

704

ETUDE THEORIQUE DE LA DIFFUSION  
QUASI-LIBRE DES PIONS  
SUR LES NOYAUX

Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Neuchâtel  
pour obtenir le grade de docteur

## ÉTUDE THÉORIQUE DE LA DIFFUSION QUASI-LIBRE DES PIONS SUR LES NOYAUX

L. C. LIU

*Institut de Physique, Université de Neuchâtel, Neuchâtel, Switzerland*

Reçu le 20 août 1973

(Revisé le 29 janvier 1974)

**Abstract:** The experimental results of the reaction  $^{12}\text{C}(\pi^+, \pi^+p)^{11}\text{B}$  at about 130 MeV can be explained satisfactorily by using a modified distorted wave impulse approximation. The strong inelasticity in the elastic channel at these energies makes the knock-out reaction essentially peripheral. We show that under these circumstances the knock-out reaction can be used to obtain information about the off-shell pion-nucleon scattering amplitude. Future experiments in this direction are suggested. We have introduced an invariant half-off-shell pion-nucleon scattering amplitude and have re-examined the DWIA method in a relativistic way.

### I. Introduction

Dans toute analyse théorique de la diffusion pion-noyau à moyenne énergie, l'amplitude pion-nucléon dans le noyau est prise comme une donnée théorique en ce sens que son comportement hors couche n'est pas connu mais est postulé théoriquement. Pour mieux comprendre les phénomènes nucléaires, il est donc essentiel de déterminer ce comportement hors couche par des moyens directs. Il est clair que l'amplitude pion-nucléon complètement hors couche n'est pas directement mesurable, mais elle peut se déterminer à partir de l'amplitude pion-nucléon à moitié hors couche qui elle, a la chance d'être mesurable dans le cadre de certaines approximations.

Nous montrons dans la sect. 2 que nous pouvons rendre compte des résultats expérimentaux de la réaction  $^{12}\text{C}(\pi^+, \pi^+p)^{11}\text{B}$  à 130 MeV environ à l'aide d'une forme modifiée de DWIA. Nous montrerons par la suite que la prédominance du mécanisme quasi-libre accompagné d'une absorption pure des pions par les noyaux au sens du modèle optique nous permet d'obtenir des informations sur le comportement à moitié hors couche de l'amplitude pion-nucléon à l'aide de l'expérience ( $\pi, \pi'N$ ).

Nous utilisons le système d'unité  $\hbar = c = 1$ . Nous exprimons une 4-impulsion par  $K = (E, k)$ . La métrique utilisée est telle que l'on a  $K^2 = K_\mu K^\mu = E^2 - k^2 = m^2$ . Les grandeurs dans le système du laboratoire sont munies d'un indice L. Celles dans le système du centre de masse du sous-système pion-nucléon sont munies d'un signe \*. Les grandeurs sans signe particulier sont définies dans le référentiel du centre de masse du système.

## 2. Modèle théorique

Nous calculons les sections efficaces différentielles de la réaction  $^{12}\text{C}(\pi^+, \pi^+ \text{p})^{11}\text{B}$ , à 130 MeV environ, due à l'éjection d'un proton de la couche  $1p_{\frac{1}{2}}$  à l'aide de l'expression suivante†

$$\left( \frac{\partial^9 \sigma}{\partial^3 k_0 \partial^3 k_1 \partial^3 k_2} \right)^{\text{CM}} = (2\pi)^4 \frac{E_0 E_3}{[(E_0 E_3 + k_0^2)^2 - m_0^2 m_3^2]^{\frac{1}{2}}} \delta^3(k_0 + k_1 + k_2) \delta(E_0 + E_1 + E_2 - E_0 - E_3) \times \sum_{m', M'} \left| \sum_{l m m_s} \sqrt{\frac{A}{2}} F_{(j, j)}^{(0)}(k_0; k_1 m'_s | \tilde{\eta}_{01}(w) | k_0; -(k_0 + k_2) m_s) \right. \\ \left. \times C_{-M' M' 0}^{j j 0} C_{m m_s - M'}^{1 \frac{1}{2} j} \tilde{\eta}_{\text{DW}}^{lm}(k_1, k_2) \right|^2, \quad (2.1)$$

où

$$\tilde{\eta}_{\text{DW}}^{lm}(k_1, k_2) = \Theta(\Delta_T - \tilde{Q}) (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \int e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} C(x) \eta^{lm}(x) d^3x, \quad (2.2)$$

$$\Delta_T = \frac{m_1 + m_2}{2m_1 m_2} |p^2 - p'^2| \equiv T_p - T_{p'},$$

$$\mathbf{p} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_2, \quad \mathbf{p}' = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_2 \mathbf{k}_1 - m_1 \mathbf{k}_2).$$

Les indices 0, 0', 1, 2 et 3 dénotent successivement le pion incident, le pion diffusé, le proton éjecté, le noyau résiduel et le noyau cible. Ainsi les quantités  $T_p$  et  $T_{p'}$  représentent respectivement les énergies relatives proton-noyau résiduel avant et après l'interaction directe pion-proton. Dans l'expression (2.1) le nombre quantique principal de l'état lié du proton est sous-entendu. Le facteur  $A^{\frac{1}{2}} F_{(j, j)}^{(0)}$  est le coefficient de parentage fractionnel généralisé. Dans le modèle en couche simple, on a

$$A^{\frac{1}{2}} F_{(j, j)}^{(0)} = [2(2j + 1)]^{\frac{1}{2}}.$$

Ici  $A$  est le nombre de nucléons du noyau cible et  $2(2j + 1)$  est celui de la couche  $j$ .

La fonction  $C(x) < 1$  est une fonction à valeur réelle positive et tend rapidement vers zéro lorsque la valeur de  $x$  diminue. Elle tient compte de la distorsion des ondes pioniques. Cette approximation est basée sur le résultat expérimental indiquant la dominance de la diffusion simple<sup>1)</sup> et sur le fait qu'aux énergies du pion situées autour de la résonance  $P_{33}$  pion-nucléon, il est possible de trouver une énergie du pion incident à laquelle le noyau se comporte comme une cible noire. Cette forte inélasticité rend le phénomène d'éjection directe du nucléon préférentiellement périphérique. Nous négligeons donc la distorsion du nucléon éjecté par le processus direct. Lorsque la variation d'énergie  $\Delta_T$  subie par le nucléon au cours de son interaction avec le pion est petite par rapport à l'énergie  $\tilde{Q}$  caractérisant sa liaison, le processus direct sera très peu probable, puisque dans ce cas le nucléon éjecté va exciter

† Nous avons modifié légèrement les notations de la réf. 1).

fortement le noyau résiduel. Nous simulons cette situation défavorable au processus direct à l'aide de la fonction de Heaviside  $\Theta(\Delta_T - \tilde{Q})$  rendant l'expression (2.1) différente de l'expression habituelle <sup>2)</sup> de DWIA. Ainsi cette fonction de Heaviside peut être considérée comme une correction de liaison du nucléon à l'approximation d'impulsion.

Si nous prenons  $\tilde{Q}$  comme la valeur d'attente de l'hamiltonien  $V$  qui décrit l'interaction complète nucléon-noyau résiduel, alors nous pouvons aisément montrer que <sup>1)</sup> lorsque un nucléon de la couche extérieure est directement éjecté à partir de l'état fondamental du noyau cible, nous aurons

$$\tilde{Q} = |\langle V \rangle| = |\langle \varphi_3^{(0)} | V | \varphi_3^{(0)} \rangle| = E_s,$$

avec  $E_s$  égalé à l'énergie de séparation. La fonction de Heaviside introduite supprime aussi tous les événements ayant une faible énergie relative  $T_p$ . C'est également le domaine d'énergie où l'inélasticité de l'interaction du nucléon émis dans l'état final est grande. On peut donc s'attendre à ce que cette fonction de Heaviside simule la distorsion de l'onde du nucléon éjecté aux basses énergies et fournisse une coupure lisse pour les sections efficaces différentielles par suite de la distribution de  $T_p$ .

Il est intéressant d'indiquer qu'une hypothèse majeure dans la méthode DWIA est que <sup>3)</sup> la distorsion du projectile varie lentement sur une distance égale à la portée de l'interaction projectile-nucléon cible. Il est clair que le caractère périphérique de la réaction ( $\pi, \pi'N$ ) améliore la situation.

Dans l'expression (2.1) la quantité  $(k_0; k_1 m'_s | \check{r}_{01}(w) | k_0; -(k_0 + k_2) m_s)$  est l'amplitude  $\pi^+$ -proton à moitié hors couche, l'état final étant sur couche. Dans nos calculs numériques qui ont pour but de tester le modèle utilisé, cette amplitude est prise comme si elle était sur couche. Plus précisément, nous avons posé

$$(k_0; k_1 m'_s | \check{r}_{01}(w) | k_0; -(k_0 + k_2) m_s) = \sqrt{\frac{E_0^* E_1^* E_0^* E_1^*}{E_0 E_1 E_0 E_1}} (k^*; -k^* m'_s | \check{r}_{01}(w) | k^*; -k^* m_s).$$

$$(k^*; -k^* m'_s | \check{r}_{01}(w) | k^*; -k^* m_s)$$

$$= \bar{K} \{ [a_{31}^0 + (a_{31}^1 + 2a_{33}^1) \cos \theta^*] \delta_{m'_s, m_s} - (a_{31}^1 - a_{33}^1) \sin \theta^* \\ \times [\sqrt{\frac{3}{4} - m_s(m_s + 1)} e^{-i\varphi^*} \delta_{m'_s, m_s + 1} - \sqrt{\frac{3}{4} - m_s(m_s - 1)} e^{i\varphi^*} \delta_{m'_s, m_s - 1}] \},$$

où

$$a_{2T, 2j}^1(w) = \frac{1}{2i} (\eta_{2T, 2j}^1(w) e^{2i\delta_{2T, 2j}(w)} - 1).$$

Les quantités  $a_{2T, 2j}^1(w)$  sont les amplitudes partielles pion-nucléon sur couche. Le facteur  $\bar{K}$  est un coefficient cinématique. Les angles de diffusion  $\theta^*$ ,  $\varphi^*$  du pion dans le système du centre de masse pion-proton sont définis en prenant la direction du pion incident comme axe-z. Nous avons effectué deux séries de calculs:

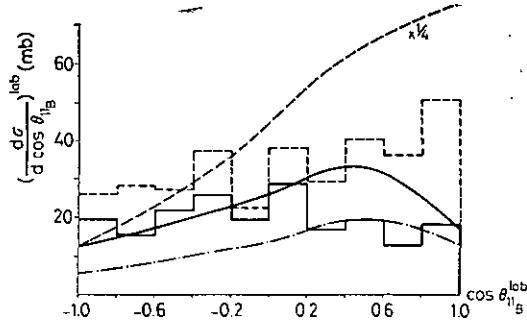


Fig. 1. Distribution angulaire du  $^{11}\text{B}$  de recul. L'histogramme en ligne discontinue représente l'ensemble des événements mesurés. L'histogramme en ligne continue représente seuls les événements correspondant à une impulsion du  $^{11}\text{B}$  de recul supérieure à 80 MeV/c dans le laboratoire [réf. 5)]. — description initiale. - - - description finale. - - - - PWIA multiplié par le facteur indiqué.

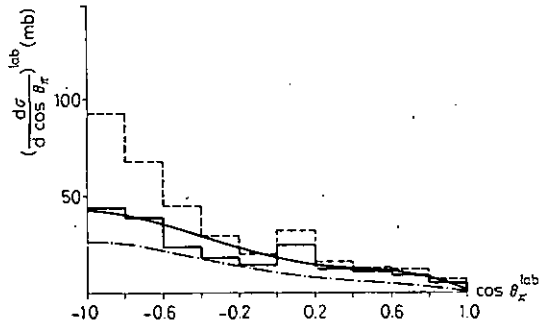


Fig. 2. Distribution angulaire du pion diffusé. Mêmes conventions que pour la fig. 1.

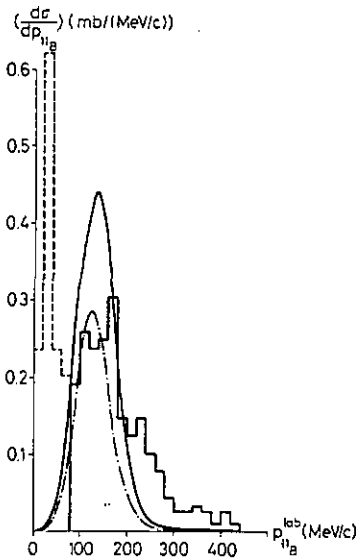


Fig. 3. Section efficace différentielle en fonction de l'impulsion du  $^{11}\text{B}$  de recul. Mêmes conventions que pour la fig. 1.

(a) la description initiale définie par

$$\bar{K} = \frac{-(E_0^* + E_1^*)}{2\pi k^* E_0^* E_1^*}, \quad w = E_0^* + E_1^* \equiv \sqrt{k^{*2} + m_0^2} + \sqrt{k^{*2} + m_1^2};$$

(b) la description finale définie par

$$\bar{K} = \frac{-(E_0^{*'} + E_1^{*'})}{2\pi k^{*'} E_0^{*'} E_1^{*'}}, \quad w = E_0^{*'} + E_1^{*'} \equiv \sqrt{k^{*'^2} + m_0^2} + \sqrt{k^{*'^2} + m_1^2}.$$

Les résultats sont présentés respectivement par les courbes continues et trait-point dans les figs. 1-3. La fonction d'onde d'oscillateur harmonique est utilisée pour décrire l'état lié du proton. Nous avons pris pour la fonction  $C(x)$  la forme analytique suivante

$$C(x) = \begin{cases} c_0 x^2 & x \leq R_c \\ 1 - c_1 e^{-c_2 x^2} & x \geq R_c, \end{cases}$$

avec  $c_0 = 0.0595$ ,  $c_1 = 1.6185$ ,  $c_2 = 0.1383 \text{ fm}^{-2}$  et  $R_c = 3.096 \text{ fm}$ . Cette forme dérive du résultat d'analyse en phase pion-carbone <sup>1, 4</sup>). Nous soulignons que l'analyse en phase détermine mieux le potentiel optique pion-carbone qu'un modèle microscopique puisqu'elle reproduit nécessairement le bon déplacement de la résonance pion-nucléon. En effet, cette analyse montre qu'à l'énergie incidente du pion de 120-150 MeV la quantité  $\text{Im}(S_{l=3})$  (ou  $\text{Re}(\delta_{l=3})$ ) s'annule. Ceci signifie que le potentiel est presque purement imaginaire dans la région de  $x = 3 \text{ fm}$  environ; comme nous pouvons le vérifier au moyen d'un calcul eikonal qui relie le potentiel au déphasage pour les grands paramètres d'impact. Au centre du noyau, bien que la partie réelle du potentiel ne soit pas identiquement nulle, son effet est fortement atténué par la présence de grandes valeurs de la partie imaginaire du potentiel. Auparavant <sup>1</sup>), une fonction de Heaviside  $\Theta(x - R_c)$  avec  $R_c = 2.75 \text{ fm}$  a été utilisée pour représenter  $C(x)$ . Dans les deux cas, l'accord entre la théorie et l'expérience est satisfaisant. Notre modèle est donc réaliste, d'autant plus que nous n'avons pas procédé à un ajustement. La valeur de chaque paramètre a été tirée des résultats présentés dans la littérature <sup>4</sup>).

Nous devons cependant mentionner le caractère exploratoire de notre calcul. Il ne s'agissait pas de faire un calcul définitif, mais de démontrer la dominance du processus périphérique. Ainsi nous nous contentons d'utiliser la fonction d'onde d'oscillateur harmonique pour décrire le proton lié. Bien que cette fonction d'onde ait des défauts dans la prédiction de la distribution de l'impulsion du noyau résiduel de recul, elle ne doit pas influencer la conclusion concernant le mécanisme de la réaction. Pour éclairer le caractère périphérique de la réaction, nous présentons dans la fig. 4 la partie radiale de l'intégrand (2.2), définie par

$$I(p, x) = \left[ (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \int e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} C(x) \eta^{lm}(x) x^2 d\Omega_x \right] / \left[ i \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_m^l(\hat{\mathbf{x}}) \right],$$

pour le cas  $l = 1$  et  $m = 0$ . En plus, nous montrons dans la fig. 5 la partie réelle du potentiel optique  $p\text{-}^{11}\text{B}$  correspondant à une énergie cinétique du proton égale à 40 MeV <sup>6</sup>). Nous voyons que la région de grandes valeurs de l'intégrand  $I(p, x)$  coïncide avec la région où la partie réelle du potentiel optique  $p\text{-}^{11}\text{B}$  est assez faible.

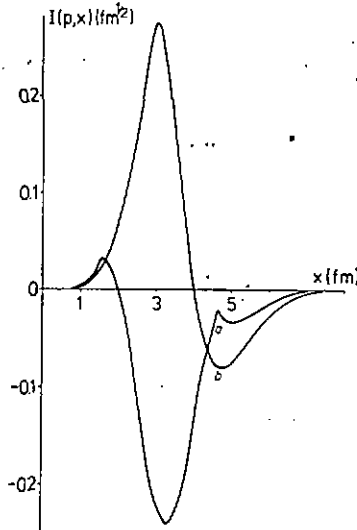


Fig. 4. Valeurs numériques de l'intégrand  $I(p, x)$ . (a)  $p = 200$  MeV/c, (b)  $p = 100$  MeV/c.

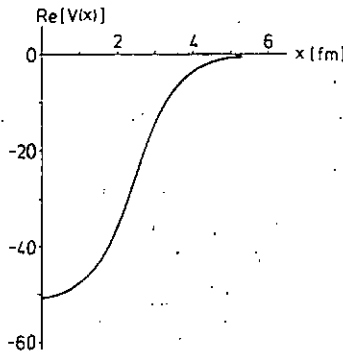


Fig. 5. Partie réelle du potentiel optique  $p\text{-}^{11}\text{B}$ .

Ceci justifie notre façon de traiter le proton émis. Il convient d'indiquer que la partie imaginaire de ce potentiel ne faisant que de rendre le noyau plus absorbant, elle peut être comprise dans  $C(x)$ . Certes, le proton émis peut être mieux traité. Cependant c'est un travail qui ne se justifie pas avant que des mesures détaillées ne soient faites, et devrait être entrepris en même temps qu'un traitement plus réaliste de la fonction d'onde du proton lié.

### 3. Relation entre les formulations relativiste et non relativiste de l'interaction directe

A moyenne énergie le pion doit être considéré comme une particule relativiste. Traiter une réaction nucléaire de façon entièrement relativiste et dans toute sa généralité est cependant impossible par suite de la complexité du problème à plusieurs corps. Il est donc utile d'examiner la position de l'amplitude non relativiste DWIA que nous avons utilisée dans une théorie covariante.

Rappelons que dans le formalisme relativiste on exige qu'il y ait conservation de la 4-impulsion à chaque vertex. Il s'ensuit que toute particule représentée par une ligne interne d'un diagramme de Feynman peut avoir une masse différente de sa masse physique. C'est donc une description "hors couche de masse". En revanche, dans le formalisme non relativiste on impose que chaque particule prenne sa masse physique. Il en résulte qu'à chaque vertex du diagramme il n'y a plus nécessairement de conservation de la 4-impulsion; la convention utilisée est celle dans laquelle la 3-impulsion spatiale est conservée. Dans ce contexte on dit que ces vertex représentent des processus hors couche d'énergie. C'est donc une description "hors couche d'énergie". Il est facile de montrer l'équivalence de ces deux descriptions.

Nous définissons le produit scalaire des états hors couche d'une particule par

$$\langle \psi | \phi \rangle = \int d^4K \sum_{\lambda} \psi^*(K, \lambda) \phi(K, \lambda) = \int d^3k dE \sum_{\lambda} \psi^*(k, E, \lambda) \phi(k, E, \lambda), \quad (3.1)$$

où  $\lambda$  dénote la composante de spin. Ainsi la relation de complétude s'écrit

$$1 = \int d^4K \sum_{\lambda} |K\lambda\rangle \langle K\lambda| = \int d^3k dE \sum_{\lambda} |kE\lambda\rangle \langle kE\lambda|. \quad (3.2)$$

Pour les états représentés par des ondes planes, nous utilisons la normalisation invariante suivante

$$\langle K'\lambda' | K\lambda \rangle = \delta_{\lambda'\lambda} \delta^4(K' - K) = \frac{E(|k|, m_h)}{m_h} \delta_{\lambda'\lambda} \delta^3(k' - k) \delta(m_{h'} - m_h), \quad (3.3)$$

où l'énergie  $E = E(|k|, m_h) = (k^2 + m_h^2)^{\frac{1}{2}}$ . La masse  $m_h$  caractérise l'état hors couche et tend vers la masse physique  $m$  de la particule dans la limite sur couche.

Nous pouvons décomposer le lagrangien de la réaction  $A(\pi, \pi'N)B$  de la manière suivante

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{(0)} + \mathcal{L}^{(1)} = (\mathcal{L}_0^{(0)} + \mathcal{L}_3^{(0)}) + (\mathcal{L}_{01}^{(1)} + \mathcal{L}_{02}^{(1)}), \quad (3.4)$$

où les indices inférieurs ont les mêmes significations qu'avant.

Le terme de Born associé au lagrangien  $\mathcal{L}_{01}^{(1)}$  s'écrit

$$A_{fi}^B = \langle K_0; K_1 \lambda_1; K_2 \lambda_2 | : \mathcal{L}_{01}^{(1)} : | K_0; K_3 \lambda_3 \alpha \rangle, \quad (3.5)$$

où : dénote le produit normal de Wick. De plus, nous traitons le noyau résiduel B, indicé 2, comme une particule inerte dont nous n'explicitons pas la structure interne. Par conséquent le noyau cible A, indicé 3, est considéré comme formé d'un nucléon, indicé 1, et du noyau B, caractérisé par l'état interne  $\alpha$ .

Dans le modèle du noyau résiduel spectateur, l'expression (3.5) peut s'écrire

$$A_{fi}^B = \sum_{\lambda_4} \int d^4 K_4 \langle K_0; K_1 \lambda_1 | : \mathcal{L}_{01}^{(1)} : | K_0; K_4 \lambda_4 \rangle \langle K_4 \lambda_4; K_2 \lambda_2 | K_3 \lambda_3 \alpha \rangle, \quad (3.6)$$

où l'on a introduit l'ensemble des états intermédiaires du nucléon, indicé 4. L'image physique de cette dernière expression est claire; le pion interagit avec un nucléon, produit de la dissociation virtuelle du noyau cible. La probabilité de cette dissociation est représentée par la fonction de recouvrement  $\langle K_4 \lambda_4; K_2 \lambda_2 | K_3 \lambda_3 \alpha \rangle$  appelée le facteur de forme en théorie des champs.

L'équation d'onde satisfaite par cette fonction de recouvrement n'est pas simple. Néanmoins, le processus décrit par l'amplitude (3.6) pourra être représenté par le diagramme dit polaire si l'on suppose que l'interaction entre le nucléon et le noyau B puisse être approximée par un champ moyen  $V$  agissant sur ce nucléon. Puisque dans ce cas nous aurons

$$\langle K_4 \lambda_4; K_2 \lambda_2 | K_3 \lambda_3 \alpha \rangle = (\gamma_\mu K_4^\mu - m_1 + i\varepsilon)^{-1} \langle K_4 \lambda_4; K_2 \lambda_2 | V | K_3 \lambda_3 \alpha \rangle. \quad (3.7)$$

C'est à dire que la fonction du recouvrement satisfait l'équation de Dirac, avec  $m_1$  représentant la masse du nucléon.

Dans cette approximation le lagrangien qui contribue à la dissociation du noyau cible a la forme générale suivante

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{12}^{(0)} = \int d^4 K' d^4 K'' d^4 K''' \sum_{\lambda' \lambda'' \lambda''' \alpha} b_{\lambda'}^\dagger(K') c_{\lambda''}^\dagger(K'') V_{\lambda' \lambda'' \lambda'''}(K', K'', K''') d_{\lambda''', \alpha}(K''') \\ \times f_\alpha \delta^4(K' + K'' - K'''), \end{aligned} \quad (3.8)$$

où  $b_{\lambda'}^\dagger(K)$  (respectivement  $c_{\lambda''}^\dagger(K)$ ) est l'opérateur de création du nucléon (respectivement d'une particule de spin  $\geq 1$ ) d'impulsion  $K$  et d'indice de spin  $\lambda$ . Nous utilisons  $d_{\lambda''', \alpha}(K''')$  pour représenter l'opérateur d'annihilation d'une particule composée d'impulsion  $K'''$ , d'indice de spin  $\lambda'''$  et d'état interne  $\alpha$  auquel s'associe la fonction d'onde interne  $f_\alpha$ .

Le lagrangien (3.8) nous donne

$$\langle K_4 \lambda_4; K_2 \lambda_2 | V | K_3 \lambda_3 \alpha \rangle = \langle K_4 \lambda_4; K_2 \lambda_2 | : \mathcal{L}_{12}^{(0)} : | K_3 \lambda_3 \alpha \rangle.$$

Ainsi, à l'amplitude

$$A_{fi}^B = \int \sum_{\lambda_4} d^4 K_4 \langle K_0; K_1 \lambda_1 | : \mathcal{L}_{01}^{(1)} : | K_0; K_4 \lambda_4 \rangle \frac{\langle K_4 \lambda_4; K_2 \lambda_2 | : \mathcal{L}_{12}^{(0)} : | K_3 \lambda_3 \alpha \rangle}{\gamma_\mu K_4^\mu - m_1 + i\varepsilon} \quad (3.9)$$

s'associe le diagramme représenté par la fig. 6. Malgré la présence apparente de deux vertex, ce diagramme est un des diagrammes du premier ordre dans la série de perturbation.

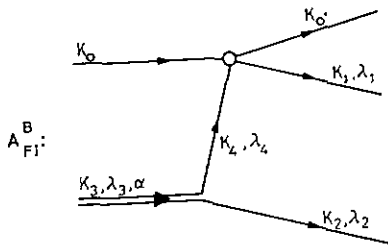


Fig. 6. Diagramme associé à l'interaction directe.

Dans le cas de forte inélasticité où le potentiel optique pion – noyau est purement imaginaire la distorsion des pions peut s'interpréter comme une diminution du flux de ces derniers dans la voie considérée, sans changer les 4-impulsions  $K_0$  et  $K_0'$  correspondantes. Par conséquent, l'amplitude DWIA de (2.1) peut être encore représentée graphiquement par le diagramme ci-dessus (fig. 6). Les distorsions sont équivalentes dans ce cas à une modification de la fonction de recouvrement.

En résumant on peut dire que:

(i) Bien que l'amplitude DWIA est originairement dérivée du formalisme non relativiste, elle a sa place dans le formalisme relativiste de diffusion à condition qu'une fonction covariante de recouvrement soit utilisée.

(ii) Les diagrammes décrivant les processus physiques contenus dans la fonction de recouvrement sont en général très complexes. Le diagramme dit polaire n'est que le diagramme le plus simple dans le cadre d'une approximation potentielle. Vu cette situation, il est préférable d'approximer directement la fonction de recouvrement.

(iii) L'aspect relativiste de la plupart des noyaux n'étant guère important dans une réaction nucléaire à moyenne énergie en raison de leurs grandes masses, il est avantageux d'utiliser l'amplitude écrite sous la forme (3.6) plutôt que celle écrite sous la forme (3.9). Puisque la fonction de recouvrement s'évalue facilement à l'aide des fonctions d'onde nucléaires déjà connues.

#### 4. Paramétrisation covariante du problème

##### 4.1. INVARIANTS CINÉMATIQUES RELATIVISTES

L'état final de la réaction  $A(\pi, \pi'N)B$  est à trois "particules". Nous choisissons  $s$ ,  $t$ ,  $m_4^2$ ,  $m_5^2$  et  $S$  comme les cinq invariants indépendants du problème. Ils sont définis par

$$s = (K_0 + K_1)^2, \tag{4.1}$$

$$t = (K_0 - K_0')^2, \tag{4.2}$$

$$m_4^2 = (K_3 - K_2)^2, \tag{4.3}$$

$$m_5^2 = (K_3 - K_1)^2, \tag{4.4}$$

$$S = (K_0 + K_3)^2 = (K_0' + K_1 + K_2)^2. \tag{4.5}$$

Leur signification est claire: l'invariant  $s$  représente la masse invariante au carré du système pion-nucléon, l'invariant  $t$  est le transfert de 4-impulsion au carré du projectile. Les quantités  $m_4$  et  $m_5$  peuvent être respectivement considérées comme les masses du nucléon échangé et du noyau B échangé. Dans le système du centre de masse  $S^{\frac{1}{2}}$  est égal à l'énergie totale. C'est donc une constante dans une expérience à énergie fixe. On vérifie aisément que ces cinq invariants sont indépendants.

Les relations entre ces invariants et les grandeurs directement accessibles lors d'une mesure sont résumées dans les tableaux 1 et 2. Dans ces tableaux les angles sont

TABLEAU 1

Grandeurs de mesures exprimées dans le système du laboratoire en fonction des invariants choisis

$$E_{1L} = \frac{1}{2}(m_3)^{-1}(m_3^2 + m_1^2 - m_5^2)$$

$$E_{2L} = \frac{1}{2}(m_3)^{-1}(m_3^2 + m_2^2 - m_4^2)$$

$$E_{0'L} = \frac{1}{2}(m_3)^{-1}(m_4^2 + m_5^2 + S - m_0^2 - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2)$$

$$\cos \theta_{1L} = \frac{1}{2k_{0L}k_{1L}} [m_4^2 + m_0^2 - s - t + \frac{1}{2}(m_3)^{-2}(S - m_0^2 - m_3^2)(m_3^2 + m_1^2 - m_5^2)]$$

$$\cos \theta_{2L} = \frac{1}{2k_{0L}k_{2L}} [s - S + \frac{1}{2}(m_3)^{-2}(S - m_0^2 + m_3^2)(m_3^2 + m_2^2 - m_4^2)]$$

$$\cos \theta_{0'L} = \frac{1}{2k_{0L}k_{0'L}} [t - 2m_0^2 + \frac{1}{2}(m_3)^{-2}(S - m_0^2 - m_3^2)(S + m_4^2 + m_5^2 - m_0^2 - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2)]$$

TABLEAU 2

Grandeurs de mesures exprimées dans le système du centre de masse en fonction des invariants choisis

$$E_1 = \frac{1}{2}S^{-\frac{1}{2}}(s + t + m_3^2 + m_1^2 - m_0^2 - m_4^2 - m_5^2)$$

$$E_2 = \frac{1}{2}S^{-\frac{1}{2}}(S + m_2^2 - s)$$

$$E_{0'} = \frac{1}{2}S^{-\frac{1}{2}}(S + m_4^2 + m_5^2 + m_0^2 - t - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2)$$

$$\cos \theta_1 = \frac{1}{2k_0k_1} [-m_5^2 + m_1^2 + m_3^2 - \frac{1}{2}S^{-1}(S + m_3^2 - m_0^2)(s + t + m_1^2 + m_3^2 - m_4^2 - m_5^2)]$$

$$\cos \theta_2 = \frac{1}{2k_0k_2} [-m_4^2 + m_2^2 + m_3^2 - \frac{1}{2}S^{-1}(S + m_3^2 - m_0^2)(S + m_2^2 - s)]$$

$$\cos \theta_{0'} = \frac{1}{2k_0k_{0'}} [t - 2m_0^2 + \frac{1}{2}S^{-1}(S + m_0^2 - m_3^2)(S + m_4^2 + m_5^2 + m_0^2 - t - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2)]$$

définis par rapport à la direction du faisceau, à savoir  $\cos \theta_i = \hat{k}_i \cdot \hat{k}_0$  dans le système du centre de masse et  $\cos \theta_{iL} = \hat{k}_{iL} \cdot \hat{k}_{0L}$  dans le système du laboratoire.

4.2. AMPLITUDE PION-NUCLÉON À MOITIÉ HORS COUCHE

Nous paramétrisons l'amplitude pion-nucléon à moitié hors couche comme suit†

$$\begin{aligned} \bar{F} = & -2\sqrt{m_4 m_1} w^\dagger(K_1) \gamma_0 \{ [A^{(+)} + \frac{1}{2} B^{(+)} \gamma_\mu (K_0 + K_0)^\mu] \\ & + (I \cdot \tau) [A^{(-)} + \frac{1}{2} B^{(-)} \gamma_\mu (K_0 + K_0)^\mu] \} w(K_4), \end{aligned} \quad (4.6)$$

où

$$\begin{aligned} A^{(+)} & \equiv \frac{1}{2} (2A_{T=\frac{3}{2}}(s, t, m_4^2) + A_{T=\frac{1}{2}}(s, t, m_4^2)), \\ A^{(-)} & \equiv \frac{1}{2} (A_{T=\frac{3}{2}}(s, t, m_4^2) - A_{T=\frac{1}{2}}(s, t, m_4^2)). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Il y a des relations analogues pour les quantités  $B^{(+)}$  et  $B^{(-)}$ . Dans l'expression (4.6) les pions initial et final ainsi que le nucléon final sont considérés sur couche, i.e.  $(K_0)_\mu (K_0)^\mu = (K_0')_\mu (K_0')^\mu = m_0^2$  et  $(K_1)_\mu (K_1)^\mu = m_1^2$ , tandis que le nucléon initial est hors couche (i.e.  $(K_4)_\mu (K_4)^\mu = m_4^2$ ). Les spineurs de Dirac  $w^\dagger(K_1)$  et  $w(K_4)$  s'associent respectivement aux nucléons de masse  $m_1$  et  $m_4$ . Les quantités  $I$  et  $\tau$  sont respectivement les opérateurs d'isospin du pion et du nucléon. L'opérateur  $I \cdot \tau$  possède les mêmes états propres que le carré de l'opérateur d'isospin total  $T^2$  ( $T = I + \frac{1}{2}\tau$ ) ayant les valeurs propres  $\frac{1}{2}(\frac{1}{2} + 1)$  et  $\frac{3}{2}(\frac{3}{2} + 1)$ .

L'amplitude (4.6) est clairement invariante sous le groupe de Lorentz. Dans le système du centre de masse pion-nucléon, elle se réduit à

$$\begin{aligned} \bar{F}_{m'_4 m_4} = & \chi_{m'_4}^\dagger \{ [F_1^{(+)} + F_2^{(+)} (\sigma \cdot \hat{k}^{*'}) (\sigma \cdot \hat{k}^*)] \delta_{fi} + (I \cdot \tau)_{fi} [F_1^{(-)} + F_2^{(-)} \\ & \times (\sigma \cdot \hat{k}^{*'}) (\sigma \cdot \hat{k}^*)] \} \chi_{m_4}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

où les quantités  $\chi_{m'_4}^\dagger$  et  $\chi_{m_4}$  sont à présent les spineurs non relativistes à deux composantes du nucléon. Les indices f et i dénotent les états final et initial d'isospin. Les vecteurs unités  $\hat{k}^{*'}$  et  $\hat{k}^*$  sont définis à partir des impulsions finale et initiale du pion dans ce système. Nous avons aussi défini

$$\begin{aligned} F_1^{(\pm)} & = \sqrt{(E_1^{*'} + m_1)(E_1^* + m_4)} [A^{(\pm)} + (\sqrt{s} - \frac{1}{2}(m_1 + m_4)) B^{(\pm)}], \\ F_2^{(\pm)} & = \sqrt{(E_1^{*'} - m_1)(E_1^* - m_4)} [-A^{(\pm)} + (\sqrt{s} + \frac{1}{2}(m_1 + m_4)) B^{(\pm)}]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

En inversant les relations (4.9), nous obtenons

$$\begin{aligned} A^{(\pm)} & = \frac{1}{2s^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\sqrt{s} + \frac{1}{2}(m_1 + m_4)}{[(E_1^{*'} + m_1)(E_1^* + m_4)]^{\frac{1}{2}}} F_1^{(\pm)} - \frac{\sqrt{s} - \frac{1}{2}(m_1 + m_4)}{[(E_1^{*'} - m_1)(E_1^* - m_4)]^{\frac{1}{2}}} F_2^{(\pm)} \right], \\ B^{(\pm)} & = \frac{1}{2s^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{1}{[(E_1^{*'} + m_1)(E_1^* + m_4)]^{\frac{1}{2}}} F_1^{(\pm)} + \frac{1}{[(E_1^{*'} - m_1)(E_1^* - m_4)]^{\frac{1}{2}}} F_2^{(\pm)} \right]. \end{aligned} \quad (4.10)$$

† C'est une généralisation de l'amplitude sur couche de la réf. 7).

L'amplitude invariante  $\tilde{F}_{m_s, m_s}$  est reliée à l'amplitude phénoménologique  $F_{m_s, m_s}$  de la manière suivante

$$\tilde{F}_{m_s, m_s} = \sqrt{E_0^{*'} E_1^{*'} E_0^* E_1^*} F_{m_s, m_s}, \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} F_{m_s, m_s} &\equiv (k^{*'}; -k^{*'} m'_s; f|t_{01}(\sqrt{s})|k^*; -k^* m_s; i) \\ &\equiv \tilde{K}(s, m_4^2)(f, m'_s | \sum_{a=0}^3 f_a(s, t, m_4^2) O_a | i, m_s) \equiv \tilde{K}(s, m_4^2) f_{m'_s, m_s}^{fi}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

avec

$$\tilde{K}(s, m_4^2) = \frac{-\sqrt{s}}{2\pi k^{*'} E_0^{*'} E_1^{*'}}, \quad (4.13)$$

$$f_0 = \sum_I \left\{ \frac{2}{3} [l a_{3, 2l-1}^I + (l+1) a_{3, 2l+1}^I] + \frac{1}{3} [l a_{1, 2l-1}^I + (l+1) a_{1, 2l+1}^I] \right\} P_l(\cos \theta^*),$$

$$f_1 = -i \sum_I \left\{ \frac{2}{3} (a_{3, 2l-1}^I - a_{3, 2l+1}^I) + \frac{1}{3} (a_{1, 2l-1}^I - a_{1, 2l+1}^I) \right\} \frac{d}{d \cos \theta^*} P_l(\cos \theta^*),$$

$$f_2 = \sum_I \left\{ \frac{1}{3} [l a_{3, 2l-1}^I + (l+1) a_{3, 2l+1}^I] - \frac{1}{3} [l a_{1, 2l-1}^I + (l+1) a_{1, 2l+1}^I] \right\} P_l(\cos \theta^*),$$

$$f_3 = -i \sum_I \left\{ \frac{1}{3} (a_{3, 2l-1}^I - a_{3, 2l+1}^I) - \frac{1}{3} (a_{1, 2l-1}^I - a_{1, 2l+1}^I) \right\} \frac{d}{d \cos \theta^*} P_l(\cos \theta^*), \quad (4.14)$$

$$O_0 = 1, O_1 = \sigma \cdot (\hat{k}^* \wedge \hat{k}^{*'}), O_2 = I \cdot \tau, O_3 = O_1 O_2, \quad (4.15)$$

où les amplitudes partielles phénoménologiques à moitié hors couche  $a_{2T, 2j}^I$  satisfont la limite sur couche ci-dessous

$$\begin{aligned} \lim_{m_4^2 \rightarrow m_1^2} a_{2T, 2j}^I(s, m_4^2) &= \lim_{k^* \rightarrow k^{*'}} a_{2T, 2j}^I(k^{*'}, k^*) \\ &= a_{2T, 2j}^I(s) = \frac{1}{2i} (e^{2i\delta_{2T, 2j}^I(s)} - 1), \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\delta_{2T, 2j}^I(s) \in \mathbf{C}.$$

Toutes les grandeurs peuvent s'exprimer à l'aide des invariants  $s, t$  et  $m_4^2$ . En effet, en posant  $r(x^2; y^2, z^2) = (x^2 - (y+z)^2)^{\pm} (x^2 - (y-z)^2)^{\pm}$ , on a

$$k^{*'} = r(s; m_0^2, m_1^2) / 2\sqrt{s}, \quad (4.17)$$

$$k^* = r(s; m_0^2, m_4^2) / 2\sqrt{s}, \quad (4.18)$$

$$E_0^{*'} = \frac{1}{2} s^{-\frac{1}{2}} (s + m_0^2 - m_1^2), E_0^* = \frac{1}{2} s^{-\frac{1}{2}} (s + m_0^2 - m_4^2), \quad (4.19)$$

$$E_1^{*'} = \frac{1}{2} s^{-\frac{1}{2}} (s + m_1^2 - m_0^2), E_1^* = \frac{1}{2} s^{-\frac{1}{2}} (s + m_4^2 - m_0^2), \quad (4.20)$$

$$\cos \theta^* = \hat{k}^{*'} \cdot \hat{k}^* = \frac{s^2 - s(2m_0^2 + m_1^2 + m_4^2 - 2t) + (m_0^2 - m_1^2)(m_0^2 - m_4^2)}{r(s; m_0^2, m_4^2) r(s; m_0^2, m_1^2)}. \quad (4.21)$$

En vertu des relations (4.8) et (4.12) nous obtenons

$$\begin{aligned} F_1^{(+)} &= c(f_0 - \cos \theta^* f_1), \quad F_2^{(+)} = c f_1, \\ F_1^{(-)} &= c(f_2 - \cos \theta^* f_3), \quad F_2^{(-)} = c f_3, \end{aligned} \quad (4.22)$$

avec

$$c(s, m_4^2) = \sqrt{E_0^{*'} E_1^{*'} E_0^* E_1^*} \tilde{K}(s, m_4^2). \quad (4.23)$$

TABLEAU 3  
Fonctions des amplitudes partielles

Pour les diffusions élastiques  $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$  et  $\pi^-n \rightarrow \pi^-n$ :

$$\begin{aligned} B_0 &= a_{31}^0 \\ B_1 &= a_{31}^1 + 2a_{33}^1 \\ B_2 &= a_{31}^1 - a_{33}^1 \end{aligned}$$

Pour les diffusions élastiques  $\pi^-p \rightarrow \pi^-p$  et  $\pi^+n \rightarrow \pi^+n$ :

$$\begin{aligned} B_0 &= \frac{1}{3}(a_{31}^0 + 2a_{11}^0) \\ B_1 &= \frac{1}{3}(a_{31}^1 + 2a_{33}^1 + 2a_{11}^1 + 4a_{13}^1) \\ B_2 &= \frac{1}{3}(a_{31}^1 - a_{33}^1 + 2a_{11}^1 - 2a_{13}^1) \end{aligned}$$

Pour les échanges de charge  $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$  et  $\pi^+n \rightarrow \pi^0p$ :

$$\begin{aligned} B_0 &= \frac{1}{3}\sqrt{2}(a_{31}^0 - a_{11}^0) \\ B_1 &= \frac{1}{3}\sqrt{2}(a_{31}^1 + a_{33}^1 - a_{11}^1 - a_{13}^1) \\ B_2 &= \frac{1}{3}\sqrt{2}(a_{31}^1 - a_{33}^1 - a_{11}^1 + a_{13}^1) \end{aligned}$$

Lorsque seules les ondes s ( $l = 0$ ) et p ( $l = 1$ ) de la diffusion pion-nucléon sont prises en considération, nous pouvons écrire  $f_{m'_s, m_s}^{fi}$  de (4.12) sous la forme

$$\begin{aligned} f_{m'_s, m_s}^{fi} &= [B_0(s, m_4^2) + B_1(s, m_4^2) \cos \theta^*] \delta_{m'_s, m_s} - B_2(s, m_4^2) \sin \theta^* \\ &\times [e^{-i\varphi^*} \sqrt{\frac{3}{4} - m_s(m_s + 1)} \delta_{m'_s, m_s + 1} - e^{i\varphi^*} \sqrt{\frac{3}{4} - m_s(m_s - 1)} \delta_{m'_s, m_s - 1}]. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Les coefficients  $B_i(s, m_4^2) \equiv \tilde{B}_i(k^{*'}, k^*)$ ,  $i = 0, 1, 2$ , sont fonctions des amplitudes partielles phénoménologiques  $a_{2T, 2j}^1$ . Ces relations fonctionnelles sont résumées dans le tableau 3. Par conséquent, le comportement à moitié hors couche des amplitudes phénoménologiques  $a_{2T, 2j}^1$  détermine celui des amplitudes invariantes  $A^{(\pm)}$  et  $B^{(\pm)}$ .

## 5. Détermination de l'amplitude pion-nucléon hors couche

### 5.1. DOMAINE CINÉMATIQUE

Selon le diagramme de la fig. 6 on peut montrer que le domaine cinématique de l'amplitude pion-nucléon est compris entre

$$s_{\max} = (\sqrt{S} - m_2)^2,$$

$$s_{\min} = (m_0 + m_1)^2,$$

$$(m_4^2)_{\max} = (m_3 - m_2)^2,$$

$$(m_4^2)_{\min} = m_3^2 + m_2^2 - 2E_3(E_2)_{\max} - 2k_3(k_2)_{\max},$$

$$t_{\max} = 2(m_0^2 - E_0^* E_0^* \pm k^{**} k^*),$$

où les grandeurs  $k^{**}$ ,  $k^*$ ,  $E_0^{**}$  et  $E_0^*$  sont données par les relations (4.17) à (4.20). Les autres grandeurs sont définies dans le système du centre de masse des trois particules finales. On montre facilement que

$$E_3 = \frac{1}{2S^{\frac{1}{2}}} (S + m_3^2 - m_0^2),$$

$$k_3 = r(S; m_3^2, m_0^2)/2S^{\frac{1}{2}},$$

$$(E_2)_{\max} = \frac{1}{2S^{\frac{1}{2}}} (S + m_2^2 - (m_0 + m_1)^2),$$

$$(k_2)_{\max} = r(S; m_2^2, s_{\min})/2S^{\frac{1}{2}}.$$

L'allure générale du domaine cinématique de l'amplitude pion-nucléon dans le plan  $(k^{**}, k^*)$  est montrée dans la fig. 7. La ligne bissectrice du plan est par définition le domaine sur couche. Le domaine à moitié hors couche associé à la réaction

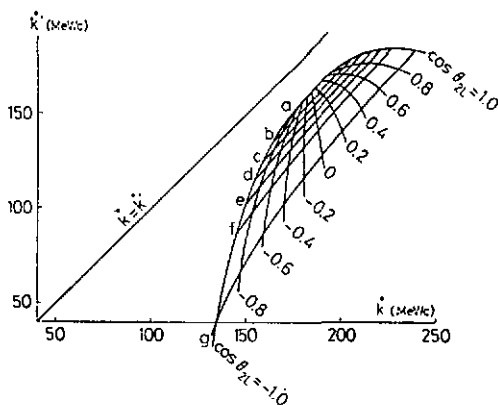


Fig. 7. Domaine de l'amplitude pion-nucléon. Le domaine à moitié hors couche est calculé selon la réaction  $^{12}\text{C}(\pi^+, \pi^+ p)^{11}\text{B}$  à 130 MeV; seule la partie qui contribue pour 80% à la valeur de la section efficace totale est montrée. Pour chaque ligne notée, a, b, c, . . . les valeurs de la masse  $m_4$  et de l'impulsion du  $^{11}\text{B}$  exprimée dans le laboratoire sont constantes.

$A(\pi, \pi'N)B$  se trouve entièrement dans le secteur inférieur. Les valeurs des  $a_{2T, 2j}^l$  sur couche sont connues d'après l'expérience de la diffusion pion-nucléon libre. Nous verrons que les valeurs des  $a_{2T, 2j}^l$  à moitié hors couche peuvent être aussi déterminées à l'aide de l'expérience  $(\pi, \pi'N)$ . Cependant ces deux domaines étant disconnectés, une interpolation à travers la zone inaccessible à l'expérience est indispensable pour connaître les valeurs des  $a_{2T, 2j}^l$  dans cette région.

5.2. PRINCIPE DE DÉTERMINATION

En tenant compte des définitions (4.1) à (4.5) nous pouvons récrire l'expression (2.1) sous la forme suivante

$$\frac{\partial^5 \sigma}{\partial s \partial \Omega_0^* \partial \Omega_2} = (2\pi)^4 \frac{E_0 E_3}{F} \frac{k^* k_2 E_0 E_1 E_2}{2(sS)^\frac{3}{2}} \sum_{m^* M'} |A_{fi}|^2 \tag{5.1}$$

Dans le traitement non relativiste du noyau, nous avons

$$|A_{fi}|^2 = \frac{(c(s, m_4^2))^2}{E_0 E_1 E_0 E_4} \left| \sum_{m_s} f_{m_s^* m_s}^{li} C_{mm_s - M'}^{l\frac{1}{2}j} g^{nl}(k_1, k_2) Y_m^l(\hat{p}) (-1)^{j+M'} \right|^2 \tag{5.2}$$

où

$$g^{nl}(k_1, k_2) = \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} (-i)^l \right) \Theta(\Delta_T - \bar{Q}) \int_0^\infty j_l(px) R_{nl}(x) C(x) x^2 dx,$$

$$g^{nl}(k_1, k_2) Y_m^l(\hat{p}) \equiv \tilde{g}_{DW}^{lm}(k_1, k_2).$$

Dans l'expression (5.2) nous avons utilisé l'identité  $(2j+1)^\frac{1}{2} C_{-M' M' 0}^{jj^0} = (-1)^{j+M'}$  et l'amplitude  $f_{m_s^* m_s}^{li}$  est définie par la formule (4.12) ou (4.24). Nous avons aussi supprimé la sommation sur le nombre quantique orbital  $l$  puisqu'un seul  $l$  contribue et on l'identifie par la mesure de l'énergie manquante.

L'expression (5.1) nous donne la section efficace différentielle de la réaction  $(\pi, \pi'N)$  sur un noyau de spin zéro et d'isospin zéro. Lorsque le noyau cible choisi est tel qu'il se compose de couches complètes plus un nucléon célibataire, ce résultat est encore valable à un facteur numérique  $(2j_3 + 1)$  près, avec  $j_3$  égale au spin du noyau cible.

En utilisant les relations

$$C_{\mu\mu'v}^{\lambda\lambda'j} = (-1)^{\lambda+\lambda'-j} C_{-\mu-\mu'-v}^{\lambda\lambda'j},$$

$$Y_m^{i*} = (-1)^m Y_{-m}^i.$$

nous obtenons la formule inversée de (5.1) à savoir

$$A_0 + A_1 \cos \theta^* + A_2 \cos^2 \theta^* = \mathcal{N} \left( \frac{\partial^5 \sigma}{\partial s \partial \Omega_0^* \partial \Omega_2} \right), \tag{5.3}$$

avec

$$\mathcal{N} = \left\{ \frac{(2\pi)^4 k^* k_2}{(sS)^\frac{3}{2}} \frac{E_2 E_3}{FE_4} [c(s, m_4^2) g^{nl}(k_1, k_2)]^2 \sum_{M'} (C_{\frac{1}{2} - M' - \frac{1}{2} - M'}^{l\frac{1}{2}j})^2 |Y_{\frac{1}{2} - M'}^l(\hat{p})|^2 \right\}^{-1}.$$

$$A_0 \equiv |B_0|^2 + |B_2|^2, \quad (5.4a)$$

$$A_1 \equiv 2 \operatorname{Re} (B_0^* B_1), \quad (5.4b)$$

$$A_2 \equiv |B_1|^2 - |B_2|^2. \quad (5.4c)$$

On obtiendra des renseignements supplémentaires en mesurant la polarisation  $\mathbf{P}$  du nucléon éjecté. Le cas présent correspond à la diffusion d'une particule sans spin avec une particule de spin  $\frac{1}{2}$  non polarisée. Nous avons donc

$$\mathbf{P} = - \frac{A_3 + A_4 \cos \theta^*}{A_0 + A_1 \cos \theta^* + A_2 \cos^2 \theta^*} (\hat{\mathbf{k}}^* \wedge \hat{\mathbf{k}}^{*'}), \quad (5.5)$$

avec

$$A_3 \equiv 2 \operatorname{Im} (B_2^* B_0), \quad (5.4d)$$

$$A_4 \equiv 2 \operatorname{Im} (B_2^* B_1). \quad (5.4e)$$

Pour l'interaction pion-nucléon correspondant à une masse invariante du système inférieure à 1360 MeV, les six amplitudes partielles  $a_{2T,2j}^1$  des ondes s et p sont suffisantes pour décrire le phénomène. On rencontre donc 21 variables dans les relations (5.4) qui sont les six modules des amplitudes et les 15 phases relatives entre ces six amplitudes. Comme dans ce domaine d'énergie les six déphasages correspondants  $\delta_{2T,2j}^1$  sont essentiellement réels, on peut donc écrire

$$a_{2T,2j}^1(k^{*'}, k^*) = - \frac{\pi}{2k^{*'}} e^{i\delta_{2T,2j}^1(k^{*'})} \phi_{2T,2j}^1(k^{*'}, k^*),$$

où  $\phi_{2T,2j}^1(k^{*'}, k^*)$  est une fonction à valeur réelle. Ainsi les phases des amplitudes à moitié hors couche ne sont autre que les déphasages correspondants qui sont connus par l'expérience de la diffusion pion-nucléon libre. Parmi les 21 variables seuls les six modules, c.à.d. seules les quantités  $\frac{1}{2}\pi(k^{*'})^{-1} \phi_{2T,2j}^1(k^{*'}, k^*)$ , restent donc à déterminer. Or les deux premiers types d'interaction pion-nucléon mentionnés dans le tableau 3 nous fournissent déjà deux séries indépendantes de relations (5.4) soit dix au total. On peut utiliser cette sur-détermination pour s'assurer la validité du modèle.

La procédure à suivre pour déterminer les coefficients  $A_i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ , ainsi que les amplitudes  $a_{2T,2j}^1(k^{*'}, k^*)$  est la suivante:

(i) A partir de la mesure de la section efficace différentielle ( $\partial^5 \sigma / \partial s \partial \Omega_0^* \partial \Omega_2$ ) et la polarisation  $\mathbf{P}$  en fonction de  $\cos \theta^*$ , on détermine les coefficients  $A_0$  à  $A_4$  ainsi que les  $\phi_{2T,2j}^1$  pour des impulsions  $k^{*'}$  et  $k^*$  fixes.

(ii) On répète la procédure (i) en faisant varier les impulsions  $k^{*'}$  et  $k^*$  suivant une direction sélectionnée dans le plan  $(k^{*'}, k^*)$ .

(iii) Déterminer les valeurs des  $\phi_{2T,2j}^1(k^{*'}, k^*)$  dans la zone inaccessible aux mesures par interpolation. En posant

$$\mathbf{x}_0 = (k_0^{*'}, k_0^*),$$

$$\mathbf{x} = (k^{*'}, k^*),$$

et en désignant  $\nabla_\Gamma$  le gradient dans la direction  $\Gamma$  choisie, on peut écrire un développement de Taylor au point  $x_0$ , un point du domaine sur couche, pour les fonctions

$$\phi_{2T, 2j}^I(x) = \phi_{2T, 2j}^I(x_0) + (\nabla_\Gamma \phi_{2T, 2j}^I)(x_0) \cdot (x - x_0) + \dots$$

Par interpolation, on connaîtra les coefficients de Taylor et les fonctions  $\phi_{2T, 2j}^I(x)$ . Si la direction  $\Gamma$  choisie est perpendiculaire à la ligne bissectrice du plan, ces coefficients de Taylor nous fourniront des informations concernant les parties symétrique et antisymétrique des fonctions  $\phi_{2T, 2j}^I$ .

Finalement les fonctions complètement hors couche  $\psi_{2T, 2j}^I(k^{*'}, k^*; w)$  se déterminent à l'aide de la relation <sup>8)</sup>

$$\psi_{2T, 2j}^I(k^{*'}, k^*; w) = \phi_{2T, 2j}^I(k^{*'}, k^*) \cos \delta_{2T, 2j}^I(k^{*'}) + \int_0^\infty dq \left( \frac{1}{w^2 - q^2} - \frac{P}{k^{*'}{}^2 - q^2} \right) \times \phi_{2T, 2j}^I(q, k^{*'}) \phi_{2T, 2j}^I(q, k^*),$$

où

$$w \in \mathbb{C}$$

### 6. Propositions relatives aux expériences futures

Toute expérience ( $\pi, \pi'N$ ) conçue pour extraire les informations hors couche des amplitudes pion-nucléon doit favoriser le processus quasi-libre. Dans le domaine des énergies intermédiaires nous pouvons établir les critères comme suit:

(a) *Choix de l'énergie du faisceau de pions*: On doit choisir un faisceau d'énergie correspondant à un potentiel optique imaginaire pur de la diffusion pion-noyau cible afin de réaliser la situation d'une forte inélasticité.

(b) *Choix du noyau cible*: Seuls les noyaux dont la structure nucléaire est connue seront envisagés afin de pouvoir relier sans ambiguïté les informations expérimentales à l'amplitude pion-nucléon à moitié hors couche. Le noyau choisi doit aussi favoriser l'interaction en surface d'une part et le mécanisme à quasi 3-corps d'autre part.

De manière générale, plus le noyau cible est grand, plus le centre nucléaire est absorbant vis-à-vis des projectiles. Un noyau lourd est donc préférable. Pour que le mécanisme à quasi 3-corps devienne une bonne description de la réaction, il faut que le noyau résiduel soit aussi inerte que possible. A cet égard, on doit sélectionner les événements correspondant à l'éjection d'un nucléon à partir de la couche la moins liée du noyau cible. L'expression des formules sera encore rendue plus simple si l'on utilise un noyau à couche extérieure remplie ou ne contenant qu'un nucléon célibataire.

(c) *Critères cinématiques*: Les configurations géométriques favorables sont celles qui assurent un haut rendement expérimental et en même temps une faible distorsion du nucléon dans l'état final. Etant donné que la distribution angulaire du recul du noyau résiduel est presque isotrope dans le laboratoire, il nous suffit de prescrire les critères sur le pion diffusé et le nucléon éjecté.

Dans l'exemple de la réaction  $^{12}\text{C}(\pi^+, \pi^+ \text{p})^{11}\text{B}$  à 130 MeV environ, nous proposons de sélectionner les pions diffusés sous de grands angles, à savoir  $\theta_{0'L} \geq 90^\circ$ , dans le laboratoire. Cette disposition du compteur assure une haute efficacité de détection en raison de la présence d'un pic à  $180^\circ$  dans la distribution angulaire des pions diffusés (fig. 2). En effet, cette distribution est l'image de la diffusion pion-proton à une énergie inférieure à celle produisant la résonance  $P_{33}$  [réf. <sup>1</sup>]. Ayant choisi l'énergie du faisceau selon le critère (a) on aura toujours ce pic vers l'arrière si l'énergie du faisceau ainsi choisie est plus basse que 190 MeV, l'énergie du pion correspond à la résonance  $P_{33}$ .

En ce qui concerne les nucléons éjectés, nous proposons de mesurer pour chaque angle du pion diffusé ceux qui sont diffusés sous des angles tels qu'il y ait des grands angles de divergence et des énergies relatives élevées par rapport au noyau résiduel afin de diminuer la distorsion du nucléon par le noyau résiduel.

Je remercie vivement le Professeur P. Huguenin pour son aide constante tout au long de ce travail. Mes remerciements vont également aux membres du groupe de physique théorique de l'Université de Neuchâtel avec lesquels j'ai eu de fructueuses discussions.

### Références

- 1) L. C. Liu et P. Huguenin, *Helv. Phys. Acta* **46** (1973) 201
- 2) T. Berggren, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **16** (1966) 153
- 3) G. Jacob et Th. A. J. Maris, *Rev. Mod. Phys.* **38** (1966) 121
- 4) J. Beiner, *Nucl. Phys.* **B53** (1973) 349
- 5) E. Bellotti, D. Cavalli et C. Matteuzzi, communication privée;  
E. Bellotti, S. Bonetti, D. Cavalli et C. Matteuzzi, *Nuovo Cim.* **14A** (1973) 567
- 6) B. A. Watson, P. P. Singh et R. E. Segel, *Phys. Rev.* **182** (1969) 977
- 7) M. Jacob et G. F. Chew; *Strong interaction physics* (Benjamin, New York, 1964) p. 13
- 8) M. Baranger, B. Giraud, S. K. Mukhopadhyay et P. U. Sauer, *Nucl. Phys.* **A138** (1969) 1

La Faculté des Sciences de l'Université de Neuchâtel sur le rapport de Messieurs les professeurs P. Huguenin, J. P. Amiet et E. Schwarz, autorise l'impression de la présente thèse sans exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont contenues.

*Neuchâtel, le 25 février 1974*

*Le doyen:*  
Prof. W. Form