Publié dans Travaux de logique 11, 1-13, 1997,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

LES LOGIQUES NON CLASSIQUES SONT-ELLES DES LOGIQUES? DANS QUELLE MESURE SONT-ELLES NON CLASSIQUES?

Frédéric Nef

Préambule

Dans les pages qui vont suivre, nous présenterons les propriétés qui caractérisent une logique non classique.

1. Qu'est-ce qu'une logique?

On distingue habituellement des critères de démarcation externes et des critères de démarcation internes. Les premiers séparent la logique des autres sciences, alors que les seconds distinguent, à l'intérieur des logiques existantes, celles qui ont droit au titre de logique par excellence. Par exemple, la logique des propositions peut être considérée comme la seule logique.

P. Engel identifie ce problème de la démarcation et le fait de savoir ce qu'est une constante logique. Trois choses sont donc équivalentes:

– donner un critère de démarcation,
– délimiter la classe des constantes logiques,
– fixer la signification des constantes logiques.

Le critère de démarcation externe met en avant des propriétés qui distinguent la logique, ou les vérités logiques, qui sont:

– formelles,
– analytiques,

– non descriptives,
– normatives,
– évidentes,
.....

Dans la définition d'une logique non classique (LNC), deux questions se poseront alors:

1) Les constantes logiques des LNC ont-elles une signification correctement fixée?
2) Les vérités logiques des LNC sont-elles formelles, analytiques etc.?

2. Qu'est-ce qu'une LNC?

Pour continuer d'être une logique, une LNC doit conserver les propriétés de démarcation externe, mais elle peut modifier, réviser, enrichir les constantes logiques de la logique du premier ordre (LPO), ou en introduire de nouvelles.

Une constante logique est soit un connecteur ($\neg$, $\rightarrow$, $\wedge$, v), soit un quantificateur ($\exists$, $\forall$). A chaque constante est attachée une sémantique qui détermine les règles d'inférence. Dans une LNC, la sémantique d'une constante logique d'une LPO peut être modifiée.

Exemples: $\neg$ dans la logique intuitionniste;
$\exists$ dans la quantification meinongienne.

De nouvelles constantes logiques peuvent être introduites:

Exemple: L (pour «nécessaire») en logique modale.

A côté de ces modifications ou innovations touchant les constantes logiques, les LNC peuvent différer de LPO uniquement par la déviation vis-à-vis de principes logiques.

Exemples: $\neg\neg p$ n'est pas équivalent à p en logique intuitionniste;
$p \vee \neg p$ n'est pas valide en logique paraconsistante.

En utilisant un vocabulaire éprouvé, on pourrait appeler *schismatiques* les LNC du premier type (celles qui se contentent d'introduire ou de modifier des constantes logiques) et *hérétiques* les autres (celles qui violent des principes).

Cette division des LNC schismatiques et hérétiques recoupe la classification implicite de l'encyclopédie des LNC qui fait autorité, c'est-à-dire l'ouvrage de D. Gabbay et F. Guenthner *Handbook of Philosophical Logic*. En effet, ceux-ci distinguent entre alternatives à LPO (*Handbook*, t. III) et extensions de LPO (*Handbook*, t. II).

On rangera dans les LNC schismatiques les constantes logiques concernées entre parenthèses:

> logique modale (L,M), logique temporelle (F,P,G,H), logique intensionnelle (^), logique conditionnelle (⇒), logique déontique (O, P), logique érotétique (?)

On rangera dans les LNC hérétiques le principe violé entre parenthèses:

> logique multivalente (principe de bivalence), logique paraconsistante (principe de contradiction), logique libre (principe de dénotation), logique non monotone (principe de monotonie de la relation de conséquence logique), …

Cette division, dont l'introduction met un peu d'ordre dans le maquis ou la jungle des LNC, ne s'applique pas parfaitement pour certaines LNC, comme la logique de la pertinence ou la logique dynamique. Dans ces deux derniers cas, on pourrait discuter de leur distance par rapport à l'orthodoxie des LPO.

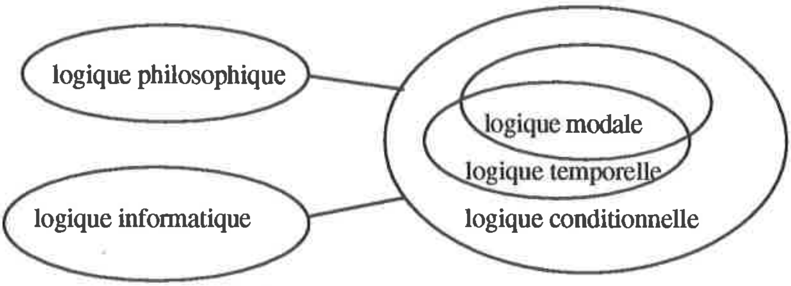
Au lieu de distinguer deux niveaux de déviation, on pourrait en distinguer trois, en discernant des déviations à l'intérieur même des deux classes de constantes logiques:
- modification des opérateurs logiques;
- modification de la quantification. Par exemple Quine considère dans la *Philosophie de la logique* les logiques à quantification substitutionnelle comme des LNC;
- violation des principes, comme ceux du tiers exclu ou de la contradiction.

On peut se demander où situer la logique intensionnelle générale dans cette carte des déviations. En effet, cette logique n'introduit pas de constante logique à proprement parler –'^' étant en fait plus un artifice notationnel pour marquer le sens d'une expression (exemple: '^ p' désigne le sens de p) et elle ne viole pas de principe logique à proprement parler – en général, elle est bivalente, respecte le principe de contradiction, etc. Est-ce que le non-respect du principe d'extensionnalité la rejette du côté de l'hérésie logique? Rien n'est moins sûr. En tout cas, toutes les LNC ne sont pas intensionnelles (exemple: la logique multivalente, la logique non monotone, ...) et la logique intensionnelle n'est donc pas de manière certaine une LNC au sens le plus fort que nous venons de définir.

3. Architecture des LNC

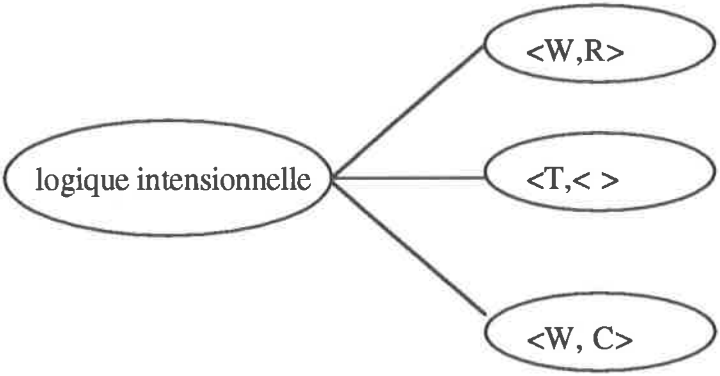
Pour un novice, la prolifération des LNC apparaît comme dénuée de plan. On peut cependant décrire l'architecture des LNC de deux façons au moins.

A. Situation de fait:



Logique philosophique et logique informatique sont séparées; dans les LNC, c'est la logique modale qui occupe un rôle central dans les applications, suivie par la logique temporelle et la logique conditionnelle (tout ceci étant très simplifié).

B. Par rapport à une relation interne de structuration du contenu théorique:



On a indiqué les cadres des trois logiques mentionnées ci-dessus:

- <W, R> pour la logique modale, W étant l'ensemble des mondes possibles et R la relation d'accessibilité entre mondes.
- <T, < > pour la logique temporelle, T étant l'ensemble des instants, et < la relation d'antériorité sur les instants.
- <W, C> pour la logique conditionnelle, W étant comme ci-dessus et C une relation de condition.

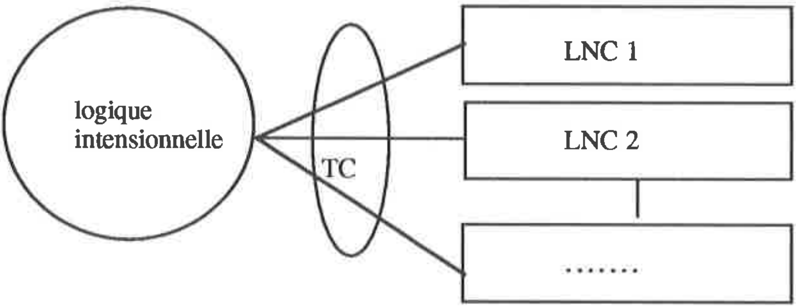
Dans cette optique, on peut apercevoir une similarité de structure des cadres qu'ils soient modal, temporel ou conditionnel. C'est cette parenté de structure que va exploiter la théorie de la correspondance de Van Benthem.

On a indiqué de plus des relations entre une logique intensionnelle générale et ces logiques intensionnelles spéciales.

4. Théorie de la correspondance de Van Benthem

La théorie de la correspondance (TC) a pour fonction d'explorer les correspondances formelles entre les différentes LNC schismatiques. L'enjeu est grand par rapport à la question posée au départ. Si les différentes LNC se laissent ordonner par la TC, alors nous devrons poser la question à partir de cette mise en ordre. Epistémologiquement la situation est similaire à celle de l'axiomatisation des géométries. C'est à partir de celle-ci, qui dévoile les connexions entre les différentes géométries comme des structures abstraites, que l'on peut poser la question de la nature géométrique de tel ou tel formalisme – en dehors de cette démarche, la question n'a tout simplement pas de sens.

La TC a donc pour fonction de donner de la substance à la logique intensionnelle en opérant une mise en ordre sur les LNC:



TC agit à un niveau syntaxique en montrant des parallélismes dans l'usage des constantes logiques (exemple: le parallélisme de 'R' et de '<') et dans la quantification. On peut en effet concevoir par exemple la logique modale comme une quantification sur les mondes possibles. Elle agit également à un niveau sémantique en établissant des parallélismes entre les modèles d'interprétation.

La correspondance syntaxique établit donc une relation entre M et $\exists$, L et $\forall$, F, P et $\exists$, G et H et $\forall$, et donc des relations entre F,P et M et G,H et L:

M	L
$\exists$	$\forall$
F,P	G,H

N.B. On rappelle que M = possible que, L = nécessaire que, F = il sera le cas au moins une fois, P = il a été le cas au moins une fois, G = il sera toujours le cas que, H = il a toujours été le cas que.

Par exemple, la correspondance sémantique de la logique modale (LM) et de la logique temporelle (LT) a l'allure suivante:

> Soit le modèle pour LT: <T,<,V>.
> Soit le modèle pour LM: <W, R, V>.
> V est la fonction d'évaluation.
> Correspondances: T et W, < et R, et également entre cadres <T,<> et <W,R>.

Cette correspondance sémantique fonde les ressemblances des propriétés de LT et LM, en permettant de comparer les propriétés de < et de R, afin de distinguer des classes de logiques.

> **Exemple**: la transitivité de < caractérise une classe de logique temporelle, tout comme la transitivité de R caractérise un calcul modal (S4).

D'autres correspondances peuvent être mises en lumière. Citons-en deux. Tout d'abord, à un niveau axiomatique, on peut mettre en correspondance les systèmes minimaux de LM et de LT:

> **Exemples** (on note # la correspondance):
>
> $Fp \leftrightarrow \neg G \neg p$ # $Mp \leftrightarrow \neg L \neg p$
> (interdéfinition des opérateurs).
>
> $G(p \rightarrow q) \rightarrow (Gp \rightarrow Gq)$ # $(L(p \rightarrow q)) \rightarrow (Lp \rightarrow Lq)$
> (distribution des opérateurs).
>
> p/Gp # p/Lp
> (absolutisation).

Ensuite pour certaines formules, comme celles de Barcan:

> $F \forall x\, Ax \rightarrow \forall x\, F\, Ax$ # $L \forall x\, Ax \rightarrow \forall x\, L\, Ax$,
> $\forall x\, F\, Ax \rightarrow F \forall x\, Ax$ # $\forall x\, L\, Ax \rightarrow L \forall x\, Ax$.

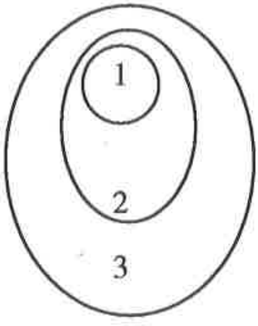
La TC peut être appliquée aussi pour comparer LT et LM à la logique conditionnelle. Cependant la relation C, définie ainsi:

> $C\,(x,y,z) =_{def}$ y est plus semblable à x que z ne l'est,

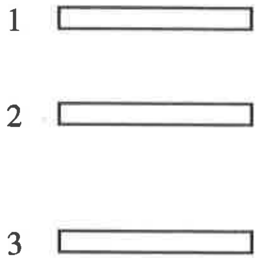
est une relation ternaire, à la différence de < et R; cette propriété est irréflexive et transitive.

La TC permet donc de commencer à répondre à la question posée initialement. Si une LNC est une extension conservatrice de la logique classique, alors il existe une correspondance avec les autres LNC. La structure commune qui assure cette correspondance est un noyau quantificationnel. Les LNC qui sont des extensions conservatrices ont en commun la doctrine de la quantification, qui précisément assure la correspondance et sur la base de cette structure commune quantifie, mais selon les règles habituelles, sur des mondes, des instants, ce qui installe la quantification dans des contextes opaques, au sens de Quine, où le principe d'extensionnalité ne vaut plus. La réponse est donc: elles sont des logiques, parce qu'elles sont des extensions conservatrices des appareils quantificationnels, et elles sont non classiques, car elles sont intensionnelles. C'est dans ce sens que les logiques, dont nous avons parlé (LT, LM et la logique conditionnelle), sont conservatrices: elles préservent la bivalence, le principe de contradiction, les règles habituelles de la quantification et de la déduction dans des contextes qui n'autorisent pas la substitution des identiques.

En ce qui concerne la démarcation interne, la TC montre-t-elle que la logique modale est le noyau des LNC conservatrices? En effet, on peut hésiter entre deux représentations des relations entre les LNC conservatrice, hiérarchique et modulaire:



Hiérarchique



Modulaire

Il existe des arguments pour montrer que LT n'est qu'un décalque de LM (ce qui a motivé d'ailleurs l'abandon d'une LT fondée sur des instants, stricts analogues des mondes possibles, au profit d'une logique des événements, plus émancipée, mais que l'on intègre dans l'ensemble par des théorèmes de correspondance sur l'équivalence des structures d'instants et d'événements.

5. Quelques tendances en LNC conservatrice

On peut mentionner rapidement trois grandes tendances:

1) Une évolution de la théorie des modèles pour LM en termes de mondes possibles vers une sémantique des modèles partiels (situations: Barwise et Perry, représentations discursives: Kamp, etc.).

2) Un passage d'une ontologie pour LT en termes d'instants et d'intervalles à une logique des événements (Kamp). Il existe plusieurs types de motivations pour ce passage:

Motivation d'ordre sémantique: La sémantique du langage naturel réclame que l'on prenne en compte des intervalles, dans la mesure où l'idéalisation consistant à se limiter à des structures ponctuelles d'instants est trop forte. L'introduction des événements est justifiée par la description des aspects et des temps des langues naturelles.

Motivation d'ordre ontologique: Il est plus raisonnable de considérer les structures ponctuelles comme des limites des structures d'intervalles et, dans une ontologie qui admet des événements comme primitifs, de les considérer comme étendus sur des intervalles.

Motivation d'ordre psychologique: Beaucoup de faits militent pour une dualité du temps privé constitué d'intervalles (la durée bergsonienne) et d'un temps public constitué à partir de structures d'instants.

Les structures d'instants sont des cadres temporels composés de deux éléments:

$$< T, < >$$

un ensemble d'instants T et une relation temporelle $<$.
Les structures d'intervalles sont des triplets composés d'ensembles d'intervalles I et de deux relations $<$ et $\subseteq$:

$$< I, <, \subseteq >.$$

Les structures d'événements sont des triplets composés d'ensembles d'événements, E, et de deux relations, O (recouvrement) et $<$:

$$< E, <, O >$$

Cette logique des événements provient de Russell.

3) Une modification de la théorie syntaxique de la logique conditionnelle vers une théorie de la révision (Gärdenfors).

On peut comprendre cette modification à partir de deux interprétations du test de Ramsey.

D'après Ramsey, $A \Rightarrow B$ (où $\Rightarrow$ est la relation conditionnelle) est vrai à un ensemble de croyances X si $A \Rightarrow B$ passe le test suivant:

> Ajouter A à X. Si le résultat devient inconsistant,
> réaliser la révision minimale pour que A n'introduise
> pas d'inconsistance. Vérifier alors que B découle de X.

Ce test de Ramsey devient dans la version syntaxique de la logique conditionnelle:

> Un ensemble X valide $A \Rightarrow B$, si pour chaque ensemble Γ maximal relativement à la propriété «$X \vdash \Gamma$ et $\Gamma + A$ est consistant», $\Gamma + A \vdash B$.

Dans la version de Gärdenfors (1985) ce test devient:

> Accepter une phrase de la forme $A \Rightarrow B$ dans un état de croyances K, ssi le changement minimal de K nécessaire pour accepter A exige aussi d'accepter B.

A noter qu'on peut combiner le test de Ramsey et la théorie bayésienne de la croyance conditionnelle rationnelle. Par exemple, Stalnaker a montré que:

$$P(A \Rightarrow B) = P\,(A \mid B)$$

où $P(A \Rightarrow B) =_{def}$ degré de croyance de l'agent dans $A \Rightarrow B$ et
$P(A \mid B) =_{def}$ degré de croyance conditionnelle en B étant donné A.

Ce qui est commun à (1), (2) et (3), c'est la mise en avant d'aspects dynamiques et partiels qui agissent sur la logique épistémique et la sémantique du discours et s'intègrent parfaitement dans une conception cognitive de la LNC. On entend par là une conception où la LNC sert de manière privilégiée à modéliser le raisonnement et les croyances rationnelles.

6. Conclusion

Comme on l'a vu, le domaine de la LNC peut être abordé de plusieurs manières: philosophique, informatique, sémantique et linguistique, cognitive. De chacun de ces points de vue, on privilégiera des aspects de LNC:

– Philosophiquement, la LNC est une partie de ce que l'on nomme «logique philosophique», avec quoi la «philosophie de la logique» n'a pas de frontière nettement tranchée. De ce point de vue, on privilégie les motivations ontologiques.

> **Exemple**: les structures d'événements dont on préfère dériver les structures d'instants, plutôt que l'inverse.

– Informatiquement, surtout avec LT et LM, la LNC fournit des modèles de logique de la computation et on privilégie de ce point de vue les aspects calculatoires et syntaxiques.

– Sémantiquement, la LNC fournit des modèles pour une interprétation de phénomènes de la langue naturelle. De ce point de vue, et contrairement à ce qui précède, on peut privilégier la logique comme langage plutôt que la logique comme calcul. Associée à un λ-calcul et à une grammaire catégorielle, la logique intensionnelle est un bon outil pour la sémantique des langues naturelles.

– Cognitivement, la LNC peut être envisagée comme une modélisation de cartes cognitives sous-jacentes aux comportements intelligents (inférences, croyance, perception,...). Dans cette perspective, on sera tenté de chercher une vue de la LNC où soient mis en avant les aspects dynamiques.

Université de Rennes 1
Institut de philosophie
261, Av. du Général Leclerc
F 35042 RENNES

7. Bibliographie sélective

N.B. Une bibliographie couvrant ce domaine et les questions évoquées ci-dessus excéderait de loin la taille d'un article. Les titres qui suivent ont été choisis pour leur capacité à fournir un approfondissement de la réflexion fondationnelle. On ne mentionne pas les grands classiques (Peirce, Frege, Russell, Prior,...).

BARWISE J. (1989). *The Situation in Logic*. Stanford: CSLI.

COOPER R., MUKAI K. & PERRY J. (eds) (1990-1993). *Situation Theory and its Applications*. Stanford: CSLI, 3 vols.

CRESSWELL M.J. (1990). *Entities and Indices*. Dordrecht: Kluwer.

CRESSWELL M.J. (1994). *Language and the World. A Philosophical Inquiry*. Cambridge: Cambridge U.P.

DUBUCS J. & LEPAGE F. (éds) (1995). *Méthodes logiques pour les sciences cognitives*. Paris: Hermès.

ENGEL P. (1989). *La norme du vrai: philosophie de la logique*. Paris: Gallimard.

GABBAY D. & GUENTHNER F. (eds) (1983-89). *Handbook of Philosophical Logic*. Dordrecht: Reidel, 4 vols.

GALIN (1975). *Intensional Logic and Higher-order Logic*. Los Angeles.

GÄRDENFÖRS P. (1985). *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States*. Cambridge, London: The MIT Press.

HAAK S. (1996). *Deviant Logic, Fuzzy Logic: Beyond the Formalism*. Chicago: Chicago U. P.

MARCUS R. (1995). *Modalities: Philosophical Essays*. Oxford: Oxford U.P.
MONTAGUE R. (1973). *Formal Philosophy*. New Haven, London: Yale U.P.
NEF F. (1988). *Logique et langage. Essais de sémantique intensionnelle*. Paris: Hermès.
THAYSE A. *et. al.* (éds) (1988-1991). *Approche logique de l'intelligence artificielle*. Paris: Dunod, 4 vols.
VAN BENTHEM J. (1982). *Time Logic*. Dordrecht: Reidel.
VAN BENTHEM J. (1982). *Modal Logic and Classical Logic*. Napoli: Bibliopolis.
VAN BENTHEM J. (1984). Correspondence Theory. In: Gabbay D. & Guenthner F. (eds) 1984, vol. 2, 167-249.
VAN BENTHEM J. (1986). *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht: Reidel.
VAN BENTHEM J. (1988). *A Manual of Intensional Logic*. Stanford: CSLI, 2e ed.
VAN BENTHEM J. (1995). *Language in Action. Categories, Lambdas and Dynamic Logic*. Amsterdam: North Holland.
ZALTA E. (1988). *Intensional Logic and the Metaphysics of Intentionality*. Cambridge, London: The MIT Press.