Publié dans Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 63, 91-111, 1995,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

LA SIGNIFICATION PHILOSOPHIQUE DU CALCUL DES SÉQUENTS

Pascal ENGEL

En 1935, dans sa thèse *Untersuchungen über das logische Schliessen*, Gerhardt Gentzen introduisit deux nouvelles approches en théorie de la démonstration: la déduction naturelle et le calcul des séquents. Il formula à la fois le calcul des prédicats classique et la logique intuitionniste dans ce formalisme. Pour le calcul des séquents, il prouva son *Hauptsatz*, qui établit que l'on peut se dispenser de la règle de coupure dans toutes les démonstrations. On a beaucoup discuté de la signification de ce théorème d'élimination des coupures durant les cinquante dernières années, et de son importance pour la théorie de la démonstration. Mon but, ici n'est pas d'entreprendre une discussion de la portée et de la signification des travaux de Gentzen sur ce point, mais d'envisager seulement l'une des manières dont ils ont été interprétés. Je me concentrerai en particulier sur l'idée que les règles d'introduction pour une constante logique dans un calcul des séquents peuvent être tenues comme des définitions de cette constante et comme «donnant sa signification». La question que je voudrais poser est donc celle de savoir dans quelle mesure ces règles peuvent être conçues comme des règles établissant la signification des constantes logiques. Cette question a des implications importantes pour la définition de la logique elle-même. Mais elle a aussi des implications philosophiques plus larges pour la théorie de la signification en général, indépendamment du seul cas de la signification des constantes logiques. Peut-on en particulier, en prenant pour modèle la définition des constantes logiques dans un système de déduction naturelle et dans un calcul des séquents, proposer l'idée que les règles de signification des termes d'une langue naturelle puissent déterminer leur signification? Cette suggestion a fait l'objet, dans la philosophie contemporaine, de nombreuses discussions, en particulier depuis les travaux de Michael Dummett, qui l'a utilisée dans le cadre d'une conception antiréaliste de la signification. C'est cette suggestion de Dummett que je voudrais examiner et évaluer ici. Je voudrais essayer de montrer comment Dummett utilise les propriétés du calcul des séquents pour formuler une conception générale de la signification dans les langues naturelles qui soit conforme aux principes antiréalistes qu'il entend mettre en avant. Mais ce faisant Dummett se trouve pris dans le dilemme énoncé par Peirce dans la belle citation que Denis Miéville a mise en exergue de ce colloque: voulant rendre compte de la signification *naturelle* telle qu'elle se manifeste dans le raisonnement courant dans une langue naturelle, il utilise les propriétés formelles d'un calcul qui a été formulé à des fins de formalisation distinctes pour le raisonnement mathématique. Peut-il aboutir à la fois à une conception plausible de la signification dans les langues naturelles et servir les intérêts de la thèse philosophique antiréaliste qu'il veut mettre en avant? Ma réponse sera négative. Je soutiendrai que les réquisits mêmes que propose Dummett au nom d'une conception antiréaliste des constantes logiques et des termes d'une langue naturelle peuvent aussi être adoptés par le tenant d'une conception réaliste.

I

Commençons par rappeler quelques points bien connus. Dans un calcul des séquents, les objets manipulés dans les preuves ne sont pas des formules, mais des séquents, qui ont la forme $\Gamma \vdash \Delta$, où Γ et Δ sont des ensembles de formules. De façon informelle, on peut considérer le séquent $\Gamma \vdash A$ comme énonçant que la formule A s'ensuit de l'ensemble de formules Γ. Mais nous pouvons aussi considérer des inférences avec de multiples conclusions ainsi qu'avec de multiples prémisses. Quand les prémisses sont prises conjonctivement, les conclusions multiples sont prises disjonctivement. Ainsi les séquents $A, B \vdash C, D$ et $A \& B \vdash C \vee D$ sont en gros équivalents, et le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ peut être compris plus ou moins comme disant que la disjonction des formules dans Δ suit de la conjonction des formules dans Γ.

Les règles d'un calcul des séquents sont de deux sortes: des règles structurales et des règles opérationnelles. Les règles structurales incluent les trois suivantes, qui représentent les traits de base de la relation de déductibilité:

1. Identité

$$\frac{}{A \vdash A}$$

2. Atténuation

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{A, \Gamma \vdash \Delta} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta, A}$$

3. Coupure

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta, A \qquad A, \Delta \vdash \Gamma}{\Gamma \vdash \Delta}$$

A la différence des règles structurales, les règles opérationnelles d'un calcul des séquents sont associées aux opérations logiques particulières. On peut les diviser en règles d'introduction et en règles d'élimination, et on peut les subdiviser encore en celles où les symboles à introduire ou à éliminer surviennent à gauche du signe de déduction $\vdash$, et celles où les symboles surviennent à droite. Ainsi une règle d'introduction à gauche typique (pour «&») est:

$$\frac{G \vdash A, D}{G, A \,\&\, B \vdash D}$$

et une règle d'élimination à droite typique est:

$$\frac{G, A \,\&\, B, D}{G, B \vdash D}$$

Les calculs de séquents de Gentzen sont constitués seulement de règles d'introduction à droite, sans règles d'élimination. Comme il le fit remarquer néanmoins, ils contiennent des analogues des règles d'introduction et d'élimination des systèmes de déduction naturelle. Les règles d'introduction à droite des calculs des séquents correspondent aux règles d'introduction des systèmes de déduction naturelle. (Pour démontrer $A \vdash A \vee B$ dans un calcul des séquents, on utilise une règle d'introduction à droite). Et les règles d'introduction à gauche des calculs des séquents correspondent aux règles d'élimination dans la déduction naturelle. (Pour démontrer $A \,\&\, B \vdash A$, on utilise une règle d'introduction à gauche).

Dans la thèse de Gentzen, le fait que la règle de coupure puisse être éliminée de toutes les démonstrations en calcul des séquents classiques et intuitionnistes est ce qu'il appelle son «théorème principal». Il se formule ainsi. Toute dérivation LJ ou LK peut être transformée en une autre dérivation LJ ou LK avec le même séquent terminal, sans qu'intervienne une coupure. Gentzen commente ce résultat ainsi:

> Le théorème fondamental affirme que toute démonstration purement logique peut se ramener à une forme normale déterminée qui n'est d'ailleurs nullement univoque. On peut formuler les propriétés les plus essentielles d'une telle démonstration normale à peu près de la manière suivante: elle ne comporte pas de détours. On n'y introduit aucun concept qui ne soit pas contenu dans son résultat final, et qui, par

conséquent ne doive pas nécessairement être utilisé pour obtenir ce résultat (1935: trad. Feys/Ladrière: 4; trad. angl. Sazbo: 69).

Parce que les règles opérationnelles de Gentzen sont toutes des règles d'introduction, la règle de coupure est la seule règle pouvant conduire à une diminution de la complexité des séquents. Par conséquent le Hauptsatz a comme corollaire simple la propriété de la sous formule, que Gentzen énonce ainsi:

> Dans une LJ ou LK dérivation sans coupures, toutes les H-S formules qui interviennent sont des formules partielles des S-formules qui figurent dans le séquent final. En s'exprimant de façon intuitive, on peut énoncer cette propriété des dérivations sans coupure à peu près de la façon suivante: les S-formules s'allongent à mesure que l'on descend vers le bas dans la dérivation; elles ne se raccourcissent jamais. On construit pour ainsi dire le résultat final à partir de ses éléments constituants (trad. Feys: 51; trad..Sazbo: 87).

Ainsi pour Gentzen, la signification première du théorème d'élimination des coupures est que toutes les démonstrations peuvent être mises en forme normale, sans applications des coupures. C'est en général cette propriété qui a retenu le plus l'attention[1]. Mais ce n'est pas celle sur laquelle je vais me concentrer. Ce qui nous intéresse plutôt est la remarque suivante de Gentzen au sujet des règles d'introduction dans un calcul de déduction naturelle:

> Les introductions représentent pour ainsi dire les "définitions" des signes qu'elles concernent, et les éliminations sont en dernière analyse les conséquences de ces définitions, ce que l'on peut exprimer de la façon suivante: dans l'élimination d'un signe, la formule dont il s'agit, et dont le signe en question est le signe terminal ne peut être utilisée que dans le sens que lui confère l'introduction de ce signe. Un exemple éclairera ce qui précède. La formule $A \supset B$ peut être introduite quand lorsqu'on dispose d'une dérivation de B à partir de la formule hypothèse A. Si l'on veut alors l'appliquer dans l'élimination du

1 Notamment en relation avec le théorème de Herbrand, cf en particulier Jean Van Heijenoort, «L'oeuvre de Herbrand et sa signification historique». In: *Selected Essays*. Naples: Bibliopolis, 1985. Cf. aussi, pour une analyse éclairante des démarches de Gentzen, Hugues Leblanc 1962.

> signe (évidemment on peut également l'appliquer dans la formation de formules plus longues, comme par exemple (A ⊃ B) v (C, v -I) on peut le faire précisément en déduisant d'emblée B de A supposé démontré, car A ⊃ B nous apprend qu'il existe une dérivation de B à partir de A. notons le bien, il n'est nullement nécessaire de tenir compte en tout ceci d'un "sens intuitif" du signe "⊃ ". En précisant ces idées, il devrait être possible de montrer que, dans certaines conditions, les déductions E sont des fonctions univoques de déductions I correspondantes (trad. Feys: 27; trad. Sazbo: 80).

Ces remarques ont conduit au développement de deux thèmes distincts mais néanmoins étroitement liés. Le premier est une réponse directe à la suggestion de Gentzen selon laquelle on pourrait rendre ces idées plus précises, et se trouve développé dans les travaux de Prawitz notamment (1971, 1980 entre autres). En particulier Prawitz a démontré des théorèmes «de forme normale» pour les systèmes de déduction naturelle, qu'il tient pour avoir la même signification que celle que Gentzen attribuait à son Hauptsatz dans le cas du calcul de déduction naturelle. Il a aussi travaillé sur le problème de l'énoncé précis du «principe d'inversion», selon lequel les règles d'élimination peuvent être dérivées des règles d'introduction. Dans son oeuvre, le théorème d'élimination de coupures tend à être considéré comme un résultat technique intéressant à propos du calcul plus ou moins artificiel des séquents, qui doit être augmenté de résultats plus «naturels» dans un système de déduction *naturelle*.

Le second thème prend au pied de la lettre les remarques de Gentzen sur le caractère définitoire des règles d'introduction et les applique non pas aux systèmes de déduction naturelle, mais au calcul des séquents. L'idée de base consiste à prendre les règles d'introduction à gauche et à droite dans un calcul des séquents comme définissant ou donnant la signification des symboles introduits. Dans le développement de ce thème, comme on va le voir, le Hauptsatz jouera un rôle central.

Il est important de voir que ce second thème s'écarte de manière significative de l'idée initiale de Gentzen. Comme on l'a vu, les règles d'introduction des systèmes de déduction naturelle correspondent aux règles d'introduction à droite des calculs des séquents, tandis que le règles d'introduction à gauche des calculs des séquents correspondent aux règles d'élimination d'un système de déduction naturelle. Par conséquent, si nous transférions directement les remarques de Gentzen sur la règle d'introduction dans un système de déduction naturelle au calcul des séquents nous prendrions les règles d'introduction *à droite* comme définissant les symboles introduits. Nous espérerions être capables de dériver les règles d'introduction à gauche des règles d'introduction à droite. Mais la thèse à laquelle nous intéressons ici considère qu'*à la fois* les règles d'introduction à droite et les règles d'introduction à gauche comme donnant la signification des symboles introduits, sans présupposer d'ordre de priorité entre les deux.

II

L'un des auteurs qui ont discuté de manière intéressante et conjointement les deux thèmes en question est Dummett (1973, 1978, 1990). Dummett discute ces thèmes à partir d'une question beaucoup plus générale que celle de la signification des constantes logiques. Il se demande en général quelle pourrait être la forme d'une théorie de la signification pour une langue naturelle (cf. Engel 1989, 1994). Il prend au sérieux le slogan wittgensteinien «le sens c'est l'usage», qu'il transforme en un principe de publicité et de manifestabilité de la signification: une théorie de la signification doit rendre compte du sens public que les locuteurs assignent aux termes de leur langage, et elle doit être telle que ce sens soit manifeste dans l'usage. C'est en ce sens que Dummett considère qu'une théorie de la signification doit être une théorie de la compréhension: une théorie de la signification ne doit pas accorder aux locuteurs une connaissance de la signification des termes de leur langage qui excède ce qu'ils sont capables de *comprendre*, et de manifester publiquement, par ces termes et par les phrases dans lesquelles ils figurent. Comment ce sens peut-il devenir manifeste, selon Dummett? En rendant explicite les aptitudes pratiques qui sont impliquées dans tout usage du langage. Le sens d'un terme, par conséquent, selon Dummett, consiste essentiellement dans ces aptitudes pratiques, qui doivent pouvoir être révélées publiquement dans le comportement des locuteurs. En quoi consistent ces aptitudes pratiques? Elles consistent, pour les phrases déclaratives, en des aptitudes à *asserter* des phrases dans des circonstances données et à *inférer* de ces phrases d'autres phrases, ou à les inférer de ces autres phrases. La signification d'une phrase, selon l'antiréalisme, consistera donc en ses *conditions d'assertion et d'inférence*, c'est-à-dire en ce que l'on peut appeler leur pouvoir assertif et leur pouvoir inférentiel. Appelons ces thèses dummettiennes *conception épistémique de la signification*: il n'y a pas plus, dans la signification, que ce que nous pouvons connaître de la signification, et la signification, c'est-à-dire la connaissance de la signification, consiste dans les conditions, publiques, manifestables, d'assertion et d'inférence. C'est la première thèse distinctive de l'antiréalisme dummettien. Il y a une seconde thèse distincte de cet antiréalisme, qui concerne cette fois non pas la signification, mais la vérité. Elle consiste à dire que la vérité peut être identifiée à l'assertabilité et à l'inférabilité. La vérité est, selon Dummett, épistémiquement contrainte, et elle peut être définie en termes de notre capacité à la connaître. C'est ce que l'on peut appeler la conception *épistémique de la vérité*. La conception épistémique de la signification s'oppose directement à ce que l'on peut appeler la conception non épistémique de la signification, selon laquelle la signification d'une phrase est une donnée indépendante de la connaissance que nous en avons, objective. De même la conception épistémique de la vérité s'oppose directement à une conception non épistémique de la vérité, selon laquelle la vérité est indépendante de nous et de la connaissance que nous en avons. Ces conceptions non épistémiques sont ce que Dummett appelle des conceptions *réalistes* de la signification et de la vérité respectivement. Selon la première, la signification d'une phrase peut être indépendante de la connaissance qu'en a un locuteur, parce qu'elle consiste dans la saisie des *conditions de vérité* ellesmêmes indépendantes de cette phrase. Selon la seconde conception, la vérité est également indépendante, et ne se laisse pas réduire à l'assertabilité et au pouvoir inférentiel.

Dummett associe en général étroitement ces deux thèses distinctives de son antiréalisme, au point qu'il les confond souvent. Il les associe parce qu'il cherche en général à argumenter en faveur de la conception épistémique de la vérité à partir de la conception épistémique de la signification, et par conséquent à montrer que, parce que la signification d'une phrase n'est pas épistémiquement contrainte, elle ne peut consister dans des conditions de vérité indépendantes, et par conséquent que la vérité n'est pas à comprendre au sens réaliste. Mais les deux doctrines ne sont pas équivalentes. Il est certes facile de voir en quoi la conception épistémique de la vérité permet d'obtenir la conception épistémique de la signification: supposons que nous puissions, indépendamment, soutenir que la vérité d'une phrase déclarative consiste dans ses conditions d'assertion correcte, et que comprendre ces conditions d'assertion ne soit pas autre chose que comprendre ses conditions de vérité (par le principe selon lequel asserter que *p*, c'est asserter qu'il est vrai que *p*, i.e. que les conditions de vérité de *p* sont réalisées); dans ce cas nous pourrons parvenir immédiatement au principe selon lequel comprendre la signification de *p* c'est comprendre ses conditions d'assertion correcte. Nous parvenons ainsi à l'idée que le contenu ou la signification de *p* n'est pas autre chose que le contenu ou la signification de *il est assertable que p*, ce qui est la conception épistémique de la signification. Mais nous ne pouvons pas arguer inversement en faveur de la conception épistémique de vérité à partir de la conception épistémique de la signification. Supposons en effet que le contenu de *p* soit le même que celui de *il est assertable que p*. S'ensuit-il que la vérité soit identique à l'assertabilité?

L'objection immédiate est que c'est faux, parce que cela viole, dans les cas les plus élémentaires, le principe de compositionalité selon lequel le sens d'une expression complexe est fonction du sens de ses expressions composantes. Pour prendre seulement le cas de la négation, *Il n'est pas vrai que p* et *il n'est pas vrai qu'il est assertable que p* n'ont pas les mêmes conditions d'assertion, et par conséquent pas la même signification ou le même contenu. Ces deux expressions n'apportent pas les mêmes contributions au contenu des phrases complexes dans lesquelles

elles figurent. La même difficulté se poserait pour la disjonction. Les conditions d'assertion des phrases complexes ne sont pas fonction des conditions d'assertion des phrases simples. La compositionnalité des conditions d'assertion n'est pas assurée (cf. Skorupski 1994, Wright 1987: 409-410, Engel 1994). Par conséquent, il est parfaitement possible de soutenir la conception épistémique de la signification *sans* soutenir la conception épistémique de la vérité, c'est-à-dire sans vérifier la vérité et l'assertabilité. Autrement dit encore, on peut admettre les réquisits antiréalistes sur la signification sans admettre la conception antiréaliste de la vérité. Je voudrais à présent essayer de le montrer à partir de l'exploitation que fait Dummett de la conception définitionnelle des constantes logiques proposée par Gentzen.

III

Dummett pose deux réquisits pour une théorie antiréaliste de la signification fondée sur l'usage. Le premier est le réquisit fregéen classique de compositionnalité: le sens d'une expression complexe est fonction du sens de ses constituants. En second lieu, il distingue deux aspects fondamentaux de l'usage d'une expression douée de sens (phrase, terme, prédicat, connecteur, etc.) Ces deux aspects sont les *fondements*, ou conditions de l'usage approprié de l'expression, et ses *conséquences*. Dans le cas d'une assertion, les fondements incluent (entre autres) les affirmations à partir desquelles on peut inférer la phrase assertée. Mais ce ne sont pas seulement des entités linguistiques. Ils peuvent inclure aussi les états de choses que le locuteur observe. Les conséquences peuvent inclure les actions du locuteur. Saisir le sens d'une expression, c'est saisir ces deux aspects de son usage (cf. Dummett 1976).

Or dans le cas d'une constante logique comme «&», il est plausible de soutenir que les deux aspects de cet usage sont purement inférentiels. Ainsi saisir le sens d'une constante logique c'est seulement savoir comment elle se comporte dans des inférences. Nous pouvons considérer les règles d'introduction pour une constante logique comme représentant les deux aspects de son usage: la règle d'introduction à gauche nous dit comment elle se comporte dans les prémisses des inférences, alors que la règle d'introduction à droite nous dit comment elle se comporte dans les conclusions. Ainsi la règle d'introduction à gauche spécifie les conséquences des phrases contenant la constante en question, alors que la règle d'introduction à droite spécifie les fondements de ces phrases. Cela conduit directement à notre second thème, que les règles d'introduction donnent la signification des constantes logiques en spécifiant leur rôle dans les inférences.

Comme on sait, cette thèse n'est pas nouvelle. Elle avait déjà été proposée, avant Dummett, par Popper (1947) et par Kneale (1951). Mais elle se heurte à une objection qui fut brillamment exposée par Prior dans son célèbre petit article *The runabout inference ticket* (Prior 1960). Prior inventa un nouveau connecteur, «tonk», obéissant aux règles d'introduction suivantes:

Tonk

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash A \text{ tonk } B, \Delta} \qquad \frac{\Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \text{ tonk } B \vdash \Delta}$$

Etant donné que ces règles expliquent la manière dont des phrases contenant «tonk» sont supposées se comporter dans des inférences, nous pouvons considérer qu'elles donnent la signification du nouveau connecteur. Et pourtant cela produirait un résultat absurde, car en utilisant les deux règles pour tonk, avec les règles de coupure, d'atténuation, et d'identité, nous pouvons démontrer A $\vdash$ B pour toute formule A et B[2]. La conclusion de Prior est que le sens d'une constante ne peut pas être donné par les règles d'inférence qui la gouvernent.

Belnap (1961) répondit à Prior que le problème avec *tonk* n'était pas que cette constante était introduite arbitrairement, mais que les règles d'introduction données par Prior n'étaient pas *conservatrices*. Elles violent l'une des conditions gouvernant les définition correctes, parce que dans le langage contenant *tonk* des inférences se trouvent validées qui ne le sont pas dans le langage qui ne contient pas *tonk* et qui ne contiennent pas d'occurrences du connecteur scandaleux.

Dummett a généralisé ce point de Belnap sous la forme d'un «réquisit d'harmonie» entre les deux aspects de l'usage d'une expression. Il rejette l'idée que ces deux aspects sont seulement «deux types de signification qui puissent être attachés ad libitum à toute phrase donnée sans qu'il y ait de réquisit de conformité entre eux» (1973: 396-397). Pour illustrer ce point, Dummett donne l'exemple suivant:

> Un cas simple nous sera fourni par une expression péjorative, telle que «Boche». La condition d'application du terme à quelqu'un est qu'il est de nationalité allemande; les conséquences de son application sont qu'il est barbare et plus enclin à la cruauté que les autres européens. Nous pourrions envisager les connections dans les deux directions comme suffisamment étroites pour être comprises dans la signification même du terme; aucune ne pourrait être retirée sans altérer la signification du mot. Quelqu'un qui rejette le mot le fait parce qu'il ne veut pas autoriser la transition des fondements de l'application du terme aux conséquences de cette application. L'addition du terme “boche” à un langage qui ne le contiendrait pas déjà produirait une extension non conservatrice, i.e. une extension dans laquelle certains énoncés qui ne contenaient pas le terme seraient inférables d'autres énoncés ne le contenaient pas qui n'étaient pas précédemment inférables [...] Dans le cas d'une constante logique, nous pouvons considérer les règles d'introduction la gouvernant comme donnant les conditions d'assertion d'un énoncé dont elle est l'opérateur principal, et les règles d'élimina-

2 Démonstration: par identité A $\vdash$ A et B $\vdash$ B; par conséquent par les règles d'introduction de tonk A $\vdash$ A tonk B et A tonk B $\vdash$ B. Il suit, par atténuation, A $\vdash$ A tonk B, B et A, A tonk-B $\vdash$ B. En coupant A tonk B, nous obtenons A $\vdash$ B.

> tion comme donnant les conséquences d'un tel énoncé: le réquisit d'harmonie entre eux est alors exprimable comme le réquisit selon lequel l'addition d'une constante à un langage produit une extension conservatrice de ce langage (1973: 454-455).

Dummett semble ici mettre en avant un réquisit d'harmonie relatif à un langage, car la question de savoir si l'addition d'un terme à un langage produit une extension conservatrice dépend du langage initial. Cela suggère une précision de notre second thème: relativement à un langage d'arrière-plan, les règles d'introduction pour une constante donnée peuvent être dites donner la signification de cette constante, du moment qu'elles produisent une extension conservatrice de ce langage.

Mais Dummett ne tire pas cette conclusion. Il pense qu'une théorie de la signification doit avoir un seul concept clef, en termes duquel tous les autres doivent être expliqués. Un concept central qui reviendrait à privilégier seulement les conséquences ne laisserait pas de place selon lui au concept d'assertion. Dummett semble donc soutenir que l'on peut donner la signification d'une phrase en spécifiant une manière *canonique* d'être en position de l'asserter. Les conséquences qui peuvent être tirées d'une phrase doivent ultimement être dérivables de sa signification en ce sens.

Cette théorie est clairement liée au premier thème mentionné tout à l'heure, développé dans les travaux de Prawitz. Pour Prawitz le réquisit qu'un des aspects de l'usage d'une phrase doit être dérivable de l'autre découle directement du réquisit d'harmonie. Tandis que Dummett prend le premier réquisit comme une condition additionnelle qui doit aussi être satisfaite si les règles d'introduction pour une constante peuvent être dites conférer une signification intelligible à cette constante. Mais Dummett et Prawitz suggèrent tous deux qu'une théorie de la signification satisfaisant à ces critères dictera le choix d'une logique intuitionniste. Pour Dummett, l'accent mis sur ces critères syntaxiques, ou inspirés de la théorie de la démonstration, va de pair avec une position antiréaliste. Il appelle ces critères «molécularistes», au sens où ils traitent la signification d'une expression complexe comme déterminée par celle des expressions qui la composent, et au sens où la signification d'une expression donnée ne peut pas présupposer celle d'autres expressions qui n'auraient pas été introduites antérieurement. Cette dernière présupposition est selon lui celle d'une position *holiste* et non pas moléculariste. Le holisme, en un sens, assimile, tout comme la position avancée par Dummett, la signification d'une expression à son pouvoir inférentiel. Mais à la différence de cette position, il ne délimite pas clairement les types d'inférences qui peuvent être déterminantes pour la signification d'une expression. A la limite, comme le dit Dummett, ces inférences peuvent s'étendre sur le langage tout entier. Il s'ensuit que le holisme ne peut pas considérer certaines inférences comme canoniques. Dummett (1978) soutient que toute théorie de la signification qui ne satisfait pas aux critères molécularistes et qui opte par conséquent pour une forme de holisme sera non seulement incapable de représenter la signification d'un terme, et qu'elle ne nous permettra pas de fournir une authentique *justification* des principes de base de la logique. Assimilant ce holisme à une forme de réalisme (parce qu'il ne permet pas d'établir un lien *direct* entre la signification d'une expression et la connaissance que nous avons de cette signification), il en conclut que la conception vériconditionnelle de la signification (i.e. la théorie non épistémique de la signification), le holisme, et la défense de la logique classique et d'une conception sémantique plutôt que syntaxique de la logique doivent avoir partie liée. J'ai essayé de montrer ailleurs que ces assimilations dummettiennes ne sont pas fondées. Je voudrais ici préciser en quoi une certaine forme de la thèse selon laquelle le sens d'une expression est fixée par ce que Dummett appelle ses fondements et ses conséquences est parfaitement compatible avec une conception réaliste de la signification et de la vérité. Je m'inspirerai pour cela d'un certain nombre de suggestions formulées récemment par Christopher Peacocke (1988, 1993).

IV

On peut tenter de généraliser l'idée de Dummett selon laquelle il y a deux sortes de principes déterminant le sens non seulement d'une constante logique, mais aussi d'une expression en général (je m'en tiendrai cependant aux seules constantes logiques). Distinguons ceux des principes que l'on peut appeler *déterminant le sens* d'une constante et ceux que l'on peut appeler *résultant du sens* d'une expression. C'est une autre version de la distinction entre les fondements et les conséquences, bien que la distinction que j'aie en vue ici n'implique en rien que l'on souscrive, comme la conception conventionnaliste du sens des constante logiques qu'attaquait implicitement Prior dans *The Runabout Inference Ticket*, à l'idée que ces principes déterminent conventionnellement le sens d'une constante (en d'autres termes on peut admettre cette distinction sans admettre pour autant la thèse selon laquelle la logique est fondée sur des conventions). On peut poser les réquisits suivants. Une théorie traitera un certain principe P comme déterminant le sens d'une expression si, (a) selon la théorie comprendre la constante requiert une certaine sorte d'acceptation non inférentielle de certaines instances de P, et si (b) selon cette théorie une certaine propriété sémantique de la constante est cruciale pour la validité ou la non-validité des inférences qui la contiennent. Une théorie traite un principe comme résultant du sens d'une constante si d'une part elle ne le traite pas comme déterminant, et si d'autre part la validité du principe découle de la propriété sémantique assignée à la constante en vertu des principes qu'elle traite comme déterminant pour la constante. Par exemple, nous pouvons dire que nous avons une théorie des constantes de la logique propositionnelle classique qui dit que l'acceptation non inférentielle des règles classiques d'élimination et d'introduction est requise pour la compréhension du conditionnel matériel. Supposons aussi que cette théorie dise qu'une inférence propositionnelle valide est une inférence qui préserve la vérité sous toutes les assignations de valeurs de vérité aux constituants non logiques, et que ce qui fait que le conditionnel matériel exprime la fonction de vérité qu'il exprime est la fonction de vérité qui rend les règles d'introduction et d'élimination préservatrices de la vérité sous toutes les assignations. Selon cette mini théorie très élémentaire, le *modus ponens*, ou la règle de démonstration conditionnelle sera déterminante pour le sens, alors que la loi de Peirce $((p \supset q) \supset p) \supset p$ résulte du sens selon cette théorie.

Cette conception, et cette version de la distinction dummettienne entre fondements et conséquences d'une assertion, bien qu'elle repose sur l'idée que le sens d'une constante est liée étroitement aux conditions de vérité des phrases qui la contiennent, et donc à la sémantique de ces phrases, n'implique pas la thèse que Dummett attribue à toute conception réaliste selon lui, à savoir que le sens est fondé dans la reconnaissance de conditions de vérité *indépendantes* des conditions d'inférence. C'est bien l'acceptation intuitive de principes déterminants du sens, i.e. des règles d'élimination et d'introduction, et non pas la connaissance des conditions de vérité des phrases contenant une constante qui fonde leur compréhension. Mais cette conception ne sépare cependant pas les conditions de vérité de ces conditions d'inférence. Elle les traite plutôt comme parallèles. En ce sens, pour la position que je suis en train de proposer, ce qui ne va pas dans le connecteur *tonk*, ce n'est pas seulement que les règles qui lui sont attachées ne sont pas harmonieuses, mais aussi que ces règles ne donnent pas de sémantique claire au connecteur, et ne permettent pas de déterminer quelle sorte de fonction de vérité lui correspond. En d'autres termes on doit poser que:

> Les règles d'inférence pour une constante, en même temps qu'une analyse de la manière dont la contribution d'une constante aux conditions de vérité est déterminée à partir de ces règles d'inférence, fixent la contribution correcte aux conditions de vérité des phrases contenant cette constante.

Ce réquisit, contrairement à ce que soutient Dummett, est neutre par rapport à une conception classique ou intuitionniste de la logique. Dummett, on s'en souvient, soutient au contraire que le fait de dire que les règles d'inférence déterminant le sens fixent le sens d'une constante donnée revient à demander que cette constante n'introduit pas d'extension non conservatrice sur le langage contenant cette constante nouvelle, et que ce réquisit d'extension conservatrice conduit directement à une logique intuitionniste. Mais on peut fournir un analogue de ce réquisit dans une conception qui ne repose pas sur l'idée que seuls les critères syntaxiques relatifs à la théorie de la démonstration sont à même de justifier le sens d'une constante logique, mais sur l'idée que ce même critère peut être formulé en termes sémantiques. Il faut pour cela définir un analogique *sémantique* de la notion d'extension conservatrice.

Soit Σ un ensemble de règles pour une nouvelle constante logique et L un système de déduction pour un langage ne contenant pas la nouvelle constante. Le critère syntaxique d'extension conservatrice était:

Σ est déductivement conservatrice sur L ssi pour toute phrase $A_1, \ldots, A_n$, B de L, $A_1, \ldots, A_n \vdash_{L+\Sigma} B$ seulement si $A_1, \ldots, A_n \vdash_L B$

Mais il y a aussi un critère sémantique d'extension conservatrice:

Σ est sémantiquement conservatrice sur L ssi pour toute phrase $A_1, \ldots, A_n$, B de L, $A_1, \ldots, A_n \vdash_{L+\Sigma} B$ seulement si $A_1, \ldots, A_n \models_L B$

où $\models$ est la notion de conséquence valide sémantique. Ce n'est que si l'on *présuppose* que ce réquisit conduira à l'adoption d'une logique intuitionniste que l'on admettra seulement la version syntaxique. Un cas dans lequel le réquisit sémantique d'extension conservatrice est pertinent est celui dans lequel nous avons un ensemble d'axiomes récursifs pour l'arithmétique du premier ordre. L'enrichissement de cet ensemble dans l'arithmétique du second ordre conduira à la dérivabilité de phrases du premier ordre qui n'étaient pas dérivables antérieurement, comme la phrase de Gödel pour l'axiomatisation du premier ordre. On regardera cela comme non problématique du moment que nous avons une analyse de la sémantique dont la phrase initialement non dérivable est une conséquence.

On peut donc, si l'on adopte cette position, admettre tout à fait la première thèse de Dummett, selon laquelle la signification d'une constante logique, et en général d'une expression d'un langage, est fixée par ses conditions d'assertion et d'inférence, et que ce que nous comprenons, quand nous comprenons cette signification, ce sont ces conditions d'inférence et d'assertion. Mais cela n'implique pas que nous comprenions *aussi* par là même ses conditions de vérité, au sens réaliste du terme. Quelle raison avons-nous, si nous admettons les contraintes épistémiques sur la notion de signification, de soutenir que celles-ci doivent s'harmoniser avec une conception de la vérité *distincte* de la conception classique? Admettons, avec la conception antiréaliste de la *signification* qu'il n'y ait rien de plus, dans *ce que comprend* un locuteur quand il comprend une phrase, que ses conditions d'assertion, les conditions dans lesquelles on peut l'inférer d'autres phrases, ou dans lesquelles d'autres phrases peuvent être inférées à partir d'elle, etc. Si l'on admet cela, on répudie d'emblée une *certaine* conception réaliste de la signification, selon laquelle ce qui constitue la compréhension est la saisie d'un état de choses ou d'une condition de vérité qui, pour ainsi dire, *sous-tend* cette compréhension (ou, si on conçoit la connaissance de la signification comme la maîtrise de règles «platoniciennes» que le locuteur suivrait, selon la métaphore wittgensteinienne, comme des «rails»). Mais ce que comprend un locuteur par une phrase ou une expression, le rôle cognitif de cette phrase ou expression, même s'il réside dans les *justifications* particulières qu'a ce locuteur pour asserter la phrase, n'implique en rien que les conditions objectives *de correction* de l'énoncé de la phrase en question soient identifiées à ce rôle cognitif ou à ces justifications. C'est précisément la raison pour laquelle, par exemple, une analyse de la signification des connecteurs logiques usuels en termes de conditions d'assertion échoue.

Il est parfaitement possible de soutenir que ce que je comprends, quand je comprends une phrase, ce sont uniquement ses conditions d'assertion, mais que je comprends ces conditions d'assertion *par l'intermédiaire* d'une saisie de leurs conditions de *vérité* usuelles. On me donne, par exemple pour la négation, la règle:

> «non-P» est vrai ssi «P» n'est pas vrai

Je peux en inférer que

> «Non-P» est assertable ssi il est assertable que «P» n'est pas vrai.

Je comprends donc les conditions d'assertion d'une négation et la contribution de la phrase qu'elle contient à travers la saisie de sa condition de vérité. Ce que je comprends, ce sont bien des conditions d'assertion. Mais il n'y a rien, dans la *sémantique* du connecteur «non» qui me permette de reconnaître quand la négation d'un énoncé est justifiée. Il est parfaitement possible de soutenir, selon cette conception, que le rôle cognitif (ou conceptuel) d'une expression détermine ses conditions de vérité, mais rien n'autorise à dire que celles-ci sont *assimilables* à des conditions d'assertion. Cela nous conduit-il à modifier notre notion courante de condition de vérité (réaliste), et notre concept courant de vérité (réaliste)? Aucunement. La vérité, dans l'anti-réalisme, peut très bien résider dans l'idée que saisir le sens d'une phrase c'est saisir ses conditions d'assertion, *sans* que cela entraîne que nous devions adopter une conception épistémique de la vérité.

Université de Caen;
Institut Universitaire de France; et
CREA, École Polytechnique
R. Descartes 1, F-75005 Paris

Références

BELNAP N. (1961). Tonk, plonk and plink. *Analysis*, *22*. (Repr. in: Strawson 1971).

DUMMETT M. (1973). *Frege, Philosophy of Language*. London: Duckworth.

DUMMETT M. (1976). What is a theory of meaning, II. In: G. Evans & J. Mc Dowell, *Truth and Meaning*. Oxford: Oxford University Press.

DUMMETT M. (1978). *Truth and Other Enigmas*. London: Duckworth. (Trad. fr. partielle: *Philosophie de la logique*. Paris: Minuit 1992).

DUMMETT M. (1990). *The Logical Basis of Metaphysics*. Harvard: Harvard University Press.

ENGEL P. (1989). *La norme du vrai*. Paris: Gallimard. (Trad. angl. *The Norm of Truth*. Harvester Wheatsheaf: Hemel Hempstead 1991).

ENGEL P. (1994). *Davidson et la philosophie du langage*. Paris: P.U.F.

GENTZEN G. (1935). *Untersuchungen über das logische Schliessen*. (Trad. fr. de R. Feys et J. Ladrière, *Recherches sur la déduction logique*. Trad. angl. de E. Sazbo et Fenstad, *The Collected Papers of G.Gentzen*. North Holland 1969).

HALDANE J. & WRIGHT C. (eds) (1993). *Reality, Representation and Projection*. Oxford: Oxford University Press.

KNEALE W. (1956). The province of logic. In: H.D. Lewis (ed.), *Contemporary British Philosophy, 3rd Series*. London: Allen & Unwin.

KREMER M. (1988). Logic and meaning, the philosophical significance of Gentzen's sequent calculus. *Mind, 97*.

LEBLANC H. (1962). Etude sur les règles de déduction naturelle de Gentzen, *Dialogue, I*, 55-66.

PEACOCKE C. (1988). Understanding logical constants. In: *Proceedings of the British Academy*.

PEACOCKE C. (1993). Truth and proof. In: Haldane & Wright (eds), 1993.
POPPER K. (1947). New foundations for logic. *Mind, 56.*
PRAWITZ D. (1967). *Natural Deduction.* Stockholm: Almqist & Wiskell.
PRAWITZ D. (1975). Comments on Gentzen-type proof procedures and the classical notion of proof. In: Diller & Mueller (eds), *Proof Theory Symposium.* Berlin: Springer.
PRAWITZ D. (1977). Meanings and proofs, on the conflict between classical and intuitionist logic. *Theoria, 43.*
PRIOR A. (1959). The runabout inference ticket. *Analysis, 21.* (Repr. in: Strawson 1971).
SKORUPSKI J. (1993). Anti-realism, inference, and the logical constants. In: Haldane & Wright (eds) 1993.
STRAWSON P.F. (ed.) (1971). *Philosophical Logic.* Oxford: Oxford University Press.