Publié dans Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques 53, 91-109, 1987,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

Remarques sur le traitement de la référence dans les systèmes logiques

****

PREAMBULE

Aucun logicien ne peut aujourd'hui aborder le thème de la référence sans évoquer les noms illustres de Frege, Russell, Strawson ou de Quine. En particulier, il ne saurait ignorer ces propos de Quine [1961: 13]:

> The variables of quantification [...] range over our whole ontology, whatever it may be; and we are convicted of a particular ontological presupposition if, and only if, the alleged presupposition has to be reckoned among the entities over which our variables range in order to render one of our affirmations true.

Ma première rencontre avec cette pensée m'avait quelque peu interpellé. En effet, quelle est la nature de ces objets dont l'association avec une variable les fait d'une certaine manière être? Quelle certitude ontologique peut-on avoir? Et, de façon générale, quels sont les engagements ontologiques des théories logiques? Il est connu que Quine a une préférence pour les objets physiques et comme Martin [1962: 527] l'a révélé:

> He works hard to defend and justify this preference, however, but he does not altogether succeed in giving the phrase: "physical object" a clear meaning. Nonetheless one could not cavil over taking D as the domain of *physical* objects. Set theorists demand another domain for their variables to range over, a domain of *sets* or *classes*. But the theologian needs another, and the literacy critic still another, and so on.

Si l'on accepte qu'exister peut être défini comme appartenir à un domaine d'interprétation associé à une théorie formelle, celle de Quine par exemple, on peut penser que l'ontologie est la réunion de tous les domaines d'interprétation. Mais spécifier un domaine d'interprétation, c'est toujours exprimer un point de vue particulier. Envisager la chose de cette manière nous entraîne à la conclusion que, par le biais d'une théorie interprétée, on passe de l'indétermination de l'ontologie à sa relativité, une relativité fondée sur les structures interprétatives choisies. Le problème se complique davantage encore pour deux raisons: d'une part, nous savons qu'une théorie formelle ne représente pas de manière univoque; d'autre part, il existe des théories formelles d'ordre supérieur, c'est-à-dire des théories qui contiennent une quantification qui opère non seulement sur des variables d'individu, mais également sur des variables de la catégorie des propriétés, des relations, des propriétés de relations, etc. Et la tentation est grande alors d'opposer à une ontologie unicatégorielle, celle des individus, une ontologie multicatégorielle.

Ces remarques préliminaires brossent un tableau relativement sombre du problème de la référence dans la perspective des systèmes logiques. Le problème est difficile et chacun en conviendra.

Référer est une caractéristique de parler d'objet écrit Largeault [1980: 32]. De quelle manière le logicien parle-t-il d'objets? Quelles sont les difficultés auxquelles il est confronté lorsqu'il traite de la référence, voire même lorsqu'il envisage d'aborder le problème de la non-référence. Ces questions constitueront l'essentiel de mon propos et, dans un premier temps, je présenterai une théorie que la communauté des logiciens s'accorde à penser comme fondamentale: il s'agit des systèmes du premier ordre avec identité.

OU IL EST QUESTION DE SYSTEMES FORMELS

Il est communément admis qu'un système formel est la donnée de quatre ensembles:

a] Un vocabulaire: il s'agit d'un ensemble au plus dénombrable de symboles.

b] Les expressions bien formées : il s'agit d'un ensemble d'expressions dont chacune consiste en une suite finie de symboles du vocabulaire. Elles sont obtenues à l'aide d'un procédé effectif de formation.

c] Les axiomes : c'est un sous-ensemble de l'ensemble des expressions bien formées, qui contient toutes les expressions de certaines formes données, et seulement celles-ci.

d] Les règles de transformation: elles sont en nombre fini. Chacune d'elles est l'expression d'une relation formelle déterminée entre une ou plusieurs expressions bien formées et une expression particulière.

Sur la base de ces définitions, il est possible de donner une certaine vie formelle à cet édifice syntaxique; celle-ci s'exprime à travers un processus déductif qui permet d'obtenir, partant ou non d'expressions bien formées, et avec l'aide des axiomes et des règles de transformation, des théorèmes ou des conclusions dont on dit qu'elles sont syntaxiques.

La notion de système formel permet d'envisager des manipulations syntaxiques extrêmement diverses et subtiles qui ne sont limitées que par notre volonté de leur attribuer des propriétés particulières, telles que la complétude syntaxique, la consistance par rapport à une transformation ... voire même une originalité ou une élégance particulière. Mais la liberté du langage formel n'est qu'apparente.

> Que la formalisation soit toujours rétrospective, cela prouve bien qu'elle n'est jamais complète qu'en apparence, et que la pensée formelle vit de la pensée intuitive.
> [Merleau-Ponty 1945: 442].

Le fragment du monde que l'on veut soumettre à l'analyse formelle présuppose une organisation particulière du langage formel. L'antériorité sémantique ne peut que soumettre la liberté du langage formel à la représentation d'un choix ontologique. Cette dépendance entre domaine syntaxique et domaine sémantique nécessite, dans le cadre de la réalisation du calcul des prédicats avec identité, de disposer de symboles qui seront interprétés comme des individus; on parlera alors de termes constants et de termes variables. Et comme ces termes-là sont intimement associés aux individus, on va jusqu'à spécifier parfois qu'il s'agit de termes singuliers dénotants. Il est également indispensable de disposer de symboles capables de représenter les prédicats, les connecteurs logiques et, bien entendu, les quantificateurs. A la structure syntaxique sont donc associés des domaines d'objets -des mondes possibles; chaque monde possède une organisation relationnelle particulière qui s'exprime de manière extensionnelle. Cette volonté d'associer une syntaxe à une sémantique entraîne la nécessité de disposer d'une correspondance effective entre les deux domaines. Cette correspondance est fondamentale; elle rend possible l'évaluation de la valeur de vérité des expressions bien formées. Lorsqu'on étudie cette correspondance dans le cadre du calcul des prédicats avec identité, deux faits banals, mais révélateurs, se manifestent.

- Tout terme constant ou variable est en directe association avec les objets du domaine sémantique.
- La quantification opère uniquement sur les termes variables qui, par le jeu de la mise en correspondance, sont donc considérés comme appartenant à la catégorie syntaxico-sémantique des individus.

Il découle de cela que:

> ...standard logic presupposes that every individual constant denotes and it points to the absence of a means of expression of genuine existence. The myth that existential statements assert existence is hard to deflate until one realizes that such statements merely affirm that objects whose existence has been presupposed satisfy certain conditions.
> [Corcoran 1973: 43].

Cette mise en correspondance entraîne que les objets formels que sont les quantificateurs prennent une signification particulière. Dans le processus interprétatif, ils sont associés à des éléments objectualisés. On parle alors de quantification objectuelle par opposition, notamment, à la quantification substitutionnelle. De manière objectuelle, une expression quantifiée universellement est dite posséder la valeur *vrai* si et seulement si l'expression qui constitue le champ du quantificateur est satisfaite par tous les objets du domaine sémantique. Une expression quantifiée existentiellement est dite posséder la valeur *vrai* si et seulement si le champ qui lui est associé est satisfait par au moins un objet du domaine sémantique. La nature de cette correspondance ainsi que l'esprit conceptuel qui caractérise l'édifice syntaxique conduisent à plusieurs conséquences.

1. Les systèmes classiques ne constituent pas des logiques universelles. Les théories classiques présupposent l'existence d'un domaine non vide d'objets. Cette présupposition est nécessaire. En effet, tous ces systèmes admettent les théorèmes suivants:

a) $(\exists x)(x=x)$
b) $(\forall x)(A(x) \vee \sim A(x))$

Ces systèmes sont sémantiquement complets. Cela signifie que les expressions logiquement valides sont précisément des théorèmes. Si l'on considère un univers vide, les deux expressions a) et b) ne sont pas évaluables et la propriété de complétude sémantique -propriété essentielle- n'est plus satisfaite. Exclure le cas d'un univers vide entraîne que la notion d'existence est indissociable de la quantification. Et l'on arrive ainsi tout naturellement à la devise de Quine: *être, c'est être la valeur d'une variable liée.*

Il est certes vrai qu'utiliser la logique formelle pour parler un fragment de monde nous engage à un postulat d'existence et, par conséquent, à conclure à l'existence d'au moins un objet. Cet engagement enlève à la logique -du moins à cette manière d'aborder la logique- sa dimension de complète neutralité ontologique. Cette logique ne saurait donc être une logique universelle. Cette situation gênait quelque peu Russell [1970: 241-242; trad. de 1919]:

> Parmi les mondes possibles, au sens leibnizien, il y en aura ayant un, deux, trois ... individus. Il n'apparaît même pas de nécessité logique pour qu'il doive y avoir un individu pour que le monde puisse exister ...

et il ajoute en note:

> Dans les Principia Mathematica les propositions primitives sont telles qu'elles permettent d'inférer qu'un individu au moins existe. Mais aujourd'hui je considère cela comme un défaut de pureté logique.

Quine argue de la raison d'utilité pour balayer l'argument en faveur d'une prise en considération d'un possible univers vide:

> It behooves us therefore to put aside the one relatively inutile case of the empty universe so as not to cut ourselves off from laws applicable in all other cases.
> [1954: 161].

Quant à Kneale et Kneale, ils refusent tout simplement la possibilité de considérer une telle situation:

> The reservation by which empty domains are excluded from consideration ... is really no restriction at all because there can be no empty domains of individuals.
> [1962: 706-707].

2. L'engagement existentiel de ces théories est implicite. Dans la construction classique des systèmes logiques du premier ordre avec identité et, dans la perspective de leur interprétation objectuelle, l'engagement existentiel est tacite. En effet, tant les deux quantificateurs que la relation d'identité et les termes supposent cet engagement.

3. L'interprétation objectualise, individualise les éléments du domaine sémantique. Ces éléments sont appréhendés comme ayant une existence, qu'ils soient nombre, classe ou philosophe grec. Mais cette existence est telle que le logicien n'opère pas de distinction entre un objet et son nom. L'objet se désigne de manière autonyme. Dans le processus interprétatif, chaque terme dénote un de ces objets particuliers. L'expression *terme constant* est une abréviation de *terme constant singulier dénontant*. Ces théories logiques n'appartiennent donc pas à la famille des logiques libres. Elles sont en conséquence incapables de parler d'une non-référence. Et si elles ont la prétention de pouvoir parler d'objets, cette déclaration de principe ne suffit pas à déterminer la nature des objets du domaine sémantique. Cette détermination reste affaire de conscience pour le logicien. Celui-ci peut agir comme le faisait Russell: refuser d'associer aux termes des objets dont il nie l'existence; il peut aussi leur attribuer une certaine existence. Quelle que soit la solution choisie, le problème des noms qui ne dénotent pas est évité, mais il n'est pas résolu.

4. La quantification est restreinte dans la mesure où elle n'opère que sur des variables dont on ne considère qu'une réalisation interprétative individuelle. Elles sont donc des variables individuelles et ne sont que cela.

5. Les systèmes classiques ne permettent aucune liberté catégorielle et génétique. Toute expression est conçue sur la base d'un vocabulaire initial préalablement spécifié. Il est certes possible de définir de nouvelles constantes, mais cette activité est métalinguistique; son intérêt réside essentiellement dans le fait qu'elle permet de simplifier des expressions encombrantes. Une définition est ici une abréviation et n'a donc aucun pouvoir génétique.

LES LOGIQUES LIBRES

Ces cinq points peuvent être considérés comme des évaluations critiques des systèmes classiques. Il n'en reste pas moins que ces systèmes présentent un intérêt indéniable; ils contribuent à fonder l'arithmétique et, partant, l'analyse mathématique classique. Ils font en revanche problème dès lors qu'on désire leur faire jouer un rôle pour lequel ils n'ont pas été pensés: être un langage logique capable de prendre également en compte des noms qui ne dénotent pas. Certes le logicien n'a pas à décider de ce que devrait être l'ontologie, mais il est en droit de s'intéresser, dans la mesure où il participe à l'élaboration de théories capables de représenter les raisonnements déductifs valides, à des structures logiques qui autorisent la présence de noms vides.

Dès la fin des années cinquante, on voit apparaître des travaux qui vont dans le sens d'une réforme de la logique, une réforme qui vise à permettre un parler logique du nom vide. Je pense tout particulièrement aux travaux de van Fraassen [1966], Meyer et Lambert [1968], Leblanc et Thomason [1968] et, plus près de nous, Bencivenga [1986]. Ces logiciens n'ont pas une attirance particulière pour ce qui n'existe pas. Ils désirent toutefois offrir un outil logique capable de déterminer de manière formelle une vérité logique, et ceci en ne considérant pas uniquement des termes qui nécessairement dénotent. Ces logiques sont caractérisées par le fait qu'elles peuvent contenir des termes singuliers qui ne dénotent pas et qui sont ainsi libres de toute présupposition existentielle. C'est la raison pour laquelle on les appelle des logiques libres. Lambert, à qui l'on doit cette appellation, définit la chose ainsi:

> Interest has steadily increased among logicians and philosophers in versions of quantification theory which meet the following criteria: (1) no existence assumptions are made with respect to individual constants, and (2) theorems are valid in every domain including the empty domain. Logics meeting the former of these criteria are called free logics by Lambert ...
> [Meyer and Lambert 1968: 8]

La définition qu'en propose Bencivenga [1986: 375] est plus suggestive:

> A free logic is a formal system of quantification theory, with or without identity, which allows for some singular terms in some circonstances to be thought of as denoting no existing object, and in which quantifiers are invariably thought of as having existential import.

De cette définition, j'isolerai les trois faits suivants:

- Seule la quantification possède un caractère existentiel. Il s'agit de lui faire jouer un rôle objectuel.
- Les termes singuliers ne dénotent pas nécessairement des objets existants.
- Aucune limitation n'est imposée quant au domaine sémantique; celui-ci peut être vide. Une logique libre peut donc également être une logique universelle.

Il s'agit maintenant de comprendre quels ont été les principes de cette réforme. Je procéderai en deux temps. Tout d'abord je présenterai l'aspect syntaxique des logiques libres. Puis, j'aborderai le problème de la sémantique.

La syntaxe des logiques libres

Les logiques libres que je considérerai ne diffèrent guère, au niveau syntaxique, de la logique classique. La différence essentielle réside dans la modification d'une loi que tout système classique possède soit comme axiome, soit comme théorème: la loi de spécification. Celle-ci s'exprime de la manière suivante:

$(\forall x)A(x) \supset A(t)$ si t libre pour x dans A(x).

Cette expression est logiquement valide si le domaine sémantique est non vide et que tout terme dénote. Elle permet de dériver le théorème suivant:

$\vdash (\exists x)(x=t)$ quel que soit le terme t.

Dans la perspective d'une logique libre ce résultat est gênant dans la mesure où il révèle que quel que soit le terme singulier que l'on considère, il possède un correspondant objectuel. Il est donc nécessaire d'affaiblir cette loi. Van Fraassen propose une base axiomatique qui permet de dériver une loi de spécification affaiblie [1966: 224]:

$$\vdash (\forall x)(A(x) \wedge (\exists x)(x=t)) \supset A(t) \quad \text{si } t \text{ libre pour } x \text{ dans } A(x).$$

Quant à Meyer et Lambert, ils remplacent la loi de spécification par les deux schémas d'axiome suivants [1968: 9]:

$$(\forall x)A(x) \supset ((\exists! y) \supset A(y)) \quad \text{si } y \text{ libre pour } x \text{ dans } A(x).$$

$$(\forall x)(\exists! x)$$

Ces deux schémas déterminent la signification d'un nouveau prédicat primitif que les auteurs nous proposent d'interpréter comme *existe*.

La modification de la loi de spécification conduit à plusieurs conséquences, j'en mentionnerai trois:

- Dans ces logiques libres, t=t est un théorème, que t dénote ou ne dénote pas. Par contre $(\exists x)(x=t)$ n'en est pas un. Ceci établit clairement que la relation d'identité ne supporte aucune présupposition d'existence et que seule la quantification remplit ce rôle.
- Dans une logique classique, une expression et sa fermeture sont valides ensemble. Il en résulte que $\vdash A(x)$ si et seulement si $\vdash (\forall x)A(x)$. Cette propriété ne tient plus dans une logique libre. Ceci souligne davantage encore l'engagement existentiel attaché à la quantification.
- Enfin, la loi de particularisation, théorème de la logique classique, est un résultat indésirable dans une logique libre. Cette loi ne saurait y être dérivée:

  $$\vdash A(t) \supset (\exists y)A(y)$$

  par contre on peut obtenir la thèse suivante:

  $$\vdash (A(t) \wedge (\exists! t)) \supset (\exists x)A(x) .$$

Cette modification de la syntaxe permet d'expliciter les engagements existentiels et offre au logicien la possibilité d'opérer avec des termes dénotants ou non dénotants.

La sémantique des logiques libres

Il existe de nombreux travaux relatifs à la sémantique des logiques libres. La diversité des solutions proposées ne permet pas de dégager une orientation qui aurait l'accord de la communauté des logiciens. Ce manque d'homogénéité est révélateur des difficultés qu'il y a à associer une signification aux termes non dénotants.

Je ne saurais être exhaustif dans l'exposé des différentes études qui visent à proposer une issue possible au problème de la sémantique des logiques libres. Je me bornerai à en présenter quelques-unes, celles qui me semblent illustrer les solutions les plus caractéristiques.

Les domaines externes

Une première réalisation sémantique consiste à proposer un domaine composé de deux ensembles disjoints: un domaine interne composé d'objets dont on postule l'existence et qui constitue le rang de la quantification, et un domaine externe dont les éléments sont des objets non existants. Ainsi, dans cette perspective *Merlin* figurerait dans un domaine externe et *Houdini* appartiendrait à un domaine interne. D'autre part, *Merlin est magicien* serait une proposition vraie parce que *Merlin* appartient à l'extension de la propriété *être magicien* , plus particulièrement, il appartient à la partie des non existants de cette extension. Quant à la proposition *Houdini est magicien*, elle est vraie parce que *Houdini* -de son vrai nom Erich Weiss, 1874-1936- satisfait effectivement à la propriété *être magicien.*

Cette conception de la sémantique a été préconisée par Leblanc et Thomason [1968]. Elle est séduisante dans la mesure où la quasi totalité des propriétés métalogiques qui caractérisent les systèmes classiques sont conservées. Ceci n'est pas trop surprenant dans la mesure où les modifications syntaxiques sont compensées par l'existence d'un domaine externe qui permet, dans le processue interprétatif, de conserver l'évaluation d'une expression contenant des termes non dénotants en termes de satisfaction. Cette théorie n'est pas sans soulever néanmoins quelques difficultés. En effet, quelle est la nature de ces objets non existants? Les réponses ne sont pas satisfaisantes. D'autre part, pour quelle raison ne pas étendre la quantification de manière à ce qu'elle opère sur l'ensemble des deux domaines? Il semblerait souhaitable d'accepter la validité de l'universelle affirmative suivante: *Tout Dieu grec est symbole d'une qualité.* On reproche également à cette approche de briser la loi du tiers exclu. L'argumentation est généralement la suivante. Si dans ce contexte, le logicien est prêt à accepter la validité de la proposition

Merlin est un magicien

et de la refuser à

Merlin est une sorcière

il reste embarrassé lorsqu'il analyse la proposition

Merlin est sensible

et il continue de l'être en étudiant les propositions

Il n'est pas le cas que Merlin est sensible

et

Merlin est insensible

Est-ce à dire que dans la perspective des logiques libres, certains objets seraient incomplets, c'est-à-dire que certains prédicats ne sauraient leur être associés? Ce serait un faux procès que de penser cela. Cette situation peut également être présente dans la logique classique et elle recouvre deux problèmes: celui que pose le tiers exclu et celui de la négation.

- La loi du tiers exclu suppose, dans la perspective de l'interprétation objectuelle, une possibilité d'application pour tout prédicat.

- L'unique présence d'une négation qui n'opère que sur des propositions conduit à penser que les deux expressions suivantes sont équivalentes:

non (A être b)

et

A être non b

Mais la relation d'équivalence entre ces deux formules n'est pas toujours réalisée. J'ai montré [1984] que, si une théorie logique connaît en plus de la négation propositionnelle, la négation nominale, les deux expressions suivantes sont des théorèmes:

* quels que soient a et b, si a être non b, alors non (a être b)
* il n'est pas le cas que, quels que soient a et b, si non (a être b) alors a être non b

Une évaluation par convention

Une alternative à la sémantique des domaines externes est la suivante: on considère un domaine d'objets dont on postule l'existence et ce domaine constitue le rang de la quantification. Dans la perspective d'une évaluation, les expressions ne contenant que des termes dénotants sont évaluées selon le procédé classique de la satisfaction. Ce qui est nouveau, c'est l'évaluation d'expressions contenant des termes non dénotants. Le résultat d'une telle évaluation est fonction d'une convention. Je discernerai deux familles de conventions: les conventions absolues et les conventions relatives.

Les conventions absolues.

On décide d'assigner la valeur *vrai* à toute expression contenant des termes non dénotants. En agissant de cette manière, on conserve la validité de la réflexivité de la relation des identiques quels que soient les termes considérés. Par contre cela pose problème au niveau de la substitutivité des identiques et il faut y ajouter des conditions additionnelles pour l'éviter [Van Fraassen 1966: 222].

On décide d'assigner la valeur *faux* à toute expression contenant des termes non dénotants. Cette alternative élimine le problème que pose l'existence de relations entre termes dénotants et non dénotants. La proposition suivante est une proposition fausse:

L'âne de Buridan est plus âgé que Pégase.

Mais, par ce choix, la réflexivité de la relation des identiques n'est plus valide pour les termes non dénotants. Il faut donc également introduire des conditions additionnelles.

Les conventions relatives.

Il s'agit de conventions relatives à un point de vue. Dans ce contexte

Merlin est conçu comme un magicien

serait une proposition vraie en raison de la connotation de Merlin.

Les anciens grecs adoraient Zeus

serait une proposition vraie en vertu de considérations historiques.

Mais ces conventions ont quelque chose d'artificiel et "Logic ... has nothing to do with such conventions and justifications" [Bencivenga 1968: 401].

Une solution préconisée par van Fraassen

Dans un article intitulé *The completness of free logic* van Fraassen [1966: 219-234] considère plusieurs solutions possibles pour évaluer des expressions contenant des termes non dénotants. L'une d'entre elles m'intéresse particulièrement. Elle consiste à refuser d'attribuer une valeur de vérité à toute formule atomique contenant un terme non dénotant. Ainsi:

Merlin est un magicien

ne serait ni vraie ni fausse. Il s'agit d'une proposition dont la valeur est indéterminée. Cette solution semble conduire à la négation de deux principes fondamentaux de la logique classique: le principe de bivalence et celui du tiers exclu. Cependant la solution préconisée par van Fraassen n'est pas aussi radicale. Tout d'abord, il offre un certain nombre de conditions qui lui permettent de conserver la validité de la réflexivité de la relation d'identité des termes quels qu'ils soient ainsi que celle de la substitutivité des identiques. Ensuite, il définit la notion de state model [223]. Il s'agit du produit de tous les modèles qui ont en commun le même domaine et la même correspondance interprétative. Ils ne diffèrent donc que par leurs fonctions d'évaluation. Dans cette construction, et par rapport à un modèle, une formule atomique contenant un terme non dénotant est associé à une valeur de vérité. Une proposition A possède alors la valeur *vrai* respectivement *faux*, dans le state model. Ce traitement propositionnel de formes prédicatives contenant des termes non dénotants entraîne que, par exemple, si t est un terme non dénotant et P_1 est un prédicat monadique, la valeur P_1t est indéterminée, mais la valeur de $P_1t \vee {\sim}P_1t$ est toujours le vrai, comme celle de $P_1t \wedge {\sim}P_1t$ toujours le faux. La loi du tiers exclu est ainsi préservée.

> It follows from there considerations that a sharp distinction must be drawn between the law of the exclued middle and the law that *tertium non datur*. In accordance with the former any statement of the form $A \vee {\sim}A$ is logically true, and in fact, any such statement will be true in all state-models. But it is not the case that in any given state-model every statement is either true or false.
> [van Fraassen 1966: 223].

Interprétation réelle et interprétation nominale

J'esquisserai enfin une dernière solution relative à la sémantique des logiques libres: elle est due à Meyer et Lambert [1968]. Ces auteurs définissent une sémantique qui est caractérisée par deux mouvements. Dans un premier temps, il est établi une interprétation réelle (real interpretation). Il s'agit d'une correspondance au sens classique: les termes dénotants sont associés aux objets du domaine sémantique. Dans un second temps, on construit un domaine nominal composé de deux parties distinctes: le sous-ensemble des noms dénotants et celui des noms non dénotants. Cette construction est telle qu'à chaque objet du domaine sémantique est associé un nom dénotant. On introduit alors une interprétation nominale (nominal interpretation). Celle-ci établit une correspondance entre les termes et les éléments du domaine nominal. Cette application est partiellement déterminée par l'interprétation réelle. Il est possible dès lors d'évaluer les expressions bien formées; toutes les conditions d'évaluations vont être définies par rapport au domaine nominal. Dans cette perspective

Houdini est un magicien

est une proposition vraie parce que le nom *Houdini* appartient à une proposition nominale de la propriété *être magicien.* Cette extension étant déterminée par l'interprétation réelle. Mais

Merlin est un magicien

pourrait être une proposition vraie si le nom *Merlin* appartient à l'extension des mots-magiciens. Si l'évaluation nominale des expressions contenant des termes dénotants est cautionnée par l'évaluation réelle, celle des expressions contenant des termes non dénotants relève d'arguments lexicaux et culturels. On obtient donc une évaluation de la vérité logique conçue sur deux critères différents: des faits de vie, c'est-à-dire une organisation objectuelle et des faits linguistiques.

> ... in the nominal interpretation facts of language receive their due with facts of life. Nominally it is evident that "Pegasus is a horse" is true, and sharply differs from the nominally false "Pegasus is a cow"; though no amount of zoological investigation will discover "Pegasus" in the domain of horses, linguistic investigation will discover "Pegasus" in the domain of, to coin a barbarism, horse-words. On the other hand just because zoological examination discovers Buckpasser in the domain of horses, his name is *ipso facto* a horse-word.
> [Meyer et Lambert 1968: 23].

Cette manière d'envisager la sémantique des logiques libres élimine l'ambiguïté attachée à la notion d'objet non existant; elle offre également *a continuum of nominal interpretations* [Meyer et Lambert 1968: 20]. Cela signifie qu'il est possible de parcourir tout le champ des possibles, depuis une interprétation associée à une évaluation qui conserve le principe de bivalence -toute formule possède une valeur de vérité- jusqu'à l'interprétation qui refuse l'évaluation d'expressions atomiques qui contiennent des termes non dénotants et ceci tout en respectant le principe du tiers exclu.

OU IL EST QUESTION D'UNE LOGIQUE LIBRE, UNIVERSELLE ET GENETIQUE

En résumé, les logiques libres partagent les propriétés suivantes:

- Elles reconnaissent explicitement la dimension existentielle que supporte la quantification;
- elles font leur la devise de Quine *être, c'est être la valeur d'une variable liée;*

- elles sont élaborées sur l'héritage des systèmes issus de Russell et de Frege, dont elles sont tout à la fois une expansion et une réduction. Elles sont le résultat d'une transformation qui permet la présence de termes non dénotants.

Ne serait-il pas possible de procéder d'une autre manière afin d'édifier une logique qui offre les garanties d'une plus grande liberté d'expressions? Ne conviendrait-il pas mieux d'élaborer des systèmes logiques dans lesquels la quantification ne soit pas uniquement associée aux termes dénotants? Je ne vois aucune raison d'éliminer du domaine de la quantification un pouvoir discriminant au niveau de l'existence. Je voudrais faire mienne une réflexion de Bencivenga [1986: 400)

> Even thought the free logician is not going to fergot considerations of simplicity and theoretical conservatism, he may think that it is more crucial to rethink the whole subject, no matter how complicated and revisonary this process is going to be.

Bencivenga suggère ici l'idée d'une réforme de la sémantique. Je voudrais étendre cette idée à une révision plus générale du langage de la logique, avec cependant une restriction d'importance: acceptons une révision des systèmes classiques pour autant que nous ayons épuisés les ressources d'autres systèmes logiques qui se sont développés en marge du courant dominant. A ma connaissance, un de ces systèmes au moins est en mesure de répondre à certaines de nos attentes. Je pense au système logique développé par S. Leśniewski [1930]: l'ontologie. Ce système possède les qualités requises pour satisfaire le logicien en quête d'une théorie capable de lui fournir un langage logique riche, subtil et efficace. Dans une forme et un esprit très différents de la récente tradition logique, l'ontologie de Leśniewski est une logique libre, universelle et génétique.

Une approche présémantique de l'ontologie de Leśniewski

Le domaine présémantique est constitué par l'appréhension naïve et naturelle que nous avons du monde et de la manière utilisée pour en parler. On croit à l'existence matérielle ou non matérielle de choses; Socrate, cette page, le Soleil, un neutrino particulier appartiennent à notre réalité. Nous savons raisonner avec de tels objets et, pour le faire, nous leur associons des noms. Ces noms sont considérés comme des noms individuels, des noms qui dénotent des choses considérées comme des entités. Mais on le sait bien, il existe des noms d'une autre nature; il y a des noms généraux, Nicolas Bourbaki -ce mathématicien polycéphale- est l'un d'entre eux. Il existe également des noms qui ne dénotent aucun objet, des noms vides.

Et pour réveiller les vieux démons, rappelons que l'on raisonne beaucoup, surtout dans la communauté des logiciens, sur le thème de Pégase, de Merlin et des cercles carrés. Enfin, il existe des objets sans nom et, pour cette raison, je ne saurais en parler. Il y a également autre chose que je voudrais mentionner. Lorsque nous parlons, lorsque nous raisonnons en parlant, nous ne cessons d'utiliser -dans les langues indo-européennes en tous les cas- la copule *est*. L'une des fonctions de cette copule joue un rôle logique considérable, qui n'apparaît pas dans le calcul classique des prédicats qui l'amalgame d'une certaine manière aux propriétés et relations. Lorsque Leśniewski développe les linéaments de ses théories logiques, il les expose en polonais; il déploie des démonstrations en utilisant abondamment la copule *jest* -le *est* polonais- qu'il associe aux noms qu'il utilise pour parler des objets [1916]. Il s'intéresse donc à des propositions particulières qui contiennent des noms, ceux-ci étant articulés entre eux par la copule, ce qui conduira Leśniewski à construire un calcul des propositions: la protothétique [1929], ainsi qu'à proposer un calcul des termes capables de représenter une théorie des noms: l'ontologie [1930]. Le génie de Leśniewski est associé à une exigence de rigueur peu commune; il connaît le danger attaché à la polysémie de certains éléments de la langue naturelle et plus particulièrement à la copule; de celle-ci il établira une signification unique qu'il utilise dans ses démonstrations. Cette signification est déterminée par l'axiome de son système.

Une base axiomatique pour l'ontologie de Leśniewski

L'unique proposition primitive de l'ontologie est un axiome et non pas un schéma d'axiome. Il contient un unique foncteur constant primitif, l'epsilon ε. Il ne s'agit pas du symbole d'appartenance de la théorie des ensembles. Ce foncteur apparaît dans des propositions dites singulières dont la forme est la suivante: $a \varepsilon b$. Cette proposition peut se lire de manière présémantique de la façon suivante:

$a \varepsilon b$: a est le (ou un des) b.

Les termes a et b représentent des objets formels de la catégorie syntaxico-sémantique des noms: (N). L'epsilon ε est donc un foncteur formateur de proposition à partir de deux arguments de la catégorie des noms: (S/NN).

Une proposition de la forme $a \varepsilon b$ possède la valeur *vrai* si et seulement si toutes les conditions suivantes sont réalisées:

1] le terme a ne représente pas un nom sans dénotation;

2] le terme a représente un nom individuel. Ce nom ne peut pas dénoter plus d'un individu;

3] si un terme est associé à un nom qui possède la même dénotation que celui associé à a, alors il est en correspondance avec les objets -ou l'objet- dont le nom est associé au terme b.

Cette signification de l'epsilon de Leśniewski s'exprime au travers de la réalisation formelle suivante dans laquelle $\lfloor a \rfloor$ peut être lu "quel que soit a" et $\lfloor \exists b \rfloor$ "il y a b".

$$\text{Ax.: } \lfloor ab \rfloor \ulcorner a\varepsilon b \equiv \lfloor \exists c \rfloor \ulcorner c \varepsilon a \urcorner . \; \lfloor dc \rfloor \ulcorner (c\varepsilon a . d\varepsilon a) \supset d\varepsilon c \urcorner . \; \lfloor c \rfloor \ulcorner c\varepsilon a \supset c\varepsilon b \urcorner \urcorner$$

Dans cette perspective,

Aristote est un philosophe de l'Antiquité

est une proposition singulière vraie.

Merin est un magicien

et L'homme est mortel

sont deux propositions fausses. Quoique bien formée et sensée, la première est fausse parce que *Merlin* ne dénote aucun objet. La deuxième l'est parce que *l'homme* dans ce contexte est un nom général, il désigne plus d'un individu. En fait il s'agit de la forme contractée d'une universelle affirmative qui peut s'exprimer ainsi:

$$\lfloor c \rfloor \ulcorner c \varepsilon a \supset c \varepsilon b \urcorner$$

et qui serait vraie.

Quelques remarques s'imposent.

- Ce n'est pas par coquetterie que j'ai choisi de représenter la quantification d'une autre manière que celle utilisée généralement. Dans l'ontologie de Leśniewski, la quantification ne possède pas le caractère existentiel implicite des logiques classiques ni celui explicite des logiques libres -classiques. Dans la perspective d'une interprétation sur un domaine sémantique, elle ne saurait donc être objectuelle. Existence et quantification sont ici dissociées.
- La lecture de l'axiome conduit à penser que les termes de la catégorie des noms supportent trois significations. Un terme de cette catégorie n'appartient qu'à une seule catégorie grammaticale: celle des noms. Seule son interprétation logique permet de distinguer des noms de fonctions dénotatives différentes. En effet, le langage de l'ontologie permet de représenter des noms individuels (ceux qui ne dénotent qu'un individu comme *Aristote*), des noms généraux (qui désignent non une classe d'individus, mais l'extension elle-même comme *Nicolas Bourbaki*), enfin des noms vides (qui ne dénotent aucun individu comme *Merlin*).
- L'ontologie de Leśniewski est une logique libre, même si elle ne l'est pas au sens classique du terme. Elle est une logique libre parce qu'elle permet un parler de termes qui peuvent être pensés comme associés à des noms non dénotants. Elle diffère des logiques classiques par le fait que sa quantification ne supporte aucun engagement existentiel.

Les directives de définition

L'ontologie de Leśniewski est une logique et, comme telle, elle contient des directives inférentielles. Elles sont au nombre de sept: une directive de détachement, une de substitution, une directive opérant sur la quantification, deux directives d'extensionnalité et deux de définition. J'insisterai uniquement sur les directives de définition. Elles permettent une expansion progressive des thèses du système. Le logicien peut ainsi introduire, sur la base des constantes et des catégories syntaxico-sémantiques que contient l'axiome ainsi que celles qu'il a préalablement inscrites, de nouvelles catégories syntaxico-sémantiques. En utilisant les informations contenues dans l'axiome, à savoir les quatre catégories syntaxico-sémantiques primitives: (S), (N), (S/NN), (S/SS), ainsi que les constantes associées à certaines d'entre elles, il est possible de construire de manière progressive des constantes d'une quelconque catégorie. Il est hors propos d'expliciter ici la formalisation des directives de définition. Je prie le lecteur d'accepter que les définitions que je lui présente sont conformes aux conditions imposées par ces règles. Elles sont donc des thèses de l'ontologie de Leśniewski.

Dans la perspective du *parler d'objet* qui nous intéresse, je propose les définitions suivantes:

D1 : $\llcorner a \lrcorner \ulcorner !\{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner b \varepsilon a \urcorner \urcorner$

Il y a un nom et ce nom dénote au moins un individu.

D2 : $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \rightharpoondown \{a\} \equiv \llcorner bc \lrcorner \ulcorner (b \varepsilon a . c \varepsilon a) \supset b \varepsilon c \urcorner \urcorner$

Il y a un nom et ce nom dénote au plus un individu.

D3 : $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \downarrow \{a\} \equiv \llcorner \exists b \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \urcorner \urcorner$

Il y a un nom et ce nom dénote exactement un individu.

D4 : $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner = \{ab\} \equiv (a \varepsilon b . b \varepsilon a) \urcorner$

Les noms $\underline{a}$ et $\underline{b}$ dénotent le même individu.

D5 : $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \asymp \{ab\} \equiv \llcorner c \lrcorner \ulcorner c \varepsilon a \equiv c \varepsilon b \urcorner \urcorner$

Les noms $\underline{a}$ et $\underline{b}$ ont la même extension.

D6 : $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \varepsilon \sim \langle b \rangle \equiv (a \varepsilon a . \sim(a \varepsilon b)) \urcorner$

Le foncteur ~ représente la négation nominale.

D7 : $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a \varepsilon \Lambda \equiv (a \varepsilon a . \sim(a \varepsilon a)) \urcorner$

Le terme Λ est le terme contradictoire, il est associé aux noms qui ne dénotent pas.

Partant de ces définitions et en utilisant l'axiome de l'ontologie et les directives, il est possible de déduire quelques résultats qui éclairent la position de Leśniewski quant au parler de la référence.

T1 : $\llcorner \exists a \lrcorner \ulcorner \sim !\{a\} \urcorner$

Il y a un nom qui ne dénote pas.

T2 : $\llcorner ab \lrcorner \ulcorner a \varepsilon b \supset a = a \urcorner$

Quel que soit le nom $\underline{a}$, s'il est un nom individuel, alors il est identique à lui-même.

T3 : $\sim \llcorner a \lrcorner \ulcorner a = a \urcorner$

Il n'est pas toujours le cas qu'un nom soit identique à lui-même.

T4 : $\llcorner a \lrcorner \ulcorner a \varepsilon \Lambda \supset \sim(a = a) \urcorner$

Si un nom a la même extension que le nom contradictoire, alors il n'est pas identique avec lui-même.

T5 : $\sim \llcorner ab \lrcorner \ulcorner \sim(a \varepsilon b) \supset a \varepsilon \sim \langle b \rangle \urcorner$

Il n'est pas le cas que [quels que soient les noms $\underline{a}$ et $\underline{b}$, s'il n'est

pas le cas que a est b, alors a n'est pas b].
Pi est un nombre impair ne peut être déduit de *il n'est pas le cas que pi est un nombre pair.*

Cette illustration extrêmement succinte des propriétés et des qualités de l'ontologie avait pour objectif de mettre en évidence la très grande richesse expressive de ce système. Je résumerai les qualités de cette théorie en proposant plusieurs remarques.

- L'ontologie de Leśniewski ne présuppose pas l'existence d'un domaine d'objets non vide. En cela, elle est une logique universelle.
- Il est possible d'expliciter la signification de "existe" soit à travers le terme primitif de l'ontologie, soit d'une autre manière. Dans cette intention, Lejewski a développé un fragment de l'ontologie en utilisant un foncteur d'identité sur la base duquel on peut définir une relation d'identité qui est symétrique, transitive et non réflexive [Lejewski 1967].
- Les termes de la catégorie syntaxico-sémantique des noms ne désignent pas uniquement des individus dont on présuppose l'existence. Ils peuvent être également des noms qui ne dénotent aucun individu ou qui dénotent plusieurs individus. L'ontologie est donc une logique libre d'engagement existentiel. Les logiciens qui tentent de développer des logiques libres depuis quelque trente ans disposaient ainsi d'une théorie conforme à leur objectif; celle-ci a été exposée et entièrement formalisée entre 1919-1920! Ce qui a fait dire à V.F. Rickey *The people who are now making a big case for free logic are truly discovered America.* [Communication personnelle].
- La quantification n'est pas associée au problème de l'existence. Cette distinction est importante et *thereby abolishing certain confusions which vitiate some contemporary logics* [Henry 1972: 28-29]. Dans l'ontologie, le problème de la pertinence d'une expression relative à l'existence de quelque chose qui n'existe pas -problème longuement discuté par Quine- s'exprime et se résoud sans difficulté. Il en va de même de *l'actuel roi de France qui est chauve* : l'ontologie offre une solution sans pour autant attribuer une perruque à cette souveraineté.
- L'ontologie permet d'opérer avec une quantification sur toute catégorie syntaxico-sémantique pour autant qu'elle ait été préalablement introduite. Elle constitue donc un système d'ordre supérieur.
- Enfin, cette théorie offre la possibilité d'une expansion progressive des variables, des constantes et des catégories syntaxico-sémantiques. Cette expansion est génétique. Elle permet également, puisque la catégorie de toute inscription est contextuellement déterminée, de jouer avec la polysémie et ceci sans ambiguïté aucune.

EPILOGUE

Dans les pages précédentes, j'ai tenté de montrer la position que soutient la logique classique par rapport au problème de la référence. J'ai esquissé les réformes que quelques logiciens ont développées de manière à libérer cette logique des présuppositions d'existence attachées à ses termes. J'ai enfin présenté quelques aspects de la logique de Leśniewski qui offre des instruments particulièrement subtils pour traiter du problème de la référence. Pourtant, aussi remarquable que soit cette théorie, elle reste une logique formelle au sens classique du terme; bien que très riche dans son parler d'objets, elle ne saurait rendre compte du raisonnement naturel qui, non seulement utilise la relation de référence, mais encore la construit. Pour rendre compte de la construction de la référence dans le processus du développement de la connaissance, il apparaît nécessaire de disposer d'une autre logique encore. C'est dans ce sens que les travaux du Centre de Recherches Sémiologiques sont conduits [Borel, Grize, Miéville 1983]. Plus précisément, nous étudions actuellement la construction de la référence dans le contexte de la description [Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques, nos 51 et 52, recherche du FNRS no 1.139-0.85].

Denis MIEVILLE
Université de Genève et
Université de Neuchâtel

BIBLIOGRAPHIE

Bencivenga E. [1986]: "Free Logics" in Gabbay D.; Guenther F. (eds): *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. III: *Alternatives to classical Logic*. Dordrecht, Reidel Pub., 373-426.

Borel M.-J.; Grize J.-B.; Miéville D. [1983]: *Essai de logique naturelle*. Berne, Francfort/M., New York, P. Lang.

Corcoran J. [1973]: "Gaps between Logical Theory and Mathematical Practice" in Bunge M. (ed.): *The Methodological Unity of Science*. Dordrecht, Reidel Pub., 23-49.

Grize J.-B. (éd.) [1984]: *Sémiologie du raisonnement*. Berne, Francfort/M., New York, P. Lang.

Hailperin T. [1953]: "Quantification Theory and Empty Individual Domains", *Journal of Symbolic Logic, 18,* 197-200.

Henry D.P. [1972]: *Medevial Logic and Metaphysics. A Modern Introduction*. London, Hutchinson.

Kneale W. et M. [1962]: *The Development of Logic*. Oxford, Clarendon Press.

Lambert K. [1963]: "Quantification and Existence", *Inquiry,* 6, 319-324.

Lambert K. [1963]: "Existential Import Revisited", *Notre Dame Journal of Formal Logic, IV:* 4, 288-292.

Lambert K. [1964]: "A Reduction in Free Quantification Theory with Identity and Descriptions", *Philosophical Studies, 15,* 85-88.

Lambert K. [1967]: "Free Logic and the Concept of Existence", *Notre Dame Journal of Formal Logic, VIII:* 1-2: 133-144.

Lambert K., Meyer R.K. [1968]: "Universally Free Logic and Standard Quantification Theory", *Journal of Symbolic Logic, 33:* 1, 8-26.

Lambert K.; Scharle T. [1967]: "A Translation Theorem for Two Systems of Free Logic", *Logique et analyse,* 39-40, 328-341.

Largeault J. [1980]: *Quine: questions de mots: questions de faits.* Toulouse, Privat.

Leblanc H.; Thomason R.H. [1962]: "Completeness Theorems for some Presupposition Free Logics", *Fundamenta Mathematicae,* 62, 125-164.

Lejewski C. [1967]: "A Theory of Non-Reflexive Identity and Its Ontological Ramifications" in *Grundfragen der Wissenschaften und ihre Wurzeln in der Metaphysik.* München, Pustet, 65-102.

Leśniewski S. [1916]: "Podstawy ogólnej teoryi mnogości. I [Les fondements d'une théorie générale des ensembles]. *Prace polskiego koła naukowego w Moskwie. Sekcyz matematycznoprzyrodnicza, 2.*

Leśniewski S. [1929]: "Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik", *Fundamenta Mathematicae,* 14, 1-81.

Leśniewski S. [1930]: "Ueber die Grundlagen der Ontologie". *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, classe III,* 23, 111-132.

Martin R.M. [1962]: "Existential Quantification and the 'Regimentation' of Ordinary Language", *Mind,* 71: 525-529.

Merleau-Ponty M. [1945]: *Phénoménologie de la perception.* Paris, Gallimard.

Miéville D. [1984]: *Un développement des systèmes logiques de Stanisław Leśniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie.* Berne, Francfort/M., New York, P. Lang.

Quine W.V.O. [1954]: "Quantification and the Empty Domain", *Journal of Symbolic Logic, 19:* 3: 177-179.

Quine W.V.O. [1961]: *From a Logical Point of View.* Cambridge, Harvard University Press.

Rickey V.F. [1977]: "A Survey of Leśniewski's Logic", *Studia Logica, 36,* 407-426.

Russell B. [1970]: *Introduction à la philosophie mathématique.* Paris, Payot.

Collectif [1986]: *Le discours descriptif. Du texte aux objets de connaissance.* Université de Neuchâtel, Travaux du Centre de Recherches Sémiologiques, nos 51-52.

Van Fraassen [1966]: "The Completeness of Free Logic", *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grandlagen der Mathematik, 12,* 219-234.