Publié dans
2nd Conference for socio-cultural research - Piaget and Vygotsky,
Genève, 1996
qui doit être utilisé pour toute référence à ce travail

Résolution individuelle ou collective de tâches équationnelles par des élèves de 7ème année

César, M. & Perret-Clermont, A.-N.
avec la collaboration de Ana Benavente et Luc-Olivier Pochon
Universidade de Lisboa et Université de Neuchâtel

Mailing address:
Margarida César
Departamento de Educação da F.C.U.L.
Edifício C1 - Campo Grande, P - 1700 Lisboa, Portugal.
email: emcesar@cc.fc.ul.pt

RESUME

Nos objectifs dans cette étude sont d'une part d'étudier les stratégies de résolution de problèmes équationnels simples chez des élèves travaillant soit seuls, soit en dyades; et d'autre part d'examiner les effets cognitifs de différentes modalités de travail en dyade.

La recherche a été conduite auprès d'une centaine d'enfants fréquentant la 7ème année d'une école officielle de Lisbonne. Nous les avons confrontés à des tâches "habituelles" (celles que les professeurs décrivent comme typiques et traditionelles) et à des tâches "non-habituelles" (utilisant la métaphore des balances), avec des prolèmes simples, de difficulté moyenne ou plus complexe, en rapport avec des élements de leur curriculum scolaire concernant les équations du premier degré.

Le plan expérimental comprenait cinq temps avec une tâche "habituelle", à résoudre individuellement (Temps 1 et 5); une tâche "non-habituelle", à résoudre également individuellement (Temps 2 et 4); et une tâche "non-habituelle" à résoudre soit en dyade, soit individuellement selon la condition expérimentale (Temps 3).

On observe que les stratégies de réponse utilisées par les élèves dans les problèmes "non-habituels" les plus simples, habituellement des stratégies arithmétiques additives ou soustractives, permettent de pronostiquer leurs résultats aux problèmes plus complexes. En effet, les élèves qui utilisent des stratégies arithmétiques soustractives sont généralement ceux qui s'avèrent capables de faire évoluer leurs stratégies pour les adapter aux problèmes plus complexes.

On observe aussi que le travail en dyade est plus efficace que le travail individuel aussi bien pour la tâche réalisée en commun, que pour la capacité ultérieure de résolution individuelle. Les effects de ce travail en commun sont encore plus grands quand il associe la compétition inter-dyades à la coopération intra-dyade.

INTRODUCTION

L'échec scolaire, notamment en mathematiques, est un problème qui préoccupe souvent les psychologues et les professeurs, car il conditione beaucoup les options scolaires et professionnelles ultérieures des élèves. Ce problème est particulièrement grave au Portugal et surtout à l'école obligatoire, qui a récemment été étendue à 9 années.

Nous avons eu ici l'intention, dès le départ, de faire une recherche qui puisse être "ré-utilisée" par les professeurs et integrée dans leurs pratiques quotidiennes. Pour cette raison, nous avons choisi une unité du curriculum scolaire dont l'étude commence en 7ème année et qui est reprise dans les années ultérieures. Mieux comprendre les stratégies de réponse des élèves et leurs réactions à des conditions de travail différentes devrait nous permetre, plus tard, de créer des projects d'intervention-action, en collaboration avec les maitres.

Notre cadre de référence théorique s'inspire de contributions de la pédagogie, notament de l'enseignement coopérarif (Johnson et Jonshon, 1984, 1989; Johnson, Johnson, Stane et Garibaldi, 1990; Slavin, 1980, 1990), de la didactique des mathématiques (Harper, 1987; Kieran, 1990, 1991; Vergnaud, 1981, 1984, 1990) et de la psychologie socio-cognitive (Doise, Mugny et Perret-Clermont, 1975, 1976; Perret-Clermont, 1976/1996, 1992; Schubauer-Leoni, 1986, 1988, 1990). Dans la poursuite d'études sur les conditions d'interaction entre pairs dans la construction des savoirs et des compétences (Balacheff, 1982; Gilly et Roux, 1984; Gilly, Fraisse et Roux, 1988; Schubauer-Leoni et Perret-Clermont, 1980, 1985), nous avons voulu étudier différentes modalités de fonctionement de dyades et comparer l'efficacité du travail en dyade et de celui qui est fait individuellement, chez des enfants portugais, en contexte scolaire.

METHODOLOGIE

1. Echantillon

Enfants de 4 classes de 7ème année d'une école officielle de Lisbonne (n = 98)

2. Instruments

Tâches de deux types ("habituelles"; "non-habituelles").

1) - "Tâches habituelles", c'est à dire, conformes à celles habituellement en usage en classe; utilisées au pre-test (Temps 1) et post-test (Temps 5), ayant le même degré de difficulté.

Exemple:

1 - $x + 300 = 2000 + 700$

2 - $3000 = 600 + x$

3 - $2000 + 3x = 400 + 5x$

4 - $500 + 400 + 7x/2 + x = 1200 + 2x/2 + 3x$

5 - $4 (5 + x) = 48$

6 - $6x + 3x - x = 12 - (- x + 7)$

7 - $2/3 (y + 5) = 7/2$

8 - $10 - \frac{x - 6}{2} + 2x/5 = 4$

FICHA Nº 2

Nome:____

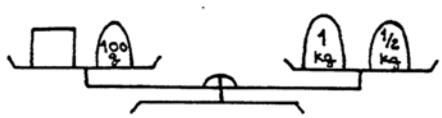
Data de hoje__/__/___ Turma_____ Nº____ e Nº_____

Comme tu peux observer dans chaque figure on voit des balances.

On veut savoir le poids des objects, de telle façon que les plats des balances soient toujours en equilibre.

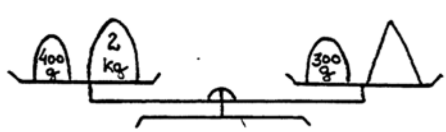
Tu dois indiquer, dans chaque problème, le poids et comment tu es arrivé/ée à ce résultat.

1 -



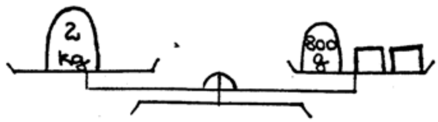
 pesa _________

2 -



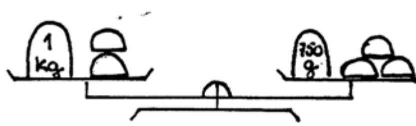
 pesa ________

3 -



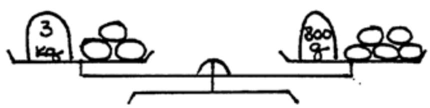
□ pesa ______

4 -



⌓ pesa ______

5 -



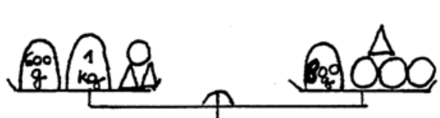
○ pesa ______

6 -

ATENÇÃO:

○ = 2 × △

(A BOLA VALE O DOBRO DO TRIÂNGULO)



○ pesa ______

FICHA Nº 2

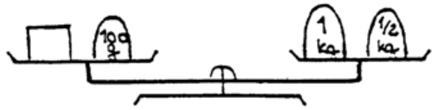
Nome: ______________________________

Data de hoje __/__/___ Turma ____ Nº ___ e ___

Chacune des situations décrites dans les figures peut être traduite par une équation.

Exemple: **Equation**

1 -

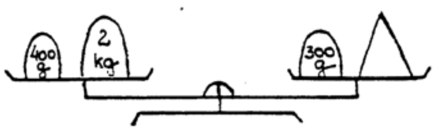


EQUAÇÃO

$x + 100 = 1000 + 500$

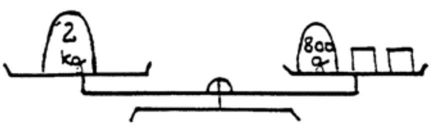
Mets en équation :

2 -



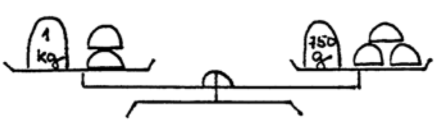
EQUAÇÃO

3 -



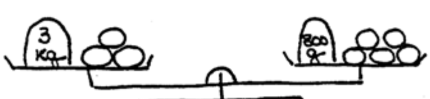
EQUAÇÃO

4 -



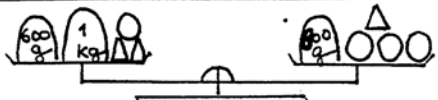
EQUAÇÃO

5 -



EQUAÇÃO

6 -



EQUAÇÃO

ATENÇÃO: ○ = 2 × Δ

2) - "Tâches non-habituelles" - utilisant la métaphore des balances et adaptées de Abrantes (1989), aux Temps 2 et 4; et de Carraher, Carraher et Schliemann (1989, p. 133), au Temps 3.

Exemple (Temps 3):

DEROULEMENT

Temps 1	Pré-test "Tâches habituelles" Individuel Autre Prof. de Mathématiques
↓ 15 jours	
Temps 2	*"Tâches non-habituelles"* Individuel Expérimentateur
↓ 7 jours	
Temps 3	*"Tâches non-Habituelles"* **Condition 1: résolution en dyade** **Condition 2: résolution individuelle** Même Expérimentateur
↓ 7 jours	
Temps 4	*"Tâches non-habituelles"* Individuel Même Expérimentateur
↓ 15 jours	
Temps 5	Post-test "Tâches habituelles" Individuel Même Prof. qu'au Temps 1

RESULTATS

Dans les "tâches non-habituelles", à partir de l'analyse des protocoles, nous avons pu identifier cinq stratégies de réponse:

a) - Statégie de répresentation (dessins)

b) - Stratégie de simplification (manipulation de variables)

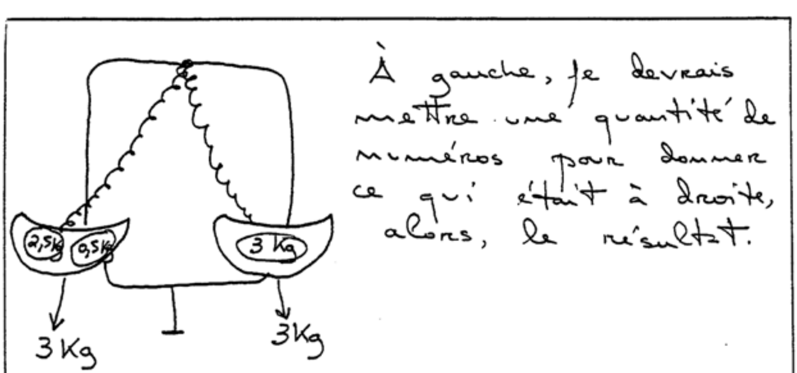
c) - Stratégie de résolution par essais et erreurs

d) - Stratégie de résolution arithmétique

e) - Stratégie de résolution algébrique (équations)

Les *stratégies de répresentation (dessins)* sont utilisées par la plupart des sujets dans la première tâche non-habituelle (Temps 2), qui est celle qui n'a pas les balances dessinées.

Exemple:



Les *stratégies arithmétiques*, qui peuvent être additives ou soustractives, sont utilisées, par la plupart des enfants, pour les problèmes les plus simples (jusqu'au Probleme 3). Pour ces problèmes elles sont bien adaptées. Pourtant, quand il s'agit de problèmes plus complexes (Problème 4 et suivants), elles conduisent habituellement à des échecs.

Exemples:

Problème 1 - **Type Additif** "J'avais 1Kg et demi de ce côté, et de celui-là j'avais seulement 100gr., pour faire 1Kg et demi **j'avais besoin de plus** 1Kg et 400."
Problème 1 - **Type soustractif** "J'ai fait 1Kg plus 500gr et ça a donné 1kg et demi. Puis **j'ai soustrait** 100gr de 500gr et ça a donné 400gr. Alors, c'est 1Kg 400."

Les stratégies par *essais et erreurs* commencent à être utilisées dans le Problème 4 et elle sont bien adaptées pour les problèmes d'une complexité moyenne.

Exemple:

Problème 4 Nad. - Ici, **il faut inventer un poids?** Pour que ça donne égal? Ric. - C'est tout égal, tu vois?.... Attends... Fais les comptes... Regarde... 750gr plus 250gr, plus 250gr, plus 250gr... C'est.... Et de l'autre côté 250gr, plus 250gr.... Oui, c'est égal!

Les *stratégies algèbriques* sont rarement utilisées pour les problèmes les plus simples, mais elles deviennent plus fréquentes quand les problèmes sont plus complexes. Les enfants qui les choisissent dès le debut ont généralement des très bonnes performances.

Exemple:

> Problème 5
> "Ici on écrit... 3000 + 3X = 800 + 5X. Et on fait l'équation, comme avant"

La manipulation de variables (Carraher, Carraher et Schliemann, 1989) consiste à couper quelques variables qui s'annulent, pour simplifier le problème posé. C'est une stratégie très rare, qui est utilisée pour les problèmes plus complexes, mais qui conduit presque toujours à des solutions correctes. Cette stratégie est préférée par les enfants qui ont de très bonnes performances.

Comme elle est seulement une stratégie de simplification, elle est associée, après, à une des trois stratégies de résolution que nous avons identifiée, généralement à la stratégie arithmétique.

Exemple:

> Problème 5
> Car. - Bon, celuici a deux de plus. Alors on doit diviser 2kg 200gr
> Nun. - ...par 2...
> Car. - Oui, par 2. Les autres ont tous le même poids
>
> [Sur leur feuille, ils ont coupé trois poids de chaque côté]

On remarque que les enfants qui préfèrent la stratégie arithmétique de type soustractive ont plus de facilité à faire évoluer leurs stratégies de réponse quand ils sont confrontés aux problèmes plus complexes.

Les dyades utilisent plus souvent des stratégies bien adaptées à la complexité des problèmes et elles font évoluer leurs stratégies plus souvent que les enfants qui travaillent individuellement.

Les dyades ont un niveau de performance supérieure au travail individuel aussi bien au Temps 3 (Tableau 1) que lors de la résolution individuelle ultérieure des Temps 4 et 5 (Tableaux 2 et 3).

Tableau 1 - Fréquence des différents niveaux de performance dans chaque condition expérimentale au Temps 3

	Niveaux de performance			
	Faible	Moyen	Haut	N
Condition 1 (Dyades) *	10	20	38	68
Condition 2 (Individuel)	9	10	10	29

* Le niveau de performance des dyades est un niveau collectif; comme on avait aussi des dyades sans interaction, dont le niveau n'était pas collectif, nous avons considéré le niveau de chaque sujet pour le calcul du test de Jonckheere.

Test de Jonckheere, Hypothèse C1>C2, p= 0.0

Tableau 2 - Evolution des performances des sujets entre le Temps 2 et le Temps 4 ("Tâches non-habituelles") en fonction de la condition expérimentale

	Non Progrès	Progrès	N
Condition 1 (Dyades)	43	25	68
Condition 2 (Individuel)	20	5	25

Test de Jonckheere, Hypothèse C1>C2, p= 0.10

Tableau 3 - Evolution des performances des sujets entre le Temps 1 et le Temps 5 ("Tâches habituelles"), en fonction de la condition expérimentale

	Non Progrès	Progrès	N
Condition 1 (Dyades)	49	17	66
Condition 2 (Individuel)	23	3	26

Test de Jonckheere, Hypothèse C1>C2, p= 0.11

Quand on regarde les tableaux précedents, on remarque que travailler en dyade est plus efficace que travailler seul.

DISCUSSION DES RESULTATS

Les stratégies de réponse utilisées par les enfants varient selon le degré de difficulté du problème qui leur est posé et elles ne sont pas toujours des stratégies qu'on leur fait apprendre à l'école. Les enfants qui restent fixés sur les stratégies arithmétiques quand ils sont en train de faire les problèmes plus complexes ont des performances assez faibles. Cette fixation est plus fréquente chez les enfants qui travaillent individuellement que chez ceux qui travaillent en dyade.

Les stratégies mieux adaptées aux problèmes plus complexes, par exemple la manipulation de variables, sont très rares et souvent les enfants hésitent à les écrire, car ils pensent "qu'elles ne sont pas mathématiques". D'autres écrivent même une autre stratégie car ils croient que la manipulation de variables n'est pas acceptée à l'école, dans le cadre d'une Mathématique plus formelle. Il nous semble important de bien connaître les stratégies "naturelles" des enfants, de les respecter et les exploiter avec plus de détail pour pouvoir enseigner d'une façon plus adaptée aux raisonnements des élèves.

Les enfants qui travaillent en dyade ont, en général, des stratégies mieux adaptées que ceux qui travaillent individuellement. En plus, les enfants qui travaillent en dyade sont capables, au Temps 3, d'utiliser des stratégies qu'ils n'ont pas découvert quand ils ont travaillé seuls, ce qui n'arrive pas à ceux qui répondent individuellement.

Le travail en dyade est beaucoup plus efficace, du point de vue du niveau de performance, que le travail individuel. Ce fait est vrai tant quand les enfants travaillent ensemble (Temps 3), que lorsqu' ils travaillent à nouveau individuellement après le travail en dyade. Ceci est vérifié au Temps 4 (travail sur des "tâches non-habituelles" analogues à celles de la situation collective du Temps 3) qu'au post-test du Temps 5 ("Tâches habituelles" analogues à celles du pré-test du Temps 1).

CONCLUSIONS

Cette étude met en évidence l'efficacité du travail en dyade, même lorsqu'il n'y a qu'une seule session de travail collectif.

Comme au Portugal la disposition spatiale la plus fréquente dans les salles de classe est la disposition des élèves en dyade, les maîtres pourraient profiter de ce fait pour encourager les interactions entre les enfants. Pourtant, nos travaux nous ont montré aussi qu'il ne suffit pas de mettre les enfants deux-à-deux pour que leurs interactions soient riches. Il faut bien voir comment on forme les dyades, quelles sont les tâches qu'on leur propose, et les instructions de travail qu'on leur donne. Mais le travail en dyade s'est montré suffisamment fructueux pour être implementé dans les pratiques quotidiennes des maîtres.

Réferences

Abrantes, P. et al. ((1989). *Fichas de trabalho do projecto MAT789 para o ano lectivo de 1989/90.* (Document policopié)

Balacheff, N. (1982). Preuve et démonstration en mathématiques au college. *Recherches en Diadactiques des Mathématiques*, **3**, 3, 261-304.

Branco, J., Angelino, N. e César, M. (1995), Tarefas Matemáticas - Trabalho em Díade vs. Individual, *Actas do ProfMat 95*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Carraher, T., Carraher, D. et Schliemann, A. (1989). *Na vida dez, na escola zero.* S. Paulo: Cortex Editora.

César, M. (1994), Factores psico-sociais e equações, *Actas do ProfMat 94*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 82-92.

César, M. (1995), Interacção entre pares e resolução de tarefas matemáticas, *Actas do VI Encontro de Investigação em Educação Matemáica*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática (Sous presse).

César, M. (1996), *Interacção e Resolução de Tarefas Matemáticas*. Col. Horizontes Pedagógicos, n° 23. Lisboa:Instituto Piaget.(Sous presse)

Doise, W., Mugny, G. et Perret-Clermont, A.-N. (1975). Social interaction and the development of cognitive operations. *European Journal of Social Psychology*, **5**, 3, 367-383.

Doise, W., Mugny, G. et Perret-Clermont, A.-N. (1976). Social interaction and cognitive development: further evidence. *European Journal of Social Psychology*, **6**, 2, 245-247.

Gilly, M., Fraisse, J. et Roux, J.-P. (1988). Résolution de problèmes en dyade et progrès cognitifs chez des enfants de 11 à 13 ans: dynamiques interactives et socio-cognitives. In A.-N. Perret-Clermont et M. Nicolet (EDS.), *Interagir et connaître - enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif.* Fribourg: Del Val, 73-92.

Gilly, M. et Roux, J.-P. (1984). Efficacité Comparée du Tavail Individuel et du Tavail en Interaction Socio-Cognitive dans l'Appropriation et la Mise en Oeuvre de Règles de Résolution chez des Enfants de 11-12 Ans. *Cahiers de Psychologie Cognitive*, **4**, 2, 171-188.

Harper, E. (1987). Ghosts of Diophantus. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 75-90.

Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1984). Building Acceptance of Differences Between Handicapped and Nonhandicapped Students: The Effects of Cooperative and Individualistic Instruction. *The Journal of Social Psychology*, **7**, 122, 257-267.

Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1989). *Cooperation and competition: A meta-analysis of the research.* Hillsdale, New York: Lawrence Erlbaum.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., Stanne, M. B. & Garibaldi, A. (1990). Impact of Group Processing on Achievement in Cooperative Groups. *The Journal of Social Psychology*, **4**, 130, 507-516.

Kieran, C. (1990). Cognitive Processes Involved in Learning School Algebra. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.). *Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Cambridge: Cambridge University Press, 96-112.

Kieran, C. (1991). A Procedural-Structural Perspective on Algebra Research. In *Proceedings of the 15th Conference of Psychology of Mathematics Education International Group*, Assisi, Italy, 245-253.

Perret-Clermont, A.-N. (1979/1996). La Construction de l'Intelligence dans l'Interaction Sociale. Berne: Peter Lang.

Perret-Clermont, A.-N. (1992). THe Social Psychology of the Transmission of Knowledge: Implicit Negociations in Teacher-Students Relationship. In F. Oser, A. Dick & J. P. Patry (Eds.). *Effective and Responsible Teaching - The New Synthesis.* San Francisco: Jossey-Bass Publishers, cap. 21, 329-341.

Schubauer-Leoni, M. L. (1986). Le contrat Didactique: Un Cadre Interprétatif pour Comprendre les Savoirs manifestés par les Elèves en Mathématique. *European Journal of Psychology of Education*, **I**, 2, 139-153.

Schubauer-Leoni, M. L. (1988). *Des Recherches en Didactique des Mathématiques avec un Regard de Psychologue Social des Situations d'Enseignement.* Communication presentée au Colloque Psychologie des Construction Cognitives et Education, Aix-en-Provence, Décembre 1988.

Schubauer-Leoni, M. L. (1990). Ecritures Additives en Classe et en Déhors de la Classe: un Affaire de Contexte. *Résonances*, 6, 16-18.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1980). Interactions Sociales et Représentations Symboliques dans le cadre de Problèmes Additifs. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, **1**, 3, 297-350.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1985). Interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques chez l'enfant. In G. Mugny (Ed.). *Psychologie social du développement cognitif.* Berna: Peter Lang, cap. 11, 225-250.

Slavin, R. E. (1980). Cooperative learning. *Review of Educational Research*, **50**, 2, 315-342.

Slavin, R. E. (1990). Research on Cooperative Learning: Consensus and Controversy. *Educational Leadership*, **47**, 4, 52-54.

Vergnaud, G. (1981). Queslques Orientations Théoriques et Méthodologiques des Recherches Françaises en Didactiques des Mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, **2**, 2, 215-232.

Vergnaud, G. (1984). Understanding mathematics at the secondary-school level. In A. Bell, B. Low & J. Kilpatrick (Eds.). *Theory, Research and Practice in Mathematical Education.* Report of the ICMES Working Group on Research on Mathematics Education. Nottingham: Shell Centre for mathematical Education, 27-35.

Vergnaud, G. (1990). La Théorie des Champs Conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **10**, 2-3, 133-170.