Publié dans Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles 95, 165-172, 1972,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

INSTITUT DE GÉOLOGIE, UNIVERSITÉ DE NEUCHATEL

NOTE DE GÉOCHIMIE DE L'ENVIRONNEMENT

PRÉVISION DE LA VARIATION DU CHIMISME D'UN LAC PAR AUGMENTATION DES APPORTS SOLUBLES. APPLICATION: LE SODIUM DANS LE LAC DE NEUCHATEL

par

LASZLO KIRALY et BERNARD KUBLER

AVEC 1 FIGURE

Introduction

Le temps de renouvellement des eaux d'un lac, plus généralement, d'un réservoir superficiel ou souterrain, a souvent été calculé par la méthode du bilan (rapport du volume total au débit annuel des exutoires). Toutefois il s'est avéré que cette méthode qui donne un premier ordre de grandeur, est beaucoup trop simpliste. Des modèles théoriques (Toth 1963, Kiraly 1970) et des résultats expérimentaux (travaux du Centre de recherches géodynamiques de Thonon) confirment ce fait.

Dans le besoin de prévoir avec plus de rigueur l'augmentation des teneurs moyennes, par exemple de Na^+, dans un réservoir : le lac de Neuchâtel, une méthode générale de calcul a été élaborée. Elle comporte encore toutefois des simplifications importantes.

Cette méthode est valable pour toute augmentation de polluants hydrosolubles inertes dans un réservoir. Par « inerte », il faut entendre les éléments qui n'entrent pas directement dans un biocycle (comme le Cl^-, Na^+, SO_4^{-2}, etc.) ou dans un cycle de précipitation (Fe^{+3}, Al^{+3}, etc.).

Les résultats de ces calculs vont fournir une base de comparaison des plus utiles pour analyser et comprendre, par référence, la distribution des éléments biophiles (P, N, etc.), des éléments qui participent aux cycles biochimiques de précipitation (Ca, Mg, etc.), des éléments poisons (métaux lourds : Pb et Hg) et enfin des substances de synthèse tels que les pesticides ou les détergents.

Extrait du *Bulletin de la Société neuchâteloise des Sciences naturelles*, t. 95, 1972.

1. *Variation de la concentration* C *dans un réservoir alimenté par des courants d'eau et muni d'un exutoire*

Soit un réservoir contenant un volume d'eau V, la concentration de Na^+ étant C mg/l dans l'eau du réservoir. Ce réservoir est alimenté par des courants d'eau, d'un débit total Q_E m³/an et d'une teneur en Na^+ C_E mg/l. Le débit de l'exutoire est Q_S m³/an, et l'eau sortant contient C_S mg/l de Na^+.

Le changement de la concentration moyenne du réservoir est exprimée, à un moment donné, par

$$dC = \frac{(Q_E \cdot C_E - Q_S \cdot C_S) \cdot dt}{V + (Q_E - Q_S) \cdot dt} \qquad (1)$$

Pour pouvoir calculer facilement la concentration moyenne C dans le réservoir à tous les moments, introduisons les hypothèses simplificatrices suivantes :

— Q_S et Q_E sont constants dans le temps.

— $Q_S = Q_E = Q$, donc le volume d'eau V reste constant.

— $C_S = C$, c'est-à-dire, la concentration de l'eau sortant est égale à la concentration moyenne de l'eau du réservoir.

— On admet, en première approximation, que la concentration moyenne C est uniforme dans le réservoir.

Dans ces conditions, l'équation (1) devient

$$dC = \frac{Q}{V}(C_E - C) \cdot dt$$

ou

$$\frac{dC}{dt} + \frac{Q}{V} C = \frac{Q}{V} C_E \qquad (2)$$

C'est une équation différentielle linéaire, de premier ordre, que l'on résout facilement si l'on connaît la variation de la concentration d'entrée C_E dans le temps.

1.1. *La concentration d'entrée* C_E *est constante*

Admettons d'abord que la concentration C_E des affluents est constante dans le temps. Après la séparation des variables et l'intégration des deux côtés, l'équation (2) devient

$$ln\left(\frac{Q}{V} C_E - \frac{Q}{V} C\right) = -\frac{Q}{V} t + ln\, K$$

et $$C = C_E - \frac{V}{Q} \cdot K \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t}$$

A $t = 0$, la concentration dans le réservoir est égale à C_0 et l'on aura pour C (t)

$$C(t) = C_E - (C_E - C_O)\, e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} \qquad (3)$$

L'équation (3) montre que dans ce premier cas la concentration moyenne du réservoir tend asymptotiquement vers la concentration C_E des affluents, mais ne dépassera pas cette dernière.

1.2. La concentration d'entrée C_E varie dans le temps

Si la concentration C_E est une fonction du temps, l'équation (2) s'écrit

$$\frac{dC}{dt} + \frac{Q}{V} C = \frac{Q}{V} f(t)$$

Si la fonction $f(t)$ est une fonction simple, on peut calculer la concentration C (t) par une formule analytique simple. Mentionnons trois cas :

a) C_E varie linéairement avec le temps

soit $$C_E = f(t) = A + B \cdot t$$

et $$\frac{dC}{dt} + \frac{Q}{V} C = \frac{Q}{V} (A + B \cdot t) \qquad (4)$$

L'équation (4) est résolue facilement par la méthode de Lagrange et l'on obtient pour C (t) l'expression

$$C(t) = (A - \frac{V}{Q} B) + B \cdot t + K \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} \qquad (5)$$

b) C_E varie non-linéairement

soit la fonction $$C_E = f(t) = D + A \cdot e^{B \cdot t}$$

et $$\frac{dC}{dt} + \frac{Q}{V} C = \frac{Q}{V} \left(D + A \cdot e^{B \cdot t}\right)$$

En appliquant la même méthode que précédemment on obtient pour C (*t*)

$$C(t) = D + \frac{(Q/V)}{(Q/V) + B} \cdot A \cdot e^{B \cdot t} + K \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} \qquad (6)$$

Pour $t = 0$, $C(t) = C_0$ et l'on obtient pour K

$$K = C_0 - D - \frac{(Q/V)}{(Q/V) + B} \cdot A$$

c) C_E varie de façon quelconque dans le temps

Si C_E varie de façon « irrégulière » dans le temps, C (*t*) doit être calculée par approximations. En admettant, par exemple, que C_E moyenne est constante dans l'intervalle de temps $\triangle t$, nous aurons :

$$C(t) = \frac{C_E(t) + C_E(t - \triangle t)}{2} -$$

$$- \left[\frac{C_E(t) + C_E(t - \triangle t)}{2} - C(t - \triangle t)\right] \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot \triangle t}$$

Le choix du pas de temps $\triangle t$ influencera considérablement le résultat.

2. *Application pour le lac de Neuchâtel*

L'assimilation du lac de Neuchâtel au réservoir décrit dans le paragraphe 1 représente une simplification considérable, mais elle permet de calculer, en première approximation, les variations de la concentration moyenne de Na^+ pour les années à venir.

2.1. *Variation de la concentration d'entrée C_E dans le temps*

Les concentrations d'entrée $C_E(t)$ ont été calculées d'après les données numériques de B. Kubler (voir ce *Bulletin*). Si le débit quittant le lac de Neuchâtel est Q m^3/an et le poids total du sel arrivant dans le lac est P tonne/an, alors la concentration d'entrée C_E moyenne annuelle de Na^+ est donnée par

$$C_E = C_N + 0{,}393 \, \frac{P}{Q} \cdot 10^6 \ [\text{mg/l}]$$

où C_N est la teneur en Na^+ naturelle des eaux. Nous admettons que $C_N = 1{,}5$ mg/l et $Q = 1{,}67 \cdot 10^9$ m^3/an.

D'après les données de B. KUBLER, l'apport de sel P dû à l'homme, varie logarithmiquement dans le temps, et nous admettons deux lois de variation pour P :

de 1955 à 1964 $\qquad \log P = 3{,}55630 + 0{,}0107 \cdot t$

ou $\qquad P = 3600 \cdot e^{0{,}0246 \cdot t}$

à partir de 1964 $\qquad \log P = 3{,}65321 + 0{,}0645 \cdot t$

ou $\qquad P = 4500 \cdot e^{0{,}1483 \cdot t}$

La variation de C_E sera, donc, donnée également par deux expressions :

de 1955 à 1964 $\qquad C_E(t) = 1{,}5 + 0{,}85 \cdot e^{0{,}0246 \cdot t}$

à partir de 1964 $\qquad C_E(t) = 1{,}5 + 1{,}058 \cdot e^{0.1483 \cdot t}$

Les premières colonnes du tableau I donnent les valeurs de P et de C_E, extrapolées jusqu'à 1980.

2.2. *Variation de la concentration moyenne* C *dans le temps*

Etant donné que C_E varie exponentiellement, nous utilisons la formule (6) pour calculer les concentrations moyennes C (t) du lac pour les années allant de 1955 à 1980. Généralement :

si $\qquad C_E(t) = C_N + A \cdot e^{B \cdot t}$

alors $\qquad C(t) = C_N + \dfrac{(Q/V)}{(Q/V) + B} \cdot A \cdot e^{B \cdot t} + K \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t}$

avec $\qquad K = C_0 - C_N - \dfrac{(Q/V)}{(Q/V) + B} \cdot A$

Le volume V du lac est estimé à $13{,}7 \cdot 10^9$ m^3, donc le rapport Q/V est égal à 0,122 [an^{-1}].

Nous avons admis deux lois de variation pour $C_E(t)$, par conséquent nous devons utiliser deux formules pour calculer C (t) :

entre 1955 et 1964 $\quad C(t) = 1{,}5 + 0{,}708 \cdot e^{0{,}0246 \cdot t} + 0{,}092 \cdot e^{-8{,}122 \cdot t}$

K est calculé avec $C_0 = C(1955) = 2{,}30$ mg/l

à partir de 1964 $\quad C(t) = 1{,}5 + 0{,}48 \cdot e^{0{,}1483 \cdot t} + 0{,}44 \cdot e^{-0{,}122 \cdot t}$

K est calculé avec $C_0 = C(1964) = 2{,}42$ mg/l

La quatrième colonne du tableau I donne les valeurs de la concentration moyenne de Na^+ dans le lac de Neuchâtel jusqu'à 1980 et la variation de C est montrée graphiquement sur la figure 1 (trait plein).

TABLEAU I

Année	P (NaCl) tonnes	C_E (Na^+) mg/litre	C (Na^+) mg/litre	C (Na^+) après la stabilisation de C_E (Na^+)			
				2 ans après	5 ans après	10 ans après	20 ans après
1955	3 600	2,35	2,30	2,31	2,32	~2,34	~2,35
1956	3 690	2,37	2,31	2,32	~2,34	~2,35	~2,37
1958	3 876	2,41	2,33	2,35	2,37	2,39	2,40
1958	3 876	2,41	2,33	2,35	2,37	2,39	2,40
1960	4 072	2,46	2,35	2,37	2,40	2,43	2,45
1962	4 278	2,51	2,38	2,41	2,44	2,47	2,50
1964	4 500	2,56	2,42	2,45	2,48	2,52	2,55
1966	6 066	2,92	2,49	2,58	2,69	2,79	2,88
1968	8 151	3,42	2,64	2,81	3,00	3,19	3,35
1970	10 970	4,06	2,88	3,14	3,42	3,71	3,96
1972	14 755	4,97	3,22	3,60	4,02	4,46	4,82
1974	19 870	6,17	3,74	4,27	4,85	5,46	5,96
1976	26 742	7,80	4,45	5,18	5,98	6,82	7,51
1978	35 992	9,98	5,42	6,41	7,50	8,64	9,58
1980	48 500	12,90	6,72	8,06	9,54	11,07	12,36

2.3. Evolution de la concentration moyenne C en cas de stabilisation des apports

Dans les paragraphes précédents nous avons admis que les apports de sel augmentent exponentiellement jusqu'en 1980. Evidemment, les apports de sel pourraient se stabiliser bien avant 1980. Dans ce cas, on peut considérer la concentration d'entrée C_E comme constante et l'évolution de la concentration moyenne dans le lac est donnée par la formule (3) :

$$C(t) = C_E - (C_E - C_0) \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} \tag{3}$$

où C_0 est la concentration moyenne dans le lac au moment de la stabilisation des apports.

Pour visualiser l'effet qu'aurait pu avoir et que pourrait avoir la stabilisation des apports de sel entre 1955 et 1980, nous avons calculé une famille de courbes, représentées par des tirets sur la figure 1. Chaque courbe indique l'évolution de la concentration moyenne de Na^+ dans le lac pour le cas où les apports de sel se seraient stabilisés ou se stabiliseraient pendant l'année indiquée près des courbes.

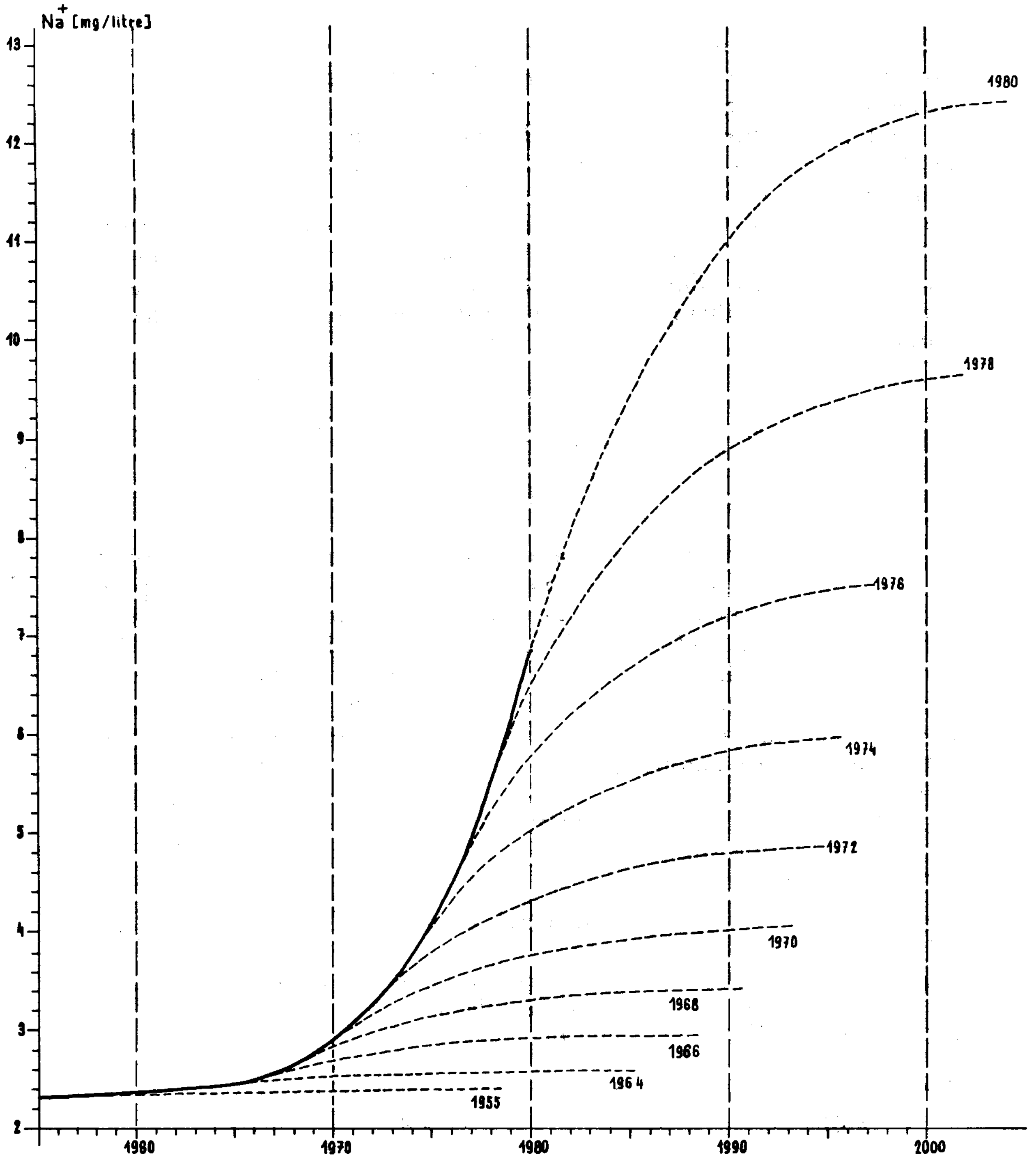

Fig. 1. Variations théoriques de la teneur en Na^+ dans le lac de Neuchâtel

Il apparaît clairement que la concentration moyenne C continuera à évoluer encore longtemps après la stabilisation de la concentration d'entrée C_E. Les courbes de la figure 1 et les dernières colonnes du tableau I indiquent que, dans le lac de Neuchâtel, la concentration moyenne C arrive à un palier vingt à vingt-cinq ans après la stabilisation de C^E, seulement.

Soulignons que dans ces calculs nous n'avons pris en considération ni l'écoulement à potentiel de vitesse, ni la diffusion ionique, ni les convections thermiques dans le lac, alors que ces phénomènes jouent certainement un rôle important dans la distribution des concentrations à l'intérieur de la masse d'eau. La simulation de ces phénomènes à l'aide de modèles plus élaborés (modèles à éléments finis) exigerait, toutefois, une meilleure connaissance des concentrations d'entrée tout autour du lac.

Résumé

L'augmentation de la consommation de sel augmente la quantité de Na^+ apporté dans les lacs. Une méthode de calcul simplifiée permet de calculer l'augmentation de la teneur moyenne en Na^+ des lacs en fonction de la quantité de sel apporté. Après avoir fait des hypothèses sur la variation des apports de sel, nous avons appliqué la méthode pour le lac de Neuchâtel. Les résultats montrent que la concentration moyenne de Na^+ se stabilisera une vingtaine d'années après la stabilisation de l'apport annuel de sel.

BIBLIOGRAPHIE

Kiraly, L. — (1970). L'influence de l'hétérogénéité et de l'anisotropie de la perméabilité sur les systèmes d'écoulement. *Bull. Ver. Schweiz. Pétrol.-Géol. u. Ing.* 37 (Nr. 91) : 50-57.

Toth, J. — (1963). A theoretical analysis of groundwater flow in small drainage basins. *Journ. of Geophysical Res.* 68/16 : 4795-4812.