

Pourquoi la révision des probabilités conditionnelles est impossible

François Lepage

Prolégomènes

Le but principal de cet article est d'examiner les raisons et les conséquences d'un résultat d'impossibilité démontré par Charles Morgan et moi-même (Lepage & Morgan 2011).

Le plan en est le suivant. D'abord un bref rappel historique de la problématique, cette section se terminant sur la proposition de David Lewis pour l'interprétation de la probabilité absolue d'un contrefactuel par révision de la fonction de probabilité en tenant compte de l'antécédent du contrefactuel pour rendre ce dernier vrai.

Se pose ensuite la question de la possibilité d'étendre ces résultats au cadre général des probabilités conditionnelles à *la Popper*. Après avoir présenté une axiomatisation des fonctions de probabilités conditionnelles, on montre qu'il n'y a pas de manière non triviale de généraliser le résultat de Lewis. Le premier résultat est le suivant : toute fonction de révision de probabilité qui laisse intact l'arrière-plan valide le contrefactuel $A > (B > A)$. Le second résultat est le suivant : toute fonction de révision de probabilité qui modifie l'arrière-plan doit permuter avec la conditionalisation, c'est-à-dire que réviser puis conditionaliser doit conduire au même résultat que conditionaliser puis réviser.

Enfin, une troisième section est consacrée à l'examen des prémisses de la démonstration et des conséquences des résultats obtenus.

1. Conditionnels et probabilité

La question de l'interprétation des contrefactuels, plus précisément de leurs conditions de vérité, remonte aux origines de la philosophie. Une des approches les plus prometteuses pour l'élaboration d'une telle théorie a été celle de Robert Stalnaker. Dans son texte de 1968 « A Theory of Conditionals », Stalnaker utilise les modèles de Kripke pour interpréter les conditionnels et il fournit une axiomatisation, dont il prouve la complétude. Les conditions de vérité d'un conditionnel ($A > B$) sont basées sur l'intuition suivante :

Consider a possible world in which A is true and which otherwise differs minimally from the actual world. '*If A , then B is true (false) just in case B is true (false) in that possible world.*' (Stalnaker 1968 : 169)

Stalnaker n'aborde la question de la probabilité des conditionnels qu'à la toute fin de son texte :

Several philosophers have discussed the relation of conditional propositions to conditional probabilities. See R. C. Jeffrey, 'If', *Journal of Philosophy*, 61 (1964), 702-3, and E. W. Adams, 'Probability and the Logic of Conditionals' in *Aspects of Inductive Logic*, ed. J. Hintikka and P. Suppes (Amsterdam, 1966), pp. 265-316. I hope to present elsewhere my method of drawing the connection between the two notions, which differs from both of these. (1968 : 177)

Deux ans plus tard, il publie en effet un texte sur le sujet intitulé « Probability and Conditionals » dont la première phrase annonce d'emblée la thèse :

The aim of the paper is to draw a connection between a semantical theory of conditional statements and conditional probability. (Stalnaker 1970 : 64)

Pour ce faire, Stalnaker introduit, sur la partie classique, une sémantique qui comporte deux volets. Le premier est l'interprétation en termes de valeurs de vérité introduite dans son article précédent, alors que le second utilise des fonctions de probabilité absolues.

Les contraintes habituelles sont posées à chacune de ces sémantiques et une seule contrainte croisée est introduite : si $\Pr(A) = 1$, alors A est vraie.

Il en vient ensuite à la question des conditionnels. Sa première idée est d'attribuer au conditionnel la probabilité conditionnelle :

$$\Pr(A > B) = \Pr(B, A) = \frac{\Pr(A \wedge B)}{\Pr(A)}$$

Mais cela ne peut pas être vrai en général, car les conditionnels contrefactuels sont justement ceux dont l'antécédent est supposé faux et donc $\Pr(A) = 0$ et la probabilité conditionnelle n'est pas définie.

Counterfactual assertions are the more controversial and interesting conditional statements. If we are to use probability theory to throw light on these cases, we must first extend the theory to cover counterfactual probabilities. (1970 : 70)

Il y a deux stratégies de contournement de la difficulté. La première est évidemment de donner une autre définition de la probabilité d'un contrefactuel. La seconde est de raffiner la théorie des probabilités de manière à pouvoir conditionaliser sur des conditions que l'on sait fausses. Stalnaker choisit la seconde en introduisant la notion de fonction de probabilité prolongée (*extended probability function*). Une fonction de probabilité prolongée est une variante à deux variables des fonctions de probabilité à la Popper. Les fonctions de probabilité absolues sont alors réintroduites par conditionalisation sur une

tautologie : $\Pr(A)$ est $\Pr(A, t)$. La propriété intéressante est que $\Pr(A, B)$ est définie même si $\Pr(B) = 0$ (elle peut prendre à peu près n'importe quelle valeur).

La probabilité d'un contrefactuel est alors :

$$\Pr(A > B) = \Pr(B, A)$$

Quand $\Pr(A) \neq 0$, on utilise la définition habituelle et, dans les autres cas, on calcule $\Pr(B, A)$ en utilisant un ensemble de mondes possibles disjoint de l'ensemble des mondes possibles compatibles avec ce que l'agent sait (ou croit savoir).

Cette contrainte est cependant trop faible car elle ne donne aucune indication pour calculer $\Pr(A > B, C)$ ni en général, les contrefactuels emboîtés $\Pr(A > (B > (C > D)))$. Stalnaker introduit alors la notion de sous-fonction d'une fonction de probabilité. Pour tout C , \Pr_C est une sous-fonction de \Pr relativement à C , ssi \Pr_C est une fonction de probabilité telle que $\Pr(A > B, C) = \Pr_C(A > B) = \Pr_C(B, A)$. On aura, par exemple, $\Pr(A > (B > (C > D))) = \Pr_{AB}(D, C)$ ¹.

Stalnaker fournit un système dont $(A > B) \supset (A \supset B)$ est un axiome et dont $A > A$ est un théorème. Ces deux énoncés sont pratiquement universellement reconnus comme valides. On a, par ailleurs, que pour tout A , $\Pr_A(A) = 1$.

Dans son fameux article « Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities » (1976), David Lewis montre que la théorie de Stalnaker est malheureusement triviale au sens suivant : les seuls modèles probabilistes qu'admet la théorie de Stalnaker sont les modèles où les fonctions de probabilité sont des fonctions 0-1. La preuve a été largement discutée dans la littérature et je ne vais donc pas la présenter ici.

¹ La formulation exacte de Stalnaker est un peu plus complexe.

À la fin de son article, Lewis suggère d'utiliser une autre façon d'attribuer une probabilité au contrefactuel. C'est là qu'apparaît la première formulation explicite de la révision d'une fonction de probabilité, c'est-à-dire d'une fonction de croyance, qui est totalement étrangère à toute forme de conditionalisation.

Lewis reprend l'idée d'utiliser des fonctions de probabilité absolue. Soit Pr une distribution de probabilité définie sur l'ensemble des mondes possibles. Soit Pr_A la fonction de probabilité obtenue en vidant chaque $\neg A$ -monde de sa densité de probabilité pour la reporter sur le A -monde le plus proche selon l'ordre de similarité arbitraire décrit par la relation de proximité de Stalnaker. (Il est évident que Pr_A est une fonction de probabilité). Pr_A est dite obtenue de Pr par *Imaging* sur A . On montre assez facilement (Gärdenfors : 1988) que la fonction ainsi obtenue est différente de celle obtenue par conditionalisation sur A . La suggestion de Lewis est que $Pr(A > B) = Pr_A(B)$. On remarquera que cette identité ne résulte pas d'une décision arbitraire. Chacun des membres de l'identité est déjà défini : le membre de gauche est la somme des probabilités des mondes où $(A > B)$ est vraie alors que le membre de droite est la somme des probabilités des mondes où B est vraie, calculée avec la nouvelle distribution obtenue par *Imaging*.

Ce résultat est très intéressant et on peut s'interroger sur la possibilité de le généraliser. Deux types de généralisation nous viennent à l'esprit. La première est celle de la possibilité d'une généralisation au système de sphères de Lewis. Celui-ci permet de décrire des contrefactuels qui, contrairement à ce qui se produit dans le système de Stalnaker, ne valident pas le tiers exclu conditionnel : $(A > B) \vee (A > \neg B)$, c'est-à-dire que $(A > B)$ est équivalent à $\neg(A > \neg B)$.

Le système de sphères de Lewis est une généralisation du système de Stalnaker. Au lieu d'imposer que la relation de proximité entre mondes soit un ordre linéaire, on laisse ouverte la possibilité que ce soit un ordre partiel, c'est-à-dire que plusieurs mondes soient équidistants, d'où la métaphore des sphères. Pour évaluer un contrefactuel ($A > B$), on regarde si dans la plus petite sphère contenant au moins un A -monde, tous les A -mondes sont des B -mondes. Si oui, le contrefactuel est vrai, sinon il est faux. On voit pourquoi le tiers exclu conditionnel est non valide : si dans la plus petite sphère il y a des A -mondes qui sont des B -mondes et des A -mondes qui ne sont pas des B -mondes, ($A > B$) et ($A > \neg B$) sont tous les deux faux (ils ne peuvent pas par ailleurs être tous les deux vrais).

Mais revenons à notre question. La technique d'Imaging de Lewis pour évaluer un contrefactuel de Stalnaker peut-elle être généralisée aux contrefactuels de Lewis ? La réponse est *non*. On montre facilement que, en général, pour les contrefactuels à la Lewis, on a l'inégalité suivante : $\Pr(A > B) \leq \Pr_A(B)$ et que l'identité est validée si, et seulement si, le système de sphères est un système à la Stalnaker, c'est-à-dire qu'il valide le tiers exclu conditionnel.

La seconde généralisation qui nous vient à l'esprit est celle de l'implantation de l'Imaging dans le cadre général qui utilise des fonctions de probabilité conditionnelle. Suivant (une généralisation de) Popper (1934), on peut prendre comme notion primitive celle de probabilité conditionnelle. Je ne reviendrai pas sur les avantages bien connus des probabilités conditionnelles sur les probabilités absolues et me contenterai de présenter une axiomatique standard.

2. Les probabilités conditionnelles

Soit L le langage du calcul propositionnel classique. Une fonction de probabilité conditionnelle est n'importe quelle fonction Pr de $L \times \wp(L)$ dans $[0,1]$, obéissant aux contraintes suivantes (Morgan 2000) :

$$\text{NP.1} \quad 0 \leq \text{Pr}(A, \Gamma) \leq 1$$

$$\text{NP.2} \quad \text{Si } A \in \Gamma \text{ alors } \text{Pr}(A, \Gamma) = 1$$

$$\text{NP.3} \quad \text{Pr}(A \vee B, \Gamma) = \text{Pr}(A, \Gamma) + \text{Pr}(B, \Gamma) - \text{Pr}(A \wedge B, \Gamma)$$

$$\text{NP.4} \quad \text{Pr}(A \wedge B, \Gamma) = \text{Pr}(A, \Gamma) \times \text{Pr}(B, \Gamma \cup \{A\})$$

$$\text{NP.5} \quad \text{Pr}(\neg A, \Gamma) = 1 - \text{Pr}(A, \Gamma)$$

à moins que $\text{Pr}(B, \Gamma) = 1$ pour tout B .

$$\text{NP.6} \quad \text{Pr}(A \wedge B, \Gamma) = \text{Pr}(B \wedge A, \Gamma)$$

$$\text{NP.7} \quad \text{Pr}(C, \Gamma \cup \{A \wedge B\}) = \text{Pr}(C, \Gamma \cup \{A, B\})$$

$$\text{NP.8} \quad \text{Pr}(A \vee \neg A, \Gamma) = 1$$

Quand $\text{Pr}(B, \Gamma) = 1$ pour tout B , Γ est Pr-anormal.

Il vaut la peine de souligner que cette axiomatisation ne repose en aucune façon sur des propriétés sémantiques classiques ou encore sur des notions relevant de la théorie de la preuve. De plus, cette axiomatisation est fiable et complète pour le calcul propositionnel si nous définissons la notion de conséquence sémantique de la manière suivante :

A est une conséquence sémantique de l'ensemble d'énoncés Γ (on écrit $\Gamma \Vdash A$) ssi pour tout Pr et tout Δ , $\text{Pr}(A, \Gamma \cup \Delta) = 1$.

On a alors :

$$\Gamma \vdash A \text{ ssi } \Gamma \Vdash A$$

où \vdash est le symbole de dérivabilité pour le calcul propositionnel.

Remarquons que l'ensemble des fonctions satisfaisant NP.1-NP.8 est fermé sous la conditionalisation. Soit **PC** l'ensemble des fonctions de probabilité conditionnelles satisfaisant NP.1-NP.8. On a alors :

Fermeture sous la conditionalisation

Si $\text{Pr} \in \mathbf{PC}$ alors Pr' telle que, pour tout Γ et tout A , $\text{Pr}'(A, \Gamma) = \text{Pr}(A, \Gamma \cup \Delta)$ pour un certain Δ , appartient à **PC**.

3. Conditionnel et probabilité conditionnelle

Premier résultat de trivialisatation

Soit $L_{>}$ l'extension de L , le langage du calcul propositionnel classique, telle que

- (i) $L \subseteq L_{>}$;
- (ii) si $A, B \in L_{>}$, alors $\neg A, A \wedge B, A > B \in L_{>}$;
- (iii) rien d'autre n'est dans $L_{>}$.

Nous aurons besoin du lemme classique suivant :

Lemme 1

Pour tout Pr , Γ et A , si $\text{Pr}(A, \Gamma) = 1$, alors $\text{Pr}(B, \Gamma) = \text{Pr}(B, \Gamma \cup \{A\})$.

Proposition 1

Soit $A \in L_{>}$ et $(\)_A : \mathbf{PC} \rightarrow \mathbf{PC}$ une fonction qui associe à chaque fonction de probabilité conditionnelle Pr une fonction de probabilité conditionnelle notée Pr_A qui satisfait les propriétés suivantes :

- (1) Pour tout Γ et tout Pr , $\text{Pr}_A(A, \Gamma) = 1$
- (2) Pour tout Γ , tout Pr et tout B , $\text{Pr}(A > B, \Gamma) = \text{Pr}_A(B, \Gamma)$

On a alors :

$$\text{Pour tout } \text{Pr}, A, B, \Gamma, \text{Pr}(A > (B > A), \Gamma) = 1$$

Preuve :

- 1. $\text{Pr}(A > (B > A), \Gamma) = \text{Pr}_A(B > A, \Gamma)$ Par (2)
- 2. $= \text{Pr}_A(B > A, \Gamma \cup \{A\})$ Par (1) et lemme 1
- 3. $= \text{Pr}_{AB}(A, \Gamma \cup \{A\})$ Par (2)
- 4. $= 1$ Par NP.2



Si cette propriété est la bienvenue pour le conditionnel matériel (ce qui est vrai est la conséquence autant du vrai que du faux), elle est intuitivement inacceptable pour tout contre-factuel. En effet, supposons de plus que $(A > B) \supset (A \supset B)$ (supposons que si A était le cas, B serait le cas; alors si A est le cas, B est le cas) soit un théorème d’une axiomatisation fiable de $L_{>}$ (ce qui est le cas de toutes les *V-logics* de Lewis) et donc que

- (3) Pour tout Pr, A, B et Γ , $\text{Pr}((A > B) \supset (A \supset B), \Gamma) = 1$.

On montre alors (Lepage & Morgan 2011) que pour tout Pr , A , B et Γ , $\text{Pr}((A > B) \equiv (A \supset B), \Gamma) = 1$ et donc que « $>$ » et « \supset » sont probabilistiquement indiscernables. Bref, tout conditionnel qui satisfait (1), (2) et (3) est le conditionnel matériel.

Deuxième résultat de trivialisaton

Le premier diagnostic qui vient à l'esprit est de constater le caractère quelque peu simpliste de la fonction $(\)_A$: la fonction de probabilité Pr devient Pr_A , mais l'arrière-plan demeure intact. Or si l'arrière-plan Γ contredit A , Γ est Pr_A -anormal. Il semble donc intéressant d'introduire une fonction

$$\begin{aligned} (\)_A^* : \wp(L_{>}) &\rightarrow \wp(L_{>}) \\ \Gamma &\mapsto \Gamma_A^* \end{aligned}$$

et que (1) et (2) deviennent

$$(1') \text{ Pour tout } \Gamma \text{ et tout } \text{Pr}, \text{Pr}_A(A, \Gamma_A^*) = 1$$

$$(2') \text{ Pour tout } \Gamma, \text{ tout } \text{Pr} \text{ et tout } B, \text{Pr}(A > B, \Gamma) = \text{Pr}_A(B, \Gamma_A^*)$$

Nous avons donc un processus en deux étapes : d'abord le passage de Pr à Pr_A , puis un passage de Γ à Γ_A^* .

Formellement, on a :

Pour tout Pr et tout Γ , soit $f_{\text{Pr}, \Gamma} : L_{>} \rightarrow [0, 1]$ telle que

$$f_{\text{Pr}, \Gamma}(X) = \text{Pr}(X, \Gamma)$$

$f_{\text{Pr}, \Gamma}$ est simplement la fonction à une place obtenue à partir de Pr en fixant la valeur de Γ .

Utilisant $(\)_A^*$, nous pouvons décrire une fonction S_A qui prend pour argument une fonction de probabilité $f_{\text{Pr}, \Gamma}$ dont

l'arrière-plan est fixé de façon à donner $S_A(f_{Pr,\Gamma}) = f_{Pr,\Gamma_A}$. La figure qui suit permet de visualiser le processus :

Toute fonction de probabilité conditionnelle Pr peut être assimilée à une matrice

Pr	Γ_0	.	.	Γ_i	.	.
X_0	$\Pr(X_0, \Gamma_0)$.	.	$\Pr(X_0, \Gamma_i)$.	.
.
.
.
X_j	$\Pr(X_j, \Gamma_0)$.	.	$\Pr(X_j, \Gamma_i)$.	.
.
.
.
$X_0 \vee X_j$	$\Pr(X_0 \vee X_j, \Gamma_0)$.	.	$\Pr(X_0 \vee X_j, \Gamma_i)$.	.
.
.
.

satisfaisant aux conditions NP.1-NP.8.

Chaque colonne Γ_i correspond à f_{Pr,Γ_i} c'est-à-dire à la fonction qui à X_j associe $\text{Pr}(X_j, \Gamma_i)$. S_A est la fonction qui fait passer d'une colonne à une autre. Formellement, elle fait passer de $f_{\text{Pr},\Gamma}$ à f_{Pr,Γ_A^*} , pour un Pr quelconque.

L'existence d'une fonction comme $(\)_A^*$ et de la fonction dérivée S_A est cependant soumise à de fortes contraintes.

Proposition 2

Soit Pr et Γ une fonction de probabilité conditionnelle et un arrière-plan quelconques. Soit Δ un ensemble d'ebf et Pr' la fonction de probabilité conditionnelle obtenue à partir de Pr par conditionalisation sur Δ . Alors, pour toute ebf X,

$$\text{Pr}(X, \Gamma_A^* \cup \Delta) = \text{Pr}(X, (\Gamma \cup \Delta)_A^*)$$

c'est-à-dire que $(\)_A^*$ et la conditionalisation permutent.

Preuve :

$f_{\text{Pr}',\Gamma} = f_{\text{Pr},\Gamma \cup \Delta}$ parce que, pour tout X, $f_{\text{Pr}',\Gamma}(X) = \text{Pr}'(X, \Gamma) = \text{Pr}(X, \Gamma \cup \Delta) = f_{\text{Pr},\Gamma \cup \Delta}(X)$. Donc, $S_A(f_{\text{Pr}',\Gamma}) = S_A(f_{\text{Pr},\Gamma \cup \Delta})$ et par définition de S_A , $f_{\text{Pr}',\Gamma_A^*} = f_{\text{Pr},(\Gamma \cup \Delta)_A^*}$ et finalement $\text{Pr}(X, \Gamma_A^* \cup \Delta) = \text{Pr}'(X, \Gamma_A^*) = f_{\text{Pr}',\Gamma_A^*}(X) = \text{Pr}(X, (\Gamma \cup \Delta)_A^*)$. ■

4. Signification et conséquences des deux propositions

La première proposition nous dit que toute technique de révision de fonctions de probabilité conditionnelle à la lumière de A qui laisse intact l'arrière-plan et qui

- (1) attribue au conditionnel la probabilité du conséquent pour cette nouvelle fonction de probabilité et
- (2) attribue à A la valeur 1

est triviale.

Remarquons que si on admet que $A > A$ est valide pour ce conditionnel, (2) suit de (1). En effet, pour tout A , tout Pr et tout Γ , $1 = \text{Pr}(A > A, \Gamma) = \text{Pr}_A(A, \Gamma)$. Comme $A > A$ signifie « Si A était le cas, alors A serait le cas. », la contestation de la validité de $A > A$ est, au mieux, incompréhensible.

Serait-il raisonnable, par ailleurs, d'accepter que $\text{Pr}(A > (B > A), \Gamma) = 1$ et de rejeter la validité de (3) pour tout Pr , A , B et Γ , $\text{Pr}((A > B) \supset (A \supset B), \Gamma) = 1$ et ainsi bloquer la preuve de l'indiscernabilité probabiliste de « \supset » et « $>$ »? Non, car la relation converse – c'est-à-dire, pour tout Pr , A , B et Γ , $\text{Pr}((A \supset B) \supset (A > B), \Gamma) = 1$ – s'ensuit de (1) et (2) par la proposition 1. Or, ce résultat est inacceptable ; il a pour conséquence que la probabilité d'un contrefactuel est de 1 si celle de l'antécédent est de 0 ou celle du conséquent de 1.

Par exemple, supposons que la probabilité qu'il ne pleut pas soit de 1 (ce qui ne signifie pas que la proposition « Il ne pleut pas » soit dans l'arrière-plan), alors l'énoncé « S'il pleuvait, la Lune serait en fromage » a une probabilité de 1.

Ceci nous conduit à rejeter une autre objection potentielle. Selon une tradition bien établie, les propositions de l'arrière-plan sont nécessaires et non simplement vraies. On sait que cette distinction n'existe pas dans le cadre des probabilités absolues. Si $\text{Pr}(A) = 1$, la conditionalisation sur $\neg A$ n'est pas définie.

Dans le cadre des probabilités conditionnelles, la conditionnalisation sur la négation d'un élément de l'arrière-plan nous donne un arrière-plan Pr -anormal pour tout Pr mais ce n'est pas le cas en général pour la conditionnalisation sur des énoncés de probabilité nulle mais dont la négation n'est pas dans l'arrière plan. Or, la preuve que la probabilité d'un contrefactuel est de 1 si celle de l'antécédent est de 0 ou celle du conséquent est de 1 ne fait pas intervenir l'appartenance à l'arrière plan mais simplement que les probabilités sont de 0 ou 1. En conclusion : le schème (2) doit être rejeté.

Venons-en désormais à la seconde proposition. Remarquons tout d'abord que

$$(1') \text{ Pour tout } \Gamma \text{ et tout } \text{Pr}, \text{Pr}_A(A, \Gamma_A^*) = 1$$

n'intervient pas dans la preuve. Aucune hypothèse n'est faite sur Pr_A . En particulier, la preuve s'applique lorsque Pr_A est Pr . La proposition (2) s'applique à toute fonction de révision de l'arrière-plan. Elle s'applique à la conditionnalisation elle-même et, heureusement (!), on a bien que

$$\text{si } (\Gamma)_A^* = \Gamma \cup \{A\}, \text{ alors } \text{Pr}(X, \Gamma_A^* \cup \Delta) = \text{Pr}(X, (\Gamma \cup \Delta)_A^*),$$

parce que

$$\text{Pr}(X, (\Gamma \cup \{A\}) \cup \Delta) = \text{Pr}(X, (\Gamma \cup \Delta) \cup \{A\}),$$

l'union étant une opération booléenne associative et commutative.

Il vaut la peine de remarquer que la preuve n'utilise aucune hypothèse spécifique sur la nature de la transformation de Γ en Γ_A^* . Nous utilisons la notation Γ_A^* parce que nous avons en tête une révision de Γ à la lumière de A , mais cette intuition n'a pas de formulation explicite et n'intervient pas dans la preuve. Revenons à l'image de la matrice pour représenter une fonction de probabilité conditionnelle. Ce que la proposition (2) montre

est que *tout* processus de révision qui consiste à changer de colonne doit permuter avec la conditionalisation. La raison en est simple : la fonction à une place représentée par une colonne, c'est-à-dire $\text{Pr}(x, \Gamma)$ où x est une variable d'énoncé peut être décrite de plusieurs façons, en particulier en conditionalisant. Si Pr' est obtenue à partir de Pr par conditionalisant sur Δ , $\text{Pr}'(x, \Gamma)$ est le même objet mathématique que $\text{Pr}(x, \Gamma \cup \Delta)$ et donc toute opération effectuée sur l'un donne le même résultat lorsque effectuée sur l'autre. Toute opération de changement d'arrière-plan doit permuter avec la conditionalisation.

Existe-t-il une porte de sortie ? En ce qui concerne la proposition (1), la réponse est définitivement non : abandonner (1) ou (2) c'est abandonner l'idée que l'on peut formaliser l'intuition que l'on peut évaluer la probabilité conditionnelle d'un contrefactuel $A > B$ en utilisant une fonction révisée *en conservant* l'arrière-plan. La seconde proposition laisse une porte ouverte, mais bien étroite : seuls les processus de révision de l'arrière-plan qui permutent avec la conditionalisation sont éligibles.

5. Conclusion

Il n'y a que deux possibilités :

la première est de continuer à penser que le cadre général des fonctions à la Popper est le bon cadre pour représenter des agents épistémiques et de rejeter l'idée que l'on puisse y décrire quelque notion de révision qui soit intéressante ;

la seconde est de considérer que les propositions (1) et (2) sont une « preuve » que les fonctions de probabilité absolue sont les bons instruments pour représenter les fonctions de croyance et que le cadre des fonctions de probabilité conditionnelle doit être rejeté.

Bibliographie

- GÄRDENFORS P. 1988. *Knowledge in Flux*, Cambridge: MIT Press.
- LEPAGE F. & MORGAN G. C. 2011. Revision with Conditional Probability Functions : Two Impossibility Results, in Girard P., Roy O. & Marion M. (eds), *Dynamic Formal Epistemology*, Dordrecht: Springer (Synthese Library), 161-172.
- LEWIS D. K. 1973. *Counterfactuals*, Oxford: Basil Blackwell.
- LEWIS D. K. 1976. Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities, *Philosophical Review* **85**, 297-315.
- MORGAN G. C. 2000. Canonical Models and Probabilistic Semantics, in Shanks N. & Gardner R. (eds) *Logic, Probability and Science*, Amsterdam: Rodopi, 17-35.
- POPPER K. R. 1934. *The logic of scientific discovery*, Traduit de l'allemand, London: Routledge, 1992.
- STALNAKER R. 1968. A Theory of Conditionals, in Rescher N. *Studies in Logical Theory*, Oxford: Blackwell, APQ Monography No. 2. [Reprinted in Sosa E. (ed.), *Causations and Conditionals*, Oxford University Press, 165-179].
- STALNAKER R. 1970. Probability and Conditionals, *Philosophy of Science* **37/1**, 64-80.