerin bestätigt.

Man kann die hervorgebrachten Analogien zwischen den Zahlenpaaren als eine latente mathematische Sinnstruktur beschreiben, die zwischen den Akteuren hervorgebracht wird, ohne daß sie den Akteuren in der Handlungssituation bewußt sein muß (zu latenten sozialen Sinnstrukturen s. OEVERMANN u. a., 1976). Im weiteren Verlauf des Unterrichts kann diese latente Sinnstruktur manifest werden. Die Lehrerin kann etwa die Zahlenpaare an die Tafel schreiben und Analogien thematisieren, sie kann die Analogien geometrisch begründen oder die Kinder auffordern, systematisch weitere solche Zahlenpaare zu suchen.

Die Interpretation der Unterrichtsepisode bildet ein Beispiel dafür, wie im Unterrichtsprozeß eine (implizite) Aushandlung intersubjektiven Wissens rekonstruiert werden kann, das in der Situation weder allein auf Sinnzuschreibungen der Subjekte noch allein auf menschenunabhängige mathematische Wahrheiten reduzierbar ist. Mathematische Bedeutung wird hier zwischen subjektivem und objektivem Wissen lokalisiert, und die Hervorbringung der mathematischen Bedeutung wird in dem dynamischen unterrichtlichen Interaktionsprozeß gesehen.

2.3.- Unterrichtsthema und seine Evolution

Üblicherweise wird mit Thema des Unterrichts das bezeichnet, was die Lehrperson behandeln will. Von dieser Verwendung des Wortes wird hier abgewichen, um einen Begriff zu bilden, der das in der unterrichtlichen Interaktion Thematisierte kennzeichnet. Thema eines Unterrichtsgesprächs ist das Netz ausgehandelter Bedeutungen zwischen den kommunizierenden Personen.

In der Entstehung eines Unterrichtsthemas lassen sich wiederkehrende Muster, thematische Interaktionsmuster, rekonstruieren, die zeitweise relativ stabil sind. Zum Beispiel gab es in der amerikanischen Grundschulklasse einerseits Situationen, in denen die Beteiligten durchgehend konkrete Gegenstände, ihre Eigenschaften und ihre Anzahlen thematisierten. Andererseits gab es Situationen, in denen zweistellige Zahlen und ihre mathematischen Beziehungen thematisiert wurden, obwohl sich in beiden Fällen die gestellten Aufgaben offensichtlich nicht unterschieden (VOIGT, 1994).

Mehrern Kindern fiel es schwer, sich an dem thematischen Muster der zweiten Art zu beteiligen. Die Lehrerin organisierte das Unterrichtsgespräch sowohl in der Weise, daß diese Kinder Gelegenheit hatten, sich am Muster der ersten Art zu beteiligen, als auch in der Weise, daß dieses Muster sich allmählich in das Muster der zweiten Art wandelte. Diese Aktivität der Lehrerin sowie der Anspruch der Kinder an sich selbst, mathematisch anspruchsvollere Lösungen und abstraktere Argumente in der Begründung der Lösungen zu suchen, trugen zur Veränderung der thematischen Muster, zur "Evolution" des Unterrichtsthemas, bei.

Die Evolution des Themas korrespondiert mit der Entwicklung kognitiver Fähigkeiten der Kinder. Die erfolgreiche Beteiligung eines Lernenden an einem Unterrichtsthema wird einerseits von seinen kognitiven Fähigkeiten getragen; und andererseits trägt die Evolution des Themas in Richtung auf mathematisch anspruchsvollere Lösungsstrategien und Argumente zur Entwicklung der kognitiven Fähigkeiten bei. Insofern besteht eine reflexive Beziehung zwischen Interaktion und Lernen.

2.4.- Mathematische Normen

In der amerikanischen Grundschulklasse war den Kindern freigestellt, auf welche Weisen sie die gestellten Aufgaben lösten. Entsprechend groß war die Vielfalt der Lösungswege und ihrer Begründungen im Unterrichtsgespräch. Es gab aber Unterschiede in der Qualität der Schülerbeiträge. Die Erhöhung der Qualität wurde sowohl von der Lehrerin als auch von den Kindern vorangetrieben, indem sie in ihrer Interaktion "mathematische Normen" konstituierten.

Das heißt, beide Seiten etablierten im Unterrichtsgespräch implizite Wertkriterien dafür, was als ein einsichtsvoller oder als ein weitreichender Lösungsweg und was als eine abstrakte oder elegante Begründung zu gelten hätten. Diese mathematischen Normen bildeten keine Zwänge, denen die Kinder zu folgen hätten; sie dienten eher zur Orientierung der Lernwege der Kinder.

Aus Platzgründen kann hier nicht der konkrete Unterricht aus der amerikanischen Schulklasse als Beispiel geschildert werden (VOIGT, 1994). An der schon geschilderten Episode aus der deutschen Schulklasse lassen sich ebenso Hinweise auf solche mathematische Normen finden.

Als Anita die Summe "1 plus 8" anbot, äußerte Morad Kritik : "Das war aber leicht". Denn zuvor war schon Ausgefalleneres angeboten worden : 9 minus 0, 12 minus 3, 3 und 3 und 3, 9 plus 1 minus 1. Im weiteren Verlauf fiel das Thema nicht wieder in die Routine zurück, zwei Summanden unter zehn zu nennen. Nachdem die Lehrerin anfangs noch die Verwendung der Finger eingeklagt hatte, lobte sie zunehmend die Ausgriffe der Kinder. Beide Seiten, Lehrerin und Kinder, trieben in ihrer Interaktion das Thema und zugleich die Entwicklung individueller mathematischer Fähigkeiten voran.

In dieser Episode werden die Selbstansprüche der Kinder besonders deutlich. In anderen Episoden werden die Ansprüche der Lehrerin deutlicher. Die Lehrerin unterschied dann in ihren Reaktionen auf Schülerbeiträge beiläufig oder ausdrücklich zwischen Routinebeiträgen und weiterführenden Beiträgen, sodaß auch die Fremdansprüche der Expertin den Kindern zur Orientierung angeboten wurden.

In der interaktionistischen Perspektive wird das antreibende Moment für die Entwicklungen im Unterricht nicht allein im lernenden Subjekt oder allein in den Ansprüchen der Lehrperson gesehen. Nicht das Streben des Lernenden nach Äquilibration und nicht die Vorgabe von Musterlösungen, "Königswegen" oder idealen Begründungen durch die Lehrerin, sondern die interaktiv konstituierten Wertkriterien bilden die Orientierung für die Entwicklungen im Unterricht.

Natürlich achteten die beobachteten Lehrerinnen darauf, daß die Kinder bei ihren Versuchen, sich selbst die Aufgaben schwieriger zu stellen, nicht gegen mathematische Gültigkeiten verstießen. Denn in der freien Erkundung neuer mathematischer Zusammenhänge kann der Lernende versucht sein, zu wagemutig zu spekulieren, und er kann leicht Fehler begehen oder Fehlvorstellungen ausbilden. Notfalls führten die Lehrerinnen das Thema des Unterrichtsgesprächs wieder auf das Zählen von Material und von Fingern zurück : "Strenge allein ist lähmender Tod, aber Phantasie allein ist Geisteskrankheit" (BATESON, 1982, S. 265).

3.- Zusammenfassung

Die theoretischen Annahmen können nun so zusammengefaßt werden : In der Unterrichtssituation sind die Gegenstände mehrdeutig. Die Subjekte interpretieren die Gegenstände unterschiedlich. Wegen der Subjektivität ist die Aushandlung mathematischer Bedeutungen notwendig, damit in der Interaktion intersubjektives Wissen hervorgebracht wird. In der Aushandlung mathematischer Bedeutung entsteht ein Unterrichtsthema, das von der Dynamik der Interaktion lebt. Das Unterrichtsthema bildet sich in Mustern aus. Die Evolution des Themas zeigt sich in der Veränderung der thematischen Muster. Die Veränderung wird durch interaktiv konstituierte mathematische Normen vorangetrieben.

Gegenwärtig wird in der Mathematikdidaktik darauf Wert gelegt, daß die Lernenden möglichst eigenständig mathematisch aktiv sind (s. "Entdeckendes Lernen" oder "Offener Mathematikunterricht"). An die Lehrenden wird die Aufforderung gerichtet, günstige Bedingungen für diese Tätigkeiten zu organisieren und nicht (stark) lenkend einzugreifen. Im Vergleich mit dem traditionell kleinschrittigen Mathematikunterricht wird in dieser neuen Unterrichtskultur die Vielfalt der Schüleraktivitäten größer, und es wird die Entwicklung der Unterrichtsthemen unvorhersehbarer. Wie kann dann aus den unterschiedlichen Denkwegen der Unterrichtsteilnehmer ein mathematisches Wissen als ein gemeinsames Wissen hervorgehen? Wie erhalten auch die Ansprüche des Lehrenden Geltung? Wie kann die strenge mathematische Argumentation, die im monologischen Sinne von Denknöwendigkeiten bestimmt ist, in der zwischenmenschlichen Verständigung wirksam werden, die im Sinne der sozialen Interaktion von Empathie und Ambiguitätstoleranz gekennzeichnet ist? Die Sichtweise von Mathematikunterricht als Aushandlung mathematischer Bedeutung bietet die Möglichkeit, die Eigenständigkeit des Lernenden und die Verantwortung des Lehrenden gleichzeitig zu berücksichtigen und im Unterrichtsprozeß erkennbar zu werden lassen.

Literatur

BATESON, G. : *Geist und Natur. Eine notwendige Einheit*. Frankfurt/M. : suhrkamp 1982

BAUERSFELD, H. : Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. In : *Educational Studies in Mathematics* 11 (1980), pp. 23-41

BAUERSFELD, H. & COBB, P. (Hrsg.) : *The emergence of mathematical meaning : Interaction in classroom cultures*. Northvale, N.J. : Lawrence Erlbaum 1995 (im Druck)

BLUMER, H. : Der methodologische Standpunkt des symbolischen Interaktionismus. In : *Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen : Alltagswissen, Interaktion und gesellschaftliche Wirklichkeit*. Band 1. Reinbeck : Rowohlt 1973, S. 80-146

COBB, P. & WHEATLEY, G. : Children's Initial Understandings of Ten. In : *Focus on Learning Problems in Mathematics* 10 (1988) 3, S. 1-28

JUNGWIRTH, H. : *Mädchen und Buben im Mathematikunterricht. Eine Studie über geschlechtsspezifische Modifikationen der Interaktionsstrukturen*. Wien : Bundesministerium für Unterricht 1990

KRUMMHEUER, G. : *Algebraische Termumformungen in der Sekundarstufe I - Abschlußbericht eines Forschungsprojektes*. Materialien und Studien Band 31. Bielefeld : IDM 1983

LEITER, K. : *A primer on ethnomethodology*. New York : Oxford University Press 1980

OEVERMANN, U. u.a. : Beobachtungen zur Struktur der sozialisatorischen Interaktion. Theoretische und methodologische Fragen der Sozialisationsforschung. In : AUWÄRTER, M., KIRSCH, E. & SCHRÖTER, K. (Hrsg.) : *Seminar : Kommunikation, Interaktion, Identität*. Frankfurt/M. : suhrkamp 1976, S. 371-403

PERRET-CLERMONT, A.-N., PERRET, J.-F. & BELL, N. : The social construction of meaning and cognitive activity in elementary school children. In : RESNICK, L.B., LEVINE, J.M. & TEASLEY, E.D. (eds.) : *Perspectives on socially shared cognition*. Washington, D.C. : APA 1991, pp. 41-62

PLATON : *Menon* (hrsg. von K. Reich). Hamburg : Meiner 1982

SEEGER, F. & STEINBRING, H. (Hrsg.) : *The dialogue between theory and practice in mathematics education : Overcoming the broadcast metaphor*. Materialien und Studien, Band 38. Bielefeld : IDM 1992

SHANNON, C.E. & WEAVER, W. : *The mathematical theory of communication*. Urbana : University of Illinois Press 1949

STEINBRING, H. : Mathematics in teaching processes. The disparity between teacher and student knowledge. In : *Recherches en Didactique des Mathématiques* 11 (1991) 1, pp. 65-108

VOIGT, J. : *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht*. Weinheim : Beltz 1984

VOIGT, J. : Zur mikroethnographischen Erkundung von Mathematikunterricht. In : MAIER, H. & VOIGT, J. (Hrsg.) : *Interpretative Unterrichtsforschung*. Köln : Aulis 1991, S. 152-175

VOIGT, J. : Entwicklung mathematischer Themen und Normen im Unterricht. In : MAIER, H. & VOIGT, J. (Hrsg.) : *Verstehen und Verständigung im Mathematikunterricht*. Köln : Aulis 1994, S. 77-111

VON GLASERSFELD, E. : *Wissen, Sprache und Wirklichkeit. Arbeiten zum radikalen Konstruktivismus*. Braunschweig : Vieweg 1987

WITTGENSTEIN, L. : *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Frankfurt/M. : suhrkamp 1974