Publié dans Travaux de logique 11, 35-51, 1996,
source qui doit être utilisée pour toute référence à ce travail

A LA RECHERCHE DES CATÉGORIES SÉMANTIQUES OUBLIÉES

Denis MIÉVILLE

«Marcheur ce sont tes traces
ce chemin, et rien de plus;
Marcheur, il n'y a pas de chemin,
le chemin se construit en marchant [...]
[...]
Marcheur, il n'y a pas de chemin
Seulement des sillages sur la mer»
Antonio Machado

Préambule

L'idée selon laquelle certaines propriétés peuvent être prédiquées de certains objets et d'autres pas n'est pas nouvelle. Le chapitre trois des *Categoriae* d'Aristote est éloquent à cet égard. Ce qui est plus récent, par contre, c'est la mise en forme d'une théorie des catégories, et sa mise en oeuvre dans la construction d'un système logique. Il faut attendre la fin du XIX^{e} siècle et l'aube du XX^{e} pour observer les premières analyses systématiques en termes de grammaires catégorielles. Il est intéressant de remarquer que la nécessité de réaliser cette entreprise est motivée par deux raisons qui ne sont pas toujours disjointes: il y a d'une part la nécessité de réagir contre l'apparition d'antinomies et de l'autre la puissante intuition que partagent certains logiciens et philosophes de ce temps-là, selon laquelle chaque expression d'un langage, qu'il soit naturel ou formel, devrait appartenir à une et une seule des catégories sémantiques définissables à partir des deux catégories fondamentales, celle des noms et celle des propositions.

Dans ce champ d'intérêts et de réflexion, S. Lesniewski a joué un rôle important tant par ses très fortes réactions motivées par l'analyse des antinomies, que par rapport aux fondements et à la construction des systèmes logiques qu'il propose.

> Im J. 1922 habe ich eine Konzeption der "semantischen Kategorien" skizziert, die mir diese oder jene einer jeden intuitiven Begründung für mich entbehrenden "Hierarchien der Typen" ersetzen sollten, und die, Wennich überhaupt würde anzunehmen, auch wenn keine "Antinomien" auf der Welt beständen. (Lesniewski 1929: 14)

Dans la suite de notre propos, nous allons montrer l'intérêt qu'il y a à faire usage des travaux de Lesniewski pour formaliser et définir de nouvelles constantes logiques. Mais avant d'y parvenir, il est utile que nous abordions quelques questions de limites et de méthode.

Limites et méthode

Il est utile et intéressant de s'interroger sur le nombre et la qualité des opérateurs qu'une logique doit contenir. Une telle interrogation peut cependant paraître aujourd'hui guère pertinente et motivée. En effet, il est connu qu'il existe «plusieurs logiques» et que celle dite classique du premier ordre semble épuiser l'ensemble des opérateurs logiques fondamentaux nécessaires pour fonder tout raisonnement déductif. Formulons donc notre question autrement, et interrogeons-nous sur les limites, en termes d'opérateurs, de cette logique classique? Pour quelles raisons ne contient-elle que ce qu'elle contient? à savoir une variété de catégories sémantiques extrêmement limitée et fragmentaire, la catégorie des propositions, S; celle des noms, N; la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à un argument propositionnel, S/S, respectivement à deux arguments propositionnels, S/SS et la catégorie S/(fonction propositionnelle à arguments nominaux). Une réponse, un peu lapidaire mais qui correspond cependant à la réalité, est qu'une telle logique a été conçue en fonction d'une finalité bien déterminée et que cette finalité, liée aux fondements logiques des mathématiques, se suffit de ce que contient cette logique classique. Les choses ne sont pas aussi simples, néanmoins notre question reste légitime car la logique mathématique n'est pas le tout de la logique extensionnelle. Cette interrogation n'est pas nouvelle, elle n'a seulement pas été entendue comme elle le méritait et cela, en raison même du succès rencontré par la logique classique du premier ordre. Mais, il y a quelque soixante ans, Tarski écrivait pourtant déjà ceci:

> Le langage d'un système complet de logique devrait contenir en tant que tel – en acte ou en puissance- –toutes les catégories sémantiques possibles apparaissant dans le langage des sciences déductives. Cette circonstance confère justement à ce langage un caractère universel dans un certain sens et est l'un des facteurs auxquels la logique doit son importance fondamentale pour l'ensemble du savoir déductif. La variété des catégories sémantiques dans tels ou tels systèmes fragmentaires de logique ou dans d'autres sciences déductives peut être considérablement limitée – tant au point de vue de leur nombre que de leur ordre. (Tarski 1974: 219, vol. 1)

Dans ce passage, Tarski expose clairement la qualité que devrait posséder un système de pure logique, une logique considérée comme un langage universel. Il devrait être en mesure de donner accès à toutes les constantes de toutes les catégories syntaxico-sémantiques conçues sur la base des catégories, N (nominale) et S (propositionnelle), pour autant qu'elles *apparaissent dans le langage des sciences déductives*. Tarski proposait, par ailleurs, une taxinomie des langages en fonction de leur extension catégorielle:

> [...] nous pouvons distinguer quatre *espèces de langages*: (1) les langages dont toutes les variables appartiennent à une même catégorie sémantique: (2) les langages où le nombre de catégories contenant des variables est plus grand que un mais fini; (3) les langages où les variables appartiennent à un nombre infini de catégories différentes, l'ordre de celles-ci ne dépassant cependant pas un nombre naturel n déterminé à l'avance; enfin (4) les langages contenant des variables

d'un ordre quelconque si élevé qu'il soit. (Tarski 1974: 219-220, vol. 1)

Dans la suite de notre propos, nous allons montrer de quelle manière et dans quel esprit S. Lesniewski propose un cadre méthodologique offrant la possibilité de développer des langages de la quatrième espèce, c'est-à-dire, *contenant des variables d'un ordre quelconque si élevé qu'il soit* et, permettant, nonobstant, de donner accès à la définition de toutes les constantes de chaque catégorie. Nous aborderons également les problèmes que pose une telle générosité.

La proposition de Tarski

Les conséquences liées à la proposition de Tarski sont au moins de deux sortes. D'une part, celles liées à la qualité qu'un système logique devrait posséder, à savoir, contenir l'ensemble des catégories sémantiques (donc des constantes desdites catégories) apparaissant dans le langage des sciences déductives. D'autre part, les conséquences inhérentes à la manière même de construire un tel système et qui sont évidemment subordonnées aux premières. Étudions donc les implications liées à l'ensemble des catégories sémantiques pouvant apparaître dans le langage des sciences déductives. Nous pouvons supposer cet ensemble connu et, par voie de conséquence, avoir connaissance de l'ensemble des contantes liées aux catégories. Mais cette hypothèse ne résiste pas à l'analyse si nous exigeons d'elle un statut d'universalité. En effet, si nous pouvons admettre, sans autre forme de procès, la possibilité de proposer une liste exhaustive de constantes logiques – et donc de catégories sémantiques – nécessaires à la mise en oeuvre des mécanismes déductifs liés à une finalité spécifique, il nous paraît particulièrement problématique, pour ne pas dire illusoire, de pouvoir envisager toutes les finalités possibles. C'est totalement irréaliste de penser réunir en un seul système l'ensemble des catégories, et donc des constantes, qui apparaissent dans le langage des sciences déductives compris comme celui de toutes les situations possibles. Force est donc de convenir que, en l'état actuel des choses, nous ne connaissons pas l'ensemble des constantes nécessaires au langage des sciences déductives le plus complet. Ce langage ne cesse de s'enrichir progressivement, au gré des rencontres que la science déductive fait avec certains problèmes de pure logique, problèmes dont la solution doit passer par une expansion de l'ensemble des constantes préalablement connues et/ou par une expansion de l'ensemble des catégories sémantiques. Si nous partageons le point de vue selon lequel l'extension des opérations logiques n'est jamais connue de manière définitive et qu'une des activités du logicien est de contribuer à l'étendre, nous sommes contraints d'en assumer les conséquences. En effet, cette idée de progression de l'extension des opérations logiques, ce constat de complétude relative liée à l'état actuel d'un système a pour corollaire la nécessité de concevoir une autre manière de fonder et développer un langage pour les sciences déductives. Il s'agit en effet d'échapper au carcan traditionnel des systèmes fermés qui, comme l'écrit Chazal, sont *donné[s] tout entiers en une seule fois* (1995: 73). Il faut disposer d'un système ouvert permettant de rendre compte, de manière non contradictoire, des expansions de nouvelles significations, d'idées nouvelles qui ne soient pas simplement des abréviations ou des commodités linguistiques. Nous devons donc disposer d'un système développemental.

Quelques remarques préliminaires

La construction d'une théorie logique permettant d'accéder progressivement à toute constante de n'importe quelle catégorie sémantique n'est pas évidente à priori. En effet, elle doit être pensée en un sens particulièrement généreux. Cette générosité se manifeste clairement à travers la définition inductive suivante qui permet de générer l'ensemble des catégories auquel un tel système devrait donner accès:

i. S et N sont des catégories syntaxico-sémantiques,
ii. Si C, C_1, C_2, ..., C_n sont des catégories syntaxico-sémantiques, alors $(C/C_1C_2...C_n)$ est également une catégorie syntaxico-sémantique; il s'agit de la catégorie des fonc-

teurs formateurs de la catégorie C dont le premier argument est de la catégorie C_1, le deuxième de la catégorie C_2, ..., le n-ième de la catégorie C_n,

iii. Rien n'est une catégorie, sinon par ce qui précède.

Quelques exemples convaincront les plus sceptiques de l'ampleur catégorielle de notre projet:

1) (N/N) est une catégorie syntaxico-sémantique (ci-après CSS) par i et ii.
2) (S/SSN) est une CSS par i et ii.
3) (S/(N/N)) est une CSS par i, 1) et ii.
4) ((N/N)/(S/SSN)(S/(N/N))) est une CSS par 1), 2), 3) et ii.

Lorsque, à chaque catégorie correspond à son tour un ensemble de foncteurs constants, nous devons admettre que cette manière de construire est efficace et puissante. Cependant, elle pose d'emblée trois problèmes. Le premier est associé au fondement initial même du système, fondement sur lequel tout l'édifice logique à venir va reposer. Le deuxième est lié au mode opératoire mis en oeuvre de façon à introduire progressivement, et sans contradiction, des constantes et des catégories sémantiques nouvelles. Enfin, et en fonction des deux autres problèmes, une troisième difficulté, inhérente au projet lui-même, subsiste: comment concevoir un langage et donc sa syntaxe, si nous ne savons pas, sinon au niveau de sa base axiomatique, ce qu'il va contenir? Nous répondrons dans le désordre à ces trois questions.

Si nous voulons disposer d'une procédure capable d'être mise en oeuvre pour importer des significations effectivement nouvelles dans le système, et non des abréviations, celle-ci doit échapper à la mise en forme d'une expression définitoire par le biais d'une expression métalinguistique. Elle doit donc être conçue de telle sorte qu'elle permette d'inscrire dans le système des théorèmes dont la structure respecte les conditions d'une bonne définition explicite. Il faut donc chercher à élaborer une procédure définitoire à caractère inférentiel. Depuis Blaise Pascal, les conditions d'une bonne définition explicite sont bien connues et nous ne les rappellerons donc pas. Nous nous contenterons d'insister sur la relation qui est en jeu. Le *definiens*

A et le *definiendum* B de toute bonne définition soutiennent entre eux une relation d'équivalence, A $\leftrightarrow$ B. Cette relation d'équivalence définitoire est validée si et seulement si de l'application de la biconditionnelle aux deux arguments propositionnels A et B, il résulte une tautologie $\vdash A \equiv B$.

Considérant ce critère de validation, nous obtenons un élément de réponse à la première question posée: sur quelle base fonder un édifice logique de type développemental? Nous pouvons le faire en proposant, une base axiomatique qui inscrit la signification primitive de la biconditionnelle. Il est évident que cela ne suffira pas. Si, au niveau purement propositionnel cette base est suffisante, il est également nécessaire de disposer d'une signification primitive liée à la catégorie fondamentale des noms. Nous verrons de quelle manière y parvenir un peu plus loin.

Il reste à montrer comment il est possible de développer progressivement la syntaxe d'une théorie logique lorsque l'orientation finale de l'édifice logique à construire n'est pas connue, hormis par sa base axiomatique. Dans cette perspective, il est totalement exclu de se donner, à l'image des théories formelles classiques, une réunion d'ensembles de symboles présémantiquement déterminés et dont nous sommes assuré qu'ils épuisent toute la richesse de la sémantique visée Il est dès lors indispensable, c'est la troisième conséquence inhérente au projet d'une logique évolutive, de concevoir une nouvelle manière de formaliser.

Détermination contextuelle

Dans ce qui va suivre, nous aborderons une nouvelle manière de concevoir la formalisation: la détermination contextuelle. Il s'agira davantage d'une esquisse de présentation que d'une approche systématique. Notre intention est d'expliciter comment, dans une perspective développementale, il est possible de distinguer les variables des constantes, ainsi que de déterminer la catégorie syntaxico-sémantique de tout symbole.

1) Dans un premier temps, isolons en pensée toute paire de signes qui partagent entre eux une symétrie axiale non triviale; cela permet de déterminer et de disposer (d')autant de parenthèses que souhaitées. Dans cet ensemble, sélectionnons deux paires privilégiées, par exemple: ⌊, ⌋ et ⌈, ⌉. Posons que ces couples de parenthèses jouerons dorénavant le rôle de délimitateurs spécifiques. Le couple ⌊, ⌋ sera réservé pour délimiter ce qui est quantifié – il s'agit du *quantificateur* –; l'autre couple ⌈, ⌉ sera réservé pour délimiter la zone sur laquelle porte la quantification – il s'agit du *sous-quantificateur*. Concaténés selon l'ordre suivant, ils constitueront une bonne expression quantifiée: ⌊....⌋⌈.........⌉. Les points contenus dans ces deux zones indiquent qu'elles possèdent un contenu.

2) Dorénavant, toute inscription dans un sous-quantificateur, différente d'une parenthèse et possédant un signe équiforme dans le quantificateur qui précède, aura le statut de *variable*.

3) Dorénavant, toute inscription dans un sous-quantificateur, différente d'une parenthèse et ne possédant pas un signe équiforme dans le quantificateur qui précède, aura le statut de *constante* (ou foncteur constant).

Soit l'expression A suivante:

A: ⌊..*+.⌋ ⌈....* * + O.....⌉

conformément à ce qui précède, les signes * et + du sous-quantificateur de A sont des variables, alors que le signe O est une constante.

Rien n'est dit ici sur la nature de la quantification ni sur l'appartenance catégorielle des variables et de la constante inscrites dans l'expression A. Ce qui est connu, et connu de manière contextuelle, c'est la qualité des signes inscrits dans le sous-quantificateur. Il n'est nul besoin d'expliciter préalablement la liste des symboles de constantes et de variables qui pourraient être utilisés.

Il est maintenant nécessaire d'aborder un problème plus délicat, associé à la détermination catégorielle des symboles de variables et de constantes apparaissant dans une expression quantifiée. Pour y parvenir, rappelons ce que nous écrivions plus haut: toute logique développementale se construit à partir d'une base explicite inscrivant les significations primitives qu'elle utilise pour atteindre de nouvelles significations. Ces significations sont introduites à l'aide d'une règle inférentielle de définition inscrivant, dans le système en devenir, de nouveaux théorèmes. L'idée est de partir d'une base minimale, celle-ci devra permettre de déterminer, de manière contextuelle, les catégories syntaxico-sémantiques primitives. C'est par la mise en oeuvre de la règle inférentielle de définition que nous inscrirons ensuite de nouvelles constantes logiques en respectant le contexte des anciennes catégories ou en introduisant de nouveaux contextes pour des catégories jusqu'alors inconnues du système. Mais précisons ce qu'est un contexte et choisissons le (ou les) contexte(s) primitif(s).

4) Un *contexte* est un objet formel constitué d'une paire de parenthèses différente de celles utilisées pour marquer les fonctions quantificationnelle et sous-quantificationnelle. Ces parenthèses cernent un ou plusieurs arguments. Dans une expression quantifiée, un contexte est toujours précédé d'un signe de foncteur variable ou constant. La catégorie de celui-ci est identifiable grâce à la forme des parenthèses, le nombre des arguments qu'elles cernent ainsi que la catégorie de chacun de ces arguments. La base axiomatique inscrit les premiers contextes que le système contient et une identification catégorielle leur est attribuée.

Partant de l'idée que la base axiomatique doit contenir la signification de la biconditionnelle comme foncteur primitif, choisissons, pour ce foncteur, un symbole qui ne soit pas une parenthèse. En lui-même un symbole n'appartient à aucune catégorie particulière. Seul le contexte auquel il est associé permettra cette détermination catégorielle. La base axiomatique est donc une forme quantifiée dans laquelle apparaîtra le symbole choisi pour représenter la biconditionnelle. Celui-ci précède le contexte primitif sélectionné pour identifier la catégorie à laquelle on veut l'associer. Pour ces raisons, nous désirons disposer de la signification de la biconditionnelle classique. Choisissons alors ce que la tradition propose généralement, à savoir: $\equiv$. Nous voulons qu'il soit identifié comme appartenant à la famille des foncteurs formateurs de propositions à deux arguments propositionnels, S/SS. Nous imposerons, pour l'identification de ce contexte, la forme parenthèsée à deux places: (– –).

La base axiomatique, selon ces choix, aura des formes contenant la biconditionnelle suivie de ce contexte. A titre d'explicitation, proposons une forme incomplète d'une telle base:

Axiome: $\lfloor ..*+. \rfloor \lceil .... \equiv (**) \quad \equiv (*+) \quad \equiv (* \equiv (**)) ..... \rceil$

On reconnaît une forme d'écriture préfixée, avec un parenthésage spécifique portant en lui le mode d'identification de la catégorie des arguments qu'il contient et du symbole qui le précède. Ainsi, c'est parce que le symbole * est inscrit dans un parenthésage à deux arguments et que les parenthèses sont équiformes respectivement à (, et à), qu'il est un symbole de la catégorie des propositions, S. Quant au symbole ≡ précédant le contexte à deux arguments (– –), il est de la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à deux arguments propositionnels, S/SS. Il en est ainsi parce qu'il a été décidé qu'il en serait dorénavant ainsi. Nous pouvons induire de cette manière de procéder que les symboles ≡ et *, dans d'autres contextes, pourraient être associés à d'autres catégories.

5) Une règle inférentielle de définition doit, pour remplir le contrat d'une logique développementale, permettre l'inscription de théorèmes dans le système. Il s'agit de théorèmes particuliers dans la mesure où une expression définitoire doit être une expression biconditionnelle. Ainsi la règle de définition permettra d'introduire des formes complexes de la forme schématique suivante:

$$\lfloor v_1 v_2 \ldots v_n \rfloor \lceil \equiv (f < v_1 v_2 \ldots v_n > E_{v_1 v_2 \ldots v_n}) \rceil$$

le symbole **f** y représente un symbole de foncteur constant nouveau par rapport à la catégorie à laquelle il appartient, foncteur portant sur **n** variables, l'expression $f<v_1v_2 \ldots v_n>$ est le definiendum de la définition, et l'expression $E_{v_1v_2 \ldots v_n}$, son definiens. Cette dernière expression doit être formée avec ce que le système a préalablement construit et contenir les variables $v_1, v_2, \ldots, v_n$. Nous remarquons que conformément à ce qui a été annoncé, le definiendum et le definiens sont bien inscrits dans une expression biconditionnelle:

$$\equiv (f<v_1 v_2 \ \ldots \ v_n> E_{v_1 v_2 \ldots v_n})$$

Dans l'explicitation de la mise en oeuvre de la règle inférentielle définitoire il est nécessaire de spécifier que:

i) si le nouveau foncteur constant **f** destiné à être introduit est d'une catégorie syntaxico-sémantique précédemment introduite, il est nécessaire de respecter formellement le contexte qui caractérise déjà cette catégorie;
ii) si le nouveau foncteur constant **f** destiné à être introduit est d'une catégorie que le système ne connaît pas encore, il est nécessaire de choisir un contexte lui attribuant une nouvelle identité catégorielle et cela, en prenant la précaution de choisir un parenthésage qui évite toute confusion. Par exemple, voyons la situation où il est nécessaire d'introduire un foncteur constant binaire, formateur de proposition à deux arguments de la catégorie des foncteurs formateurs de propositions à deux arguments propositionnels, S/(S/SS)(S/SS). Dans ce cas, il est exclu de faire usage des parenthèses équiformes à (et). En effet, ce nouveau foncteur étant binaire lui aussi, le choix des parenthèses (et) rendrait totalement ambiguë la catégorie du nouveau foncteur puisque cette paire de parenthèses a été préalablement utilisée pour identifier dans un autre contexte binaire, une autre catégorie. Ici toute autre paire de parenthèses différentes de (et) et différentes des autres paires de parenthèses liées à des contextes catégoriels binaires préalablement inscrits peuvent être choisies.

Nous avons mis en évidence, dans l'esprit tout au moins, une manière de formaliser différente de celle utilisée dans la construction classique des systèmes formels. Elle est nécessaire lorsque nous en envisageons la construction d'un système logique de manière progressive et sans restriction catégorielle. La complexité liée à la réalisation de ce dessein n'est qu'apparente ou, sinon, déjà contournée. En effet, le logicien polonais S. Lesniewski a effectivement conçu et formalisé la base axiomatique, l'ensemble des explicitations terminologiques et les règles d'inférences, en particulier celle de la définition, nécessaires au projet d'une logique développementale (Lesniewski 1992).

Un aperçu des systèmes de Lesniewski

Dans ce qui suit, nous nous consacrerons à l'étude des significations primitives inscrites dans les bases axiomatiques des systèmes de Lesniewski. Afin de faciliter la compréhension des termes primitifs, nous ne ferons pas usage du mode descriptif contextuel, mais choisirons une manière fonctionnelle de présenter les axiomes.

Lorsque Lesniewski rencontre la logique à l'aube de ce siècle, il n'est pas satisfait par les théories qu'il découvre. Il considère que le projet associé à la logique devrait être plus ambitieux. Selon son point de vue, une logique doit être ontologiquement neutre, universelle, d'ordre supérieur et libre. Ce qui signifie qu'elle doit donc 1) englober dans son projet la possibilité d'accéder à n'importe quelle catégorie syntaxico-sémantique issue des catégories des noms et des propositions; 2) pouvoir être appliquée à quelque univers que ce soit, y compris un univers vide; et 3) disposer, relativement à la catégorie des noms, de termes qui ne dénotent pas. Pour rendre effectif ce projet Lesniewski va doter ses systèmes logiques de modes de développements progressifs conçus à partir d'une base axiomatique liée à un système des propositions, la protothétique et complété par une base fondant un calcul des noms, l'ontologie.

1. La protothétique

La base axiomatique de la protothétique se compose de trois axiomes. Il s'agit ici d'une des versions possibles.

Axiome 1:

$(\forall pqr)(((p \equiv r) \equiv (q \equiv p)) \equiv (r \equiv q))$

Axiome 2:

$(\forall pqr)((p \equiv (q \equiv r)) \equiv ((p \equiv q) \equiv r))$

Axiome 3:

$$(\forall pg)\ [(\forall f)(g(pp){\equiv}((\forall r)(f(rr){\equiv}g(pp)){\equiv}(\forall r)(f(rr){\equiv}g((p{\equiv}(\forall q)(q))p))))$$
$$\equiv$$
$$(\forall q)(g(qp))]$$

Les axiomes A1 et A2 coordonnent les propriétés constitutives liées à la signification de la biconditionnelle; quant à l'axiome A3, il paraît bien ésotérique. Il comprend:

> a) The principle of bivalency expressed by equivalence [biconditionnelle] and variable functors for two arguments.
>
> b) Some forms of the law of extensionality for propositions which together with A1 and A2 enable us to obtain a complete propositional calculus. (Sobocinski 1960: 56-57)

ce que nous avons montré par ailleurs (1984: 174 sqq.). Cette base axiomatique est extrêmement modeste en termes de catégories syntaxico-sémantiques et en termes de constantes logiques. En fait, seul un terme constant de la catégorie formateur de propositions à deux arguments propositionnels y est inscrit, la biconditionnelle. Quant aux catégories, seules deux apparaissent: S et S/SS. Elles sont associées au contexte primitif (– –). En plus des raisons évoquées précédemment par rapport à cette modestie, il faut ajouter un principe d'économie:

> [...] das Einführen noch einer dritten "semantischen Kategorie" in die Axiomatik [dieses sytems] wollte ich aus annähernd solchen Antrieben vermeiden, welche die Bemühungen zahlriecher Forscher in ihrem Streben nach Verringerung z.b. der Zahl der Axiom oder der Zahl der primitiven Termine dieser oder jener Theorie leiten. (Lesniewski 1929: 33)

Quant aux règles d'inférence de la protothétique, elles sont au nombre de cinq:

1. Règle de détachement.
2. Règle de distribution des quantificateurs.
3. Règle de substitution.
4. Règle de définition.
5. Règle d'extensionnalité.

2. L'ontologie

Pour fonder l'ontologie, ou calcul des noms, Lesniewski propose un axiome unique inscrivant la signification d'un foncteur formateur de proposition à deux arguments nominaux, l'epsilon ε. Nous pouvons l'interpréter de la manière suivante: «est le ou est parmi les». Il ne s'agit en aucun cas du symbole d'appartenance de la théorie classique des ensembles. Ce foncteur apparaît dans des propositions dites *singulières* de la forme est a ε b. Une telle proposition peut se lire de manière présémantique:

a ε b: *a* est le (ou parmi les) *b*

les termes a et b représentent des objets formels de la catégorie syntaxico-sémantique des noms. L'évaluation d'une proposition singulière de la forme a ε b est le vrai si et seulement si toutes les conditions suivantes sont réalisées:

1) Le terme *a* ne représente pas un nom sans dénotation;
2) le terme *a* représente un nom individuel. Ce nom ne peut dénoter plus d'un individu;
3) si un terme est associé à un nom qui possède la même dénotation que celui associé à *a*, alors il est en correspondance avec les objets – ou l'objet – dont le nom est associé au terme *b*.

Cette formulation n'est pas très élégante. La première clause stipule l'existence de *a*, la deuxième inscrit l'unicité de *a* et enfin la troisième explicite un principe de convergence en ce sens que tout ce qui pourrait être *a* est aussi un des *b*.

Cette signification de l'epsilon de Lesniewski s'exprime au travers de la réalisation formelle suivante, dans laquelle $(\forall a)$ peut être lu «quel que soit *a*» et $(\exists b)$, «il y a *b*».

Axiome:

$$\begin{array}{lll} (\forall ab)(a \,\varepsilon\, b \equiv & (\exists c)(c \,\varepsilon\, a) \wedge & \text{(existence)} \\ & (\forall cd)((c \,\varepsilon\, a \wedge d \,\varepsilon\, a) \supset d \,\varepsilon\, c) \wedge & \text{(unicité)} \\ & (\forall c)(c \,\varepsilon\, a \supset c \,\varepsilon\, b)) & \text{(convergence)} \end{array}$$

En utilisant cette signification de la copule et en choisissant le domaine sémantique des connaissances naïves communément partagées, il est possible d'évaluer les propositions suivantes:

Aristote est un philosophe de l'Antiquité — comme une proposition vraie.

Jean-Paul II est un mathématicien célèbre— comme une proposition fausse. En effet, bien que *Jean-Paul II* existe et soit unique, celui-ci n'est pas un mathématicien.

Pégase est un cheval ailé — comme une proposition fausse, parce que *Pégase* n'existe pas, *Pégase* ne dénote aucun objet.

L'homme est mortel — comme une proposition fausse parce que *l'homme* dans ce contexte est un nom général, il dénote plus d'un objet. En fait, il s'agit de la forme contractée d'une universelle affirmative qui peut s'écrire ainsi:

$$(\forall c)(c \,\varepsilon\, a \supset c \,\varepsilon\, b)$$

et qui serait vraie.

L'ontologie de Lesniewski est un prolongement de la protothétique; elle permet des expansions dans lesquelles la catégorie des noms joue un rôle déterminant. L'ontologie possède également des règles d'inférences qui ont dans l'esprit les mêmes fonctions que celles de la protothétique, mais qui sont adaptées aux rôles que ce nouveau système joue. La règle d'inférence définitioire purement ontologique prend la forme suivante:

$$\lfloor v_1 v_2 \ldots v_n a \rfloor \ulcorner \equiv (a \,\varepsilon\, f<v_1 v_2 \ldots v_n> (a \,\varepsilon\, a \wedge E_{v_1 v_2 \ldots v_n})) \urcorner$$

Il est important d'insister sur le fait que l'axiome de l'ontologie est ainsi construit qu'il autorise l'usage des noms singuliers, dénotant un et un seul objet, des noms généraux dénotant plusieurs objets ainsi que des noms vides ne dénotant aucun objet.

Épilogue

Dans cette réflexion que nous conduisons par rapport aux liens que supportent la notion de catégorie avec la logique et dans la perspective de rendre compte d'une expansion progressive des significations logiques, nous avons présenté d'une part les conséquences inhérentes à un tel projet, de l'autre les fondements d'une théorie qui le rend réalisable. Nous n'avons pas explicité ici la mise en oeuvre effective d'une logique développementale. Des premiers résultats peuvent être étudiés ici même dans les articles de Nadine Gessler et de Pierre Joray, ou dans le fascicule des Travaux de Logique n° 6 consacré à la négation.

Pour conclure reportons-nous une fois encore au génie de Lesniewski. L'ontologie est une logique d'ordre supérieur conçue à partir des catégories des propositions et des noms. Elle permet de régler le discours des sciences déductives lié à la référence. Mais si le nom singulier est censé dénoter une entité individuelle, Lesniewski a réalisé que cela n'était pas suffisant. En effet, pour rendre la sémantique plus complète encore, il est nécessaire de pouvoir y représenter un mode d'accès à la référence collective. Il s'agit donc de proposer une alternative à la pure sémantique extensionnelle en la complétant d'une manière collective ou méréologique, permettant ainsi d'analyser les entités individuelles dans leur organisation «agglomérative» ou «agrégative». Nadine Gessler présente ici même les fondements de cette théorie des ensembles collectifs et explique les raisons de son émergence.

Centre de Recherches Sémiologiques
Séminaire de logique
Espace Louis-Agassiz 1
CH 2000 NEUCHATEL

Bibliographie

CHAZAL G. (1995). *Le miroir automate. Introduction à une philosophie de l'informatique*. Seysel: Champ Vallon.

LESNIEWSKI S. (1929). Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. *Fundamenta mathematicae* 12, 1-18.

LESNIEWSKI S. (1992). *Collected Works*. S.J. Surma, J.T. Srezednicki, D.I. Barnett (eds). Dordrecht: Kluwer, 2 vols.

MIÉVILLE D. (1991). *La négation, une étude logique*. Neuchâtel: Centre de Recherches Sémiologiques (Travaux de logique n° 6).

MIÉVILLE D. (1984). *Un développement des systèmes logiques de S. Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie*. Berne: Lang.

SOBOCINSKI B. (1960). On the single axioms of protothetic I. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 1, 52-73.

TARSKI A. (1974). *Logique, sémantique, métamathématique*. Paris: Colin.