

934

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL
INSTITUT DE MICROTECHNIQUE

Interférométrie hétérodyne de speckles:
application à la mesure de vibrations
mécaniques microscopiques

THÈSE

PRÉSENTÉE A LA FACULTÉ DES SCIENCES
POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Jean-François Willemin

Imprimerie Le Franc-Montagnard SA, 2726 Saignelégier
1984



UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL
INSTITUT DE MICROTECHNIQUE

Interférométrie hétérodyne de speckles:
application à la mesure de vibrations
mécaniques microscopiques

THÈSE

PRÉSENTÉE A LA FACULTÉ DES SCIENCES
POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Jean-François Willemin

IMPRIMATUR POUR LA THÈSE

Interférométrie hétérodune de speckles:
application à la mesure de vibrations
mécaniques microscopiques

de Monsieur *Jean-François Willemin*

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL

FACULTÉ DES SCIENCES

La Faculté des sciences de l'Université de Neuchâtel,
sur le rapport des membres du jury,

Messieurs R. Dändliker, F. Pellandini,
H. Beck et J.-F. Moser

autorise l'impression de la présente thèse.

Neuchâtel, le *30 juillet 1984*

Le doyen:



H. Beck

Résumé

Un interféromètre de speckles à détection hétérodyne a été développé pour analyser des vibrations mécaniques microscopiques d'objets présentant une surface diffusante. Ce dispositif opto-électronique permet de mesurer dans une très large gamme de fréquences (de 50 Hz à 50 MHz environ) l'amplitude ainsi que la phase des composantes tangentielle et normale d'une vibration, ceci avec une haute sensibilité (meilleure que 1 nm pour une largeur de bande de détection de 1 kHz) et une bonne résolution spatiale (30 μm). Les limites fondamentales et les aspects statistiques de l'interférométrie hétérodyne de speckles ont été étudiés en détail, ce qui a permis d'optimiser le dispositif de façon à lui donner la sensibilité maximale. Celle-ci est déterminée par le "shot-noise", autrement dit par les fluctuations du courant de sortie du détecteur dues à la nature quantique de la lumière. Ce dispositif de mesure a été utilisé avec succès pour analyser les vibrations mécaniques de résonateurs en quartz et de transducteurs en céramique piézoélectrique.

Abstract

An optoelectronic system using real-time *heterodyne speckle interferometry for microvibration analysis* of objects with diffusely scattering surfaces is described. With this system, amplitude and phase of both in-plane and out-of-plane vibration components can be measured in a wide range of frequencies (from about 50 Hz to 50 MHz), with high sensitivity (better than 1 nm for 1 kHz detection bandwidth) and high spatial resolution (30 μm). The fundamental limits and the statistical aspects of heterodyne interferometry with speckled light fields, due to diffuse reflection, are discussed in detail. The final layout of the optics and the electronics is such that the sensitivity is basically limited by the shot-noise, i.e. by the fluctuations of the detector current due to the quantum nature of the light. The described system has been applied successfully to analyze microvibrations of quartz resonators and piezoceramic transducers.

TABLE DES MATIERES

I.	INTRODUCTION	5
II.	DISPOSITIF ET METHODE DE MESURE DE VIBRATIONS	8
	2.1 Détection du déplacement dans le plan	8
	2.2 Détection du déplacement hors plan	11
	2.3 Mesure de l'amplitude de vibration	12
	2.4 Mesure de la phase de vibration	16
	2.5 Description pratique et caractéristiques techniques	19
	2.6 Comparaison de différentes méthodes de détection interférométrique	23
III.	THEORIE	27
	3.1 Interférométrie de speckles dans le plan objet	27
	3.2 Interférométrie de speckles avec faisceau de référence	31
	3.3 Grandeur des speckles dans l'image défocalisée d'une surface diffusante	35
	3.4 Aspects statistiques des speckles, effets sur les signaux	41
	3.5 Bruit temporel, limite de sensibilité	46
	3.6 Vibrations d'origine thermique	50
	3.7 Grandes amplitudes, limitation vers le haut	54
IV.	PARTIE EXPERIMENTALE	56
	4.1 Choix de la fréquence hétérodyne	56
	4.2 Réglage de l'interféromètre	57
	4.3 Etat de surface de l'objet	58
	4.4 Contrôle de la forme du spectre des signaux	60
	4.5 Précision des mesures	62
	4.6 Présentation de quelques spectres typiques, vibrations d'un diapason en quartz (32 kHz)	63

4.7	Test du dispositif de mesure, vibration de flexion d'un barreau en quartz (32 kHz)	67
4.8	Démodulation FM, analyse spectrale des vibrations d'une poutre encastrée	70
V.	ANALYSE DES VIBRATIONS DE TRANSDUCTEURS PIEZOELECTRIQUES	75
5.1	Modes de vibration radiaux d'un disque en céramique piézoélectrique	75
5.2	Modes de vibration axiaux de disques en céramique piézoélectrique	78
5.3	Discussion	81
VI.	CONCLUSIONS	85
	REMERCIEMENTS	86
	BIBLIOGRAPHIE	87

I. INTRODUCTION

Comment mesurer des vibrations mécaniques microscopiques d'amplitude inférieure à 1 nm, sans les perturber ? Tel est le problème qui a initialement motivé ce travail. La mesure des très petites vibrations mécaniques présente un très grand intérêt : notamment pour contrôler ou déterminer les modes de vibration de résonateurs en quartz ou de transducteurs en céramique piézoélectrique. La première exigence formulée dans ce problème, à savoir l'évitement de tout contact mécanique perturbateur, ne peut être satisfaite pratiquement que par une méthode optique : l'*interférométrie* ; deuxièmement, une telle sensibilité (bien inférieure à la longueur d'onde optique) ne peut être obtenue que grâce à l'*hétérodynamage* ; enfin, la détection des composantes tangentielles du mouvement (nécessaire pour une caractérisation tridimensionnelle du mouvement) n'est possible qu'en exploitant le *phénomène de "speckle"*.

L'interférométrie, dont les applications ont été profondément renouvelées depuis l'apparition du laser (1960), est utilisée pour transformer les différences de phase de deux champs optiques

$$U_1(t) = A_1 \cos(2\pi\nu_1 t + \phi_1) \quad (1)$$

et
$$U_2(t) = A_2 \cos(2\pi\nu_2 t + \phi_2) \quad (1')$$

en variations d'intensité mesurables :

$$I(t) = \langle [U_1 + U_2]^2 \rangle \propto A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\Delta\omega t + \phi). \quad (2)$$

Les crochets ci-dessus représentent une moyenne temporelle sur une durée supérieure à la période optique. L'un de ces deux champs constitue généralement la référence, tandis que l'autre est réfléchi ou diffusé par la surface à examiner. En interférométrie classique, les deux champs optiques ainsi comparés ont une même fréquence, autrement dit $\Delta\omega = 2\pi(\nu_2 - \nu_1) = 0$. De ce fait, la différence de phase $\phi = \phi_2 - \phi_1$ est transformée en un réseau de franges d'interférence indépendant du temps (variations d'intensité dans l'espace). En interférométrie hétérodyne, par contre, les deux champs optiques sont légèrement décalés en fréquence ($\Delta\omega/2\pi = \nu_2 - \nu_1 < 100$ MHz) de manière à ce

que la différence de phase ϕ soit transformée en la phase du battement ainsi créé. Cette méthode présente de multiples avantages par rapport à la méthode classique (homodyne) : elle supprime la difficulté liée à l'interpolation des franges d'interférence, lève l'ambiguïté du signe de ϕ et sépare le terme d'interférence des autres termes résultant de la superposition des deux champs.

La détection du déplacement d'un objet dans une direction arbitraire, en particulier dans une direction tangente à la surface, n'est possible que si la surface de l'objet possède une structure (p.ex. une rugosité) capable de renvoyer la lumière dans une direction non spéculaire. Or, l'illumination en lumière cohérente d'une surface non polie (c.-à-d. diffusante) donne lieu au phénomène de speckle. Les speckles dont la traduction littérale est "petites taches" résultent d'interférences entre les différentes ondelettes émises, avec des phases aléatoires, par les différents éléments diffusants de la surface rugueuse. Ils sont présents partout dans l'espace de propagation de la lumière diffusée et se manifestent comme un ensemble de petites taches de formes irrégulières distribuées aléatoirement (voir Fig.1). Loin de jouer exclusivement le rôle d'un bruit, les speckles sont en fait une source extrêmement riche d'information ; ils sont en relation très étroite avec la structure de la surface diffusante et permettent ainsi de déceler et de mesurer des déplacements tangentiels de cette surface.

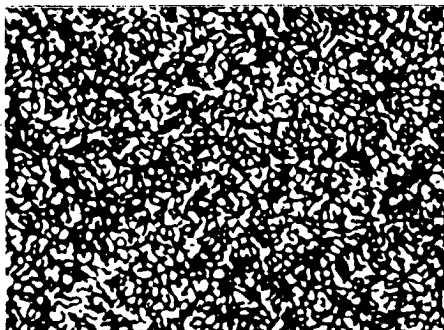


Fig.1 : Figure de speckles, obtenue en interceptant la lumière que diffuse une surface non polie éclairée en lumière cohérente.

Dans ce travail

- nous décrivons un dispositif opto-électronique (interféromètre de speckles) permettant de mesurer avec une haute résolution spatiale et temporelle l'amplitude ainsi que la phase des composantes tangentielles et normale du mouvement vibratoire d'une surface diffusante ;
- nous déterminons, à partir des propriétés statistiques des champs de speckles, les limites d'un tel dispositif de mesure (sensibilité, gamme de mesure, précision, résolution, etc) ;
- nous comparons la plus petite amplitude de vibration détectable à l'amplitude moyenne des fluctuations thermiques de la surface de l'objet ;
- nous testons le dispositif de mesure à l'aide d'un objet dont le mouvement est connu (barreau en quartz vibrant en flexion) ;
- nous présentons une application dans le but de montrer les performances du dispositif de mesure (analyse des vibrations de transducteurs piézo-électriques).

Bien qu'il existe un grand nombre de publications au sujet de la mesure de vibrations par voie optique, peu nombreuses sont celles qui proposent d'utiliser conjointement l'hétérodynage et le phénomène de speckle, et parmi ces dernières, aucune ne définit à notre connaissance les limites physiques d'une telle méthode. C'est au paragraphe 2.6 que nous passerons en revue les différentes méthodes proposées dans la littérature [1,2,3,4,5,6,7,8].

Afin d'orienter le lecteur, ce n'est qu'au chapitre III (chapitre consacré à la théorie et en particulier à la détermination de la limite de sensibilité) que l'on tiendra compte des propriétés statistiques des speckles. La structure granulaire des champs de speckles peut être négligée au chapitre II où seule la phase d'interférence nous intéresse.

II. DISPOSITIF ET METHODE DE MESURE DE VIBRATIONS

Le dispositif opto-électronique décrit ici est un interféromètre de speckles à détection hétérodyne (i.e. à deux fréquences). Il a été développé pour mesurer des vibrations mécaniques microscopiques d'objets présentant une surface diffusante.

La partie optique de ce dispositif consiste en deux interféromètres (Fig.2) ayant des directions de sensibilité orthogonales. Ces deux interféromètres (combinés en un montage commun) détectent deux composantes du déplacement de la surface de l'objet : l'une dans le plan tangent à la surface (Fig.2a) et l'autre selon la normale (Fig.2b). Ces deux composantes sont appelées respectivement déplacement dans le plan et déplacement hors plan.

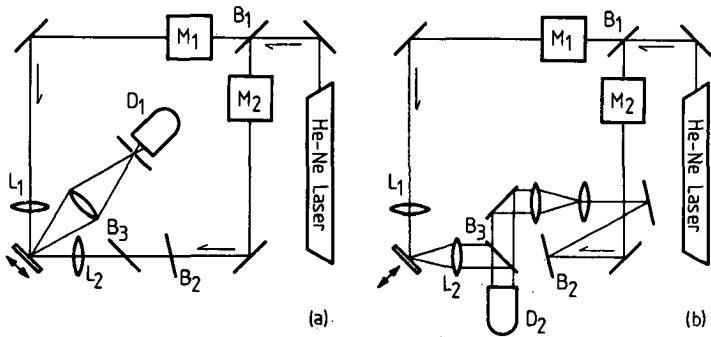


Fig.2 : Schéma de principe de la partie optique. Détection des déplacements (a) dans le plan et (b) hors plan.

2.1 Détection du déplacement dans le plan

Pour détecter le déplacement dans le plan (Fig.2a), la surface diffusante de l'objet est illuminée simultanément et symétriquement (par rapport à la normale à la surface) par deux faisceaux-laser. Ces deux faisceaux

sont focalisés en une tache commune sur la surface de l'objet et y produisent des interférences. La lumière diffusée issue de cette tache (contenant des speckles) est collectée dans une direction arbitraire puis focalisée sur un photodétecteur (D_1). L'ouverture de ce dernier doit être choisie suffisamment grande, de manière à ce que plusieurs speckles soient détectés. Cela est nécessaire pour réduire les variations de la puissance optique moyenne lors du déplacement du point d'observation sur la surface de l'objet. Ce montage est similaire à celui utilisé en "Laser Doppler velocimetry" [9,10] ou à celui proposé par Leendertz [11,12].

Par ailleurs, deux modulateurs acousto-optiques [13,14] M_1 et M_2 (un pour chaque faisceau d'illumination) introduisent le décalage de fréquence nécessaire à la détection hétérodyne. Ils sont excités aux fréquences ω_1 et ω_2 , ce qui produit un décalage net de fréquence $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ entre les deux faisceaux d'illumination. Les fréquences d'excitation $\omega_1/2\pi$ et $\omega_2/2\pi$ sont ajustables indépendamment par pas de 1 kHz entre 35 et 45 MHz : cela permet de choisir le décalage $\Delta\omega/2\pi$ dans une gamme de 10 MHz. Ces fréquences d'excitation sont fournies par deux synthétiseurs de fréquence. Notons que le décalage $\Delta\omega/2\pi$ peut également être choisi entre 70 et 90 MHz ($\Delta\omega = \omega_2 + \omega_1$) en utilisant la diffraction d'ordre -1 dans un des modulateurs [13] (cf. § 4.8).

Pour décrire l'effet du déplacement de la surface diffusante de l'objet reportons-nous à la Fig.3.

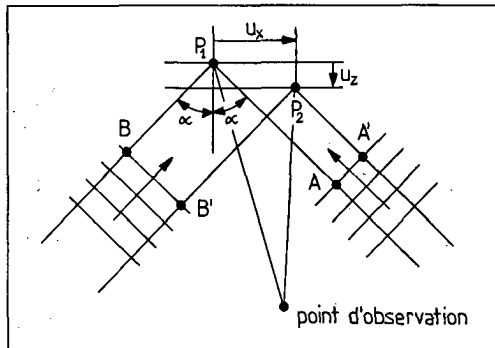


Fig.3 : Situation géométrique.

Précisons d'abord que les fronts d'onde des deux faisceaux d'illumination sont plans au voisinage de la surface de l'objet (faisceaux gaussiens focalisés). Considérons ensuite un élément diffusant en P_1 sur cette surface. Le déplacement en P_2 de cet élément (déplacement de la surface) entraîne une modification de la longueur des chemins optiques de la lumière qu'il diffuse. Il s'ensuit les déphasages

$$\phi_1' = (2\pi/\lambda)(\overline{A'P_2} - \overline{AP_1}) = (2\pi/\lambda)(-u_x \sin \alpha - u_z \cos \alpha) \quad (3)$$

et
$$\phi_2' = (2\pi/\lambda)(\overline{B'P_2} - \overline{BP_1}) = (2\pi/\lambda)(u_x \sin \alpha - u_z \cos \alpha) \quad (3')$$

où u_x et u_z représentent les déplacements dans le plan et hors plan de la surface, α l'angle d'incidence de chaque faisceau d'illumination et λ la longueur d'onde du laser.

En négligeant leur structure granulaire (due au speckling), on peut décrire les deux champs diffusés par deux champs moyens. A l'endroit du détecteur ces champs moyens s'écrivent :

$$U_1(t) = A_1 \exp[i(2\pi\nu t + \omega_1 t + \phi_1' + \phi_1'')] \quad (4)$$

et
$$U_2(t) = A_2 \exp[i(2\pi\nu t + \omega_2 t + \phi_2' + \phi_2'')] \quad (4')$$

où ν représente la fréquence optique, ω_1 et ω_2 les décalages de fréquence dus aux modulateurs et ϕ_1' et ϕ_2' sont deux phases aléatoires (dépendantes de la géométrie et de la rugosité), mais constantes pour un point d'observation donné. Finalement, puisqu'il est proportionnel à l'intensité de ces deux champs ($|U_1 + U_2|^2$), le signal de sortie du détecteur D_1 prend la forme suivante :

$$i_1(t) = a_1 + b_1 \cos(\Delta\omega t + \phi_x + \phi_1) \quad (5)$$

où $\phi_x = \phi_2' - \phi_1'$ est une phase qui dépend uniquement du déplacement dans le plan u_x et $\phi_1 = \phi_2'' - \phi_1''$ est une phase constante pour un point d'observation donné.

Le déplacement dans le plan u_x s'obtient donc par la mesure du changement de phase ϕ_x du signal alternatif (ac) de fréquence $\Delta\omega$, la formule reliant ces deux grandeurs étant

$$\phi_x = (4\pi/\lambda) \sin \alpha u_x = \beta_x u_x . \quad (6)$$

Remarquons que ce signal ac de fréquence $\Delta\omega$ n'est autre que le battement entre les deux faisceaux d'illumination.

2.2 Détection du déplacement hors plan

Pour détecter le déplacement hors plan (Fig.2b), la surface diffusante de l'objet est illuminée par un seul des deux faisceaux-laser précédents, tandis que la seconde lentille de focalisation L_2 collecte la lumière diffusée dans la direction spéculaire. Cette lumière diffusée (formée de speckles) et l'onde plane de référence arrivant sur le cube séparateur B_3 produisent des interférences qui sont observées par le photodétecteur D_2 . L'ouverture de ce dernier détermine comme précédemment le nombre de speckles détectés. Remarquons que pour obtenir un signal convenable, les fronts d'onde moyens du faisceau diffusé et de la référence doivent être soigneusement ajustés, comme dans le cas d'un interféromètre classique. Ce montage est similaire à ceux utilisés en interférométrie de speckles conventionnelle [12]. Le décalage de fréquence nécessaire à la détection hétérodyne est produit comme précédemment par les modulateurs M_1 et M_2 .

Puisque la direction d'observation moyenne est ici symétrique à celle de l'illumination, seul le déplacement hors plan u_z modifie la longueur du chemin optique de la lumière diffusée. Le déphasage produit par ce déplacement vaut donc :

$$\phi' = -2(2\pi/\lambda) \cos \alpha u_z = -(4\pi/\lambda) \cos \alpha u_z , \quad (7)$$

où u_z est défini sur la Fig.3. Comme précédemment, le champ diffusé peut être décrit par un champ moyen, soit:

$$U(t) = A \exp[i(2\pi\nu t + \omega_1 t + \phi' + \phi'')] . \quad (8)$$

Quant au faisceau de référence, il s'écrit :

$$R(t) = R \exp[i(2\pi\nu t + \omega_2 t + \phi_R)] . \quad (8')$$

Finalement, le signal de sortie du détecteur D_2 (proportionnel à l'intensité $|U+R|^2$) est donné par une expression similaire à l'éq.(5), soit :

$$i_2(t) = a_2 + b_2 \cos(\Delta\omega t + \phi_z + \phi_2) , \quad (9)$$

où $\phi_z = -\phi'$ est la phase qui rend compte du déplacement hors plan u_z . La phase $\phi_2 = \phi_R - \phi''$ est comme précédemment une phase aléatoire, mais constante pour un point d'observation donné.

Le déplacement hors plan s'obtient donc par la mesure de la phase

$$\phi_z = (4\pi/\lambda) \cos \alpha u_z = \beta_z u_z . \quad (10)$$

2.3 Mesure de l'amplitude de vibration

Nous avons vu que les signaux délivrés par les deux photodétecteurs D_1 et D_2 sont identiques et qu'ils contiennent l'information (ϕ_x et ϕ_z) sous une même forme [cf. éqs (5) et (9)]. C'est donc par un traitement électronique identique que l'on détermine ϕ_x et ϕ_z (phases proportionnelles aux déplacements dans le plan, respectivement hors plan).

Dans le cas d'une vibration, le déplacement de la surface de l'objet est périodique dans le temps. Supposons ici que ce mouvement soit sinusoïdal, chacune de ses composantes est alors donnée par :

$$u(t) = u_0 \cos(\Omega t + \psi) , \quad (11)$$

où u_0 , Ω et ψ représentent respectivement l'amplitude, la fréquence et la phase de la composante de vibration considérée. La partie alternative (ac) du signal délivré par chaque photodétecteur s'écrit alors :

$$i(t) = b \cos[\Delta\omega t + \phi_0 \cos(\Omega t + \psi) + \phi] , \quad (12)$$

où $\phi_0 = \beta u_0$ et ϕ , rappelons-le, est une phase aléatoire mais constante pour un point d'observation donné. Or, l'équation (12) correspond à une

oscillation modulée en fréquence, dont la fréquence porteuse est $\Delta\omega$ et celle de modulation Ω . La profondeur de modulation, ou plus exactement l'excursion maximale de fréquence, est quant à elle donnée par :

$$\delta\omega = \Omega \phi_0 = \Omega \beta u_0 . \quad (13)$$

Remarquons que si l'on parle de modulation de fréquence plutôt que de modulation de phase, c'est que l'on considère comme signal modulant la vitesse plutôt que la position de la surface (autre point de vue : effet Doppler).

Pour extraire l'information de ce signal, la première solution qui vient naturellement à l'esprit consiste à utiliser des techniques de démodulation FM (frequency modulation), applicables tant que $\delta\omega \ll \Delta\omega$. Une telle solution est nécessaire pour analyser des mouvements non sinusoïdaux (voir § 4.8). Une autre solution (utilisant un appareillage moins spécialisé) consiste à examiner directement le spectre du signal à l'aide d'un analyseur de spectre (voir Fig.4). Cette solution ne s'applique toutefois qu'à l'étude des mouvements sinusoïdaux.

Pour décrire les spectres de la Fig.4 obtenus sur l'écran de l'analyseur, développons la formule (12), il vient :

$$i(t) = b \cos(\Delta\omega t + \phi) [J_0(\phi_0) - 2J_2(\phi_0) \cos 2(\Omega t + \psi) \pm \dots] \\ - b \sin(\Delta\omega t + \phi) [2J_1(\phi_0) \cos(\Omega t + \psi) - 2J_3(\phi_0) \cos 3(\Omega t + \psi) \pm \dots] , \quad (14)$$

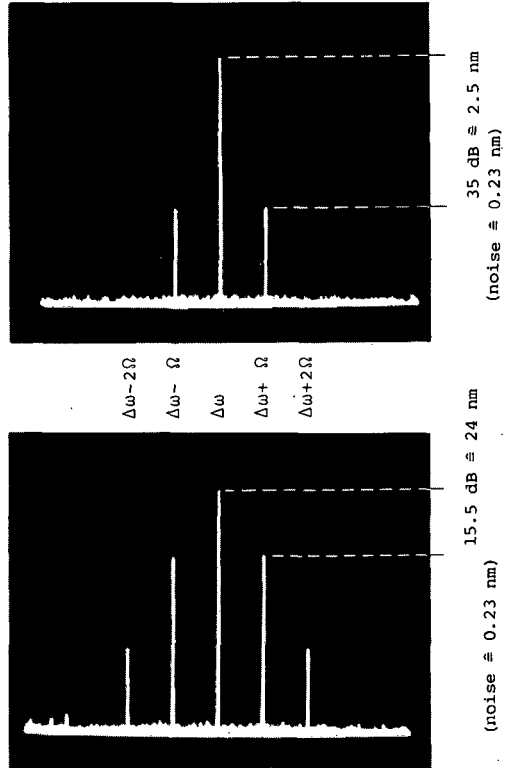
où $J_n(\phi_0)$ sont les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre n [15]. Cette décomposition (analyse harmonique) montre que les amplitudes des différentes raies sont proportionnelles aux fonctions de Bessel d'ordre correspondant (J_0 pour la porteuse et J_n , avec $n > 0$, pour les raies latérales de fréquences correspondantes $\Delta\omega \pm n\Omega$).

Ainsi l'amplitude de vibration recherchée u_0 peut facilement être déduite du rapport des puissances de la porteuse (P_0) et de la première raie latérale (P_1) en inversant la fonction J_1/J_0 , puisqu'on a la relation

$$J_1(\phi_0) / J_0(\phi_0) = (P_1/P_0)^{1/2} , \quad (15)$$

où $\phi_0 = \beta u_0$.

Fig.4 : Spectres de $i(t)$ correspondant à deux mouvements sinusoïdaux d'amplitudes différentes. La raie centrale (porteuse) de fréquence $\Delta\omega$ ($\Delta\omega/2\pi = 5$ MHz) correspond au battement des deux faisceaux qui interfèrent. Les raies latérales sont produites par le mouvement de l'objet à la fréquence Ω ($\Omega/2\pi = 1,1$ MHz).



La fonction J_1/J_0 est bien connue et son allure est donnée en Fig.5. Pratiquement P_0 et P_1 sont mesurées à l'aide de l'analyseur de spectre, comme le montre la Fig.7 (§ 2.4). Si la valeur de J_1/J_0 dans l'éq.(15) est exprimée par un rapport de puissances plutôt que d'amplitudes, c'est que l'analyseur utilisé fournit le spectre de puissance du signal.

Pour de petites amplitudes de vibration ($u_0 \ll \lambda$), c'est-à-dire pour de faibles valeurs de l'argument ($\phi_0 < 1$), la fonction J_1/J_0 peut être approchée par une droite (voir Fig.5), l'amplitude de vibration est alors donnée par :

$$u_0 \approx (2/B) (P_1/P_0)^{1/2} = [\lambda/(\sqrt{2}\pi)] (P_1/P_0)^{1/2} \quad (16)$$

puisque dans ce cas $J_0(\phi_0) \approx 1$ et $J_1(\phi_0) \approx \phi_0/2$ et que $\alpha = 45^\circ$ [cf. éqs. (6) et (10)]. Si l'on admet une erreur inférieure à 5%, cette zone d'approximation linéaire s'étend jusqu'à une amplitude $u_0 = 50$ nm pour $\lambda = 633$ nm ($P_1/P_0 < -10$ dB). Remarquons qu'on utilise en fait la porteuse pour calibrer la mesure de l'amplitude de la première raie latérale (laquelle contient essentiellement l'information) [1].

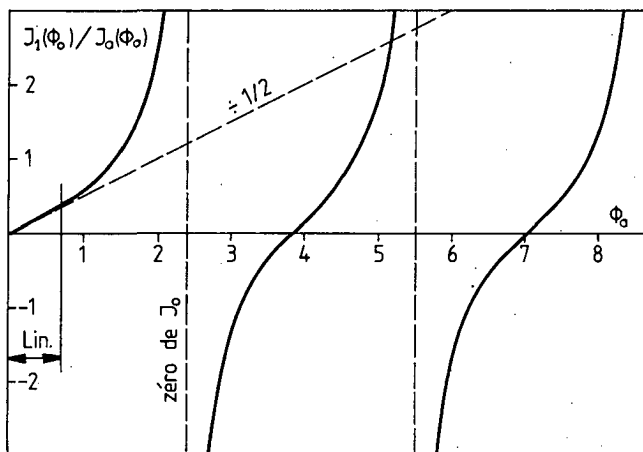


Fig.5 : Graphe de J_1/J_0 en fonction de ϕ_0

Par ailleurs, il faut noter que la détermination des grandes amplitudes peut être ambiguë, étant donné la non univocité de la fonction inverse de J_1/J_0 [cf. éq.(15)]. L'examen des raies d'ordre supérieur ($n = 1, 2, 3, \dots$) s'avère alors nécessaire. Toutefois, tant que u_0 est inférieure à 171 nm [valeur correspondant au premier zéro de J_0 , c.-à-d. à $\phi_0 = 2,4$ (cf. Fig.5), étant donné que $\beta = 8,9/\lambda = 14 \mu\text{m}^{-1}$], l'ambiguïté peut être levée sans difficulté, puisque dans ce cas le spectre du signal est facilement reconnaissable [16]. Remarquons que pour cette valeur de l'amplitude de vibration ($u_0 = 171$ nm), il y a suppression de la porteuse. Ce fait bien connu en FM est utilisé pour calibrer les discriminateurs (démodulateurs) de fréquence (voir § 4.8). Dans le cas présent, la disparition de la porteuse fournit un point de repère très précis.

Finalement, la courbe de la Fig.6 donne l'amplitude de vibration u_0 (pour $u_0 < 171$ nm) en fonction du rapport P_1/P_0 qu'on lit sur l'écran de l'analyseur.

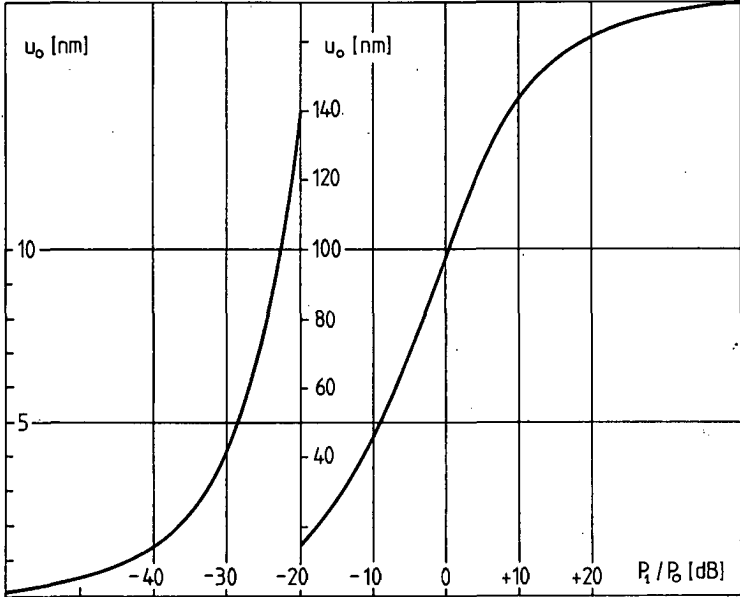


Fig.6 : Amplitude de vibration u_0 en fonction du rapport P_1/P_0 exprimé en dB (changement d'échelle !), pour $\alpha = 45^\circ$ et $\lambda = 633$ nm

2.4 Mesure de la phase de vibration

Lors d'une analyse de vibration, la caractérisation complète du mouvement (supposé sinusoïdal) nécessite de connaître non seulement l'amplitude, mais également la phase de la vibration. Le comportement de la phase au voisinage d'un minimum d'amplitude est particulièrement important pour reconnaître un noeud de vibration. De plus, la phase relative entre les composantes dans le plan et hors plan est aussi indispensable pour reconstruire correctement le mouvement tridimensionnel de la surface de l'objet.

Le principe utilisé pour mesurer la phase de la vibration est celui de la détection synchrone ou cohérente. Selon ce principe, le spectre du signal du détecteur (Fig.8a) est translaté vers l'origine (Fig.8b), de manière à ce que la composante Ω contenant la phase recherchée ψ [cf. éq. (14)] puisse être séparée de la porteuse.

Comme le montre la Fig.7, le signal provenant des détecteurs est multiplié (après amplification à large bande) par un signal i_{LO} généré localement et synchronisé avec la porteuse (fréquence $\Delta\omega$) :

$$i_x(t) \propto [i(t) \times i_{LO}(t)] \quad (17)$$

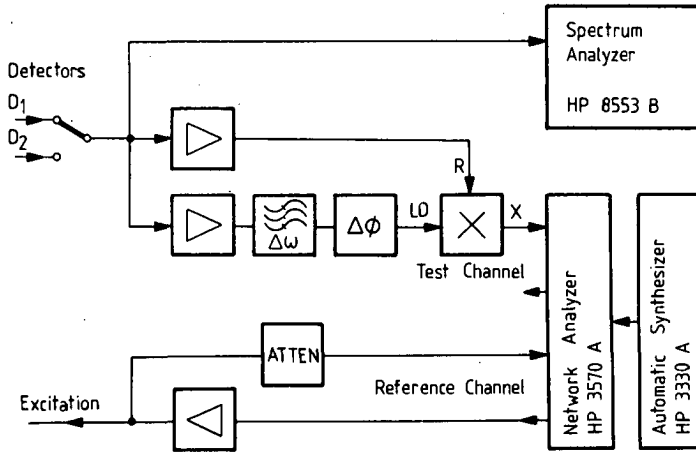


Fig.7 : Schéma bloc de la partie électronique. Mesure de l'amplitude et de la phase de vibration.

Pratiquement, le signal i_{LO} (local oscillator) est dérivé du signal i lui-même par filtrage au moyen d'un amplificateur sélectif accordé sur la fréquence $\Delta\omega$. La largeur de bande de cet amplificateur doit être suffisamment étroite ($\ll \Omega$) afin de bloquer les autres composantes du signal i . D'autre part et comme on le verra ci-dessous, la phase du signal i_{LO} doit être

bien définie. C'est pour cette raison qu'un déphasage ajustable $\Delta\phi$ est introduit. A partir de l'éq.(14), on obtient donc :

$$i_{LO}(t) \propto J_0(\beta u_0) \cos(\Delta\omega t + \phi + \Delta\phi) . \quad (18)$$

Le spectre du signal i_x résultant du mélange des signaux i et i_{LO} est donné en Fig.8b, et sa composante de fréquence Ω peut être déduite des eqs (14),(17) et (18). On trouve :

$$i_x^{(\Omega)}(t) \propto J_0(\beta u_0) J_1(\beta u_0) \sin \Delta\phi \cos(\Omega t + \psi) . \quad (19)$$

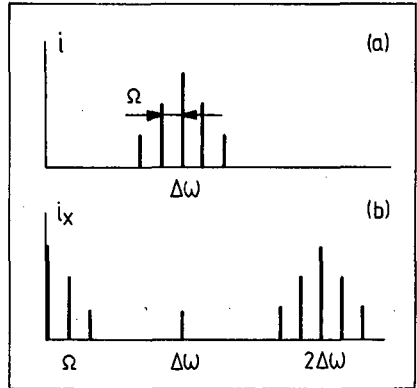


Fig.8 : (a) Spectre du signal délivré par le détecteur (D_1 ou D_2). (b) Spectre du signal à la sortie du mélangeur.

La formule (19) montre que la phase de $i_x^{(\Omega)}$ (composante Ω de i_x) est égale à la phase recherchée ψ et ne dépend d'aucune autre phase. D'autre part, la phase $\Delta\phi$ se manifeste dans l'amplitude de ce signal. Celle-ci peut ainsi être maximisée en ajustant $\Delta\phi$ au voisinage de $\pi/2$, ceci indépendamment du point d'observation puisque la phase aléatoire ϕ a disparu dans le mélange. La précision de $\Delta\phi$ est donc peu importante. Par contre son signe doit être respecté si l'on désire connaître la phase ψ de manière absolue. De plus, un éventuel déphasage que pourrait introduire l'amplificateur sélectif précédent peut être compensé par $\Delta\phi$.

On mesure finalement la phase ψ de la composante Ω de i_x à l'aide

d'un phasemètre sélectif (Network analyzer) (Fig.7). Remarquons que la largeur de bande de ce phasemètre sélectif détermine également le niveau de bruit du signal ($i_x^{(\Omega)}$). Dans le cas de vibrations excitées électriquement (résonateurs piézoélectriques), la phase du signal d'excitation peut servir de référence, comme l'indique la Fig.7.

Remarques : (a) La phase de la vibration peut également être mesurée relativement à la vibration en un autre point de la surface de l'objet, une seconde optique et une deuxième unité détecteur-mélangeur sont alors nécessaires. (b) Une autre méthode de génération du signal i_{LO} de fréquence $\Delta\omega$ consiste à mélanger (électroniquement) les signaux d'excitation des modulateurs acousto-optiques. Le principal inconvénient de cette méthode réside dans le fait que $\Delta\phi$ doit être réajusté pour chaque point d'observation, afin de compenser la phase aléatoire ϕ . Néanmoins, cette solution s'avère utile pour mesurer la phase de grandes amplitudes de vibration et notamment lorsque la porteuse disparaît [zéro de J_0 dans l'éq. (19)]. (c) Au lieu d'un phasemètre sélectif, un amplificateur lock-in peut également servir de détecteur de phase.

2.5 Description pratique et caractéristiques techniques

Comme on l'a vu, la partie optique du dispositif est une combinaison de deux interféromètres, chacun étant sensible à une composante du déplacement de la surface de l'objet. L'imbrication de ces deux interféromètres permet de passer de la mesure d'une composante à celle de l'autre sans modifications du montage optique ni réglages intermédiaires, seule l'obturation d'un faisceau est nécessaire. De cette façon, les deux mesures peuvent être effectuées quasi-simultanément et en un même point d'observation.

En ce qui concerne la réalisation pratique, les divers éléments constitutifs du dispositif, mis à part le laser et les deux détecteurs, sont disposés en trois unités compactes (voir Fig.9), ayant chacune une fonction particulière :

unité 1 : génération des deux faisceaux décalés en fréquence (pour la détection hétérodyne)

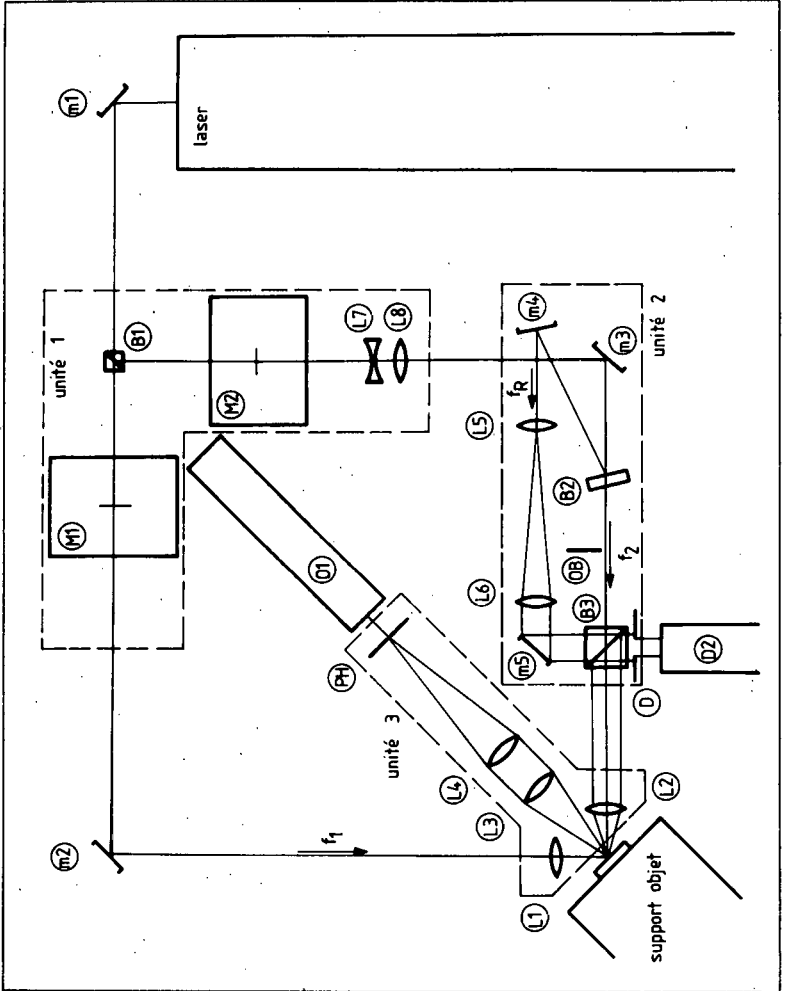


Fig.9 : Plan du montage optique

unité 2 : détection des déplacements hors plan

unité 3 : détection des déplacements dans le plan

L'interféromètre utilisé pour la détection des déplacements hors plan (unité 2) est du type Mach-Zehnder. L'équilibrage des longueurs des chemins optiques de chacune de ses branches explique le trajet en zig-zag du faisceau de référence f_R . L'angle α intervenant dans les eqs (6) et (10) vaut 45° , les facteurs de proportionnalité β_x et β_z sont par conséquent égaux, ils valent $\beta = 2\sqrt{2}\pi/\lambda \approx 8,9/\lambda \approx 14 \mu\text{m}^{-1}$ ($\lambda = 633 \text{ nm}$).

Les caractéristiques et les fonctions des divers éléments (composants) du dispositif sont données dans la liste ci-dessous (la numérotation se rapporte à la Fig.9).

Laser : caractéristiques : - modèle Siemens LGR 7617 (He-Ne, non pol.)
- puissance : $I_L = 2 \text{ mW}$ (TEM₀₀)
- longueur d'onde : $\lambda = 633 \text{ nm}$
- diamètre du faisceau ($1/e^2$) : $D_{FL} = 0,8 \text{ mm}$
- divergence du faisceau : $< 1,5 \text{ mrad}$

D_1, D_2 : détecteurs ; chaque détecteur consiste en un photomultiplicateur muni d'un filtre interférentiel bloquant la lumière ambiante ; D_1 est utilisé pour mesurer la composante dans le plan et D_2 celle hors plan.

caractéristiques : - modèle RCA 8645
- tension max. : 1800 V
- courant anodique max. : 100 μA
- efficacité quantique (633 nm) : 5,3 %
- amplification de courant :
 $G \approx 80\,000$ (1500 V)
 $G \approx 4000$ (1000 V)
- largeur de bande du filtre : 30 Å

M_1, M_2 : modulateurs acousto-optiques ; produisent le décalage de fréquence nécessaire à la détection hétérodyne.

caractéristiques : - modèle IntraAction Corp. AOM-40

- gamme de fréquence : 35 - 45 MHz
- puissance d'excitation : 2 W
- efficacité (ordre ± 1) : 90 %
- angle de déflexion : 6,3 mrad

B_1 , B_2 , B_3 : lame et cubes séparateurs

L_1 à L_8 : doublets achromatiques et lentilles (He-Ne); les lentilles L_1 et L_2 focalisent les faisceaux d'illumination f_1 et f_2 sur la surface de l'objet (L_2 uniquement dans le cas de la mesure de la composante dans le plan); la lentille L_2 collecte également la lumière diffusée par l'objet (mesure de la composante hors plan); les lentilles L_3 et L_4 collectent la lumière diffusée par l'objet et forment une image de la tache d'illumination sur le plan de détection (mesure de la composante dans le plan); les lentilles L_5 et L_6 élargissent le faisceau de référence f_R en un faisceau parallèle de taille comparable à celui produit par L_2 (mesure de la composante hors plan); les lentilles L_7 et L_8 redressent la courbure des fronts d'onde du faisceau-laser (gaussien) à l'endroit de la lentille de focalisation et de collection L_2 , évitant ainsi de devoir modifier la position de L_2 lors du passage d'une mesure à l'autre.

caractéristiques :

L_1, L_2	:	$f = 30$ mm	,	$D = 11$ mm
L_3	:	$f = 60$ mm	,	$D = 25$ mm
L_4	:	$f = 100$ mm	,	$D = 30$ mm
L_5	:	$f = 10$ mm	,	$D = 5$ mm
L_6	:	$f = 100$ mm	,	$D = 30$ mm
L_7	:	$f = -50$ mm	,	$D = 16$ mm
L_8	:	$f = 60$ mm	,	$D = 16$ mm

m_1 à m_5 : miroirs plans

PH : trou (pinhole) de diamètre égal à 30 μm ; limite l'ouverture du détecteur D_1 ; ce trou est très utile pour le réglage de l'interféromètre.

D : diaphragme de diamètre égal à 8 mm ; limite l'ouverture du détecteur D_2 et détermine par conséquent le nombre de speckles "vu" par D_2 .

OB : obturateur ; bloque le faisceau d'illumination f_2 durant la mesure de la composante hors plan.

Donnons également les principales caractéristiques des instruments électroniques utilisés pour la mesure de l'amplitude et de la phase de vibration (Fig.7) :

Analyseur de spectre (mesure de l'amplitude)

- modèle HP 8553 B
- gamme de fréquence : 1 kHz - 110 MHz
- largeur de bande (résolution) : 10 Hz - 300 kHz
- filtre vidéo (intégration après détection) :
Off / 10 Hz / 100 Hz / 10 kHz
- niveau de bruit à l'entrée (BW = 1 kHz) : -124 dBm
- précision (échelle log.) : $\pm 0,5$ dB

"Network analyzer" (mesure de la phase)

- modèle HP 3570 A + HP 3330 A
- gamme de fréquence : 50 Hz - 13 MHz
- largeur de bande (sélectivité) : 10 Hz / 100 Hz / 3 kHz
- sensibilité : -86 dBm
- précision de mesure de la phase :
 $\pm 1^\circ$ (amplitudes des canaux A et B comparables)
 $< \pm 4^\circ$ (amplitudes différentes).

2.6 Comparaison de différentes méthodes de détection interférométrique

La méthode de détection interférométrique la plus couramment utilisée pour mesurer des vibrations est, en raison de sa simplicité, la méthode homodyne (interférence entre deux faisceaux de même fréquence) [1,2,3,4]. Cette méthode présente cependant de sérieux inconvénients par rapport à la méthode hétérodyne que nous venons de décrire (interférence entre deux

faisceaux de fréquences différentes). Le principal inconvénient de la détection homodyne est sa sensibilité aux dilatations thermiques et aux turbulences de l'air. Ces perturbations qui influencent la différence de marche entre les deux branches de l'interféromètre provoquent des fluctuations de l'amplitude du signal détecté (signal fading). L'équation (14) montre en effet que la phase ϕ (différence de marche) influence directement le spectre de puissance du signal d'interférence lorsque $\Delta\omega = 0$. Cette équation montrent également que la détection homodyne n'est sensible au signal utile (composante Ω) que si la phase ϕ satisfait la condition de quadrature bien connue : $\phi = \pi/2$ (tel que $\sin \phi = 1$).

Le contrôle de la phase ϕ est un problème délicat, surtout en interférométrie de speckles où cette phase change aléatoirement d'un point d'observation à un autre. On peut résoudre ce problème en utilisant un asservissement (phase tracking homodyne detection) [17], mais on n'échappe pas alors aux problèmes liés à la remise à zéro (reset).

Un second inconvénient de la détection homodyne est que la porteuse (J_0) ne peut pas être utilisée pour calibrer la mesure [cf. éq.(15)], puisqu'elle correspond à une composante dc. Dans ce cas, d'autres méthodes de calibration sont couramment proposées : $J_1/J_{1(\max)}$, J_1/J_2 et J_1/J_3 . La première de ces méthodes est d'un intérêt limité, puisqu'elle nécessite de pouvoir augmenter l'excitation de l'objet jusqu'à la valeur pour laquelle l'amplitude de vibration maximise l'amplitude de la composante Ω du signal d'interférence [cf. éq.(14)]. De plus, selon cette méthode, la mesure et la calibration ne peuvent être effectuées simultanément. La seconde méthode (J_1/J_2) est encore moins intéressante puisque deux réglages successifs de la phase ϕ sont nécessaires pour pouvoir mesurer les amplitudes des composantes Ω et 2Ω du signal d'interférence [cf. éq.(14)]. Reste donc J_1/J_3 qui paraît être la meilleure solution. Toutefois, elle est inutilisable pour calibrer des amplitudes de vibration inférieures à 30 nm (valeur correspondant à un rapport SNR = 60 dB pour une largeur de bande de 1 kHz), puisque les valeurs de J_3 sont très faibles aux petits arguments.

Pour éviter de devoir contrôler la phase ϕ (lors d'une détection homodyne), quelques auteurs proposent de la faire varier à basse fréquence de

manière à ce que $\sin \phi$ et $\cos \phi$ [dans l'éq.(14)] atteignent plusieurs fois les valeurs ± 1 [5,18]. Il s'agit alors de mesurer les valeurs crête-à-crête de la première raie latérale et de la porteuse (calibration). Selon nos essais, cette méthode s'est révélée peu précise. Il est en effet difficile de séparer (par filtrage) deux signaux formés chacun de plusieurs composantes sans influencer leur valeur crête-à-crête.

La méthode hétérodyne est également proposée par plusieurs auteurs [6, 7]. Pour extraire l'information, ces auteurs utilisent des techniques de démodulation FM. Rappelons que la démodulation du signal d'interférence permet d'analyser des mouvements non sinusoïdaux (voir § 4.8).

Le prix à payer pour une détection hétérodyne est la génération du décalage de fréquence. Or, les éléments nécessaires pour créer ce décalage de fréquence (modulateurs acousto-optiques, cellules de Bragg, etc) sont volumineux (non-intégrables), nécessitent un alignement et consomment de l'énergie (~ 1 W à 40 MHz typiquement). Leur utilisation n'est donc pas toujours souhaitable, notamment dans un interféromètre à fibres optiques. Pour bénéficier des avantages de la détection hétérodyne, même dans le cas où un décalage de fréquence n'est pas possible, Cole & al. [19] proposent de synthétiser électroniquement un signal hétérodyne [de la forme donnée par l'éq.(12)] à partir d'un signal de la forme :

$$i(t) = b \cos[\phi_m \cos \omega_m t + \phi_o \cos(\Omega t + \psi) + \phi] , \quad (20)$$

où le premier terme de la parenthèse correspond à une modulation de phase sinusoïdale réalisée à l'aide d'une fibre enroulée sur un élément piézo-électrique (piezoelectric stretcher). Le dispositif électronique de Cole & al. (synthetic heterodyne detection system) est essentiellement composé de mélangeurs et de filtres.

Citons encore la méthode hybride (homodyne/hétérodyne) proposée par Ohtsuka et Itoh [8]. Selon cette méthode, la phase d'interférence recherchée ne module pas la phase du battement optique (cf. méthode hétérodyne classique), mais son amplitude. Le signal d'interférence peut donc être démodulé par des techniques AM (plus simples que les techniques FM). C'est là le principal avantage de cette méthode. Son inconvénient, par

contre, est qu'une modulation d'amplitude parasite (cf. § 4.4) n'est pas détectable.

En conclusion, il nous paraît plus judicieux de simplifier la partie optique (acquisition de l'information) au maximum, d'une part, pour que le dispositif interférométrique soit souple à l'utilisation et, d'autre part, pour qu'un contrôle des signaux soit possible. La partie électronique de détection, quant à elle, peut toujours être adaptée à la situation particulière du problème à résoudre. La grandeur physique à mesurer étant une phase (optique), il est tout naturel de la transformer en la phase d'un signal électrique.

La méthode de mesure de vibrations que nous avons décrite a fait l'objet de quelques publications [20,21,22] et le dispositif expérimental a été breveté (*). D'autres variantes de ce dispositif, permettant de mesurer simultanément (au lieu de quasi-simultanément) trois composantes du déplacement (au lieu de deux), sont également décrites dans ce brevet.

(*) R. Dändliker, J.-F. Willemin, "*Dispositif optique pour mesurer les vibrations d'une pièce à surface diffusante*", brevet CH 3028/80 (No de la demande).

III. THEORIE

3.1 Interférométrie de speckles dans le plan objet

Reprenons la situation décrite au § 2.1 et étudions les propriétés statistiques du champ dans l'image cohérente de la surface diffusante de l'objet (Fig.10).

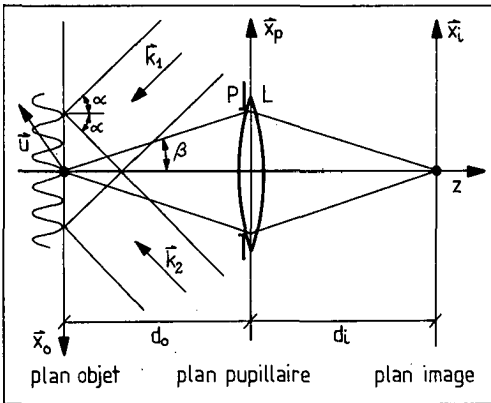


Fig.10 : Interférométrie de speckles dans le plan objet.

L'image d'une surface diffusante illuminée en lumière cohérente est décrite par l'amplitude complexe suivante [23,24] :

$$U(\vec{x}_i) = \int d\vec{x}_o V_o(\vec{x}_o) O(\vec{x}_o) \rho(\vec{x}_o) h(\vec{x}_i - M\vec{x}_o) , \quad (21)$$

où $V_o(\vec{x}_o)$ représente l'amplitude de l'illumination de la surface, $O(\vec{x}_o)$ le coefficient de réflexion caractérisant la structure macroscopique de la surface, $\rho(\vec{x}_o)$ le coefficient complexe de réflexion caractérisant la rugosité optique de la surface et $h(\vec{x}_i)$ la réponse impulsionnelle du système de formation d'image (Fig.10). Le facteur $M = d_i/d_o$ correspond au grandissement et \vec{x}_o et \vec{x}_i sont respectivement les coordonnées des plans objet et image. Le coefficient $\rho(\vec{x}_o)$ jouit des propriétés statistiques d'une variable aléatoire gaussienne [25]. De son côté, la fonction h correspond à la transformée de Fourier de la fonction pupillaire P :

$$h(\vec{x}_1) \propto \text{TF}[P(\vec{x}_p)] = \hat{P}(\vec{x}_1/\lambda d_1), \quad (22)$$

où $\vec{x}_1/\lambda d_1$ est la variable conjuguée de \vec{x}_p (en effet, $[\vec{x}_1/\lambda d_1] = m^{-1}$).

La surface des objets que nous considérons ayant un aspect macroscopiquement uniforme, on prendra $0(\vec{x}_o) = 1$. Pour simplifier, on supposera que les amplitudes des deux ondes planes qui illuminent la surface de l'objet sont constantes et égales (en réalité, elles sont gaussiennes). On obtient ainsi, pour l'illumination totale, l'amplitude suivante :

$$V_o(\vec{x}_o, t) \propto \cos[(\Delta\omega t + \vec{\Delta k} \cdot \vec{x}_o)/2] \exp i[2\pi\nu t + (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\vec{x}_o/2], \quad (23)$$

où ν représente la fréquence optique, $\Delta\omega$ le décalage de fréquence (battement) entre les deux faisceaux d'illumination et $\vec{\Delta k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ la différence des vecteurs d'onde. L'intensité s'écrit donc

$$I_o(\vec{x}_o, t) = V_o V_o^* \propto 1 + \cos(\Delta\omega t + \vec{\Delta k} \cdot \vec{x}_o) \quad (24)$$

et correspond à un réseau de franges d'interférences qui défilent à une vitesse ($g \Delta\omega/2\pi$) où g est la constante du réseau :

$$g = 2\pi/\Delta k = \lambda/(2 \sin \alpha) . \quad (25)$$

Pour $\alpha = 45^\circ$ et $\lambda = 633 \text{ nm}$, on obtient $g = 0,45 \text{ } \mu\text{m}$. Remarquons que ce réseau d'illumination n'est pas résolu par la lentille qui forme l'image de la surface (Fig.10). En effet, en comparant g avec la résolution optique dans le plan objet (limitée par la diffraction) :

$$(\Delta x)_o \cong \lambda d_o/D \cong \lambda/(2 \sin \beta) , \quad (26)$$

on voit que $g < (\Delta x)_o$ puisque $\alpha > \beta$ (voir Fig.10). Pour une distance entre plan objet et plan pupillaire $d_o = 60 \text{ mm}$ et un diamètre pupillaire $D = 25 \text{ mm}$ (valeurs correspondant au montage pratique, voir § 2.5), on obtient $(\Delta x)_o \cong 1,5 \text{ } \mu\text{m}$.

Rappelons qu'on illumine la surface de l'objet en focalisant les faisceaux-laser (cf. § 2.1). Par conséquent l'étendue de l'illumination est

également définie par la diffraction :

$$d = (4/\pi) \lambda f/D_{FL} . \quad (27)$$

Avec une focale $f = 30$ mm (lentilles L_1 et L_2 , cf. § 2.5) et un diamètre du faisceau-laser $D_{FL} = 0,8$ mm (aux points $1/e^2$ en intensité), on obtient $d \approx 30$ μ m pour le diamètre de la tache d'illumination. Cette valeur correspond donc à la résolution spatiale de la mesure.

Calculons à présent la corrélation statistique de l'amplitude complexe donnée par l'éq.(21) :

$$\langle U(\vec{x}_1)U^*(\vec{x}_1') \rangle = \int d\vec{x}_0 \int d\vec{x}_0' V_0(\vec{x}_0) V_0^*(\vec{x}_0') \langle \rho(\vec{x}_0)\rho^*(\vec{x}_0') \rangle h(\vec{x}_1 - M\vec{x}_0) h^*(\vec{x}_1' - M\vec{x}_0') \quad (28)$$

Si la largeur du pic de corrélation de la rugosité de la surface est inférieure à la résolution optique du système de formation d'image, on peut remplacer la fonction de corrélation intervenant dans cette équation par une fonction delta de Dirac [24],

$$\langle \rho(\vec{x}_0)\rho^*(\vec{x}_0') \rangle = (\lambda^2/\pi) \delta(\vec{x}_0 - \vec{x}_0') , \quad (29)$$

où λ^2/π est un facteur de normalisation. Précisons que $\langle \rangle$ représente une moyenne sur un ensemble de rugosités. Ainsi, l'éq.(28) devient :

$$\langle U(\vec{x}_1)U^*(\vec{x}_1') \rangle = \int d\vec{x}_0 I_0(\vec{x}_0) h(\vec{x}_1 - M\vec{x}_0) h^*(\vec{x}_1' - M\vec{x}_0) . \quad (30)$$

Puisque le réseau d'illumination n'est pas résolu, seule la partie constante de I_0 [cf. éq.(24)] contribue à l'intégrale. Ainsi, la corrélation statistique de l'amplitude complexe dans l'image de la surface diffusante correspond à l'autocorrélation de la réponse impulsionnelle h du système qui forme cette image.

Sachant que la dimension moyenne des speckles dans l'image $\langle D_S \rangle$ est définie par la largeur de cette corrélation [éq.(30)], on trouve :

$$\langle D_S \rangle = (4/\pi) \lambda d_i/D . \quad (31)$$

Pour une distance entre plan pupillaire et plan image $d_i = 100$ mm et un diamètre de lentille $D = 25$ mm, on obtient $\langle D_s \rangle \approx 3 \mu\text{m}$ pour le diamètre moyen des speckles.

Par ailleurs, en égalant \vec{x}_i et \vec{x}_i' dans l'éq.(30), on obtient l'intensité moyenne $\langle I(\vec{x}_i) \rangle$. Or, on constate que celle-ci est indépendante de \vec{x}_i puisque le réseau d'illumination n'est pas résolu.

L'image de la surface diffusante de l'objet présente donc le même aspect aléatoire que celui de la Fig.1. Mais, nous savons que la structure particulière de cette image (figure de speckles) est étroitement liée à la structure particulière de la portion de surface qui est illuminée (i.e. située sous les franges claires). De ce fait, lorsque les franges se déplacent et éclairent une autre portion de la surface, la figure de speckles change. Par exemple, lorsque les franges claires remplacent les franges sombres, la figure de speckles est complètement bouleversée puisque la portion de surface qui est éclairée est totalement différente. Le défilement des franges dû au décalage de fréquence entre les deux faisceaux d'illumination provoque ainsi une modification périodique (dans le temps) de la figure de speckles.

Désormais, on comprend aisément qu'un déplacement transversal de la surface (selon x_0 dans la Fig.10) entraîne également une modification de la figure de speckles, tandis qu'un déplacement selon y_0 ou z laisse invariant la portion éclairée, donc les speckles (remarquons que les déplacements que l'on considère sont petits face à l'étendue de l'illumination). Rappelons que les franges d'interférence sont présentes dans l'espace et qu'au voisinage de la surface de l'objet, elles forment des plans parallèles au plan Oy_0z . L'espacement g des franges fixe la sensibilité interférométrique, celle-ci est de 0,7 longueur d'onde par frange pour une incidence $\alpha = 45^\circ$.

Afin de décrire le changement de la figure de speckles provoqué par un déplacement \vec{u} de la surface de l'objet, calculons (en gardant fixe le réseau d'illumination : $\Delta\omega = 0$) la corrélation statistique d'intensité suivante :

$$\langle I_1(\vec{x}_i) I_2(\vec{x}_i) \rangle = \langle U_1(\vec{x}_i) U_1^*(\vec{x}_i) U_2(\vec{x}_i) U_2^*(\vec{x}_i) \rangle, \quad (32)$$

où $U_1(\vec{x}_1)$ et $U_2(\vec{x}_1)$ représentent les champs dans le plan image, respectivement avant et après que la surface diffusante ait été déplacée :

$$U_1(\vec{x}_1) = \int d\vec{x}_0 V_o(\vec{x}_0) \rho(\vec{x}_0) h(\vec{x}_1 - M\vec{x}_0) , \quad (33)$$

$$U_2(\vec{x}_1) = \int d\vec{x}_0 V_o(\vec{x}_0) \rho(\vec{x}_0 - \vec{u}) h(\vec{x}_1 - M\vec{x}_0) . \quad (33')$$

En utilisant les formules (23) et (29) et en supposant que non seulement le réseau d'illumination mais également la composante transversale du déplacement (déplacement dans le plan) ne sont pas résolus, il vient :

$$\langle I_1 I_2 \rangle \propto 3 + \cos(\vec{\Delta k} \cdot \vec{u}) , \quad (34)$$

où $\vec{\Delta k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ (cf. Fig.10). On retrouve donc le terme d'interférence de l'équation (6).

L'étape suivante consiste à décrire les propriétés statistiques du signal délivré par le détecteur. Il s'agit donc de tenir compte de l'effet intégrateur du détecteur (voir § 3.4).

3.2 Interférométrie de speckles avec faisceau de référence

La situation, rappelée en Fig.11, est celle que nous avons décrite au paragraphe 2.2. La différence essentielle par rapport à la situation précédente (§ 3.1) réside dans le fait qu'ici l'interférence n'a pas lieu sur l'objet (Fig.10), mais dans l'espace situé derrière le miroir semi-transparent (cube séparateur B_3 , cf. Fig.9) qui superpose le faisceau de référence au faisceau diffusé. De plus, la lentille qui recueille la lumière diffusée ne forme pas une image de la surface de l'objet, mais produit un faisceau parallèle [la tache d'illumination de la surface est très petite : son diamètre vaut $30 \mu\text{m}$, cf. éq.(27)].

Pour décrire la distribution du champ du faisceau diffusé dans le plan d'observation, nous utiliserons la formule de Fresnel [26] qui traduit la propagation de la lumière dans l'espace libre :

$$U(\vec{x}, z) = (i\lambda z)^{-1} \exp(ikz) \int d\vec{x}_0 U_o(\vec{x}_0, 0) \exp[(ik/2z)|\vec{x} - \vec{x}_0|^2] , \quad (35)$$

où $U_o(\vec{x}_o, 0)$ et $U(\vec{x}, z)$ représentent respectivement les amplitudes complexes dans un plan objet et dans un plan d'observation à distance z du précédent. Nous aurons également besoin de la formule donnant la transmission d'une lentille convergente [26] :

$$T_L(\vec{x}_p) = P(\vec{x}_p) \exp[-(ik/2f)|\vec{x}_p|^2] , \quad (36)$$

où $P(\vec{x}_p)$ représente la fonction pupillaire et f la longueur focale de la lentille.

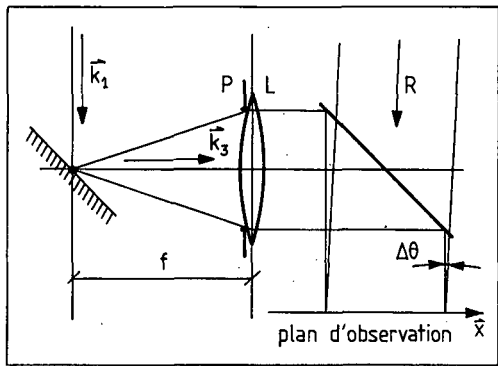


Fig.11 : Interférométrie de speckles avec faisceau de référence.

En admettant que les propriétés statistiques du champ dans les différentes sections du faisceau diffusé (après la lentille) sont conservées (i.e. en admettant qu'il y a "transport parallèle des speckles", voir § 3.3), nous représenterons la distribution du champ (du faisceau diffusé) dans le plan d'observation par la distribution du champ immédiatement derrière la lentille (Fig.11). Ainsi, en utilisant l'expression (35) pour traduire la propagation de la lumière entre l'objet et la lentille et l'expression (36) pour décrire le changement de courbure des fronts d'onde, on obtient pour le champ diffusé :

$$U(\vec{x}) = \int d\vec{x}_o V_o(\vec{x}_o) \rho(\vec{x}_o) \exp[(ik/2f)(|\vec{x}_o|^2 - 2\vec{x} \cdot \vec{x}_o)] , \quad (37)$$

où l'on a omis les facteurs de phase constants. Calculons la corrélation statistiques de cette amplitude complexe :

$$\langle U(\vec{x})U^*(\vec{x}') \rangle = \int d\vec{x}_0 |V_0(\vec{x}_0)|^2 \exp[-(ik/f) \vec{\xi} \cdot \vec{x}_0] = \text{TF} [|V_0|^2] , \quad (38)$$

où $\vec{\xi} = \vec{x} - \vec{x}'$. En se rappelant que la dimension moyenne des speckles est donnée par la largeur de cette fonction de corrélation et sachant que l'illumination est gaussienne (seul un des deux faisceaux précédents illumine la surface), on trouve :

$$\langle D_s \rangle = (4/\pi) \lambda f/d , \quad (39)$$

où d est le diamètre de la tache d'illumination (défini aux points $1/e^2$ en intensité). Or, compte tenu de l'équation (27), on voit que le diamètre moyen des speckles correspond au diamètre du faisceau-laser ($D_{FL} = 0,8\text{mm}$) puisque la lentille qui recueille la lumière (L_2) et celle qui illumine la surface (L_1) ont même focale (cf. § 2.5):

$$\langle D_s \rangle = D_{FL} . \quad (40)$$

Ce résultat provient du fait que la diffraction est à la base des deux formules (27) et (39). La situation est illustrée en Fig.12.

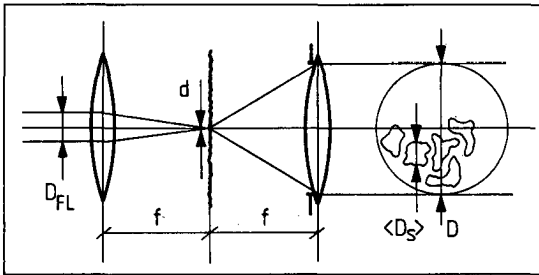


Fig.12 : Détermination de la taille moyenne des speckles dans le faisceau diffusé.

Considérons à présent la superposition cohérente du faisceau diffusé avec le faisceau de référence (exempt de speckles). La nouvelle figure de

speckles résultant de cette superposition dépend non seulement de la structure de la zone éclairée de la surface de l'objet, mais encore de la phase relative moyenne existant entre ces deux faisceaux. Précisons ici que les déplacements que l'on envisage mesurer sont bien inférieurs au diamètre de la tache d'illumination : ils laissent donc invariant la portion de surface qui est éclairée. Par conséquent, le seul déplacement qui puisse modifier la figure de speckles est le déplacement selon la bissectrice de l'angle formé par les directions d'illumination et d'observation (Fig. 11), puisque seule cette composante du déplacement (déplacement hors plan) produit un déphasage moyen non nul du faisceau diffusé. Quant à la phase $\Delta\omega t$ produite par le décalage de fréquence entre l'illumination et la référence, elle modifie la figure de speckles de façon périodique.

Pour décrire le changement de la figure de speckles produit par un déplacement \vec{u} de la surface de l'objet, calculons comme précédemment la corrélation des intensités des champs correspondant aux deux positions de l'objet [cf. éq.(32)], ceci dans le plan d'observation. Exprimons d'abord ces deux champs :

$$U_1(\vec{x}) = U(\vec{x}) + R(\vec{x}) \quad , \quad (41)$$

$$U_2(\vec{x}) = U(\vec{x}) \exp(i\Phi) + R(\vec{x}) \quad , \quad (41')$$

où $U(\vec{x})$ est l'amplitude du faisceau diffusé [éq.(37)], $R(\vec{x})$ l'amplitude de la référence et Φ la phase d'interférence moyenne valant (cf. Fig.11) :

$$\Phi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_3) \cdot \vec{u} = \Delta\vec{k} \cdot \vec{u} \quad . \quad (42)$$

L'approximation (41') n'est valable que si le déplacement de la surface de l'objet est bien inférieur au diamètre de la tache d'illumination ($|\vec{u}| \ll d$) ou au diamètre moyen des speckles ($|\vec{u}| \ll \langle D_s \rangle$), si ces derniers sont plus petits que la tache d'illumination (ce qui n'est pas le cas ici). Sachant que $\langle U(\vec{x}) \rangle = 0$ et que $\langle |U(\vec{x})|^4 \rangle = 2 \langle |U(\vec{x})|^2 \rangle^2 = 2 \langle I(\vec{x}) \rangle^2$ [25] et en supposant l'équilibre des faisceaux ($|R|^2 = \langle I \rangle$), on obtient :

$$\langle I_1 I_2 \rangle = \frac{5}{2} + \cos(\Delta\vec{k} \cdot \vec{u}) \quad . \quad (43)$$

Cette expression est semblable à l'expression (34) et le terme d'interfé-

rence qu'elle contient n'est autre que celui de l'éq.(10).

En ce qui concerne cet interféromètre, remarquons qu'il convient d'ajuster soigneusement l'orientation du miroir semi-transparent qui superpose la référence au faisceau diffusé (Fig.11). Une erreur de parallélisme $\Delta\theta$, comme d'ailleurs une différence de courbure des fronts d'onde, provoque une diminution de l'amplitude du signal de sortie du détecteur, puisqu'elle produit plusieurs franges par speckle. En effet, si plusieurs franges défilent à l'intérieur des speckles (voir Fig.13), la variation d'intensité de chacun d'eux s'amenuise fortement. L'erreur de parallélisme maximale tolérable est donc fixée par la taille des speckles :

$$\Delta\theta_{\max} = \lambda / (2 \langle D_s \rangle) \quad (44)$$

Avec $\langle D_s \rangle = 0,8 \text{ mm}$, on obtient pour cet angle : $\Delta\theta_{\max} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

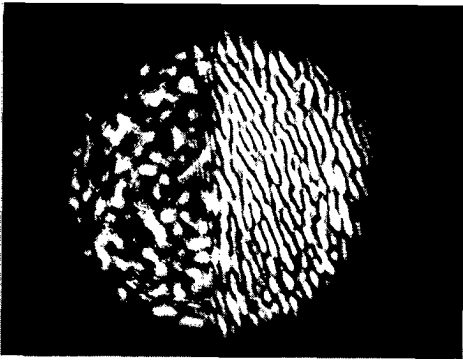


Fig.13 : Superposition du faisceau diffusé et du faisceau de référence avec $\Delta\theta = 0$ (à gauche) et $\Delta\theta \neq 0$ (à droite).

Les propriétés statistiques du signal délivré par le détecteur seront étudiées au paragraphe 3.4.

3.3 Grandeur des speckles dans l'image défocalisée d'une surface diffusante

En nous reportant à la Fig.14, supposons qu'une surface diffusante pla-

ne (caractérisée par sa rugosité ρ) soit placée à une distance d_o en avant d'une lentille convergente (ayant pour fonction pupillaire P) et soit éclairée par un faisceau de lumière cohérente (onde plane d'amplitude V_o). L'objet de ce paragraphe est de calculer la dimension moyenne des speckles apparaissant dans un plan situé à une distance d_i à l'arrière de la lentille. Outre l'intérêt général que présente ce calcul, il nous permettra de vérifier l'hypothèse faite au paragraphe précédent concernant le "transport parallèle des speckles". A la suite de ce calcul, nous développerons un modèle géométrique permettant de décrire la taille moyenne des speckles hors condition d'image.

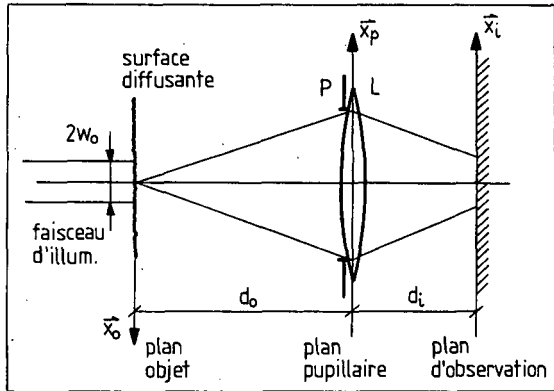


Fig.14 : Géométrie de formation des speckles.

A partir de la formule de Fresnel (35) traduisant la propagation de la lumière dans l'espace libre compris entre deux plans et de la formule (36) donnant la transmission d'une lentille convergente, calculons la distribution du champ dans le plan d'observation (repéré par \vec{x}_i), on obtient :

$$U(\vec{x}_i) = \int d\vec{x}_o V_o(\vec{x}_o) \rho(\vec{x}_o) \hat{P}[(\vec{x}_i - M\vec{x}_o)/\lambda d_i] \exp [ik(|\vec{x}_o|^2/2d_o + |\vec{x}_i|^2/2d_i)], \quad (45)$$

où l'on a omis les facteurs de phase constants. Le facteur $M = d_i/d_o$ correspond au grandissement et la fonction P' intervenant dans cette équation est donnée par :

$$P(\vec{x}_p) = P(\vec{x}_p) \exp(i\pi\Delta |\vec{x}_p|/\lambda) , \quad (46)$$

où $P(\vec{x}_p)$ représente la fonction pupillaire et Δ la quantité :

$$\Delta = 1/d_o + 1/d_i - 1/f , \quad (47)$$

avec f la focale de la lentille. Remarquons que si $\Delta = 0$ (loi de conjugaison des lentilles traduisant la condition d'image), alors $P(\vec{x}_p) = P(\vec{x}_p)$. La fonction \hat{P} [dans l'éq.(45)] correspond en fait à la réponse impulsionnelle du système défocalisé [26,27].

En vue de déterminer la taille moyenne des speckles, calculons la corrélation (normalisée) de l'amplitude complexe $U(\vec{x}_1)$:

$$\mu(\vec{\xi}) = \langle U(\vec{x}_1)U^*(\vec{x}_1 - \vec{\xi}) \rangle / \langle I(\vec{x}_1) \rangle , \quad (48)$$

on obtient :

$$|\mu(\vec{\xi})| \propto \int d\vec{x}_o |V_o(\vec{x}_o)|^2 \hat{P}[(\vec{x}_1 - M\vec{x}_o)/\lambda d_i] \hat{P}^*[(\vec{x}_1 - M\vec{x}_o - \vec{\xi})/\lambda d_i] . \quad (49)$$

Cette relation est analogue à l'équation (30). Afin de pouvoir calculer analytiquement cette fonction de corrélation, nous adopterons une fonction de Gauss pour la fonction pupillaire :

$$P(\vec{x}_p) = \exp(-|\vec{x}_p|^2/w_p^2) , \quad (50)$$

où $(2w_p)$ représente le diamètre (défini aux points $1/e^2$ en intensité) de la pupille. L'adoption d'une fonction de Gauss à la place d'une fonction rectangulaire fournira certainement une bonne approximation pour la taille moyenne des speckles. Nous utiliserons également une illumination gaussienne (de diamètre $2w_o$) puisque c'est le profil naturel d'un faisceau-laser :

$$V_o(\vec{x}_o) = \exp(-|\vec{x}_o|^2/w_o^2) . \quad (51)$$

En introduisant les fonctions (50) et (51) dans l'éq.(49), on obtient :

$$|\mu(\xi)| = \exp \{-2|\xi|^2 / [S^2(1+\gamma^2 + \kappa^2)/(2 + \kappa^2)]\} \quad , \quad (52)$$

où $S = (4/\pi) \lambda d_i / (2w_p)$ correspond à la résolution de la lentille, $\gamma = \pi w_p^2 \Delta / \lambda$ mesure la défocalisation et $\kappa^2 = [\pi w_o w_p / (\lambda d_o)]^2 = (2w_p)^2 \cdot [(4/\pi) \lambda d_o / (2w_o)]^{-2}$ représente le nombre de cellules de corrélation (ou modes ou speckles) contenus dans l'ouverture de la lentille. Finalement, en utilisant la formule $A_s = \int d^2\xi |\mu(\xi)|^2$ pour la superficie moyenne d'un speckle, on obtient pour le diamètre moyen :

$$\langle D_s \rangle = (4/\pi)^{1/2} A_s^{1/2} = S [(1+\gamma^2 + \kappa^2)/(2 + \kappa^2)]^{1/2} \quad . \quad (53)$$

Examinons quelques cas particuliers intéressants :

- a) Cas de l'image focalisée ($\Delta = 0$) : En supposant $\kappa^2 \gg 1$ (si κ^2 est inférieur à l'unité, il n'y a plus de speckles !), on obtient :

$$\langle D_s \rangle = S = (4/\pi) \lambda d_i / (2w_p) \quad (54)$$

puisque $\gamma = 0$. Ce diamètre moyen correspond à celui de l'éq.(31). Avec les données pratiques rencontrées au paragraphe 3.1 ($2w_o = 30 \mu\text{m}$, $2w_p = 25 \text{ mm}$ et $d_o = 60 \text{ mm}$), on trouve par exemple que le nombre de speckles transmis par la lentille vaut : $\kappa^2 = 240$.

- b) Cas du faisceau parallèle ($d_o = f$) : En supposant comme précédemment $\kappa^2 \gg 1$ et sachant que dans ce cas $\Delta = 1/d_i$, on obtient :

$$\langle D_s \rangle = S (w_p/w_o) (f/d_i) = (4/\pi) \lambda f / (2w_o) \quad . \quad (55)$$

Cette relation qui correspond à l'éq.(39) montre que le diamètre moyen des speckles est indépendant de d_i . Il y a donc "transport parallèle des speckles". La formule (55) n'est toutefois valable qu'à la condition : $d_i \ll (w_p/w_o) f$. Par exemple pour le faisceau diffusé du paragraphe 3.2 ($2w_o = 30 \mu\text{m}$, $2w_p = 11 \text{ mm}$ et $f = 30 \text{ mm}$), cette limite s'élève à plus de 10 m !

- c) Cas où le plan d'observation est à distance fixe ($d_i = 2f$) : Dans ce

cas, le diamètre moyen des speckles [donné par l'éq.(53)] est représenté en Fig.15, en fonction de d_o (d_o variant de 0 à l'infini). Pour tracer cette courbe, nous avons choisi un diamètre d'illumination supérieur au diamètre de la tache de diffraction de la lentille, autrement dit, nous avons pris : $(2w_o) \gg (4/\pi) \lambda (2f)/(2w_p)$ (cette inégalité équivaut à $\kappa^2 \gg 1$ lorsque $\Delta = 0$). Les points marqués ① et ② sur cette courbe correspondent respectivement au cas de l'image focalisée et au cas du faisceau parallèle.

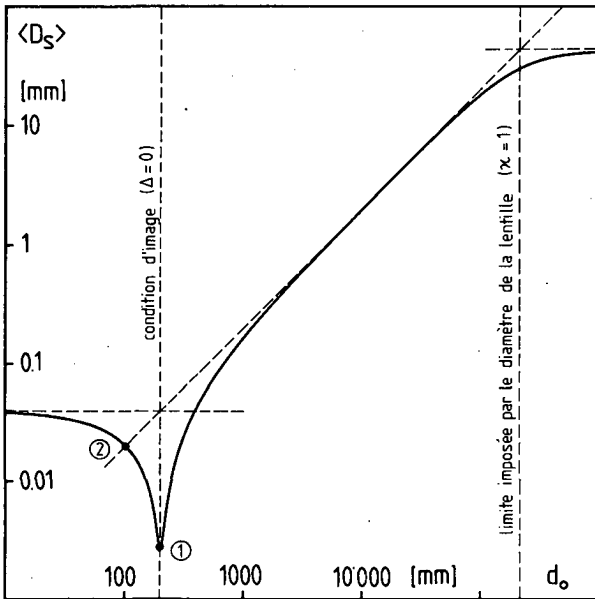


Fig.15 : Diamètre moyen des speckles en fonction de l'éloignement d_o de la surface diffusante, pour une distance d'observation $d_i = 2f = 200$ mm, un diamètre d'illumination $2w_o = 4$ mm, un diamètre pupillaire $2w_p = 60$ mm et $\lambda = 633$ nm (échelles logarithmiques !)

L'équation (53) est relativement compliquée. Or, en considérant deux domaines pour d_o , on peut la remplacer par les deux formules simples suivantes (valables dans le cas où $d_i = 2f$) :

$$\langle D_s \rangle \approx (4/\pi) \lambda (2f)/(2w_p) \quad , \quad \text{si } |2f - d_o| < 2fw_o/w_p \quad (56)$$

$$\langle D_s \rangle \approx (4/\pi) \lambda |2f - d_o|/(2w_o) \quad , \quad \text{si } |2f - d_o| > 2fw_o/w_p \quad (56')$$

$$\text{et si } d_o \ll \pi w_o w_p / \lambda$$

Que signifie les limites intervenant dans ces deux formules ? La limite $|2f - d_o| = 2fw_o/w_p$ ($2fw_o/w_p = 13,3 \text{ mm}$ dans l'exemple de la Fig.15) détermine l'étendue de la zone de défocalisation dans laquelle la taille des speckles est essentiellement donnée par la tache de diffraction de la lentille. La limite $d_o = \pi w_o w_p / \lambda$ ($\pi w_o w_p / \lambda \approx 300 \text{ m}$ dans l'exemple de la Fig.15) détermine, quant à elle, l'éloignement d_o pour lequel le diamètre moyen des speckles égale le diamètre pupillaire (cette limite correspond à $\kappa = 1$, Fig.15). Remarquons que l'allure de la courbe de la Fig.15 [courbe correspondant à l'éq.(53)] est essentiellement donnée par l'expression (56'), excepté au voisinage de l'abscisse du point ① et pour les valeurs de d_o élevées.

Dans le cas général où d_o et d_i sont quelconques (mais $d_o \ll \pi w_o w_p / \lambda$), le diamètre moyen des speckles $\langle D_s \rangle$ dans le plan d'observation de la Fig. 14 peut être calculé très facilement à l'aide d'un modèle géométrique [suggéré par la forme des éqs (56) et (56')]. Selon ce modèle, $\langle D_s \rangle$ est obtenu en supposant la surface diffusante placée à l'endroit de la lentille et éclairée par un faisceau de diamètre équivalent ($2w_{\text{éq}}$). Ce diamètre équivalent ($2w_{\text{éq}}$) est défini, comme le montre la Fig.16, par la projection centrale (centre = point O du plan conjugué, réel ou virtuel) du diamètre

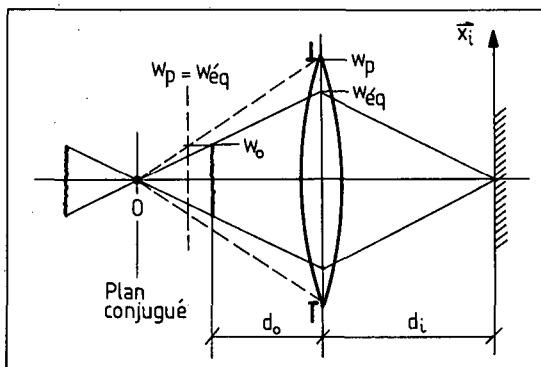


Fig.16 : Détermination du diamètre équivalent.

effectif ($2w_o$) sur le plan de la lentille, avec la condition que ($2w_{\text{éq}}$) peut au maximum éгалer le diamètre pupillaire ($2w_p$). La distance d_o pour laquelle on a l'égalité correspond précisément à la limite $|2f - d_o| = 2fw_o/w_p$ [cf. éqs (56) et (56')].

La formule donnant ensuite le diamètre moyen des speckles correspond alors à celle de la propagation libre :

$$\langle D_s \rangle = (4/\pi) \lambda d_i / (2w_{\text{éq}}) \quad (57)$$

La Fig.16 montre encore qu'un positionnement symétrique de la surface de part et d'autre du plan conjugué conduit à des speckles de même grandeur moyenne.

3.4 Aspects statistiques des speckles, effets sur les signaux

Les signaux délivrés par les détecteurs sont composés chacun d'une composante alternative (ac) et d'une composante continue (dc). Comme nous l'avons vu, la composante ac contient l'information. Quant à la composante dc, nous verrons au paragraphe suivant qu'elle détermine le niveau de bruit du signal (shot-noise) et par conséquent la plus petite amplitude détectable (limite de sensibilité de l'interféromètre). Il est donc important de connaître les propriétés statistiques (valeur moyenne et écart type) de l'amplitude (ou de la puissance) de chacune de ces composantes, ceci en fonction du nombre de speckles détectés (i.e. compris dans l'ouverture du photodétecteur).

Pour cela, nous utiliserons les propriétés statistiques des champs de speckles que nous rappelons brièvement. L'amplitude complexe $\alpha = \alpha_x + i\alpha_y$ d'un champ de speckles est une variable aléatoire gaussienne, de densité de probabilité [25] :

$$p_\alpha(\alpha) = (\pi \langle |\alpha|^2 \rangle)^{-1} \exp[-|\alpha|^2 / \langle |\alpha|^2 \rangle] \quad (58)$$

L'intensité ($I = |\alpha|^2$) d'un tel champ obéit donc à une loi exponentielle décroissante :

$$p_I(I) = (1/\bar{I}) \exp(-I/\bar{I}) \quad , \quad (59)$$

où $\bar{I} = \langle |\alpha|^2 \rangle$. Sa variance vaut (typiquement) :

$$\sigma_I^2 = \bar{I}^2 \quad . \quad (60)$$

Notons que pour désigner une valeur moyenne, nous utiliserons indifféremment la barre ou les crochets.

En ce qui concerne la mesure des mouvements dans le plan (Fig.10), on peut considérer que chaque faisceau d'illumination produit dans l'image son propre champ de speckles et que ces deux champs de speckles se combinent de façon cohérente pour former un nouveau champ de speckles. L'intensité du signal que fournit le détecteur en récoltant N de ces speckles peut alors s'écrire :

$$i(t) \propto A_s \sum_{n=1}^N \left[|\alpha_n|^2 + |\beta_n|^2 + 2 \operatorname{Re} [\alpha_n \beta_n^* \exp(i\phi)] \right] \quad , \quad (61)$$

où α_n et β_n représentent les amplitudes complexes (non corrélées) des deux champs diffusés, à l'endroit du n-ième speckle compris dans l'ouverture du détecteur ($1 \leq n \leq N$), A_s représente l'aire d'un speckle et ϕ la phase d'interférence correspondant à l'argument de l'éq.(5) ($\phi = \Delta\omega t + \phi_x + \phi_1$). Les densités de probabilité de α_n et β_n sont données par l'éq. (58). Notons encore que les deux premiers termes de l'éq.(61) correspondent à la composante dc du signal et que le dernier terme correspond à la composante ac.

En admettant l'équilibre des deux champs de speckles ($\langle |\alpha_n|^2 \rangle = \langle |\beta_n|^2 \rangle = \bar{I}$) et sachant que $\langle \alpha_n \alpha_m^* \rangle = \langle \beta_n \beta_m^* \rangle = 0$ pour $n \neq m$ (α_n et α_m de même que β_n et β_m ne sont pas corrélées pour $n \neq m$), que $\langle |\alpha_n|^4 \rangle = \langle |\beta_n|^4 \rangle = 2\bar{I}^2$ et que $\langle |\alpha_n|^2 \cdot |\beta_n|^2 \rangle = \langle |\alpha_n|^2 \rangle \cdot \langle |\beta_n|^2 \rangle = \bar{I}^2$ [25], on trouve pour la puissance dc moyenne :

$$\bar{P}_{dc} \propto A_s \left\langle \sum_{n=1}^N |\alpha_n|^2 + \sum_{n=1}^N |\beta_n|^2 \right\rangle^2 = (N^2 + N/2) I_{OS}^2 \approx (N I_{OS})^2 \quad (62)$$

où $I_{OS} = 2 A_s \bar{I}$ représente la puissance optique moyenne par speckle. Re-

marquons que l'approximation faite dans la seconde partie de la relation (62) n'est valable que si $N \gg 1$. Par un calcul analogue, on trouve :

$$\bar{P}_{ac} \approx 4 (1/2) A_s < \left| \sum_{n=1}^N \alpha_n \beta_n^* \right|^2 > = (1/2) N I_{OS}^2, \quad (63)$$

où le facteur 1/2 provient de la moyenne temporelle du $\cos^2 \phi$.

Les expressions (62) et (63) nous indiquent donc que la puissance dc croît avec le carré du nombre de speckles pris en considération, tandis que la puissance ac n'augmente qu'avec le nombre de speckles. Ce résultat provient du fait que les contributions à la modulation ac des différents speckles s'additionnent de façon incohérente (la phase d'interférence dans chaque speckle étant aléatoire). Les formules (62) et (63) seront essentielles pour le calcul de la limite de sensibilité (voir paragraphe suivant).

Calculons à présent la densité de probabilité de la puissance ac, donc celle de $|\sum \alpha_n \beta_n^*|^2$. Ne connaissant pas la statistique de $\alpha_n \beta_n^*$ (variable aléatoire non gaussienne), invoquons le théorème "Central Limit" [28,29] pour décrire la densité de probabilité associée à la somme des $\alpha_n \beta_n^*$. D'après ce théorème, la densité de probabilité de $(\sum \alpha_n \beta_n^*)$ approche une fonction de Gauss et ce d'autant mieux que N est grand. Puisque $\alpha_n \beta_n^*$ est une variable centrée, on obtient :

$$p_{\Sigma}(\Sigma) \approx (2\pi\sigma_{\Sigma}^2)^{-1} \exp[-|\Sigma|^2 / 2\sigma_{\Sigma}^2] \quad (64)$$

où $\sigma_{\Sigma}^2 = \sum \sigma_{\alpha_n \beta_n^*}^2 = N \sigma_{\alpha \beta^*}^2$. A partir de cette équation, on calcule facilement la densité de probabilité de la puissance ac ($P_{ac} = |\Sigma|^2$) :

$$p_{P_{ac}}(P_{ac}) = (1/\bar{P}_{ac}) \exp(-P_{ac} / \bar{P}_{ac}) \quad (65)$$

où $\bar{P}_{ac} = \langle |\Sigma|^2 \rangle = 2\sigma_{\Sigma}^2$ correspond à la puissance moyenne qu'on a calculée plus haut [éq.(63)]. L'équation (65) montre, d'une part, que la forme de la densité de probabilité de P_{ac} (exponentielle décroissante) est indépendante du nombre de speckles et, d'autre part, que la valeur de P_{ac} la plus probable est nulle (effet compensatoire des contributions des dif-

férents speckles). Puisqu'en réalité on mesure P_{ac} sur l'échelle logarithmique de l'analyseur, on s'intéresse plutôt à la densité de probabilité de $|P_{ac}|_{dB} = 10 \log (P_{ac}/\bar{P}_{ac})$. Par un changement de variable [28], on obtient :

$$p_x(x) = (1/10 \log e) 10^{(x/10)} \exp[-10^{(x/10)}] \quad (66)$$

où $x = |P_{ac}|_{dB}$. Le graphe de cette fonction (Fig.17) permet désormais de se rendre compte de la dispersion des mesures. Déterminons, par exemple, l'intervalle où la probabilité de trouver $|P_{ac}|_{dB}$ est 90 % : on obtient un intervalle de $\pm 8,5$ dB, approximativement centré sur la valeur moyenne qui, elle, est d'environ 2,5 dB inférieure à la valeur la plus probable (remarquons que la valeur de $|P_{ac}|_{dB}$ la plus probable correspond à \bar{P}_{ac}).

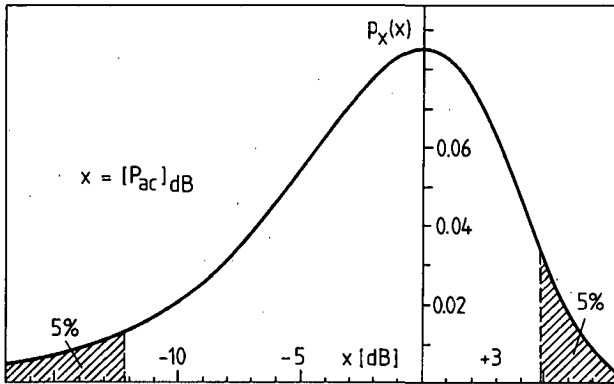


Fig.17 : Densité de probabilité de la puissance (exprimée en dB) de la composante ac du signal d'interférence.

La connaissance de l'écart type du courant dc est également utile, puisque ce courant ne doit pas dépasser une certaine valeur limite imposée par le photodétecteur (photomultiplicateur). Rappelons que ce courant détermine également le niveau de bruit du signal. D'après le théorème "Central Limit", la densité de probabilité de i_{dc} tend vers une fonction de Gauss centrée sur la valeur moyenne :

$$\langle i_{dc} \rangle \propto A_s \sum_{n=1}^N \left[\langle |\alpha_n|^2 \rangle + \langle |\beta_n|^2 \rangle \right] = N I_{OS} \quad (67)$$

Quant à la variance de i_{dc} , elle s'écrit :

$$\sigma_{i_{dc}}^2 \propto 2 A_s^2 \sum_{n=1}^N \sigma_{|\alpha|^2}^2 = 2 N A_s^2 \bar{\Gamma}^2 = (1/2) N I_{OS}^2 \quad (68)$$

On en déduit finalement l'amplitude des fluctuations statistiques :

$$\sigma_{i_{dc}} / \langle i_{dc} \rangle = \sqrt{\langle (\Delta i_{dc})^2 \rangle} / \langle i_{dc} \rangle = 1/\sqrt{2N} \quad (69)$$

Ce résultat est bien connu et correspond aux variations d'intensité d'une superposition incohérente de $2N$ champs de speckles non corrélés [23,25]. Par exemple, lorsqu'on détecte 100 speckles, les fluctuations de i_{dc} (d'un point d'observation à l'autre) s'élèvent à 7 %. On peut donc admettre que le courant dc est pratiquement constant si $N > 100$.

Examinons à présent le cas de la mesure des mouvements hors plan (Fig. 11). Dans ce cas, le signal du détecteur vaut :

$$i(t) \propto A_s \sum_{n=1}^N \left[|\alpha_n|^2 + |\beta|^2 + 2 \operatorname{Re} [\alpha_n \beta^* \exp(i\phi)] \right] \quad (70)$$

En admettant l'équilibre des faisceaux ($\langle |\alpha_n|^2 \rangle = \langle |\beta|^2 \rangle$) et en se rappelant que α_n et α_m ne sont pas corrélées (pour $n \neq m$), de même que α_n et β , on obtient :

$$\bar{P}_{dc} \propto A_s \left\langle \left[\sum_{n=1}^N |\alpha_n|^2 + N |\beta|^2 \right]^2 \right\rangle = (N^2 + N/4) I_{OS}^2 \approx (N I_{OS})^2 \quad (71)$$

$$\text{et} \quad \bar{P}_{ac} \propto 4 (1/2) A_s |\beta|^2 \left\langle \sum_{n=1}^N |\alpha_n|^2 \right\rangle = (1/2) N I_{OS}^2 \quad (72)$$

Ces résultats sont identiques à ceux obtenus précédemment [cf. éqs (62) et (63)]. En ce qui concerne la densité de probabilité de P_{ac} , le calcul peut dans ce cas être effectué rigoureusement en convoluant N fois la densité de probabilité de α_n qui est gaussienne [29]. On retrouve toutefois le même résultat qu'avant [éq.(65)]. Par contre les fluctuations statistiques

de i_{dc}

$$\sigma_{i_{dc}} / \langle i_{dc} \rangle = \sqrt{\langle (\Delta i_{dc})^2 \rangle} / \langle i_{dc} \rangle = 1/(2\sqrt{N}) \quad (73)$$

sont réduites par rapport au cas précédent [Éq.(69)], puisque $N|\beta|^2$ [dans l'éq.(70)] est distribuée selon une fonction delta de Dirac.

3.5 Bruit temporel, limite de sensibilité

La sensibilité est essentiellement limitée par le rapport signal sur bruit de la première raie latérale du signal d'interférence (modulation de fréquence, cf. Fig.4). La détection étant assurée par un photomultiplicateur, nous admettrons que le "shot-noise" est la part dominante du bruit (c'est le cas le plus favorable, voir plus loin). Rappelons que le "shot-noise" ou bruit de grenaille est la conséquence de l'arrivée aléatoire des photons sur la photocathode. Puisque le nombre de photons qui arrivent par unité de temps est régi par la loi de Poisson, le "shot-noise" est essentiellement déterminé par la puissance optique moyenne $I_O = N I_{OS}$, où N représente le nombre de speckles détectés et

$$I_{OS} = T I_L \lambda^2 / \pi d^2 \quad (74)$$

la puissance optique moyenne d'un speckle de la lumière diffusée. Dans l'éq.(74), I_L représente la puissance du faisceau-laser, λ la longueur d'onde, d le diamètre de la tache d'illumination et T le facteur de transmission du système optique incluant le coefficient de réflexion de la surface (réflexion diffuse). Notons encore que le facteur π provient de la loi de diffusion de Lambert (voir § 4.3) et que $(\lambda/d)^2$ correspond à l'angle solide sous-tendu par un speckle.

Le courant correspondant au "shot-noise" est donné par la formule bien connue [14] :

$$i_{SN} = (2 G e i_{dc} B)^{1/2}, \quad (75)$$

où G représente le gain du photomultiplicateur (supposé sans bruit), e la

charge de l'électron, B la largeur de bande de détection et

$$i_{dc} = N G e (\eta I_{OS}/h\nu) , \quad (76)$$

le courant continu moyen à l'anode du photomultiplicateur. Dans l'éq.(76), η représente le rendement quantique du photomultiplicateur et $h\nu$ l'énergie d'un photon. La quantité $(\eta I_{OS}/h\nu)$ n'est autre que le nombre de photo-électrons émis par la photocathode, par unité de temps et par speckle. Notons que pour alléger la notation, nous avons supprimé les barres des valeurs moyennes. A la sortie du photomultiplicateur, la puissance électrique correspondant au "shot-noise" s'écrit :

$$P_{SN} = R (i_{SN})^2 = 2 A N B (\eta I_{OS}/h\nu) , \quad (77)$$

où $A = R (Ge)^2$ est un facteur constant déterminé par la résistance de charge R, par le gain du photomultiplicateur G et par la charge de l'électron e. Connaissant le rapport P_{ac}/P_{dc} [$P_{ac}/P_{dc} = 1/(2N)$, voir équations (62), (63), (71) et (72)] et partant de l'éq.(76), on obtient la puissance de la composante ac (i.e. la puissance de la composante qui contient l'information), soit :

$$P_{ac} = R (i_{dc})^2 / (2N) = (1/2) A N (\eta I_{OS}/h\nu)^2 . \quad (78)$$

Dans le cas où la détection est limitée par le "shot-noise", i.e. dans le cas où le nombre N de speckles détectés est suffisamment grand de manière à ce que le "shot-noise" soit la part dominante du bruit [cf. éq. (77)], on obtient [à partir des éqs (77) et (78)] le rapport signal sur bruit ou plus exactement le rapport porteuse sur bruit (carrier-to-noise ratio, [30]) suivant :

$$CNR = P_{ac} / P_{SN} = (\eta I_{OS}/h\nu) / (4B) . \quad (79)$$

On constate que ce rapport est indépendant de N. Du fait que P_{ac} et P_{SN} sont toutes deux proportionnelles à N [cf. éqs (77) et (78)], on comprend aisément que le rapport CNR le plus favorable est obtenu lorsque le bruit total est déterminé par le "shot-noise" et non pas par le bruit thermique

de la partie électronique (dont le niveau est fixe). Soulignons ici l'avantage du photomultiplicateur qui est d'offrir une première amplification du signal, quasiment sans apport de bruit.

La plus petite amplitude détectable s'obtient finalement à partir des équations (16) et (79) :

$$(u_o)_{\min} = (2/\beta) (P_{SN}/P_{ac})^{1/2} = 2/[\beta (CNR)^{1/2}] \quad (80)$$

Cette valeur est définie pour un rapport SNR de la première raie latérale égal à 1.

Avec les caractéristiques expérimentales suivantes : puissance du laser (He-Ne, $\lambda = 633 \text{ nm}$) $I_L = 2 \text{ mW}$, diamètre de la tache d'illumination (résolution spatiale de la mesure) $d = 30 \text{ }\mu\text{m}$, incidence de l'illumination $\alpha = 45^\circ$, facteur de transmission global du système optique $T \approx 8 \%$ (estimation), rendement quantique de la photocathode $\eta = 5 \%$, énergie des photons $h\nu = 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ Ws}$ et largeur de bande de détection $B = 1 \text{ kHz}$, on trouve une puissance optique moyenne par speckle $\bar{I}_{OS} \approx 23 \text{ nW}$ et un rapport porteur sur bruit $CNR = 60 \text{ dB}$. Ce rapport fixe donc la plus petite amplitude détectable à $(u_o)_{\min} = 0,15 \text{ nm}$, puisque $\beta = 14 \text{ }\mu\text{m}^{-1}$.

Pour une largeur de bande de détection de 1 kHz, le niveau de bruit (thermique) de l'analyseur (HP 8553B) rapporté à l'entrée s'élève à -124 dBm. Or, en comparant cette valeur avec la puissance du "shot-noise" calculée pour un seul speckle $P_{SN}/N = -130 \text{ dBm}$ [$G \approx 5000$, $R = 50 \text{ }\Omega$, cf. éq.(77)], on constate qu'il est nécessaire de détecter plusieurs speckles pour que le "shot-noise" soit la part dominante du bruit [i.e. pour que le rapport CNR soit le meilleur possible, cf. éq.(79)]. En choisissant par exemple une ouverture du détecteur recueillant environ 200 speckles, on obtient $P_{SN} = -107 \text{ dBm}$.

Compte tenu des variations statistiques de P_{ac} (d'un point d'observation à l'autre, cf. Fig.17), la limite de sensibilité obtenue expérimentalement (Fig.18) est en bon accord avec celle calculée plus haut. Remarquons que les variations statistiques de P_{ac} n'introduisent pas d'erreur sur la mesure de l'amplitude ou de la phase de vibration, elles n'influencent que la limite de sensibilité.

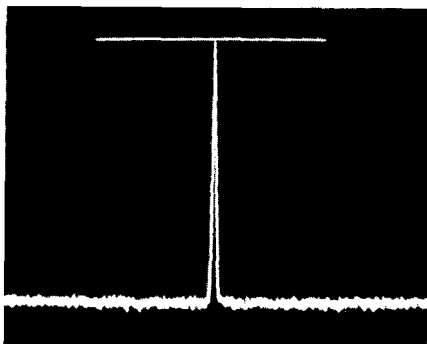


Fig.18 : Rapport porteuse sur bruit (CNR = 62 dB) mesuré avec une largeur de bande de détection $B = 1$ kHz (échelle log : 10 dB/div). Le niveau du bruit correspond à une amplitude $(u_o)_{\min} = 0,12$ nm.

Remarques : (a) La limite de sensibilité imposée par le "shot-noise" est une limite physique (indépendante des caractéristiques de l'appareillage), elle correspond donc à la situation la plus favorable. (b) En vue d'une comparaison, la limite de sensibilité doit toujours être mise en relation avec la largeur de bande de détection dont elle dépend. (c) La sensibilité peut être augmentée soit en réduisant la largeur de bande de détection, soit en augmentant la puissance du laser [cf. éqs (79) et (74)]. (d) Dans le cas de l'interférométrie de speckles avec faisceau de référence (mesure des déplacements hors plan), une détection "shot-noise-limited" peut également être obtenue avec une simple photodiode en augmentant la puissance de la référence sur le détecteur (ceci grâce à l'hétérodynage, [14]). (e) La mesure de vibrations de surfaces polies (interférométrie classique) offre une sensibilité bien meilleure que celle calculée plus haut, mais rappelons-le : seul le mouvement hors plan peut alors être détecté. Dans ce cas, le calcul du rapport CNR s'effectue en remplaçant dans l'éq.(79) la puissance I_{OS} (puissance d'un speckle) par la puissance totale réfléchie par la surface [3,7,B], puisqu'il n'y a plus qu'un seul mode (un seul speckle). Expérimentalement, nous avons obtenu un rapport CNR ≈ 90 dB pour une bande de détection $B = 1$ kHz et pour une fréquence située à 250 kHz de la porteuse, ce qui correspond à une amplitude $(u_o)_{\min} \approx 5 \cdot 10^{-3}$ nm. Notons que le rapport CNR que nous avons mesuré (90 dB) est inférieur à celui donné par la formule (79), puisque dans notre expérience le niveau du bruit ne correspondait pas au "shot-noise", mais au bruit latéral associé à la porteuse. Profitons-en pour rappeler que le bruit latéral associé à la porteuse, qui dépend de la pureté spectrale des signaux d'ex-

citation des modulateurs acousto-optiques, peut être gênant aux basses fréquences de vibration. De même, le bruit latéral (sideband noise) de l'analyseur de spectre ne permet pas de mesurer des signaux avec une telle dynamique (90 dB) au voisinage de la porteuse.

3.6 Vibrations d'origine thermique

Vu la très haute sensibilité du dispositif de mesure, comparons l'amplitude des fluctuations thermiques de la surface de l'objet avec la plus petite amplitude détectable (qui est de 0,15 nm pour une largeur de bande de détection de 1 kHz dans le cas de l'interférométrie de speckles et $< 5 \cdot 10^{-3}$ nm pour la même largeur de bande dans le cas de l'interférométrie classique, cf. § précédent).

Exprimons tout d'abord, pour un volume V , le nombre de modes de vibration élastiques stationnaires compris dans un intervalle de fréquence $[v, v+dv]$, soit [31,32] :

$$g(v) dv = 4\pi (3/c_m^3) V v^2 dv , \quad (81)$$

où c_m représente une vitesse moyenne obtenue par pondération des vitesses c_t et c_l des ondes transversales (2 polarisations) et longitudinale ($3/c_m^3 = 2/c_t^3 + 1/c_l^3$). Cette formule correspond à l'approximation du continu (modèle de Debye). Sachant que les phonons sont distribués selon la statistique de Bose-Einstein, on en déduit la densité spectrale d'énergie, lorsque $h\nu \ll kT$, on obtient :

$$w(v,T) \approx 4\pi (3/c_m^3) kT v^2 , \quad (82)$$

où k représente la constante de Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K) et T la température ambiante. C'est la formule de Rayleigh-Jeans.

Par ailleurs, nous savons que la densité d'énergie (en moyenne temporelle) d'une onde élastique harmonique discrète est donnée par [31] :

$$W = 2\pi^2 \rho a^2 v^2 , \quad (83)$$

où ρ représente la densité du milieu, a l'amplitude de l'onde élastique et ν sa fréquence. En remplaçant W par dW et a^2 par $d(a^2) = a_\nu^2(\nu) d\nu$ (passage au continu) et en égalant dW et $w(\nu, T) d\nu$ [éqs (82) et (83)], on obtient le spectre de puissance des vibrations thermiques :

$$a_\nu^2(\nu) = (6/\pi) [kT/(\rho c_m^3)] \quad . \quad (84)$$

On constate que ce spectre est indépendant de la fréquence, puisque la densité d'énergie des ondes acoustiques et la densité spectrale d'énergie $w(\nu, T)$ sont toutes deux proportionnelles au carré de la fréquence. Cette expression n'est toutefois valable que jusqu'à une fréquence limite appelée fréquence de Debye (ν_D) [31,32].

Examinons à présent comment se manifestent les fluctuations thermiques de la surface de l'objet dans le spectre du signal d'interférence, puisque c'est à partir de ce spectre qu'on mesure l'amplitude de vibration. Rappelons au préalable la forme du signal d'interférence :

$$i(t) \propto \cos [\Delta\omega t + \beta u(t) + \phi] \quad . \quad (85)$$

Dans le cas où le mouvement de la surface de l'objet est dû aux fluctuations thermiques, $u(t)$ n'est plus décrit par la formule (11), mais devient une variable aléatoire dont le spectre de puissance n'est autre que celui calculé ci-dessus [cf. éq.(84)]. Pour un faible indice de modulation [i.e. lorsque $|\beta u(t)| \ll 1$ dans l'éq.(85)], on montre aisément [33] que le spectre de puissance d'une oscillation modulée en phase par un signal aléatoire stationnaire est essentiellement formé (en représentation bilatérale) de deux composantes discrètes correspondant à la porteuse (symétriquement placées en $-\Delta\omega/2\pi$ et en $+\Delta\omega/2\pi$), autour de chacune desquelles est centré le spectre de puissance du signal modulant ; ceci pour autant que l'intégrale $\beta^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{u}|^2 d\nu = \beta^2 \int_0^{+\infty} a_\nu^2 d\nu$ soit également bien inférieure à l'unité. Cette dernière condition (où \hat{u} représente la transformée de Fourier de u) est largement satisfaite dans le cas des vibrations thermiques, étant donné que $\int_0^{+\infty} a_\nu^2 d\nu = \int_0^{\nu_D} a_\nu^2 d\nu \approx (0,01 \text{ nm})^2$ et que $\beta^2 = (0,014 \text{ nm}^{-1})^2$.

Connaissant le spectre de puissance du signal d'interférence, on peut donc définir une amplitude de vibration équivalente aux fluctuations ther-

miques, en sommant toutes les contributions comprises dans la bande de détection $\Delta\nu$ de l'analyseur et en comparant la puissance obtenue à celle de la première raie latérale produite par un mouvement cohérent. On obtient ainsi :

$$\langle u_{th}^2 \rangle = 2 \int a_{\nu}^2 d\nu = 2 a_{\nu}^2 \Delta\nu = (12/\pi) [kT / (\rho c_m^3)] \Delta\nu . \quad (86)$$

Cette formule n'est évidemment valable que lorsqu'un grand nombre de modes sont compris dans la bande de détection $\Delta\nu$, c'est-à-dire que si le volume de l'objet est grand ou que la fréquence d'observation est élevée.

Dans la situation inverse, c'est-à-dire lorsque les modes thermiques sont résolus, une estimation plus correcte de l'amplitude de vibration (d'un seul mode) est fournie par la loi d'équipartition de l'énergie de Boltzmann. Selon cette loi, chaque mode de vibration en équilibre thermique porte une énergie kT , et puisqu'un mode se développe dans tout le volume V de l'objet, sa densité d'énergie se calcule simplement en divisant kT par V . Finalement, en égalant la valeur ainsi obtenue à la densité d'énergie de l'éq.(83), on trouve (pour un seul mode) :

$$\langle u_{th}^2 \rangle = (2\pi^2)^{-1} [kT / (\rho V \nu^2)] . \quad (87)$$

A titre d'exemple, calculons l'amplitude des fluctuations thermiques pour un des deux transducteurs dont on analysera les vibrations au chapitre 5. Choisissons $\nu = 1$ MHz pour fréquence d'observation (fréquence correspondant au domaine d'intérêt) et $\Delta\nu = 1$ kHz pour bande de détection. Déterminons au préalable le nombre de modes de vibration qui sont excités dans le volume V de ce transducteur et compris dans cette bande $\Delta\nu$ ($V = 1,1 \text{ cm}^3$). Connaissant la vitesse de propagation des ondes élastiques dans la céramique ($c_m \approx 3200 \text{ m/s}$), on obtient [cf. éq.(81)]: $N = \int g(\nu) d\nu \approx 12\pi (V/c_m^3) \nu^2 \Delta\nu \approx 1,3$. Avec ce nombre limite (un seul mode dans la bande de détection), les deux formules (86) et (87) fournissent à peu près la même amplitude, à savoir : $\bar{u}_{th} = \sqrt{\langle u_{th}^2 \rangle} \approx 2 \cdot 10^{-16} \text{ m}$ pour une température ambiante $T = 300 \text{ K}$ et une densité ρ (céramique) $= 7650 \text{ Kg/m}^3$ (cette amplitude ne doit pas être confondue avec celle correspondant à l'intégration des vibrations thermiques sur tout le spectre de Debye, qui est bien connue et qui vaut environ $0,1 \text{ \AA}$ pour $T = 300 \text{ K}$!). On constate donc que l'amplitude des vibrations thermiques qui se manifestent à la surface de ce transduc-

teur est de plusieurs ordres de grandeur inférieure à la plus petite amplitude détectable $(u_o)_{\min}$ calculée précédemment.

Dans le cas où un grand nombre de modes sont compris dans la bande de détection $\Delta\nu$, l'éq.(86) montre que l'amplitude moyenne des fluctuations thermiques ($\bar{u}_{th} = \sqrt{\langle u_{th}^2 \rangle}$) dépend de la même manière de $\Delta\nu$ que $(u_o)_{\min}$ [cf. éqs (80) et (79) avec $\delta = \Delta\nu$]. L'augmentation de la sensibilité de l'interféromètre par réduction de la largeur de bande de détection ne permet donc pas, dans ce cas, de se rapprocher du seuil des vibrations thermiques [si celui-ci est inférieur à $(u_o)_{\min}$], contrairement au cas où les modes sont résolus. Lorsque les modes sont résolus, l'amplitude de la vibration thermique est en effet indépendante de $\Delta\nu$ (tant que $\Delta\nu$ est supérieure à la largeur du mode considéré) [cf. éq.(87)]. Etant donné qu'on peut aussi accroître la sensibilité de l'interféromètre en augmentant la puissance du laser (I_L), calculons, par exemple pour le transducteur précédent, la puissance nécessaire pour atteindre le seuil des vibrations thermiques. Sachant que $(u_o)_{\min}$ est inversement proportionnelle à $\sqrt{I_L}$ [cf. éqs (80) et (79)] et qu'avec une puissance $I_L = 2 \text{ mW}$ on a obtenu $(u_o)_{\min} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ (interférométrie classique), on trouve qu'il faudrait une puissance $I_L = 1250 \text{ kW}$ pour pouvoir mesurer une amplitude de $2 \cdot 10^{-16} \text{ m}$ (cf. ci-dessus)!

La formule (87) ne tient pas compte de la forme particulière du mode considéré, puisqu'elle a été établie pour une onde sinusoïdale d'amplitude constante [éq.(83)]. Vérifions donc la validité de cette estimation à l'aide d'un second exemple : une poutre encastree. Connaissant l'allure des modes de vibration de cette poutre (i.e. leur déformée), on peut calculer leur énergie puis leur amplitude de vibration (en égalant l'énergie à kT). Par exemple, pour la seconde harmonique de flexion ($\nu \approx 2 \text{ kHz}$), la formule (87) donne : $\bar{u}_{th} \approx 1,3 \cdot 10^{-14} \text{ m}$, tandis que le calcul exact de l'énergie (du mode en question) conduit à la valeur : $\bar{u}_{th} \approx 2,7 \cdot 10^{-14} \text{ m}$ (pour l'amplitude à l'extrémité de la poutre). La formule (87) fournit donc une bonne approximation de l'amplitude de vibration moyenne (la vérification a également été faite pour d'autres modes). Notons que ces valeurs ont été calculées pour une température $T = 300 \text{ K}$, un volume $V = 1 \times 1,3 \times 30 \text{ cm}^3 = 39 \text{ cm}^3$ et une densité $\rho = 8000 \text{ Kg/m}^3$ (acier).

Pour clore ce paragraphe, notons qu'il existe des situations où les vi-

brations d'origine thermique peuvent être mesurées avec un interféromètre: par exemple, lorsque ces vibrations sont amplifiées par l'effet acousto-électrique, lequel se manifeste dans certains cristaux piézoélectriques semiconducteurs (par exemple CdS). Citons à ce propos les travaux de P.A. Gielen [18] (Cet auteur utilise un interféromètre classique à détection homodyne).

3.7 Grandes amplitudes, limitation vers le haut

Pour que la mesure du déplacement dans le plan (resp. hors plan) ne soit pas influencée ou perturbée par le déplacement hors plan (resp. dans le plan), l'amplitude maximale de cette dernière composante doit être petite face au diamètre de la tache d'illumination. Dans le cas contraire, la figure de speckles dépend des deux composantes à la fois et la mesure n'est plus sélective. Avec $d = 30 \mu\text{m}$ pour le diamètre de la tache d'illumination, aucun problème n'apparaît si l'amplitude de la composante normale à celle mesurée reste inférieure à $1 \mu\text{m}$ (environ).

Le déplacement hors plan ne produit pas seulement un déphasage du faisceau diffusé, mais il entraîne aussi un changement de direction de ce faisceau (cf. Fig.11). Son amplitude ne doit donc pas dépasser celle fixée par l'erreur de parallélisme maximale tolérable $\Delta\theta_{\text{max}}$ [cf. éq.(44)], soit :

$$u_{\text{max}} = f \Delta\theta_{\text{max}} \cos \alpha \quad (88)$$

Avec une focale $f = 30 \text{ mm}$ (lentille L_2 , cf. § 2.5), un angle $\Delta\theta_{\text{max}} = 4 \cdot 10^{-4}$ rad et une incidence $\alpha = 45^\circ$, on obtient $u_{\text{max}} = 8,5 \mu\text{m}$.

Au paragraphe 3.1, nous avons supposé le déplacement dans le plan non résolu [i.e. $< 1,5 \mu\text{m}$, cf. éq.(26)]. Cette condition est nécessaire pour que la phase d'interférence soit proportionnelle à ce déplacement. Cependant, puisque la tache d'illumination contient un grand nombre de franges d'interférence [($d/g \approx 67$, cf. éqs (25) et (27)], le déplacement dans le plan peut aussi être mesuré pour des amplitudes supérieures à la résolution optique, et même supérieures au diamètre de la tache d'illumination

(cf. "Laser Doppler Velocimetry"). La relation entre le déplacement dans le plan (u) et la phase d'interférence (Φ) n'est alors plus tout à fait linéaire (cf. Fig.19) puisqu'une phase aléatoire est introduite par le changement de la zone illuminée de la surface de l'objet, mais l'erreur est faible. En effet, l'incertitude sur la phase d'interférence, qui est égale à 2π pour un déplacement égal au diamètre de la tache d'illumination, est petite comparée à la phase accumulée lors d'un déplacement à travers (d/g) franges, soit $(d/g) \cdot 2\pi \approx 67 \cdot 2\pi$.

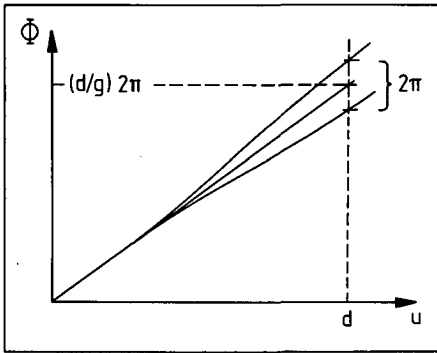


Fig.19 : Incertitude sur la phase d'interférence lors de grands déplacements dans le plan.

IV. PARTIE EXPERIMENTALE

4.1 Choix de la fréquence hétérodyne

Grâce à l'hétérodynage, le signal utile peut être éloigné du spectre des perturbations externes si la fréquence hétérodyne $\Delta\omega/2\pi$ (porteuse de l'information) est suffisamment élevée. Cette dernière est généralement choisie entre 100 kHz et 100 MHz, la limite supérieure étant imposée par la réponse des photodétecteurs (photomultiplicateurs). Entre ces deux valeurs, le choix de $\Delta\omega$ est dicté par la gamme de fréquence des vibrations à analyser, par la méthode d'extraction de l'information et enfin par les caractéristiques de l'appareillage utilisé pour extraire l'information.

On adopte généralement une fréquence porteuse supérieure à la fréquence de vibration ($\Delta\omega > \Omega$), de manière à ce que le spectre de modulation de fréquence ne se replie pas sur lui-même. Pour la mesure de l'amplitude (selon la méthode décrite au paragraphe 2.3), aucune contrainte n'est imposée par l'analyseur de spectre, puisque sa gamme de fréquence s'étend de 1 kHz à 110 MHz (modèle HP 8553 B). Par contre, pour la mesure de la phase, le choix de la fréquence $\Delta\omega$ est lié notamment à la sélectivité de l'amplificateur accordé qui est chargé d'extraire le signal LO (voir § 2.4). Rappelons que cet amplificateur doit être accordé sur la fréquence porteuse $\Delta\omega$ et que sa largeur de bande doit être inférieure à la fréquence de vibration Ω . Pratiquement, nous avons utilisé deux fréquences porteuses $\Delta\omega/2\pi$ pour mesurer les phases des vibrations : une première à 800 kHz pour des vibrations situées entre 30 et 500 kHz et une seconde à 5 MHz pour des vibrations comprises entre 200 kHz et 3 MHz. Les deux versions de l'amplificateur accordé que nous avons réalisées ont un facteur de qualité $Q = 80$ (rapport de la fréquence centrale sur la largeur de bande à 3 dB).

Rappelons que la fréquence hétérodyne $\Delta\omega$ est déterminée par les fréquences d'excitation des modulateurs acousto-optiques. Etant donné la gamme de fréquence de ces derniers (35 à 45 MHz, modèle IntraAction AOM-40), la fréquence $\Delta\omega/2\pi$ peut être choisie (en pratique) entre 0 et 10 MHz ou entre 70 et 90 MHz, suivant le sens du décalage de fréquence introduit

par chaque modulateur (ordre +1 ou -1). Si la première gamme (0 - 10 MHz) est la plus utile (analyse de vibrations jusqu'à 10 MHz), la seconde (70 - 90 MHz) n'est pas moins intéressante, puisqu'elle recouvre partiellement la gamme des fréquences radio FM (87 - 104 MHz). En adoptant, par exemple, une fréquence porteuse de 88 MHz, on a la possibilité d'utiliser un récepteur FM standard pour démoduler le signal d'interférence (tant que les fréquences des vibrations à analyser sont inférieures à 20 kHz, voir paragraphe 4.8).

Ce n'est pas seulement pour bénéficier d'un choix de fréquences porteuses plus vaste (cf. ci-dessus) qu'on utilise deux modulateurs plutôt qu'un seul, mais également pour éviter que le couplage électro-magnétique (pick-up) qui existe entre les modulateurs (excités avec une puissance électrique de 2W) et les détecteurs perturbe le signal utile. Avec deux modulateurs, le signal d'interférence et les signaux parasites engendrés par ce couplage (inévitables) sont séparés dans le spectre des fréquences, puisque la porteuse $\Delta\omega$ ne coïncide pas avec les fréquences d'excitation des modulateurs (ce n'est pas le cas avec un seul modulateur).

4.2 Réglage de l'interféromètre

Les points essentiels concernant le réglage de l'interféromètre sont les suivants :

- (a) Les modulateurs acousto-optiques doivent être orientés de manière à satisfaire la condition de Bragg (efficacité maximale).
- (b) Les deux faisceaux d'illumination f_1 et f_2 (cf. Fig.9) doivent se couper. On contrôle ce croisement à l'aide d'un écran (interceptant les faisceaux) et du trou (pinhole) placé devant le détecteur D_1 .
- (c) Pour détecter les déplacements selon le repère formé par la normale à la surface et par deux axes orthogonaux du plan tangent, l'objet doit être convenablement orienté par rapport aux directions de sensibilité de l'interféromètre. Ces dernières sont données, rappelons-le, par la bissectrice des directions d'illumination et par l'intersection du plan normal à cette bissectrice avec le plan des directions d'illumination.

(d) La surface de l'objet doit être placée dans la zone d'intersection des deux faisceaux d'illumination f_1 et f_2 (voir Fig.20). Puisque le diamètre de ces faisceaux n'est que de $30\ \mu\text{m}$ dans cette zone d'intersection, le positionnement de la surface de l'objet (selon z) doit être précis. Nous utilisons pour cela une table de translation motorisée dont la résolution (pas) est de $1\ \mu\text{m}$. Ce positionnement peut être contrôlé en observant l'amplitude de la porteuse (du signal issu de D_1) sur l'écran de l'analyseur. Il est optimal lorsque l'amplitude de la porteuse est maximale. Ce réglage doit être répété chaque fois que la surface de l'objet subit un déplacement selon z lors d'un changement de point d'observation.

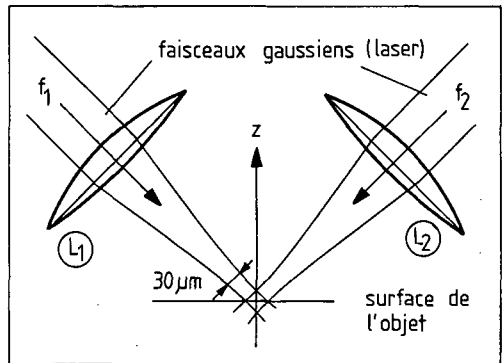


Fig.20 : Positionnement de la surface de l'objet.

(e) Le cube semi-transparent B_3 (cf. Fig.9) qui superpose le faisceau diffusé avec le faisceau de référence doit être soigneusement orienté. Rappelons que l'erreur de parallélisme maximale tolérable est de $4 \cdot 10^{-4}$ rad. Comme précédemment, le réglage est optimal lorsque l'amplitude de la porteuse (du signal issu de D_2 cette fois) est maximale. Ce réglage doit être effectué après celui du point (d) dont il dépend.

4.3 Etat de surface de l'objet

La détection d'un mouvement dans le plan n'est possible que si la surface de l'objet possède une structure (rugosité ou réseau) capable de dif-

fuser ou de diffracter la lumière dans une direction non spéculaire. En effet, le déplacement tangentiel d'une surface polie ne peut affecter la phase d'un faisceau réfléchi.

Pour que les speckles de la lumière diffusée soient bien développés, c'est-à-dire pour que le champ diffusé ait les propriétés statistiques d'une variable gaussienne (cf. § 3.4), il est nécessaire que la profondeur de la rugosité soit supérieure à la longueur d'onde λ ($\lambda \approx 0,6 \mu\text{m}$) et que la longueur de corrélation de cette rugosité soit inférieure à λ . Si la rugosité ne satisfait pas à ces conditions, la seule conséquence est que la limite de sensibilité ne correspondra pas à celle calculée au paragraphe 3.5.

Beaucoup d'objets présentent une surface suffisamment dépolie, c'est le cas notamment des transducteurs piézoélectriques dont nous analyserons les vibrations au chapitre 5. Quant aux objets polis, on peut les rendre optiquement rugueux en recouvrant leur surface d'une pellicule diffusante. Cette pellicule doit être suffisamment mince pour ne pas influencer le régime vibratoire de l'objet. Par exemple, l'oxyde de magnésium évaporé (MgO) est un très bon diffuseur (même en couche mince). Il convient très bien pour de petits résonateurs (quartz horlogers), étant donné la faible cohésion de ses particules. Le lobe de diffusion du MgO correspond presque à la loi de Lambert, comme le montre la Fig.21. En revanche,

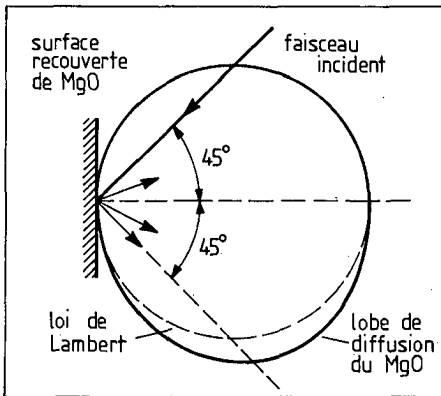


Fig.21 : Lobe de diffusion d'une couche de MgO (épaisseur : $15 \mu\text{m}$) déposée sur une surface polie.

l'adhérence du MgO est limitée. Lorsque les accélérations sont élevées (i.e. lorsque la fréquence de vibration est supérieure à 100 kHz pour une amplitude typique de 20 nm), la couche de MgO n'est plus solidaire de la surface de l'objet. La réflexion diffuse est alors le siège d'une modulation d'amplitude due au fait que les différents éléments diffusants de la couche de MgO sont animés de vitesses différentes (interférences). Cette modulation d'amplitude perturbatrice se manifeste par une dissymétrie du spectre de puissance du signal utile (voir paragraphe suivant).

Pour rendre diffusante une surface polie, il existe d'autres moyens que le MgO : on peut, par exemple, sabler la surface, l'attaquer chimiquement ou encore la recouvrir d'une couche de peinture mate. Le chromate de zinc, par exemple, offre une bonne adhérence, mais ne peut être utilisé pour de petits objets, étant donné sa rigidité.

4.4 Contrôle de la forme du spectre des signaux

Pour que la relation (15) soit valable, autrement dit, pour que le signal d'interférence corresponde à une modulation de phase sinusoïdale pure, le spectre de puissance de ce signal doit être parfaitement symétrique par rapport à la porteuse.

Une dissymétrie du spectre de puissance du signal d'interférence peut être provoquée soit par la présence d'harmoniques dans le mouvement de l'objet (signal modulant), soit par une modulation d'amplitude perturbatrice d'un ou des deux faisceaux qui interfèrent (voir Fig.22). Or cette dernière cause de dissymétrie peut immédiatement être mise en évidence en observant le spectre du signal qui est détecté lorsqu'un des deux faisceaux est obturé (voir Fig.23).

Si la dissymétrie du spectre du signal d'interférence n'est pas provoquée par une modulation d'amplitude perturbatrice (ce qu'on peut vérifier, cf. Fig.23), elle implique alors que le mouvement de l'objet n'est pas sinusoïdal. En effet, le spectre d'une modulation de phase ou de fréquence contient toutes les fréquences de combinaison des différentes composantes du signal modulant et lorsque ces fréquences de combinaisons se superposent (ce qui est le cas d'un signal modulant formé d'harmoniques), le spec-

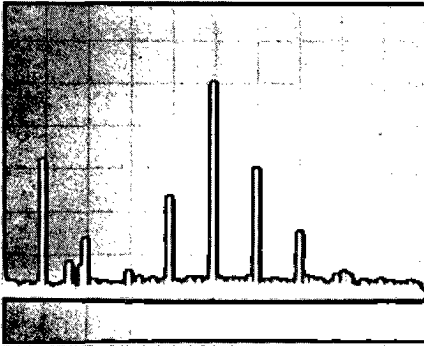


Fig.22 : Spectre obtenu en observant le mouvement hors plan (de fréquence $\Omega/2\pi = 1$ MHz) d'un résonateur dont on a recouvert la surface de MgO. La raie centrale (de fréquence $\Delta\omega/2\pi = 5$ MHz) correspond à la porteuse (échelle horizontale : 1 MHz/div). La dissymétrie de ce spectre est provoquée par une modulation d'amplitude perturbatrice du

faisceau diffusé. Dans cet exemple, ce sont des interférences parasites dans la couche de MgO qui sont à l'origine de cette modulation d'amplitude (mauvaise adhérence du MgO à 1 MHz, cf. paragraphe précédent).

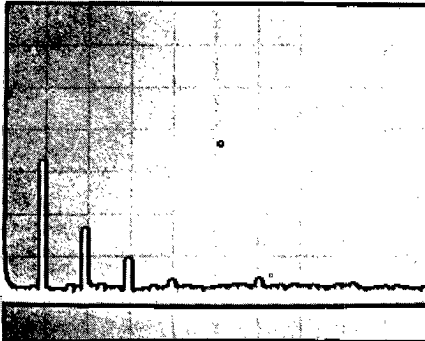


Fig.23 : Spectre obtenu comme celui ci-dessus, mais en obturant le faisceau de référence. La présence de raies au voisinage de l'origine met en évidence une modulation d'amplitude du faisceau diffusé. Notons que cette modulation perturbatrice disparaît complètement lorsqu'on observe le mouvement directement sur la surface (non polie) du résonateur.

tre devient en général asymétrique, puisque ces fréquences s'ajoutent avec des phases différentes à gauche et à droite du spectre [16]. Remarquons que la symétrie du spectre du signal d'interférence n'est pas une condition suffisante pour affirmer que le mouvement (signal modulant) est sinusoïdal. Dans certains cas particuliers (rares) où les phases des différentes harmoniques du signal modulant sont bien définies, il peut en ef-

fet arriver que le spectre reste symétrique. Pour ces cas particuliers, les amplitudes des différentes raies ne correspondent toutefois plus aux fonctions de Bessel.

4.5 Précision des mesures

La précision de la mesure des amplitudes de vibration est donnée par la précision de l'analyseur de spectre, soit $\pm 0,5$ dB pour l'échelle logarithmique. Remarquons que l'échelle logarithmique est nécessaire pour pouvoir visualiser simultanément la porteuse et la première raie latérale sur l'écran de l'analyseur. Or, une erreur de $\pm 0,5$ dB sur le rapport P_1/P_0 [cf. éq.(15)] correspond à une erreur de ± 6 % sur l'amplitude de vibration.

Pour évaluer la précision de la mesure de phase, il faut distinguer plusieurs sources d'erreur. Premièrement, une erreur systématique est introduite par la différence des retards des deux branches de mesure du phasemètre (canal de test et canal de référence). Cette erreur n'intervient pas dans la forme d'un profil de phase (phase relative) et peut être déterminée exactement si l'on s'intéresse à la phase absolue. Le bruit accompagnant le signal $i_x^{(\Omega)}(t)$ [cf. éq.(19)] introduit, quant à lui, une erreur statistique $\delta\psi$, puisqu'il produit des fluctuations dans la détection des passages par zéro (zero-crossings) par le phasemètre. Cette erreur est donnée par [23] :

$$\delta\psi = (\text{SNR})^{-1/2} M^{-1/2} = (\text{SNR})^{-1/2} [\Omega / (2\pi B_{PD})]^{-1/2}, \quad (89)$$

où SNR est le rapport signal sur bruit de la première raie latérale et M le nombre de passages par zéro qui sont détectés durant le temps d'intégration du phasemètre. Ce nombre M peut aussi être exprimé par le rapport de la fréquence du signal $i_x^{(\Omega)}(t)$ (fréquence de vibration $\Omega/2\pi$) et de la largeur de bande après détection (post-detection bandwidth). Finalement, le phasemètre lui-même introduit une erreur qui est fonction de la fréquence et des niveaux des signaux (voir § 2.5). Pour un rapport SNR de la première raie latérale raisonnable (i.e. pour SNR > 10 dB), l'erreur totale de la mesure de phase (relative) est inférieure à 4°.

4.6 Présentation de quelques spectres typiques, vibrations d'un diapason en quartz (32 kHz)

Pour montrer la forme et l'évolution du spectre du signal d'interférence (oscillation modulée en phase - en fréquence -) en fonction de l'amplitude de vibration (Figs 24 à 32), nous avons utilisé un résonateur à quartz en forme de diapason, vibrant à 32 kHz. Ce résonateur (fourchette de dimensions : $0,65 \times 3,5$ mm) permet de couvrir une gamme d'amplitude très étendue, puisqu'entre sa base et les extrémités de ses branches, l'amplitude de vibration passe d'une fraction de nm à quelques μm . Les spectres des figures 24 à 32 correspondent tous à des mouvements dans le plan. Ils ont été enregistrés avec une fréquence porteuse $\Delta\omega/2\pi = 5$ MHz. Pour chacun d'eux, nous indiquons l'amplitude de vibration ainsi que l'indice de modulation correspondant, qui n'est autre que l'excursion maximale de phase (ϕ_0).

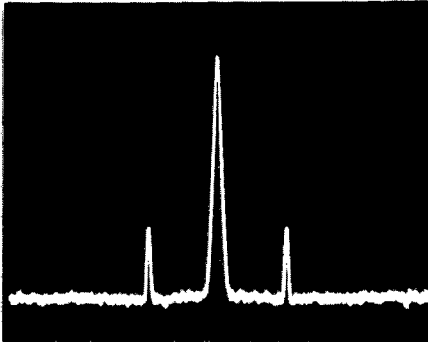


Fig. 24 : $u_0 = 1,35$ nm
 $\phi_0 = 0,019$



Fig. 25 : $u_0 = 17$ nm
 $\phi_0 = 0,24$

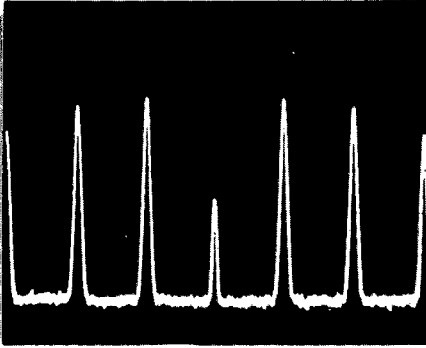


Fig.26 : $u_0 = 166,5 \text{ nm}$
 $\phi_0 = 2,34$

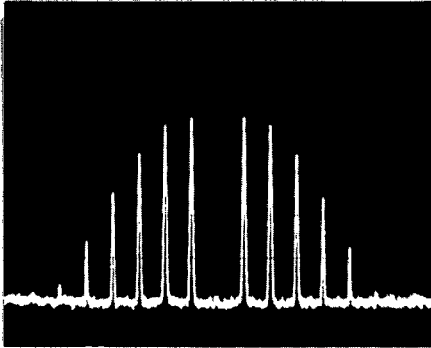


Fig.27 : $u_0 = 171,3 \text{ nm}$
 $\phi_0 = 2,4$

Annulation de la porteuse
[$J_0(2,4) = 0$]

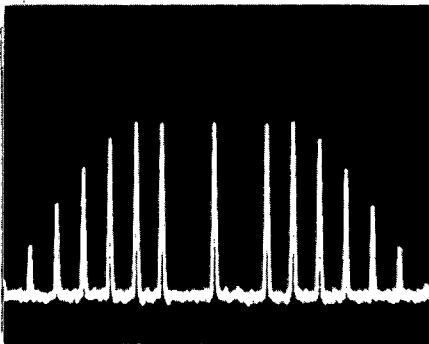


Fig.28 : $u_0 = 273 \text{ nm}$
 $\phi_0 = 3,83$

Annulation de la première
raie latérale [$J_1(3,83) = 0$]

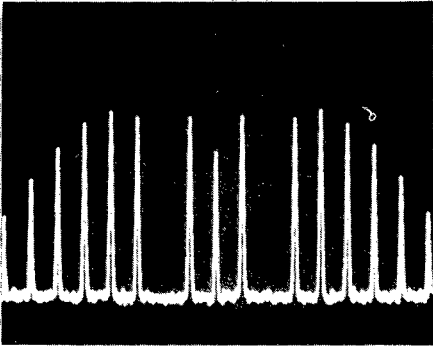


Fig.29 : $u_0 = 366 \text{ nm}$
 $\phi_0 = 5,14$
Annulation de la deuxième
raie latérale [$J_2(5,14) = 0$]

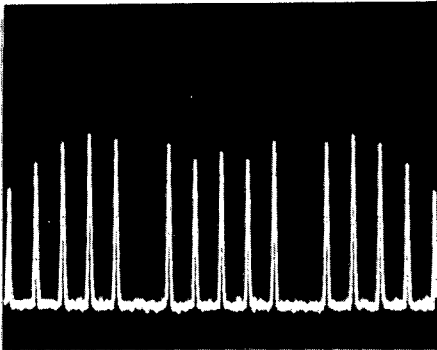


Fig.30 : $u_0 = 454,5 \text{ nm}$
 $\phi_0 = 6,38$
Annulation de la troisième
raie latérale [$J_3(6,38) = 0$]

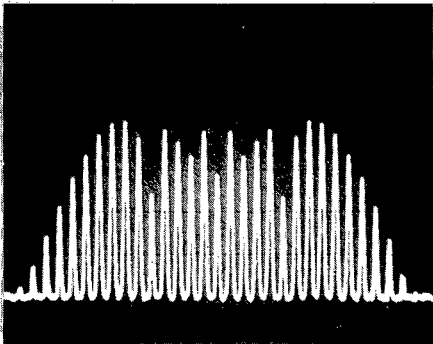


Fig.31 : $u_0 = 637 \text{ nm}$
 $\phi_0 = 8,94$

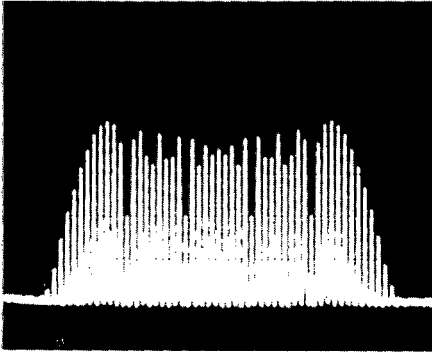


Fig.32 : $u_0 = 1346 \text{ nm}$
 $\phi_0 = 18,9$

Remarques : (a) La largeur de bande occupée par un signal modulé en fréquence est infinie, mais en ne tenant compte que des raies dont l'amplitude dépasse le 1% de celle de la porteuse non modulée, la largeur de bande vaut approximativement [16] :

$$B = 2(1 + \phi_0 + \sqrt{\phi_0}) \Omega / 2\pi \quad (90)$$

(b) Aux faibles amplitudes de vibration (cf. Fig.24), le spectre se limite pratiquement à la porteuse et à une seule raie latérale de chaque côté. La largeur de bande vaut donc $2\Omega/2\pi$ comme dans le cas d'une modulation d'amplitude.

(c) Les annulations successives de la porteuse et des différentes raies latérales (Figs 27 à 30) fournissent des points de repère très précis. Par ailleurs, les Figs 28, 29 et 30 illustrent une propriété connue des fonctions de Bessel, à savoir : $|J_{n-1}(\rho_n)| = |J_{n+1}(\rho_n)|$ lorsque ρ_n est l'argument qui annule la fonction de Bessel d'ordre n [$J_n(\rho_n) = 0$].

(d) Lorsque l'indice de modulation ϕ_0 est élevé (Figs 31 et 32), sa détermination à partir du spectre est laborieuse, puisqu'il s'agit de trouver l'argument ϕ_0 qui satisfait à la fois toutes les raies. L'analyse spectrale, bien que très précise dans cette situation (redondance de l'information), n'est pas la méthode la mieux adaptée pour extraire l'information (ϕ_0). Un démodulateur FM conviendrait mieux. Le spectre permet néan-

moins d'estimer très rapidement l'amplitude de vibration, puisque l'ordre de la raie dont l'amplitude est maximale vaut approximativement $(\phi_0 - 1)$ (voir Figs 31 et 32) :

$$u_0 = \phi_0 / \beta \cong (N_{\max} + 1) / \beta \quad \text{pour } \phi_0 > 1 \quad (91)$$

(e) L'excellente symétrie des différents spectres (notamment celle du spectre de la Fig.32) témoigne de la qualité des signaux et la bonne correspondance des amplitudes des différentes raies avec les fonctions de Bessel indique que le mouvement est parfaitement sinusoïdal.

4.7 Test du dispositif de mesure, vibration de flexion d'un barreau en quartz (32 kHz)

Déterminons la forme du mouvement (vibration de flexion) du barreau en quartz que nous avons utilisé en tant qu'objet de test et qui est schématisé en Fig.33. Au préalable, rappelons que le quartz peut être considéré comme un matériau purement élastique, étant donné son très faible couplage électro-mécanique (faible constante piézoélectrique), autrement dit, l'influence du champ électrique peut être négligée dans le calcul du mouvement.

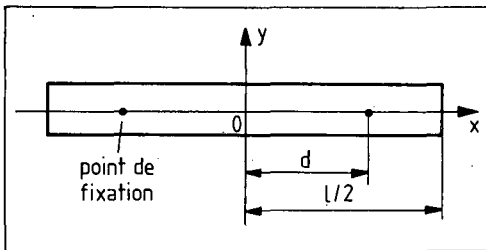


Fig.33 : Barreau en quartz vibrant en flexion dans le plan Oxy.

L'équation différentielle des vibrations transversales d'une barre prismatique est donnée par [34] :

$$\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial t^2} = -(EJ/\rho S) \frac{\partial^4 \epsilon}{\partial x^4} \quad (92)$$

où E représente le module d'élasticité, J le moment d'inertie de la section, ρ la masse spécifique et S l'aire de la section (droite) du barreau. La fonction $\xi = \xi(x,t)$ représente l'ordonnée, au temps t, du point x de la ligne élastique (Fig.33).

Compte tenu de la symétrie du barreau et de ses points d'attache (Fig. 33), la partie spatiale de la solution de l'éq.(92) prend la forme suivante :

$$\xi(x) = A \cos(kx) + B \operatorname{ch}(kx) \quad , \quad (93)$$

où A et B sont deux constantes à déterminer et $k = (\rho S \Omega^2 / EJ)^{1/4}$ est une constante contenant la fréquence de vibration Ω . Quant aux conditions aux limites, elles s'expriment par le fait que le moment fléchissant M et l'effort tranchant Q sont tous deux nuls aux extrémités libres du barreau :

$$M = -EJ \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0 \quad \text{en } x = \pm L/2 \quad (94)$$

$$Q = -EJ \frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3} = 0 \quad \text{en } x = \pm L/2 \quad (94')$$

Or, pour que ces deux conditions puissent être satisfaites par une solution [éq.(93)] autre que $A = B = 0$ (à laquelle ne correspondrait aucun mouvement), il est nécessaire que k satisfasse l'équation :

$$\operatorname{tg}(kL/2) = -\operatorname{th}(kL/2) \quad . \quad (95)$$

Les racines non nulles de cette équation déterminent, pour chaque harmonique, le rapport des constantes A et B de la solution [éq.(93)]. Pour le mode qui nous intéresse, c'est-à-dire pour le fondamental, on obtient $k_0 = 4,73/L$ et la solution s'écrit :

$$\xi(x) = A [\cos(4,73 x/L) - 0,133 \operatorname{ch}(4,73 x/L)] \quad . \quad (96)$$

On peut vérifier à présent que les points de fixation correspondent bien aux endroits où cette fonction ξ s'annule (noeuds). Pour une longueur de barreau $L = 11,6$ mm, l'espacement des points de fixation vaut $2d = 6,4$ mm.

Pour comparer les résultats expérimentaux avec la forme théorique du mouvement (Fig.34), la constante A de l'éq.(96) a été ajustée par rapport à l'amplitude de vibration au centre du barreau [$\xi(0) = -126 \text{ nm} \Rightarrow A = -145 \text{ nm}$].

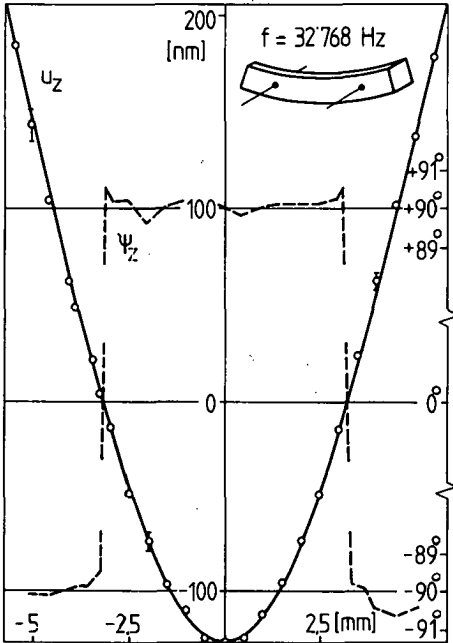


Fig.34 : Vibration de flexion (mode fondamental, $\Omega/2\pi = 32 \text{ kHz}$) d'un barreau de quartz de longueur $l = 11,6 \text{ mm}$. Trait plein : forme théorique de l'amplitude [donnée avec son signe par l'éq. (96)]. Cercles : valeurs mesurées de l'amplitude hors plan (face supérieure du barreau, cf. dessin en haut à droite). Trait discontinu : courbe reliant les points de mesure de la phase.

La courbe reliant les points de mesure de la phase (trait discontinu, de la Fig.34) traduit bien le changement de signe de l'amplitude de vibration à l'endroit des noeuds, elle permet d'apprécier les performances du dispositif de mesure de phase (décrit au paragraphe 2.4). Cette courbe montre aussi que l'amplitude de vibration est en quadrature avec l'excitation (prise comme référence pour la mesure de phase), c'est bien ce que prévoit la théorie lorsque la vibration est entretenue à la résonance.

Les mesures présentées en Fig.34 ont été effectuées directement sur la surface non polie de la métallisation (électrode).

En Fig.35, on montre que la gamme d'amplitude des vibrations mesurables est très vaste. Avec une largeur de bande de détection $B = 1$ kHz et une puissance du faisceau-laser $I_L = 2$ mW, elle s'étend pratiquement sur 4 décades.

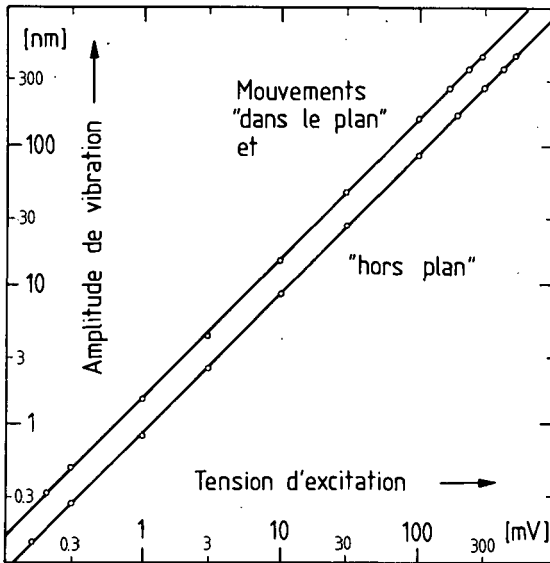


Fig.35 : Vibrations dans le plan et hors plan, mesurées en fonction de la tension d'excitation.

4.B Démodulation FM, analyse spectrale des vibrations d'une poutre encastrée

En modulation de fréquence, le spectre du signal modulant n'apparaît pas de part et d'autre de la porteuse, comme c'est le cas en modulation d'amplitude. Il est donc nécessaire de démoduler le signal d'interférence si l'on veut analyser la forme ou le spectre du mouvement de l'objet. Or, si on se limite aux fréquences de vibrations inférieures à 20 kHz, on a la possibilité de démoduler le signal d'interférence avec un récepteur

FM standard (par exemple Révox A 76). La fréquence hétérodyne doit alors être choisie dans la gamme des fréquences FM (87 - 104 MHz). Nous l'avons fixée à 88 MHz en décalant la fréquence des deux faisceaux de l'interféromètre de 44 MHz en sens opposés. Pour analyser le signal de sortie BF du "tuner", nous avons utilisé un analyseur FFT (fast Fourier transform) (modèle HP 3582A).

Le signal de sortie BF d'un "tuner" standard est proportionnel à l'excursion de fréquence (i.e. à la vitesse du mouvement) aux basses fréquences (< 3 kHz) et est proportionnel à l'excursion de phase (i.e. au déplacement) aux hautes fréquences (> 3 kHz), comme le montre la Fig.36. Cette caractéristique est due (au-dessus de 3 kHz) au filtre de désaccentuation des aigus [16] qui suit le démodulateur FM. En ce qui concerne la cali-

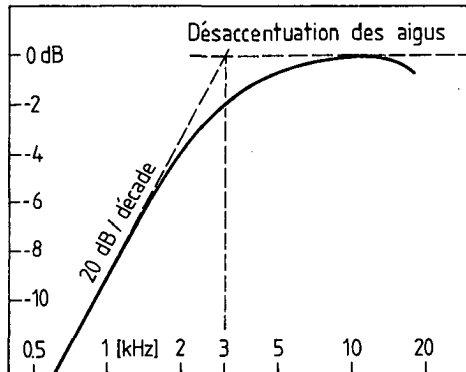


Fig. 36 : Réponse du "tuner" Révox A 76 pour une excursion de phase maximale constante.

bration du démodulateur, celle-ci peut être effectuée de façon précise, puisqu'en modulation de fréquence, la porteuse disparaît pour des valeurs bien définies de l'indice de modulation (zéros de la fonction de Bessel J_0). On effectue cette calibration comme suit : à l'aide d'un générateur HF, on produit une oscillation modulée sinusoidalement en fréquence, d'indice annulant la porteuse (on contrôle l'annulation de la porteuse au moyen d'un analyseur de spectre HF), puis, après avoir connecté ce signal à l'entrée du "tuner", on mesure le niveau du signal démodulé (à la sortie BF) correspondant à cet indice de modulation ($\phi_0 = 2,4$ pour le pre-

mier zéro de J_0). Ainsi, pour $\alpha = 45^\circ$ et $\lambda = 633 \text{ nm}$ (i.e. pour $\beta = 14 \mu\text{m}^{-1}$), nous avons obtenu :

$\Omega/2\pi$	700	1500	2000	4000	6000	Hz
0 dBV	8065	4050	3230	2350	2070	nm

Il est intéressant et utile, d'autre part, de connaître le niveau du bruit du "tuner". Nous l'avons déterminé (Fig.37) en appliquant à l'entrée de celui-ci un signal sinusoïdal (de 88 MHz) provenant d'un générateur. Pour cette mesure, il est en effet important que le bruit qui accompagne la porteuse et qui est injecté à l'entrée soit négligeable par rapport au bruit propre du "tuner".

En comparant l'amplitude de vibration correspondant au bruit propre du "tuner" (0,02 nm à 6 kHz pour $B = 60 \text{ Hz}$, soit après conversion : 0,08 nm pour $B = 1 \text{ kHz}$, cf. Fig.37) avec celle correspondant au "shot-noise" (0,15 nm pour $B = 1 \text{ kHz}$, cf. § 3.5), on constate que la sensibilité de ce démodulateur (Révox A76) est élevée et qu'elle ne limite pas celle du dispositif optique. Autrement dit, avec les signaux que délivrent les détecteurs ($\text{CNR} \leq 60 \text{ dB}$ pour $B = 1 \text{ kHz}$, soit après conversion : $\text{CNR} \leq 72 \text{ dB}$ pour $B = 60 \text{ Hz}$, cf. § 3.5), la limitation provient du "shot-noise" et non du démodulateur (Fig.38).

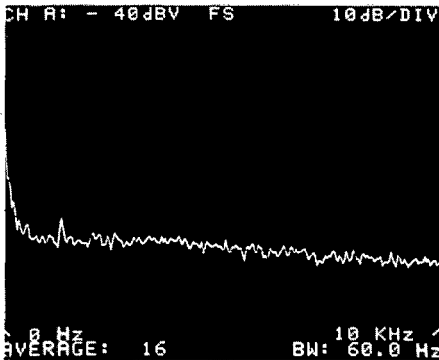


Fig.37 : Spectre du bruit propre du "tuner" Révox A76. Ce bruit a été mesuré à la sortie BF avec, à l'entrée, une porteuse non modulée ayant un rapport $\text{CNR} > 80 \text{ dB}$ pour une largeur de bande $B = 60 \text{ Hz}$ (onde sinusoïdale provenant d'un générateur). A 6 kHz, par exemple, le niveau de bruit du "tuner" est à -100 dBV, ce qui correspond à une amplitude de vibration de 0,02 nm (cf. calibration).



Fig.38 : Spectre du bruit à la sortie BF du "tuner" pour une porteuse non modulée ayant un rapport CNR = 53 dB pour une largeur de bande $B = 60$ Hz (signal hétérodyne issu de D_1). On reconnaît la réponse du "tuner" (voir Fig.36), puisque le bruit qui est injecté à l'entrée (shot-noise) est blanc (excursion de phase constante à toutes les fréquences) et que son niveau est supérieur à celui du bruit propre du "tuner".

Trois spectres de vibrations sont donnés ci-dessous, à titre d'exemple (Figs 39, 40 et 41). Ces spectres (obtenus avec le "tuner" Révox A76 et l'analyseur FFT HP 3582 A) correspondent tous à des mouvements dans le plan, observés à l'extrémité libre d'une poutre encastree (poutre de longueur : 300 mm et de section rectangulaire : $12,9 \times 10 \text{ mm}^2$). Les directions d'excitation et d'observation sont parallèles au plus grand côté.

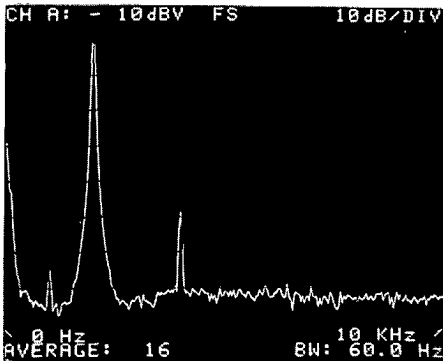


Fig.39 : Oscillations de flexion : 1020 nm à 1980 Hz et 2,6 nm à 3960 Hz pour une excitation (électromagnétique) à 1980 Hz uniquement.

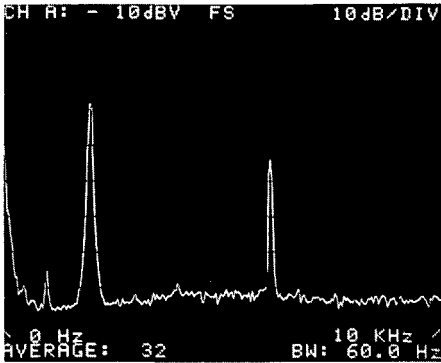


Fig.40 : Oscillations de flexion : 115 nm à 1980 Hz et 15 nm à 6160 Hz pour une excitation (électro-magnétique) à 1980 et à 6160 Hz.

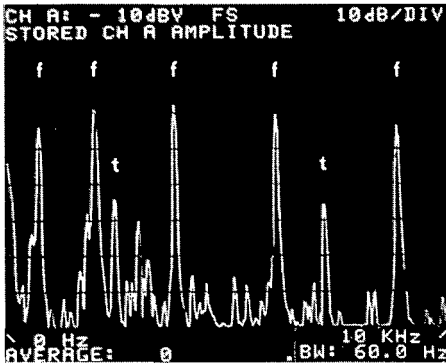


Fig.41 : Oscillations de flexion (f) : 720, 1980, 3800, 6160 et 8850 Hz (harmoniques 1 à 5) et de torsion (t) : 2380 Hz (fondamental) et 7150 Hz (1ère harmonique). Dans cet exemple, la poutre a été excitée par un choc.

Dans ce paragraphe, nous avons donc démontré qu'il est possible d'analyser le spectre du mouvement avec la sensibilité maximale du dispositif optique (i.e. avec la sensibilité donnée par le "shot-noise") simplement en démodulant le signal d'interférence à l'aide d'un démodulateur standard (Révox A76).

V. ANALYSE DES VIBRATIONS DE TRANSDUCTEURS PIEZOELECTRIQUES

L'étude théorique des vibrations des résonateurs en céramique est difficile [35,36,37,38,39,40]. En effet, contrairement au quartz, la céramique présente un couplage électro-mécanique élevé, dû à la valeur élevée de sa constante piézoélectrique. Ce couplage doit donc être pris en compte : on ne peut plus se restreindre au calcul des oscillations purement élastiques, comme cela est possible dans le cas du quartz. Il est donc particulièrement intéressant de pouvoir analyser expérimentalement les vibrations de tels résonateurs.

Pour montrer les possibilités du dispositif de mesure de vibrations décrit précédemment, nous présentons ci-après quelques résultats extraits d'une analyse de vibrations que nous avons faite sur des transducteurs en céramique en forme de disque. Ceux-ci sont utilisés pour la génération et la détection d'ondes ultra-sonores dans des dispositifs statiques de mesure de débits [41].

5.1 Modes de vibration radiaux d'un disque en céramique piézoélectrique

Les résultats expérimentaux présentés dans ce paragraphe montrent la forme de quelques modes de vibration radiaux d'un disque en céramique oscillant librement dans l'air. Ce disque, polarisé axialement, a un diamètre égal à 25,4 mm, une épaisseur égale à 2 mm et ses faces sont entièrement métallisées (électrodes complètes). La fréquence de résonance (d'excitation) de chaque mode est indiquée dans chaque figure (en haut, à droite). Les phases ont été mesurées par rapport à l'excitation électrique. Tous ces résultats (Figs 42 à 46) ont été obtenus pour une tension d'excitation de 6 V_{crête-à-crête}.

Pour bien faire ressortir la forme des différents modes de vibration, les points de mesure, reliés par des segments de droite, ne sont pas marqués par des cercles. Notons encore que la résolution spatiale de la mesure (correspondant au diamètre de la tache d'illumination) est d'environ 30 μ m.

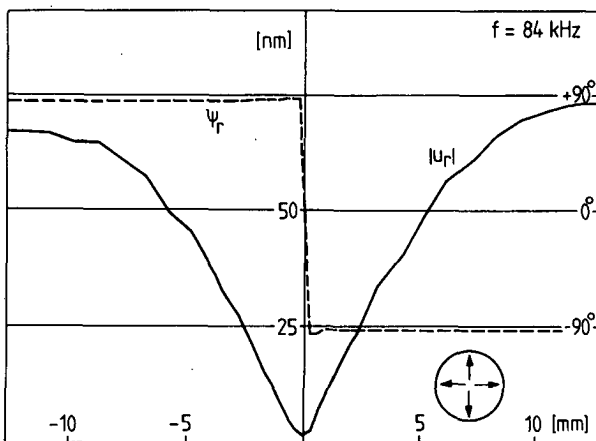


Fig.42 : Mode radial fondamental. Profils (le long d'un diamètre) de l'amplitude (trait plein) et de la phase (trait discontinu) du déplacement dans le plan.

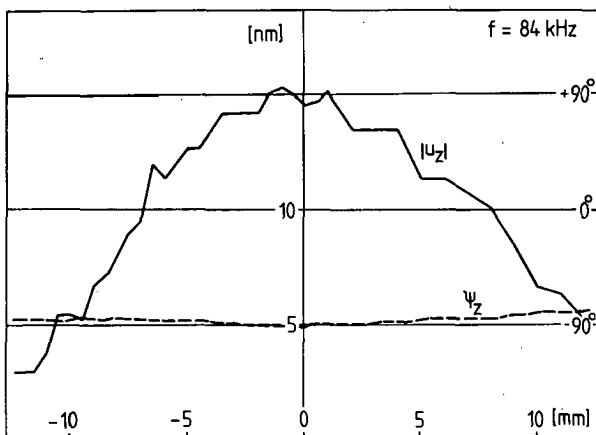


Fig.43 : Mode radial fondamental. Profils de l'amplitude et de la phase du déplacement hors plan.

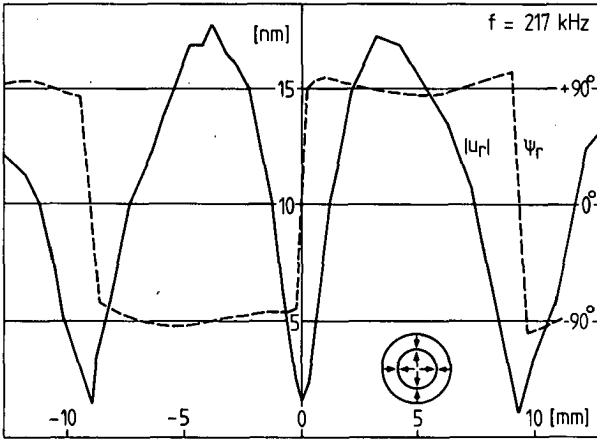


Fig.44 : Deuxième mode radial. Profils de l'amplitude et de la phase du déplacement dans le plan.

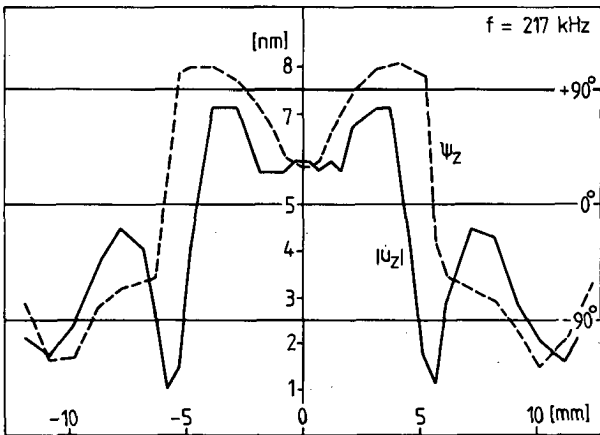


Fig.45 : Deuxième mode radial. Profils de l'amplitude et de la phase du déplacement hors plan.

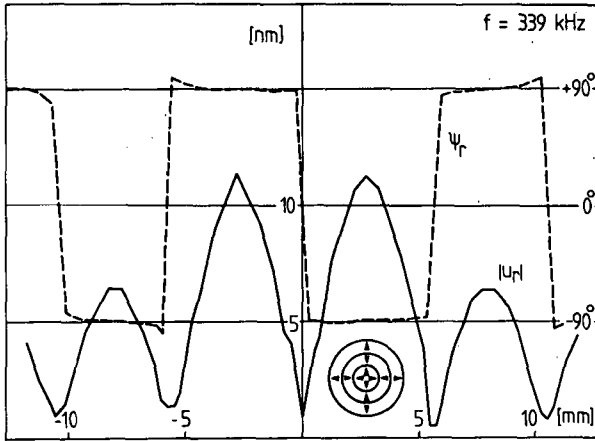


Fig.46 : Troisième mode radial. Profils de l'amplitude et de la phase du déplacement dans le plan.

5.2 Modes de vibration axiaux de disques en céramique piézoélectrique

Les résultats présentés dans ce paragraphe montrent la forme de l'oscillation fondamentale d'épaisseur et l'allure de la courbe de résonance correspondante pour deux disques. L'un de ces deux disques est celui étudié précédemment (§ 5.1) et l'autre est un disque de mêmes dimensions, mais dont une des faces n'est que partiellement métallisée (électrode partielle de 8 mm de diamètre).

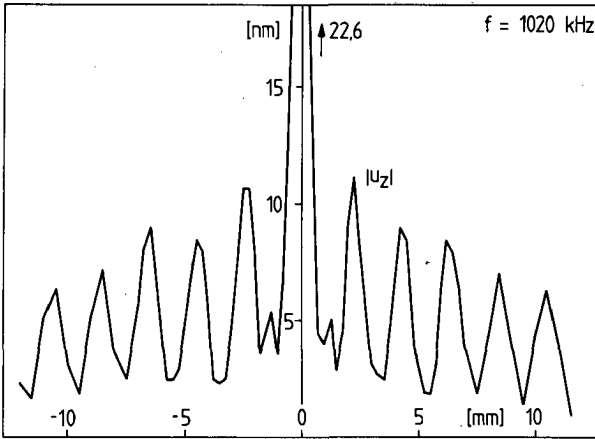


Fig.47 : Mode axial fondamental du disque entièrement métallisé. Profil (le long d'un diamètre) de l'amplitude du déplacement hors plan, pour une tension d'excitation de 3 V $\sqrt{2}$.

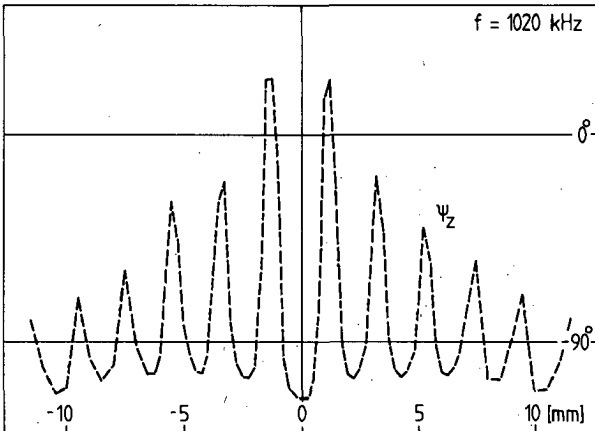


Fig.48 : Profil de la phase du déplacement hors plan (ce profil se rapporte à celui ci-dessus).

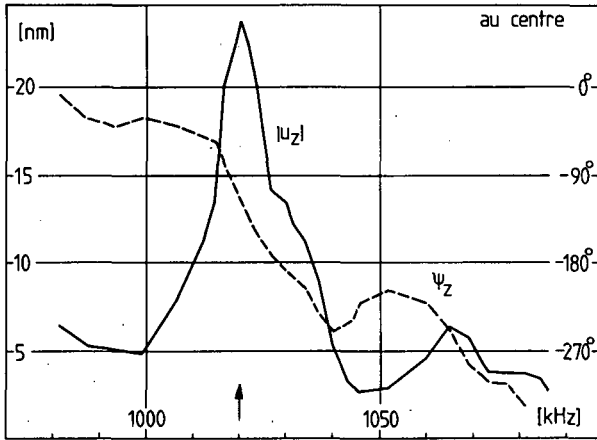


Fig.49 : Résonance axiale fondamentale du disque entièrement métallisé. Amplitude (trait plein) et phase (trait discontinu) du déplacement hors plan, mesurées au centre du disque (cf. Figs 47 et 48) en fonction de la fréquence.

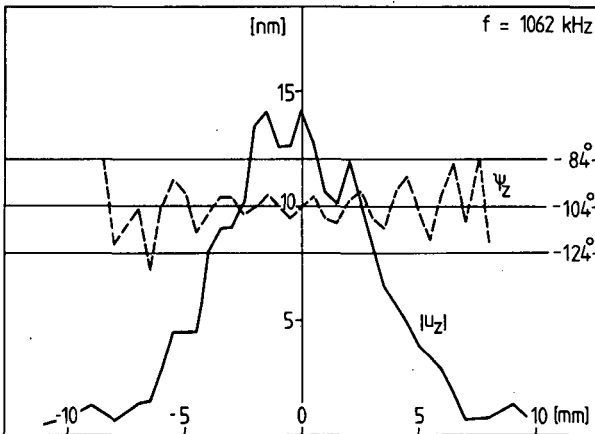


Fig.50 : Mode axial fondamentale du disque partiellement métallisé (diamètre de l'électrode : 8 mm). Profils de l'amplitude et de la phase du déplacement hors plan, pour $U = 4$ V.

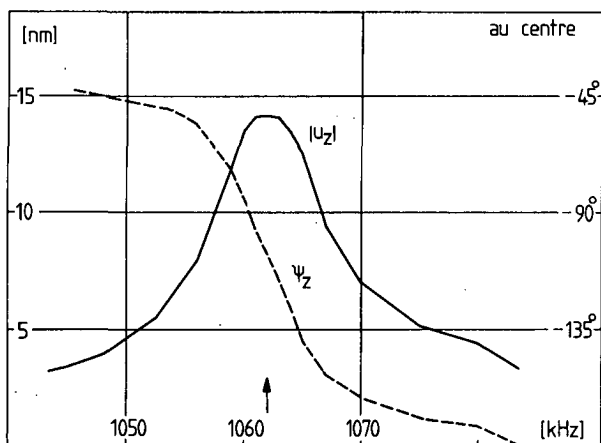


Fig.51 : Résonance axiale fondamentale du disque partiellement métallisé. Amplitude et phase du déplacement hors plan, mesurées au centre du disque (cf. Fig.50) en fonction de la fréquence.

5.3 Discussion

Les modes de vibration correspondant aux trois premières résonances du disque entièrement métallisé sont des modes radiaux purs, comme le montrent les Figs 42, 44 et 46 (déplacements dans le plan). Les inversions de phase de 180° indiquent des passages par zéro de l'amplitude (cercles nodaux). Ces trois premiers modes radiaux ne sont en effet pas perturbés par l'oscillation fondamentale d'épaisseur, puisque cette dernière n'entre en résonance qu'à une fréquence supérieure à celle du 7^{ème} ou 8^{ème} mode radial (le rapport diamètre/épaisseur de ce disque est d'environ 12).

Plusieurs auteurs [37,38] ont étudiés les vibrations radiales de disques en céramique et donnent la condition de résonance de ces modes. Celle-ci s'exprime par :

$$(\Omega R/c) J_0(\Omega R/c) = (1-\sigma) J_1(\Omega R/c) , \quad (97)$$

où J_0 et J_1 représentent les fonctions de Bessel, Ω la fréquence circulaire de vibration, R le rayon du disque, c la vitesse de propagation des ondes élastiques ($c = 3200$ m/s dans la céramique) et enfin σ le coefficient de Poisson ($\sigma \approx 0,35$ pour la céramique). On peut donc comparer les valeurs expérimentales des trois premières fréquences de résonance ($\Omega/2\pi = 84, 217$ et 339 kHz, cf. § 5.1) avec les solutions de cette équation. En faisant cette comparaison, on constate que la correspondance est tout à fait bonne (précision : $\sim 1\%$).

Pour ces modes radiaux, on connaît également la forme théorique de la composante radiale du déplacement [37] :

$$u_r(r) = A J_1(\Omega r/c) \quad (98)$$

Cette équation permet de vérifier les résultats donnés dans les Figs 42, 44 et 46. Pour le troisième mode radial, par exemple, la Fig.52 montre que nos mesures s'accordent bien avec la théorie.

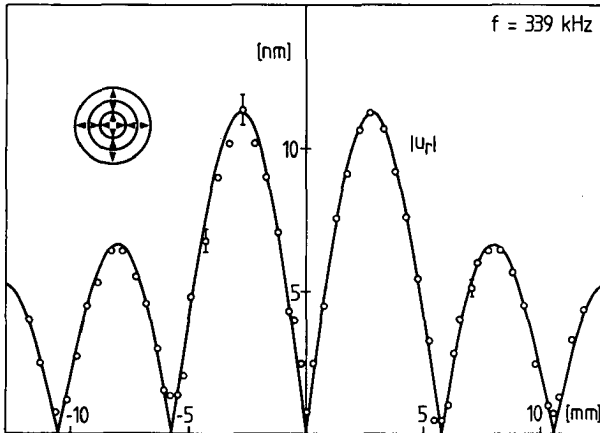


Fig.52 : Troisième mode radial. Forme théorique (trait plein) et valeurs mesurées (cercles) de l'amplitude du déplacement dans le plan (radial). Les paramètres de la courbe théorique [éq.(98)] ont pour valeurs : $A = 19,3$ nm (ajustement) et $\Omega/c = 0,666$ mm⁻¹ ($\Omega/2\pi = 339$ kHz).

Les Figs 42, 44 et 46 montrent par ailleurs que pour chaque mode le déplacement dans le plan est en quadrature avec l'excitation. Cela est en bon accord avec le fait que chaque vibration était entretenue à la résonance lors des mesures.

En comparant les Figs 44 et 45 (déplacements dans le plan et hors plan correspondant au deuxième mode radial), on se rend compte de la complexité du couplage radial-axial dans de tels disques en céramique. *Les mouvements des différents points sont en général elliptiques* (cf. Fig.45 où la phase ψ_z prend des valeurs autres que $\pm \pi/2$). Notons, à titre de comparaison, que tous les points d'un résonateur en quartz oscillent en phase ou en contre-phase et se déplacent sur des droites (ellipses dégénérées). Mais rappelons qu'un résonateur en céramique ne vibre pas tout à fait librement, contrairement à un résonateur en quartz, à cause du fort couplage électro-mécanique.

Ne connaissant pas la forme théorique de la composante axiale du déplacement, nous avons comparé les profils des Figs 43 et 45 (déplacements hors plan) avec ceux obtenus par deux auteurs polonais [42]. Les mesures de vibration de ces deux auteurs (mesures "hors plan" uniquement) sont basées sur la variation de capacité entre une électrode fixe (bille) et celle du résonateur. L'allure générale de nos profils correspond à celle des leurs.

Les vibrations d'épaisseur de disques en céramique sont très compliquées, puisque plusieurs résonances dues à des couplages entre différents modes (réflexions sur la surface latérale du disque) se manifestent au voisinage de la résonance fondamentale d'épaisseur [35,36] (cf. Fig.49). Cette complexité apparaît surtout dans la forme de l'oscillation, comme le montrent les profils fortement dentelés des Figs 47 et 48 (rappelons que ces trois figures se rapportent au disque entièrement métallisé). Contrairement à ce que laisse à priori supposer le profil d'amplitude de la Fig.47, les différentes zones du disque d'amplitudes maximales oscillent quasiment en phase (il n'y a pas de renversement de phase de 180° au voisinage des minima d'amplitude, cf. Fig.48). *Cet exemple démontre donc clairement que pour déterminer expérimentalement les vibrations de tels résonateurs, la mesure de la phase est indispensable.*

Les Figs 50 et 51 montrent que la résonance fondamentale d'épaisseur du disque partiellement métallisé n'est pas perturbée (la disparition des perturbations est due à un phénomène d'amortissement des ondes dans la région non métallisée du disque - energy trapping - [36]). Tous les points de la surface de ce disque oscillent approximativement en phase. Remarquons ici que cette forme d'oscillation (permettant de générer une onde plane) est précisément celle que l'on recherche dans les dispositifs de mesure de débits par ultra-sons (méthode de la différence des temps de parcours). L'onde qui se propage dans le tuyau de mesure de ces dispositifs doit en effet être plane pour que la mesure du débit soit indépendante du profil de l'écoulement [41]. La Fig.51 est très intéressante : non seulement elle montre que l'on a affaire à une résonance simple (avec un phase voisine de -90° à la fréquence correspondant au maximum d'amplitude), mais elle permet d'estimer les pertes de la céramique. En calculant le rapport de la fréquence centrale sur la largeur de bande, on obtient pour facteur de qualité : $Q \approx 70$ (i.e. un facteur de qualité environ $1000 \times$ inférieur à celui d'un quartz).

Nous avons également mesuré la forme des oscillations de ces deux transducteurs lorsque ceux-ci sont en contact (unilatéral) avec le milieu de propagation (eau). Aucune différence fondamentale par rapport au cas non amorti n'a été observée.

Pour terminer, soulignons la bonne symétrie des différents profils, laquelle témoigne de la qualité des mesures.

VI. CONCLUSIONS

Nous avons montré qu'avec un dispositif optique relativement simple et compact complété d'une électronique standard, il est possible de mesurer l'amplitude ainsi que la phase des composantes tangentielle et normale du mouvement vibratoire de la surface d'un objet, ceci

- dans une gamme de fréquences allant de quelques dizaines de Hz à quelques dizaines de MHz ;
- avec une sensibilité meilleure que 1 nm pour une largeur de bande de détection $B = 1$ kHz ;
- avec une précision de 6 % sur l'amplitude et de 4° sur la phase ;
- avec une résolution spatiale de $30 \mu\text{m}$;
- enfin, avec une très bonne immunité aux perturbations extérieures.

On a en outre montré que cette limite de sensibilité ne dépend pas du niveau de bruit de l'appareillage, mais qu'elle correspond à une limite physique : celle imposée par le "shot-noise", c.-à-d. par le bruit de grenaille de la lumière.

L'évaluation, pour une largeur de bande de détection donnée, de l'amplitude moyenne des fluctuations thermiques de la surface de l'objet a permis de constater que ces fluctuations ne sont en général pas détectables.

La souplesse de ce dispositif de mesure permet de l'utiliser pour résoudre divers problèmes. Par exemple, il est possible d'analyser le spectre de la vibration d'un objet (avec la même sensibilité) en utilisant un démodulateur FM standard (Révox A 76).

Le fait de pouvoir mesurer non seulement l'amplitude mais également la phase de chaque composante permet de reconstruire le mouvement tridimensionnel de chaque point de la surface de l'objet. Ce dispositif constitue donc un outil très puissant pour analyser les modes de vibration de résonateurs ou de transducteurs piézoélectriques.

REMERCIEMENTS

Je remercie très chaleureusement M. le professeur R. Dändliker, directeur de cette thèse, pour ses encouragements, les très nombreuses discussions qu'il m'a accordées et tout le savoir dont il m'a fait bénéficier.

Mes vifs remerciements vont à MM. F. Pellandini, J.-F. Moser et H. Beck pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de participer à mon jury de thèse.

Je tiens également à remercier MM. F.K. von Willisen, J. Michel et R. Dinger d'ASULAB SA à Neuchâtel et MM. H.P. Baltes, H. Lechner et C. Meisser de LGZ Landis & Gyr Zug AG qui, directement ou indirectement, ont permis d'effectuer ce travail ou y ont contribué.

Je souhaite aussi remercier le personnel technique et administratif de l'Institut de Microtechnique pour leur collaboration et l'ambiance chaleureuse dans laquelle ce travail a été accompli.

J'exprime enfin ma gratitude à tous mes amis et collègues, en particulier à J. Beiner qui a pris la peine de relire le manuscrit et de me faire part de ses remarques et suggestions.

Une partie des travaux faisant l'objet de cette thèse a bénéficié du soutien du Fonds National Suisse pour la Recherche Scientifique (projets No. 2.492-0.79 , 2.033-0.81 et 2.451-0.82).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H.A. Deferrari, R.A. Darby et F.A. Andrews, "*Vibrational displacement and mode-shape measurement by a laser interferometer*", J. Acoust. Soc. Am. 42, 982-990 (1967).
- [2] S.M. Khanna, J. Tonndorf et W.W. Walcott, "*Laser interferometer for the measurement of submicroscopic displacement amplitudes and their phases in small biological structures*", J. Acoust. Soc. Am. 44, 1555-1565 (1968).
- [3] S. Sizgoric et A.A. Gundjian, "*An optical homodyne technique for measurement of amplitude and phase of subangstrom ultrasonic vibrations*", Proc. IEEE 57, 1313-1314 (1969).
- [4] P.R. Dragsten, W.W. Webb, J.A. Paton et R.R. Capranica, "*Light-scattering heterodyne interferometer for vibration measurements in auditory organs*", J. Acoust. Soc. Am. 60, 665-671 (1976).
- [5] K. Iijima, Y. Tsuzuki, Y. Hirose et M. Akiyama, "*Laser interferometric measurement of the vibration displacements of a plano-convex AT-cut quartz crystal resonator*", Proc. IEEE 64, 386-387 (1976).
- [6] S. Ueha, K. Shiota, T. Okada et J. Tsujiuchi, "*Optical heterodyne measurement of in-plane vibrations*", Opt. commun. 10, 88-90 (1974).
- [7] F.J. Eberhardt et F.A. Andrews, "*Laser heterodyne system for measurement and analysis of vibration*", J. Acoust. Soc. Am. 48, 603-609 (1970).
- [8] Y. Ohtsuka et K. Itoh, "*Two-frequency laser interferometer for small displacement measurements in a low frequency range*", Appl. Opt. 18, 219-224 (1979).
- [9] B. Eliasson et R. Dändliker, "*A theoretical analysis of laser Doppler flowmeters*", Opt. Acta 21, 119-149 (1974).
- [10] voir p.ex., L.E. Drain, "*The Laser Doppler technique*" (Wiley, New-York, 1980), pp. 85-118.

- [11] J.A. Leendertz, "*Interferometric displacement measurement on scattering surfaces utilizing speckle effect*", J. Phys. E 3, 214-218 (1970).
- [12] voir p.ex., A.E. Ennos, "*Speckle interferometry*" in "*Progress in Optics, Vol. XVI*", éd. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1978), pp. 235-259.
- [13] J. Sapriel, "*L'acousto-optique*" (Masson, Paris, 1976).
- [14] A. Yariv, "*Introduction to optical electronics*" (Holt, Rinehart and Winston, Inc., New-York, 1976).
- [15] M. Abramowitz et I.A. Stegun, "*Handbook of mathematical functions*" (Dover Publications, Inc., New-York, 1970).
- [16] G. Cartianu, "*Modulation de fréquence*" (Dunod, Paris, 1968).
- [17] T.G. Giallorenzi, J.A. Bucaro, A. Dandridge, G.H. Sigel, J.H. Cole, S.C. Rashleigh et R.G. Priest, "*Optical fiber sensor technology*", IEEE J. Quantum Electronics QE-18, 626-665 (1982).
- [18] P.A. Gielen, "*Acoustoelectric fluctuations in CdS*", Ph.D. thesis (University of Utrecht, 1977).
P.A. Gielen et R.J.J. Zijlstra, "*Acoustoelectric displacement and current fluctuations in CdS*", Physica 103 B, 165-186 (1981).
- [19] J.H. Cole, B.A. Danver et J.A. Bucaro, "*Synthetic-heterodyne interferometric demodulation*", IEEE J. Quantum Electronics QE-18, 694-696 (1982).
- [20] R. Dändliker et J.-F. Willemin, "*Measuring microvibrations by heterodyne speckle interferometry*", Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 236, 83-85 (1980).
- [21] R. Dändliker et J.-F. Willemin, "*Measuring microvibrations by heterodyne speckle interferometry*", Opt. Lett. 6, 165-167 (1981).
- [22] J.-F. Willemin et R. Dändliker, "*Measuring amplitude and phase of microvibrations by heterodyne speckle interferometry*", Opt. Lett. 8, 102-104 (1983).

- [23] R. Dändliker, "Heterodyne holographic interferometry" in "Progress in Optics, Vol. XVII", éd. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1980), pp. 1-84.
- [24] S. Lowenthal et H. Arsenault, "Image formation for coherent diffuse objects : Statistical properties", J. Opt. Soc. Am. 60, 1478-1483 (1970).
- [25] J.W. Goodman, "Statistical properties of laser speckle patterns" in "Laser speckle and related phenomena", éd. J.C. Dainty (Springer, Berlin, Heidelberg, New-York, 1975).
- [26] J.W. Goodman, "Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie" (Masson, Paris, 1972).
- [27] B. Eliasson, "Three-dimensional impulse response of rectangular and circular imaging apertures", J. Opt. Soc. Am. 62, 1325-1327 (1972).
- [28] A. Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes" (McGraw-Hill, New-York, 1965).
- [29] F. Roddier, "Distributions et transformation de Fourier" (McGraw Hill, New-York, 1981).
- [30] ITT Reference data for Radio Engineers, Howard & Co.Inc. New-York.
- [31] J. Rossel, "Précis de physique expérimentale et théorique" (Ed. du Griffon, Neuchâtel-Suisse, 1974).
- [32] C. Kittel, "Introduction à la physique de l'état solide" (Dunod, Paris, 1972).
- [33] H.E. Rowe, "Signals and Noise in Communication Systems" (Van Nostrand Reinhold Company, New-York, 1965).
- [34] H. Favre, "Dynamique des corps solides" (Dunod, Paris, 1947).
- [35] H.U. Schwarzenbach, H. Lechner, B. Steinle et H.P. Baltes, "Calculation of vibrations of thick piezoceramic disk resonators", Appl. Phys. Lett. 38, 854-855 (1981).

- [36] P. Schnabel, "*Dispersion of thickness vibrations of piezoceramic disk resonators*", IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-25, 16-24 (1978).
- [37] A.H. Meitzler, H.M. O'Bryan et H.F. Tiersten, "*Definition and measurement of radial mode coupling factors in piezoelectric ceramic materials with large variations in Poisson's ratio*", IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-20, 233-239 (1973).
- [38] R.R. Aggarwal, "*Axially symmetric vibrations of a finite isotropic disk. I*", J. Acoust. Soc. Am. 24, 463-467 (1952).
- [39] C.J. Wellekens, "*Vibrations of backed piezoceramic disk-transducers with annular electrodes and matching layers*", IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-29, 26-42 (1982).
- [40] H.F. Tiersten, "*Thickness vibrations of piezoelectric plates*", J. Acoust. Soc. Am. 35, 53-58 (1963).
- [41] H. Lechner, "*Mesure du débit par ultra-sons, indépendante du profil de l'écoulement*",
H. Lechner, "*Forme des oscillations des disques de céramique piézo-électrique recouverts totalement ou partiellement par les électrodes et émettant unilatéralement des sons dans l'eau*",
Revue Landis & Gyr 28 (1981) 2, LGZ Landis & Gyr Zug AG.
- [42] G. Lypacewicz et L. Filipczynski, "*Vibrations of piezoelectric ceramic transducers loaded mechanically*", Proc. Vibration Problems 11, 283-299 (1970).