Publié dans Travaux de logique 13, v-x, 1999,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

# En guise d'introduction

En octobre 1996, les *Travaux de logique* du Centre de Recherches Sémiologiques publiaient les premiers résultats sur le thème des catégories. Ce fascicule exposait une somme de résultats et de recherches exploratoires qui justifiait, s'il était encore nécessaire, l'intérêt d'une recherche sur ce thème.

Sur la base de ces travaux, d'autres recherches ont été conduites. Il s'est alors trouvé le temps d'une réflexion critique et comparative; celle-ci s'est réalisée en organisant un colloque international sur le thème **Rôle et enjeux de la notion de catégories en logique.**

Nous sommes heureux d'en offrir les actes en souhaitant que le lecteur y trouve non seulement l'expression d'un intérêt, mais également la passion qu'il y a présidé. Et je l'invite à découvrir nos auteurs:

**Expansion catégorielle et logique -** Denis Miéville

Lorsque l'on s'intéresse aux catégories syntaxico-sémantiques liées à un système logique on est en demeure de répondre à plusieurs questions:

1. Quelles sont les catégories qu'un tel système peut contenir?
2. Quelles sont les constantes qui leur sont associées?
3. De quelle manière structurer la signification de ces constantes?

La réponse à ces questions n'est pas évidente et selon le degré d'ouverture que nous voulons offrir au système logique considéré, on est contraint de résoudre des problèmes lourds de conséquences.

Dans cet exposé, il sera montré de quelle manière il est possible de considérer un système logique capable de donner accès à n'importe quelle constante de catégories syntaxico-sémantiques conçue sur les catégories primitives des proposition et de noms. Les conséquences d'une telle possibilité seront également mises en évidence.

**Domaines de quantification et catégories syntaxico-sémantiques** - Pierre Joray

Il est bien connu que la quantification telle qu'on la rencontre dans les langages formalisés modernes est susceptible de différentes interprétations. Parmi celles-ci, la lecture dite «substitutionnelle» se caractérise en premier lieu par l'absence qu'elle autorise de tout engagement ontologique concernant la valeur des variables qui lui sont associées.

Si cette particularité des versions substitutionnelles de la quantification lui donne en quelque sorte vocation à être généralisée dans son application à tous les types de variables présents dans la syntaxe, elle ne va pas sans engendrer de nouveaux problèmes. Il apparaît en particulier que pour rendre possible l'évaluation des formules quantifiées on doit être capable de déterminer pour chaque type de variable un domaine propre de quantification.

Nous examinerons dans cette communication la possibilité qu'un calcul catégoriel régissant les rapports syntaxiques permette également, moyennant une base sémantique modeste, de déterminer les différents domaines spécifiques de quantification. Nous aborderons pour ce faire le cas particulier des termes logiques ainsi que celui des foncteurs nominaux.

**La lecture par Bretano des catégories aristotéliciennes et l'ontologie formelle** - Frédéric Nef

La notion de catégorie est à la fois sémantique et ontologique. Son origine est aristotélicienne. On comprend donc que le projet de réforme de la logique aristotélicienne, que ce soit chez Leibniz, Peirce, Lesniewski... ou Brentano passe par une redéfinition métaphysique des catégories. On se limitera dans l'exposé à la réforme brentanienne de la logique dans ses relations avec sa théorie métaphysique des catégories, contenue dans les fragments tardifs édités sous le nom de *Kategorienlehre*. Si l'on garde présent à l'esprit l'idée que la théorie polonaise des catégories s'inscrit en partie dans la descendance des réflexions brentaniennes, en vertu du principe assez général qui insiste sur le fait que peu ou prou toutes les grandes idées du XXe siècle ont leur source dans Brentano (réisme, méthode scientifique en philosophie, intentionnalité, etc.), on mesure l'enjeu de ce qui pourrait à première vue paraître se limiter à une pure étude historique ou exégétique: la théorie brentanienne des catégories éditée depuis peu, fait partie des textes contemporains qui contiennent des propositions conceptuelles non exploitées. On insistera dans cet état d'esprit sur les liens inévitables entre ontologie, logique et sémantique que toute proposition de logique ou de grammaire catégorielle met en avant, en prenant tout spécialement garde à la filiation Brentano-Twardowski-Lesniewski. Un certain nombre de textes-clefs de la *Kategorienlehre* seront traduits et commentés, pour le première fois en français.

**Ryle et le question catégoriale** - Michel Bourdeau

Si le rôle de la quatrième *Recherche logique* dans la redécouverte du thème catégorial est bien connu, celui de Ryle l'est beaucoup moins, alors pourtant qu'il a été tout aussi décisif, puisque l'auteur du *Concept d'esprit* est le principal artisan du regain d'intérêt pour ces questions chez les philosophes analytiques. Pour l'essentiel, sa contribution se ramène à deux points.

Tout d'abord, l'article de 1937 mettait pour la première fois en évidence les affinités existant entre la solution proposée par Russell pour résoudre les paradoxes et les théories classiques, aristotélicienne ou kantienne, des catégories. Depuis lors, la pratique des logiciens comme des grammairiens associe étroitement les deux notions, à tel point d'ailleurs que ceux-ci ont parfois le plus grand mal à les distinguer clairement; Quine, par exemple, lorsqu'il compare sa notation canonique à une théorie des catégories, évoque aussitôt la théorie des types.

Par la suite, dans le cadre de la nouvelle conception de la philosophie développée après la guerre, Ryle proposera de restreindre l'usage du concept de catégorie à des fins thérapeutiques, et Strawson, après lui, soulignera les difficultés quasi insurmontables qu'il y a à constituer une véritable théorie des catégories.

**Catégorie et anaphore** - Daniel Bourquin

Après une brève introduction générale aux notions logiques de type, catégorie et ensemble, l'exposé consistera à montrer que ces notions sont particulièrement utiles en sémantique formelle et, plus précisément, pour la résolution de l'anaphore non liée (donkey-sentences); j'examinerai notamment les solutions proposées par A. Ranta dans le cadre de la théorie constructive des types et celle de J. Hintikka en sémantique des jeux. Ces solutions seront ensuite comparées à une solution plus classique, qui pourrait bénéficier d'un regain d'intérêt si l'on y intégrait des considérations catégorielles.

**Des catégories mobiles pour l'interface entre syntaxe et sémantique** - Alain Lecomte

Si l'on en croit Montague, il n'y a pas de différence fondamentale entre l'analyse d'une langue naturelle et celle d'un langage formel. Il apparaît alors normal de décrire un fragment de langue avec les mêmes moyens que ceux qu'on utiliserait pour un langage formel. C'est d'ailleurs ce qu'avaient déjà en tête Lesniewski, Ajdukiewicz, Bar-Hillel. Parmi ces moyens figure la théorie de la démonstration. En effet, la dérivation d'une phrase dans une langue peut être conçue comme une déduction dans un système logique. Les concepts de la théorie de la démonstration (y compris les plus récents comme celui de réseau de preuve) peuvent donc être utilisés à des fins d'analyse du langage. Cette conception est, de plus, particulièrement remise au goût du jour depuis que Chomsky (1995) a argumenté en faveur d'une théorie dérivationnelle de la langue (ici, dérivationnel s'oppose à représentationnel). Nous explorerons donc dans cette communication les rapprochements possibles entre une théorie dérivationnelle de la langue et la théorie logique de la démonstration. Dans ces rapprochements, la notion de catégorie occupe une place centrale: elle se traduit maintenant par celle de type (cf. Morrill, 1994 et Moortgat, 1997).

## **Types in mathematics and linguistics** - Jim Lambek

The type theoretic foundations of mathematics initiated by Russell and Whitehead were simplified by Church, with the help of the lambda-calculus, and put into a categorial context by Lambek and Scott. Essentially, one requires two basic types: N for natural numbers and S for truth-values. From these, compound types are formed by Cartesian products and exponentiation. Each mathematical expression is then assigned a type. For example, the set of all Pythagorean triples $<x, y, z>$ such that $x^2 + y^2 = z^2$ has type $S^{N \times N \times N}$.

It was realized by Curry and Montague that a similar program can be applied to natural languages, only natural numbers must then be replaced by other entities. Each word, say of English, is then assigned a semantic type. For example, *John* has type N, *snores* has type $S^N$ and somebody has type $S^{(SN)}$. As an ordered system, these types form a semi-Heyting algebra.

To obtain a system of syntactic instead of semantic types, one must discard Gentzen's thru structural rules: interchange, contraction and weakening. The semi-Heyting algebra is then replaced by a residuated monoid. I shall discuss three systems of syntactic types.

(1) In my original syntatic calculus, based on earlier work by Ajdukiewicz and Bar-Hillel, one required basic types N (for names) and S (for statements), and compound types were formed by three operations: AB, C/B and A\C, satisfying the postulates.
$AB \to C$ iff $A \to C/B$ iff $B \to A\backslash C$, where we may think of the arrow as denoting a partial order. To check whether a string of English words is a well-formed sentence, one performed a calculation on types. For example:

*poor John saw Jane today*

has type

$$(N/N \backslash N(N\backslash(S/N))\ N\ (S\backslash S) \to S.$$

(2) Claudia Casadio had the novel idea to pass from the syntactic calculus to the multiplicative fragment of non-commutative linear logic, which had been studied by Abrusci, following the commutative version of Girard. The easiest way to

accomplish this transition is to introduce a new type O satisfying $(O/A) = A^l$ and $A\backslash O = A^r$, one may verify that $(B^l A^l))^r = (b^r A^r)^l$, for which it is covenient to write $A + B$.

(3) A pregroup is an ordered monoid in which each element A has both a left adjoint $A^l$ and a right adjoint $A^r$ such that

$$A^l\, A \to 1 \to AA^l,\ AA^r \to 1 \to A^rA.$$

Pregroups are the same as models of (2) in which $0 = 1$ and $A + B = AB$. The example in (1) above now has type

$$(NN^l)\ N(N^rSN^l)\ N(S^rS) \to S$$

Pregroups are particularly well-suited to handle Chomsky's traces. The following example requires a new basic type Q for indirect questions:

*John knew whom Jane saw*

Its type is

$$N\ (N^rSQ^l)\ (QN^{ll}S^l)\ N((N^rSN^l) \to S.$$

**Montague et les catégories d'Ajdukiewicz** - Béatrice Godart-Wendling

Bien que les articles de Montague ne mentionnent que trop rarement les textes fondateurs qui les ont inspirés, *English as a Formal Language* et *The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English* inscrivent cependant explicitement la notion de catégorie montaguienne dans la continuation de la pensée d'Ajdukiewicz. Or cette filiation s'avère problématique dès lors que l'on réalise que Montague use d'une dénomination erronée pour qualifier les catégories d'Ajdukiewicz.

Analyser cette anomalie amènera à s'interroger sur les raisons théoriques qui incitèrent Montague à poser un tel lien. L'examen de ce problème mettra ainsi en évidence les changements radicaux introduits par Montague tant dans la définition de la notion de catégorie que dans la fonction qui lui est impartie. Cette modification de perspective témoigne du passage d'une conception catégorielle modelée sur la logique des prédicats à une approche des catégories s'appuyant sur la logique intensionnelle.