675

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL - FACULTÉ DES LETTRES

MIGUEL SÁNCHEZ-MAZAS

CÁLCULO DE LAS NORMAS

Thèse présentée à la Faculté des Lettres de l'Université de Neuchâtel pour obtenir le grade de docteur ès lettres
1973

ARIEL

Miguel Sánchez-Mazas

CÁLCULO DE LAS NORMAS

La lógica ha estado anclada milenariamente, desde Aristóteles, en las ideas de lo *verdadero* y lo *falso*, proponiéndose encontrar las leyes del razonamiento en una expresión *descriptiva* de la realidad. Esta posición no ha variado esencialmente cuando, siguiendo las geniales y proféticas intuiciones de Leibniz (1646-1716), las teorías lógicas han venido adoptando, desde mediados del siglo pasado, la forma de *cálculos matemáticos* en un sentido estricto, como en la expresión aritmética de las "leyes del pensamiento" por el inglés George Boole (1815-1864), que representó lo verdadero por el número 1 y lo falso por el número 0, echando con ello los cimientos matemáticos para el funcionamiento de todas las computadoras digitales, ni cuando a la clásica lógica binaria sucedieron los sistemas *polivalentes* (con más de dos valores), como los del lógico polaco Jan Lukasiewicz (1878-1956), o *probabilistas*, como los del filósofo alemán Hans Reichenbach (1891-1953) y el economista inglés John Maynard Keynes (1883-1946) y las lógicas *intuicionistas*, construidas por primera vez por los lógicos y matemáticos holandeses Brouwer (nacido en 1881) y Heyting (nacido en 1898).

Lo cierto es que todas estas grandes creaciones, a pesar de su originalidad e interés, seguían estando apoyadas en una consideración *descriptiva* de las proposiciones y de los sistemas científicos y seguían tomando, como punto de referencia esencial, los valores tradicionales de lo *verdadero* y lo *falso*, aunque luego estos valores se matizasen y coloreasen, adquiriendo modalidades peculiares o valores intermedios y multiplicándose hasta el infinito, en el prodigioso caleidoscopio de la razón.

Pero en 1951 el lógico y filósofo finlandés Georg Henrik Von Wright (nacido en 1916) lanza desde Cambridge el primer sistema viable de *lógica deóntica o lógica de las normas*, iniciando el tratamiento lógico-matemático riguroso de los enunciados y sistemas de carácter *prescriptivo* (frente al descriptivo tradicional) y de los valores de *ejecutado, omitido, obligatorio, permitido, prohibido*, etcétera, de las *acciones* (frente a los tradicionales de *verdadero* y *falso* de las proposiciones).

Casi al mismo tiempo el polaco Kalinowski lanzaba desde Varsovia una *lógica de las proposiciones prácticas*, de orientación análoga. Estas nuevas posiciones de la lógica abrían para la ciencia entera, pero en particular para las ciencias socia-

(Continúa en la solapa posterior)

COLECCIÓN «CONVIVIUM»-16

CÁLCULO DE LAS NORMAS

COLECCIÓN CONVIVIUM

1. **Historia del espíritu griego**
   por Wilhelm Nestle
2. **Metafísica**
   por Emerich Coreth
3. **Literatura latina**
   por Jean Bayet
4. **Introducción a la sintaxis estructural del latín**
   por Lisardo Rubio
5. **ABC de la grafología**
   por J. Crépieux-Jamin
6. **Literatura griega. Contenido, problemas y métodos**
   por José Alsina
7. **Tragedia y política en Esquilo**
   por Carlos Miralles
8. **La investigación científica**
   por Mario Bunge
9. **Historia de la filosofía**
   por Frederick Copleston
10. **Introducción a la lógica y al análisis formal**
    por Manuel Sacristán
11. **Lógica de primer orden**
    por Jesús Mosterín
12. **Los orígenes de la civilización anglosajona**
    por Micaela Misiego
13. **Teoría axiomática de conjuntos**
    por Jesús Mosterín
14. **Hipócrates y la nosología hipocrática**
    por Eulalia Vintró
15. **Salustio. Política e historiografía**
    por José-Ignacio Ciruelo

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL - FACULTÉ DES LETTRES

MIGUEL SÁNCHEZ-MAZAS

CÁLCULO DE LAS NORMAS

Thèse présentée à la Faculté des Lettres de l'Université de Neuchâtel pour obtenir le grade de docteur ès lettres
1973

EDICIONES ARIEL
Esplugues de Llobregat
BARCELONA

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL

Faculté des Lettres

La Faculté des Lettres de l'Université de Neuchâtel, sur les rapports de MM. Jean-Blaise Grize, Professeur à l'Université de Neuchâtel, et Georges Kalinowski, Maître de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique à Paris, autorise l'impression de la thèse présentée par M. Miguel Sánchez-Mazas, en laissant à l'auteur la responsabilité des opinions énoncées.

Neuchâtel, 27 avril 1973.

Le doyen:
MARC EIGELDINGER

Impreso en España

Depósito legal: B. 19.025 - 1973
ISBN: 84-344-3930-1

1973. — Ediciones Ariel, S. A., Av. J. Antonio, 134-138, Esplugues de Llobregat (Barcelona)

A María Luisa
que ha creído en los números
de la noche y del día.

PRÓLOGO

Este libro es la versión española de una tesis doctoral preparada bajo la dirección cordial y generosa del gran lógico suizo, el profesor Jean-Blaise Grize, y presentada en la Universidad de Neuchâtel (Suiza) para la obtención del título de Doctor en Letras. Y aunque, como es natural, la presentación y lectura de dicha tesis han tenido que realizarse en francés, lengua oficial de la citada Universidad, de acuerdo con el reglamento de la misma, lo cierto es que esta edición castellana va a adelantarse en varios meses a la edición francesa.

No necesito explicar, por lo menos a los que me conocen, que este hecho no es fruto del azar ni decir con cuánta satisfacción doy a la lengua de mi patria, con el beneplácito de la repetida Universidad suiza, las primicias de una obra que ha sido concebida y realizada en 1971 con el fin de aportar en ese año una primera contribución original española a la lógica de las normas, evitando que nuestro país siguiera estando ausente de esta importante esfera de investigaciones al conmemorarse el vigésimo aniversario de la fundación y organización sistemática de tan sugestiva disciplina con los geniales trabajos de Georg Henrik Von Wright en 1951.

Por ello quiero manifestar mi gratitud a Ediciones Ariel, que tanto hace por mantener a nuestra cultura en vivo contacto con la actualidad del pensamiento europeo y universal, en los más diversos campos, y muy en especial a mi amigo y compañero Joan Reventós, que desde la conclusión de este libro, en diciembre de 1971, acogieron con el mayor interés la idea de su publicación en España. Ahora bien, al haber transcurrido prácticamente un año desde la citada fecha, por razones de adaptación recíproca entre los textos español y francés así como por otros motivos de programación interna de la propia casa editora, creo indispensable también hacer algunas observaciones cuya necesidad se ha venido imponiendo a lo largo de estos meses.

Ante todo, en lo que respecta a la historia de la lógica de las normas o lógica deóntica en tanto que cálculo autónomo, creo imprescindible, en este momento, hacer justicia al eminente lógico polaco, actualmente residente en París, profesor Georges Kalinowski, mencionando aquí su trabajo precursor "Teoría de las proposiciones normativas", escrito en

1952 y publicado inicialmente en Varsovia, en la revista Studia Logica, *en 1953, es decir, casi simultáneamente y, en todo caso, con total independencia del famoso artículo "Deontic Logic" de Von Wright, que se considera, muy justamente, como el punto de partida, en Occidente, de la construcción sistemática de esta nueva rama de la lógica.*

En efecto, si durante la redacción de mi tesis, en 1971, no podía conocer aún la importante teoría de Kalinowski, porque ésta no había aparecido todavía en ningún país occidental, mi silencio a este respecto sería inadmisible hoy, después de la aparición en París, en 1972, de los "Estudios de Lógica Deóntica (1953-1969)" del lógico polaco, que se abren justamente con una versión francesa de la citada teoría. Como señala en el prólogo a dichos "Estudios" el profesor Robert Blanché, conocido lógico de Toulouse, "hay que pensar que la idea (de la lógica de las normas) estaba, por así decirlo, en el aire, puesto que la vemos germinar simultáneamente e independientemente, a mediados de este siglo, en diversas mentes... En efecto, mientras que Von Wright echaba los cimientos de la lógica deóntica, del otro lado de un 'telón de acero' que no dejaba filtrar más que muy lentamente, con parsimonia, y de modo bastante selectivo las publicaciones occidentales, un filósofo del derecho, que había asimilado también con provecho las lecciones de la brillante escuela polaca de lógica, elaboraba por su parte una 'Lógica de las proposiciones prácticas'. Por las mismas razones de contingencia histórica, operando esta vez en sentido contrario, dicha obra, redactada, no obstante, en una versión reelaborada, en francés, pero publicada en Varsovia, pasó entonces casi desapercibida para los lógicos occidentales".

No hace falta que diga, pues, con cuánta emoción he recibido, primeramente las incitaciones y consejos del profesor Kalinowski y por último su aceptación cordial del puesto de segundo ponente para el Tribunal de mi doctorado.

Debo confesar también que durante estos últimos meses he seguido desarrollando ulteriormente algunos aspectos importantes del cálculo que aquí expongo, especialmente proponiendo un método para expresar con sencillez, tanto en el formalismo lógico como en el formalismo aritmético, varios sistemas normativos y fácticos a la vez, haciendo así posible analizarlos y tratarlos simultáneamente y compararlos en su estructura y en su contenido.

He presentado este método, durante la reciente Conferencia Mundial para la Informática en el Gobierno (Florencia, 16-20 de octubre de 1972), en una mesa redonda sobre Informática Jurídica. En esa ocasión, Jean-Marie Bréton, director del Centro de investigación y desarrollo en informática jurídica (CEDIJ) de París, que participaba también en la mesa redonda, tuvo la amabilidad de hacerme constatar que los resultados a los que yo he llegado en la esfera del cálculo deóntico y jurídico consti-

tuyen tal vez la mejor solución y respuesta a algunos de los problemas y aspiraciones formulados por un equipo internacional e interdisciplinario de juristas, lógicos, lingüistas e informáticos en la revista Modern Uses of Logic in Law (M.U.L.L.), *publicada en Estados Unidos, entre 1959 y 1965, por el American Bar Association Special Committee on Electronic Data Retrieval. Estando en la actualidad agotados y siendo muy difíciles de encontrar todos los números de dicha revista, tuve, sin embargo, la suerte de poder conseguir en la misma Florencia, en el Instituto para la Documentación Jurídica, y gracias a la atención y simpatía de su director, el profesor Constantino Ciampi, fotocopias de los principales artículos que exponen métodos y puntos de vista próximos a los míos (entre ellos, los de Charles K. Cobb, jr., de Harvard, D. A. Kerimov, de Leningrado y John Hart Ely y Richmond H. Thomason, de Yale), artículos que he incorporado a la bibliografía de esta obra.*

Deseo manifestar aquí mi agradecimiento, ante todo a mi director de tesis, el profesor Jean-Blaise Grize y al segundo ponente de la misma, el profesor Georges Kalinowski, por la generosidad, la paciencia y el interés que ambos han mostrado hacia mi trabajo, así como por sus consejos, siempre valiosos y oportunos. En segundo lugar, debo dar las gracias al profesor Georg Henrik Von Wright, de Helsinki, verdadero fundador de la lógica de las normas, en su forma actual, así como al gran lógico norteamericano, profesor Alonzo Church, de Los Ángeles, por los problemas y observaciones preciosas que me han planteado por carta, y análogamente a los profesores Jean-Marie Bréton, director del CEDIJ de París, y Constantino Ciampi, director del Instituto para la Documentación Jurídica de Florencia, junto con sus colaboradores, el doctor Giuseppe Trivisonno y la doctora Patrizia Minoletti, por las razones ya apuntadas.

Por otra parte, no puedo olvidar las incitaciones y estímulos inapreciables que he recibido de los eminentes juristas Charles S. Rhyne y Terence L. Ogden. respectivamente presidente y director general del Centro para la Paz Mundial mediante el Derecho (Ginebra-Washington), del profesor Mario G. Losano, director del Centro de Iuscibernética de la Universidad de Turín, del gran lógico y matemático rumano, el profesor Grigore Moisil, director del Instituto de Matemática de Bucarest, que se interesó cuando estuve en esa ciudad, en septiembre de 1971, por el alcance de mis cálculos intensionales y me escribió más tarde a Ginebra diciéndome que "esperaba con impaciencia su aplicación a la lógica de las normas", y, en el plano español, del profesor Antonio Hernández Gil, presidente de la Comisión Española de Codificación que, en una reciente conferencia, que ha sido publicada, sobre "La sentencia" describe mi trabajo como "la aportación más seria" que conoce a "la moderna lógica deóntica simbólica", de don Ramón Villanueva, animador de la Sección Española del Centro para la Paz Mundial mediante el Derecho *y especialista en Derecho Internacional y de don Rafael Jiménez de Parga, catedrático de Derecho Mercantil de la Universidad Autónoma de Barcelona.*

Finalmente —"last but not least"—, quiero expresar aquí también mi profunda gratitud a mi buena amiga y excelente traductora, la señora Nello Sancho, que al encargarse, con paciencia admirable, de la versión francesa de mi libro, me ha venido planteando cuestiones lingüísticas muy oportunas que me han ayudado a precisar mi terminología, tanto en francés como en español, y a fijar las equivalencias entre las dos lenguas.

MIGUEL SÁNCHEZ-MAZAS

Ginebra (Suiza), enero de 1973
7, rue Voltaire

ÍNDICE

3. CALCULO FACTICO PURO

4. CÁLCULO DEÓNTICO GENERAL

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Nacimiento de la Lógica deóntica y de la Lógica jurídica como disciplinas lógicas con fundamentos y formalismo propios

Para quienes desde hace años venimos siguiendo, con atención creciente, las sucesivas fases, los renovados ensayos, felices o desgraciados, que configuran el incesante proceso para incorporar progresivamente a la esfera del tratamiento lógico-matemático, de la formalización rigurosa y del cálculo siempre nuevas regiones del pensamiento y de la actividad humanas —especialmente en los ámbitos que, en anteriores trabajos, hemos calificado de irreductiblemente "cualitativos"—[1] no era posible dejar morir este año de 1971 sin intentar conmemorar dignamente, con alguna aportación significativa, el vigésimo aniversario del nacimiento de la *Lógica deóntica* o, si se quiere, de los primeros trabajos dirigidos a tratar las relaciones y estructuras peculiares de los sistemas *deónticos* o *normativos* mediante teorías lógicas y, en la medida de lo posible, incluso

1. Puede verse, a este respecto, lo que decíamos en nuestra ponencia al reciente Congreso Internacional de Lógica, celebrado en Bucarest (citada en la bibliografía como SÁNCHEZ-MAZAS, 1971), especialmente en las pp. 64-66, nota 2, refiriéndonos, entre otras, a las ciencias jurídicas. También nos ocupábamos de este problema en el artículo "Información y significado" (tercero de la serie de artículos citados como SÁNCHEZ-MAZAS, 1968-1969), donde, entre otras cosas decíamos: "¿Es posible pasar a un tratamiento matemático eficaz de los aspectos significativos, intensionales, cualitativos de la información, como se ha hecho con los aspectos estadísticos, extensionales, cuantitativos? La respuesta es clara: para ello sería preciso encontrar lo que se llama *modelos matemáticos* para los *sistemas semánticos,* para las *relaciones intensionales,* para las *estructuras cualitativas*. Es lo que intentamos" (l.c., pp. 22-23). Por otra parte, a la aritmetización de las "cualidades", entendidas como predicados monádicos está dedicada nuestra ponencia al Congreso de Informática, celebrado en Edimburgo en 1968 (SÁNCHEZ-MAZAS, 1968 y SÁNCHEZ-MAZAS, 1969). Pero el intento de aritmetizar el aspecto intensional de los conceptos constituye una constante en nuestros trabajos de Lógica, desde hace casi veinte años (puede verse SÁNCHEZ-MAZAS, 1952, p. 25, donde afirmábamos la "necesidad de construir la teoría del concepto considerando en primer lugar la comprehensión y sus relaciones fundamentales" y la posibilidad de expresar la "composición de cualidades mediante la multiplicación de números", así como nuestro libro publicado en 1963 —aunque escrito varios años antes—, dedicado a estudiar el origen y desarrollo de este tema en el pensamiento de Leibniz; y nuestro trabajo, SÁNCHEZ-MAZAS, 1955, publicado por el Departamento de Filosofía e Historia de la Ciencia que fundamos en Madrid con el apoyo del gran matemático español Julio Rey Pastor.

cálculos adecuados, que permitieran deducir, de modo automático, de aquellos sistemas consecuencias rigurosas, pero respetando al hacerlo, todos los rasgos característicos ya comunes a los distintos universos de normas o universos *prescriptivos*,[2] ya específicos de cada uno de estos universos, según se trate de normas *éticas*, *jurídicas*, *técnicas* y hasta de las *reglas de un juego*;[3] para convertir así esos universos normativos en nuevas provincias de la "mathesis universalis", de acuerdo con las geniales intuiciones y previsiones de Leibniz, tantas veces desechadas por utópicas, a lo largo de casi tres siglos, como luego resucitadas y confirmadas como rigurosamente actuales.

En 1951 se publicaban, en efecto, dos breves trabajos del lógico y filósofo finlandés Von Wright en los que aparecían, por primera vez, unidas las dos palabras "lógica" y "deóntica", al mismo tiempo que se proponía un sistema elemental de lógica formal apropiado para la expresión y el tratamiento riguroso de las *modalidades deónticas*. En el primero de dichos trabajos, publicado en la revista filosófica *Mind*, Von Wright, a la sazón profesor de la Universidad de Cambridge se preguntaba: "¿qué son las 'cosas' de las que decimos que son obligatorias, que están permitidas, prohibidas, etc.? Llamaremos a estas 'cosas' actos (o acciones)".[4] Y a continuación introducía para estas *acciones*[5] —concepto

2. Véase la distinción entre leyes descriptivas y leyes prescriptivas en G. H. Von Wright, 1963: "Puede utilizarse el contraste 'prescriptivo/descriptivo' para distinguir las normas de lo que no son normas. Las leyes de la naturaleza son descriptivas y no prescriptivas; *por consiguiente*, no son normas. O lo que es lo mismo: delineamos el uso de la palabra 'norma'; establecemos los límites del concepto" (pp. 22-23 de la traducción española de 1970). Poco antes, el filósofo finlandés había establecido el siguiente contraste: "Las leyes de la naturaleza son *descriptivas*... Las leyes del Estado son *prescriptivas*. Establecen reglamentos para la conducta e intercambio humanos. No tienen valor veritativo" (l.c., p. 22).

3. Y, en último término, hasta las reglas —sintácticas, gramaticales— de un lenguaje. Sobre la relación entre *lenguaje* y *juego*, véase nuestro artículo "Lenguaje y juego", publicado en *ABC* de Madrid el 15 de febrero de 1966.

4. Wright, G. H. Von, 1951*a*, p. 2: "First a preliminary question must be settled. What are the 'things' which are pronounced obligatory, permitted, forbidden, etc.? We shall call these things 'acts' ".

5. "En el lenguaje corriente parece ser que las palabras 'acto' y 'acción' se usan a menudo como sinónimos. El filósofo es libre de dar a las dos palabras diferentes significados con el propósito de destacar alguna distinción conceptual que él piense importante. Aquí emplearé el término 'acción' como nombre común de actos y abstenciones. Actos y abstenciones, podríamos decir, son dos *modos de acción*" (Wright, G. H. Von, 1963, pp. 65-66 de la traducción española de 1970). Se puede constatar el desarrollo del pensamiento y de la terminología del filósofo finlandés —en éste como en tantos otros puntos de su Lógica deóntica— entre 1951 y 1963. En efecto, en 1951 sólo hablaba de *actos*. Pero el desarrollo conceptual de la nueva ciencia le ha llevado, a él y a otros autores, a un progresivo desdoblamiento o ramificación de las nociones fundamentales: "Sir David Ross —hace notar el propio Von Wright en una nota al anterior párrafo— también hace una distinción entre acto y acción. La distinción para la que usa los dos términos es completamente diferente de la distinción para la que aquí los usamos". Como se verá, en nuestro cálculo nos referimos siempre a *acciones* y consideramos la *ejecución* y la *omisión* de una *acción*.

fundamental, con el de *norma*, de la Lógica deóntica— nuevos valores posibles, en contraste con los valores tradicionales (verdad y falsedad) de las proposiciones ordinarias, en la Lógica proposicional: *ejecución* (performance) y *no-ejecución* (non-performance).[6] Y, análogamente, *funciones de ejecución*, en contraste con las funciones de verdad de la Lógica proposicional.[7] Surgía, con ello, una orientación nueva y original del pensamiento lógico, centrado milenariamente en la idea de *verdad*; amanecía un horizonte desconocido hasta entonces, rico de posibilidades teóricas aún hoy sólo en parte sospechadas y de variadas aplicaciones prácticas que estamos todavía muy lejos de haber explotado, a pesar de los veinte años transcurridos.[8]

En *Norma y Acción*, obra escrita doce años más tarde, en 1963,[9] y recientemente traducida al castellano,[10] el propio Von Wright constataba la gran difusión que ya por entonces habían alcanzado, en los más diversos medios, los estudios de Lógica deóntica, desde la aparición de su famoso artículo inicial: "En 1951 —decía el filósofo finlandés— publiqué en *Mind* un trabajo con el título 'Deontic Logic'. En él hice un primer intento por aplicar ciertas técnicas de la lógica moderna al análisis de los conceptos y del discurso normativos. Desde entonces los lógicos se han venido ocupando con creciente interés de la lógica de las normas y, hasta donde a mí se me alcanza, también los filósofos de la ley y de la

6. *No-ejecución* es lo que nosotros denominamos *omisión*. Y así lo hace también Alf Ross en su *Lógica de las normas*: "Es interesante notar que el *tema* puede ser especificado positivamente, como la realización de una *acción* (por ejemplo, abrir una ventana), o negativamente, como una omisión (por ejemplo, no abrirla)" (Ross, Alf, 1968, p. 110 de la traducción española de 1971). Pero no se olvide que tanto la *omisión* de Alf Ross como la *abstención* de Von Wright suponen siempre, necesariamente, la posibilidad de hacer aquello que no se hace: "Un agente, en una ocasión dada, se abstiene de hacer una determinada cosa si, y sólo si, *puede hacer* esta cosa, pero de hecho *no la hace*. La noción de abstenerse, así definida, es el miembro lógicamente *más débil* de una serie de nociones progresivamente más fuertes que abstenerse (WRIGHT, G. H. Von, 1963, p. 62 de la traducción española de 1970); "'Omisión' implica lógicamente que por lo menos era posible para el agente actuar positivamente en la situación" (Ross, Alf, 1968, p. 110 de la traducción española de 1971).

7. "The concept of a performance-function is strictly analogous to the concept of a truth-function in propositional logic" (WRIGHT, G. H. Von, 1951*a*, p. 2).

8. Como veremos después, las raíces y orígenes de la Lógica deóntica actual deben situarse bastante más lejos que 1951, pero casi todos los historiadores de esta nueva disciplina coinciden en que sólo a partir de ese año puede hablarse del desarrollo progresivo de la misma como sistema científico viable: "Most of the contemporary interest in deontic logic has been stimulated by G. H. Von Wright's classic paper 'Deontic Logic'... In this paper, Von Wright presented the first viable system of deontic logic" (FØLLESDAL, Dagfinn, e HILPINEN, Risto, 1971, pp. 1 y 8); "La logique déontique est une branche tout à fait récente de la logique symbolique... Elle prend son nom et sa forme actuelle seulement depuis 1951, date de la parution de *Deontic Logic* de Georg Henrik Von Wright" (KALINOWSKI, Georges, 1971*a*, p. 3).

9. WRIGHT, Georg Henrik Von, 1963.

10. *Norma y acción. Una investigación lógica*, traducción por Pedro García Ferrero, Madrid, Tecnos, 1970.

moral".[11] Y, recordando, como ya lo había hecho en su trabajo de 1951,[12] que fue el gran filósofo y epistemólogo inglés Charlie Dunbar Broad quien le había sugerido la nueva expresión que tanta fortuna iba a tener, concluía con estas palabras: "Además, el nombre de *Lógica deóntica*, que me sugirió originalmente el profesor C. D. Broad, parece haber ganado aceptación general".[13]

El origen etimológico del nuevo adjetivo 'deóntico' enlaza, en parte, con el del sustantivo 'deontología' —que, según nuestra Academia,[14] se define como la 'ciencia o tratado de los deberes'— y con el del adjetivo, derivado de aquél, 'deontológico', término que nuestra Academia no ha incorporado aún, aunque ya lo ha hecho, en su Suplemento de 1970, con su equivalente francés, el gran Diccionario galo Robert.[15] 'Deóntico' se deriva del griego δεον, -οντος, el deber.

En la quinta edición de su importante *Diccionario de Filosofía*, nuestro gran compatriota José Ferrater Mora, filósofo y lógico español que hoy enseña, como es sabido, en un centro universitario norteamericano, se ocupa, bajo el artículo 'deontología', también de la Lógica deóntica y de sus valores y funciones peculiares.[16] Pero en la decimonovena edición del *Diccionario de la Lengua Española*, publicado por nuestra Academia en 1970, el término 'deóntico' no aparece aún, ni en el cuerpo principal de la obra, ni en su suplemento.

La expresión 'Lógica deóntica' que, en los años transcurridos desde su aparición, ha venido siendo sancionada y utilizada por multitud de lógicos y filósofos —entre ellos Alan Ross Anderson,[17] Mark Fisher,[18] Lennart Aqvist,[19] Nicholas Rescher,[20] Georges Kalinowski, [21] Bengt Hansson,[22] K. E. Tranoy [23] y, en España, el jurista Antonio Hernández Gil, en una obra reciente [24]— pretende cubrir hoy, de un modo general, todos

11. Wright, Georg Henrik Von, 1963, p. 15.
12. "For the term 'deontic' I am indebted to Professor C. D. Broad" (Wright, Georg Henrik Von, 1951*a*, p. 1).
13. Wright, Georg Henrik, 1963, p. 15 de la traducción española. Broad había empleado la expresión "*deontic sentences*" en 1950, en su artículo "Imperatives, Categorical & Hypothetical", *The Philosopher*, 2 (1950), pp. 62-75.
14. Real Academia Española, 1970, p. 433, artículo "deontología".
15. Robert, Paul, 1970, p. 156, artículo "déontologique".
16. Ferrater Mora, José, 1965, vol. 1, p. 420-421, artículo "deontología".
17. Anderson, Alan Ross, 1958.
18. Fisher, Mark, 1961.
19. Aqvist, Lennart, 1963.
20. Rescher, Nicholas, 1958, 1962 y 1966 (este último, con traducción española en 1971 en la revista *Teorema*).
21. Kalinowski, Georges, 1971*a*.
22. Hansson, Bengt, 1970 y 1971.
23. Tranoy, K. E., 1970.
24. Hernández Gil, Antonio, 1970, capítulo IV: "Lógica deóntica", pp. 135-167. Este autor parece plenamente consciente de que "la lógica formal simbólica está llamada a desempeñar una importante función depuradora del discurso jurídico" (p. 167).

los estudios sobre la peculiar estructura lógica de los sistemas de *normas* de cualquier tipo o, si se quiere, sobre los juegos de valores, leyes y reglas de deducción que rigen en esos sistemas. Ciertas expresiones basadas en las palabras 'norma' o 'normativo' y preferidas por otros autores tienen, pues, un alcance análogo al de la expresión 'Lógica deóntica' o se encuentran, en todo caso, en la esfera semántica de aquélla: así, por ejemplo, 'Lógica normativa' —empleada por Héctor Neri Castañeda[25]—, 'Lógica de las normas' —empleada también por Castañeda[26] y por Nicholas Rescher[27]— o 'Análisis formal de los sistemas normativos', empleada por Alan Ross Anderson.[28] El propio Von Wright, que, en sus trabajos iniciales, no hacía referencia explícita a las *normas*, titula luego *Norma y acción* su gran obra de 1963[29] y trata las expresiones 'Lógica de las normas' y 'Lógica deóntica' como sinónimas o equivalentes.

En su interesante estudio sobre "Desarrollos y orientaciones recientes en Lógica", ya citado en la nota 27 y cuya versión española ha publicado hace poco nuestra revista *Teorema*, Nicholas Rescher identifica 'Lógica deóntica' y 'Lógica de las normas', pero distingue, como ramas diferentes, la 'Lógica de los mandatos' y la 'Lógica de la preferencia y la elección', una y otra incluidas por Kalinowski en la esfera general que él denomina 'Lógica práctica', dentro de la cual se ocuparían, respectivamente, de los juicios *imperativos* y de los juicios *estimativos*, frente a la Lógica deóntica que se ocupa de los *normativos*.[30] Por último, Rescher distingue una cuarta rama, la 'Lógica de la acción'.

Ahora bien, en el mismo año 1951 en que Von Wright lanzó la *Lógica deóntica*, desde Cambridge, a través de los dos trabajos que hemos mencionado, aparecían también, con lenguaje y planteamientos enteramente independientes de los del finlandés, pero orientados por preocupaciones que podemos llamar convergentes con las de aquél y hacia objetos y problemas que venían, desde la práctica y la filosofía del derecho, al encuentro de los esquemas lógico-matemáticos de su teoría normativa general, dos importantes obras de *Lógica jurídica*, que hoy, después de veinte años, pueden considerarse, en cierto modo, como jalones decisivos en la fundamentación de esta nueva ciencia. Esas dos obras, que también eran independientes entre sí, y que surgieron en lugares geográfica y culturalmente tan alejados como Méjico y Alemania, fueron la *Intro-*

25. CASTAÑEDA, Héctor Neri, 1957*b*.
26. CASTAÑEDA, Héctor Neri, 1957*a*.
27. RESCHER, Nicholas, 1966, p. 59 de la traducción española de 1971.
28. ANDERSON, Alan Ross, 1956.
29. WRIGHT, Georg Henrik Von, 1963.
30. KALINOWSKI, Georges, 1971*a*, p. 6. Pero el lógico polaco reconoce también que "rares sont cependant les auteurs qui tiennent compte de cette distinction. Le plus souvent estimations, normes et impératifs sont totalement ou partiellement confundus de toutes les manières possibles" (l.c., pp. 6-9).

ducción a la Lógica jurídica [31] de Eduardo García Máynez y la *Lógica jurídica* [32] de Ulrich Klug. Los trabajos del gran jurista mejicano, que se desarrollarían más tarde a través de obras como *Los principios de la ontología formal del Derecho y su expresión simbólica*,[33] *Lógica del juicio jurídico* [34] y *Lógica del concepto jurídico*,[35] se resolverían, finalmente, según señala Kalinowski,[36] en "una especie de *álgebra* de términos tales como *reglado, no reglado, lícito, ilícito, prescrito, prohibido*". Por su parte, el profesor de la Universidad de Colonia, en la tercera edición, corregida y aumentada, de su *Lógica jurídica*, aparecida quince años después de la primera, o sea, en 1966, incluye un importante capítulo consagrado a las *máquinas electrónicas para el proceso de datos en el Derecho*, que es único en su género.[37]

No nos corresponde entrar aquí en la vasta polémica hoy existente en torno a la verdadera noción de *Lógica jurídica*, o, si se quiere, en torno a las distintas acepciones posibles de esa expresión y su relación con otras expresiones cercanas como *Lógica del Derecho, Lógica de la jurisprudencia* y *Lógica de la justicia*, consideradas por el italiano Norberto Bobbio y otros filósofos del derecho.[38] Ya en un trabajo de 1954,[39] nuestro compatriota Luis Legaz y Lacambra distinguía cuatro acepciones distintas del término 'Lógica jurídica'.[40] Lo único que aquí nos interesa señalar

31. García Máynez, Eduardo, 1951.
32. Klug, Ulrich, 1966 (tercera edición, corregida y aumentada, de la obra publicada, con el mismo título en 1951, traducida también al español: *Lógica jurídica*, Caracas, Universidad Central de Venezuela, Facultad de Derecho, 1961).
33. García Máynez, Eduardo, 1953.
34. García Máynez, Eduardo, 1955.
35. García Máynez, Eduardo, 1959.
36. Kalinowski, Georges, 1971*a*, p. 21.
37. Klug, Ulrich, 1966, capítulo 16: "Elektronische Datenverarbeitungsmaschinen im Recht", pp. 157-181.
38. Bobbio, Norberto, 1954. En esa obra se propone distinguir entre: *Lógica del Derecho* (Lógica de las proposiciones normativas), *Lógica de la jurisprudencia* (Lógica de las proposiciones enunciativas en materia jurídica) y *Lógica de la justicia* (Lógica de aquellas proposiciones normativas que pertenecen, por su contenido, al Derecho natural); la distinción ha sido recogida por nuestro compatriota Francisco Puy (Puy, Francisco, 1966, p. 250), al igual que otra distinción, también propuesta por Bobbio, entre *Lógica jurídica aplicada* (estudio de las proposiciones jurídicas enunciativas), *Lógica jurídica especial* (equivalente a la Lógica deóntica o Lógica de las proposiciones jurídico-normativas) y *Lógica jurídica autónoma* (equivalente a la retórica jurídica).
39. Legaz y Lacambra, Luis, 1954.
40. En la citada obra de Legaz y Lacambra, las cuatro acepciones consideradas son las siguientes:
1. Lógica jurídica como teoría de los conceptos o normas jurídicas;
2. Lógica jurídica como sinónima de formalismo o de logicismo jurídicos;
3. Lógica jurídica como Lógica deóntica ('lógica del deber ser') en oposición a la 'lógica del ser';
4. Lógica jurídica como silogística jurídica o teoría de la interpretación y de la aplicación del Derecho.

es que si, para algunas de dichas acepciones, la Lógica jurídica no es una lógica autónoma, con leyes propias, sino simplemente la lógica ordinaria aplicada a la ciencia jurídica y a la controversia jurídica —así, por ejemplo, para el citado Klug, no es sino "la teoría de las reglas de la lógica formal aplicables a las cuestiones concretas de la investigación del derecho"—,[41] para otras, sin embargo, la Lógica jurídica es una rama, aspecto o aplicación especial de una Lógica general de las normas, es decir, de una Lógica deóntica. Ante la ambigüedad actual del término 'Lógica jurídica', hemos de dejar aquí bien sentado que en el presente trabajo entenderemos siempre dicho término en su acepción más precisa y restringida, que lo vincula y subordina a la noción de 'Lógica deóntica' o 'Lógica de las normas'. Y entenderemos, asimismo, 'Cálculo jurídico' como una interpretación y aplicación precisa de un 'Cálculo deóntico' general.

1.2. La Lógica deóntica como una rama o desarrollo peculiar de la Lógica modal. Analogías y diferencias entre las modalidades deónticas y los otros tipos de modalidades

En cualquier caso, debemos concebir la Lógica deóntica ante todo como una rama o desarrollo especial de la Lógica modal. Precisamente uno de los grandes méritos de la gran obra precursora de Von Wright sobre la Lógica modal[42] fue haber profundizado en esta idea, revelando las analogías formales entre cuatro tipos distintos de modalidades —de contenido semántico muy diferente— y estudiándolas paralelamente. Estos cuatro tipos de modalidades son el *alético* (modalidades de *verdad*), el *epistémico* (modalidades de *conocimiento*), el *deóntico* (modalidades de *obligación o deber*) y el *existencial* (modalidades de *existencia*). Entre las modalidades pertenecientes a los cuatro tipos, el filósofo finlandés estableció las analogías o paralelismos indicados en el cuadro de la página siguiente.[43]

Como puede constatarse enseguida al examinar el cuadro, pese a haber reconocido ciertas analogías formales entre los distintos tipos de modalidades, Von Wright señaló también notables disimetrías y diferencias de estructura entre unos y otros, empezando por el número de modalidades fundamentales reconocidas en cada tipo. Las mayores analogías de estructura parecen presentarse, ya desde un principio, entre las modalidades *aléticas* (que son las que se vienen estudiando desde la antigüedad) y las *deónticas*, aunque no hay que olvidar que tanto en el pri-

41. KLUG, Ulrich, 1966, 1.3 y 1.4.
42. WRIGHT, Georg Henrik Von, 1951*b*.
43. L.c., p. 2.

aléticas	*epistémicas*	*deónticas*	*existenciales*
necesario	verificado	obligatorio	universal
posible		permitido	existente
contingente [44]	no-decidido [45]	indiferente [46]	
imposible	falsado (refutado) [47]	prohibido	vacío

mero como en el segundo de estos dos grupos sólo tres de las cuatro modalidades se vienen reconociendo como indiscutibles e inequívocas (*necesario-posible-imposible*, entre las *aléticas; obligatorio-permitido-prohibido*, entre las *deónticas*), permaneciendo la incertidumbre en cuanto a la cuarta, pues, en ambos casos, los lógicos se siguen preguntando: ¿debe la *cuarta modalidad* tener un carácter *unilateral*, como las otras tres, manteniendo una perfecta simetría con ellas y cerrando un cuadrado formalmente análogo al tradicional de Apuleyo [48] o, por el contrario, debe tener el carácter *bilateral*, que parece ser más frecuente y útil en las aplicaciones prácticas y en el lenguaje ordinario?

Aplicada a cada uno de los dos tipos de modalidades que ahora estamos considerando, la pregunta anterior se resolvería en las dos siguientes: ¿debemos completar el cuadro de las modalidades *aléticas* fundamentales con una *contingencia* entendida unilateralmente como mera *no-necesidad*

44. *Contingente* es empleado por Von Wright en su sentido *bilateral:* "If a proposition and its negation are both possible, the proposition is called contingent" (l.c., p. 8).

45. Preferimos traducir al español el término inglés '*undecided*' por '*no-decidido*', más bien que por 'indeciso', que parece más adecuado para la expresión de un estado psicológico, que afecta a la voluntad, o por 'incierto', que es tal vez demasiado vago.

46. *Indiferente* es empleado por Von Wright, al igual que *contingente*, en su sentido *bilateral:* "The proposition that the act named by A is (morally) indifferent can be expressed by PA & P ~ A" (l.c., p. 37). La expresión mencionada podría leerse así: "La acción A es permitida y la acción no-A es también permitida".

47. Traducimos '*falsified*', ante todo por '*falsado*', siguiendo la acertada elección de los traductores e introductores en España de las obras del epistemólogo Karl R. Popper, y principalmente de *La Lógica de la investigación científica* (Madrid, Tecnos, 1962; segunda reimpresión, 1971), en la cual el concepto de *falsación* (de una teoría) y sus derivados son capitales. En la traducción de la citada obra, Víctor Sánchez de Zavala explica y justifica ampliamente su elección, mostrando que el término 'falsar' no solamente es castizo, sino que hasta se remonta, "con significado próximo al que aquí le damos", nada menos que a Berceo (l.c., p. 33). También ha seguido en esto a Sánchez de Zavala otro estudioso de Popper, Miguel Ángel Quintanilla (véase *Filosofía de la ciencia en Karl R. Popper*, Salamanca, 1971 —extracto de su tesis—, así como la ponencia que presentó al IV Congreso Internacional de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia, celebrado en Bucarest en 1971, con el título *Formalism and Epistemology in Popper's work*).

Ahora bien, al lado de 'falsado', agregamos también el término clásico de 'refutado', pues si el primero tiene hoy ya un alcance epistemológico general, el segundo se sigue utilizando en la esfera matemática.

48. Sobre el cuadrado lógico de Apuleyo, véase Bochenski, I. M., 1951, pp. 161-162.

o, por el contrario, debemos dar prioridad a una *contingencia* de sentido bilateral (que incluye a la vez, combinándolas, *no-necesidad* y *posibilidad*)? Y análogamente, ¿debemos completar el cuadro de las modalidades *deónticas* fundamentales con una modalidad unilateral que sea la mera *no-obligación* (*dispensa* de hacer, *permisión* de no-hacer) o, por el contrario, como parece preferir Von Wright en el cuadro anterior, por una modalidad bilateral (*indiferencia*) que incluya y combine la *permisión de hacer* y la *permisión de no-hacer*? Nosotros opinamos que, tanto por exigencias formales (lógico-matemáticas) como prácticas, aún reconociendo la importancia que las modalidades bilaterales tienen en la vida y en el lenguaje ordinario, es indispensable reconocer y admitir primero todas las unilaterales, completando el cuadro de las oposiciones lógicas, y pasar después a las bilaterales, definiéndolas a partir de las primeras. Y creemos que muchas de las dificultades encontradas concretamente en la formalización de la Lógica deóntica proceden de no haber actuado de ese modo. Algunos grandes lógicos contemporáneos, entre ellos el profesor francés Robert Blanché (hoy jubilado de su Cátedra de la Universidad de Toulouse) vienen manifestando también reiteradamente su extrañeza y su oposición ante la preferencia de algunos autores, como Alan Ross Anderson [49] y el propio Von Wright por modelos deónticos que podemos calificar de radicalmente *asimétricos*.[50]

Ahora bien, en todo caso, según reconoce objetivamente el propio Von Wright,[51] así como Georges Kalinowski,[52] la fundamental analogía

49. ANDERSON, Alan Ross, 1956. Véase también, del mismo autor, en este contexto, "The Logic of Norms", *Logique et Analyse*, 1958, pp. 84-91.

50. "D'autres auteurs, s'inspirant plus ou moins de Von Wright, ont également construit des systèmes dissymétriques, sans qu'une raison bien claire en apparaisse. Ainsi Alan Ross Anderson esquisse un système comportant comme notions essentielles celles d'obligation, de permission et de défense. On pourrait croire d'abord qu'on a affaire là à une triade de contraires, avec un sens neutre ou bilatéral donné au mot de 'permission': ce qui ferait un système parfait, sans lacunes ni redondances. Mais non, le *permis* y étant expressement défini comme le *non-défendu*. On a donc affaire à un fragment de la tétrade irrégulière de Von Wright, amputée de son poste Y -ou, si l'on préfère, *à un fragment de la tétrade régulière amputée de son poste O* (lo no obligatorio): de toute façon, à une triade irrégulière AEI (obligatorio, prohibido, permitido —en el sentido de no-prohibido). ...Il est bizarre de ne pas pourvoir le poste O, alors que l'élement qui le définirait (P$\sim$) figure deux fois en composition (ou une fois chez Anderson), et qu'il serait donc non seulement aisé, mais naturel, d'éviter la difformité" (BLANCHÉ, Robert, 1966, p. 94). Blanché atribuye esta omisión del puesto O en los sistemas de Von Wright y Anderson, entre otros, a la dificultad de encontrar un término adecuado para expresar lo *no-obligatorio*. Pero —insiste— esa dificultad no es insuperable. Él opta por llamar 'facultativo' a lo no-obligatorio (l.c., p. 95). En español, yo he elegido, como se verá, emplear 'dispensar de' como sinónimo de 'no obligar a' y 'dispensa' como sinónimo de 'no-obligación'. Pero, aunque no se encontrara una palabra adecuada para ese puesto, habría que inventarla, ya que el problema es lógico y matemático y no lingüístico.

51. WRIGHT, Georg Henrik Von, 1968*a*, p. 143.

52. KALINOWSKI, Georges, 1971*a*, p. 7.

entre las modalidades aléticas y deónticas que tanto ha venido facilitando, a pesar de problemas e incertidumbres como los mencionados, el desarrollo de la Lógica deóntica como disciplina con pretensión de rigor, ya había sido descubierta en 1885 por el filósofo austríaco Alois Höfler, que se ocupó de ella largamente en la primera parte de una importante obra sobre las relaciones de dependencia, publicada por la Academia de Ciencias vienesa en 1917.[53] Y fue precisamente esa analogía la que llevó a Von Wright a interesarse por la materia de que nos estamos ocupando, según confesión propia en su obra *Norma y Acción*, de 1963: "El autor se interesó por la lógica de las normas y de los conceptos normativos (también llamada 'lógica deóntica') al observar que las nociones 'debe', 'puede' y 'tiene que no' presentan una sorprendente analogía con las nociones modales: necesidad, posibilidad e imposibilidad. Su interés por la lógica modal se despertó de nuevo al observar que sus conceptos básicos muestran analogía con los conceptos básicos de la llamada teoría de la cuantificación: las nociones de 'todo', 'alguno' y 'ninguno'.[54] No se le habrá escapado al lector que el filósofo finlandés se afianza en 1963 en el modelo asimétrico y ternario de las modalidades.

Alentado por la repetida analogía, Anderson había intentado ya en 1958 reducir la Lógica deóntica a la Lógica modal alética, en un trabajo publicado en la revista *Mind*[55] que fue severamente criticado por Kalinowski[56] y por otro gran especialista de los problemas modales y deónticos, Héctor Neri Castañeda.[57]

1.3. Antecedentes de la Lógica deóntica y del Cálculo deóntico

Es indudable que la Lógica deóntica, en tanto que Lógica práctica, por un lado, y en tanto que Lógica modal, por otro, tiene sus más antiguos antecedentes directos en la Escuela estoico-megárica, tan profundamente estudiada en este aspecto por mi maestro, el gran lógico polaco I. M. Bochenski,[58] quien ha destacado, entre otras cosas, la introducción de la variable tiempo en la definición de las modalidades por Diodoro Crono,[59] el hallazgo de una formulación más *estricta* de la *implicación*,

53. Höfler, Alois, 1917. Aunque, en definitiva, como han señalado recientemente R. Blanché (en el prólogo a Kalinowski, 1972*b*, p. IX), el propio Kalinowski (1972*b*, p. 5) y M. Serres (1968, pp. 529-531), hay que remontarse también al gran Leibniz para encontrar, hace ya tres siglos, la primera expresión inequívoca de la analogía formal entre la cuaterna deóntico-jurídica *lícito-ilícito-obligatorio-indiferente* y la modal alética *posible-imposible-necesario-contingente* (Leibniz, G. W., 1671-1672).
54. Wright, Georg Henrik Von, 1963, p. 37 de la traducción española de 1970.
55. Anderson, Alan Ross, 1958.
56. Kalinowski, Georges, 1965, p. 134 y siguientes.
57. Castañeda, Héctor Neri, 1960.
58. Bochenski, I. M., 1951, cap. V: "The Stoic-Megaric School", pp. 77-102.
59. L.c., p. 86.

a través de la idea de *incompatibilidad*, adelantándose en muchos siglos a la 'strict implication' de Lewis,[60] etc.

Por otra parte, es aún más cierto que el primer intento serio de aplicación del *cálculo* a los problemas jurídicos y morales (o, en general, *deónticos*) y, con ello, el primer antecedente directo de lo que nosotros llamamos *Cálculo deóntico* hay que buscarlo en la vasta y multiforme obra lógica de Leibniz. Fue Leibniz, en efecto, quien intuyó la posibilidad, buscó infatigablemente y empezó a encontrar de un modo efectivo los primeros *algoritmos* aplicables a las más diversas esferas no-cuantitativas (o "cualitativas"), entre las que incluyó con insistencia la *jurisprudencia*. Su pretensión era, como se sabe, encontrar los medios (los algoritmos) "para terminar con las controversias en las materias que dependen del razonamiento; porque entonces razonar y calcular serán la misma cosa".[61] Ahora bien, entre esas materias, repetía, es indudable que "la jurisprudencia es una ciencia que hace un gran uso del razonamiento, y entre los antiguos yo no encuentro nada que se acerque tanto al estilo de los geómetras como el de los jurisconsultos, cuyos fragmentos nos quedan en las pandectas".[62] Y creía firmemente en la posibilidad de una "Lógica para las materias contingentes", tan útil y eficaz en manos de los juristas como la "Lógica para las materias necesarias" era en manos de los matemáticos.[63] Y, en cuanto a la construcción efectiva de los algoritmos apropiados al tratamiento del aspecto *intensional* de los conceptos —indispensables, a mi juicio, en la esfera deóntica—, fue Leibniz quien tuvo las primeras intuiciones geniales de lo que podía llegar a ser una "aritmética de las ideas", una "aritmética de las cualidades" y ¿por qué no? también una "*aritmética de las normas*". Es indudable que fracasó esencialmente en ese grandioso intento, pero venimos demostrando que sus fracasos no se debieron a una imposibilidad intrínseca del mismo y que, por consiguiente, otros podemos proseguirlo afinando el tiro.[64]

Casi rigurosamente contemporáneo de Leibniz, el moralista inglés William Wollaston, partidario de un racionalismo ético, fue también, desde otro punto de vista, a través de su obra sobre la "religión de la naturaleza",[65] otro precursor indudable de la creciente aplicación actual de los formalismos lógicos a la esfera deóntica: "Cuando un acto es malo —de-

60. L.c., p. 90. Véase LEWIS, C. I.-LANGFORD, C. H., *Symbolic Logic*, Nueva York, 1932, p. 244.
61. LEIBNIZ, G. W., recopilación citada en la bibliografía, p. 28, fragmento PHIL., V, 6, c, 7-8.
62. LEIBNIZ, G. W., l.c., pp. 227-228, fragmento "Nouvelles ouvertures".
63. LEIBNIZ, G. W., l.c., p. 211, fragmento "Ad stateram juris de gradibus probationum et probabilitatum Godefridi Veranii Lublinensis" (este último es un seudónimo adoptado por Leibniz).
64. Hay un estudio interesante de los ejemplos jurídicos dados por Leibniz en su *De arte combinatoria* en VIEHWEG, Th., 1947.
65. WOLLASTON, William, 1726.

cía— su omisión es buena; y cuando la omisión de un acto es mala, el acto es consiguientemente bueno, por la razón de los contrarios... Y cuando una acción puede ser ejecutada u omitida sin combatir la verdad, yo la llamo indiferente".[66] Y un lógico deóntico contemporáneo de la importancia de Kalinowski asegura haber reconocido en este texto la idea directriz de su *matriz trivalente de la negación de un nombre de acción*.[67]

Más cerca de nosotros está el gran matemático, lógico (¡y teólogo!) de Praga Bernard Bolzano (1781-1848), nombre ilustre tanto en la historia de la teoría de funciones como en la de la lógica, que ya en 1837 trataba de las *proposiciones normativas* en el segundo de los cuatro volúmenes de su inmensa *Wissenschaftslehre (Teoría de la ciencia)*,[68] así como el ya mencionado Höfler, que fue precisamente editor de Bolzano. Pero probablemente tenemos que llegar al jurista y filósofo francés Jean Ray para encontrar el primer análisis sistemático de un texto jurídico completo con una mentalidad lógico-formal que se acerca a los planteamientos actuales. Desde ese punto de vista, su *Ensayo sobre la estructura lógica del Código Civil francés* [69] puede considerarse, en efecto, como ejemplar y profético, sugiriéndonos desde lejos el tipo de análisis y de tratamiento lógico exhaustivo al que podríamos someter hoy nuestro ordenamiento jurídico, con medios mucho más poderosos como son algoritmos adecuados y sistemas electrónicos para la memorización y el proceso de datos de una extraordinaria capacidad y rapidez. Como resultado de su estudio minucioso de un texto tan significativo como el Código Napoleón, Jean Ray viene a darnos la razón en puntos tan decisivos para la formalización de la Lógica deóntica (y aun de la Lógica modal, en general) como es la elección de los *operadores deónticos* (o *modales*) fundamentales. En efecto, el gran jurista francés llega a la conclusión de que, incluso desde el punto de vista del lenguaje práctico del derecho positivo vigente (al menos, en lo que al Código Civil francés se refiere), es la *cuaterna simétrica* que nosotros proponemos y utilizamos para construir nuestro *Cálculo deóntico (obligación, prohibición, permisión* y *dispensa*, pero ésta con el mero sentido —unilateral— de *no-obligación)* la más realista y adecuada.

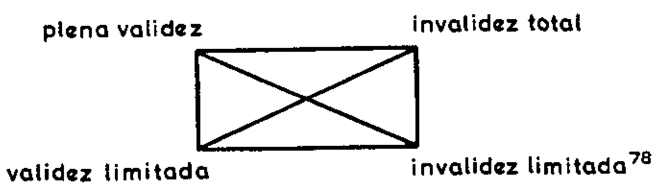
Dice así, a este respecto, el autor francés: "Comme l'obligation a sa forme négative (l'interdiction), le permis a une forme négative: la permission de ne pas faire; ce que nous appellerons le facultatif. Il s'exprimera dans des formules telles que: n'est pas tenu de...; n'est pas nécessaire...; *être dispensé de...*" (El subrayado es nuestro.) Y prosigue: "On est ainsi conduit à distinguer quatre types fondamentaux de formes sous lesquelles

66. L.c., p. 28, IX proposición.
67. Kalinowski, Georges, 1971*a*, p. 7.
68. Bolzano, Bernard, *Wissenschaftslehre*, Sulzbach, Seidelsche Buchhandlung, 1837, volumen II, capítulo 144.
69. Ray, Jean, 1926.

s'exprime la volonté législatrice: le permis; le facultatif; l'obligatoire; l'interdit. La suite de nos explications montrera pourquoi nous distinguons ces quatre types, et ces quatre types seulement: il se trouve qu'ils soutiennent des rapports logiques précis, intéressants et qui *conduisent à les considérer comme formant un ensemble complet.*[70] (El subrayado es nuestro.)

Pero hay algo más: Ray considera que, al igual que las modalidades deónticas, también las modalidades aléticas fundamentales —que para él son *necesidad*, *imposibilidad*, *posibilidad* y *contingencia*— constituyen una cuaterna simétrica y completa, formalmente análoga a la que constituyen las primeras y reserva para la cuarta de dichas modalidades —la *contingencia*— el sentido unilateral de mera *no-necesidad* o, lo que resulta lógicamente equivalente, *posibilidad de no ser*[71] que nosotros le hemos atribuido siempre en nuestros trabajos sobre aritmetización de la lógica modal.[72] Con ello, el jurista y lógico francés ponía de relieve también, 25 años antes que Von Wright, la estrecha analogía existente entre los dos tipos de modalidades.

Finalmente, tenemos que hacer notar a propósito de la obra de Ray que las ocho *equivalencias deónticas* fundamentales que en ella se establecen,[73] así como las ocho *subalternaciones deónticas* básicas que se señalan[74] resultan aritméticamente demostrables en nuestro cálculo,[75] mediante el cual hemos dado también expresión aritmética[76] al siguiente cuadrado de oposiciones entre los posibles modos de *validez* (o *invalidez*) de una norma, que Jean Ray relaciona con el cuadrado de Apuleyo:[77]



70. L.c., p. 53.

71. Este concepto es homólogo del de '*permisión de no ejecutar (o de omitir)*' que en nuestro cálculo es equivalente al de '*no obligación de ejecutar*'.

72. Véanse SÁNCHEZ-MAZAS, 1954 y SÁNCHEZ-MAZAS, 1965.

73. L.c., p. 56: Obligatorio $\approx$ no-facultativo; Prohibido $\approx$ no-permitido; Permitido $\approx$ no-prohibido; Facultativo $\approx$ no-obligatorio; No-obligatorio $\approx$ facultativo; No-prohibido $\approx$ permitido; No-permitido $\approx$ prohibido; No-facultativo $\approx$ obligatorio.

74. L.c., p. 56: Obligatorio implica permitido; Prohibido implica facultativo; No-permitido implica no-obligatorio; No-facultativo implica no-prohibido; Obligatorio implica no-prohibido; Prohibido implica no-obligatorio; No-permitido implica facultativo; No-facultativo implica permitido.

75. Véanse, para las equivalencias, 4.6 y 4.7, y para las subalternaciones (o implicaciones), los esquemas 4.12.7. y 4.12.8., que exigen, para nosotros, la condición de autoconsistencia de la norma.

76. Véase 2.8. y el cuadrado que figura al final de esa sección.

77. RAY, Jean, 1926, p. 58.

78. Las interpretaciones jurídicas que pueden darse a ese esquema, manteniendo

Ahora bien, en este recorrido rápido de los antecedentes de la Lógica deóntica y del Cálculo deóntico actuales, resulta obligado recordar también —aunque para los profesionales del Derecho y, más aún, para los historiadores y filósofos de esta disciplina pueda parecer una constatación demasiado obvia— hasta qué punto la obra de Hans Kelsen y de los seguidores de la *Teoría pura del Derecho* ha venido preparando el terreno, desde otro punto de vista, para un tratamiento lógico riguroso del material jurídico. Algunos filósofos llegan incluso a pensar que la mencionada teoría viene a convertir a la Ciencia del Derecho en una nueva provincia de la Lógica. Así opina, por ejemplo, nuestro admirado José Ferrater Mora cuando dice: "La Teoría pura del Derecho propuesta por Kelsen es una teoría universal en el sentido de que es una teoría de toda posible Ley. Puede considerarse como una rama de la Lógica o, en todo caso, de la 'filosofía formal'. Los conceptos que establece y elabora constituyen el fundamento de todos los conceptos jurídicos. De consiguiente, según Kelsen y los miembros de la 'Escuela legal vienesa'... ninguna investigación jurídica puede prescindir de la Teoría pura como su base".[79]

En cualquier caso, es preciso reconocer que esta constatación de las posibilidades de análisis formal del universo jurídico, considerado por el científico (o, al menos, desde luego, por el lógico) como algo dado empíricamente, previamente a todo juicio de valor sobre su justificación o su legitimidad de origen (es decir, como se dan el universo de la física, de la biología y hasta de la psicología), abiertas por la actitud positivista de Kelsen y su escuela, es enteramente independiente de toda eventual toma de posición en el conflicto que opone jusnaturalismo y positivismo jurídico.[80] Un asunto es el análisis lógico-matemático de las estructuras que la realidad —cualquier tipo de realidad— presenta y otro asunto enteramente distinto es la toma de posición —personal o colectiva, ética o política, especulativa o práctica— ante los valores o las normas en sí mismos. Ahora bien, resulta indudable que también el mundo de los valores y de las normas presenta una estructura formal que permite y exige, sin perjuicio de otras consideraciones (acaso más importantes) un estudio adecuado, independiente de todo juicio sobre el contenido de esa estructura.[81]

---

la misma estructura y la misma terminología (ya sea la de Ray o la mía) son, sin duda, diversas, y no nos corresponde aquí entrar en el problema. El propio Ray quiere, al parecer, dar a ese esquema la máxima generalidad posible, en lo que se refiere a las interpretaciones, cuando dice: "Nous nous en tenons à cette détermination vague qu'exprime le mot 'limitée' pour éviter une détermination plus précise qui suggérerait des inférences propres; mais nous tenons à rappeler que ces notions de validité ou d'invalidité partielles répondent à des notions pratiques: validité entre les parties, invalidité à l'égard des tiers" (l.c., p. 58).

79. Ferrater Mora, José, 1985, vol. I, pp. 1053-1054, artículo "Kelsen".

80. Consideraciones de sumo interés sobre este conflicto se encontrarán en Sacristán, Manuel, 1970, y en Pérez-Luño, Antonio-Enrique, 1971*b*.

81. Por consiguiente, está claro que esta neutralidad metodológica entre las dos

Es necesario decir también, a propósito de Kelsen, en nuestro contexto, que, según parece,[82] él fue también el primero que formuló, de un modo claro y preciso, esa distinción —capital para la Lógica deóntica— entre las *normas jurídicas* ("Rechtsnormen"), por un lado, en tanto que creadas y aplicadas por los órganos y miembros de una comunidad jurídica y que, como tales, no pueden ser calificadas de *verdaderas* o de *falsas*, y las *proposiciones sobre normas* o *proposiciones*[83] *de derecho* ("Rechtssätze"), por otro, en tanto que enunciadas por los juristas y teóricos del Derecho y que sí son, entonces, susceptibles de *verdad* o *falsedad*, como toda proposición científica.[84] En el moderno desarrollo de la Lógica deóntica, como disciplina independiente, a partir de 1951, esta distinción decisiva no llegó a hacerse consciente y explícita y a ser utilizada sistemáticamente más que después de 1957,[85] sobre todo a través de la obra del "segundo" Von Wright, ya que, como muy acertadamente señala nuestro compatriota Juan-Ramón Capella,[86] la distinción de García Máynez entre juicios jurídicos de orden *normativo* (o juicios jurídicos *stricto sensu*) y juicios jurídicos de índole *enunciativa*, formulada por el jurista y filosófo mejicano en 1955, en su *Lógica del juicio jurídico*[87] y que, a primera vista, pudiera parecer tener un sentido análogo a la anterior distinción, tiene, de hecho, un significado enteramente diferente, debido al contexto filosófico en que la formula su autor, de quien el mismo Capella dice: "La vertiente fenomenológica del pensamiento del autor mejicano considera el Derecho como perteneciente al ser ideal, susceptible de descripciones regionales a partir de ciertas conexiones esenciales; de este modo, los principios que gobiernan el lenguaje normativo son interpretados como necesidades del ente jurídico".[88]

---

concepciones a la hora de estudiar la estructura formal de todo sistema (o universo) normativo en nada prejuzga de nuestra posición ética personal ante el problema de la justificación última del Derecho positivo que, desde luego, nunca será la de desligar a éste de una idea previa de justicia.

82. Esa parece ser también la opinión de Kalinowski, quien observa que Kelsen, en su primera obra de importancia (*Hauptprobleme der Staatslehre,* Tubinga, Mohr, 1911) confunde, como la mayoría de los teóricos alemanes de entonces, la *Rechtsnorm* y la *Rechtssatz* (KALINOWSKI, Georges, 1971*a*, p. 10).

83. Aunque en la edición francesa de 1953 *(Théorie pure du Droit)* de "Reine Rechtslehre" se traduce '*Rechtssätze*' por '*règles de droit*', nosotros, desde nuestra perspectiva lógica, nos vemos obligados a traducir el mencionado término alemán por *proposiciones* de derecho (o *proposiciones* sobre normas), para destacar su carácter de enunciados susceptibles de verdad o falsedad, que no tienen las normas mismas *(Rechtsnormen).* Y, por ello, éstas sí que podrían ser calificadas de reglas.

84. KELSEN, Hans, 1953, pp. 42-45.

85. En *Logical Studies,* Londres, Routledge and Kegan Paul, 1957 (prefacio).

86. CAPELLA, Juan-Ramón, 1968, pp. 71-73.

87. GARCÍA MÁYNEZ, Eduardo, 1955, p. 8.

88. CAPELLA, Juan-Ramón, 1968, p. 71.

Para terminar aquí con Kelsen, réstanos decir, en lo que se refiere más precisamente a su notable influencia en el pensamiento jurídico español, que sobre el tema existe un interesante trabajo del profesor Legaz y Lacambra, publicado en 1964 en un volumen de ensayos que representa el homenaje internacional al gran pensador de Praga.[89]

Como el propósito de este trabajo no es, en modo alguno, hacer historia ni crítica de la Lógica deóntica, sino ofrecer, como aportación constructiva de la investigación española (aunque tenga que realizarse en Suiza), al desarrollo de esta nueva disciplina, en el vigésimo aniversario de sus primeros pasos firmes y conscientes como tal (que son los trabajos ya citados de Von Wright, de 1951), un *Cálculo deóntico* concluso, enteramente formalizado y aritmetizado, se comprenderá que los precedentes, próximos o remotos, que hemos escogido y que venimos exponiendo son sólo los que hemos juzgado más significativos y estrictamente indispensables para situar históricamente, a grandes rasgos, el nacimiento de la Lógica deóntica y para explicar en ese marco el sentido del mencionado cálculo que, por lo que sabemos, es el primer ensayo español (e incluso mundial) de este tipo.

Pero conviene no ignorar tampoco, para tener una visión objetiva y cabal del "estado de la cuestión" en esta esfera del pensamiento, el hecho de que varios estudiosos e historiadores actuales[90] de los problemas y métodos de la Lógica deóntica vienen constatando, a través de minuciosas investigaciones —la mayoría de ellas muy recientes— que la historia de esta disciplina es más densa, compleja y antigua de lo que hasta hace poco se creía y que el primer *sistema deóntico* de Von Wright no fue, rigurosamente hablando, el más antiguo de este tipo,[91] aunque casi todos coinciden en reconocer que sí fue, desde luego, *"el primer sistema viable"*.[92]

Entre los que han intentado en este siglo, antes de la aparición de tal sistema, construir, con mejor o peor fortuna, teorías lógicas basadas en perspectivas y actitudes radicalmente distintas de las que han venido guiando milenariamente a los lógicos —tan distintas como las que reflejan las ideas de *"deber"*, *"querer"*, *"preferir"* o *"mandar"*, todas ellas pertenecientes a la esfera que hemos denominado *deóntica* o estrechamente relacionadas con los problemas de esta esfera—, se vienen citando

89. LEGAZ Y LACAMBRA, Luis, 1964.
90. FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971; KALINOWSKI, 1971*a*.
91. Refiriéndose a la obra de Von Wright, Føllesdal y Hilpinen dicen (l.c., p. 1): "The history of deontic logic goes farther back, however". Y Kalinowski (l.c., p. 1) asegura de la Lógica deóntica que "les travaux de ses précurseurs immédiats...se situent entre 1885 et 1934...Mais elle est l'aboutissement d'une théorie fort ancienne, à savoir de la théorie de la connaissance pratique, dont l'origine remonte à Platon et Aristote".
92. FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971, p. 8.

últimamente[93] los nombres de Ernst Mally,[94] Kurt Grelling,[95] Karl Menger,[96] Albert Hofstadter,[97] J. C. C. McKinsey[98] y Rose Rand.[99]

Sin embargo, al descansar la mayoría de estos sistemas, total o parcialmente, sobre errores y equívocos fundamentales —entre los cuales destaca la confusión, común a varios de ellos, entre los diferentes tipos de *implicación*, indistintamente utilizados (la implicación *material*, la *formal*, la *estricta*, la *deóntica*, etc.), que, dicho sea de paso, nosotros hemos tenido buen cuidado de distinguir en nuestro *Cálculo*—, y al no ser, en todo caso, concluyente ninguno de los mismos, ocurre que el interés actual de todos ellos es casi meramente histórico. Y, no siendo éste, como hemos dicho, el interés que nos ha animado a escribir el presente trabajo, no creemos oportuno detenernos en su descripción ni cargar aún más inútilmente con su mención la bibliografía selecionada, ya bastante extensa, que aparece al final de este estudio.

Debemos, sin embargo, hacer una excepción con el filósofo Ernst Mally, a pesar de los graves errores constatados en su sistema deóntico y de las conclusiones paradójicas y anti-intuitivas a que en el mismo se llega, y el motivo de esta excepción o privilegio se comprenderá por lo que sigue.

En primer lugar, Ernst Mally, discípulo de Alexius Meinong, fue el primer filósofo que se propuso construir una teoría formal de los *conceptos normativos*, presentando por primera vez en su monografía ya citada en nota anterior, cuyo título podríamos traducir como *Fundamentos (o leyes fundamentales) del 'deber'. Elementos de la Lógica del 'querer'*, un sistema de axiomas basado en la noción de *deber*. Por otra parte, Mally fue también el primero que utilizó la expresión *Deóntica* (en alemán, "*Deontik*"), como sustantivo,[100] para designar el estudio lógico del uso normativo del lenguaje.

El lógico de la escuela de Graz contrapone a la actitud del "juzgar" ("Urteilen"), propia de la lógica clásica, la del "querer" ("Wollen"), ca-

93. Sobre todo en los trabajos contenidos en la reciente recapitulación citada en la bibliografía como HILPINEN, Risto (editor), 1971, y entre ellos, en el ya mencionado trabajo de Føllesdal y Hilpinen, y en HINTIKKA, Jaakko, 1971.

94. MALLY, Ernst, 1926.

95. GRELLING, Kurt, "Zur Logik der Sollsätze", *Unity of Science Forum*, enero de 1939, pp. 44-47.

96. MENGER, Karl, "A Logic of the Doubtful. An Optative and Imperative Logic", *Report of a Mathematical Colloquium*, 2, Universidad de Notre-Dame, Indiana University Press, 1939, pp. 53-64.

97. HOFSTADTER, Albert y MCKINSEY, J. C. C., "On the Logic of Imperatives", *Philosophy of Science*, 6 (1939), pp. 446-457.

98. Obra citada en la nota anterior.

99. RAND, Rose, "Logik der Forderungssätze", *Révue internationale de la théorie du droit*, 1 (1939), pp. 308-322.

100. En efecto, el primero en utilizar *deóntico*, como adjetivo, aplicado a proposiciones, fue, como hemos visto, C. D. Broad (véase la nota 13).

racterística de la *Deóntica*, intentando construir otra lógica sobre la noción de "deber" o "tener que" y utilizando por primera vez el operador proposicional 'O' (*obligación de*... o, si se prefiere, *es obligatorio*...) que, con unas u otras variantes, es hoy todavía, para la mayoría de los autores, el operador fundamental de la Lógica deóntica,[101] en expresiones del tipo '$p \supset Oq$' que Mally leía 'p exige q' ("p *fordert* q") y abreviaba, a veces, escribiendo 'pfq'.

Pero las confusiones básicas a las que ya hemos aludido llevaron a Mally a conclusiones o teoremas que él mismo calificó de "extraños" ("*befremdlich*"), como, para no citar más que uno, el siguiente:

$$Op \supset (q \supset Oq)$$

o, si se prefiere, en notación polaca: [102]

$$COpCqOq$$

que, siguiendo a Føllesdal y Hilpinen,[103] podríamos interpretar del siguiente modo:

> "Si *algo* es obligatorio, entonces *cualquier* cosa que efectivamente ocurra (o se ejecute) es también obligatoria"

(pues no se olvide que el teorema debe ser válido para *cualquier* par de valores de las variables proposicionales p y q).

Este absurdo fue calificado con sorna por el gran lógico británico A. N. Prior (fallecido en 1969), que durante muchos años se vino ocupando de las paradojas de la Lógica deóntica (y muy en especial de las llamadas "paradojas de la obligación derivada"), como "*el principio de la rectitud moral continua*".[104]

101. Aunque, no se olvide, Von Wright prefirió, en sus primeros trabajos, tomar el operador 'P' ('permisión de', 'está permitido') como básico o primitivo, definiendo el operador 'O' ('obligación de', 'es obligatorio') a partir de él y de la negación: 'OA' (donde 'A' el nombre de una acción) quedaría definido como '$\sim P \sim A$' (no-permisión de no-A). Véase, a este respecto, WRIGHT, Georg Henrik Von, 1951*a*, p. 4 y WRIGHT, Georg Henrik Von, 1951*b*, p. 37. Como nosotros demostramos en 4.7, cualquiera de los 4 operadores deónticos, *obligación*, *permisión*, *prohibición* y *dispensa* puede tomarse como único primitivo, pudiéndose definir los otros tres en función de él y de la negación.

102. Como se sabe, la notación polaca (o de Lukasiewicz) consiste en colocar el operador inmediatamente antes de sus argumentos, con lo cual se evitan los paréntesis.

103. FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971, p. 4: "'Op ⊃ (q ⊃ Oq)' states that, if something ought to be, whatever is the case ought to be the case".

104. PRIOR, A. N., *Formal Logic*, 2.ª ed., Oxford University Press, 1962, páginas 227-228.

Pero errores y absurdos semejantes se encuentran también en las Lógicas *imperativas* de Hofstadter y McKinsey que ya hemos citado, así como en la obra de 1939 de Kurt Grelling [105] que contiene un sistema de Lógica deóntica en el que se llega, entre otras, a la siguiente conclusión:

$$p \mathbin{\&} O \sim p \supset Op$$

o, lo que es lo mismo, en notación polaca:

$$CKpONpOp$$

("la conjunción de p y de la obligación de no-p implica la obligación de p" o, si se quiere "si se ejecuta un acto prohibido, entonces ese acto se convierte en obligatorio") que el mencionado Prior describió con feroz sarcasmo como *"el principio del hecho consumado"*.[106]

1.4. Algunos trabajos y orientaciones recientes en la esfera de la Lógica deóntica y de la Lógica jurídica

El interés por los problemas, por las teorías y por los métodos de la *Lógica deóntica* —tanto en su aspecto formal y abstracto como en lo relativo a sus aplicaciones concretas, especialmente jurídicas (en otras palabras, lo que llamamos *Lógica jurídica*)— se ha venido desarrollando en los últimos decenios (pero, sobre todo, a partir de 1951) con un ritmo tan rápido y con una intensidad tal que sería ilusorio, y hasta ridículo, todo intento de presentar en unas pocas páginas introductorias hasta una mera visión panorámica de la evolución registrada en estas esferas y de los problemas y tendencias hoy dominantes en las mismas.

Quienes quieran tener simplemente una idea de los trabajos y publicaciones más importantes aparecidas en este campo en fechas más o menos recientes pueden consultar, principalmente, para los problemas esencialmente lógicos, teóricos, la extensa bibliografía incluida en la obra *An Essay in Deontic Logic and the General Theory of Action*, publicada por Von Wright en 1968 [107] y, para las aplicaciones, fundamentalmente jurídicas, la obra *Bibliografia di Logica giuridica* publicada en Italia por Amedeo G. Conte [108] y que, cubriendo sólo el período 1936-1960, incluye nada menos que 250 títulos o, para los años posteriores, la bibliografía incluida por Ulrich Klug en la tercera edición (publicada en 1966) de su *Juristische*

105. GRELLING, Kurt, l.c. en nota 95.
106. PRIOR, A. N., l.c. en nota 104.
107. WRIGHT, Georg Henrik Von, 1966*b*.
106. CONTE, Amedeo G., 1961.

Logik,[109] en la que aparecen 158 títulos de libros y artículos (aunque algunos de ellos se refieren a obras generales de lógica).

En lo que se refiere a revistas, se han venido ocupando muy especialmente de temas de Lógica deóntica *Logique et Analyse*, de Lovaina (Bélgica) y *Theoria*, de Lund (Suecia), así como, naturalmente, la británica *Mind*. Los aspectos de Lógica jurídica, más concretamente, vienen siendo tratados, ante todo, en Alemania, en el *Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie;* en Italia, en la *Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto;* en Francia, en los *Archives de Philosophie du Droit;* en Argentina, en la *Revista de la Facultad de Derecho*, etc. En Estados Unidos, se publicó durante algunos años, hasta 1965, la revista *Modern Uses of Logic in Law (M.U.L.L.)*, editada por el American Bar Association Special Committee on Electronic Data Retrieval. En Bélgica, el profesor Chaim Perelman ha venido siendo, durante muchos años, el animador de un importante movimiento de estudios sobre Lógica jurídica y problemas conexos, que ha agrupado a lógicos, juristas, filósofos y matemáticos y ha tenido una auténtica irradiación internacional. Se han organizado Coloquios internacionales dedicados a estos temas: en Manchester, en 1965, en Viena, en 1968, y en Bruselas, en diciembre de 1969.

Otro campo estrechamente relacionado con los anteriores —y que también ha conocido un impresionante desarrollo en los últimos años— es el de los problemas, teorías y métodos relacionados con el adecuado tratamiento automático del material jurídico mediante ordenadores, y ello no sólo en el plano preliminar (y más elemental) de la memorización y recuperación automática de la información documental que relaciona *temas*, por un lado, y *obras o textos jurídicos*, por otro,[110] sino en el plano o fase ulterior (y más complejo) en el que se trataría de memorizar, manipular, comparar, relacionar y recuperar automáticamente *normas* y *proposiciones jurídicas*, aisladamente consideradas, deduciendo de su tratamiento las consecuencias oportunas, tanto de carácter general como singular, en todos los contextos normativos o fácticos que fuere necesario. A facilitar el planteamiento de los problemas teóricos y prácticos que puedan suscitarse en este segundo plano está destinado, en gran parte, el *Cálculo deóntico* que presento en este trabajo y con estos problemas se relaciona también un término acuñado últimamente, el de *Iuscibernética*, el cual parece destinado a cubrir una compleja red de estudios que relacionarían Informática y técnicas de cálculo automático, Cibernética, Derecho, Lógica y Matemáticas en una o varias disciplinas nuevas, cuyo contenido, fronteras y métodos respectivos están tratando de definir estudiosos de las distintas esferas interesadas, desde que, un año después de la aparición de la famosa

109. KLUG, Ulrich, 1966.
110. Véase lo que decimos a este respecto en SÁNCHEZ-MAZAS, 1971, pp. 65 y ss.

obra de Norbert Wiener *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine*,[111] Lee Loevinger publicó en Estados Unidos un artículo sobre "Jurimetría",[112] proponiendo métodos para el tratamiento de los problemas jurídicos como problemas cibernéticos. A partir de entonces (1949), el interés por estos problemas ha sido tal que la más reciente bibliografía sobre los mismos, preparada por la Universidad de Ratisbona (Alemania) para conmemorar el "Deutscher Juristentag" (Día de los juristas alemanes) de 1970, incluía más de 6.000 obras y artículos especializados.[113] Mencionemos también la mesa redonda sobre *Informática Jurídica* organizada en el marco de la primera Conferencia Mundial para la Informática en el Gobierno (Florencia, octubre 1972) a la que presenté una comunicación y a la que dediqué 4 crónicas aparecidas en el diario *Ya* de Madrid (una y otras figuran en la bibliografía), así como un artículo, pendiente de publicación, en *Cuadernos para el diálogo*, de Madrid.

En este contexto, el profesor italiano Mario G. Losano, autor de varios trabajos sobre informática jurídica y el primero que lanzó, en 1968, el término "Iuscibernética",[114] ha propuesto, en un artículo publicado en el número de octubre-diciembre de 1971 por la revista *Diogène*,[115] el siguiente esquema para delimitar las distintas disciplinas o campos de estudio cubiertos por esa palabra:

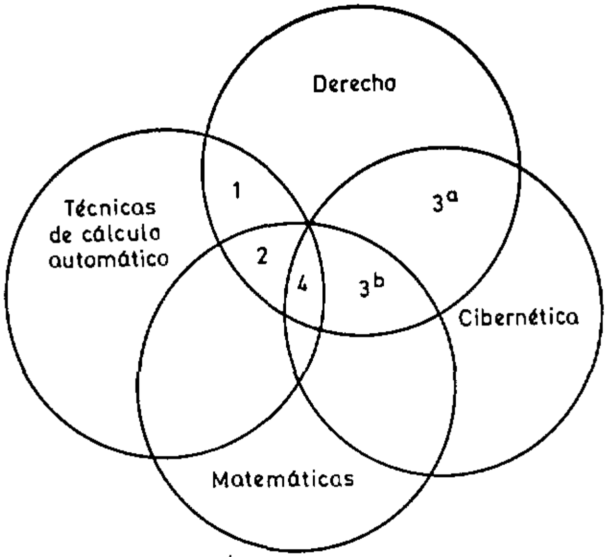
111. La primera edición de esa obra es de 1948. (Nueva York, John Wiley y París, Hermann et Cie.)

112. LOEVINGER, Lee, "Jurimetrics. The Next Step Forward", *Minnesota Law Review*, XXXIII (1949), pp. 455 y ss.

113. Véase LOSANO, Mario G., 1971, p. 99.

114. En LOSANO, Mario G., "Giuscibernetica", publicada en *Nuovi sviluppi di sociologia del diritto*, Milán, Comunitá, 1968, pp. 307-325. En España, véase PÉREZ-LUÑO, Antonio-Enrique, 1970 y 1971*a*.

115. LOSANO, Mario G., 1971, p. 110.



1. *Informática jurídica* (técnicas de cálculo automático y derecho);
2. *Jurimetría en sentido estricto* (técnicas de cálculo automático, derecho, matemáticas);
3. *Teoría de los modelos abstractos* (dos posibilidades: 3a, cibernética y derecho; 3b, cibernética, matemáticas y derecho);
4. *Teoría de los modelos con fines concretos* (técnicas de cálculo automático, derecho, cibernética y matemáticas).

En este cuadro —cosa curiosa— no aparece explícitamente, como factor o ingrediente activo de estos estudios, la *Lógica deóntica* y ni siquiera se menciona la *Lógica*, a secas. ¿Es que el profesor Losano da por supuesto que los sistemas y cálculos lógico-matemáticos necesarios en esta esfera están, de hecho, incluidos en el concepto amplio de *Matemáticas*, como ciencia que abarca, entre otras cosas, el estudio de todos los sistemas formales y que, además, ciertas técnicas y métodos lógicos, como los basados en el *Algebra de Boole* pueden considerarse hoy incluidas, de hecho, en las *Técnicas de cálculo automático*? Lo ignoramos. Pero, a nuestro juicio, resulta evidente que los problemas y métodos específicos de la *Lógica deóntica* no pueden estar ausentes de este cuadro.

Por otra parte, desde hace aproximadamente un decenio, vienen funcionando en Europa distintos centros de investigación dedicados exclusivamente a estudiar los problemas planteados por un tratamiento automático adecuado de la información jurídica, en cualquiera de los planos antes señalados. En Francia, viene abordando estos problemas, desde 1962, el

Centre de Recherches, d'Information et de Documentation Notariales (CRIDON) de Lyon. En París, nuestro amigo el profesor Jean-Marie Bréton dirige el Centre de Recherche et de Développement en Informatique Juridique (CEDIJ). Y existe también el Institut de Recherches et d'Études pour le Traîtement de l'Information Juridique, dirigido por el profesor Pierre Catalá; este Instituto cuenta con la colaboración del Ministerio de Justicia y de diversas Facultades de Derecho y de Ciencias. En Bélgica, funciona desde 1960 un centro análogo, el CREDOC, dirigido por el profesor Houtard.

Sobre la posibilidad y utilidad de intentos semejantes en nuestro país, remito a lo que ya dije en una nota de mi trabajo *Cálculo aritmético de las proposiciones*, ponencia presentada en septiembre de 1971 al IV Congreso Internacional de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia, celebrado en Bucarest, y luego publicada en la revista *Teorema*, de Valencia.[116] Añadamos sólo que, a nuestro juicio, el presente trabajo puede ser una modesta aportación a un plan de ese tipo, si alguna vez se decide seriamente llevarlo a cabo en España.

Evoquemos ahora brevemente, por las limitaciones impuestas por el carácter de este trabajo (que, como hemos dicho ya, no es histórico, sino constructivo), la evolución reciente de algunos de los problemas teóricos y metodológicos de la Lógica deóntica, así como algunos de los trabajos a ellos consagrados.

Nuestro punto de partida ha de ser el objeto mismo de la Lógica deóntica. ¿Cuál es este objeto? Más precisamente: debe ocuparse esta nueva ciencia de las *normas*, en sentido estricto, esos extraños objetos que no *afirman* ni *niegan*, sino que *ordenan*, *prohíben*, *permiten* o *dispensan*, y que, por lo tanto no pueden ser *verdaderos* ni *falsos*, sino, en todo caso, ser *cumplidos* (satisfechos) o *incumplidos* (violados) o debe, por el contrario, ocuparse, más modestamente, de las *proposiciones sobre normas* que, como todas las proposiciones, ciertamente *afirman* y *niegan* y, por consiguiente, son susceptibles de *verdad* y *falsedad*?

A pesar de que, como ya hemos visto, la distinción entre esos dos posibles objetos de estudio es, sin duda alguna, muy anterior a los primeros trabajos de Von Wright y aparece claramente formulada en Kelsen, lo cierto es que el filósofo finlandés no la hace explícita en esos trabajos de 1951 y sólo parece apercibirse de ella (o, al menos, hablar de la misma), según Kalinowski,[117] a partir del año 1957, en que la evoca en el prólogo de la obra *Logical Studies*.[118] Es entonces cuando Von Wright —dice Kalinowski— "distingue también entre la *Lógica de las normas* y la *Lógica de las proposiciones sobre las normas* o más exactamente de una categoría

116. SÁNCHEZ-MAZAS, 1971, pp. 65-66, nota 2.
117. KALINOWSKI, 1971*a*, p. 10, nota 15.
118. WRIGHT, Georg Henrik Von, obra citada en la nota 85.

específica de proposiciones sobre las normas que él denomina en inglés '*normative statements*' y que ilustra con el ejemplo siguiente: 'Existe un decreto municipal que permite aparcar delante de esta casa'... mientras que, por el contrario 'Se puede aparcar delante de esta casa', en tanto que expresión que figura en el texto oficial del decreto, ya no es un *normative statement*, sino una norma o, más precisamente, la expresión lingüística (enunciado) que significa una norma".[119]

Kalinowski señala también, a este propósito que meta-proposiciones (o lo que nosotros llamamos *proposiciones meta-normativas*) del tipo "n_j y n_k son contradictorias" (o incompatibles), como las que nosotros manipulamos en nuestro *Cálculo normativo puro*, o del tipo "hay una norma n_i que ordena (u obliga a) hacer una declaración de renta", como las que nosotros manipulamos en nuestro *Cálculo deóntico general*, son proposiciones sobre normas, mientras que n_i, n_j, n_k son nombres de normas.[120]

Pero, de cualquier modo, queda en pie el problema: ¿de qué se ocupa (o de qué debe ocuparse) en realidad la Lógica deóntica? ¿Cuál es su verdadero objeto: las *normas*, en sentido estricto, o las *proposiciones sobre normas (normative statements)*?

En lo que se refiere a la evolución del pensamiento de Von Wright a este respecto, parece ser[121] que, después de minuciosas discusiones y reflexiones que han durado largos años en torno a este espinoso problema, el autor finlandés se decidió a llamar *Lógica deóntica* tanto a la Lógica de las normas como a la Lógica de las proposiciones sobre las normas.

Ahora bien, está claro que esta toma de posición no puede, en todo caso, dispensarnos de la exigencia insoslayable de reservar a cada uno de los dos tipos de expresión que venimos mencionando un tratamiento lógico esencialmente diferente ya que, si es cierto que "las *proposiciones*, por definición, son verdaderas o falsas" al paso que "las *normas*, se afirma a menudo, no tienen valor veritativo",[122] entonces resulta enteramente inadecuado relacionar las normas mediante las conectivas o los operadores (o, si se quiere, los functores) *veritativos*, es decir, que hacen depender los valores de verdad de las expresiones construidas con su ayuda de los valores de verdad de sus argumentos ya que, cuando tales argumentos representen normas, no serán susceptibles, en la hipótesis dicha, de verdad o de falsedad.

Esta exigencia no se ha venido observando siempre con escrúpulo, ni muchísimo menos. La copiosísima literatura sobre Lógica deóntica viene estando plagada (o mejor diríamos, inundada), desde sus orígenes hasta

119. Kalinowski, 1971*a*, p. 11.
120. Kalinowski, l.c., nota 16.
121. Kalinowski, l.c., p. 11.
122. Wright, Georg Henrik Von, 1963, p. 17 de la traducción española de 1970.

este mismo instante en que estamos escribiendo, de innumerables confusiones entre los distintos tipos de conectivas u operadores (y, sobre todo, entre los distintos tipos de *implicación*) exigidos por los distintos tipos de argumentos, extendiéndose estas confusiones, como es inevitable, al tipo de *deducción* o de *inferencia* que es legítimo efectuar en cada caso.

En el prefacio a su obra *Norma y Acción*, el propio Von Wright reconoce lealmente no haber cumplido, en sus obras de 1951, la mencionada exigencia: "En mi trabajo de 1951 —dice— di por supuesto que las expresiones formadas con los operadores deónticos y símbolos de actos pueden ser combinadas por medio de conectivas veritativas. Este supuesto estaría justificado si las expresiones en cuestión pudieran ser consideradas sin peligro como 'las contrapartidas formalizadas' de sentencias que expresan *proposiciones*. Sin embargo, si se pretende que las expresiones sean también formalizaciones de *normas*, entonces aparece claro que el supuesto *no está justificado*".[123] (Los subrayados son nuestros.)

Más adelante, el mismo autor siente, sin embargo, el escrúpulo de precisar (ante la ambigüedad insuperable de la noción de norma) de qué tipos de normas puede asegurarse con certeza que no son susceptibles de verdad o de falsedad (al menos, en el sentido lógico tradicional de estas palabras): "Es fácil ver que la palabra 'norma' —dice— cubre un campo de significado muy heterogéneo; que hay cosas muy diferentes que son o pueden ser llamadas por este nombre... Llamo *prescripciones* a uno de los muchos tipos de normas que existen... No se pretende zanjar el problema para todas las normas. Se acepta, sin embargo, el punto de vista según el cual las prescripciones no tienen valor veritativo".[124]

Con todo, aun ciñéndonos a las *prescripciones*, el autor reconoce que la ambigüedad del lenguaje ordinario en lo que se refiere a la tantas veces repetida distinción entre *normas* (o *prescripciones*), por un lado, y *proposiciones sobre normas* (o *sobre prescripciones*), por otro, persiste y es preciso ser conscientes de ella y precisar, en cada caso, a qué nos estamos refiriendo: "Las sentencias deónticas del lenguaje ordinario, de las que las expresiones de la Lógica deóntica pueden ser consideradas como 'formalizaciones' —afirma— exhiben una ambigüedad característica. Especímenes de la misma sentencia son utilizados, a veces, para *enunciar una prescripción* (es decir, para *imponer*, *permitir* o *prohibir* una determinada acción); otras veces para expresar una proposición al efecto de que *hay* (subrayado del autor) una prescripción que impone o permite o prohíbe una determinada acción. A tales proposiciones se les llama *proposiciones-norma*. Cuando las expresiones de la Lógica deóntica se combinan por medio de conectivas veritativas, las interpretamos como sentencias que ex-

123. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., p. 17.
124. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., pp. 17-18.

presan *proposiciones-norma*".[125] (Salvo la excepción expresamente indicada, los restantes subrayados son nuestros.)

Esta última interpretación de las expresiones de la Lógica deóntica, recientemente consagrada con el nombre de *interpretación descriptiva*, viene, de hecho, y a pesar de la persistencia de las confusiones a que nos hemos referido, imponiéndose en el pensamiento actual. En la más reciente recopilación de trabajos sobre Lógica deóntica, publicada en Holanda a fines de 1971,[126] los autores de la introducción histórica, Føllesdal y Hilpinen, aludiendo a la dificultad a que nos hemos referido (la imposibilidad de relacionar mediante conectivas veritativas expresiones que no son susceptibles de valor veritativo) señalan: "En la Lógica deóntica, puede evitarse esta dificultad tratando a las sentencias deónticas como sentencias *descriptivas*. De acuerdo con esta interpretación descriptiva, las sentencias deónticas (representadas por las fórmulas de la Lógica deóntica) describen lo que se considera permitido, obligatorio, prohibido, etc., en algún sistema normativo no especificado. De acuerdo con esta interpretación, los principios de la Lógica deóntica son condiciones de consistencia de los sistemas normativos".[127]

Como se constatará más adelante, al seguir el desarrollo de nuestro *Cálculo deóntico*, nosotros adoptamos esta *interpretación descriptiva*, recomendada muy en especial por Erik Stenius[128] y Bengt Hansson,[129] para las *aserciones* de fórmulas para un *universo normativo* que sí creemos oportuno especificar (así como para un *universo fáctico*, igualmente determinado), siendo, por consiguiente tales aserciones susceptibles de verdad o falsedad; pero, al mismo tiempo, no tenemos ningún inconveniente en manipular *normas*, en sentido estricto, sólo susceptibles de validez o invalidez en un universo normativo, mediante *operadores de validez*, así como, por otra parte, *acciones*, sólo susceptibles de ejecución u omisión en un universo fáctico, mediante *operadores de ejecución*. Estamos, en efecto, enteramente de acuerdo con el gran lógico polaco (hoy residente en Francia) Georges Kalinowski, cuando opina (interpretamos o sintetizamos su pensamiento en este punto, resumiéndolo en expresiones nuestras) que es preciso salir, en Lógica, de la superstición de lo *verdadero* y lo *falso* como únicos valores básicos, incluso sin salir de la Lógica bivalente. Nada nos impide introducir en esa Lógica variables (que ya no serían *proposicionales*, sino lo que nosotros llamamos variables *normativas* y variables *fácticas*) susceptibles de adquirir uno cualquiera de dos valores opuestos y mutua-

125. WRIGHT, Georg Henrik Von., l.c. p. 18.
126. HILPINEN, Risto (editor), 1971.
127. FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971, p. 8.
128. STENIUS, Erik, "Principles of a Logic of Normative Systems", en "Proceedings of a Colloquium on Modal and Many-Valued Logics" (*Acta Philosophica Fennica*, Helsinki, 16, 1963, pp. 247-260).
129. HANSSON, Bengt, 1971.

mente excluyentes, relacionar esas variables por medio de operadores, en parte análogos y en parte diferentes de los operadores *veritativos* y construir expresiones susceptibles, a su vez, de adquirir uno cualquiera de dos valores opuestos.[130]

° ° °

Ahora bien, es innegable que en los últimos años han surgido otros problemas teóricos, característicos del mundo de las normas y no menos graves que el expuesto, cuyo planteamiento ha contribuido a configurar el rostro actual de la Lógica deóntica. Uno de ellos es la adecuada definición y tratamiento formal del concepto de *acción*, insoslayable en esta Lógica por ser, podemos decir, correlativo del de *norma*, en el sentido de que lo que las normas ordenan, prohíben o permiten son fundamentalmente acciones.[131] Pero este concepto, que no se identifica con el de proposición ni es inmediatamente reductible al mismo (aunque también en este punto las confusiones han venido siendo numerosas), era, hasta hace muy poco, enteramente extraño a la Lógica, al menos en lo que se refiere a su tratamiento formal riguroso. Era necesario abordar este problema. Pero ¿cómo hacerlo?

A partir de su obra capital *Norma y Acción*, Georg Henrik Von Wright, que es, sin duda alguna, la figura central, continuamente innovadora y creadora, en todo el desarrollo de la Lógica deóntica, se decidió a introducir en el andamiaje conceptual, simbólico y operativo de la nueva ciencia transformaciones de una importancia decisiva, dirigidas, ante todo, a la caracterización y tratamiento lógico del citado concepto de *acción*, como ingrediente esencial para una definición cabal del de *norma*.

El concepto de *acción* puede definirse lógicamente, según Von Wright, a partir del concepto de *cambio* (o *transformación de estado*) entre dos *estados de cosas* (*"states of affairs"*), principalmente, en el aspecto que aquí nos interesa.[132]

Distinguiendo entre tres tipos diferentes de *hechos*, según que *"tengan un carácter estático"*, *"tengan lugar"* (se produzcan) en un momento o *"continúen"*, puede hablarse de *estados de cosas*, *sucesos* y *procesos* (admitiendo, además, cada uno de estos tipos de hechos, una ulterior subdivisión, según que nos refiramos a estados de cosas, sucesos y procesos *ge-*

130. Véase en 4.3 los cinco pares de valores opuestos que nosotros manejamos en nuestro *Cálculo deóntico general*.

131. Sobre el uso de '*acción*' y '*acto*' véase la nota 5.

132. "Para la Lógica proposicional como tal, es indiferente que concibamos los hechos verificativos de las proposiciones como estados de cosas, procesos o sucesos. Pero para el estudio de la Lógica deóntica, estas distinciones son pertinentes. Esto es así debido a la posición dominante que el concepto de *acto* tiene en esta Lógica" (WRIGHT, Georg Henrik Von, 1963, p. 46 de la traducción española de 1970).

néricos o *individuales*). Seleccionaremos entre los tres, como más interesantes para nuestro propósito, los *sucesos*, observando que "el suceso, 'en sí mismo', es el *cambio* o transición del estado de cosas que reina en la ocasión anterior al estado que reina en la ocasión posterior".[133]

El filósofo finlandés introduce entonces el símbolo '*T*' para poder representar esquemáticamente los sucesos genéricos mediante expresiones del tipo '*pTq*', '$\sim$*pTp*' o incluso '*pTp*', que describen cambios o transformaciones, respectivamente, de un estado de cosas (o característica de un mundo) *p* a un estado de cosas *q*, de un estado de cosas no-*p* a un estado de cosas *p* y, finalmente, de un estado de cosas *p* al mismo estado de cosas *p* ("*pTp* significa que el mundo permanece *inalterado* en la característica descrita por *p* en ambas ocasiones",[134] es decir, que se incluye el "dejar las cosas como estaban", en cuanto a una o varias características, dentro del concepto general de *cambio* o *suceso*).

Ahora bien, en este contexto, ¿qué son los *actos* o las *acciones*? "No sería correcto...decir que los actos sean un género o especie de sucesos. Un acto no *es* un cambio en el mundo. Pero muchos actos pueden describirse apropiadamente como el provocar o *efectuar* ('a voluntad') un cambio. Actuar es, en cierto sentido, *intervenir* en 'el curso de la naturaleza'".[135] (Los subrayados son del autor.) Y precisa: "La diferencia lógica entre actos y sucesos es una diferencia entre 'actividad' y 'pasividad'. Un acto requiere un agente".[136] Estos agentes pueden ser, desde luego, empíricos o superempíricos, personales o impersonales, individuales o colectivos.[137]

Von Wright introduce entonces el símbolo '*d*' para expresar *actos* que efectúan cambios: así, por ejemplo, una expresión del tipo *d*($\sim$*pTp*) significaría un acto que produjera el cambio del estado de cosas no-*p* (por ejemplo, ventana no-abierta, es decir, cerrada) al estado de cosas *p* (ventana abierta), es decir, un acto del tipo de abrir una ventana. (En los mismos supuestos, una expresión del tipo *d*(*pT*$\sim$*p*) significaría cerrarla, así como *d*(*pTp*) dejar la ventana abierta y *d*($\sim$*pT*$\sim$*p*) dejarla cerrada.) Correlativamente, el símbolo '*f*' expresará *abstenciones* (lo que en nuestro *Cálculo deóntico* llamamos *omisiones*). Así *f*($\sim$*pTp*) significaría abstenerse de abrir la ventana. Se reserva el término *acción* para designar indistintamente un *acto* o una *abstención*. Y son las acciones, así consideradas, los argumentos elementales de los operadores '*O*' *(obligación)* y '*P*' *(permisión)*, en expresiones del tipo '*Od*($\sim$*pTp*)', '*Pf*(*pT*$\sim$*p*)', etc. Estas expresiones representan entonces *normas* (prescriptivas o permisivas),[138] convenientemente analizadas.

133. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., p. 46.
134. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., p. 48.
135. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., p. 53.
136. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., p. 54.
137. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., pp. 55-56.
138. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., pp. 59-107.

El autor finlandés distingue seis *componentes* o *ingredientes* de las normas, así concebidas: el carácter, el contenido, la condición de aplicación, la autoridad, el sujeto (o sujetos) y la ocasión. De estos seis caracteres, sólo va a retener en su teoría los tres primeros, por constituir lo que llama *núcleo normativo* (es decir, el núcleo común a todos los tipos de normas y no sólo a las prescripciones).[139] Finalmente, desarrolla su Lógica deóntica como *teoría*, a la vez, de las que llama *normas categóricas* y las que denomina *normas hipotéticas*, siendo estas últimas las que "ordenan, o permiten, o prohíben un determinado modo de acción...en el supuesto de que la ocasión satisface ciertas condiciones" además de la de suministrar una oportunidad de ejecutar la acción, condición ésta que es la única exigida por las normas categóricas.[140]

* * *

En la historia reciente de la Lógica deóntica, otros problemas han constituido también, junto a los que acabamos de mencionar, una permanente dificultad y, a la vez, un continuo estímulo, acicate y motor para la construcción de sistemas deónticos más eficaces, capaces de superarlos.

Entre estos problemas, uno de los más importantes ha sido —y sigue siendo— la eliminación definitiva (mediante el empleo de un lenguaje y un formalismo adecuados) de las ya mencionadas *paradojas de la obligación derivada* y de lo que llamaremos el *compromiso* (traduciendo el término inglés "commitment") que aparecen inevitablemente en el primer sistema de Von Wright y en el llamado *sistema standard de Lógica deóntica*,[141] que se deriva de aquél mediante una pequeña modificación y que viene siendo reconocido como un sub-sistema de la mayoría de los sistemas de Lógica deóntica. El intento de superar radicalmente las repetidas paradojas ha llevado, entre otras cosas, a concebir los llamados *sistemas diádicos* de Lógica deóntica o, más exactamente, los sistemas basados en *modalidades deónticas diádicas*, propuestos por el propio Von Wright, por Nicholas Rescher y por Bengt Hansson.

La noción de obligación derivada o de compromiso que se aplica cuando se afirma que alguien *queda comprometido* (implícita o indirectamente obligado) a ejecutar una acción por el hecho de haber ejecutado otra acción diferente, puede formalizarse de distintos modos. La primera formalización de Von Wright, en sus trabajos de 1951 es la siguiente: [142]

$$O(A \rightarrow B)$$

139. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., pp. 88 y ss.
140. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., p. 91.
141. FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971, cap. V: "The Standard System of Deontic Logic"; el término se debe a Bengt Hansson, que emplea también la abreviatura SDL para designarlo. (Véase HANSSON, Bengt, 1971, p. 122.)
142. "The proposition that doing the act named by A commits us to do the act

donde '*A*' y '*B*' son nombres de acciones y '*O*' es el operador deóntico de obligación.

Como para Von Wright, en ese sistema, el operador primitivo es el operador '*P*' (permisión), la fórmula anterior puede definirse, o expresarse en términos de dicho operador, del modo siguiente:

$$\sim P(A \,\&\, \sim B)$$

que Prior, en el artículo de *Mind* en que por primera vez reveló las paradojas de la obligación derivada y criticó la noción de *compromiso*, interpreta así: 'No está permitido ejecutar *A* sin ejecutar *B*'.[143]

Pasando a una notación un poco diferente, para referirnos a los términos textuales en que se plantea la discusión de las paradojas de la obligación derivada en los textos más recientes, expresaremos simbólicamente la noción de *compromiso* como sigue:

$$O(p \supset q)$$

donde las variables '*p*' y '*q*' expresan actos genéricos y '$\supset$' es el símbolo ordinario de *implicación material* de *Principia Mathematica*.

Føllesdal y Hilpinen interpretan del siguiente modo la fórmula anterior: 'La ejecución de *p* compromete a una persona a la ejecución de *q*'.[144]

No olvidemos, sin embargo, que otros autores sugieren formalizaciones diferentes de la misma idea. Así, por ejemplo, Hintikka señala en un trabajo reciente[145] que, junto a la fórmula anterior, hay, al menos, otra fórmula que puede aspirar a expresar la mencionada idea con análogo derecho, y es la siguiente:

$$p \supset Oq$$

Refiriéndonos ahora a la primera de las dos fórmulas, y recordando la definición de la implicación material:

$$p \supset q =_{\text{def}} \sim p \vee q$$

('*p* implica *q*' es por definición 'o no-*p* o *q*'), comprenderemos cómo es inevitable que, desde Prior, en 1954, hasta Føllesdal, Hilpinen y Hintikka, en 1971, tengan que admitir que, en virtud de las leyes del cálculo proposicional clásico, esa formalización de la noción de compromiso lleva

named by B can be expressed by O(A → B)" (WRIGHT, Georg Henrik Von, 1951*b*, p. 37).

143. PRIOR, A. N., 1954, p. 64.

144. FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971, p. 23.

145. HINTIKKA, Jaakko, 1971, p. 87.

irremediablemente a multitud de paradojas y, entre ellas, a las dos siguientes, que son las más famosas:

1. $$O \sim p \supset O(p \supset q)$$

(es decir, que si una acción p está prohibida, entonces, si nosotros la ejecutamos, nos vemos obligados a ejecutar una acción cualquiera, arbitrariamente dada, q); [146] y

2. $$Op \supset O(q \supset p)$$

(es decir, que si una acción p es obligatoria, entonces la ejecución de cualquier otra acción q, arbitrariamente dada, nos compromete a ejecutar la acción p).[147]

El lector habrá reconocido en estas paradojas la translación a la esfera deóntica de las *paradojas de la implicación material*, conocidas desde antiguo y que ya fueron expresadas por los escolásticos en los dos famosos principios o reglas: "*Ex falso sequitur quodlibet*" y "*Verum sequitur ex quolibet*".[148]

La analogía entre las paradojas de la *implicación material* y las del *compromiso* (¡pero, naturalmente, cuando esta noción se formaliza fundándose en la *implicación material*, como acabamos de ver!) queda más clara si aceptamos la interpretación que da Hintikka de las dos fórmulas paradójicas que hemos examinado: "Las paradojas consisten en poner de relieve que si '$O(p \supset q)$' constituye un análisis satisfactorio del compromiso, entonces un acto prohibido le compromete a uno a cualquier cosa y, por otra parte, cualquier cosa le compromete a uno a un acto obligatorio".[149]

Esta interpretación nos permite, en efecto, poner en paralelo cada una de las paradojas deónticas con la análoga paradoja de la implicación material (de la que, por cierto, se deriva), del siguiente modo:

1. { De lo falso se sigue cualquier cosa
De la ejecución de lo prohibido se sigue el quedar comprometido (obligado) a ejecutar cualquier cosa }

2. { Lo verdadero se sigue de cualquier cosa
El compromiso (obligación) de ejecutar lo obligatorio se sigue de la ejecución de cualquier cosa }

146. "A forbidden act commits one to everything" (HINTIKKA, Jaakko, 1971, p. 88).
147. "Everything commits one to an obligatory act" (HINTIKKA, Jaakko, 1971, p. 88).
148. BOCHENSKI, I. M., MENNE, A., *Grundriss der Logistik*, Paderborn, Ferdinand Schöningh, 1954, p. 24.
149. HINTIKKA, Jaakko, 1971, p. 88.

Pues bien, como recuerdan Føllesdal y Hilpinen,[150] fueron precisamente las paradojas del compromiso las que llevaron a Von Wright a concluir que la noción de compromiso (obligación derivada) no puede formalizarse adecuadamente en el sistema standard de Lógica deóntica. Y así, ya en un artículo publicado en *Mind* en 1956,[151] Von Wright propuso un nuevo sistema de Lógica deóntica concebido para captar la idea de obligación derivada. En ese sistema, el operador deóntico primitivo *P* se emplea para formar fórmulas que expresan la idea de '*permisión condicional*', como la siguiente:

$$P(p/r)$$

('puede permitirse p en las circunstancias r').

Pero, en 1964, en el *Danish Yearbook of Philosophy*, Von Wright publica un trabajo de mayor envergadura, reproducido en 1971 en la última recopilación de trabajos sobre Lógica deóntica, publicada en Dordrecht,[152] y en ese trabajo toma como primitivo el operador deóntico '*O*' para formar expresiones que traducen la idea de '*obligación condicional*', como la siguiente:

$$O(A/B)$$

('uno debe encargarse de pasar al estado de cosas *A* cuando se dé el estado de cosas *B*').[153]

Han construido también sistemas diádicos de Lógica deóntica, como ya hemos insinuado, Nicholas Rescher, en 1958[154] y Bengt Hansson, en 1970, en un trabajo reproducido también en la recopilación publicada en Dordrecht a que acabamos de aludir.[155]

A mi juicio, ha sido siempre un error concebir al operador deóntico '*O*' como un operador monádico, en el sentido de aplicarse a un solo argumento. De hecho, ese operador expresa siempre (explícita o implícitamente) una relación entre dos argumentos (homogéneos o heterogéneos) que pueden considerarse como el antecedente y el consiguiente de un tipo especial de implicación, la implicación deóntica, que puede adoptar variadas formas:

150. "On the basis of paradoxes of commitment, G. H. Von Wright concluded that the notion of commitment (derived obligations) cannot be formalized in the standard system in an adequate way" (FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971, p. 26).
151. WRIGHT, Georg Henrik Von, "A Note on Deontic Logic and Derived Obligation", *Mind*, 65 (1956), pp. 507-509.
152. WRIGHT, Georg Henrik Von, 1971*a*.
153. WRIGHT, Georg Henrik Von, l.c., p. 109: "*One ought to see that A when B*".
154. RESCHER, Nicholas, 1958.
155. HANSSON, Bengt, 1971, p. 121: "I will prove that there is essential disagreement between Von Wright and Rescher and I will propose a third dyadic system".

1. "La norma n_h ordena (obliga a) ejecutar la acción a_i";
2. "La ejecución de la acción a_h compromete (obliga implícitamente) a ejecutar la acción a_i";
3. "El estado de cosas *B* obliga a pasar al estado de cosas *A*";
4. "La omisión de la acción a_i implica (trae consigo) una sanción *S*";

y aún otras diferentes.

Por ello, creemos lógicamente insuficiente y ambiguo afirmar que una cierta acción *es obligatoria* sin especificar de algún modo, en el formalismo propio de cada teoría, *en virtud de qué, en qué condiciones, en qué universo normativo* o *fáctico* tal acción resulta obligatoria. Y así en nuestro cálculo, o bien queda explicitada, como antecedente del operador diádico '*O*' la norma o conjunción de normas en virtud de la(s) cual(es) una determinada acción es obligatoria, o bien la aserción de la obligatoriedad de una acción aislada o de la implicación deóntica entre dos acciones se vincula a la especificación del universo en que dicha obligatoriedad o implicación deóntica se da.

Esta preocupación —o, más bien, esta forma de proceder rigurosa— permite no sólo evitar por completo todas las paradojas de la obligación derivada que hemos venido examinando sino, además, afrontar y resolver con la mayor sencillez, mediante el cálculo aritmético, todos los aparentes *conflictos de deberes* y, entre éstos, muy especialmente, el tipo de conflictos derivados de actos ilícitos precedentes, como los famosos conflictos que se originan cuando alguien promete ejecutar una acción prohibida, de los cuales siguen estando llenos los más recientes trabajos sobre Lógica deóntica.[156]

La forma más conocida y usual de la *paradoja de la promesa*, entre sus numerosas variantes, algunas de las cuales no carecen tampoco de interés [157] es la siguiente: Supongamos que, en un universo dado, se reconoce una obligación general de cumplir todas las promesas, sin excepción; supongamos, al mismo tiempo, que en ese universo se reconoce la prohibición de ejecutar un determinado acto, por ejemplo, matar; y supongamos, por último, que, en ese mismo universo, una persona promete ejecutar ese acto prohibido. Esa persona se verá entonces en una situación conflictiva, en el sentido de que, haga lo que haga, no podrá cumplir con su obligación ya que, si se abstiene de ejecutar el acto prohibido, falta a la obligación general

156. Véase, por ejemplo, HINTIKKA, Jaakko, 1971, p. 90, así como TRANOY, K. E., 1970, pp. 230-231 y HINTIKKA, Jaakko, 1970, pp. 234-235.

157. La variante considerada en la polémica entre Tranoy y Hintikka (los dos últimos trabajos citados en la nota anterior) se basa en el incumplimiento de una promesa debido a una obligación más importante que se ha presentado después de haber dado la promesa.

de cumplir las promesas y si, por el contrario, se decide a ejecutarlo, entonces no respeta la prohibición específica de ejecutar ese acto.

Parecería deducirse de dicho conflicto que las dos normas no podrían ser válidas a la vez, ya que hay casos en que no pueden satisfacerse a la vez.[158]

Ahora bien, en el contexto de nuestro cálculo, la solución correcta de la paradoja no ofrece la menor dificultad.

Designemos por a_i una acción cualquiera, indeterminada, y por a_{pi} la acción que consiste en prometer ejecutar la acción a_i. Sea n_h una norma de carácter general que obliga a cumplir toda promesa. Sea O el operador de obligación y C_d el operador de implicación deóntica [159] entre acciones. Escribiremos entonces:

$$(i)\ On_hC_da_{pi}a_i$$

y leeremos esta fórmula del siguiente modo: 'Para todo i, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_{pi} (que consiste en prometer ejecutar la acción a_i) implique deónticamente (obligue a) ejecutar la acción a_i'.

Como la acción a_i es, según la hipótesis, una acción cualquiera y hemos supuesto que la obligación es válida para todo valor de i, será válida toda fórmula que tenga la misma forma que la precedente pero en la cual hayamos colocado, en el lugar de a_i la expresión a_m de una acción determinada y en el lugar de a_{pi} la expresión de la acción que consiste en prometer ejecutar la mencionada acción, o sea a_{pm}. Podremos escribir entonces:

$$On_hC_da_{pm}a_m$$

Interpretemos ahora a_m considerando que designa la acción de matar a alguien, y, por consiguiente a_{pm} designará la acción de prometer matar a alguien, y sea n_k una norma que prohíbe ejecutar la acción de matar y R el operador de prohibición. Escribiremos:

$$Rn_ka_m$$

('La norma n_k prohíbe ejecutar la acción de matar').

Los esquemas de deducción autorizados por nuestro *Cálculo deóntico* son entonces los siguientes:

158. Véase mi distinción, en 2.13.4, entre incompatibilidad *a priori* de dos normas (si una de ellas es válida, la otra no puede serlo) e incompatibilidad *a posteriori* (si una de ellas se satisface, *en unas condiciones fácticas dadas,* la otra no puede satisfacerse, en esas mismas condiciones) y la crítica que, de acuerdo con Juan-Ramón Capellá, hago de la identificación, tácita o explícita (como en García Máynez) de ambo tipos de incompatibilidad.

159. "O(p ⊃ q) may be termed *deontic implication*" (FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971, p. 12). Como se verá, mi fórmula para expresar la implicación deóntica es más precisa.

Primera deducción	*Justificación aritmética*	*Interpretación deóntica*
$\vdash_{U_N} On_hC_da_{pm}a_m$	$N_h^{-1}A_{pm}^{-1}A_m$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_{pm} (prometer matar a alguien) implique deónticamente (obligue a) ejecutar la acción a_m (matar a alguien);
$\vdash_{U_N} Rn_ka_m$	$—N_k^{-1}A_m^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_k prohíbe ejecutar la acción a_m (matar a alguien);
$\vdash_{U_N} R(n_h, n_k)a_{pm}$	$—(N_hN_k)^{-1}A_{pm}^{-1} =$ $= (N_h^{-1}A_{pm}^{-1}A_m)\ (—N_k^{-1}A_m^{-1})$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_h y n_k prohíbe ejecutar la acción a_{pm} (prometer matar a alguien).
Segunda deducción		
$\vdash_{U_N} R(n_h, n_k)$	$—(N_hN_k)^{-1}A_{pm}^{-1}$	En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_h y n_k prohíbe ejecutar la acción a_{pm} (prometer matar a alguien) (ésta es la conclusión normativa de la deducción anterior);
$\vdash_{U_F} a_{pm}$	$A_{pm}\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, se ejecuta la acción a_{pm} (prometer matar a alguien) (ésta es una nueva premisa, de carácter fáctico);
$\vdash_{U_F} D_{fn}(n_h, n_k)$	$—N_h^{-1}N_k^{-1}\ddot{F} =$ $= (—N_hN_k)^{-1}A_{pm}^{-1}(A_{pm}\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F (caracterizado por la conducta de alguien que da la promesa de matar a alguien), las normas n_h y n_k son fácticamente incompatibles (no pueden satisfacerse a la vez).

A esas dos conclusiones sucesivas, que concuerdan con la intuición deóntica más real, se ha llegado por puro cálculo aritmético.

1.5. Atención prestada en España, en los últimos veinte años, a la Lógica modal, a la Lógica deóntica y a la Lógica jurídica

Resulta indispensable mencionar ahora —tanto para situar con precisión el presente trabajo en el marco del pensamiento peninsular, como para practicar, una vez más (por cierto, sin ninguna pretensión de reciprocidad), esa virtud (o simple obligación) rara entre nosotros de hacer justicia a nuestros compatriotas, en el terreno intelectual como en cualquier otro— algunas de las principales expresiones del interés manifestado en España en los últimos veinte años —es decir, desde la aparición de los decisivos trabajos de Von Wright en 1951— por la moderna Lógica modal,[160] por la Lógica deóntica y por la Lógica jurídica.

Como ya hemos señalado, hay que considerar como un principio rigurosamente establecido y definitivamente adquirido a partir de los mencionados trabajos de Von Wright (aunque, según se ha indicado, ya había sido intuido o apuntado con bastante anterioridad por otros autores) que toda Lógica deóntica y, por consiguiente, toda Lógica jurídica en sentido estricto —es decir, entendida como instrumento adecuado y específicamente destinado al análisis lógico y al cálculo de normas y proposiciones jurídicas y no como mera aplicación de la Lógica ordinaria a la argumentación forense— es una Lógica modal o, si se prefiere, un tipo especial de Lógica modal. No resulta posible, por lo tanto, plantear rigurosamente los problemas específicos de una Lógica de las normas (jurídicas o no) sin un conocimiento previo, sin unas investigaciones previas acerca de las estructuras y formalismos propios de la Lógica modal moderna.

Pues bien, entendidas según este enfoque científico la Lógica deóntica y la Lógica jurídica, tenemos que constatar con toda objetividad que las principales aportaciones dignas de este nombre a estas nuevas disciplinas o esferas de investigación realizadas en nuestro mundo de lengua castellana corresponden a trabajos y resultados producidos por hombres de nuestra estirpe pero de países americanos como —para no citar sino los más importantes— Eduardo García Máynez,[161] Carlos Cossío[162] o el propio Héctor Neri Castañeda.[163] Otros estudiosos eminentes, que también

160. Nos referimos a la Lógica modal construida con arreglo a las modernas exigencias de formalización (y, en lo posible, de aritmetización), como un cálculo más de la Lógica matemática, al igual que el Cálculo proposicional, el de clases o el de relaciones. Los orígenes de la Lógica modal son, de hecho, muy antiguos y se remontan, desde luego, a Aristóteles (*Analytica Priora*, A 13 y siguientes, *De interpretatione*, 13, 21 y siguientes, etc.), los estoicos y Boecio.

161. García Máynez, Eduardo, 1951, 1953, 1955 y 1959.

162. Cossío, Carlos, 1951 y 1961.

163. Castañeda, Héctor Neri, 1957*a*, 1957*b*, 1960. Sobre la Lógica deóntica de

se han ocupado con conocimiento, autoridad y rigor de estos temas, son dos importantes filósofos españoles residentes en América: Juan David García Bacca en Venezuela y José Ferrater Mora en Estados Unidos, a quienes vamos a referirnos también a continuación —a pesar de su larga ausencia de España— al enumerar las principales aportaciones debidas a compatriotas, entre las que conocemos.[164]

Sin embargo, es justo reconocer que, desde la propia Península, se ha venido prestando atención a este importante campo de estudio a partir de los "primeros años cincuenta", es decir, casi inmediatamente después de la aparición de los primeros trabajos de Von Wright sobre Lógica deóntica, en relación con la Lógica modal. Y así, cuando el 28 de octubre de 1953 fundamos en Madrid el Seminario de Lógica Matemática, en el seno del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, con el apoyo y estímulo próximo del gran matemático español Julio Rey Pastor y el más lejano, pero igualmente efectivo y entusiasta de los grandes filósofos, también españoles, antes mencionados, Juan David García Bacca y José Ferrater Mora,[165] ya estábamos perfectamente al corriente de los trabajos y orientaciones de Von Wright y precisamente uno de los temas inicialmente abordados en dicho Seminario fue el de los distintos sistemas de Lógica modal, teniendo plena conciencia, por otra parte, de la importancia decisiva que la Lógica modal iba a tener —como en efecto ha tenido— en el desarrollo de la Lógica deóntica y de la Lógica jurídica; y, en efecto, como puede verse en las actas de las primeras reuniones del Seminario, más tarde publicadas en la revista *Theoria*, ya desde entonces señalábamos el interés de esa especialización, ramificación o aplicación deóntica y jurídica de la Lógica modal, observando que "*toda Lógica jurídica es una Lógica modal*".[166] A pesar de la considerable altura que los Pirineos tenían por aquel entonces, habíamos tardado, pues, pocos meses en captar el importante mensaje de Von Wright.

Casi simultáneamente, yo publiqué un trabajo sobre aritmetización de

---

este autor, entre otros, presentó una ponencia Jesús Rodríguez Marín en las Convivencias de Filósofos Jóvenes de abril de 1971 (RODRÍGUEZ-MARÍN, Jesús, 1971).

164. No tenemos la pretensión de ser exhaustivos —ni mucho menos— dado el carácter de este trabajo —que es, lo repetimos, constructivo y no histórico— y, por otra parte, tampoco podríamos serlo, debido a las inevitables lagunas que en nuestro conocimiento de la actividad intelectual de España se derivan de nuestro forzado alejamiento de la patria.

165. Y —preciso es recordarlo— con la colaboración entusiasta de psicólogos como José Luis Pinillos y Mariano Yela, matemáticos como Norman Barraclough y Ernesto García Camarero —este último, luego, brillante historiador de la Ciencia española, en colaboración con su hermano Enrique (*La polémica de la Ciencia española*, Madrid, Alianza Editorial, 1970) y animador, con Víctor Sánchez de Zavala, del Centro de Cálculo de la Universidad de Madrid—, filósofos como Gustavo Bueno y Carlos París, etc.

166. SEMINARIO DE LÓGICA MATEMÁTICA (Madrid), 1954, p. 181.

la Lógica modal,[167] completado gracias a una sugerencia que me hizo el gran físico español Julio Palacios que, por entonces, seguía con interés nuestra actividad, trabajo que fue reproducido bastantes años más tarde, con diversas modificaciones, en el Anuario de Filosofía de la Universidad Central de Venezuela, *Episteme*.[168] Héctor Neri Castañeda hizo una recensión del citado trabajo en *The Journal of Symbolic Logic*.[169] Como muy acertadamente indicó el autor de la recensión, el sistema formal SM que en él se desarrolla no admite una interpretación estricta en la esfera de la Lógica proposicional ordinaria, aunque sí puede ser interpretado, a nuestro juicio, en un contexto puramente ontológico de grados de ser o modalidades de existencia de distintas categorías de objetos.

José Ferrater Mora dedicó una especial atención a estos temas en su *Diccionario de Filosofía*.[170] En esta gran obra, única en su género en lengua castellana, se extendió largamente sobre la moderna Lógica modal en el artículo "Modalidad" [171] e incluyó una rigurosa y cabal información sobre los fundamentos de la Lógica deóntica en el artículo "Deontología".[172] De este último, creemos útil entresacar los siguientes párrafos: "La Lógica deóntica es, por su intensión, una Lógica modal... De hecho, hay un paralelismo entre los conceptos usados en el Cálculo sentencial y los empleados en el Cálculo deóntico. Así, a los valores de verdad (verdadero y falso) en el Cálculo sentencial corresponden valores de ejecución, (actos) ejecutados u omitidos en el Cálculo deóntico. A las funciones de verdad en el Cálculo sentencial corresponden otras tantas funciones de ejecución en el Cálculo deóntico".

Por su parte, el jurista español Luis Legaz y Lacambra dedicó también, en dos artículos publicados en 1954 y 1957, a saber "El problema de la Lógica jurídica en algunas obras recientes" [173] y "Lógica como posibilidad del pensamiento jurídico",[174] su atención a la esfera de relaciones entre la Lógica y el Derecho, pero no desde la perspectiva estricta de la Lógica deóntica, en el sentido que venimos dando a esta expresión, de acuerdo con las principales obras ya mencionadas.

En 1958, Juan David García Bacca publicó en Caracas sus *Planes de Lógica jurídica*,[175] obra de gran interés que el autor tuvo la amabilidad de enviarme y que Ulrich Klug menciona en su *Juristische Logik*.[176]

167. Sánchez-Mazas, Miguel, 1954.
168. Sánchez-Mazas, Miguel, 1965.
169. *The Journal of Symbolic Logic*, 32 (1967), pp. 399-400.
170. Ferrater Mora, José, 1965.
171. Ferrater Mora, José, l.c., vol. II, pp. 211-216.
172. Ferrater Mora, José, l.c., vol. I, pp. 420-421.
173. Legaz y Lacambra, Luis, 1954.
174. Legaz y Lacambra, Luis, 1957.
175. García Bacca, Juan David, 1958.
176. Klug, Ulrich, 1966, p. XII.

En una nota de su trabajo sobre *El negocio jurídico (su naturaleza, estructura y clases)*,[177] publicado en 1963, Francisco Espinar Lafuente enumera las distintas concepciones modernas sobre la *norma* y cita, en particular, la interpretación de Carlos Cossío que considera la norma como un juicio *imputativo disyuntivo*, cuya fórmula sería: "Dado un hecho en el tiempo, *Ht*, debe ser la prestación, *P*, por alguien obligado, *Ao*, frente a alguien pretensor, *Ap*; o, dada la no prestación, no-*P*, debe ser la sanción, *S*, a cargo de un funcionario obligado, *Fo*, por la comunidad pretensora, *Cp*", señalando que Cossío llama a la primera parte de esta fórmula *endonorma*, y *perinorma* a la segunda.[178]

En un trabajo publicado en 1966,[179] en el contexto de una encuesta sobre Lógica jurídica, organizada por los *Archives de Philosophie* de París, el profesor de la Facultad de Derecho de la Universidad de Granada, Francisco Puy, después de constatar la ambigüedad del término 'Lógica jurídica' y de algunas consideraciones históricas y epistemológicas, propuso el siguiente esquema de clasificación de los distintos planos en que puede situarse esta ciencia, con arreglo a los problemas examinados:

I. Metalógica jurídica	sintaxis jurídica semántica jurídica pragmática jurídica	semiótica jurídica
II. Lógica jurídica trascendental	gnoseología jurídica epistemología jurídica criteriología jurídica	
III. Lógica jurídica primera	axiomática jurídica teoría que incluye las teorías	del cálculo de predicados del cálculo de clases del cálculo de relaciones de los cálculos especiales
IV. Lógica jurídica segunda	teoría de la definición jurídica teoría de la argumentación jurídica teoría del sistema jurídico (teoría general del derecho) teoría del método jurídico (metodología jurídica)	

No es éste el lugar para discutir el esquema propuesto por Puy, pero, a primera vista, encontramos alguna omisión significativa (¿por qué entre los cálculos lógicos falta el *cálculo proposicional*, que parece esencial para el tratamiento de las proposiciones jurídicas? Y, por otra parte ¿se supone incluido en los *cálculos especiales* el *cálculo deóntico* propiamente dicho?)

177. ESPINAR LAFUENTE, Francisco, 1963.
178. ESPINAR LAFUENTE, Francisco, l.c., p. 5.
179. PUY, Francisco, 1966.

y tal vez alguna redundancia (la *teoría de la definición jurídica* ¿no forma ya parte de la *metalógica jurídica*?)

En 1968, Juan-Ramón Capella, profesor de la Universidad Autónoma de Barcelona, publicó uno de los libros más interesantes que han aparecido en España sobre el lenguaje jurídico, en el que se presta una atención muy especial a la estructura formal de las normas y a la semántica del lenguaje normativo, así como a otros temas actuales de Lógica deóntica. Este libro, cuyo título es *El Derecho como lenguaje*,[180] expone y analiza con bastante amplitud, entre otras cosas, las orientaciones generales de Von Wright, Kalinowski y García Máynez, pero no expone ni desarrolla en detalle los formalismos correspondientes, pues no es ese su propósito.

En 1969, Luis García San Miguel, filósofo del Derecho que fue también director del suprimido Centro de Enseñanza e Investigación (CEISA) de Madrid, publicó un libro titulado *Notas para una crítica de la razón jurídica*,[181] sumamente interesante desde el punto de vista de la epistemología y de la ontología jurídicas, y con una numerosa bibliografía, pero enteramente fuera de la problemática lógico-deóntica que aquí venimos exponiendo. En el libro se dedican apenas tres páginas a la *Lógica jurídica*, que es entendida por el autor no según la perspectiva estricta de una Lógica especial de las normas jurídicas, sino como una aplicación de la Lógica ordinaria a la argumentación forense, en la línea de Ulrich Klug, autor al que cita en primer lugar, en este contexto, aludiendo a su *Lógica jurídica*, publicada en español en Venezuela,[182] y aceptando la orientación del autor alemán, que se refleja en la siguiente definición: "La Lógica jurídica viene a ser, por tanto, el resultado de aplicar la Lógica general a las modalidades particulares que reviste el razonamiento de los juristas... Los estudios de Lógica existentes parecen haber demostrado que el tratamiento lógico de muchas modalidades del lenguaje jurídico (tales como el llamado *argumentum a contrario*, la *analogía*, etc.) permiten eliminar muchas confusiones en que hasta ahora nos hemos embrollado los juristas y alcanzar, por consiguiente, una mayor corrección formal en el uso de nuestra 'jerga'".[183] (Los subrayados son nuestros.)

Dos jóvenes filósofos españoles parecen dedicar una atención especial al estudio del lenguaje moral y a la Lógica deóntica en su vertiente ética, es decir, en su aplicación al tratamiento de la estructura de las normas éticas. Ambos han sido profesores de la Universidad Autónoma de Madrid, vinculados al Departamento de Filosofía que, con valerosa actitud de apertura y renovación, dirige mi viejo amigo Carlos París. Uno

180. Capella, Juan-Ramón, 1966.
181. García San Miguel, Luis, 1969.
182. Klug, Ulrich, *Lógica jurídica*, Caracas, Universidad Central de Venezuela, Facultad de Derecho, 1961.
183. García San Miguel, Luis, 1969, p. 21.

de ellos, Javier Muguerza, que es una de las mejores cabezas lógicas de la Península (aunque más orientado a las reflexiones epistemológicas y semánticas, después de su profundo estudio de Gottlob Frege, que a la construcción de formalismos), a quien ¡por fin! acaba de hacerse justicia nombrándole catedrático de su especialidad, publicó en 1970 un interesantísimo estudio titulado "'Es' y 'debe': en torno a la Lógica de la falacia naturalista" [184] en el que discute toda la problemática planteada por el contraste entre el lenguaje que —utilizando la oposición precisada por Von Wright [185]— podemos llamar *descriptivo* ('es') y el que podemos llamar *prescriptivo* ('debe'), censurando el paso indebido, pero tan frecuente, de un tipo de proposiciones a otro, que ya había sido señalado y criticado por Hume.[186] El otro, José S.-P. Hierro, ha publicado el mismo año, después de algunos artículos anteriores sobre temas análogos,[187] la obra *Problemas del Análisis del Lenguaje Moral*,[188] sumamente instructiva y con una extensísima bibliografía relativa a las distintas esferas interesadas en dichos problemas.

Otro lógico y filósofo importante del actual momento cultural español, Manuel Sacristán, cuya influencia y magisterio se extienden bastante más allá —o más acá— de la ciudad de Barcelona en que escribe y enseña, debe ser mencionado aquí, porque, a pesar de no haberse ocupado nunca de un modo directo y especial de la Lógica deóntica, en sentido estricto, ha planteado, sin embargo, en alguno de sus numerosos trabajos, problemas estrechamente relacionados con esta nueva disciplina. Nos limitaremos aquí a mencionar el fragmento de su trabajo "De la idealidad en el Derecho",[189] que se publicó en 1970 en una colección de trabajos en homenaje al profesor Aranguren, porque en él se ocupa de algunos aspectos de la pugna entre positivismo jurídico y iusnaturalismo que tienen interés para la Lógica deóntica, en el contexto de lo que hemos observado anteriormente, a propósito de Kelsen y su escuela.

184. MUGUERZA, Javier, 1970. Muguerza ha publicado también, sobre temas próximos al que estamos considerando, "El problema de Dios en la filosofía analítica", *Revista de Filosofía* (Madrid), 1966 y "Ética, Lógica y Metafísica", *Aporía*, 1967.

185. Véase lo que decimos a este respecto en la nota 2.

186. HUME, David, *A Treatise of Human Nature*, libro III, parte 1, sección I: "En cada uno de los sistemas de moralidad con que hasta la fecha me he tropezado, he observado invariablemente que el autor procede durante un cierto tiempo razonando a la usanza ordinaria ...pero de pronto me encuentro sorprendido al comprobar que, en lugar de la cópula '*es*' que usualmente interviene en las proposiciones, apenas hay lugar para otras proposiciones que aquellas en que el verbo '*es*' ha dejado paso al verbo '*debe*'" (citado por MUGUERZA, Javier, 1970, p. 147).

187. José S.-P. Hierro ha publicado en los últimos años sobre temas próximos al que estamos considerando, "La ética en Wittgenstein", *Aporía*, 1966; "La argumentación filosófica y la argumentación jurídica", *Anuario de Filosofía del Derecho*, 1966; "Normas y valoraciones", en el volumen colectivo *Teoría y Sociedad*, de homenaje al profesor Aranguren, Barcelona, Ariel, 1970, pp. 129-140.

188. HIERRO, José S.-P., 1970.

189. SACRISTÁN, Manuel, 1970.

Un eminente jurista español, Antonio Hernández Gil, dedica el capítulo IV de una obra recientemente publicada: *Marxismo y positivismo lógico. Sus dimensiones jurídicas*[190] al tema de la Lógica deóntica, ocupándose especialmente de las concepciones de García Máynez y Kalinowski, aunque sin entrar a exponer sus respectivos formalismos. Entre las obras de Lógica citadas por Hernández Gil en ese contexto, figura mi libro de 1963 (aunque escrito muchos años antes) *Fundamentos matemáticos de la Lógica Formal*,[191] sin duda porque el citado autor considera que la perspectiva intensional que adopté en esa obra es especialmente adecuada en la esfera jurídica. En la bibliografía citamos otras importantes obras posteriores del profesor Hernández Gil, entre ellas una notable conferencia sobre *La sentencia*, en la que dedica frases halagüeñas a lo que él ya conocía de mi libro actual.

Señalemos, por último, para terminar esta enumeración de aportaciones españolas a la esfera que aquí nos ocupa, que en las últimas Convivencias de Filósofos Jóvenes, celebradas en abril de 1971 en Castellón, un joven investigador vinculado al grupo que edita la revista *Teorema* de Valencia, acertadamente dirigida por el profesor de Lógica de dicha Universidad, don Manuel Garrido, y en cuyo consejo editorial me honro en figurar, Jesús Rodríguez Marín, actualmente profesor en Alicante, presentó una interesante ponencia[192] en la que expuso, entre otras cosas, los sistemas de Lógica deóntica de Alan Ross Anderson y Héctor Neri Castañeda.

En España no había aparecido aún, sin embargo (que sepamos), con anterioridad al presente trabajo, ningún *Cálculo deóntico*, en el sentido estricto de la expresión, ni —mucho menos— ningún *Cálculo jurídico*. Tampoco sabemos que se hayan publicado en el extranjero Cálculos deónticos enteramente aritmetizados como el que aquí presentamos. La construcción de un cálculo semejante exige, en efecto, la previa aceptación del punto de vista *intensional* (que también hemos denominado, en distintas ocasiones, *comprehensivo* y *cualitativo*), esencial, a nuestro juicio, en la esfera deóntica y el haberse familiarizado con los cálculos intensionales y con los criterios y métodos adecuados para aritmetizarlos. Pues está claro que apoyarse en la perspectiva *extensional* (que, a pesar de todo, sigue siendo la más frecuente entre los lógicos de hoy) trae inevitablemente consigo inocular en la esfera deóntica el germen de todas las paradojas de los cálculos extensionales y, ante todo, como antes hemos visto, las graves *paradojas de la implicación material*.

Frente a esta actitud, yo he venido manteniendo, desde hace casi veinte años, el punto de vista intensional en Lógica, desarrollando este

190. HERNÁNDEZ GIL, Antonio, 1970.
191. SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel, 1963.
192. RODRÍGUEZ MARÍN, Jesús, 1971.

punto de vista en una serie de trabajos preparatorios publicados entre 1952 y 1963.[193] Después, a partir de mi ponencia de 1968 en el Congreso de Informática de Edimburgo[194] —que A. A. Mullin, en la recensión que hizo de la misma, en julio de 1971, en *Mathematical Reviews*, calificó de "nuevo paso hacia el cálculo aritmético de la intensión"[195]—, he venido proponiendo unos métodos extraordinariamente sencillos —y eficaces— de aritmetización de las estructuras lógicas según la perspectiva intensional, que he aplicado, sucesivamente, primero al nivel de los predicados monádicos, en la ponencia antes citada, y luego al nivel del cálculo proposicional, en la ponencia que presenté en septiembre de 1971 al Congreso de Lógica de Bucarest.[196] En esa línea, el presente trabajo representa una tercera etapa: la aplicación de las perspectivas y métodos de aritmetización mencionados a la construcción de un *Cálculo deóntico*.

1.6. Nuestro Cálculo deóntico general resulta de la combinación e integración de tres cálculos parciales distintos

A nuestro juicio, la elaboración de una Lógica deóntica con pretensiones de aplicación práctica y la construcción de un Cálculo deóntico a la vez riguroso y eficaz, capaz de evitar las paradojas que hemos examinado, deben basarse en la distinción y delimitación preliminar y en la ulterior combinación de tres esferas distintas, que enumeraremos y describiremos como sigue:

1. Una esfera que denominaremos *normativa pura* o *esfera de las normas*. En ella, toda norma será considerada en tanto que susceptible de adquirir uno de estos dos valores: *normativamente (o jurídicamente) válida* y *normativamente (o jurídicamente) inválida* y se estudiarán las relaciones de *dependencia, independencia, compatibilidad* e *incompatibilidad normativas* entre normas, a través del *Cálculo normativo puro;*

2. Una esfera que denominaremos *fáctica pura* o *esfera de las acciones*. En ella, toda acción será considerada en tanto que susceptible de adquirir uno de estos dos valores: *ejecutada* y *omitida* y se estudiarán las relaciones de *dependencia, independencia, compatibilidad* e *incompatibilidad fácticas* entre acciones, a través del *Cálculo fáctico puro;*

3. Finalmente, una esfera que denominaremos *deóntica general* (o *normativo-fáctica*). En ella, se considerarán, a la vez, un *universo normativo* U_N, definido por un sistema de normas, y un *universo fáctico* U_F, definido por las relaciones fácticas que caracterizan la situación de deter-

193. SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel, 1952, 1955, 1963.
194. SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel, 1968 y 1969.
195. MULLIN, A. A. (Long Binh), recensión núm. 1.603 en *Mathematical Reviews*, vol. 42, núm. 1 (julio de 1971).
196. SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel, 1971.

minados agentes, así como por las acciones y omisiones que caracterizan su conducta, en la medida en que ésta cae bajo la jurisdicción del universo normativo U_N. En el cálculo deóntico general se combinarán y relacionarán las fórmulas del Cálculo normativo puro y del Cálculo fáctico puro con las fórmulas deónticas específicas del Cálculo deóntico general, las cuales relacionan normas y acciones. En él las acciones serán susceptibles de adquirir uno de los valores de un nuevo par: *obligatoria* y *prohibida*, mientras que, por su parte, las normas serán susceptibles de adquirir uno de los valores de un nuevo par: *observada* (o *cumplida*) y *violada* (o *incumplida*).

Las variables, constantes y operadores de carácter, respectivamente, normativo, fáctico y deóntico general de los tres cálculos parciales que componen el *Cálculo deóntico general* se expresan aritméticamente mediante variables numéricas, constantes numéricas (números) y operadores aritméticos, de tal modo que todas las reglas de deducción se fundan en un criterio aritmético.

Aunque, en principio, el *Cálculo deóntico general* es susceptible de distintas interpretaciones, en diferentes universos deónticos o normativos (éticos, técnicos, lúdicos o jurídicos), lo cierto es que se ha concebido principalmente en vista de sus aplicaciones jurídicas, de modo que pudiera dar origen a algo así como una *Jurisprudentia more arithmetico demonstrata*, con arreglo a la conocida aspiración de Leibniz, pero con posibilidades prácticas mucho mayores, debido a los medios de cálculo e informáticos de que hoy se dispone.

Los operadores fundamentales y primitivos tienen todos la forma de implicaciones, pero, para no quitar generalidad al Cálculo, y en vista de aplicaciones deónticas no jurídicas, se han definido prescindiendo por completo de la idea de *sanción*, tanto en la forma estricta que ésta tiene en las implicaciones o disyunciones de Kelsen o de Cossío, como en la forma atenuada propuesta por Anderson.[197]

La analogía —donde no riguroso isomorfismo—, a la que repetidamente hemos aludido, entre distintos sistemas de modalidades —deónticas, aléticas, existenciales, epistémicas, y otras que aún pueden conce-

197. Véase el análisis que hace HANSSON, Bengt, 1971, pp. 128-130, de los modelos de Stig Kanger y de Anderson, y especialmente la definición de la obligación en función de la sanción o de 'algo malo' ('wrong thing'):

$$Of =_{def} \sim f \text{ entraña (en algún sentido) } S$$

que podríamos leer así: 'La obligación de f (f puede ser una fórmula cualquiera que exprese acciones o relaciones entre acciones) es, por definición (o, si se quiere, significa por definición)) que no-f (la no ejecución o cumplimiento de f) entraña la sanción (o la mala consecuencia) S'. También KALINOWSKI, 1971o, p. 23, se ocupa, con una cierta ironía de este modo de intentar reducir las modalidades deónticas a las aléticas a través de la constante S (sanción) que él, interpretando a Anderson, define así: "Un mauvais état de choses s'ensuit".

birse— trae consigo que el tipo de formalización y de aritmetización, de base intensional, ahora aplicado a la Lógica deóntica para convertirla en un cálculo riguroso, pueda aplicarse con éxito análogo en las otras esferas modales, extendiendo con ello de modo prodigioso el campo de aplicación de la Lógica matemática o, si se quiere, la zona de vigencia de la "mathesis universalis".[198]

198. Ciertamente muchos juristas, sobre todo en España, mirarán con recelo estos intentos, y no por la materia, que debe interesarles, sino por lo que pueden sentir como una intromisión, en su coto de caza, de lo que —para emplear una acertada expresión de un entrañable amigo en un libro reciente (LORENZO, Javier de, 1971)— podemos llamar 'el estilo matemático'. Pero no pueden dudar que estos intentos se hacen para servir a su labor, y, en definitiva, a la justicia.

2. CÁLCULO NORMATIVO PURO

2.1. Observaciones preliminares

El cálculo normativo puro que presentamos a continuación —y que designaremos, en lo sucesivo, mediante la abreviatura CNP— ha sido construido como un sistema formal que admite un modelo aritmético. Por consiguiente, no se balla vinculado a una interpretación única y determinada —jurídica, por ejemplo—, sino que es susceptible de diversas interpretaciones o, si se quiere, de aplicación a diferentes universos normativos. Las *normas* que constituyen las piezas fundamentales con que opera este cálculo serán, en cada una de las interpretaciones posibles del mismo, normas de distinto tipo, por ejemplo normas éticas, técnicas (en el sentido de medios para alcanzar un fin), de derecho natural, de derecho positivo, y aún de otros tipos. Del mismo modo, los *operadores normativos puros*, primitivos o derivados, que se aplican a dos o más normas, enlazándolas en una relación específicamente normativa (y no meramente lógica), habrán de ser entendidos en un sentido distinto, en cada una de las interpretaciones posibles del cálculo: así, por ejemplo, el operador de *incompatibilidad entre normas* podrá tener, según la interpretación que elijamos en cada caso, un sentido de *incompatibilidad ética*, de *incompatibilidad técnica*, de *incompatibilidad jurídica*, y así sucesivamente.

En otras palabras, nuestro cálculo normativo puro, al igual que los otros dos que le siguen en este trabajo —el cálculo fáctico puro (CFP) y el cálculo normativo-fáctico o deóntico general (CDG)—, no tiene otra pretensión que la de ser un aparato lógico-matemático interpretable, en principio, en cualquier tipo de universo normativo o, si se quiere, un esquema general abstracto que, junto con los otros dos y con sus respectivos modelos aritméticos para facilitar y simplificar el proceso de cálculo, se ofrece como instrumento de análisis lógico y de tratamiento automático a distintos tipos de usuarios posibles. Es a estos usuarios especialistas de uno o varios universos normativos concretos, a quienes corresponde, no sólo estudiar nuestros cálculos en función de sus respectivos intereses y preocupaciones teóricas y prácticas, para decidir a cuál o a cuáles de esos universos normativos los citados cálculos serían aplicables —y en qué medida, y con qué limitaciones y reservas—, sino también llevar a cabo en la práctica —por sí mismos o en colaboración con los lógicos— las interpretaciones o traducciones correspondientes de los repetidos cálculos, así como las ampliaciones, modificaciones y perfeccionamientos internos que cada una de aquéllas pueda exigir.

Ahora bien, una vez bien sentado este principio básico de la *neutralidad*, esencial o inicial, de nuestro cálculo, como todo sistema formal, ante las distintas interpretaciones posibles del mismo, no tenemos por qué negar que algunas de dichas interpretaciones y aplicaciones nos parecen más interesantes y significativas que otras. Personalmente, la perspectiva de introducir, con un criterio preciso y una metodología sistemática, algún tipo de análisis lógico y de tratamiento automático en la selva jurídica contemporánea que, según nos confiesan los entendidos, ofrece —y muy singularmente en España— tantas zonas de redundancia, contradicción, ambigüedad y confusión que están pidiendo con urgencia refundiciones, simplificaciones, racionalizaciones, en suma (véanse los ejemplos que damos en las observaciones finales de este capítulo), se nos presenta como una tarea no sólo apasionante y utilísima sino, lo que es más importante, realizable a corto plazo.

Se comprenderá así que, al elegir la terminología y el simbolismo más adecuados para esta primera presentación de nuestro cálculo, hayamos tenido en cuenta ante todo esta posible interpretación y aplicación *jurídica* del mismo, agregando —y, en ocasiones, incluso prefiriendo y sustituyendo— a las expresiones y símbolos que aluden a un universo normativo aún neutro o indeterminado otros que mientan una interpretación más específicamente *jurídica*. Para el lector o usuario que prefiera entender o utilizar nuestro cálculo en un sentido deóntico diferente —*ético*, o *técnico*, o incluso meramente *lúcido*— no será difícil hacer, allí donde convenga, las sustituciones o modificaciones de términos que exija su interpretación peculiar del cálculo.

2.2. Reglas de formación de las fórmulas normativas del CNP

2.2.1. Alfabeto de los signos utilizados para construir las fórmulas normativas del CNP

Alfabeto $A_N = \{ N, C_j, D_j, G_j, I_j; (,); n_1, n_2, \ldots; n_h, n_i, \ldots; n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots \}$

N es el nombre del operador lógico universal de negación (único en nuestros cálculos);

C_j es el nombre del operador deóntico de implicación normativa (o jurídica) entre normas, único operador deóntico primitivo o no definido del CNP;

D_j es el nombre del operador deóntico de incompatibilidad normativa (o jurídica) entre normas, operador que será definido a partir de los operadores N y C_j;

G_j es el nombre del operador deóntico de compatibilidad normativa (o jurídica) entre normas, operador que será definido a partir de los operadores N y C_j;

I_j es el nombre del operador deóntico de independencia normativa (o jurídica) entre normas, operador que será definido a partir de los operadores N y C_j;

(,) son los paréntesis;

$n_1, n_2, \ldots$ (con subíndices numéricos) son constantes normativas (designan formulaciones de normas concretas de un universo normativo —o jurídico— determinado);

$n_h, n_i, \ldots; n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots$ (con subíndices literales, seguidos o no de ulteriores subíndices, literales o numéricos) son variables normativas.

2.2.2. Reglas de formación

rfn-1. Una variable normativa es una fórmula normativa elemental del CNP;

rfn-2. Si n_i es una variable normativa cualquiera, entonces Nn_i es una fórmula normativa elemental del CNP;

rfn-3. Si n_h y n_i son dos variables normativas cualesquiera, entonces $C_jn_hn_i$ y $C_jn_hNn_i$ son fórmulas normativas condicionales diádicas del CNP;

rfn-4. Si f_{ncd} es una fórmula normativa condicional diádica del CNP, entonces Nf_{ncd} es una fórmula normativa no-condicional diádica del CNP;

rfn-5. Si $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}}$ y n_i son variables normativas, siendo $k > 2$, entonces $C_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})n_i$ y $C_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})Nn_i$ son fórmulas normativas condicionales k-ádicas del CNP;

rfn-6. Si f_1 es una fórmula normativa cualquiera del CNP y f_2 es una de las simplificaciones o abreviaturas admitidas de f_1, en virtud de las siguientes definiciones de los operadores deónticos derivados D_j (diádico o k-ádico, para $k > 2$), G_j (diádico) e I_j (diádico), en función de los operadores N y C_j (diádico o k-ádico, para $k > 2$), entonces f_2 es una fórmula normativa del CNP.

Definiciones:

def$_n$-1. $D_j n_h n_i =_{\text{def}} C_j n_h N n_i$
def$_n$-2. $G_j n_h n_i =_{\text{def}} NC_j n_h N n_i$
def$_n$-3. $I_j n_i \mathrm{n}_h =_{\text{def}} NC_j n_h n_i$
def$_n$-4. $D_j(n_{h_1}, \mathrm{n}_{h_2}, \ldots, \mathrm{n}_{h_{k-1}})n_i =_{\text{def}} C_j(n_{h_1}, \mathrm{n}_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})Nn_i$

rfn-7. Si f_1 es una fórmula normativa cualquiera del CNP, y f_2 es el resultado de sustituir en f_1 cada variable normativa por una constante normativa, entonces f_2 es una fórmula normativa del CNP;

rfn-8. Todas las fórmulas normativas bien formadas del CNP son las que pueden construirse utilizando las reglas de formación precedentes rfn-1 a rfn-7.

2.3. Valores de validez y valores de verdad en el CNP

Desde el punto de vista o perspectiva característica del cálculo normativo puro, se admitirán dos supuestos básicos, en lo que atañe a los *valores* que son susceptibles de adquirir los distintos tipos de expresiones que pueden ser objeto de consideración o tratamiento en el mismo:

s.1. Cualquier *norma*, arbitrariamente dada, elegida o formulada —o, si se quiere, cualquier expresión que tenga la forma característica de la formulación de una norma, así como cualquier símbolo que represente una norma (constantes normativas y variables normativas)— es susceptible, en principio, de tomar, en un universo normativo dado, uno de estos dos *valores de validez*:
— *normativamente (o jurídicamente) válida*, VA_j;
— *normativamente (o jurídicamente) inválida*, IN_j.

s.2. Sin embargo, cualquier *aserción (meta*-*normativa)* ya de la validez o invalidez de cualquier norma, en un universo normativo dado U_N (por ejemplo, en un determinado ordenamiento jurídico positivo), ya de cualquier relación de dependencia, independencia, compatibilidad o incompatibilidad normativas (o jurídicas) en un universo normativo dado U_N, será considerada como una *pro-*

posición, en el sentido lógico más estricto de la palabra, y será susceptible, pues, de tomar uno de los dos *valores de verdad* del cálculo proposicional binario:

— *verdadera*, V;

— *falsa*, F.

Las *aserciones* de validez, invalidez, dependencia, independencia, compatibilidad o incompatibilidad normativas (o jurídicas) tendrán, pues, el estatuto de *proposiciones sobre normas* (expresiones meta-normativas), frente a las *formulaciones de normas* (expresiones normativas de primer orden).

2.4. Expresión aritmética de las fórmulas normativas del CNP

2.4.1. Correspondencias básicas entre fórmulas normativas del CNP y sus expresiones aritméticas o números característicos

	Fórmulas normativas del CNP	*Expresiones aritméticas*
2.4.1.1.	$n_h, n_i, n_j, \ldots$ (variables normativas)	$N_h, N_i, N_j, \ldots$ (variables numéricas que toman sus valores en el conjunto $P(\ldots 3)$ de los números primos que tienen la cifra 3 como última cifra de su expresión decimal)
2.4.1.2.	$n_1, n_2, n_3, \ldots$ (constantes normativas)	$N_1, N_2, N_3, \ldots$ (números primos que tienen la cifra 3 como última cifra de su expresión decimal y que ocupan en la sucesión creciente de los mismos —3, 13, 23, 43, …— la posición indicada por el respectivo subíndice)
2.4.1.3.	Nf_i (f_i y Nf_i, fórmulas normativas bien formadas del CNP; N, operador lógico de negación)	$-F_i^{-1}$ (F_i, expresión aritmética de f_i; los otros signos tienen su sentido aritmético habitual)

2.4.1.4.	$C_j n_h f_i$ (n_h, variable normativa; f_i y $C_j n_h f_i$, fórmulas normativas bien formadas del CNP; C_j, operador deóntico de implicación normativa —o jurídica—)	$N_h^{-1} F_i$ (N_h y F_i, expresiones aritméticas respectivas de n_h y f_i; los otros signos tienen su sentido aritmético habitual y la yuxtaposición de variables el sentido algebraico habitual de la multiplicación)
2.4.1.5.	$C_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})e_i$ ($n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}}$, variables normativas; e_i, fórmula normativa elemental bien formada del CNP; C_j, operador deóntico de implicación normativa —o jurídica—)	$(N_{h_1} N_{h_2} \ldots N_{h_{k-1}})^{-1} E_i$ ($N_{h_1}, N_{h_2}, \ldots, N_{h_{k-1}}$ y E_i son las expresiones aritméticas respectivas de $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}}$ y e_i; los otros signos tienen su sentido aritmético habitual y la yuxtaposición de variables el sentido algebraico habitual de la multiplicación)

2.4.2. Correspondencias, derivadas de las precedentes, entre los distintos tipos de fórmulas normativas del CNP y sus expresiones aritméticas o números característicos

	Fórmulas normativas del CNP	*Expresiones aritméticas*
2.4.2.1.	n_h	N_h
2.4.2.2.	$N n_h$	$-N_h^{-1}$
2.4.2.3.	$C_j n_h n_i$	$N_h^{-1} N_i$
2.4.2.4.	$D_j n_h n_i = C_j n_h N n_i$	$(N_h^{-1})(-N_i^{-1}) = -N_h^{-1} N_i^{-1}$
2.4.2.5.	$C_j n_h n_i = N C_j n_h N n_i = N D_j n_h n_i$	$-(-N_h^{-1} N_i^{-1})^{-1} = N_h N_i$
2.4.2.6.	$I_j n_i n_h = N C_j n_h n_i$	$-(N_h^{-1} N_i)^{-1} = -N_i^{-1} N_h$
2.4.2.7.	$C_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})n_i$	$(N_{h_1} N_{h_2} \ldots N_{h_{k-1}})^{-1} N_i$
2.4.2.8.	$D_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})n_i =$ $= C_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})N n_i$	$(N_{h_1} N_{h_2} \ldots N_{h_{k-1}})^{-1}(-N_i^{-1}) =$ $= -(N_{h_1} N_{h_2} \ldots N_{h_{k-1}} N_i)^{-1}$

2.5. Principio de equivalencia del CNP

La condición necesaria y suficiente para que dos fórmulas normativas f_1 y f_2 del CNP sean normativamente (o jurídicamente) equivalentes es que sus respectivas expresiones aritméticas o números característicos F_1 y F_2 sean iguales.

Si utilizamos el signo $\approx_n$ para expresar la relación de equivalencia normativa (o jurídica) entre dos fórmulas normativas del CNP, escribiremos, pues:

$$f_1 \approx_n f_2 \qquad \text{si y solamente si} \qquad F_1 = F_2$$

Con arreglo al principio de equivalencia, todas las fórmulas normativas del CNP quedan distribuidas o clasificadas en clases de equivalencia normativa (o jurídica).

Así, por ejemplo, son equivalentes, por tener el mismo número característico o expresión aritmética $-N_h^{-1}N_i^{-1}$ las fórmulas siguientes:

$$D_j n_h n_i \approx_n C_j n_h N n_i \approx_n C_j n_i N n_h \approx_n D_j n_i n_h$$

y son también equivalentes, por tener el mismo número característico o expresión aritmética $N_h N_i$ las siguientes:

$$G_j n_h n_i \approx_n NC_j n_h N n_i \approx_n ND_j n_h n_i \approx_n ND_j n_i n_h \approx_n NC_j n_i N n_h \approx_n G_j n_i n_h$$

2.6. Interpretación en términos jurídicos de las fórmulas normativas del CNP

Al interpretar en sentido jurídico, o en términos jurídicos, las fórmulas normativas del CNP, resulta que las variables normativas n_h, n_i, n_j, ... y las constantes normativas n_1, n_2, n_3, ... pueden representar tanto disposiciones singulares y aisladas como leyes, decretos y hasta ordenamientos jurídicos completos (Códigos Civiles, Constituciones, etc.).

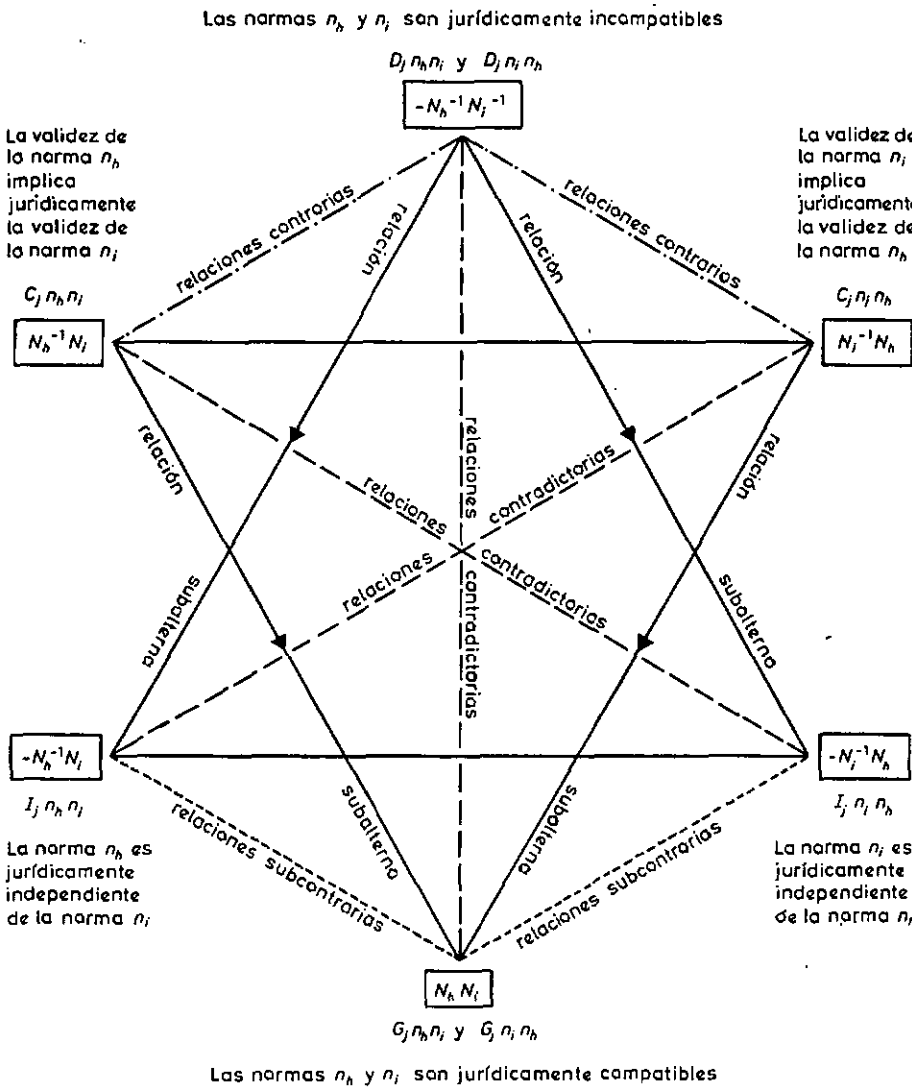
En una interpretación semejante, los distintos tipos de fórmulas normativas del CNP se leerán o entenderán del modo siguiente:

Fórmulas normativas	*Interpretación jurídica*
$C_j n_h n_i$	La validez de la norma n_h implica jurídicamente la validez de la norma n_i

$D_j n_h n_i$ y $D_j n_i n_h$ (siendo ambas fórmulas, como acabamos de ver, equivalentes)	La validez de la norma n_h implica jurídicamente la invalidez de la norma n_i; y recíprocamente:
	La validez de la norma n_i implica jurídicamente la invalidez de la norma n_h; y finalmente: Las normas n_h y n_i son jurídicamente incompatibles
$G_j n_h n_i$ y $G_j n_i n_h$ (siendo ambas fórmulas, como acabamos de ver, equivalentes)	Las normas n_h y n_i son jurídicamente compatibles; es decir: Las normas n_h y n_i pueden ser válidas a la vez
$I_j n_i n_h$	La norma n_i es jurídicamente independiente de la norma n_h; en el sentido de que: La validez de la norma n_i no se ve exigida por la validez de la norma n_h
$C_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})n_i$	La validez conjunta de las normas $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}}$ implica jurídicamente la validez de la norma n_i
$D_j(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}})n_i$	La validez conjunta de las normas $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_{k-1}}$ implica jurídicamente la invalidez de la norma n_i

2.7. Relaciones jurídicas posibles entre dos normas, en la perspectiva del CNP

Las relaciones jurídicas entre dos normas n_h y n_i que pueden expresarse en el CNP quedan esquematizadas en la "estrella jurídica de seis puntas" que figura en la página siguiente, con las fórmulas normativas y las expresiones aritméticas correspondientes.


Las normas n_h y n_i son jurídicamente incompatibles
$D_j n_h n_i$ y $D_j n_i n_h$
$-N_h^{-1} N_i^{-1}$
La validez de la norma n_h implica jurídicamente la validez de la norma n_i
$C_j n_h n_i$
$N_h^{-1} N_i$
La validez de la norma n_i implica jurídicamente la validez de la norma n_h
$C_j n_i n_h$
$N_i^{-1} N_h$
relaciones contrarias
relaciones contrarias
relación
relación
relación
relación
relaciones contradictorias
relaciones contradictorias
relaciones contradictorias
subalterna
subalterna
subalterna
subalterna
$-N_h^{-1} N_i$
$I_j n_h n_i$
La norma n_h es jurídicamente independiente de la norma n_i
$-N_i^{-1} N_h$
$I_j n_i n_h$
La norma n_i es jurídicamente independiente de la norma n_h
relaciones subcontrarias
relaciones subcontrarias
$N_h N_i$
$G_j n_h n_i$ y $G_j n_i n_h$
Las normas n_h y n_i son jurídicamente compatibles

2.8. Relaciones jurídicas internas de una norma consigo misma. Inconsistencia y autoconsistencia. Otras relaciones posibles

Resulta indispensable, tanto por exigencias formales de nuestro cálculo CNP como para dar a éste una mayor generalidad y eficacia práctica, que en él puedan representarse mediante fórmulas adecuadas —con su correspondiente expresión aritmética—, además de las posibles relaciones jurídicas entre dos o más normas, también las que llamaremos *relaciones jurídicas internas de una norma consigo misma,* como son, en primer lugar, las de *inconsistencia* y *autoconsistencia* de una norma.

Hay que admitir la posibilidad, en efecto, de que una norma, formulada en un universo normativo (o jurídico) determinado, sea, de hecho, *inconsistente* o *contradictoria,* en el sentido, por ejemplo, de que, explícita o implícitamente, permita y prohíba una misma acción, ordene una acción y al mismo tiempo dispense de ejecutarla, etc. Ahora bien, aquí, en el contexto del cálculo normativo puro, donde no se consideran las relaciones entre normas y acciones —que son objeto de lo que llamamos *cálculo deóntico general*—, sino sólo las relaciones *entre normas,* entenderemos la *inconsistencia* interna de una norma n_h considerando como sinónimas o equivalentes las tres expresiones siguientes:

La norma n_h es jurídicamente inconsistente o contradictoria
La norma n_h es necesariamente inválida
El supuesto de que n_h es válida implica que n_h es inválida

Con arreglo a esta tercera definición, la fórmula normativa que expresa la inconsistencia interna de una norma n_h es la siguiente:

$$C_j n_h N n_h$$

cuya expresión aritmética es:

$$N_h^{-1}(-N_h^{-1}) = -N_h^{-2}$$

Análogamente, para la *autoconsistencia* de una norma, consideraremos como sinónimas o equivalentes las tres expresiones siguientes:

La norma n_h es jurídicamente autoconsistente o no-contradictoria·
Es posible que la norma n_h sea válida
El supuesto de que n_h es válida no implica que n_h es inválida

Con arreglo a esta tercera definición, la fórmula normativa que expresa la autoconsistencia de una norma n_h es la siguiente:

$$NC_j n_h N n_h$$

que, como sabemos, es equivalente a la siguiente:

$$G_j n_h n_h$$

que se leerá así:

La norma n_h es jurídicamente compatible con n_h, es decir, consigo misma.

La expresión aritmética de ambas fórmulas equivalentes es:

$$-(N_h^{-1}(-N_h^{-1}))^{-1} = -(-N_h^{-2})^{-1} = N_h^2$$

Tendremos un ejemplo de lo indispensable de la fórmula de autoconsistencia de una norma n_h y de su expresión aritmética, al considerar ciertos casos de deducción, por ejemplo los que expresan la *subalternación* de una fórmula respecto de otra, permitiendo deducir, en el cálculo normativo puro, de una implicación entre dos normas su mutua compatibilidad y de una incompatibilidad entre dos normas su independencia, así como, en el cálculo deóntico general, de una obligación una permisión y de una prohibición una dispensa. Todas estas deducciones tendrán siempre que apoyarse en el supuesto de la autoconsistencia de la norma condicionante, de un modo enteramente análogo a como en nuestro cálculo aritmético de las cualidades o predicados monádicos (véanse SÁNCHEZ-MAZAS, 1968 y SÁNCHEZ-MAZAS, 1969) las subalternaciones y los modos silogísticos en ellas apoyados, mediante la "conversio per accidens", sólo podían deducirse utilizando el axioma de *autocompatibilidad.*

Como hemos dicho —y como comprobaremos más adelante— la expresión adecuada de las relaciones de inconsistencia interna y de autoconsistencia de una norma son indispensables en nuestro cálculo CNP. Para lograr una mayor generalidad y en previsión de otras posibles aplicaciones de nuestro cálculo —incluso en esferas normativas extrajurídicas—, podría ser útil tener en cuenta también y expresar adecuadamente otras dos posibles relaciones internas de una norma consigo misma, las que podríamos llamar de *validez necesaria* (equivalente normativo de la tautología lógica) y de *validez contingente* de una norma.

Sin introducir aún, por ahora, expresamente en nuestro cálculo estas dos relaciones —cuya expresión adecuada exigiría una ampliación de las reglas de formación del CNP, de momento deliberadamente restrictivas—, nos limitaremos aquí a sugerir, como posibles definiciones equivalentes de la primera las siguientes:

La norma n_h es jurídicamente tautológica;
La norma n_h es necesariamente válida.
El supuesto de que n_h es inválida implica que n_h es válida,

cuya fórmula normativa y expresión aritmética común serían:

— Fórmula normativa: $C_jNn_hn_h$
— Expresión aritmética: $(-N_h^{-1})^{-1}N_h = -N_hN_h = -N_h^2$

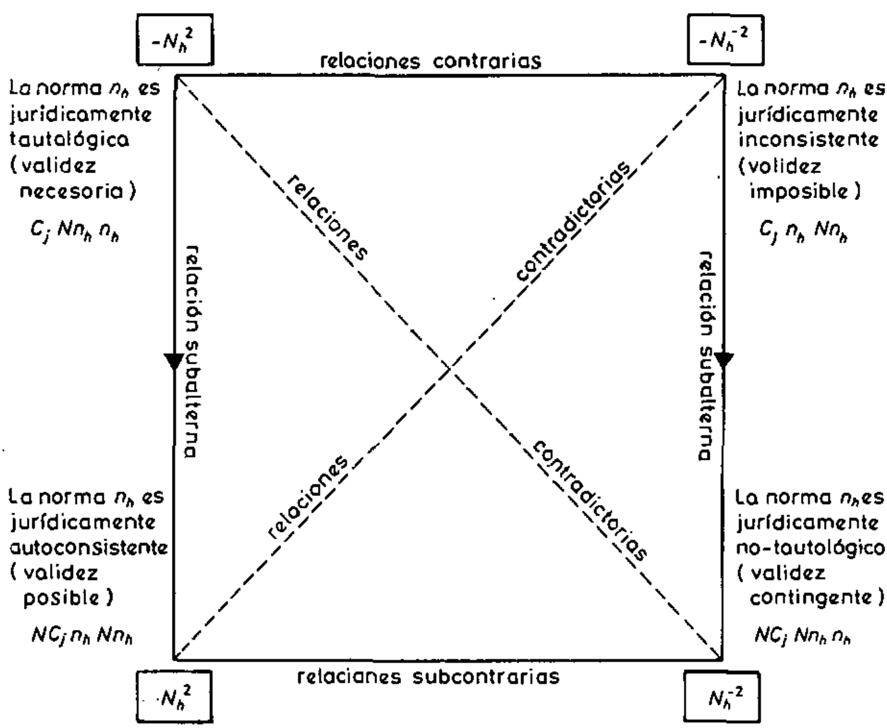
y como posibles definiciones equivalentes de la segunda las siguientes:

La norma n_h no es jurídicamente tautológica:
Es contingente que n_h sea válida y posible que n_h sea inválida
El supuesto de que n_h es inválida no implica que n_h es válida,

cuya fórmula normativa y expresión aritmética común serían:

— Fórmula normativa: $NC_jNn_hn_h$
— Expresión aritmética: $-((-N_h^{-1})^{-1}N_h)^{-1} = -(-N_h^2)^{-1} = N_h^{-2}$

En ese supuesto de ampliación de nuestro cálculo, para dar cabida a estas dos últimas fórmulas con sus respectivas expresiones aritméticas, tendríamos, pues, el siguiente cuadro de relaciones jurídicas internas posibles de una norma consigo misma:



2.9. Aserción, para un universo normativo dado U_N, de una fórmula normativa constante del CNP

Consideremos primeramente el conjunto $\{f_N\}$ —no necesariamente finito— de todas las fórmulas normativas que pueden construirse ajustándose a las reglas de formación del CNP, enumeradas en 2.2.2. Si tomamos ahora, como criterio de clasificación, la eventual utilización o no utilización de la regla de formación rfn-7, podremos distribuir las fórmulas del citado conjunto $\{f_N\}$ en dos subconjuntos disjuntos $\{f_{NV}\}$ y $\{f_{NC}\}$, a saber:

a) El que está compuesto por todas las fórmulas normativas en cuya construcción *no se ha utilizado la regla rfn-7* (y sólo por ellas): llamaremos a estas fórmulas *"fórmulas normativas variables del CNP"* y las designaremos genéricamente mediante el símbolo f_{NV};

b) El que está compuesto por todas las fórmulas normativas en cuya construcción *se ha utilizado la regla rfn-7* (y sólo por ellas): llamaremos a estas fórmulas *"fórmulas normativas constantes del CNP"* y las designaremos genéricamente mediante el símbolo f_{NC}.

Dentro de este segundo subconjunto $\{f_{NC}\}$, aún podemos considerar tres categorías diferentes de *fórmulas normativas constantes:*

b.1.) las *constantes normativas elementales* n_1, n_2, ..., que representan normas determinadas; designaremos una cualquiera de estas constantes mediante el símbolo c_n;

b.2.) las *negaciones* Nn_1, Nn_2, ..., *de constantes normativas elementales;* designaremos una cualquiera de estas negaciones mediante la expresión Nc_n;

b.3.) por último, las *fórmulas normativas moleculares constantes* construidas utilizando alguno de los operadores deónticos C_j, D_j, G_j e I_j, eventualmente el operador lógico de negación N, eventualmente los paréntesis y, como argumentos, dos o más constantes normativas c_n; designaremos una cualquiera de estas fórmulas mediante la expresión $r(c_n)$, recordando que expresan determinadas relaciones normativas (o jurídicas) entre las normas representadas por las constantes normativas que figuran en la fórmula de que se trate.

Consideremos ahora un universo normativo determinado U_N (que lo mismo puede ser un código moral que un código civil o de cualquier otro tipo —y hasta, si queremos, todo el ordenamiento jurídico de un determinado país en un determinado período—) para el cual algunas de las fórmulas normativas constantes del conjunto $\{f_{NC}\}$ tienen sentido y aplicación: estas fórmulas de $\{f_{NC}\}$ que tienen sentido y aplicación en el universo normativo U_N constituirán un subconjunto del conjunto $\{f_{NC}\}$ que designaremos mediante la expresión $\{f_{NC}\}_{U_N}$.

Introduzcamos, por último, en este contexto el símbolo de aserción $\vdash_{U_N}$, referido explícitamente al universo normativo dado U_N y consideremos expresiones de los tipos siguientes:

As.n.1. $\vdash_{U_N} c_n$

As.n.2. $\vdash_{U_N} Nc_n$

As.n.3. $\vdash_{U_N} r(c_n)$

Las precedentes aserciones de fórmulas normativas se entenderán del siguiente modo:

As.n.1. En el universo normativo U_N, la norma representada por la constante normativa c_n es válida

As.n.2. En el universo normativo U_N, la norma representada por la constante normativa c_n es inválida

As.n.3. En el universo normativo U_N, la relación entre normas expresada por la fórmula normativa $r(c_n)$ se verifica

Como ya hemos indicado en 2.3., las *aserciones de fórmulas normativas* para un universo normativo dado U_N tienen el carácter de proposiciones sobre normas y son susceptibles, por lo tanto, de adquirir valores veritativos propiamente dichos, a saber: el de *verdadera* cuando la aserción se conforme enteramente a la realidad o estructura del universo normativo dado U_N (realidad o estructura que, al menos cuando U_N sea un ordenamiento jurídico positivo, hemos de considerar como de carácter estrictamente empírico, o empíricamente verificable) y el de *falsa*, en el caso contrario.

Admitiremos, en general, que si la *aserción de la validez* de la norma representada por una cierta constante c_n en un determinado universo normativo U_N es *verdadera*, entonces la *aserción de la invalidez* de la misma norma en el citado universo es *falsa*, y recíprocamente; y del mismo modo, que si la *aserción de que una cierta relación* $r(c_n)$ *rige* en un universo normativo U_N es *verdadera*, entonces la *aserción de que la relación* $Nr(c_n)$ —negación de la anterior— *rige* en el mismo universo es *falsa*, y recíprocamente.

Emplearemos, en general, el verbo *"afirmar"* como sinónimo de *"efectuar (o realizar) una aserción"* y utilizaremos indistintamente, como sinónimas o equivalentes, las expresiones siguientes:

Aserción de una fórmula normativa f_N para un universo normativo dado U_N

Afirmación de una fórmula normativa f_N para un universo normativo dado U_N

Cuando consideremos los tres cálculos parciales CNP, CFP y CDG que componen nuestro Cálculo deóntico en función de su aplicación práctica al tratamiento automático de las normas y proposiciones jurídicas (o, si se quiere, de la información jurídica, en general), daremos siempre por supuesto que la operación técnica (práctica) correspondiente a la operación lógica (teórica) de *aserción* de una fórmula normativa f_N para un universo normativo dado U_N es el *registro* de la expresión aritmética o número característico F_N de la citada fórmula f_N en una de las *memorias* que, desde la perspectiva de nuestro Cálculo, son necesarias para realizar tal tratamiento automático: la que llamaremos "*memoria de las fórmulas normativas*", en la cual figurarán, traducidas en términos aritméticos, todas las normas válidas en un universo normativo U_N y todas las relaciones entre normas que rigen en el mismo al igual que, en otras memorias análogas, figurarán las *fórmulas fácticas* y las *fórmulas deónticas generales (normativo-fácticas)*, para servir, entre todas, como premisas o puntos de partida para la deducción, a través de operaciones aritméticas efectuadas automáticamente, de las consecuencias lógicas que se impongan, a cualquiera de los niveles considerados.

2.10. Reglas de deducción del CNP

Al nivel del cálculo normativo puro, la *deducción* es la operación lógica que permite pasar de la aserción de una o más fórmulas normativas para un universo normativo dado U_N a la aserción de una nueva fórmula normativa para el mismo universo. La deducción se halla en nuestro cálculo enteramente aritmetizada, de tal suerte que el referido paso se realiza por intermedio de operaciones aritméticas sobre los números característicos de las premisas, cuyo resultado es el número característico o expresión aritmética de la consecuencia que es legítimo extraer de aquéllas.

Al igual que en anteriores cálculos nuestros, las reglas de deducción son de dos tipos: de *eliminación* y de *equivalencia*. Las enunciaremos del modo siguiente:

rdn-1. Regla de la eliminación

Si dos fórmulas normativas constantes f_{NC1} y f_{NC2} con una y una sola constante normativa común han sido afirmadas para un universo normativo dado U_N, y si el producto aritmético de los números característicos respectivos F_{NC1} y F_{NC2} de esas dos fórmulas —de los cuales uno, al menos, ha de ser positivo— da como resultado, después de la eliminación del único factor primo común, un número $F_{NC3} = F_{NC1} F_{NC2}$ que es el número característico de una tercera fórmula normativa f_{NC3}, entonces esta última quedará también afirmada para el universo normativo dado U_N.

Dentro de las condiciones y reservas señaladas —que daremos siempre por supuestas, pero que no traduciremos simbólicamente para no complicar el esquema—, representaremos esquemáticamente la regla de la eliminación rdn-1 mediante el siguiente *esquema de la eliminación*:

$$\left.\begin{array}{l} \vdash_{U_N} f_{NC1} \\ \vdash_{U_N} f_{NC2} \\ \hline \vdash_{U_N} f_{NC3} \end{array}\right\} \quad \text{siempre que sea } F_{NC3} = F_{NC1} F_{NC2}$$

rdn-2. Regla de la equivalencia

Si una fórmula normativa constante f_{NC1} ha sido afirmada para un universo normativo dado U_N, y si el número característico F_{NC1} de esa fórmula es igual al número característico F_{NC2} de otra fórmula f_{NC2}, distinta de f_{NC1}, entonces, en virtud del principio de equivalencia (que establece que $f_{NC1} \approx_n f_{NC2}$ si y sólo si $F_{NC1} = F_{NC2}$), la fórmula f_{NC2}, equivalente a f_{NC1}, quedará también afirmada para el universo normativo dado U_N.

Representaremos esquemáticamente la regla de la equivalencia rdn-2 mediante el siguiente *esquema de la equivalencia*:

$$\left.\begin{array}{l} \vdash_{U_N} f_{NC1} \\ \hline \vdash_{U_N} f_{NC2} \end{array}\right\} \quad \text{siempre que sea } F_{NC2} = F_{NC1}$$

A continuación se presenta un cuadro de deducción de fórmulas normativas de uno o dos argumentos, basado en la regla de la eliminación rdn-1. En virtud de dicha regla, tal cuadro de deducción coincide, de hecho, como puede verse, con una tabla de multiplicación de las expresiones aritméticas o números característicos de las fórmulas normativas que se toman como premisas. En las intersecciones de las filas y las columnas encabezadas por dichas premisas, con sus números característicos, se encontrarán a la vez los productos de éstos y las fórmulas normativas correspondientes a dichos productos, que son las consecuencias lógicas de las repetidas premisas. En aquellos casos en que la intersección de una fila y una columna es un rectángulo en blanco, no hay consecuencia legítima de las premisas que encabezan, respectivamente, la fila y la columna en cuestión, y ello puede constatarse comprobando que, en esos casos, no puede efectuarse ninguna deducción por no cumplirse alguna de las condiciones exigidas para la misma por la regla de la eliminación rdn-1, por una de las razones siguientes:

a) porque los números característicos de las premisas son ambos negativos;

b) porque el producto de los números característicos de las premisas no admite una simplificación consistente en la eliminación del factor primo común a ambos (eliminación que sólo puede producirse si el factor primo común figura con el exponente $+1$ o $+2$ en uno de los dos números característicos y con el exponente -1 en el otro);

c) porque el producto de los números característicos de las premisas no es el número característico de ninguna fórmula normativa bien formada del CNP.

Es evidente que pueden construirse cuadros análogos para premisas y conclusiones de mayor número de argumentos. Pero, una vez ejemplificado el procedimiento, resulta inútil hacerlo, ya que, en el caso de una aplicación precisa a un universo normativo determinado, con su correspondiente sistema de fórmulas normativas constantes afirmadas para el mismo como sistema de premisas, lo más práctico es programar a un ordenador para que desarrolle el proceso deductivo (tomando, eventualmente, como punto de partida del mismo, no sólo la memoria de las fórmulas normativas, sino también las otras dos memorias que hemos apuntado y que describiremos en su lugar), ajustándose a las reglas de deducción.

Observemos, finalmente, que el adjunto cuadro, al tener un carácter general y esquemático, utiliza como premisas y conclusiones fórmulas normativas variables, pero que, en la deducción real, según precisan las reglas, tanto las premisas como las conclusiones son fórmulas normativas constantes.

2.11. Cuadro de deducción de fórmulas normativas por multiplicación aritmética en el CNP	$C_j n_h n_i$ $N_h^{-1} N_i$	$D_j n_h n_i$ y $D_j n_i n_h$ $—N_h^{-1} N_i^{-1}$	$C_j n_i n_h$ $N_i^{-1} N_h$	$I_j n_h n_i$ $—N_h^{-1} N_i$	$G_j n_h n_i$ y $G_j n_i n_h$ $N_h N_i$	$I_j n_i n_h$ $—N_i^{-1} N_h$
n_h N_h	n_i N_i	Nn_i $—N_i^{-1}$				
n_i N_i		Nn_h $—N_h^{-1}$	n_h N_h			
Nn_h $—N_h^{-1}$			Nn_i $—N_i^{-1}$			
Nn_i $—N_i^{-1}$	Nn_h $—N_h^{-1}$					
$NC_j n_h Nn_h$ N_h^2	$G_j n_h n_i$ $N_h N_i$	$I_j n_i n_h$ $—N_i^{-1} N_h$				
$NC_j n_i Nn_i$ N_i^2		$I_j n_h n_i$ $—N_h^{-1} N_i$	$G_j n_i n_h$ $N_i N_h$			

$C_j n_i n_j$ $N_i^{-1} N_j$	$C_j n_h n_j$ $N_h^{-1} N_j$			$I_j n_h n_j$ $—N_h^{-1} N_j$	$G_j n_h n_j$ y $G_j n_j n_h$ $N_h N_j$	
$D_j n_i n_j$ y $D_j n_j n_i$ $—N_i^{-1} N_j^{-1}$	$D_j n_h n_j$ y $D_j n_j n_h$ $—N_h^{-1} N_j^{-1}$				$I_j n_j n_h$ $—N_j^{-1} N_h$	
$C_j n_j n_i$ $N_j^{-1} N_i$		$D_j n_h n_j$ y $D_j n_j n_h$ $—N_h^{-1} N_j^{-1}$	$C_j n_j n_h$ $N_j^{-1} N_h$			$I_j n_j n_h$ $—N_j^{-1} N_h$
$I_j n_i n_j$ $—N_i^{-1} N_j$	$I_j n_h n_j$ $—N_h^{-1} N_j$					
$G_j n_i n_j$ y $G_j n_j n_i$ $N_i N_j$		$I_j n_h n_j$ $—N_h^{-1} N_j$	$G_j n_h n_j$ y $G_j n_j n_h$ $N_h N_j$			
$I_j n_j n_i$ $—N_j^{-1} N_i$			$I_j n_j n_h$ $—N_j^{-1} N_h$			

2.12. Ejemplos de esquemas de deducción del CNP, con su justificación aritmética y su interpretación jurídica correspondiente

Los cuatro primeros ejemplos que siguen están representados implícitamente, en forma abreviada, en el cuadro de deducción anterior, pero no así los seis últimos, que se aplican a premisas de 3 y más argumentos.

2.12.1. Primer ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_N} C_f n_1 n_2$	$N_1^{-1} N_2$
$\vdash_{U_N} C_f n_2 n_3$	$N_2^{-1} N_3$
$\vdash_{U_N} C_f n_1 n_3$	$N_1^{-1} N_3 = (N_1^{-1} N_2)(N_2^{-1} N_3)$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez de la norma n_1 implica jurídicamente la validez de la norma n_2;

En el universo normativo U_N la validez de la norma n_2 implica jurídicamente la validez de la norma n_3;

LUEGO: En el universo normativo U_N la validez de la norma n_1 implica jurídicamente la validez de la norma n_3.

2.12.2. Segundo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_N} C_f n_1 n_2$	$N_1^{-1} N_2$
$\vdash_{U_N} D_f n_2 n_3$	$-N_2^{-1} N_3^{-1}$
$\vdash_{U_N} D_f n_1 n_3$	$-N_1^{-1} N_3^{-1} = (N_1^{-1} N_2)(-N_2^{-1} N_3^{-1})$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez de la norma n_1 implica jurídicamente la validez de la norma n_2;

En el universo normativo U_N la norma n_2 es jurídicamente incompatible con la norma n_3;

LUEGO: En el universo normativo U_N la norma n_1 es jurídicamente incompatible con la norma n_3.

2.12.3. Tercer ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_N} G_f n_1 n_2$	$N_1 N_2$
$\vdash_{U_N} C_f n_2 n_3$	$N_2^{-1} N_3$
$\vdash_{U_N} G_f n_1 n_3$	$N_1 N_3 = (N_1 N_2)(N_2^{-1} N_3)$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la norma n_1 es jurídicamente compatible con la norma n_2;
En el universo normativo U_N la validez de la norma n_2 implica jurídicamente la validez de la norma n_3;

LUEGO: En el universo normativo U_N la norma n_1 es jurídicamente compatible con la norma n_3.

2.12.4. Cuarto ejemplo: *Justificación aritmética:*

$\vdash_{U_N} C_j n_1 n_2$	$N_1^{-1} N_2$
$\vdash_{U_N} NC_j n_1 N n_1$	N_1^2
$\vdash_{U_N} C_j n_1 n_2$	$N_1 N_2 = (N_1^{-1} N_2)(N_1^2)$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez de la norma n_1 implica jurídicamente la validez de la norma n_2;
En el universo normativo U_N la norma n_1 es autoconsistente;

LUEGO: En el universo normativo U_N la norma n_1 es jurídicamente compatible con la norma n_2.

2.12.5. Quinto ejemplo: *Justificación aritmética:*

$\vdash_{U_N} C_j(n_1, n_2) n_3$	$N_1^{-1} N_2^{-1} N_3$
$\vdash_{U_N} n_1$	N_1
$\vdash_{U_N} C_j n_2 n_3$	$N_2^{-1} N_3 = (N_1^{-1} N_2^{-1} N_3) N_1$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_2 implica jurídicamente la validez de la norma n_3;
En el universo normativo U_N la norma n_1 es válida;

LUEGO: En el universo normativo U_N la validez de la norma n_2 implica jurídicamente la validez de la norma n_3.

2.12.6. Sexto ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_N} C_j(n_1, n_2)n_3$	$N_1^{-1}N_2^{-1}N_3$
$\vdash_{U_N} Nn_3$	$-N_3^{-1}$
$\vdash_{U_N} D_j n_1 n_2$	$-N_1^{-1}N_2^{-1} = (N_1^{-1}N_2^{-1}N_3)\,(-N_3^{-1})$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_2 implica jurídicamente la validez de la norma n_3;

En el universo normativo U_N la norma n_3 es inválida;

LUEGO: En el universo normativo U_N las normas n_1 y n_2 son jurídicamente incompatibles (o, si se prefiere, la validez de la norma n_1 implica jurídicamente la invalidez de la norma n_2 y recíprocamente).

2.12.7. Séptimo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_N} C_j(n_1, n_2)n_3$	$N_1^{-1}N_2^{-1}N_3$
$\vdash_{U_N} C_j(n_3, n_4)n_5$	$N_3^{-1}N_4^{-1}N_5$
$\vdash_{U_N} C_j(n_1, n_2, n_4)n_5$	$N_1^{-1}N_2^{-1}N_4^{-1}N_5 =$ $= (N_1^{-1}N_2^{-1}N_3)\,(N_3^{-1}N_4^{-1}N_5)$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_2 implica jurídicamente la validez de la norma n_3;

En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_3 y n_4 implica jurídicamente la validez de la norma n_5;

LUEGO: En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1, n_2 y n_4 implica jurídicamente la validez de la norma n_5.

2.12.8. Octavo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_N} C_j(n_1, n_2)n_3$	$N_1^{-1}N_2^{-1}N_3$
$\vdash_{U_N} D_j n_3 n_4$	$-N_3^{-1}N_4^{-1}$
$\vdash_{U_N} D_j(n_1, n_2)n_4$	$-(N_1N_2N_4)^{-1} =$ $= (N_1^{-1}N_2^{-1}N_3)\,(-N_3^{-1}N_4^{-1})$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_2 implica jurídicamente la validez de la norma n_3;

En el universo normativo U_N las normas n_3 y n_4 son jurídicamente incompatibles;

LUEGO: En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_2 implica jurídicamente la invalidez de la norma n_4. O, si se prefiere: las 3 normas n_1, n_2 y n_4 son jurídicamente incompatibles.

2.12.9. Noveno ejemplo: *Justificación aritmética:*

$\vdash_{U_N} D_j(n_1, n_2)n_3$	$-(N_1N_2N_3)^{-1}$
$\vdash_{U_N} C_jn_4n_1$	$N_4^{-1}N_1$
$\vdash_{U_N} D_j(n_4, n_2)n_3$	$-(N_4N_2N_3)^{-1} = -(N_1N_2N_3)^{-1} (N_4^{-1}N_1)$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_2 implica jurídicamente la invalidez de la norma n_3;

En el universo normativo U_N la validez de la norma n_4 implica jurídicamente la validez de la norma n_1;

LUEGO: En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_4 y n_2 implica jurídicamente la invalidez de la norma n_3.

2.12.10. Décimo ejemplo: *Justificación aritmética:*

$\vdash_{U_N} D_j(n_1, n_2)n_3$	$(N_1N_2)^{-1} (-N_3^{-1})$
$\vdash_{U_N} D_j(n_1, n_3)n_2$	$(N_1N_3)^{-1} (-N_2^{-1}) = (N_1N_2)^{-1} (-N_3^{-1})$

Interpretación jurídica:

En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_2 implica jurídicamente la invalidez de la norma n_3;

LUEGO: En el universo normativo U_N la validez conjunta de las normas n_1 y n_3 implica jurídicamente la invalidez de la norma n_2.

En los nueve primeros ejemplos se ha utilizado la regla de la eliminación rdn-1, mientras que en este último (décimo ejemplo) se ha utilizado la regla de la equivalencia rdn-2.

2.13. Observaciones finales

2.13.1. Sobre el sentido de la relación entre el sistema formal, la interpretación jurídica y el modelo aritmético en el CNP

Como hemos indicado en 2.1., el Cálculo normativo puro se construye como un sistema formal, cuyos objetos no tienen por sí mismos un significado único y determinado (ni un significado que deba preferirse a otro). Un sistema de este tipo se llama *abstracto* y su interés reside en que puede admitir tantos *modelos (representaciones)* e *interpretaciones* cuantos sistemas diversos de objetos [199] cumplan las condiciones y satisfagan a las relaciones del sistema formal. Este sentido queda precisado por las siguientes observaciones del gran matemático y lógico Kleene: "Cuando los objetos del sistema son conocidos exclusivamente a través de las relaciones del sistema, entonces el sistema es *abstracto*. Lo que se establece en este caso es la estructura del sistema, y lo que los objetos sean, en cualquier otro aspecto que no sea el de cómo encajan en dicha estructura, se deja enteramente sin especificar".[200]

Ahora bien, en estas condiciones "cualquier especificación ulterior de lo que los objetos son da lugar a una *representación* (o *modelo*) del sistema abstracto, esto es, a un sistema de objetos que satisfacen a las relaciones del sistema abstracto y poseen, además, alguna otra característica, estatuto o condición".[201]

Al decir, pues, que el sistema formal abstracto del CNP —que, como tal, se agota en un sistema de relaciones puramente formales entre objetos cualesquiera— admite un *modelo aritmético*, lo que queremos significar es que existe un sistema de números o sistema aritmético que satisface a todas las relaciones del sistema abstracto. Ahora bien, a su vez, dicho sistema abstracto se ha construido con una intención: la de que pueda ser *interpretado* en diversos *universos normativos* (o universos de normas) y muy particularmente en *universos jurídicos*. Y es, en la práctica, como muy bien reconoce el propio Kleene "la interpretación la que motiva... la elección del sistema formal particular que (el meta-matemático, o el meta-jurista —agregamos nosotros—) introduce mediante sus definiciones. Ella (la interpretación) le guía en la elección de los problemas relativos al sistema que investiga. Ella (la interpretación) puede incluso proporcionarle claves esenciales para lograr la solución de dichos problemas. Es sólo a la hora de la enunciación final y de la demostración de sus re-

199. Estos últimos objetos no necesitan ser, en principio, más concretos que los primeros, como justamente observa KLEENE, Stephen Cole, 1952, p. 25.
200. KLEENE, Stephen Cole, 1952, p. 25.
201. KLEENE, Stephen Cole, 1952, p. 25.

sultados cuando (en tanto que meta-matemático; o meta-jurista —agregamos nosotros—) tiene prohibido todo recurso a la interpretación".[202]

Ahora bien, ¿en qué consiste propiamente una *interpretación* de un sistema formal como el Cálculo normativo puro y los dos cálculos que le siguen? "Los significados que se consideran ligados a los símbolos, fórmulas, etc. de un sistema formal determinado, cuando se considera el sistema como una formalización de una teoría informal,[203] es lo que llamamos la *interpretación (considerada)* del sistema (o de sus símbolos, fórmulas, etc.). En otras palabras, las interpretaciones de los símbolos, fórmulas, etc., son los objetos, proposiciones, etc. de la teoría informal coordinados con aquéllos con arreglo al método gracias al cual el sistema constituye un modelo de la teoría informal".[204] Ahora bien, gracias a la posibilidad de formalizar, mediante nuestro Cálculo normativo puro —y lo mismo se diga, *mutatis mutandis,* para los otros dos cálculos que le siguen, en sus respectivos planos— las relaciones que configuran *cualquier* teoría o sistema informal previo de un universo normativo (o jurídico) dado, y gracias a la existencia de un modelo aritmético del sistema formal, es posible traducir las relaciones y deducciones jurídicas en expresiones y operaciones aritméticas e incluso probar la consistencia interna de un sistema jurídico, ya que, según observa también Kleene, uno de los "métodos utilizados en las pruebas de consistencia de las teorías axiomáticas... consiste en proporcionar un 'modelo'. Un *modelo* para una teoría axiomática es simplemente un sistema de objetos, extraídos de alguna otra teoría y que satisfacen a los axiomas. Esto es, a cada objeto o noción primitiva de la teoría axiomática se le coordina un objeto o noción de la otra teoría, de tal modo que los axiomas se convierten en (o corresponden a) teoremas de la otra teoría. Si esa otra teoría es consistente, entonces la teoría axiomática debe serlo".[205] En nuestro caso, una vez establecida la correspondencia entre *objetos de la teoría formal* (representados por letras minúsculas y destinados a ser interpretados como *normas* jurídicas, etc.) y *objetos del modelo aritmético* (*números* representados por las letras mayúsculas correspondientes), el *principio de equivalencia* convierte —como dice Kleene— todas las *igualdades* aritméticas (derivadas de cualesquiera simplificaciones autorizadas en esta ciencia y que son ejemplificaciones de otros tantos *teoremas aritméticos*) en *equivalencias* válidas en la esfera normativa (que tienen, a su vez, el papel de *axiomas* o *teoremas* de la teoría normativa) y lo mismo se diga, *mutatis mutandis,* para los otros dos cálculos que siguen: el CFP y el CDG.

202. KLEENE, Stephen Cole, 1952, p. 64.

203. Aquí la teoría informal sería un sistema jurídico positivo previo, una teoría ética determinada, etc.

204. KLEENE, Stephen Cole, 1952, p. 64.

205. KLEENE, Stephen Cole, 1952, pp. 53-54.

2.13.2. Sobre el sentido de universo normativo

Cualquier sistema normativo —como cualquier otro sistema real, como el lenguaje mismo— puede considerarse —es bien sabido —según una doble perspectiva: *estática* y *dinámica* o, para emplear la terminología de Saussure, *sincrónica* y *diacrónica*.

Refiriéndose a la ciencia del Derecho, en tanto que ciencia normativa, dice Kelsen que esta ciencia "estudia el Derecho bajo su doble aspecto estático y dinámico, porque aquél puede considerarse tanto en estado de reposo, en forma de sistema establecido, como en su movimiento, en la serie de actos por los que es creado y luego aplicado".[206] Y añade más adelante: "Desde el punto de vista estático, el Derecho aparece como un orden social, como un sistema de normas que regula la conducta recíproca de los hombres".[207] Es según esta perspectiva estática o sincrónica de *sistema de normas* como entendemos aquí el *universo normativo*, pero con una doble reserva: en primer lugar, el sistema de normas no necesita ser *consistente*, es decir que en él pueden darse (como de hecho ocurre en la realidad) contradicciones entre normas; en segundo lugar, el sistema de normas no necesita ser *cerrado* y *completo*: en cualquier momento, nuevas normas pueden ser incorporadas al mismo e igualmente normas que pertenecían al sistema pueden ser retiradas (por ejemplo, las que sean *derogadas*, etc.). Basta con que los números característicos correspondientes a unas y a otras sean, respectivamente incorporados (registrados) en la memoria adecuada o retirados (borrados) de la misma.

2.13.3. Sobre la urgencia de un análisis lógico y de un tratamiento automático de las normas y disposiciones, para una racionalización del sistema normativo, especialmente en el contexto jurídico español actual

Todos los días nos llegan ecos del clamor que surge de multitud de círculos y ambientes jurídicos —sobre todo españoles— reclamando una racionalización de lo que hemos llamado "selva jurídica contemporánea". Ya hemos visto el sentido en que, por ejemplo, Luis García San Miguel cree indispensable la Lógica jurídica para "eliminar muchas de las confusiones en que hasta ahora nos hemos embrollado los juristas".[208] Pero

206. Kelsen, Hans, 1953, p. 33.
207. Kelsen, Hans, 1953, p. 33.
208. García San Miguel, Luis, 1969, p. 21. Puede comprobarse diariamente cómo la expresión "selva jurídica contemporánea" que acabamos de utilizar para referirnos, muy especialmente, al panorama de nuestra Patria en el aspecto conside-

hay otro sentido y finalidad importante de la aplicación del instrumento lógico-matemático a la esfera jurídica y es el análisis y tratamiento automático de todo un *ordenamiento jurídico* para resolver los casos de *contradicción, redundancia* y *ambigüedad* y detectar las *refundiciones, derogaciones, ampliaciones* y *simplificaciones* que se imponen para que el sistema pueda llegar a ser *consistente, completo* y *no redundante*, en una palabra, racional. Es ésta una aspiración de los propios hombres de leyes (aunque los beneficiarios de esa operación racionalizadora serían, en definitiva, todos los ciudadanos) que leemos casi todos los días en publicaciones españolas. Para no citar más que un ejemplo, léanse las repetidas observaciones en este sentido del gran comentarista jurídico de *La Vanguardia* de Barcelona, Joaquín Hospital Rodes, quien, en su magnífica sección "En torno a las leyes" de ese periódico, viene constatando un día tras otro esa imperiosa necesidad. Como artículos recientes de Hospital Rodes sobre la materia, citaremos "¡Ochenta mil disposiciones!" del 1 de octubre de 1971 [209] donde insiste en la "proliferación de disposiciones legislativas sencillamente teóricas", en la "necesidad de refundir las dispersas modificaciones y reformas sobre un mismo texto", en que "vivimos bajo textos refundidos por las reformas, aunque de escasa duración, porque después de la refundición sobreviene la reforma de la reforma", en que "hay otros ordenamientos de reciente promulgación, que aún se hallan en fabulosa proliferación", en que "si Dios nos da vida para verlo, *algún día lejano los técnicos procederán, creo, a su refundición*", etc., etc., etc., así como otro artículo del 13 de octubre de 1971,

---

rado no es en absoluto una exageración o deformación del mismo. Casi podríamos decir que se trata de un eufemismo. Entre los innumerables comentarios que en la prensa española de hoy se dedican a la consideración y denuncia de ese *caos*, vamos a elegir uno de los más recientes, el artículo publicado por Josep Meliá en el diario *ABC* del 22 de diciembre de 1972, con el título —precisamente— de "La selva legal", y a extractar las siguientes frases: "España bate todos los records de densidad legislativa... El Aranzadi da un total de 19.362 disposiciones vigentes en 1951, otras 14.617 que sobreviven del período 1951-1966, 2.407 disposiciones generales en 1969, 2.202 en 1970, 2.373 en 1971, más de 2.000 este año, a finales de octubre... Es apabullante el número de disposiciones total o parcialmente *incumplidas*. Se dice que el desuso y la práctica en contrario no derogan las leyes. Pero cualquier buceo por los repertorios legales basta para poner en solfa esta pretenciosa afirmación del Código Civil. El lío es tan *caótico* que *ni siquiera la Administración puede cumplir sus propias obligaciones*. Existe el deber, por ejemplo, de señalar las disposiciones que se refunden o derogan tras la aprobación de una nueva ley. En muchos casos, *el laberinto es tan descomunal* que nadie se atreve a cumplir lo que está mandado... Un jurista lo pasa muy mal con esta liturgia de la confusión. La lógica cartesiana queda sustituida por el espíritu de aventura... El resultado de todo este proceso es *el escaso respeto que merece la ley*... Con nuestra *selva legislativa* ocurre igual que con los territorios regados por el Amazonas... etc., etc., etc.". ¡Sin comentarios!

209. HOSPITAL RODES, Joaquín, "¡Ochenta mil disposiciones!", *La Vanguardia* (Barcelona), 1-10-1971.

"El rapapolvo del Supremo",[210] en que, refiriéndose a un tema único y preciso (el Seguro Obligatorio de vehículos), nos describe con cruel sarcasmo la maraña de "confusiones y contradicciones" jurídicas que lo rodean y que han venido "complicándose progresivamente" hasta que, al menos en un punto, una "sentencia del Tribunal Supremo del 11 de junio último acabó con tanta *confusión, contradicción e inseguridad jurídica*". El Supremo tuvo que constatar que la aceptación de determinada limitación "equivaldría a la derogación parcial de una norma superior, cosa que prohíbe todo nuestro ordenamiento jurídico". Pero, ¿no es evidente que para llegar con rapidez y seguridad a constataciones de ese tipo, y para la gigantesca tarea de *prevenir*, mejor que *curar*, tales contradicciones y confusiones, mediante una *racionalización global del sistema*, el Supremo y otros órganos jurídicos podrían encontrar, en un futuro próximo, un excelente auxiliar en el tipo de instrumento lógico-matemático de análisis y deducción automática que le proponemos, convenientemente adaptado, interpretado y aplicado por los hombres del oficio, los juristas?

2.13.4. Sobre la idea de validez de una norma

Con arreglo a la perspectiva puramente formal y lógico-matemática adoptada en este trabajo, cuya ventaja principal es que nuestros resultados son independientes y neutrales respecto de las distintas posiciones filosóficas posibles ante la teoría del Derecho, la sociología jurídica, etc., no nos corresponde discutir ni analizar el contenido de la idea de *validez de una norma*, sino sólo constatar que '*válida*' es uno de los valores que puede poseer o adquirir una norma, del mismo modo que '*verdadera*' es uno de los valores que puede poseer o adquirir una proposición o una variable proposicional de la Lógica ordinaria. "La validez de una norma positiva —señala Kelsen[211]— no es otra cosa que el modo particular de su existencia. Una norma existe cuando es válida, pero se trata de una existencia especial, diferente de la de los hechos naturales, aunque se halle en estrecha relación con tales hechos. Para que una norma positiva exista, es preciso que haya sido creada por un acto, a saber, por un hecho natural que se desarrolla en el espacio y en el tiempo. Además, una norma regla la conducta de individuos; se aplica, pues, a hechos que se desarrollan también en el espacio y en el tiempo".

La *validez de una norma* puede, naturalmente, también en nuestro cálculo, ser referida con precisión a cierto *dominio* (espacial o geográfico, temporal, personal, material, etc.) y entonces una relación entre normas como la expresada por la fórmula $C_j n_k n_l$ podría interpretarse del modo

210. HOSPITAL RODES, Joaquín, "El rapapolvo del Supremo", *La Vanguardia* (Barcelona), 13-10-1971.
211. KELSEN, Hans, 1953, pp. 33-34.

siguiente: "La validez de la norma n_h en cierto dominio *d* implica jurídicamente la validez de la norma n_i en el mismo dominio (o incluso en otro dominio distinto *d'*)".

Sobre la idea de dominio de validez de una norma jurídica, en Kelsen, en las distintas vertientes evocadas, hay un interesante trabajo de Charles Eisenmann, publicado en 1964 en un volumen de homenaje a Kelsen.[212]

El concepto de validez de una norma tiene en el jurista mejicano Eduardo García Máynez un sentido restrictivo que ha sido con frecuencia criticado. García Máynez constata que "comúnmente se dice que una ley es válida cuando ha sido debidamente promulgada, y que su validez subsiste mientras no sobreviene una causa de derogación".[213] Pero, por su parte, afirma: "Las normas de Derecho contradictorias no pueden ser válidas ambas".[214] Esta posición es criticada por nuestro compatriota Juan-Ramón Capella que señala: "De esto se sigue que, según García Máynez, dos normas contradictorias es un hecho que no puede darse en el mundo. Este autor se negaría a reconocer *como normas* las citadas más arriba al hablar de 'contradicción' en Lógica deóntica. Sin embargo, las normas contradictorias pueden darse fácticamente, si bien constituyendo una irracionalidad. El manejo lógico de García Máynez excluye de su campo de visión parcelas de realidad, simplemente con negarlas en nombre de apriorísticos principios".[215]

Como se verá, en nuestro trabajo admitimos la posibilidad de la incompatibilidad entre dos normas bajo dos formas, perfectamente distinguidas mediante dos operadores distintos y dos expresiones aritméticas distintas: *la incompatibilidad normativa o jurídica entre dos (o más) normás* (incompatibilidad que podríamos llamar *a priori*) y la *incompatibilidad fáctica entre dos (o más) normas,* en unas condiciones fácticas dadas, o, si se quiere, en un universo fáctico dado (incompatibilidad que podríamos llamar *a posteriori*).[216]

También es posible expresar en nuestro cálculo las nociones de *validez necesaria* y *validez contingente* de una norma (cualquiera que sea la interpretación jurídica precisa que se dé a estas nociones), ya consideradas por Jean Ray,[217] así como las de *auto-consistencia* (validez posible) a que alude Capella [218] e *inconsistencia* (validez imposible) de una norma.[219]

212. EISENMANN, Charles, 1964.
213. GARCÍA MÁYNEZ, Eduardo, "El problema filosófico-jurídico de la validez del Derecho", *Revista General de Derecho y Jurisprudencia,* Méjico, 1934. (Cita tomada de CAPELLA, Juan-Ramón, 1968, p. 74.)
214. GARCÍA MÁYNEZ, Eduardo, 1951, p. 27.
215. CAPELLA, Juan-Ramón, 1968, p. 74.
216. Los operadores son, respectivamente, D_f (véase 2.2.) y D_{fn} (véase 4.2.).
217. Véase 1.3., y, sobre todo, la nota 78.
218. CAPELLA, Juan-Ramón, 1968, p. 57.
219. Véase 2.8.

3. CÁLCULO FÁCTICO PURO

3.1. Observaciones preliminares

Al igual que el cálculo normativo puro, el cálculo fáctico puro que presentamos a continuación —y que designaremos, en lo sucesivo, mediante la abreviatura CFP— ha sido construido como un sistema formal que admite un modelo aritmético. Por consiguiente, no se halla vinculado, en principio, a una interpretación única y determinada, sino que es susceptible de diversas interpretaciones o, si se quiere, de aplicación a diversos tipos de universos fácticos. Las *acciones* que constituyen las piezas fundamentales con que opera este cálculo serán, en cada una de las interpretaciones posibles del mismo, acciones susceptibles de ser regladas (ordenadas, prohibidas, permitidas, etc.) por normas jurídicas o por normas éticas o por normas técnicas, o también movimientos, jugadas, susceptibles de ser regladas por las reglas de un juego, etc.

Al escoger, para una aplicación concreta del cálculo fáctico puro, una interpretación determinada, entre las muchas posibles, la especificación del tipo de *acciones* a las que el cálculo se va a aplicar en ese caso, en virtud de la mencionada interpretación, llevará siempre implícita la especificación del tipo de *agente* o sujeto de las acciones que en la repetida interpretación se va a considerar: dicho *agente* podrá ser, según la interpretación escogida, el ciudadano de un Estado determinado, el practicante de una confesión determinada, el usuario de un servicio determinado, de una técnica determinada, el jugador de un juego determinado, etc.

Ahora bien, si la interpretación del cálculo fáctico puro, considerado aisladamente, es, en principio, libre y no afecta en nada a la consistencia del sistema formal y de su modelo aritmético, hay que señalar, sin embargo, al mismo tiempo, que la interpretación de las *fórmulas fácticas* construidas y utilizadas en este cálculo queda automáticamente fijada en cuanto se relacionen con *fórmulas normativas* o con *fórmulas deónticas generales* (normativo-fácticas) *a las que ya se ha dado una interpretación determinada*. En este caso, se seguirá, como decimos, para las fórmulas fácticas una interpretación precisa. Expresaremos este hecho, en general, diciendo que una determinada interpretación de las *normas* y de las fórmulas que a éstas se refieren exige una interpretación *asociada* de las *acciones* y de las fórmulas que a éstas se refieren, cuando los distintos tipos de fórmulas se utilizan conjuntamente en el *cálculo deóntico general.* Así, por ejemplo, cuando las normas se interpreten como reglas de un juego, las acciones habrán de interpretarse necesariamente como movimientos o jugadas que tienen sentido para ese juego, y que serían, en principio, posibles en el contexto material y formal del mismo, ya sea que resulten obligadas, prohibidas, permitidas, etc. en determinadas circunstancias, en virtud de las reglas mencionadas.

Adelantemos, por último, para esclarecer aún más el sentido de la advertencia precedente, que las fórmulas fácticas (al igual que las fórmulas normativas) tienen una doble aplicación: la primera en un contexto en que sólo se relacionan acciones —y es el cálculo fáctico puro— (y lo mismo se diga de las fórmulas normativas, que tienen una primera aplicación en un contexto en que sólo se relacionan normas —y es el cálculo normativo puro—); la segunda en un contexto en que se relacionan normas y acciones —y es el cálculo deóntico general (normativo-fáctico)—. Es precisamente en este contexto mixto del cálculo deóntico general, que utiliza simultáneamente y combina en sus deducciones fórmulas normativas recogidas del CNP, fórmulas fácticas recogidas del CFP y, por último, fórmulas mixtas específicas del CDG, donde una interpretación determinada de las *normas* implica automáticamente una interpretación asociada de las *acciones.* Señalemos también la posibilidad de interpretar las piezas fácticas de nuestro Cálculo no ya en el sentido estricto de *acciones* (dependientes de la voluntad de un agente), sino en el sentido más amplio de *hechos* (tanto voluntarios como independientes de la voluntad del agente —por ejemplo, haber nacido en España— o fruto de actos voluntarios precedentes —por ejemplo, estar casado—). Unos y otros podrían figurar como condicionantes o condicionados en las normas. Adoptamos explícitamente esta perspectiva o interpretación más general en nuestro trabajo, SÁNCHEZ-MAZAS, 1972*a*.

3.2. Reglas de formación de las fórmulas fácticas del CFP

3.2.1. Alfabeto de los signos utilizados para construir las fórmulas fácticas del CFP

Alfabeto $A_F = \{ N, C_f, D_f, G_f, I_f; \ (\, , \,); \ a_1, a_2, \ldots; \ a_h, a_i, \ldots; \ a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots \}$

N es el nombre del operador lógico universal de negación (único en nuestros cálculos);

C_f es el nombre del operador de implicación fáctica entre acciones, único operador fáctico primitivo o no definido del CFP;

D_f es el nombre del operador de incompatibilidad fáctica entre acciones, operador fáctico que será definido a partir de N y C_f;

G_f es el nombre del operador de compatibilidad fáctica entre acciones, operador fáctico que será definido a partir de N y C_f;

I_f es el nombre del operador de independencia fáctica entre acciones, operador fáctico que será definido a partir de N y C_f;

(,) son los paréntesis;

a_1, a_2, ... (con subíndices numéricos) son constantes fácticas (designan formulaciones de acciones concretas —o *hechos*, de acuerdo con la observación anterior— en un universo fáctico determinado);

a_h, a_i, ...; a_{h_1}, a_{h_2}, ... (con subíndices literales, seguidos o no de ulteriores subíndices, literales o numéricos) son variables fácticas.

3.2.2. Reglas de formación

rff-1. Una variable fáctica es una fórmula fáctica elemental del CFP;

rff-2. Si a_i es una variable fáctica cualquiera, entonces Na_i es una fórmula fáctica elemental del CFP;

rff-3. Si a_h y a_i son dos variables fácticas cualesquiera, entonces $C_f a_h a_i$ y $C_f a_h N a_i$ son fórmulas fácticas condicionales diádicas del CFP;

rff-4. Si f_{fcd} es una fórmula fáctica condicional diádica del CFP, entonces Nf_{fcd} es una fórmula fáctica no-condicional diádica del CFP;

rff-5. Si a_{h_1}, a_{h_2}, ..., $a_{h_{k-1}}$ y a_i son variables fácticas, siendo $k > 2$, entonces $C_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i$ y $C_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})Na_i$ son fórmulas fácticas condicionales k-ádicas del CFP;

rff-6. Si f_1 es una fórmula fáctica cualquiera del CFP y f_2 es una de las simplificaciones o abreviaturas admitidas de f_1, en virtud de las siguientes definiciones de los operadores fácticos derivados D_f (diádico o k-ádico, para $k > 2$), G_f (diádico) e I_f (diádico), en función de los operadores N y C_f (diádico o k-ádico, para $k > 2$), entonces f_2 es una fórmula fáctica del CFP;
Definiciones:

def$_f$-1. $D_f a_h a_i =_{\text{def}} C_f a_h N a_i$
def$_f$-2. $G_f a_h a_i =_{\text{def}} NC_f a_h N a_i$
def$_f$-3. $I_f a_i a_h =_{\text{def}} NC_f a_h a_i$
def$_f$-4. $D_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i =_{\text{def}} C_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})Na_i$

rff-7. Si f_1 es una fórmula fáctica cualquiera del CFP, y f_2 es el resultado de sustituir en f_1 cada variable fáctica por una constante fáctica, entonces f_2 es una fórmula fáctica del CFP;

rff-8. Todas las fórmulas fácticas bien formadas del CFP son las que pueden construirse utilizando las reglas de formación precedentes rff-1 a rff-7.

3.3. Valores de ejecución y valores de verdad en el CFP

Desde el punto de vista o perspectiva característica del cálculo fáctico puro, se admitirán dos supuestos básicos, en lo que atañe a los *valores* que son susceptibles de adquirir los distintos tipos de expresiones que pueden ser objeto de consideración o tratamiento en el mismo:

s.1. Cualquier *acción*, arbitrariamente dada, elegida o formulada —o, si se quiere, cualquier expresión que tenga la forma característica de la formulación de una acción, así como cualquier símbolo que represente una acción (constantes fácticas y variables fácticas)— es susceptible, en principio, de tomar, en un universo fáctico dado, uno de estos dos *valores de ejecución:*

— *ejecutada,* EJ;
— *omitida,* OM.

s.2. Sin embargo, cualquier *aserción (meta-fáctica)* ya de la ejecución u omisión de cualquier acción, en un universo fáctico dado U_F —universo definido y delimitado por ciertas fronteras espaciales (o geográficas), temporales (o históricas), físicas, biológicas o socioeconómicas que pueden restringirse hasta abarcar sólo la conducta de un único individuo o agente de acciones en un instante dado—, ya de cualquier relación de dependencia, independencia, compatibilidad o incompatibilidad fácticas en un universo fáctico dado U_F, será considerada como una *proposición,* en el sentido lógico más estricto de la palabra, y será susceptible, pues, de tomar uno de los dos *valores de verdad* del cálculo proposicional binario:

— *verdadero,* V;
— *falsa,* F.

Las *aserciones* de ejecución, omisión, dependencia, independencia, compatibilidad o incompatibilidad fácticas tendrán, pues, el estatuto de *proposiciones sobre acciones* (expresiones meta-fácticas), frente a las *formulaciones de acciones* (expresiones fácticas de primer orden).

3.4. Expresión aritmética de las fórmulas fácticas del CFP

3.4.0. Advertencia preliminar

La expresión aritmética completa de toda fórmula fáctica tendrá siempre dos partes, a saber: 1. *la expresión aritmética principal* y 2. *el factor fáctico constante* y común a todas ellas. Este factor fáctico constante se representará simbólicamente por $\ddot{F}$ y se convendrá en que es una potencia indeterminada (> 1) del número 7. La expresión aritmética completa E_{ac} de cualquier fórmula fáctica se obtendrá siempre multiplicando la expresión aritmética principal de aquélla E_{ap} por el mencionado factor fáctico constante $\ddot{F}$. Escribiremos, pues:

$$E_{ac} = E_{ap}\ddot{F}$$

Una vez hecha esta advertencia de carácter general, estableceremos en lo que sigue, para mayor simplicidad, las expresiones aritméticas principales de los distintos tipos de fórmulas fácticas, pero no debe olvidarse, a la hora de operar, que en las expresiones aritméticas completas está siempre presente el factor $\ddot{F}$. Dicho factor $\ddot{F}$ obedece a una ley de idempotencia, en el sentido de que cualquier potencia de $\ddot{F}$ es siempre igual a $\ddot{F}$, es decir: $\ddot{F} \times \ddot{F} \times \ldots \times \ddot{F} = \ddot{F}$.

3.4.1. Correspondencia básica entre fórmulas fácticas del CFP y sus expresiones aritméticas principales o números característicos principales

	Fórmulas fácticas del CFP	*Expresiones aritméticas principales*
3.4.1.1.	a_h, a_i, a_j, ... (variables fácticas)	A_h, A_i, A_j, ... (variables numéricas que toman sus valores en el conjunto $P(\ldots 7)$ de los números primos de dos o más cifras decimales, la última de las cuales es la cifra 7)
3.4.1.2.	a_1, a_2, a_3, ... (constantes fácticas)	A_1, A_2, A_3, ... (números primos de dos o más cifras decimales, la última de las cuales es la cifra 7: 17, 37, 47...)

3.4.1.3. Nf_i	$-F_i^{-1}$
(f_i y Nf_i, fórmulas fácticas bien formadas del CFP; N, operador lógico de negación)	(F_i, expresión aritmética principal de f_i; los otros signos tienen su sentido aritmético habitual)
3.4.1.4. $C_f a_h f_i$	$A_h^{-1}F_i$
(a_h, variable fáctica; f_i y $C_f a_h f_i$, fórmulas fácticas bien formadas del CFP; C_f, operador de implicación fáctica)	(A_h y F_i, expresiones aritméticas principales de a_h y f_i, respectivamente; los otros signos tienen su sentido aritmético habitual y la yuxtaposición de variables el sentido algebraico usual de la multiplicación)
3.4.1.5. $C_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})e_i$	$(A_{h_1} A_{h_2} \ldots A_{h_{k-1}})^{-1}E_i$
($a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}}$, variables fácticas; e_i, fórmula fáctica elemental del CFP; C_f, operador de implicación fáctica)	($A_{h_1}, A_{h_2}, \ldots, A_{h_{k-1}}$ y E_i, expresiones aritméticas principales de $a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}}$ y e_i; los otros signos tienen su sentido aritmético habitual y la yuxtaposición de variables el sentido algebraico usual de la multiplicación)

3.4.2. Correspondencias, derivadas de las precedentes, entre los distintos tipos de fórmulas fácticas del CFP y sus expresiones aritméticas principales o números característicos principales

Fórmulas fácticas del CFP	*Expresiones aritméticas principales*
3.4.2.1. a_h	A_h
3.4.2.2. Na_h	$-A_h^{-1}$
3.4.2.3. $C_f a_h a_i$	$A_h^{-1}A_i$
3.4.2.4. $D_f a_h a_i = C_f a_h N a_i$	$(A_h^{-1})(-A_i^{-1}) = -A_h^{-1}A_i^{-1}$
3.4.2.5. $G_f a_h a_i = NC_f a_h N a_i = ND_f a_h a_i$	$-(-A_h^{-1}A_i^{-1})^{-1} = A_h A_i$
3.4.2.6. $I_f a_i a_h = NC_f a_h a_i$	$-(A_h^{-1}A_i)^{-1} = -A_i^{-1}A_h$
3.4.2.7. $C_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i$	$(A_{h_1} A_{h_2} \ldots A_{h_{k-1}})^{-1}A_i$
3.4.2.8. $D_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i =$	$(A_{h_1} A_{h_2} \ldots A_{h_{k-1}})^{-1}(-A_i^{-1}) =$
$= C_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})Na_i$	$= -(A_{h_1} A_{h_2} \ldots A_{h_{k-1}} A_i)^{-1}$

3.5. *Principio de equivalencia del CFP*

La condición necesaria y suficiente para que dos fórmulas fácticas f_1 y f_2 del CFP sean fácticamente equivalentes es que sus respectivas expresiones aritméticas o números característicos F_1 y F_2 sean iguales.

Si utilizamos el signo $\approx_f$ para expresar la relación de equivalencia fáctica entre dos fórmulas fácticas del CFP, escribiremos, pues:

$$f_1 \approx_f f_2 \qquad \text{si y solamente si} \qquad F_1 = F_2$$

Con arreglo al principio de equivalencia, todas las fórmulas fácticas del CFP quedan distribuidas o clasificadas en clases de equivalencia fáctica.

Así, por ejemplo, son equivalentes por tener el mismo número característico o expresión aritmética $-A_h^{-1}A_i^{-1}$ las fórmulas siguientes:

$$D_f a_h a_i \approx_f C_f a_h N a_i \approx_f C_f a_i N a_h \approx_f D_f a_i a_h$$

y son también equivalentes por tener el mismo número característico o expresión aritmética $A_h A_i$ las siguientes:

$$G_f a_h a_i \approx_f N C_f a_h N a_i \approx_f N D_f a_h a_i \approx_f N D_f a_i a_h \approx_f N C_f a_i N a_h \approx_f G_f a_i a_h$$

3.6. Interpretación fáctica general de las fórmulas fácticas del CFP

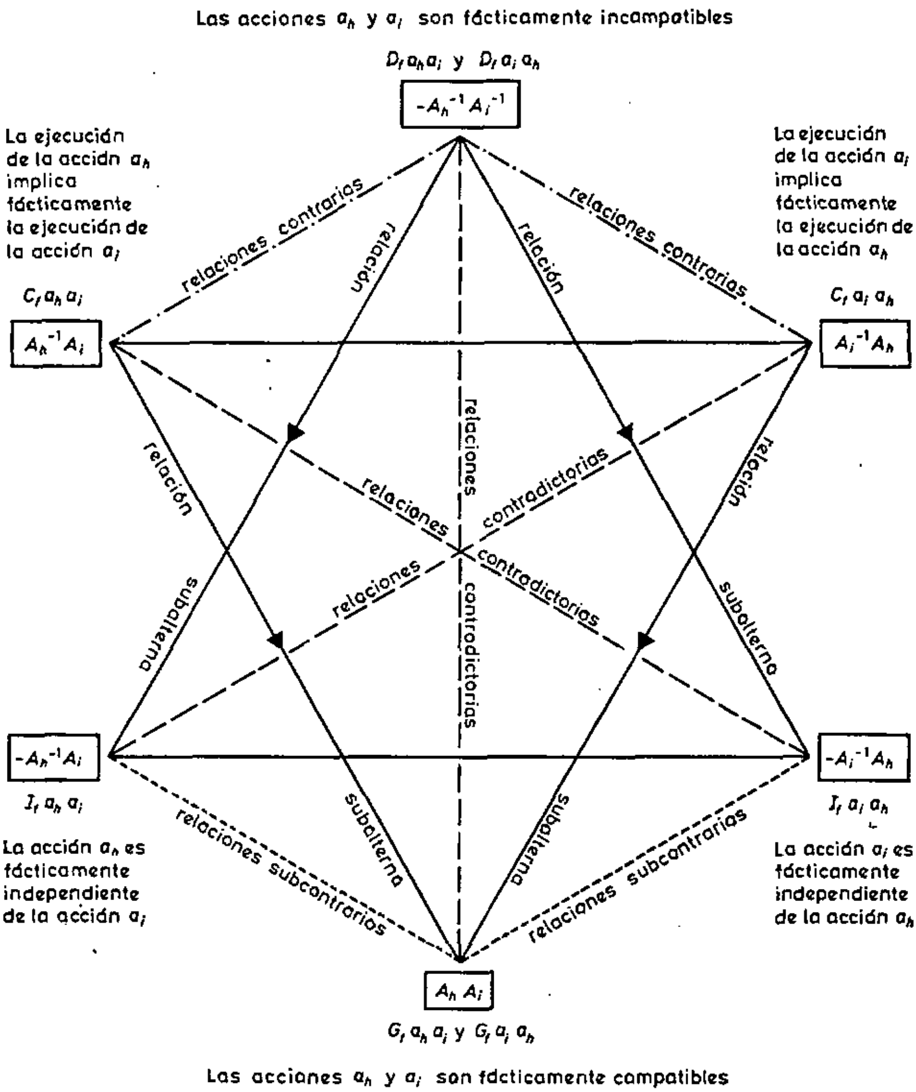
No vamos a considerar aquí una interpretación específica de las fórmulas fácticas del CFP, es decir, una aplicación de las mismas a un tipo preciso de *acciones*. Nos limitaremos a señalar que en cualquier interpretación específica, comprendida como caso particular en la interpretación general del sistema formal construido en el CFP, junto con su modelo aritmético, como un sistema aplicado a *acciones* de algún tipo, tanto las variables fácticas a_h, a_i, a_j, ... como las constantes fácticas a_1, a_2, a_3, ... podrán representar ya acciones aisladas ya conjuntos, series o complejos de acciones que desde algún punto de vista (fáctico o normativo) puedan considerarse como un todo.

Manteniéndonos en ese plano de interpretación general del sistema formal construido en el CFP, como aplicado a *acciones*, pero sin especificar aquí el carácter específico de dichas acciones, diremos que los distintos tipos de fórmulas fácticas del CFP se leerán o entenderán del modo siguiente:

Fórmulas fácticas	*Interpretación fáctica general*
$C_f a_h a_i$	La ejecución de la acción a_h implica fácticamente la ejecución de la acción a_i
$D_f a_h a_i$ y $D_f a_i a_h$ (pues las dos fórmulas son, como acabamos de comprobar, equivalentes)	La ejecución de la acción a_h implica fácticamente la omisión de la acción a_i; y recíprocamente: la ejecución de la acción a_i implica fáctimente la omisión de la acción a_h; y finalmente: Las acciones a_h y a_i son fácticamente incompatibles
$G_f a_h a_i$ y $G_f a_i a_h$ (pues las dos fórmulas son, como acabamos de comprobar, equivalentes)	Las acciones a_h y a_i son fácticamente compatibles; es decir: Las acciones a_h y a_i pueden ejecutarse conjuntamente, desde el punto de vista fáctico
$I_f a_i a_h$	La acción a_i es fácticamente independiente de la acción a_h; en el sentido de que: La ejecución de la acción a_i no se ve exigida por la ejecución de la acción a_h
$C_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i$	La ejecución conjunta de las acciones $a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}}$ implica fácticamente la ejecución de la acción a_i
$D_f(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i$	La ejecución conjunta de las acciones $a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}}$ implica fácticamente la omisión de la acción a_i

3.7. Relaciones fácticas posibles entre dos acciones, en la perspectiva del CFP

Las relaciones fácticas entre dos acciones a_h y a_i que pueden expresarse en el CFP quedan esquematizadas en la "estrella fáctica de seis puntas" que figura en la página siguiente, con las fórmulas fácticas y las expresiones aritméticas correspondientes:



Las acciones a_h y a_i son fácticamente incompatibles
$D_f a_h a_i$ y $D_f a_i a_h$
$-A_h^{-1} A_i^{-1}$
La ejecución de la acción a_h implica fácticamente la ejecución de la acción a_i
La ejecución de la acción a_i implica fácticamente la ejecución de la acción a_h
relaciones contrarias
relaciones contrarias
relación
relación
$C_f a_h a_i$
$C_f a_i a_h$
$A_h^{-1} A_i$
$A_i^{-1} A_h$
relaciones contradictorias
relaciones contradictorias
relaciones contradictorias
relación
relación
subalterna
subalterna
subalterna
subalterna
$-A_h^{-1} A_i$
$-A_i^{-1} A_h$
$I_f a_h a_i$
$I_f a_i a_h$
La acción a_h es fácticamente independiente de la acción a_i
La acción a_i es fácticamente independiente de la acción a_h
relaciones subcontrarias
relaciones subcontrarias
$A_h A_i$
$G_f a_h a_i$ y $G_f a_i a_h$
Las acciones a_h y a_i son fácticamente compatibles

3.8. Relaciones fácticas internas de una acción consigo misma. Inconsistencia y autoconsistencia de una acción

Ciertas exigencias formales de nuestro cálculo fáctico puro —como las que se fundan en la subalternación, ya aludida en el capítulo anterior para el CNP—, así como el deseo de proporcionarle la máxima generalidad y eficacia, teniendo en cuenta todas sus posibles aplicaciones, nos llevan, siguiendo consideraciones análogas a las que hemos desarrollado en 2.8. para el cálculo normativo puro, a representar también en el CFP, mediante fórmulas adecuadas (con su correspondiente expresión aritmética) las relaciones que llamaremos *relaciones fácticas internas de una acción consigo misma.*

Consideraremos y expresaremos en el cálculo fáctico puro dos relaciones fácticas internas de una acción consigo misma: la *inconsistencia fáctica* y la *autoconsistencia fáctica* de una acción a_h.

Llamamos inconsistente (o internamente contradictoria) a una acción que se puede formular pero no ejecutar porque, de algún modo, el supuesto de su ejecución implicaría su omisión.

Las dos fórmulas —equivalentes— que expresan la *inconsistencia fáctica* de una acción a_h son las siguientes:

$$C_f a_h N a_h \quad \text{y} \quad D_f a_h a_h$$

y su expresión aritmética común:

$$A_h^{-1}(—A_h^{-1}) = — A_h^{-2}$$

Análogamente, las dos fórmulas —equivalentes— que expresan la *autoconsistencia fáctica* de una acción a_h son las siguientes:

$$NC_f a_h N a_h \quad \text{y} \quad G_f a_h a_h$$

y su expresión aritmética común:

$$—(A_h^{-1}(—A_h^{-1}))^{-1} = —(—A_h^{-2})^{-1} = A_h^{2}$$

3.9. Aserción, para un universo fáctico dado U_F, de una fórmula fáctica constante del CFP

Con un criterio en todo análogo al empleado en 2.9. para el CNP, consideraremos aquí que el conjunto $\{f_F\}$ de todas las fórmulas fácticas del CFP se subdivide en dos subconjuntos disjuntos $\{f_{FV}\}$ y $\{f_{FC}\}$, el primero compuesto por todas las fórmulas fácticas variables (es decir, por aquéllas para cuya construcción *no se ha utilizado* la regla de formación rff-7) y el segundo por todas las fórmulas fácticas constantes (es decir, por aquéllas para cuya construcción *se ha utilizado* la regla de formación rff-7).

Este segundo subconjunto $\{f_{FC}\}$ contiene tres categorías de *fórmulas fácticas constantes:*

1) Las *constantes fácticas elementales* a_1, a_2, ..., que representan acciones determinadas; designaremos una cualquiera de estas constantes mediante el símbolo c_f;

2) Las *negaciones* Na_1, Na_2, ..., *de constantes fácticas elementales*; designaremos una cualquiera de estas negaciones mediante la expresión Nc_f;

3) Por último, las *fórmulas fácticas moleculares constantes* construidas utilizando alguno de los operadores fácticos C_f, D_f, G_f e I_f, eventualmente el operador lógico de negación N, eventualmente los paréntesis y, como argumentos, dos o más constantes fácticas c_f; designaremos una cualquiera de estas fórmulas mediante la expresión $r(c_f)$, recordando que expresan determinadas relaciones fácticas entre las acciones representadas por las constantes fácticas que figuran en la fórmula de que se trate.

Consideremos ahora un universo fáctico determinado U_F e introduzcamos, en condiciones análogas a las precisadas en 2.9. para el CNP, el símbolo de aserción $\vdash_{U_F}$, referido explícitamente al universo fáctico dado U_F, y consideremos expresiones de los tipos siguientes:

As.f.1. $\vdash_{U_F} c_f$

As.f.2. $\vdash_{U_F} Nc_f$

As.f.3. $\vdash_{U_F} r(c_f)$

Las precedentes aserciones de fórmulas fácticas se entenderán del siguiente modo:

As.f.1. En el universo fáctico U_F, la acción representada por la constante fáctica c_f, se ejecuta

As.f.2. En el universo fáctico U_F, la acción representada por la constante fáctica c_f, se omite

As.f.3. En el universo fáctico U_F, la relación entre acciones expresada por la fórmula fáctica $r(c_f)$, se verifica.

Todas las propiedades generales de las *aserciones de fórmulas*, que hemos examinado en 2.9. en relación con las aserciones de fórmulas *normativas* —*valores veritativos*, posibilidad de su *registro* en términos aritméticos en una memoria de fórmulas afirmadas, etc.— se aplican igualmente a las aserciones de fórmulas *fácticas* y no vamos a repetirlas aquí. Remitimos, pues, para ello a 2.9., así como a 3.3. para una comparación entre fórmulas fácticas y aserciones de las mismas, en lo que atañe a los valores respectivos, de verdad y de ejecución.

3.10. Reglas de deducción del CFP

Al nivel del cálculo fáctico puro, la *deducción* es la operación lógica que permite pasar de la aserción de una o más fórmulas fácticas para un universo fáctico dado U_F a la aserción de una nueva fórmula fáctica para el mismo universo. La deducción se halla aquí, como en el cálculo normativo puro, enteramente aritmetizada, de tal suerte que el referido paso se realiza por intermedio de operaciones aritméticas sobre los números característicos de las premisas, cuyo resultado es el número característico o expresión aritmética de la consecuencia o conclusión que es legítimo extraer de aquéllas.

Al igual que en anteriores cálculos nuestros, las reglas de deducción son de dos tipos: de *eliminación* y de *equivalencia*. Las enunciaremos del modo siguiente:

rdf-1. Regla de la eliminación

Si dos fórmulas fácticas constantes f_{FC1} y f_{FC2} con una y una sola constante fáctica común han sido afirmadas para un universo fáctico dado U_F, y si el producto aritmético de los números característicos respectivos F_{FC1} y F_{FC2} de esas dos fórmulas —de los cuales uno, al menos, ha de ser positivo— da como resultado, después de la eliminación del único factor primo común (dejando aparte el factor fáctico $\ddot{F}$), un número $F_{FC3} = F_{FC1}F_{FC2}$ que es el número característico de una tercera fórmula fáctica f_{FC3}, entonces esta última quedará también afirmada para el universo fáctico dado U_F.

Dentro de las condiciones y reservas señaladas, representaremos esquemáticamente la regla de la eliminación rdf-1 mediante el siguiente *esquema de la eliminación:*

$$\frac{\begin{array}{l}\vdash_{U_F} f_{FC1}\\ \vdash_{U_F} f_{FC2}\end{array}}{\vdash_{U_F} f_{FC3}} \qquad \text{siempre que sea } F_{FC3} = F_{FC1}F_{FC2}$$

rdf-2. Regla de la equivalencia

Si una fórmula fáctica constante f_{FC1} ha sido afirmada para un universo fáctico dado U_F, y si el número característico F_{FC1} de esa fórmula es igual al número característico F_{FC2} de otra fórmula f_{FC2} distinta de f_{FC1}, entonces, en virtud del principio de equivalencia (que establece que $f_{FC1} \approx_f f_{FC2}$ si y sólo si $F_{FC1} = F_{FC2}$), la fórmula f_{FC2}, equivalente a f_{FC1}, quedará también afirmada para el universo fáctico U_F.

Representaremos esquemáticamente la regla de la equivalencia mediante el siguiente *esquema de la equivalencia*:

$$\frac{\vdash_{U_F} f_{FC1}}{\vdash_{U_F} f_{FC2}} \qquad \text{siempre que sea } F_{FC2} = F_{FC1}$$

3.11. Cuadro de deducción de fórmulas fácticas por multiplicación aritmética en el CFP	$C_f a_h a_i$ $A_h^{-1} A_i \ddot{F}$	$D_f a_h a_i$ y $D_f a_i a_h$ $-A_h^{-1} A_i^{-1} \ddot{F}$	$C_f a_i a_h$ $A_i^{-1} A_h \ddot{F}$	$I_f a_h a_i$ $-A_h^{-1} A_i \ddot{F}$	$G_f a_h a_i$ y $G_f a_i a_h$ $A_h A_i \ddot{F}$	$I_f a_i a_h$ $-A_i^{-1} A_h \ddot{F}$
a_h $A_h \ddot{F}$	a_i $A_i \ddot{F}$	Na_i $-A_i^{-1} \ddot{F}$				
a_i $A_i \ddot{F}$		Na_h $-A_h^{-1} \ddot{F}$	a_h $A_h \ddot{F}$			
Na_h $-A_h^{-1} \ddot{F}$			Na_i $-A_i^{-1} \ddot{F}$			
Na_i $-A_i^{-1} \ddot{F}$	Na_h $-A_h^{-1} \ddot{F}$					
$NC_f a_h Na_h$ $A_h^2 \ddot{F}$	$G_f a_h a_i$ $A_h A_i \ddot{F}$	$I_f a_i a_h$ $-A_i^{-1} A_h \ddot{F}$				
$NC_f a_i Na_i$ $A_i^2 \ddot{F}$		$I_f a_h a_i$ $-A_h^{-1} A_i \ddot{F}$	$G_f a_i a_h$ $A_i A_h \ddot{F}$			

$C_f a_i a_j$ $A_i^{-1}A_j\ddot{F}$	$C_f a_h a_j$ $A_h^{-1}A_j\ddot{F}$			$I_f a_h a_j$ $—A_h^{-1}A_j\ddot{F}$	$G_f a_h a_j$ y $G_f a_j a_h$ $A_h A_j\ddot{F}$	
$D_f a_i a_j$ y $D_f a_j a_i$ $—A_i^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$	$D_f a_h a_j$ y $D_f a_j a_h$ $—A_h^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$				$I_f a_j a_h$ $—A_j^{-1}A_h\ddot{F}$	
$C_f a_j a_i$ $A_j^{-1}A_i\ddot{F}$		$D_f a_h a_j$ y $D_f a_j a_h$ $—A_h^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$	$C_f a_j a_h$ $A_j^{-1}A_h\ddot{F}$			$I_f a_j a_h$ $—A_j^{-1}A_h\ddot{F}$
$I_f a_i a_j$ $—A_i^{-1}A_j\ddot{F}$	$I_f a_h a_j$ $—A_h^{-1}A_j\ddot{F}$					
$G_f a_i a_j$ y $G_f a_j a_i$ $A_i A_j\ddot{F}$		$I_f a_h a_j$ $—A_h^{-1}A_j\ddot{F}$	$G_f a_h a_j$ y $G_f a_j a_h$ $A_h A_j\ddot{F}$			
$I_f a_j a_i$ $—A_j^{-1}A_i\ddot{F}$			$I_f a_j a_h$ $—A_j^{-1}A_h\ddot{F}$			

3.12. Ejemplos de esquemas de deducción del CFP, con su justificación aritmética y su interpretación fáctica correspondiente

Los ocho primeros ejemplos que siguen están representados implícitamente, en forma abreviada, en el cuadro de deducción anterior, pero no así los cuatro últimos, que se aplican a premisas de 3 y más argumentos.

3.12.1. Primer ejemplo:

3.12.1. Primer ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} D_f a_h a_i$	$-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} a_h$	$A_h\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} Na_i$	$-A_i^{-1}\ddot{F} = (-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F})\,(A_h\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F las acciones a_h y a_i son fácticamente incompatibles.

En el universo fáctico U_F se ejecuta la acción a_h.

LUEGO: En el universo fáctico U_F se omite la acción a_i.

3.12.2. Segundo ejemplo:

3.12.2. Segundo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} C_f a_i a_h$	$A_i^{-1}A_h\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} a_i$	$A_i\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} a_h$	$A_h\ddot{F} = (A_i^{-1}A_h\ddot{F})\,(A_i\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_i implica fácticamente la ejecución de la acción a_h.

En el universo fáctico U_F se ejecuta la acción a_i.

LUEGO: En el universo fáctico U_F se ejecuta la acción a_h.

3.12.3. Tercer ejemplo:

3.12.3. Tercer ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} C_f a_i a_h$	$A_i^{-1}A_h\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} Na_h$	$-A_h^{-1}\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} Na_i$	$-A_i^{-1}\ddot{F} = (A_i^{-1}A_h\ddot{F})\,(-A_h^{-1}\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_i implica fácticamente la ejecución de la acción a_h.

En el universo fáctico U_F se omite la acción a_h.

LUEGO: En el universo fáctico U_F se omite la acción a_i.

3.12.4. Cuarto ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F}\ D_f a_h a_i$	$-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F}$
$\vdash_{U_F}\ NC_f a_h N a_h$	$A_h^2\ddot{F}$
$\vdash_{U_F}\ I_f a_i a_h$	$-A_i^{-1}A_h\ddot{F} = (-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F})\,(A_h^2\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F las acciones a_h y a_i son fácticamente incompatibles.

En el universo fáctico U_F la acción a_h es autoconsistente (puede ejecutarse).

LUEGO: En el universo fáctico U_F la acción a_i es independiente de la acción a_h (la ejecución de la acción a_i no se ve exigida por la ejecución de la acción a_h).

3.12.5. Quinto ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F}\ C_f a_h a_i$	$A_h^{-1}A_i\ddot{F}$
$\vdash_{U_F}\ C_f a_i a_j$	$A_i^{-1}A_j\ddot{F}$
$\vdash_{U_F}\ C_f a_h a_j$	$A_h^{-1}A_j\ddot{F} = (A_h^{-1}A_i\ddot{F})\,(A_i^{-1}A_j\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_h implica fácticamente la ejecución de la acción a_i.

En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_i implica fácticamente la ejecución de la acción a_j.

LUEGO: En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_h implica fácticamente la ejecución de la acción a_j.

3.12.6. Sexto ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} D_f a_h a_i$	$-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} C_f a_j a_i$	$A_j^{-1}A_i\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} D_f a_h a_j$	$-A_h^{-1}A_j^{-1}\ddot{F} = (-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F})\,(A_j^{-1}A_i\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F las acciones a_h y a_i son fácticamente incompatibles.

En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la ejecución de la acción a_i.

LUEGO: En el universo fáctico U_F las acciones a_h y a_j son fácticamente incompatibles.

3.12.7. Séptimo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} G_f a_i a_j$	$A_iA_j\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} C_f a_i a_h$	$A_i^{-1}A_h\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} G_f a_h a_j$	$A_hA_j\ddot{F} = (A_iA_j\ddot{F})\,(A_i^{-1}A_h\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F las acciones a_i y a_j son fácticamente compatibles.

En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_i implica fácticamente la ejecución de la acción a_h.

LUEGO: En el universo fáctico U_F las acciones a_h y a_j son fácticamente compatibles.

3.12.8. Octavo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} I_f a_j a_i$	$-A_j^{-1}A_i\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} C_f a_i a_h$	$A_i^{-1}A_h\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} I_f a_j a_h$	$-A_j^{-1}A_h\ddot{F} = (-A_j^{-1}A_i\ddot{F})\,(A_i^{-1}A_h\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F la acción a_j es fácticamente independiente de la acción a_i.

En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_i implica la ejecución de la acción a_h.

LUEGO: En el universo fáctico U_F, la acción a_j es fácticamente independiente de la acción a_h.

3.12.9. Noveno ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} C_f(a_h, a_i)a_j$	$(A_hA_i)^{-1}A_j\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} Na_j$	$-A_j^{-1}\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} D_f a_h a_i$	$-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F} = ((A_hA_i)^{-1}A_j\ddot{F})(-A_j^{-1}\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F la ejecución conjunta de las acciones a_h y a_i implica fácticamente la ejecución de la acción a_j.

En el universo fáctico U_F se omite la ejecución de la acción a_j.

LUEGO: En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_h implica fácticamente la omisión de la acción a_i y viceversa (a_h y a_i son fácticamente incompatibles).

3.12.10. Décimo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} C_f(a_h, a_i)a_j$	$(A_hA_i)^{-1}A_j\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} a_i$	$A_i\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} C_f a_h a_j$	$A_h^{-1}A_j\ddot{F} = ((A_hA_i)^{-1}A_j\ddot{F})(A_i\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F la ejecución conjunta de las acciones a_h y a_i implica fácticamente la ejecución de la acción a_j.

En el universo fáctico U_F se ejecuta la acción a_i.

LUEGO: En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_h implica fácticamente la ejecución de la acción a_j.

3.12.11. Undécimo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} D_f(a_h, a_i)a_j$	$-(A_hA_iA_j)^{-1}\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} a_j$	$A_j\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} D_f a_h a_i$	$-A_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F} = (-(A_hA_iA_j)^{-1}\ddot{F})\,(A_j\ddot{F})$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F la ejecución conjunta de las acciones a_h y a_i implica fácticamente la omisión de la acción a_j.

En el universo fáctico U_F se ejecuta la acción a_j.

LUEGO: En el universo fáctico U_F la ejecución de la acción a_h implica fácticamente la omisión de la acción a_i y viceversa (las acciones a_h y a_i no pueden ejecutarse conjuntamente, es decir, son fácticamente incompatibles).

3.12.12. Duodécimo ejemplo:	*Justificación aritmética:*
$\vdash_{U_F} D_f(a_h, a_i)a_j$	$(A_hA_i)^{-1}(-A_j^{-1})\ddot{F}$
$\vdash_{U_F} D_f(a_h, a_j)a_i$	$(A_hA_j)^{-1}(-A_i^{-1})\ddot{F} = (A_hA_i)^{-1}(-A_j^{-1})\ddot{F}$

Interpretación fáctica:

En el universo fáctico U_F, la ejecución conjunta de las acciones a_h y a_i implica fácticamente la omisión de la acción a_j.

LUEGO: En el universo fáctico U_F la ejecución conjunta de las acciones a_h y a_j implica fácticamente la omisión de la acción a_i.

En los once primeros ejemplos hemos aplicado la regla de la eliminación rdf-1; en este duodécimo y último ejemplo, sin embargo, hemos aplicado la regla de la equivalencia rdf-2.

3.13. Observación final

Existe la posibilidad de ampliar el *Cálculo fáctico puro* (y, como consecuencia inmediata, el *Cálculo deóntico general*) de tal modo que pueden considerarse, compararse y tratarse varios universos fácticos a la vez, en número indefinido. Para ello, basta con utilizar un número indefinido de *indicadores de sistemas fácticos* $f_1, f_2, \ldots, f_k$, que representaríamos aritméticamente por números primos distintos de una nueva serie; por ejemplo, por los números primos terminados en 1: $F_1 = 11$, $F_2 = 31$, $F_3 = 41$, etc.

La misma ampliación es posible en la esfera normativa, para la consideración, comparación y tratamiento simultáneo de varios sistemas normativos, en número indefinido. Para ello utilizaríamos un número indefinido de indicadores de sistemas normativos (o legislaciones) $l_1, l_2, \ldots, l_k$ que representaríamos por números primos de una nueva serie (la de los terminados en 9): $L_1 = 19$, $L_2 = 29$, $L_3 = 59$, etc.

Estas dos ampliaciones, indispensables para una utilización universal y eficaz de nuestro Cálculo, se realizan plenamente en nuestro trabajo, SÁNCHEZ-MAZAS, 1972*a*, que debe ser considerado, pues, como un complemento indispensable de este libro.

4. CÁLCULO DEÓNTICO GENERAL

4.1. Observaciones preliminares

Del mismo modo que los dos cálculos precedentes —a saber, el cálculo normativo puro (véase 2.1.) y el cálculo fáctico puro (véase 3.1.)— también el *cálculo deóntico general* que presentamos a continuación —y que designaremos, en lo sucesivo, mediante la abreviatura CDG— ha sido construido como un sistema formal que admite un modelo aritmético. Por consiguiente, no se halla vinculado, en principio, a una interpretación única y determinada, sino que es susceptible de diversas interpretaciones o, si se quiere, de aplicación a diversos tipos de universos normativos, por un lado, y fácticos, por otro.

La finalidad primordial del cálculo deóntico general es precisamente ofrecer un instrumento matemático que facilite el análisis lógico de cualquiera de los sistemas mixtos o híbridos que llamaremos *normativo-fácticos* así como la deducción automática de las consecuencias, tanto de orden general como relativas a casos particulares, implícitas en tales sistemas.

Para lograrlo, el cálculo deóntico general incorpora o integra las fórmulas, reglas y resultados parciales obtenidos en el cálculo normativo puro y en el cálculo fáctico puro y los completa con nuevas fórmulas de carácter mixto, específicas del cálculo deóntico general. Estas últimas expresarán *relaciones deónticas, primarias* o *derivadas, entre normas y acciones,* así como *relaciones fácticas entre normas* y *relaciones deónticas entre acciones.* La combinación de los tres tipos generales de fórmulas —las del CNP, las del CFP y las específicas del CDG a las que acabamos de referirnos— permite llevar a cabo un análisis lógico completo de la estructura de cualquier *sistema normativo-fáctico* y deducir automáticamente las consecuencias implícitas en el mismo.

Ahora bien, si, como hemos indicado anteriormente, el cálculo normativo puro admite diferentes interpretaciones —en diferentes universos normativos, de carácter ético, jurídico, técnico, lúcido, etc.— y el cálculo fáctico puro admite también, por su parte, diferentes interpretaciones —en diferentes universos fácticos—, ocurre algo análogo con el cálculo deóntico general: éste será susceptible, en efecto, de múltiples y variadas interpretaciones y podrá ser aplicado a diversos *sistemas normativo-fácticos.*

Pero ¿qué es un *sistema normativo-fáctico*? Es un sistema que incluye, por una parte, el conjunto de aserciones que describen y caracterizan un universo normativo U_N, sea cual fuere la naturaleza de éste, y, por otra parte, el conjunto de aserciones que describen y caracterizan un universo fáctico U_F, también arbitrariamente elegido, pero siempre que cumpla la condición de verse referido, vinculado y subordinado de una forma peculiar al universo normativo U_N anteriormente considerado: esta forma peculiar de referencia, vinculación o subordinación de un U_F a un U_N, dentro de un sistema normativo-fáctico es la siguiente: las acciones y relaciones entre acciones que componen el universo fáctico U_F *han de ser tales que puedan caer bajo la jurisdicción* del sistema de normas que configura el universo normativo U_N, o, si se quiere, tales, por su naturaleza, por el agente que las ejecuta o las omite, por el tiempo, lugar y modo en que son ejecutadas u omitidas que puedan ser ordenadas, probibidas, permitidas, etc., en el sistema de normas que configura el universo normativo U_N.

Esto significa, ante todo, evidentemente, que si el universo normativo U_N considerado en una interpretación y aplicación determinada de nuestro cálculo deóntico general es un cierto universo ético, entonces las acciones y relaciones entre acciones que componen el universo fáctico simultáneamente considerado en la citada aplicación han de ser susceptibles de obligación, prohibición, permisión o dispensa dentro de aquel universo ético; mientras que si las normas de U_N son reglas de un juego, por ejemplo, del ajedrez, las acciones de U_F han de ser jugadas, movimientos posibles de ese juego, y no otra cosa.

Como ya hemos dicho en 2.1., un universo fáctico U_F puede reducirse a las acciones y relaciones entre acciones que caracterizan la situación y conducta de uno o varios agentes concretos, dentro de unos límites concretos de tiempo y espacio y en relación con un asunto concreto. Del mismo modo, el universo normativo U_N considerado en cada caso puede reducirse a una o muy pocas normas concretas o abarcar, por el contrario, todo un ordenamiento jurídico, siempre que resulte suficientemente amplio para tratar el problema de que se trate.

Concebido con tanta flexibilidad y universalidad, el cálculo deóntico general puede ser utilizado para fines muy distintos, no sólo en cuanto a la esfera humana considerada —ética, jurídica, técnica, lúdica, etc.—, sino también en cuanto al tipo de problema que puede plantearse dentro de una de ellas. Del tipo de problema dependerá precisamente el uso predominante de uno u otro de los cálculos parciales que forman conjuntamente el cálculo deóntico general. Así, por ejemplo, si lo que se pretende es llevar a cabo un *análisis exhaustivo de la estructura lógica de un sistema jurídico determinado* —digamos, de la legislación vigente en la España de 1973—, en la línea magistralmente abierta por la obra precursora de

Jean Ray en 1926 sobre el Código Civil francés, pero ahora con el auxiliar precioso de las técnicas informáticas —y esto con el fin de detectar y fijar las eventuales contradicciones internas, incompatibilidades, implicaciones y dependencias, redundancias, etc.— entonces habrá que echar mano principalmente del cálculo normativo puro y de las fórmulas deónticas primarias del CDG, que expresan relaciones deónticas establecidas de forma directa y explícita en un sistema normativo. Pero si lo que nos interesa es, por el contrario, *resolver un caso jurídico aislado y concreto*, en el contexto simultáneo de una legislación y de una situación y conducta determinadas de determinados agentes (universo fáctico), entonces podrán sernos necesarias las fórmulas del cálculo fáctico puro, junto con todas las fórmulas deónticas específicas del cálculo deóntico general, no limitándonos a las que hemos llamado primarias o explícitas, sino incluyendo muy especialmente a las derivadas, que expresan precisamente relaciones deónticas que se derivan implícitamente de las primeras en las circunstancias peculiares de un universo fáctico. Son estas fórmulas las que permiten tratar y resolver adecuadamente esas "obligaciones y prohibiciones derivadas" esos "compromisos" implícitos ("commitments") que, con sus paradojas tanto vienen inquietando y perturbando el desarrollo de la Lógica deóntica, desde su nacimiento hace veinte años.

Pueden concebirse otras aplicaciones de nuestro cálculo deóntico general en las cuales sólo tendrían aplicación las fórmulas de uno sólo de los cálculos parciales, por ejemplo las del cálculo fáctico puro. Se nos ocurre que éstas podrían tener utilidad como instrumento para la *descripción de un sistema de relaciones fácticas al margen de toda consideración normativa*, por ejemplo desde una perspectiva puramente física, biológica, sociológica descriptiva o histórica.

En todo caso, es el tipo de aplicación específica de nuestro cálculo el que ha de decidir también qué grupos de fórmulas convendrá memorizar de un modo permanente en memorias externas a los ordenadores y qué otras fórmulas, de uso más ocasional (las que expresan, por ejemplo, la situación y conducta de un agente concreto en un momento dado), habrán de introducirse, cuando llegue el momento, en las "memorias internas" o de trabajo del ordenador (o en esas "memorias virtuales" de las nuevas series 370 de IBM, que tanto amplían la capacidad de los ordenadores).

4.2. Reglas de formación de las fórmulas del CDG

4.2.1. Alfabeto de los signos utilizados para construir las fórmulas del CDG

El alfabeto A_{DG} de los signos del cálculo deóntico general está constituido por la reunión de tres alfabetos distintos:

1. El alfabeto A_N de los signos del cálculo normativo puro;
2. El alfabeto A_F de los signos del cálculo fáctico puro;
3. El alfabeto A_D de los signos específicos del cálculo deóntico general.

Escribiremos, pues:

$$A_{DG} = A_N \cup A_F \cup A_D$$

Para los dos primeros alfabetos, que ya conocemos, remitimos a 2.2.1. y a 3.2.1., respectivamente. Por su parte, el tercero está compuesto de la manera siguiente:

$$A_D = \{ O, R, P, Q, O_f, R_f, P_f, Q_f, C_a, D_a, S_f, V_f, M_n, I_n, D_{fn} \}$$

O es el nombre del operador deóntico de *obligación*;
R es el nombre del operador deóntico de *prohibición*;
P es el nombre del operador deóntico de *permisión*;
Q es el nombre del operador deóntico de *dispensa*;
O_f es el nombre del operador deóntico de *obligación derivada, en las condiciones fácticas dadas*;
R_f es el nombre del operador deóntico de *prohibición derivada, en las condiciones fácticas dadas*;
P_f es el nombre del operador deóntico de *permisión derivada, en las condiciones fácticas dadas*;
Q_f es el nombre del operador deóntico de *dispensa derivada, en las condiciones fácticas dadas*;
C_a es el nombre del operador deóntico de *implicación deóntica entre acciones*;
D_a es el nombre del operador deóntico de *incompatibilidad deóntica entre acciones*;
S_f es el nombre del operador deóntico de *satisfacción o cumplimiento de una norma, en las condiciones fácticas dadas*;
V_f es el nombre del operador deóntico de *violación o incumplimiento de una norma, en las condiciones fácticas dadas*;

M_n es el nombre del operador deóntico de *mandato positivo u obligatoriedad de una acción, en las condiciones normativas dadas*;

I_n es el nombre del operador deóntico de *mandato negativo* o *ilicitud de una acción, en las condiciones normativas dadas*;

D_{fn} es el nombre del operador deóntico de *incompatibilidad fáctica entre dos o más normas, en las condiciones fácticas dadas.*

De los quince operadores deónticos precedentes, específicos del cálculo deóntico general, sólo seis, a saber O, O_f, C_d, S_f, M_n y D_{fn} son primitivos; los nueve restantes se definen a partir de ellos y del operador lógico de negación N.

4.2.2. Reglas de formación

rfdg-1. Toda fórmula bien formada con arreglo a las reglas de formación rfn-1. a rfn-8. del CNP (véase 2.2.2.) es una fórmula bien formada del CDG;

rfdg-2. Toda fórmula bien formada con arreglo a las reglas de formación rff-1. a rff-8. del CFP (véase 3.2.2.) es una fórmula bien formada del CDG;

rfdg-3. Una variable normativa es un antecedente deóntico elemental del CDG;

rfdg-4. Si $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m}$ son variables normativas, entonces

$$(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m})$$

es un antecedente deóntico molecular del CDG;

rfdg-5. Una variable fáctica es un consiguiente deóntico elemental del CDG;

rfdg-6. Si a_h es una variable fáctica, entonces Na_h es un consiguiente deóntico elemental del CDG;

rfdg-7. Si a_h y a_i son variables fácticas, entonces $C_da_ha_i$, $C_da_hNa_i$, $C_dNa_ha_i$ y $C_dNa_hNa_i$ son consiguientes deónticos diádicos del CDG;

rfdg-8. Si a_{h_1}, a_{h_2}, ..., $a_{h_{k-1}}$ y a_i son variables fácticas ($k > 2$), entonces $C_d(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i$ y $C_d(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})Na_i$ son consiguientes deónticos k-ádicos del CDG;

rfdg-9. Si (n) es un antecedente deóntico —elemental o molecular— y a_i es una variable fáctica, entonces $O(n)a_i$ y $O(n)Na_i$ son fórmulas deónticas primarias incondicionales del CDG;

rfdg-10. Si (n) es un antecedente deóntico —elemental o molecular— y a_i es una variable fáctica, entonces $O_f(n)a_i$ y $O_f(n)Na_i$ son fórmulas deónticas derivadas incondicionales del CDG;

rfdg-11. Si (n) es un antecedente deóntico —elemental o molecular— y (a) es un consiguiente deóntico diádico o k-ádico, entonces $O(n)(a)$ es una fórmula deóntica primaria condicional del CDG;

rfdg-12. Si (n) es un antecedente deóntico —elemental o molecular— y (a) es un consiguiente deóntico diádico o k-ádico, entonces $O_f(n)(a)$ es una fórmula deóntica derivada condicional del CDG;

rfdg-13. Si f_{di} es una fórmula deóntica incondicional (primaria o derivada) del CDG, entonces también Nf_{di} es una fórmula deóntica incondicional del CDG;

rfdg-14. Si n_h es una variable normativa, entonces $S_f n_h$ es una fórmula deóntica de satisfacción o cumplimiento de una norma, en las condiciones fácticas dadas;

rfdg-15. Si n_h es una variable normativa, entonces $S_f N n_h$ es una fórmula deóntica de violación o incumplimiento de una norma, en las condiciones fácticas dadas;

rfdg-16. Si a_h es una variable fáctica, entonces $M_n a_h$ es una fórmula deóntica de mandato positivo u obligatoriedad de una acción, en las condiciones normativas dadas;

rfdg-17. Si a_h es una variable fáctica, entonces $M_n N a_h$ es una fórmula deóntica de mandato negativo o ilicitud de una acción, en las condiciones normativas dadas;

rfdg-18. Si $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m}$ son variables normativas, entonces $D_{fn}(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m})$ es una fórmula deóntica de incompatibilidad fáctica entre normas, en las condiciones fácticas dadas;

rfdg-19. Si f_1 es una fórmula deóntica del CDG y f_2 es una de las simplificaciones o abreviaturas admitidas de f_1, en virtud de las siguientes definiciones de los operadores deónticos derivados R, P, Q, R_f, P_f, Q_f, D_d, V_f e I_n, entonces f_2 es también una fórmula deóntica del CDG;

Definiciones:

def$_{do}$-1. $Rn_h a_i =_{\text{def}} On_h Na_i$

def$_{do}$-2. $Pn_h a_i =_{\text{def}} NOn_h Na_i = NRn_h a_i$

def$_{do}$-3. $Qn_h a_i =_{\text{def}} NOn_h a_i$

def$_{do}$-4. $R_f n_h a_i =_{\text{def}} O_f n_h Na_i$

def$_{dg}$-5. $P_f n_h a_i =_{\text{def}} NO_f n_h Na_i = NR_f n_h a_i$
def$_{dg}$-6. $Q_f n_h a_i =_{\text{def}} NO_f n_h a_i$
def$_{dg}$-7. $R(n)a_i =_{\text{def}} O(n)Na_i$
def$_{dg}$-8. $R_f(n)a_i =_{\text{def}} O_f(n)Na_i$
def$_{dg}$-9. $D_d a_h a_i =_{\text{def}} C_d a_h Na_i$
def$_{dg}$-10. $D_d(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i =_{\text{def}} C_d(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}})Na_i$
def$_{dg}$-11. $V_f n_h =_{\text{def}} S_f Nn_h$
def$_{dg}$-12. $I_n a_h =_{\text{def}} M_n Na_h$

rfdg-20. Los consiguientes deónticos diádicos o k-ádicos, aisladamente considerados, son fórmulas deónticas del CDG;

rfdg-21. Si f_1 es una fórmula deóntica del CDG y f_2 es el resultado de sustituir en f_1 cada variable normativa por una constante normativa y cada variable fáctica por una constante fáctica, entonces f_2 es una fórmula deóntica del CDG;

rfdg-22. Las fórmulas deónticas construidas con arreglo a las reglas de formación rfdg-1 a rfdg-21 precedentes son todas las fórmulas deónticas bien formadas del CDG.

4.3. Valores de validez normativa (o jurídica) y de cumplimiento fáctico de las normas, de ejecución y de mandato de las acciones y de verdad de las aserciones en el CDG

4.3.1. En el CDG, las normas admiten dos consideraciones diferentes:

4.3.1.1. la *consideración normativa (o jurídica) pura,* que es la misma que tienen en el CNP. Según esta consideración, las normas son susceptibles de adquirir uno de estos dos *valores de validez*:

— *normativamente (o jurídicamente) válida,* VA$_j$
— *normativamente (o jurídicamente) inválida,* IN$_j$

4.3.1.2. la *consideración fáctica.* Según esta segunda consideración, las normas son susceptibles de adquirir, en unas condiciones fácticas dadas (o, si se quiere, en un universo fáctico dado), uno de estos dos *valores de cumplimiento:*

— *observada o cumplida,* OBS
— *violada o incumplida,* VI

4.3.2. De un modo análogo, en el CDG, las acciones admiten dos consideraciones diferentes:

4.3.2.1. la *consideración fáctica pura*, que es la misma que tienen en el CFP. Según esta consideración, las acciones son susceptibles de adquirir uno de estos dos *valores de ejecución*:

— *ejecutada*, EJ
— *omitida*, OM

4.3.2.2. la *consideración normativa*. Según esta segunda consideración, las acciones son susceptibles de adquirir, en unas condiciones normativas dadas (o, si se quiere, en un universo normativo dado y en la medida en que están *regladas* por las normas del mismo, uno de estos dos *valores de mandato*:

— *obligatoria*, OBL
— *prohibida*, PR

4.3.3. Finalmente, las *aserciones de fórmulas* del CDG son susceptibles de adquirir, al igual que ocurre en el CNP y en el CFP, uno de estos dos *valores de verdad* (o valores veritativos tradicionales):

— *verdadera*, V
— *falsa*, F

4.3.4. Consideraremos, en especial, los ocho tipos siguientes de *aserciones elementales* de fórmulas del CDG:

$\vdash_{U_N} n_i$	En el universo normativo U_N, la norma n_i *es válida*
$\vdash_{U_N} Nn_i$	En el universo normativo U_N, la norma n_i *es inválida*
$\vdash_{U_F} S_f n_i$	En el universo fáctico U_F, la norma n_i *se satisface*
$\vdash_{U_F} V_f n_i$	En el universo fáctico U_F, la norma n_i *se viola*
$\vdash_{U_F} a_i$	En el universo fáctico U_F, la acción a_i *se ejecuta*
$\vdash_{U_F} Na_i$	En el universo fáctico U_F, la acción a_i *se omite*
$\vdash_{U_N} M_n a_i$	En el universo normativo U_N, la acción a_i *se manda (o es obligatoria)*
$\vdash_{U_N} I_n a_i$	En el universo normativo U_N, la acción a_i *se prohíbe (o es ilícita)*

4.4. Expresión aritmética de las fórmulas normativas, fácticas y deónticas (fáctico-normativas) del CDG

4.4.0. Incorporación en el CDG de las expresiones aritméticas ya establecidas para las fórmulas normativas en el CNP y para las fácticas en el CFP

Las fórmulas normativas y las fórmulas fácticas cuyas reglas de formación se han establecido, respectivamente, en el CNP y en el CFP y que se incorporan en su totalidad al cálculo deóntico general tendrán en éste las mismas expresiones aritméticas que tenían en los citados cálculos, de donde proceden, es decir que:

4.4.0.1. las fórmulas normativas procedentes del CNP tendrán en el CDG la expresión aritmética ya establecida en 2.4.; y

4.4.0.2. las fórmulas fácticas procedentes del CFP tendrán en el CDG la expresión aritmética ya establecida en 3.4.

4.4.1. Correspondencia básica entre fórmulas deónticas (normativo-fácticas) específicas del CDG y sus expresiones aritméticas o números característicos

	Fórmulas deónticas del CDG	*Expresiones aritméticas*
4.4.1.1.	$M_n a_h$, $M_n a_i$, $M_n a_j$, ... (a_h, a_i, a_j, ..., variables fácticas; M_n, operador deóntico de mandato positivo u obligatoriedad)	A_h, A_i, A_j, ... (variables numéricas que toman sus valores en el conjunto de los números primos de dos o más cifras decimales la última de las cuales es la cifra 7)
4.4.1.2.	$M_n a_1$, $M_n a_2$, $M_n a_3$, ... (a_1, a_2, a_3, ..., constantes fácticas; M_n, operador deóntico de mandato positivo u obligatoriedad)	A_1, A_2, A_3, ... (números primos de dos o más cifras decimales la última de las cuales es la cifra 7)
4.4.1.3.	$M_n N a_h$ (igual que las 4.4.1.1., pero con el operador de negación N)	$-A_h^{-1}$ (A_h, expresión aritmética principal de a_h)

4.4.1.4.	$C_d e_h e_i$ (e_h y e_i, fórmulas fácticas elementales; C_d, operador de implicación deóntica entre acciones)	$E_h^{-1} E_i$ (E_h y E_i, expresiones aritméticas principales de e_h y e_i, respectivamente)
4.4.1.5.	$C_d(a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}}) e_i$ ($a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}}$, variables fácticas; e_i, fórmula fáctica elemental; C_d, operador de implicación deóntica entre acciones)	$(A_{h_1} A_{h_2} \ldots A_{h_{k-1}})^{-1} E_i$ ($A_{h_1}, A_{h_2}, \ldots, A_{h_{k-1}}$, expresiones aritméticas principales de $a_{h_1}, a_{h_2}, \ldots, a_{h_{k-1}}$; E_i, expresión aritmética principal de e_i)
4.4.1.6.	$O n_h e_i$ (n_h, variable normativa; e_i, fórmula fáctica elemental; O, operador de obligación)	$N_h^{-1} E_i$ (N_h, expresión aritmética de n_h; E_i, expresión aritmética principal de e_i)
4.4.1.7.	$O_f n_h e_i$ (n_h, variable normativa; e_i, fórmula fáctica elemental; O_f, operador de obligación derivada, en las condiciones fácticas dadas)	$N_h^{-1} E_i \ddot{F}$ (N_h, expresión aritmética de n_h; E_i, expresión aritmética principal de e_i; $\ddot{F}$, factor fáctico constante)
4.4.1.8.	$O(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m}) e_i$ ($n_{h_1}, n_{h_2} \ldots, n_{h_m}$, variables normativas; e_i, fórmula fáctica elemental; O, operador de obligación)	$(N_{h_1} N_{h_2} \ldots N_{h_m})^{-1} E_i$ ($N_{h_1}, N_{h_2}, \ldots, N_{h_m}$, expresiones aritméticas de $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m}$; E_i, expresión aritmética principal de e_i)
4.4.1.9.	$O_f(n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m}) e_i$ ($n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m}$, variables normativas; e_i, fórmula fáctica elemental; O_f, operador de obligación derivada, en las condiciones fácticas dadas)	$(N_{h_1} N_{h_2} \ldots N_{h_m})^{-1} E_i \ddot{F}$ ($N_{h_1}, N_{h_2}, \ldots, N_{h_m}$, expresiones aritméticas de $n_{h_1}, n_{h_2}, \ldots, n_{h_m}$; E_i, expresión aritmética principal de e_i; $\ddot{F}$, factor fáctico constante)

4.4.1.10.	$O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})\ C_d(a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}})e_i$	$(N_{h_1}\ldots N_{h_m})^{-1}\,(A_{h_1}\ldots A_{h_{k-1}})^{-1}E_i$
	($n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$, variables normativas; $a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}}$, variables fácticas; e_i, fórmula fáctica elemental; O, operador de obligación; C_d, operador de implicación deóntica entre acciones)	($N_{h_1}, \ldots, N_{h_m}$, $A_{h_1}, \ldots, A_{h_{k-1}}$, expresiones aritméticas de $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$, y aritméticas principales, de $a_{h_1} \ldots, a_{h_{k-1}}$; E_i, expresión aritmética principal de e_i)
4.4.1.11.	$O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})\ C_d(a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}})e_i$	$(N_{h_1}\ldots N_{h_m})^{-1}\,(A_{h_1}\ldots A_{h_{k-1}})^{-1}E_i\ddot{F}$
	(Igual que la anterior, con la diferencia del operador O_f, de obligación derivada en las condiciones fácticas dadas)	(Igual que la anterior, con la diferencia de que aparece el factor fáctico constante $\ddot{F}$)
4.4.1.12.	Nf_{dpi}	$-F_{dpi}^{-1}$
	(f_{dpi}, fórmula deóntica primaria incondicional; N, operador de negación)	(F_{dpi}, expresión aritmética de f_{dpi})
4.4.1.13.	$S_f n_h$	$N_h\ddot{F}$
	(n_h, variable normativa; S_f, operador deóntico de satisfacción o cumplimiento de una norma, en las condiciones fácticas dadas)	(N_h, expresión aritmética de n_h; $\ddot{F}$, factor fáctico constante)
4.4.1.14.	$S_f N n_h$	$-N_h^{-1}\ddot{F}$
	(Igual que la anterior, con la diferencia del operador de negación N)	(N_h y $\ddot{F}$, como en la anterior)
4.4.1.15.	$D_{fn}(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})$	$-(N_{h_1}\ldots N_{h_m})^{-1}\ddot{F}$
	($n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$, constantes normativas; D_{fn}, operador de incompatibilidad fáctica entre normas, en las condiciones fácticas dadas)	($N_{h_1}, \ldots, N_{h_m}$, expresiones aritméticas de $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$; $\ddot{F}$, factor fáctico constante)

4.4.2. Enumeración de los distintos tipos de fórmulas deónticas específicas del CDG, con sus expresiones aritméticas y sus interpretaciones deónticas generales respectivas

	Fórmulas deónticas del CDG	*Expresiones aritméticas*	*Interpretaciones deónticas generales*
4.4.2.1.	$M_n a_h$	A_h	La acción a_h es obligatoria
4.4.2.2.	$I_n a_h = M_n N a_h$	$-A_h^{-1}$	La acción a_h es ilícita
4.4.2.3.	$C_d a_h a_i$	$A_h^{-1} A_i$	La ejecución de la acción a_h implica deónticamente (obliga a) la ejecución de la acción a_i
4.4.2.4.	$D_d a_h a_i = C_d a_h N a_i$	$A_h^{-1}(-A_i^{-1}) = -A_h^{-1} A_i^{-1}$	La ejecución de la acción a_h es deónticamente incompatible con la ejecución de la acción a_i (obliga a la omisión de la acción a_i)
4.4.2.5.	$C_d N a_h a_i$	$(-A_h^{-1})^{-1} A_i = -A_h A_i$	La omisión de la acción a_h implica deónticamente (obliga a) la ejecución de la acción a_i
4.4.2.6.	$C_d N a_h N a_i$	$(-A_h^{-1})^{-1}(-A_i^{-1}) = A_h A_i^{-1}$	La omisión de la acción a_h implica deónticamente (obliga a) la omisión de la acción a_i
4.4.2.7.	$C_d(a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}}) a_i$	$(A_{h_1} \ldots A_{h_{k-1}})^{-1} A_i$	La ejecución conjunta de las acciones $a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}}$ implica deónticamente (obliga a) la ejecución de la acción a_i

4.4.2.8.	$D_d(a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}})a_i = C_d(a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}})Na_i$	$(A_{h_1} \ldots A_{h_{k-1}})^{-1}(-A_i^{-1}) = -(A_{h_1} \ldots A_{h_{k-1}} A_i)^{-1}$	La ejecución conjunta de las acciones $a_{h_1}, \ldots, a_{h_{k-1}}$ es incompatible con la ejecución de la acción a_i (obliga a la omisión de la acción a_i)
4.4.2.9.	$On_h a_i$	$N_h^{-1}A_i$	La norma n_h ordena (obliga a) ejecutar la acción a_i
4.4.2.10.	$Rn_h a_i$	$N_h^{-1}(-A_i^{-1}) = -N_h^{-1}A_i^{-1}$	La norma n_h prohíbe ejecutar (obliga a omitir) la acción a_i
4.4.2.11.	$Pn_h a_i = NOn_h Na_i = NRn_h a_i$	$-(-N_h^{-1}A_i^{-1})^{-1} = N_h A_i$	La norma n_h permite (no prohíbe) ejecutar (no obliga a omitir) la acción a_i
4.4.2.12.	$Qn_h a_i = NOn_h a_i$	$-(N_h^{-1}A_i)^{-1} = -N_h A_i^{-1}$	La norma n_h dispensa de (no obliga a) ejecutar la acción a_i
4.4.2.13.	$O_f n_h a_i$	$N_h^{-1}A_i\ddot{F}$	La norma n_h obliga implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, a ejecutar la acción a_i
4.4.2.14.	$R_f n_h a_i = O_f n_h Na_i$	$N_h^{-1}(-A_i^{-1})\ddot{F} = -N_h^{-1}A_i^{-1}\ddot{F}$	La norma n_h prohíbe implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, ejecutar la acción a_i (obliga implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, a omitir la acción a_i)
4.4.2.15.	$P_f n_h a_i = NO_f n_h Na_i = NR_f n_h a_i$	$-(-N_h^{-1}A_i^{-1})^{-1}\ddot{F} = N_h A_i \ddot{F}$	La norma n_h permite implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, ejecutar la acción a_i

Fórmulas deónticas del CDG	*Expresiones aritméticas*	*Interpretaciones deónticas generales*
4.4.2.16. $Q_f n_h a_i = NO_f n_h a_i$	$-(N_h^{-1}A_i)^{-1}\ddot{F} = -N_h A_i^{-1}\ddot{F}$	La norma n_h dispensa implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, de ejecutar la acción a_i
4.4.2.17. $O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})a_i$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_i$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena (obliga a) ejecutar la acción a_i
4.4.2.18. $R(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})a_i = O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})Na_i$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}(-A_i^{-1}) = -(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_i^{-1}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ prohíbe ejecutar (obliga a omitir) la acción a_i
4.4.2.19. $O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})a_i$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_i\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ obliga implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, a ejecutar la acción a_i
4.4.2.20. $R_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})a_i = O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})Na_i$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}(-A_i^{-1})\ddot{F} = -(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_i^{-1}\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}; \ldots, n_{h_m}$ prohíbe implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, ejecutar la acción a_i (obliga implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, a omitir la acción a_i)

4.4.2.21. $On_hC_da_ia_j$	$N_h^{-1}A_i^{-1}A_j$	La norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_i implique deónticamente (obligue a) la ejecución de la acción a_j
4.4.2.22. $On_hD_da_ia_j = On_hC_da_iNa_j$	$N_h^{-1}(-A_i^{-1}A_j^{-1}) = -N_h^{-1}A_i^{-1}A_j^{-1}$	La norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_i sea deónticamente incompatible con la ejecución de la acción a_j (obligue a la omisión de la acción a_j)
4.4.2.23. $On_hC_dNa_ia_j$	$N_h^{-1}(-A_iA_j) = -N_h^{-1}A_iA_j$	La norma n_h ordena que la omisión de la acción a_i implique deónticamente (obligue a) la ejecución de la acción a_j
4.4.2.24. $On_hC_dNa_iNa_j$	$N_h^{-1}(A_iA_j^{-1}) = N_h^{-1}A_iA_j^{-1}$	La norma n_h ordena que la omisión de la acción a_i implique deónticamente (obligue a) la omisión de la acción a_j
4.4.2.25. $O_fn_hC_da_ia_j$	$N_h^{-1}A_i^{-1}A_j\ddot{F}$	La norma n_h ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la ejecución de la acción a_i obligue a la ejecución dc la acción a_j
4.4.2.26. $O_fn_hD_da_ia_j = O_fn_hC_da_iNa_j$	$-N_h^{-1}A_i^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$	La norma n_h ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la ejecución de la acción a_i obligue a la omisión de la acción a_j

Fórmulas deónticas del CDG	*Expresiones aritméticas*	*Interpretaciones deónticas generales*
4.4.2.27. $O_f n_h C_d N a_i a_j$	$-N_h^{-1} A_i A_j \ddot{F}$	La norma n_h ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la omisión de la acción a_i obligue a la ejecución de la acción a_j
4.4.2.28. $O_f n_h C_d N a_i N a_j$	$N_h^{-1} A_i A_j^{-1} \ddot{F}$	La norma n_h ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la omisión de la acción a_i obligue a la omisión de la acción a_j
4.4.2.29. $O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}) C_d a_i a_j$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1} A_i^{-1} A_j$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena que la ejecución de la acción a_i obligue a la ejecución de la acción a_j
4.4.2.30. $O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}) D_d a_i a_j$	$-(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1} A_i^{-1} A_j^{-1}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena que la ejecución de la acción a_i obligue a la omisión de la acción a_j
4.4.2.31. $O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}) C_d N a_i a_j$	$-(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1} A_i A_j$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena que la omisión de la acción a_i obligue a la ejecución de la acción a_j

4.4.2.32.	$O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})C_dNa_iNa_j$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_iA_j^{-1}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena que la omisión de la acción a_i obligue a la omisión de la acción a_j
4.4.2.33.	$O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})C_da_ia_j$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_i^{-1}A_j\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la ejecución de la acción a_i obligue a la ejecución de la acción a_j
4.4.2.34.	$O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})D_da_ia_j$	$-(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_i^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la ejecución de la acción a_i obligue a la omisión de la acción a_j
4.4.2.35.	$O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})C_dNa_ia_j$	$-(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_iA_j\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la omisión de la acción a_i obligue a la ejecución de la acción a_j
4.4.2.36.	$O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})C_dNa_iNa_j$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}A_iA_j^{-1}\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena implícita-

Fórmulas deónticas del CDG	*Expresiones aritméticas*	*Interpretaciones deónticas generales*
		mente, en las condiciones fácticas dadas, que la omisión de la acción a_i obligue a la omisión de la acción a_j
4.4.2.37. $O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})\, C_d(a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}})a_j$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}\,(A_{i_1} \ldots A_{i_{k-1}})^{-1}A_j$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena que la ejecución conjunta de las acciones $a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}}$ obligue a la ejecución de la acción a_j
4.4.2.38. $O(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})\, D_d(a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}})a_j$	$-(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}\,(A_{i_1} \ldots A_{i_{k-1}})^{-1}A_j^{-1}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena que la ejecución conjunta de las acciones $a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}}$ obligue a la omisión de la acción a_j
4.4.2.39. $O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})\, C_d(a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}})a_j$	$(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}\,(A_{i_1} \ldots A_{i_{k-1}})^{-1}A_j\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la ejecución conjunta de las acciones $a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}}$ obligue a la ejecución de la acción a_j

4.4.2.40. $O_f(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})\, D_d(a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}})a_j$	$-(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}(A_{i_1} \ldots A_{i_{k-1}})^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$	La conjunción de las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ ordena implícitamente, en las condiciones fácticas dadas, que la ejecución conjunta de las acciones $a_{i_1}, \ldots, a_{i_{k-1}}$ obligue a la omisión de la acción a_j
4.4.2.41. $S_f n_h$	$N_h \ddot{F}$	La norma n_h se satisface (se cumple), en las condiciones fácticas dadas
4.4.2.42. $V_f n_h = S_f N n_h$	$-N_h^{-1}\ddot{F}$	La norma n_h se viola (se incumple), en las condiciones fácticas dadas
4.4.2.43. $D_{fn}(n_{h_1}, \ldots, n_{h_m})$	$-(N_{h_1} \ldots N_{h_m})^{-1}\ddot{F}$	Las normas $n_{h_1}, \ldots, n_{h_m}$ son fácticamente incompatibles (no pueden cumplirse o satisfacerse todas a la vez), en las condiciones fácticas dadas

4.5. Principio de equivalencia del CDG

La condición necesaria y suficiente para que dos fórmulas deónticas específicas del CDG, f_1 y f_2 sean deónticamente equivalentes es que sus respectivas expresiones aritméticas o números característicos F_1 y F_2 sean iguales.

Si utilizamos el signo $\approx_d$ para expresar la relación de equivalencia deóntica entre dos fórmulas deónticas específicas del CDG, escribiremos, pues:

$$f_1 \approx_d f_2 \qquad \text{si y solamente si} \qquad F_1 = F_2$$

En lo relativo a la equivalencia normativa entre fórmulas normativas procedentes del CNP y la equivalencia fáctica entre fórmulas fácticas procedentes del CFP, regirán en el CDG los principios de equivalencia del CNP y del CFP enunciados en 2.5. y 3.5., respectivamente.

Con arreglo al principio de equivalencia del CDG, todas las fórmulas deónticas específicas del CDG quedan distribuidas o clasificadas en clases de equivalencia deóntica, estando caracterizada cada una de dichas clases por un invariante, que es el número característico común a todas sus fórmulas.

4.6. Relaciones fundamentales de equivalencia entre fórmulas deónticas formadas mediante uno de los operadores *O, R, P, Q* y eventualmente el operador de negación *N*

De la definición de los operadores deónticos derivados *R, P* y *Q*, a partir de los operadores primitivos *O* y *N*, y del principio de equivalencia que acabamos de enunciar, se deduce el siguiente cuadro de equivalencias fundamentales entre fórmulas deónticas:

$N_i^{-1}A_j = -N_i^{-1}(-A_j^{-1})^{-1} = -(-N_iA_j^{-1})^{-1} =$ $= -(N_i(-A_j^{-1}))^{-1}$ luego, en virtud del principio de equivalencia: $On_ia_j \approx_d Rn_iNa_j \approx_d NQn_ia_j \approx_d NPn_iNa_j$ es decir: La norma n_i *ordena (obliga a)* ejecutar la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i prohíbe no-ejecutar (omitir) la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no dispensa de ejecutar la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no permite no-ejecutar (omitir) la acción a_j	$-N_i^{-1}A_j^{-1} = N_i^{-1}(-A_j^{-1}) = -(N_iA_j)^{-1} =$ $= -(-N_i(-A_j^{-1})^{-1})^{-1}$ luego, en virtud del principio de equivalencia: $Rn_ia_j \approx_d On_iNa_j \approx_d NPn_ia_j \approx_d NQn_iNa_j$ es decir: La norma n_i *prohíbe* ejecutar la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i ordena (obliga a) no-ejecutar (omitir) la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no permite ejecutar la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no dispensa de no-ejecutar (omitir) la acción a_j
$N_iA_j = -(N_i^{-1}(-A_j^{-1}))^{-1} =$ $-N_i(-A_j^{-1})^{-1} = -(-N_i^{-1}A_j^{-1})^{-1}$ luego, en virtud del principio de equivalencia: $Pn_ia_j \approx_d NOn_iNa_j \approx_d Qn_iNa_j \approx_d NRn_ia_j$ es decir: La norma n_i *permite* ejecutar la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no ordena (obliga a) no-ejecutar (omitir) la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i dispensa de no-ejecutar (omitir) la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no prohíbe ejecutar la acción a_j	$-N_iA_j^{-1} = -(N_i^{-1}A_j)^{-1} = N_i(-A_j^{-1}) =$ $= -(-N_i^{-1}(-A_j^{-1})^{-1})^{-1}$ luego, en virtud del principio de equivalencia: $Qn_ia_j \approx_d NOn_ia_j \approx_d Pn_iNa_j \approx_d NRn_iNa_j$ es decir: La norma n_i *dispensa de* ejecutar la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no ordena (obliga a) ejecutar la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i permite no-ejecutar (omitir) la acción $a_j \approx_d$ La norma n_i no prohíbe no-ejecutar (omitir) la acción a_j

4.7. Posibilidad de elegir como primitivo cualquiera de los cuatro operadores deónticos *O, R, P, Q*, derivando de su expresión aritmética y de la negación la expresión aritmética de los demás

Del cuadro anterior deducimos el siguiente:

A partir de los operadores / *Operadores definidos*	O	R	P	Q
O	On_ia_j	Rn_iNa_j	NPn_iNa_j	NQn_ia_j
R	On_iNa_j	Rn_ia_j	NPn_ia_j	NQn_iNa_j
P	NOn_iNa_j	NRn_ia_j	Pn_ia_j	Qn_iNa_j
Q	NOn_ia_j	NRn_iNa_j	Pn_iNa_j	Qn_ia_j

Como se ve, cualquiera de los cuatro operadores deónticos *O* (obligación), *R* (prohibición), P (permisión) y *Q* (dispensa) podría tomarse como primitivo, quedando definidos los otros tres a partir del primero y de la negación. Tras de lo cual, es suficiente expresar aritméticamente el operador que se haya tomado como primitivo y la negación para que puedan también expresarse aritméticamente, como consecuencia, los otros tres operadores.

4.8. Los distintos tipos de implicación utilizados en el CDG

Se habrá comprobado que nosotros tratamos el operador deóntico *O* (obligación), que hemos tomado como fundamental y primitivo, como un operador de características formales en cierto modo análogas a las de los operadores de implicación entre normas y de implicación entre acciones, que hemos examinado en el CNP y en el CFP, respectivamente, y que le atribuimos una expresión aritmética análoga. La principal diferencia entre el operador *O*, por un lado, y los operadores C_j (implicación normativa —o jurídica— entre normas), C_f (implicación fáctica entre acciones) y C_j (implicación deóntica entre acciones), por otro, consiste en que, en estos últimos, antecedente y consiguiente son términos *homogéneos* (respectivamente, dos normas o dos acciones), mientras que en el caso del operador O son *heterogéneos* (una norma y una acción). Esta circunstancia no nos parece un argumento suficiente para llevarnos a excluir la relación de obligación de la cada día más rica y variada lista de las relaciones de implicación. Lo que nos parece esencial y característico de una relación de implicación, de cualquier tipo, es que admita la aplicación del "modus ponens", en la más amplia consideración posible de esta regla, que enunciaremos del modo siguiente:

> "De la aserción de la implicación: 'Si el antecedente A adquiere el valor X, entonces el consiguiente C adquiere el valor Y' y la aserción: 'El antecedente A adquiere el valor X' se deduce siempre la aserción: 'El consiguiente C adquiere el valor Y'."

Ahora bien, creemos que esta regla es aplicable y mantiene toda su fuerza aun en el caso de que los términos A (antecedente) y C (consiguiente) sean heterogéneos o de distinta naturaleza, como lo son una norma y una acción y de que los valores X e Y que son susceptibles de adquirir A y C sean no solamente distintos de los valores veritativos tradicionales sino tan heterogéneos entre sí como el valor '*jurídicamente válida*' (para la norma) y '*obligatoria*' (para la acción) o '*cumplida*' (para la norma) y '*ejecutada*' (para la acción).

Lo que importa es que siempre sepamos exactamente, para cada tipo de implicación, qué es lo que debe ocurrir para que la implicación se realice, es decir, qué valor Y tiene que adquirir el consiguiente si el antecedente adquiere el valor X.

Con arreglo a este criterio, *al que atribuimos un alcance lógico general y que jamás hemos visto expuesto con nitidez en ninguna obra de lógica*, definiremos del siguiente modo los distintos tipos de implicación utilizados en nuestro cálculo deóntico general:

4.8.1. Operador C_j de implicación normativa (o jurídica) entre normas:

$C_j n_h n_i$ significa:

> 'Si la norma n_h adquiere el valor *normativamente (o jurídicamente) válida* entonces la norma n_i adquiere el valor *normativamente (o jurídicamente) válida*'

4.8.2. Operador C_f de implicación fáctica entre acciones:

$C_f a_h a_i$ significa:

> 'Si la acción a_h adquiere el valor *ejecutada*, entonces la acción a_i adquiere el valor *ejecutada*'

4.8.3. Operador O de obligación:

$On_h a_i$ significa:

'Si la norma n_h adquiere el valor *normativamente (o jurídicamente) válida*, entonces la acción a_i adquiere el valor *obligatoria*' y

'Si la norma n_h adquiere el valor *observada (cumplida)*, entonces la acción a_i adquiere el valor *ejecutada*'

4.8.4. Operador O_f de obligación derivada, en las condiciones fácticas dadas:

Lo mismo que el anterior, pero 'en las condiciones fácticas dadas' (o, si se prefiere, 'en un universo fáctico determinado')

4.8.5. Operador C_d de implicación deóntica entre acciones:

$C_d a_h a_i$ significa:

'Si la acción a_h adquiere el valor *ejecutada*', entonces la acción a_i adquiere el valor *obligatoria*'

4.9. Aserción, para un universo normativo dado U_N, o para un universo fáctico dado U_F, de una fórmula constante del CDG

Para las aserciones de fórmulas normativas procedentes del CNP y de fórmulas fácticas procedentes del CFP, se incorporan en el CDG los criterios ya establecidos, respectivamente, en 2.9. y 3.9.

En cuanto a las fórmulas deónticas específicas del CDG, sólo serán susceptibles de aserción las *fórmulas deónticas constantes*, es decir, aquellas que se hayan formado utilizando la regla de formación rfdg-21.

Se utilizarán los dos símbolos de aserción $\vdash_{U_N}$ y $\vdash_{U_F}$ ya introducidos, respectivamente en 2.9. y en 3.9.

Toda fórmula en cuya expresión aritmética no figure el factor fáctico constante $\ddot{F}$ será susceptible de aserción en un universo normativo U_N; por el contrario, toda fórmula en cuya exprcsión aritmética figure el factor fáctico constante $\ddot{F}$ será susceptible de aserción en un universo fáctico U_F.

Al igual que en el CNP y en el CFP, daremos siempre por supuesto que la operación técnica (práctica) correspondiente a la operación lógica (teórica) de *aserción* de una fórmula deóntica específica del CDG, será el registro del número característico de dicha fórmula en la memoria de las fórmulas deónticas afirmadas ya para un universo normativo U_N, ya para un universo fáctico U_F. Esta memoria podrá subdividirse, si así se considera oportuno por razones prácticas, en dos sub-memorias distintas, una para las fórmulas sin componente fáctico y otra para aquellas en cuya expresión aritmética figura el factor $\ddot{F}$, cuando parezca conveniente, como ya se apuntó en 4.1., otorgar un mayor grado de permanencia a las fórmulas que expresen relaciones independientes de unas condiciones fácticas (universo fáctico) determinadas. Pero, aunque así no se hiciere, es evidente que unas y otras fórmulas se distinguirán siempre de un modo automático porque sólo aquellas en cuya expresión aritmética no figure la constante fáctica $\ddot{F}$ tendrán ese carácter de independencia.

4.10. Reglas de deducción del CDG

4.10.1. Para las deducciones cuyas premisas sean exclusivamente fórmulas normativas, se incorporan en el CDG las reglas de deducción del CNP establecidas en 2.10.

4.10.2. Para las deducciones cuyas premisas sean exclusivamente fórmulas fácticas, se incorporan en el CDG las reglas de deducción del CFP establecidas en 3.10.

4.10.3. Reglas de deducción específicas del CDG

rddg-1. Regla de la eliminación

Si una fórmula deóntica primaria constante f_{dpc} ha sido afirmada para un universo normativo dado U_N; y

Si, al mismo tiempo, ha sido afirmada, ya para el mismo universo normativo U_N, ya para un universo fáctico dado U_F, sometido a la jurisdicción de U_N, otra fórmula constante f del CDG (con la excepción de los consiguientes deónticos) con una y una sola constante —normativa o fáctica— común con f_{dpc}; y, finalmente

Si el producto de los números característicos F_{dpc} y F de las fórmulas f_{dpc} y f da como resultado, después de la eliminación del único factor primo común, un número $F' = F_{dpc}F$ que es el número característico de una fórmula cualquiera f' del CDG;

Entonces la fórmula f' quedará también afirmada, ya para el universo normativo U_N, si en F' no figura el factor fáctico $\ddot{F}$, ya para el universo fáctico U_F, si en F' figura el factor fáctico $\ddot{F}$.

rddg-2. Regla de la equivalencia

Si una fórmula constante f_1 del CDG ha sido afirmada para un universo normativo dado U_N o para un universo fáctico dado U_F, y si el número característico F_1 de f_1 es igual al número característico F_2 de otra fórmula distinta f_2 del CDG, entonces la fórmula f_2 quedará también afirmada, respectivamente para el citado universo normativo U_N o fáctico U_F.

4.11. Cuadro de deducciones específicas del CDG por multiplicación aritmética	On_ha_j $N_h^{-1}A_j$	Rn_ha_j $-N_h^{-1}A_j^{-1}$	Pn_ha_j N_hA_j	Qn_ha_j $-N_hA_j^{-1}$
n_h N_h	M_na_j A_j	I_na_j $-A_j^{-1}$		
$NC_jn_hNn_h$ N_h^2	Pn_ha_j N_hA_j	Qn_ha_j $-N_hA_j^{-1}$		
$C_jn_gn_h$ $N_g^{-1}N_h$	On_ga_j $N_g^{-1}A_j$	Rn_ga_j $-N_g^{-1}A_j^{-1}$		
$G_jn_gn_h$ N_gN_h	Pn_ga_j N_gA_j	Qn_ga_j $-N_gA_j^{-1}$		
On_ga_j $N_g^{-1}A_j$		$D_jn_gn_h$ $-N_g^{-1}N_h^{-1}$		$I_jn_gn_h$ $-N_g^{-1}N_h$
Rn_ga_j $-N_g^{-1}A_j^{-1}$	$D_jn_gn_h$ $-N_g^{-1}N_h^{-1}$		$I_jn_gn_h$ $-N_g^{-1}N_h$	
Pn_ga_j N_gA_j		$I_jn_hn_g$ $-N_h^{-1}N_g$		
Qn_ga_j $-N_gA_j^{-1}$	$I_jn_hn_g$ $-N_h^{-1}N_g$			
S_fn_h $N_h\ddot{F}$	a_j $A_j\ddot{F}$	Na_j $-A_j^{-1}\ddot{F}$		
a_j $A_j\ddot{F}$		V_fn_h $-N_h^{-1}\ddot{F}$		
Na_j $-A_j^{-1}\ddot{F}$	V_fn_h $-N_h^{-1}\ddot{F}$			
$C_fa_ja_m$ $A_j^{-1}A_m\ddot{F}$	$O_fn_ha_m$ $N_h^{-1}A_m\ddot{F}$		$P_fn_ha_m$ $N_hA_m\ddot{F}$	
$D_fa_ja_m$ $-A_j^{-1}A_m^{-1}\ddot{F}$	$R_fn_ha_m$ $-N_h^{-1}A_m^{-1}\ddot{F}$		$Q_fn_ha_m$ $-N_hA_m^{-1}\ddot{F}$	
$C_fa_ma_j$ $A_m^{-1}A_j\ddot{F}$		$R_fn_ha_m$ $-N_h^{-1}A_m^{-1}\ddot{F}$		$Q_fn_ha_m$ $-N_hA_m^{-1}\ddot{F}$
$O_fn_ga_j$ $N_g^{-1}A_j\ddot{F}$		$D_{fn}(n_g, n_h)$ $-N_g^{-1}N_h^{-1}\ddot{F}$		
$R_fn_ga_j$ $-N_g^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$	$D_{fn}(n_g, n_h)$ $-N_g^{-1}N_h^{-1}\ddot{F}$			

$On_hC_da_ja_k$ $N_h^{-1}A_j^{-1}A_k$	$On_hD_da_ja_k$ —$N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}$	$On_hC_dNa_ja_k$ —$N_h^{-1}A_jA_k$	$On_hC_dNa_jNa_k$ $N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$
$C_da_ja_k$ $A_j^{-1}A_k$	$D_da_ja_k$ —$A_j^{-1}A_k^{-1}$	$C_dNa_ja_k$ —A_jA_k	$C_dNa_jNa_k$ $A_jA_k^{-1}$
$On_gC_da_ja_k$ $N_g^{-1}A_j^{-1}A_k$	$On_gD_da_ja_k$ —$N_g^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}$	$On_gC_dNa_ja_k$ —$N_g^{-1}A_jA_k$	$On_gC_dNa_jNa_k$ $N_g^{-1}A_jA_k^{-1}$
$O(n_g, n_h)a_k$ $N_g^{-1}N_h^{-1}A_k$	$R(n_g, n_h)a_k$ —$N_g^{-1}N_h^{-1}A_k^{-1}$		
		$O(n_g, n_h)a_k$ $N_g^{-1}N_h^{-1}A_k$	$R(n_g, n_h)a_k$ —$N_g^{-1}N_h^{-1}A_k^{-1}$
$C_fa_ja_k$ $A_j^{-1}A_k\ddot{F}$	$D_fa_ja_k$ —$A_j^{-1}A_k^{-1}\ddot{F}$		$C_fa_ka_j$ $A_k^{-1}A_j\ddot{F}$
$O_fn_ha_k$ $N_h^{-1}A_k\ddot{F}$	$R_fn_ha_k$ —$N_h^{-1}A_k^{-1}\ddot{F}$		
		$O_fn_ha_k$ $N_h^{-1}A_k\ddot{F}$	$R_fn_ha_k$ —$N_h^{-1}A_k^{-1}\ddot{F}$
		$O_fn_hC_dNa_ma_k$ —$N_h^{-1}A_mA_k\ddot{F}$	$O_fn_hC_dNa_mNa_k$ $N_h^{-1}A_mA_k^{-1}\ddot{F}$
		$O_fn_hC_da_ma_k$ $N_h^{-1}A_m^{-1}A_k\ddot{F}$	$O_fn_hD_da_ma_k$ —$N_h^{-1}A_m^{-1}A_k^{-1}\ddot{F}$
$O_fn_hC_da_ma_k$ $N_h^{-1}A_m^{-1}A_k\ddot{F}$	$O_fn_hD_da_ma_k$ —$N_h^{-1}A_m^{-1}A_k^{-1}\ddot{F}$		
$O_f(n_g, n_h)a_k$ $N_g^{-1}N_h^{-1}A_k\ddot{F}$	$R_f(n_g, n_h)a_k$ —$N_g^{-1}N_h^{-1}A_k^{-1}\ddot{F}$		
		$O_f(n_g, n_h)a_k$ $N_g^{-1}N_h^{-1}A_k\ddot{F}$	$R_f(n_g, n_h)a_k$ —$N_g^{-1}N_h^{-1}A_k^{-1}\ddot{F}$

4.12. Esquemas de deducción representados en el cuadro precedente (o tabla de multiplicación deóntica), con su justificación aritmética y su interpretación deóntica correspondiente

4.12.1. Primer esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} \mathrm{n}_h$	N_h	En el universo normativo U_N, la norma n_h es válida;
$\vdash_{U_N} M_n a_j$	$A_j = (N_h^{-1}A_j)N_h$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la acción a_j es obligatoria.

4.12.2. Segundo esquema:		
$\vdash_{U_N} Rn_h a_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} n_h$	N_h	En el universo normativo U_N, la norma n_h es válida;
$\vdash_{U_N} I_n a_j$	$-A_j^{-1} = (-N_h^{-1}A_j^{-1})N_h$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la acción a_j es ilícita.

4.12.3. Tercer esquema:

	Justificación aritmética:	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h C_d a_j a_k$	$N_h^{-1}A_j^{-1}A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} n_h$	N_h	En el universo normativo U_N, la norma n_h es válida;
$\vdash_{U_N} C_d a_j a_k$	$A_j^{-1}A_k = (N_h^{-1}A_j^{-1}A_k)N_h$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la ejecución de la acción a_j obliga a la ejecución de la acción a_k.

4.12.4. Cuarto esquema:

$\vdash_{U_N} On_h D_d a_j a_k$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} n_h$	N_h	En el universo normativo U_N, la norma n_h es válida;
$\vdash_{U_N} D_d a_j a_k$	$-A_j^{-1}A_k^{-1} = (-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1})N_h$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la ejecución de la acción a_j obliga a la omisión de la acción a_k.

4.12.5. **Quinto esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_ja_k$	$-N_h^{-1}A_jA_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} n_h$	N_h	En el universo normativo U_N, la norma n_k es válida;
$\vdash_{U_N} C_dNa_ja_k$	$-A_jA_k = (-N_k^{-1}A_jA_k)N_h$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la omisión de la acción a_j obliga a la ejecución de la acción a_k.

4.12.6. **Sexto esquema:**

$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_jNa_k$	$N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} n_h$	N_h	En el universo normativo U_N, la norma n_h es válida;
$\vdash_{U_N} C_dNa_jNa_k$	$A_jA_k^{-1} = (N_h^{-1}A_jA_k^{-1})N_h$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la omisión de la acción a_j obliga a la omisión de la acción a_k.

4.12.7. Séptimo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} NC_j n_h N n_n$	N_h^2	En el universo normativo U_N, la norma n_h es autoconsistente;
$\vdash_{U_N} Pn_h a_j$	$N_h A_j = (N_h^{-1}A_j)N_h^2$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_h permite ejecutar la acción a_j.

4.12.8. Octavo esquema:		
$\vdash_{U_N} Rn_h a_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} NC_j n_h N n_h$	N_h^2	En el universo normativo U_N, la norma n_h es autoconsistente;
$\vdash_{U_N} Qn_h a_j$	$-N_h A_j^{-1} = (-N_h^{-1}A_j^{-1})N_h^2$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_h dispensa de (no obliga a) ejecutar la acción a_j.

4.12.9. Noveno esquema:		
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} C_j n_g n_h$	$N_g^{-1}N_h$	En el universo normativo U_N, la validez de la norma n_g implica la validez de la norma n_h;
$\vdash_{U_N} On_g a_j$	$N_g^{-1}A_j = (N_h^{-1}A_j)(N_g^{-1}N_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena ejecutar la acción a_j.

4.12.10. **Décimo esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} Rn_ha_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} C_jn_gn_h$	$N_g^{-1}N_h$	En el universo normativo U_N, la validez de la norma n_g implica la validez de la norma n_h;
$\vdash_{U_N} Rn_ga_j$	$-N_g^{-1}A_j^{-1} = (-N_h^{-1}A_j^{-1})(N_g^{-1}N_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g prohíbe ejecutar la acción a_j.

4.12.11. **Undécimo esquema:**		
$\vdash_{U_N} On_hC_da_ja_k$	$N_h^{-1}A_j^{-1}A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} C_jn_gn_h$	$N_g^{-1}N_h$	En el universo normativo U_N, la validez de la norma n_g implica la validez de la norma n_h;
$\vdash_{U_N} On_gC_da_ja_k$	$N_g^{-1}A_j^{-1}A_k = (N_h^{-1}A_j^{-1}A_k)(N_g^{-1}N_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k.

4.12.12. **Duodécimo esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hD_da_ja_h$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} C_jn_gn_h$	$N_g^{-1}N_h$	En el universo normativo U_N, la validez de la norma n_g implica la validez de la norma n_h;
$\vdash_{U_N} On_gD_da_ja_k$	$-N_g^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1} = (-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1})(N_g^{-1}N_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k.

4.12.13. Decimotercer esquema:

$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_ja_k$	$-N_h^{-1}A_jA_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} C_jn_gn_h$	$N_g^{-1}N_h$	En el universo normativo U_N, la validez de la norma n_g implica la validez de la norma n_h;
$\vdash_{U_N} On_gC_dNa_ja_k$	$-N_g^{-1}A_jA_k = (-N_h^{-1}A_jA_k)(N_g^{-1}N_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k.

4.12.14. **Decimocuarto esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_jNa_k$	$N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} C_jn_gn_h$	$N_g^{-1}N_h$	En el universo normativo U_N, la validez de la norma n_g implica la validez de la norma n_h;
$\vdash_{U_N} On_gC_dNa_jNa_k$	$N_g^{-1}A_jA_k^{-1} = (N_h^{-1}A_jA_k^{-1})(N_g^{-1}N_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k.

4.12.15. **Decimoquinto esquema:**		
$\vdash_{U_N} On_ha_j$	$N_h^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} G_jn_gn_h$	N_gN_h	En el universo normativo U_N, las normas n_g y n_h son compatibles;
$\vdash_{U_N} Gn_ga_j$	$N_gA_j = (N_h^{-1}A_j)(N_gN_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g permite la ejecución de la acción a_j.

4.12.16. **Decimosexto esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} Rn_h a_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} G_j n_g n_h$	$N_g N_h$	En el universo normativo U_N, las normas n_g y n_h son compatibles;
$\vdash_{U_N} Qn_g a_j$	$-N_g A_j^{-1} = (-N_h^{-1}A_j^{-1})(N_g N_h)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g dispensa de (no obliga a) ejecutar la acción a_j.

4.12.17. **Decimoséptimo esquema:**		
$\vdash_{U_N} Rn_h a_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} On_g a_j$	$N_g^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} D_j n_g n_h$	$-N_g^{-1}N_h^{-1} = (-N_h^{-1}A_j^{-1})(N_g^{-1}A_j)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, las normas n_g y n_h son incompatibles.

4.12.18. Decimoctavo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} Qn_h a_j$	$-N_h A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h dispensa de (no obliga a) ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} On_g a_j$	$N_g^{-1} A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena ejecutar la acción a_j;
$\vdash_{U_N} I_j n_g n_h$	$-N_g^{-1} N_h = (-N_h A_j^{-1})(N_g^{-1} A_j)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g es independiente de (no se ve exigida por) la norma n_h.

4.12.19. Decimonoveno esquema:		
$\vdash_{U_N} On_h C_d a_j a_k$	$N_h^{-1} A_j^{-1} A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} On_g a_j$	$N_g^{-1} A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} O(n_g, n_h) a_k$	$(N_g N_h)^{-1} A_k = (N_h^{-1} A_j^{-1} A_k)(N_g^{-1} A_j)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_g y n_h ordena la ejecución de la acción a_k.[220]

220. Este esquema decimonoveno de nuestro *Cálculo deóntico general* representa la demostración por multiplicación aritmética de la *primera ley de la obligación derivada* de Von Wright (véase WRIGHT, Georg Henrik Von, 1951*a*, pp. 13-14) que el filósofo finlandés expresa del siguiente modo:

$$(OA)\ \&\ (OA \rightarrow B) \text{ entails } OB$$

(If doing what we ought to do commits us to do something else, then this new act is also something which we ought to do).

Otras leyes de la obligación derivada de Von Wright pueden también demostrarse de un modo análogo en nuestro cálculo. Veamos dos:

Esquema de la tercera ley de Von Wright en el CDG:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica:*
$\vdash_{U_N} On_kC_da_ja_k$	$N_k^{-1}A_j^{-1}A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_k ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} Rn_ia_k$	$—N_i^{-1}A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_i prohíbe la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} R(n_k, n_i)a_j$	$—(N_kN_i)^{-1}A_j^{-1} =$ $=(N_k^{-1}A_j^{-1}A_k)\ (—N_i^{-1}A_k^{-1})$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_k y n_i prohíbe la ejecución de la acción a_j.

Esquema de la sexta ley de Von Wright en el CDG:		
$\vdash_{U_N} On_ka_j$	$N_k^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_k ordena (obliga a) la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} On_iC_d(a_j, a_k)a_m$	$N_i^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}A_m$	En el universo normativo U_N, la norma n_i ordena que la ejecución conjunta de las acciones a_j y a_k obligue a la ejecución de la acción a_m;
$\vdash_{U_N} O(n_k, n_i)C_da_ka_m$	$(N_kN_i)^{-1}A_k^{-1}A_m =$ $=(N_k^{-1}A_j)\ (N_i^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}A_m)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_k y n_i ordena que la ejecución de la acción a_k obligue a la ejecución de la acción a_m.

4.12.20. Vigésimo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h D_d a_j a_k$	$-N_h^{-1} A_j^{-1} A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} On_g a_j$	$N_g^{-1} A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_g ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} R(n_g, n_h) a_k$	$-N_g^{-1} N_h^{-1} A_k^{-1} =$ $= (-N_h^{-1} A_j^{-1} A_k^{-1})(N_g^{-1} A_j)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_g y n_h prohíbe la ejecución de la acción a_k.

4.12.21. Vigésimo primer esquema:		
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1} A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} Rn_g a_j$	$-N_g^{-1} A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_g prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} D_j n_g n_h$	$-N_g^{-1} N_h^{-1} =$ $= (N_h^{-1} A_j)(-N_g^{-1} A_j^{-1})$	LUEGO: En el universo normativo U_N, las normas n_g y n_h son incompatibles.

4.12.22. **Vigésimo segundo esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} Pn_h a_j$	$N_h A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h permite la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} Rn_g a_j$	$-N_g^{-1} A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_g probíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} I_j n_g n_h$	$-N_g^{-1} N_h = (N_h A_j)(-N_g^{-1} A_j^{-1})$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_g es independiente de (no se ve exigida por) la norma n_h.

4.12.23. **Vigésimo tercer esquema:**		
$\vdash_{U_N} On_h C_d N a_j a_k$	$-N_h^{-1} A_j A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} Rn_g a_j$	$-N_g^{-1} A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_g prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} O(n_g, n_h) a_k$	$N_g^{-1} N_h^{-1} A_k = (-N_h^{-1} A_j A_k)(-N_g^{-1} A_j^{-1})$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_g y n_h ordena la ejecución de la acción a_k.

4.12.24. Vigésimo cuarto esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_jNa_k$	$N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_N} Rn_ga_j$	$-N_g^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_g prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} R(n_g,n_h)a_k$	$-N_g^{-1}N_h^{-1}A_k^{-1} = (N_h^{-1}A_jA_k)(-N_g^{-1}A_j^{-1})$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la conjunción de las normas n_g y n_h prohíbe la ejecución de la acción a_k.
4.12.25. Vigésimo quinto esquema:		
$\vdash_{U_N} Rn_ha_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} Pn_ga_j$	N_gA_j	En el universo normativo U_N, la norma n_g permite la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} I_jn_hn_g$	$-N_h^{-1}N_g = (-N_h^{-1}A_j^{-1})(N_gA_j)$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_h es independiente de (no se ve exigida por) la norma n_g.

4.12.26. Vigésimo sexto esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} Qn_g a_j$	$-N_g A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_g dispensa de (no obliga a) la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} I_f n_h n_g$	$-N_h^{-1}N_g = (N_h^{-1}A_j)(N_g A_j^{-1})$	LUEGO: En el universo normativo U_N, la norma n_h es independiente de (no se ve exigida por) la norma n_g.
4.12.27. Vigésimo séptimo esquema:		
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} S_f n_h$	$N_h \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_h se satisface (se cumple);
$\vdash_{U_F} a_j$	$A_j \ddot{F} = (N_h^{-1}A_j)(N_h \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la acción a_j se ejecuta.

4.12.28. Vigésimo octavo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} Rn_h a_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} S_f n_h$	$N_h\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_h se satisface se cumple);
$\vdash_{U_F} Na_j$	$-A_j^{-1}\ddot{F} = (-N_h^{-1}A_j^{-1})(N_h\ddot{F})$	Luego: En el universo fáctico U_F, la acción a_j se omite.

4.12.29. Vigésimo noveno esquema:		
$\vdash_{U_N} On_h C_d a_j a_k$	$N_h^{-1}A_j^{-1}A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} S_f n_h$	$N_h\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_h se satisface (se cumple);
$\vdash_{U_F} C_f a_j a_k$	$A_j^{-1}A_k\ddot{F} = (N_h^{-1}A_j^{-1}A_k)(N_h\ddot{F})$	Luego: En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la ejecución de la acción a_k.

4.12.30. **Trigésimo esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h D_d a_j a_k$	$-N_h^{-1} A_j^{-1} A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} S_f n_h$	$N_h \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_h se satisface (se cumple);
$\vdash_{U_F} D_f a_j a_k$	$-A_j^{-1} A_k^{-1} \ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1} A_j^{-1} A_k^{-1}) (N_h \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_j es fácticamente incompatible con la ejecución de la acción a_k (implica fácticamente la omisión de la acción a_k).

4.12.31. **Trigésimo primer esquema:**		
$\vdash_{U_N} On_h C_d Na_j Na_k$	$N_h^{-1} A_j A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} S_f n_h$	$N_h \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_h se satisface (se cumple);
$\vdash_{U_F} C_f a_k a_j$	$A_k^{-1} A_j \ddot{F} = (N_h^{-1} A_j A_k^{-1}) (N_h \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_k implica fácticamente la ejecución de la acción a_j.

4.12.32. **Trigésimo segundo esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} Rn_h a_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} a_j$	$A_j\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la acción a_j se ejecuta;
$\vdash_{U_F} V_f n_h$	$-N_h^{-1}\ddot{F} = (-N_h^{-1}A_j^{-1})(A_j\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h se viola (se incumple).

4.12.33. **Trigésimo tercer esquema:**		
$\vdash_{U_N} On_h C_d a_j a_k$	$N_h^{-1}A_j^{-1}A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} a_j$	$A_j\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la acción a_j se ejecuta;
$\vdash_{U_F} O_f n_h a_k$	$N_h^{-1}A_k\ddot{F} = (N_h^{-1}A_j^{-1}A_k)(A_j\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h obliga implícitamente a ejecutar la acción a_k.

4.12.34. **Trigésimo cuarto esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h D_d a_j a_k$	$-N_h^{-1} A_j^{-1} A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} a_j$	$A_j \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la acción a_j se ejecuta;
$\vdash_{U_F} R_f n_h a_k$	$-N_h^{-1} A_k^{-1} \ddot{F} = (-N_h^{-1} A_j^{-1} A_k^{-1})(A_j \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_k.

4.12.35. **Trigésimo quinto esquema:**		
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1} A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} Na_j$	$-A_j^{-1} \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la acción a_j se omite;
$\vdash_{U_F} V_f n_h$	$-N_h^{-1} \ddot{F} = (N_h^{-1} A_j)(-A_j^{-1} \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h se viola (se incumple).

4.12.36. Trigésimo sexto esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_ja_k$	$-N_h^{-1}A_jA_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} Na_j$	$-A_j^{-1}\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la acción a_j se omite;
$\vdash_{U_F} O_fn_ha_k$	$N_h^{-1}A_k\ddot{F} = (-N_h^{-1}A_jA_k)(-A_j^{-1}\ddot{F})$	Luego: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente la ejecución de la acción a_k.
4.12.37. Trigésimo séptimo esquema:		
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_jNa_k$	$N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} Na_j$	$-A_j^{-1}\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la acción a_j se omite;
$\vdash_{U_F} R_fn_ha_k$	$-N_h^{-1}A_k^{-1}\ddot{F} =$ $= (N_h^{-1}A_jA_k^{-1})(-A_j^{-1}\ddot{F})$	Luego: En el universo fáctico U_F, la norma n_h prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_k.

4.12.38. Trigésimo octavo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1}A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} C_f a_j a_m$	$A_j^{-1}A_m\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la ejecución de la acción a_m;
$\vdash_{U_F} O_f n_h a_m$	$N_h^{-1}A_m\ddot{F} = (N_h^{-1}A_j)(A_j^{-1}A_m\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente la ejecución de la acción a_m.

4.12.39. Trigésimo noveno esquema:		
$\vdash_{U_N} Pn_h a_j$	$N_h A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h permite la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_N} C_f a_j a_m$	$A_j^{-1}A_m\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la ejecución de la acción a_m;
$\vdash_{U_F} P_f n_h a_m$	$N_h A_m\ddot{F} = (N_h A_j)(A_j^{-1}A_m\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h permite implícitamente la ejecución de la acción a_m.

4.12.40. Cuadragésimo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_ja_k$	$-N_h^{-1}A_jA_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} C_fa_ja_m$	$A_j^{-1}A_m\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la ejecución de la acción a_m;
$\vdash_{U_F} O_fn_hC_dNa_ma_k$	$-N_h^{-1}A_mA_k\ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1}A_jA_k)(A_j^{-1}A_m\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente que la omisión de la acción a_m obligue a la ejecución de la acción a_k.

4.12.41. Cuadragésimo primer esquema:		
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_jNa_k$	$N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} C_fa_ja_m$	$A_j^{-1}A_m\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la ejecución de la acción a_m;
$\vdash_{U_F} O_fn_hC_dNa_mNa_k$	$N_h^{-1}A_mA_k^{-1}\ddot{F} =$ $= (N_h^{-1}A_jA_k^{-1})(A_j^{-1}A_m\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente que la omisión de la acción a_m obligue a la omisión de la acción a_k.

4.12.42. Cuadragésimo segundo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1} A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} D_f a_j a_m$	$-A_j^{-1} A_m^{-1} \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, las acciones a_j y a_m son fácticamente incompatibles (la ejecución de a_j implica fácticamente la omisión de a_m);
$\vdash_{U_F} R_f n_h a_m$	$-N_h^{-1} A_m^{-1} \ddot{F} =$ $= (N_h^{-1} A_j)(-A_j^{-1} A_m^{-1} \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_m (ordena implícitamente la omisión de la acción a_m).

4.12.43. Cuadragésimo tercer esquema:		
$\vdash_{U_N} Pn_h a_j$	$N_h A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h permite la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} D_f a_j a_m$	$-A_j^{-1} A_m^{-1} \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, las acciones a_j y a_m son fácticamente incompatibles (la ejecución de a_j implica fácticamente la omisión de a_m);
$\vdash_{U_F} Q_f n_h a_m$	$-N_h A_m^{-1} \ddot{F} =$ $= (N_h A_j)(-A_j^{-1} A_m^{-1} \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h dispensa implícitamente de la ejecución de la acción a_m (permite implícitamente la omisión de la acción a_m).

4.12.44. Cuadragésimo cuarto esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hC_dNa_ja_k$	$-N_h^{-1}A_jA_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} D_fa_ja_m$	$-A_j^{-1}A_m^{-1}\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, las acciones a_j y a_m son fácticamente incompatibles (la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la omisión de la acción a_m);
$\vdash_{U_F} O_fn_hC_da_ma_k$	$N_h^{-1}A_m^{-1}A_k\ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1}A_jA_k)(-A_j^{-1}A_m^{-1}\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente que la ejecución de la acción a_m obligue a la ejecución de la acción a_k.

4.12.45. Cuadragésimo quinto esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N}\ On_hC_dNa_jNa_k$	$N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F}\ D_fa_ja_m$	$-A_j^{-1}A_m^{-1}\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, las acciones a_j y a_m son fácticamente incompatibles (la ejecución de la acción a_j implica fácticamente la omisión de la acción a_m);
$\vdash_{U_F}\ O_fn_hD_da_ma_k$	$-N_h^{-1}A_m^{-1}A_k^{-1}\ddot{F} =$ $= (N_h^{-1}A_jA_k^{-1})(-A_j^{-1}A_m^{-1}\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente que la ejecución de la acción a_m obligue a la omisión de la acción a_k.

4.12.46. Cuadragésimo sexto esquema:		
$\vdash_{U_N}\ Rn_ha_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe la ejecución (ordena la omisión) de la acción a_j;
$\vdash_{U_F}\ C_fa_ma_j$	$A_m^{-1}A_j\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_m implica fácticamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F}\ R_fn_ha_m$	$-N_h^{-1}A_m^{-1}\ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1}A_j^{-1})(A_m^{-1}A_j\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h prohíbe implícitamente la ejecución (ordena implícitamente la omisión) de la acción a_m.

4.12.47. Cuadragésimo séptimo esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} Qn_h a_j$	$-N_h A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h dispensa de (no obliga a) la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} C_f a_m a_j$	$A_m^{-1} A_j \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_m implica fácticamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} \dot{Q}_f n_h a_m$	$-N_h A_m^{-1} \ddot{F} =$ $= (-N_h A_j^{-1})(A_m^{-1} A_j \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h dispensa implícitamente de la ejecución de la acción a_m (permite implícitamente la omisión de la acción a_m).

4.12.48. Cuadragésimo octavo esquema:		
$\vdash_{U_N} On_h C_d a_j a_k$	$N_h^{-1} A_j^{-1} A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} C_f a_m a_j$	$A_m^{-1} A_j \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_m implica fácticamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} O_f n_h C_d a_m a_k$	$N_h^{-1} A_m^{-1} A_k \ddot{F} =$ $= (N_h^{-1} A_j^{-1} A_k)(A_m^{-1} A_j \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente que la ejecución de la acción a_m obligue a la ejecución de la acción a_k.

4.12.49. Cuadragésimo noveno esquema:	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h D_d a_j a_k$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} C_f a_m a_j$	$A_m^{-1}A_j\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la ejecución de la acción a_m implica fácticamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} O_f n_h D_d a_m a_k$	$-N_h^{-1}A_m^{-1}A_k^{-1}\ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1})(A_m^{-1}A_j\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la norma n_h ordena implícitamente que la ejecución de la acción a_m obligue a la omisión de la acción a_k.
4.12.50. Quincuagésimo esquema:		
$\vdash_{U_N} Rn_h a_j$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h prohíbe la ejecución (ordena la omisión) de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} O_f n_g a_j$	$N_g^{-1}A_j\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_g ordena implícitamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} D_{fn}(n_g, n_h)$	$-N_g^{-1}N_h^{-1}\ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1}A_j^{-1})(N_g^{-1}A_j\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, las normas n_g y n_h son fácticamente incompatibles (la satisfacción de una de ellas implica la violación de la otra).

4.12.51. Quincuagésimo primer esquema:

	Justificación aritmética:	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_hC_da_ja_k$	$N_h^{-1}A_j^{-1}A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} O_fn_ga_j$	$N_g^{-1}A_j\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_g ordena implícitamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} O_f(n_g, n_h)a_k$	$N_g^{-1}N_h^{-1}A_k\ddot{F} =$ $= (N_h^{-1}A_j^{-1}A_k)(N_g^{-1}A_j\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la conjunción de las normas n_g y n_h ordena implícitamente la ejecución de la acción a_k.

4.12.52. Quincuagésimo segundo esquema:

$\vdash_{U_N} On_hD_da_ja_k$	$-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la ejecución de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} O_fn_ga_j$	$N_g^{-1}A_j\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_g ordena implícitamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} R_f(n_g, n_h)a_k$	$-(N_gN_h)^{-1}A_k^{-1}\ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1}A_j^{-1}A_k^{-1})(N_g^{-1}A_j\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la conjunción de las normas n_g y n_h prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_k.

4.12.53. **Quincuagésimo tercer esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N} On_h a_j$	$N_h^{-1} A_j$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} R_f n_g a_j$	$-N_g^{-1} A_j^{-1} \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_g prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} D_{fn}(n_g, n_h)$	$-N_g^{-1} N_h^{-1} \ddot{F} =$ $= (N_h^{-1} A_j)(-N_g^{-1} A_j^{-1} \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, las normas n_g y n_h son fácticamente incompatibles (la satisfacción de una de ellas implica la violación de la otra).

4.12.54. **Quincuagésimo cuarto esquema:**		
$\vdash_{U_N} On_h C_d N a_j a_k$	$-N_h^{-1} A_j A_k$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la ejecución de la acción a_k;
$\vdash_{U_F} R_f n_g a_j$	$-N_g^{-1} A_j^{-1} \ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_g prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F} O_f(n_g, n_h) a_k$	$(N_g N_h)^{-1} A_k \ddot{F} =$ $= (-N_h^{-1} A_j A_k)(-N_g^{-1} A_j^{-1} \ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la conjunción de las normas n_g y n_h ordena implícitamente la ejecución de la acción a_k.

4.12.55. **Quincuagésimo quinto esquema:**	*Justificación aritmética:*	*Interpretación deóntica general:*
$\vdash_{U_N}\ On_hC_dNa_jNa_k$	$N_h^{-1}A_jA_k^{-1}$	En el universo normativo U_N, la norma n_h ordena que la omisión de la acción a_j obligue a la omisión de la acción a_k;
$\vdash_{U_F}\ R_fn_ga_j$	$-N_g^{-1}A_j^{-1}\ddot{F}$	En el universo fáctico U_F, la norma n_g prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_j;
$\vdash_{U_F}\ R_f(n_g, n_h)a_k$	$-(N_gN_h)^{-1}A_k^{-1}\ddot{F} =$ $= (N_h^{-1}A_jA_k^{-1})(-N_g^{-1}A_j^{-1}\ddot{F})$	LUEGO: En el universo fáctico U_F, la conjunción de las normas n_g y n_h prohíbe implícitamente la ejecución de la acción a_k.

CONCLUSIÓN

Como se habrá podido constatar, nuestro Cálculo deóntico, utilizado según la interpretación que hace de él un Cálculo jurídico, ofrece, ante todo, la posibilidad de memorizar, en un lenguaje universal —matemático— no sólo los nombres de las normas de cualquier país o de alcance internacional, sino también la estructura lógica de los sistemas normativos, el contenido esencial de cada norma y, finalmente, los nombres de los hechos y acciones que tienen una significación jurídica, así como sus relaciones fácticas recíprocas en cualquier caso (universo fáctico) particular.

Ahora bien, una vez que hayamos convenido en atribuir a cada uno de estos objetos jurídicos un número característico que permita identificarlo y memorizarlo, será necesario o, por lo menos, útil, elaborar, para las diferentes lenguas, tomando como punto de referencia universal los números característicos, listas o repertorios, alfabéticos o sistemáticos, de los nombres de los objetos jurídicos en cada una de las lenguas o, al menos, en las más difundidas.

La utilidad de un sistema semejante, que permitiría, entre otras cosas, tener inmediatamente las equivalencias en distintas lenguas de los términos técnicos de una esfera determinada —aquí la jurídica— ha sido reconocida desde hace tiempo por distintas organizaciones internacionales. Basta considerar, para comprobarlo, los esfuerzos inmensos desplegados por algunas de esas organizaciones (OIT, FAO, OCDE, CIDSS, etc.) para preparar conjuntamente una Lista común de Descriptores para las Ciencias Económicas y Sociales, con un código numérico universal para cada descriptor y repertorios para encontrar los términos equivalentes en cada una de las lenguas más extendidas.

Ahora bien, hay que señalar que nuestro sistema de codificación numérica de los nombres de las normas, de las acciones, etc., va bastante más lejos que el sistema utilizado por las citadas organizaciones internacionales. En efecto, mientras que los números utilizados en este último para codificar los descriptores sólo tienen un valor convencional (número de la página y de la línea de la Lista común en las que se encuentra el descriptor buscado), que no sirve más que para la *identificación* del descriptor, los números característicos de nuestro Cálculo deóntico o jurídico poseen, por el contrario, un valor que podríamos llamar *operacional*, en el sentido de que es posible *operar directamente con ellos* para analizar la estructura lógica de los sistema normativos y fácticos y para deducir las correspondientes consecuencias, tanto de orden general y teórico como de carácter práctico y particular (resolución de casos concretos).

Para utilizar, una vez más, las ideas y terminología de Leibniz, que yo encuentro sumamente actuales en esta esfera, podríamos decir que todas las investigaciones y aplicaciones "usuales" relacionadas con los *descriptores* constituyen realizaciones parciales del objetivo leibniziano de un *Alfabeto de los pensamientos humanos*, mientras que los ensayos como el que aquí hemos presentado pretenden situarse en la perspectiva más amplia del programa total de Leibniz (debidamente actualizado), el cual incluye, además del *Alfabeto* citado, también la *Característica*, la *Combinatoria* y el *Cálculo Lógico*. En esta perspectiva multiforme, nuestro trabajo, naturalmente, no es más que un modesto comienzo.

BIBLIOGRAFÍA

ALPSTEN, B., 1972: "System for Legislative Procedure and Case Law", *World Conference on Informatics in Government* (Florencia, Italia, 16-20 octubre 1972), *Working Papers*, pp. 4-13.

ANDERSON, Alan Ross, 1956: *The Formal Analysis of Normative Systems*, New Haven, Yale University.

—, 1958: "Reduction of Deontic Logic to Alethic Modal Logic", *Mind*, LXVII (1958), pp. 100-103.

AQVIST, Lennart, 1963: "Postulate Sets and Decision Procedure for Some Systems of Deontic Logic", *Theoria* (Lund), 19 (1963), pp. 154-175.

BLANCHÉ, Robert, 1966: *Structures intellectuelles* (Prefacio de Georges Davy), París, Librairie Philosophique J. Vrin.

—, 1967: *Raison et Discours*, París, Librairie Philosophique J. Vrin.

BOBBIO, Norberto, 1954: "La logica giuridica di Eduardo García Máynez", *Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto*, XXX (1954), pp. 644-669.

BOCHENSKI, I. M., 1951: *Ancient Formal Logic*, Amsterdam, North-Holland.

—, 1956: *Formale Logik*, Friburgo (Suiza), Karl Alber. [Hay traducción española de Millán Bravo Lozano: *Historia de la Lógica Formal*, Madrid, Tecnos, 1966.]

BRÉTON, J. M., 1969: "Indexation par mot-clé ou texte integral", *Law and computer technology* (junio 1969), pp. 24-26.

— y MEHL, M., 1972: "Le C.E.D.I.J. et le Procédé Docilis", *World Conference on Informatics in Government* (Florencia, Italia, 16-20 octubre 1972), *Working Papers*, pp. 130-134.

BRINCKMANN, Hans y RIESER, Hannes, 1972: "Paraphrasen Juristischer Texte (Bericht über und Bemerkungen zu einem interdisziplinären Rundgespräch)", *Rechtstheorie*, 1, 1972, pp. 83-89.

CAPELLA, Juan-Ramón, 1968: *El derecho como lenguaje. Un análisis lógico*, Barcelona, Ariel.

CASTAÑEDA, Héctor Neri, 1957*a*: "On the Logic of Norms", *Methodos*, IX (1957), pp. 209-215.

—, 1957*b*: "Un sistema general de lógica normativa", *Dianoia*, III (1957), pp. 303-333.

—, 1960: "Obligation and Modal Logic", *Logique et Analyse*, 3 (1960), pp. 40-48.

COBB, Charles K., 1964: "The Use of Functions of Legislative Terms in Legal Writing", *M.U.L.L. (Modern Uses of Logic in Law)*, (marzo 1964), pp. 1-7.

COMUS, Louis F., jr., 1966: *Use of Computers and other Automated Processes by the Courts*, Pamphlet Series, 8, Ginebra-Washington.

CONTE, Amedeo G., 1961: "Bibliografia di Logica giuridica 1936-1960", *Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto*, XXXVIII (1961), pp. 120-144.

COSSÍO, Carlos, 1951: "La norma y el imperativo en Husserl. Notas analíticas para su estudio", *Revista de la Facultad de Derecho* (Buenos Aires), 23 (1951).

—, 1961: "La norme et l'impératif chez Husserl. Notes analytiques pour en faire l'étude", en *Mélanges en l'honneur de Paul Roubier*, t. I: *Théorie générale du droit et droit transitoire*, París, Dalloz-Sirey, 1961, pp. 145-198.

COUTURAT, Louis, 1901: *La logique de Leibniz*, París, Félix Alcan.

— y LEAU, L., 1903: *Histoire de la Langue Universelle*, París, Hachette.

DAVID, Aurel, 1970: *La Cybernétique et l'humain*, prefacio de Louis Couffignal, obra premiada por la Académie française y por la Académie des Sciences morales et politiques, París, Gallimard.

DELAHODDE, J. y MIGNOT, M., 1968: *Le traitement de l'information juridique*, París, Librairies Techniques.

DÍAZ, Elías, 1971: *Sociología y Filosofía del Derecho*, Madrid, Taurus.

EISENMANN, Charles, 1964: "Sur la Théorie Kelsenienne du Domaine de Validité des Normes Juridiques", en *Law, State and International Legal Order*, Ensayos en homenaje a Hans Kelsen, editados por Salo Engel en colaboración con Rudolf A. Metall, Knoxwille, University of Tenneesse Press, pp. 59-69.

ESPINAR LAFUENTE, Francisco, 1963: "El negocio jurídico. Su naturaleza, estructura y clases", *Revista General de Legislación y Jurisprudencia*, junio 1963; editado también como folleto, Madrid, Editorial Reus, 1963.

—, 1970: "El derecho como garantía. Esquema de una teoría social formal del Derecho", *Revista General de Legislación y Jurisprudencia*, I (julio-agosto 1970), II (septiembre 1970).

FABRY, J., 1972: "Planning a Legal Information System for the Federal Republic of Germany", *World Conference on Informatics in Government* (Florencia, Italia, 16-20 octubre 1972), *Working Papers*, pp. 245-247.

FERRATER MORA, José, 1965: *Diccionario de Filosofía*, 5.ª ed., Buenos Aires, Editorial Sudamericana.

FEYS, Robert, 1954: "Les logiques modales (thèmes de discussion)", *Theoria* (Madrid), año II (1954), núm. 7-8, pp. 163-166.

—, 1965: *Modal Logics*, editado con algunos complementos por Joseph Dopp, Lovaina, Nauwelaerts; París, Gauthier-Villars.

FISHER, Mark, 1961: *A Three-valued Calculus for Deontic Logic*.

—, 1962: "A system of deontic-alethic modal logic", *Mind*, 71 (1962), pp. 231-236.

FØLLESDAL, Dagfinn y HILPINEN, Risto, 1971: "Deontic Logic: An Introduction", en HILPINEN, Risto (editor), 1971, pp. 1-35.

GALLIZIA, A., MOLLAME, Flora y MARETTI, E., 1969: *Analisi automatica di testi giuridici*, Roma, Consiglio Nazionale delle Ricerche.

GARCÍA BACCA, Juan David, 1958: "Planes de Lógica Jurídica", *Studia jurídica* (Caracas), 2, 13 (1958).

GARCÍA MÁYNEZ, Eduardo, 1951: *Introducción a la Lógica Jurídica*, Méjico, Fondo de Cultura Económica.

—, 1953: *Los principios de la ontología formal del derecho y su expresión simbólica*, Méjico, Imprenta Universitaria.

—, 1955: *Lógica del juicio jurídico*, Méjico, Fondo de Cultura Económica.

—, 1959: *Lógica del concepto jurídico*, Méjico, Fondo de Cultura Económica.

GARCÍA SAN MIGUEL, Luis, 1969: *Notas para una crítica de la razón jurídica*, Madrid, Tecnos.

CIULIANI, Al., 1966: "La logique juridique comme théorie de la controverse", *Archives de Philosophie du Droit*, 1966, pp. 87-114.

GRIZE, Jean-Blaise, 1967: "Logique. Historique. Logique des classes et propositions. Logique des prédicats", en *Logique et connaissance scientifique*, bajo la dirección de Jean Piaget, Encyclopédie de la Pléiade, París, Gallimard, pp. 135-289.

—, 1969: *Logique Moderne*, I, París, Gauthier-Villars; La Haya, Mouton.

—, 1971: *Logique Moderne*, II, París, Gauthier-Villars; La Haya, Mouton.

HANSSON, Bengt, 1970: "Deontic logic and different levels of generality", *Theoria* (Lund), vol. XXXVI (1970), pp. 241-248.

—, 1971: "An Analysis of Some Deontic Logics", en HILPINEN, Risto (editor), 1971, pp. 121-147.

HART ELY, John, 1963: "The Limits of Logic: Syntactic Ambiguity in Article One of the U.S. Constitution", *M.U.L.L. (Modern Uses of Logie in Law)*, (septiembre 1963), pp. 117-129.

HERNÁNDEZ GIL, Antonio, 1970: *Marxismo y positivismo lógico. Sus dimensiones jurídicas*, Madrid, Tecnos.

—, 1971: *Metodología de la Ciencia del Derecho*, 2 vols., Madrid.

—, 1972: *La sentencia*, texto de la Conferencia pronunciada en el Centro de Estudios Universitarios de Madrid el día 10 de marzo de 1972, Madrid, Comisión General de Codificación.

HIERRO, José S.-P., 1970: *Problemas del análisis del lenguaje moral*, Madrid, Tecnos.

HILPINEN, Risto (editor), 1971: *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*, Dordrecht (Holanda), Reidel.

HINTIKKA, Jaakko, 1969: *Models for modalities* (Selección de ensayos), Dordrecht (Holanda), Reidel.

—, 1970*a*: " 'Prima facie' obligations and iterated modalities", *Theoria* (Lund), vol. XXXVI (1970), pp. 232-240.

—, 1970*b*: "Deontic Logic and its Philosophical Morals", en *Models for Modalities*, Selección de ensayos por J. Hintikka, Dordrecht, Reidel, 1970, pp. 184-214.

—, 1971: "Some Main Problems in Deontic Logic", en HILPINEN, Risto (editor), 1971, pp. 59-104.

HÖFLER, Alois, 1917: "Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den Abhängigkeitsbeziehuhgen", *Kaiserlische Akademie der Wissenschaften in Wien*, Philosophischhistorische Klasse, Sitzungsberichte 181, Band 4, Abhandlung Wien, 1917, pp. 1-56.

HOROWITZ, J., 1966: "Exposé et critique d'une illustration du caractère prétendu non formel de la logique juridique", *Archives de Philosophie du Droit*, 1966, pp. 181-206.

KALINOWSKI, Georges, 1965: *Introduction à la logique juridique*, París, Librairie Générale de Droit et de Jurisprudence.

—, 1966: "De la spécificité de la logique juridique", *Archives de Philosophie du Droit*, 1966, pp. 7-24.

—, 1967*a*: *Le problème de la vérité en morale et en droit*, tesis principal para el doctorado en Letras, Université de Bordeaux, Lyon, Imprimerie Emmanuel Vitte.

—, 1967*b*: "Axiomatisation et formalisation de la théorie hexagonale de l'opposition de M. R. Blanché (Système B)", *Les Études Philosophiques*, vol. 22 (1967), n. 2, pp. 203-209.

—, 1971: "Une nouvelle branche de la logique: la logique déontique. Son histoire, ses formes, ses résultats", *Archives de Philosophie*, 34 (1971), pp. 3-36.

—, 1972*a*: *La Logique des normes*, París, Presses Universitaires de France.

—, 1972*b*: *Études de Logique Déontique (1953-1969)*, prefacio de Robert Blanché, París, Bibliothèque de Philosophie du Droit, Librairie Générale de Droit et de Jurisprudence.

KANGER, Stig, 1971: "New Foundations for Ethical Theory", en HILPINEN, Risto (editor), 1971, pp. 36-58.

KELSEN, Hans, 1934: *Reine Rechtslehre. Einleitung in die rechtswissenschaftliche Problematik*, Viena, F. Deuticke.

—, 1943: *General Theory of Law and State*, Harvard University Press. [Hay traducción española de Eduardo García Máynez: *Teoría General del Derecho y del Estado.*]

—, 1953: *Théorie pure du droit. Introduction à la science du droit*, traducido del alemán por Henri Thévenaz, Neuchâtel, Éditions de la Baconnière (traducción, corregida y aumentada por el autor en 1953, de *Reine Rechtslehre*).

KENISON, Frank R., 1963: Véase LAWLOR, Read C., 1963.

KERIMOV, D. A., 1963: "Future Applicability of Cybernetics to Jurisprudence in the U.S.S.R.", *M.U.L.L. (Modern Uses of Logic in Law)* (diciembre 1963), pp. 153-162.

KLEENE, Stephen Cole, 1952: *Introduction to Metamathematics*, Amsterdam, North-Holland.

KLINGER, Ron, 1969: *Basic Deontic Structure of Legal System*, University of Sydney, Faculty of Law (tesis multicopiada).

KLUG, Ulrich, 1966: *Juristische Logik* (3.ª ed. corregida y aumentada, Berlín, Springer, 1966, incluye un capítulo nuevo sobre: "Elektronische Datenverarbeitungsmaschinen in Recht" [Máquinas electrónicas para el proceso de datos, en la esfera del Derecho]).

LABOUREUR, M., 1972: "Informatics in Legislation: Legal Information Retrieval Systems", *World Conference on Informatics in Government* (Florencia, Italia, 16-20 octubre 1972), *Working Papers*, suplemento.

LAWLOR, Read C., 1963: "Foundations of Logical Legal Decision Making, with Remarks of Judge Frank R. Kenison, Chief Justice, Supreme Court of New Hampshire", *M.U.L.L. (Modern Uses of Logic in Law)*, (junio 1963), pp. 98-115.

LEFÈBVRE, Henri, 1969: *Logique formelle-Logique dialectique*, 2.ª ed., París, Éditions Anthropos.

LEGAZ Y LACAMBRA, Luis, 1954: "El problema de la Lógica jurídica en algunas obras recientes", *Anuario de Filosofía del Derecho*, 1954 (2), pp. 298 *y ss.*

—, 1957: "Lógica como posibilidad del pensamiento jurídico", *Anuario de Filosofía del Derecho*, 1957.

—, 1964: "La influencia de Kelsen sobre el pensamiento jurídico español", en *Law, State and International Legal Order*, Ensayos en homenaje a Hans Kelsen, editados por Salo Engel en colaboración con Rudolf A. Metall, Knoxwille, The University of Tenneesse Press, pp. 171-179.

LEIBNIZ, G. W., 1671-1672: *Definitio justitiae universalis*, en "Bruchstücke in Leibnizens Nachlass zum Naturrecht gehörig", *Trendelenburg*, II, pp. 257-282; resumido en COUTURAT, Louis, 1901, pp. 567-568.

—, *Opuscules et fragments inédits, extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale de Hanovre par Louis Couturat*, París, Félix Alcan, 1903.

LORENZO, Javier de, 1971: *Introducción al estilo matemático*, Madrid, Tecnos.

LOSANO, Mario G., 1969: *Giuscibernetica: macchine e modelli cibernetici nel Diritto*, Turín, Einaudi.

—, 1971: "La Jurycibernétique. Genèse et structure d'une discipline", *Diogène*, revista trimestral publicada bajo los auspicios del Conseil International de la Philosophie et des Sciences Humaines y con la ayuda de la UNESCO, n. 76 (octubre-diciembre 1971), pp. 99-123.

LUKASIEWICZ, Jan, 1951: *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford, At the Clarendon Press.

—, 1953: *A system of modal logic*, Actes du XIème Congrès International de Philosophie (Bruselas, 20-26 agosto 1953), Amsterdam, North-Holland, vol. XIV, pp. 82-87.

MALLY, Ernst, 1926: *Grundgesetze des Sollens. Elemente der Logik des Willens*, Graz, Leuschner & Lubensky.

MINOLETTI, Patrizia, 1972: "Notes sur les principales activités italiennes dans le domaine de la documentation juridique automatique en 1971", *Bollettino Bibliografico d'Informatica Generale e Applicata al Diritto*, Florencia, Istituto per la Documentazione Giuridica (abril-junio 1972), pp. 327-330.

MUGUERZA, Javier, 1970: " 'Es' y 'debe'. En torno a la lógica de la falacia naturalista", en *Teoría y sociedad*, homenaje al profesor Aranguren, Barcelona, Ariel, pp. 141-175.

PEKLO, Boh., 1966: "Quelques remarques sur la signification de la logique pour le droit", *Archives de Philosophie du Droit*, 1966, pp. 227-237.

PERELMAN, Chaim, 1965: "Les antinomies en droit. Essai de synthèse", en PERELMAN, Chaim (editor), 1965, pp. 392-404.

PERELMAN, Chaim, 1966: "Raisonnement juridique et Logique juridique", *Archives de Philosophie du Droit*, 1966, pp. 2-6.

—, (editor), 1965: *Les antinomics en droit* (varios autores), Bruselas.

—, (editor), 1970: *Études de Logique juridique* (el volumen IV contiene las comunicaciones al Coloquio de Lógica deóntica, Bruselas, 22-23 diciembre 1969), Bruselas, Établissements Émile Bruylant.

PÉREZ-LUÑO, Antonio-Enrique, 1970: *Juscibernética y metodología jurídica.*

—, 1971*a*: *La iuscibernética* en *España.*

—, 1971*b*: *Iusnaturalismo y positivismo jurídico en la Italia moderna*, prólogo de Guido Fassò, Studia Albornotiana, Publicaciones del Real Colegio de España en Bolonia.

PRIOR, A. N., 1954: "The Paradoxes of Derived Obligation", *Mind*, LXIII (1954), pp. 64-65.

PUY, Francisco, 1966: "La notion de logique juridique", *Archives de Philosophie du Droit*, 1966, pp. 239-253.

RAY, Jean, 1926: *Essai sur la structure logique du Code civil français*, París, Alcan.

REAL ACADEMIA ESPAÑOLA, 1970: *Diccionario de la Lengua Española*, 19.ª ed., Madrid, Espasa-Calpe.

RESCHER, Nicholas, 1958: "An Axiom System for Deontic Logic", *Philosophical Studies*, 9 (1958), pp. 24-30.

—, 1962: "Conditional Permission in Deontic Logic", *Philosophical Studies*, 13 (1962), pp. 1-6.

—, 1966: "Recent developments and trends in logic", *Logique et Analyse*, vol. 9, núms. 35-36 (diciembre de 1966), pp. 269-279. [Hay traducción española de Rafael Beneyto: "Desarrollos y orientaciones recientes en lógica", *Teorema* (Valencia), año I, núm. 2, pp. 51-64.]

RHYNE, Charles S., 1966: *Law Research by Computers*, Pamphlet Series, 4, Ginebra-Washington, 1966.

ROBERT, Paul, 1966: *Dictionnaire alphabétique et analogique de la Langue Française. Les mots et les associations d'idées*, Paris, Société du Nouveau Littré.

—, 1970: *Supplément au Dictionnaire alphabétique et analogique de la Langue Française*, redacción dirigida por Alain Rey y Josette Rey-Debove, París, Société du Nouveau Littré.

RODRÍGUEZ MARÍN, Jesús, 1971: *La investigación lógico-formal del lenguaje moral* (ponencia presentada en las VIII Convivencias de Filósofos Jóvenes celebradas en Castellón, 3-6 de abril de 1971) (policopiada).

ROSENTAL, M., 1964: *Principios de Lógica Dialéctica*, traducida del ruso por Guillermo Silkin, La Habana, Editora Política (tomada de Editorial Platina, Buenos Aires, 1962).

ROSS, Alf, 1968: *Directives and Norms*, Londres, Routledge & Kegan Paul. [Hay traducción española de José S.-P. Hierro: *Lógica de las normas*, Madrid, Tecnos, 1971.]

ROUX, Jean, 1972: *Et demain... la machine à gouverner? Le pouvoir et l'ordinateur*, París, Eyrolles.

RUSSELL CADES, J., 1964: "Jurimetrics and General Semantics", *M.U.L.L. (Modern Uses of Logic in Law)*, (marzo 1964), pp. 8-17.

SACRISTÁN, Manuel, 1970: "De la idealidad en el Derecho" (fragmento), en *Teoría y sociedad*, homenaje al profesor Aranguren, Barcelona, Ariel, pp. 191-213.

SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel, 1952: "Notas preliminares para la fundamentación de una Lógica matemática comprehensiva", *Theoria* (Madrid), 1 (15 de abril de 1952), pp. 25-26.

—, 1954: "Un intento de expresión matemática de la Lógica Modal clásica: el grupo de matrices modales y el sistema de coordenadas modales", *Theoria* (Madrid), 7/8 (1954), pp. 188-192.

—, 1955: *Formalización de la Lógica según la perspectiva de la comprehensión*, Madrid, Departamento de Filosofía e Historia de la Ciencia del C.S.I.C., Cuadernos de Lógica, Epistemología e Historia de la Ciencia, núm. 4.

—, 1963: *Fundamentos matemáticos de la Lógica Formal*, Caracas, Universidad Central de Venezuela, Instituto de Filosofía.

—, 1965: "Sobre la estructura de la Lógica Modal", *Episteme*, Anuario de Filosofía (1961-1963), Caracas, Universidad Central de Venezuela, Instituto de Filosofía, 1965, pp. 347-361.

—, 1968: "Ideas preliminares para un cálculo automático de las 'cualidades' ", *Revista de Automática* (Madrid), año I (1968), núm. 2, pp. 19-25.

—, 1968-1969: "El universo de la informática" (I, II, III y IV), *Indice* (Madrid), números 238 (diciembre 1968), 239 (1 enero 1969), 240 (15 enero 1969) y 242 (1 marzo 1969).

—, 1969: "Preliminary ideas concerning an automatic computation of 'qualities' ", en *Information Processing 68* (Actas del Congreso de la I.F.I.P. —International Federation for Information Processing— en Edimburgo en agosto de 1968), Amsterdam, North-Holland, 1969, pp. 224-230.

—, 1971: "Cálculo aritmético de las proposiciones" (Ponencia presentada al IV Congreso Internacional de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia, Bucarest, 28 de agosto-4 de septiembre de 1971), *Teorema* (Valencia), I (1971), núm. 3, pp. 63-92.

—, 1972*a*: "Calcul Automatique des Normes et Propositions Juridiques", *World Conference on Informatics in Government* (Florencia, Italia, 16-20 octubre 1972), *Working Papers*, pp. 598-614; publicado también en la revista *Teorema* (Valencia), II (1972), n.° 6, pp. 25-56.

—, 1972*b*: "Informática y política. Primera Conferencia mundial para la Informática en el Gobierno", serie de artículos publicados en el diario *Ya*, de Madrid: I (28-10-1972), II (1-11-1972), III (14-11-1972), IV (17-11-1972).

SEGERBERG, Krister, 1971: "Some Logics of Commitment and Obligation", en HILPINEN, Risto (editor), 1971, pp. 148-158.

SEMINARIO DE LÓGICA MATEMÁTICA (Madrid), 1954: "Constitución del Seminario de Lógica Matemática en el Instituto 'Luis Vives' de Filosofía, el 28 de octubre de 1953", *Theoria* (Madrid), año II (1954), núm. 7/8, pp. 181-187.

SERRES, Michel, 1968: *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, 2 vols., París, Presses Universitaires de France.

SILANCE, Lucien, 1965: "Quelques exemples d'antinomies et essai de classement", en PERELMAN, Chaim (editor), 1965, pp. 63-137.

STOYANOVITCH, K., 1966: "De quel usage peut être en logique juridique la 'dialectique' au sens moderne hégélien et marxiste du mot?", *Archives de Philosophie du Droit,* 1966, pp. 159-169.

TAMMELO, Ilmar, 1964: "Law, Logic and Human Communication", *Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie,* L (1964), pp. 331-366.

THOMASON, Richmond S., 1964: "Review of Stern «Priority Paradoxes in Patent Law»", *M.U.L.L. (Modern Uses of Logic in Law),* (marzo 1964), pp. 17-27.

TRANOY, K. E., 1970: "Deontic logic and deontically perfect worlds", *Theoria* (Lund), vol. XXXVI (1970), pp. 221-231.

UNESCO, 1971: *Unisist. Étude sur la réalisation d'un système mondial d'information scientifique effectué par l'Unesco et le Conseil International des Unions Scientifiques,* París, UNESCO

VERNENGO, Roberto J., 1964: "About Some Formation Rules for Legal Languages", en *Law, State and International Legal Order,* Ensayos en homenaje a Hans Kelsen, editados por Salo Engel, en colaboración con Rudolf A. Metall, Knoxwille, University of Tenneesse Press, pp. 339-346.

VIEHWEG, Th., 1947: "Die juristischen Beispielfälle in Leibnizens ars combinatoria", en *Beiträge zur Leibniz-Forschung* (ed. por G. Schischkoff), Reutlingen.

—, 1963: *Topik und Jurisprudenz,* Munich, Beck'sche Verlagsbuchhandlung. [Hay traducción española de Luis Díez Picazo Ponce de León: *Tópica y Jurisprudencia,* Madrid, Taurus, 1964.]

VILLEY, Michel, 1966: "La logique du droit. Liminaires: données historiques", *Archives de Philosophie du Droit,* 1966, pp. VII-XVI.

WOLLASTON, William, 1726: *The Religion of Nature Delineated,* La Haya, J. Swart.

WRIGHT, Georg Henrik Von, 1951*a*: "Deontic Logic", *Mind,* vol. LX (1951), n. 237, pp. 1-15.

—, 1951*b*: An *Essay in Modal Logic,* Amsterdam, North-Holland.

—, 1963: *Norm and Action. A logical enquiry,* Londres, Routledge & Kegan Paul. [Hay traducción española de Pedro García Ferrero: *Norma y acción, Una investigación lógica,* Madrid, Tecnos, 1970.]

—, 1968*a*: "The Logic of Practical Discourse", en *La Philosophie Contemporaine,* Florencia, La Nuova Italia Editrice, pp. 141-167.

—, 1968*b*: "An Essay in Deontic Logic and the General Theory of Action", *Acta Philosophica Fennica,* 21, Amsterdam, North-Holland.

—, 1971*a*: "A New System of Deontic Logic", en HILPINEN, Risto (editor), 1971, pp. 105-120.

—, 1971*b*: "Deontic Logic and the Theory of Conditions", en HILPINEN, Risto (editor), 1971, pp. 159-177.

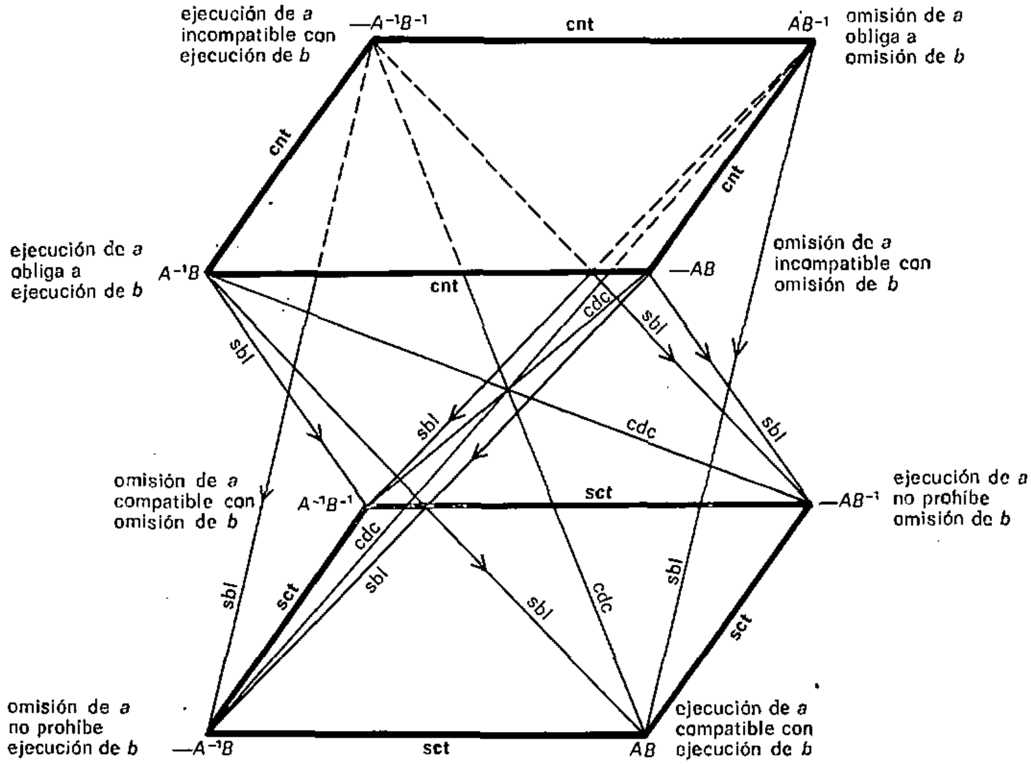
ÍNDICE DE NOMBRES

COLECCION CONVIVIUM

les y humanas, un horizonte inmenso de posibilidades aún sólo en parte sospechadas y apenas explotadas. Si se piensa que los sistemas formales de la lógica deóntica pueden ser interpretados tanto en una esfera *ética* como *jurídica, técnica* o *lúdica*, proporcionando un instrumento de análisis lógico-matemático, de comparación y de deducción en todos estos campos, se comprenderá que la afirmación precedente no es, en modo alguno, exagerada.

Ahora bien, hay que reconocer también que, desde sus comienzos, hace más de veinte años, la lógica de las normas viene sufriendo, sin interrupción, graves dificultades, sobre todo en forma de paradojas, como las llamadas "paradojas de la obligación derivada", que denunció ante todo el lógico y filósofo inglés Prior (1914-1969). Y aunque el infatigable Von Wright, junto con otros lógicos insignes como Hintikka, Hansson, Segerberg, Hilpinen, Føllesdal, etc., viene dedicándose, año tras año, a construir sistemas deónticos más perfeccionados, que puedan escapar a tales paradojas, lo cierto es que aún no han logrado construir un sistema de lógica de las normas completo, consistente e indiscutible.

En *Cálculo de las normas*, Miguel Sánchez-Mazas, lógico español residente en Ginebra desde 1957, presenta un sistema deóntico enteramente formalizado y aritmetizado, que escapa a las famosas paradojas gracias, entre otras cosas, a la perspectiva a la vez *meta-lingüística* e *intensional* en que se sitúa, evitando la utilización de la implicación material (de carácter extensional), principal vehículo a través del cual han penetrado en la esfera deóntica las consecuencias absurdas que Prior calificó, socarronamente, de "principio de la rectitud moral continua" y "principio del hecho consumado". En el sistema de Miguel Sánchez-Mazas —que, desde hace más de 20 años, cuando fundó, en Madrid, la primera revista española de lógica matemática, *Theoria*, viene adoptando, en lógica, la postura intensional— las normas y las acciones se expresan aritméticamente por números primos; los operadores normativos, fácticos y deónticos por operaciones aritméticas, y las relaciones mutuas de normas y acciones por los números resultantes. Todas las deducciones en esta esfera se resuelven en multiplicaciones y simplificaciones de fórmulas aritméticas, proporcionando así un instrumento precioso a la *informática jurídica*, a la *iuscibernética* y al *tratamiento automático* de sistemas jurídicos mediante computadoras. El sistema de Miguel Sánchez-Mazas, tesis doctoral presentada en la Universidad de Neuchâtel, figurando como ponentes los grandes lógicos Grize y Kalinowski, ha sido por ello acogido con extraordinario interés en la mesa redonda sobre informática jurídica reunida en Florencia en octubre de 1972, con ocasión de la primera Conferencia Mundial para la Informática en el Gobierno.



cnt = relaciones contrarias

cdc = relaciones contradictorias

sct = relaciones subcontrarias

⟶ sbl = relación subalterna