

IMPRIMATUR POUR LA THÈSE

Contribution au développement d'un étalon de fréquence
à jet d'atomes ralentis par laser

de M. Grégor Dudle

UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL
FACULTÉ DES SCIENCES

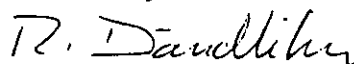
La Faculté des sciences de l'Université de
Neuchâtel sur le rapport des membres du jury,

Messieurs G. Busca, P. Thomann, R. Dändliker
et N. Dimarcq (Paris)

autorise l'impression de la présente thèse.

Neuchâtel, le 28 juin 1996

Le doyen:



R. Dändliker

à Alice et Chantal

Table des matières

Avant-propos	1
1 L'étalon à jet continu	3
1.1 Introduction	3
1.2 Généralités	3
1.3 Douche froide	6
1.4 Comparaison étalon pulsé - étalon continu	8
1.4.1 Facteur de qualité du résonateur	8
1.4.2 Déplacement collisionnel	9
1.4.3 Déplacement radiatif	10
1.4.4 Modulation de la sensibilité aux fluctuations de phase .	12
1.4.5 Trajectoire des atomes	14
1.5 Conclusion	16
2 Probabilité de transition	17
2.1 Introduction	17
2.2 Symétrie de la solution	17
2.3 Solution analytique	20
2.4 Largeur et contraste des franges	22
2.5 Exemples de calcul de franges de Ramsey	29
2.5.1 Temps d'interaction égaux	29
2.5.2 Temps d'interaction inégaux	29
2.6 Résolution numérique	33
2.7 Résultats expérimentaux	36
2.8 Conclusion	41
3 Asservissement de la fréquence optique	43
3.1 Introduction	43
3.2 Asservissement électronique	43
3.3 Référence de fréquence	45
3.3.1 Absorption saturée	46

3.3.2	Cellule à jet	49
3.3.3	Comparaison des performances d'une cellule à jet et de l'absorption saturée	58
3.3.4	Conclusion	61
3.4	Asservissement par injection	61
3.5	Cavité étendue	62
3.6	Conclusion	66
4	Ralentissement d'atomes	69
4.1	Introduction	69
4.2	Modèle Doppler d'une mélasse optique	69
4.3	Modèle sub-Doppler d'une mélasse	72
4.4	Trappe magnéto-optique	74
5	Réalisation de la trappe	79
5.1	Introduction	79
5.2	Le système à vide	79
5.3	Gradient isotrope	84
5.4	Gradient anisotrope	86
5.5	Montage optique	92
5.6	Mesure du nombre d'atomes	94
6	Mesure de la température	97
6.1	Introduction	97
6.2	Le temps de vol	98
6.2.1	Calcul du signal temps de vol	98
6.2.2	Réalisation du temps de vol	105
6.3	Analyse des franges de Ramsey	109
6.4	Conclusion	111
7	Le processus de capture	113
7.1	Introduction	113
7.2	Evolution du nombre d'atomes	114
7.3	Etat stationnaire	117
7.4	La force magnéto-optique	117
7.5	Trajectoire des atomes	121
7.6	Résultats expérimentaux	123
7.7	Conclusion	132

8	Vers un jet continu d'atomes froids	135
8.1	Introduction	135
8.2	Nuages allongés d'atomes froids	136
8.3	Capture dans une trappe 2D	137
8.4	Mesure de la température	141
8.5	Méthodes d'extraction	143
8.5.1	Mélasse défilante	143
8.5.2	Déséquilibre d'intensité	144
8.5.3	Champ magnétique B_z	146
8.5.4	Structure noire	149
8.6	Méthodes de mesure	153
8.6.1	Mesure de la vitesse d'extraction par le temps de vol	153
8.6.2	Temps de charge	155
8.7	Résultats expérimentaux	159
8.7.1	Déséquilibre d'intensité	159
8.7.2	Champ magnétique	162
8.7.3	Résumé	167
8.8	Conclusion	168
9	Conclusion générale	171
A	L'atome de césium	175
A.1	Propriétés thermodynamiques	175
A.2	Niveaux énergétiques	175
A.3	Intensité saturante	177
A.4	Coefficients de Clebsch-Gordan	177
A.5	Rapports de branchement	177
A.6	Facteur de Landé	177
B	Equations de Bloch	181
C	Symboles et constantes physiques	185
	Bibliographie	191

Avant-propos

Ce travail, intitulé *Contribution au développement d'un étalon primaire de fréquence à jet d'atomes ralentis par laser* a été effectué à l'Observatoire Cantonal de Neuchâtel. Comme son titre l'indique, il se veut une contribution au développement d'un étalon de fréquence primaire, mandat que l'Observatoire a reçu de l'Office Fédéral de Métrologie en 1990. Comme tous les étalons primaires de cette époque, cet appareil devait initialement être basé sur un jet thermique d'atomes de césium. Cependant, tout au début des années 90 les progrès importants accomplis dans le domaine du refroidissement d'atomes neutres ont ouvert de nouvelles perspectives d'application dans la métrologie de fréquence. Notre groupe de recherche s'est alors engagé dans l'investigation d'atomes ralentis par laser avec comme objectif la construction d'un étalon basé sur cette nouvelle technologie. Après une phase de familiarisation — avec notamment la construction d'une première trappe magnéto-optique — nous nous sommes orientés vers l'étude d'un étalon à jet continu d'atomes froids. Dans ce mémoire nous exposons les résultats de notre recherche obtenus avec une trappe magnéto-optique comme source continue potentielle d'atomes froids de césium.

Décrivons en quelques lignes la structure de ce travail. Dans le chapitre 1, nous rappelons quelques généralités sur les étalons de fréquence en mettant l'accent sur la comparaison entre un étalon à jet continu et un étalon pulsé. Le chapitre 2 traite de la solution des équations de Bloch pour un atome traversant une cavité de Ramsey. Nous y montrons sous quelles conditions l'inversion de population est une fonction paire du désaccord entre champ RF et fréquence atomique. Dans le même chapitre nous étudions également les franges de Ramsey pour des temps d'interaction inégaux.

La partie de l'exposé consacrée aux atomes froids constitue le coeur de ce travail. Elle débute avec quelques rappels d'ordre général sur le ralentissement d'atomes par laser (chapitre 4). Ce sujet ayant été traité en profondeur par beaucoup d'auteurs, nous nous limitons à introduire les concepts et notations indispensables à la compréhension du texte. La réalisation de notre trappe magnéto-optique est décrite dans le chapitre 5. Nous présentons ensuite deux

méthodes pour mesurer la température du nuage d'atomes froids (chapitre 6). Le chapitre 7 est consacré à l'étude du processus de capture. Nous y présentons deux modèles unidimensionnels simples et les confrontons aux mesures expérimentales. Le dernier chapitre traite de l'extraction continue d'atomes froids (chapitre 8). Cette étude est le point final de ce travail et constitue en même temps le point de départ d'un étalon primaire de fréquence basé sur un jet continu d'atomes froids.

Chapitre 1

L'étalon à jet continu

1.1 Introduction

Pour situer notre recherche dans un contexte général, il nous semble opportun de débiter ce mémoire par un chapitre introductif dans lequel nous rappelons quelques généralités sur les horloges au césium et où nous motivons nos investigations. Le paragraphe 1.2 rappelle brièvement le fonctionnement d'un étalon de fréquence au césium. Nous portons une attention particulière sur la différence qui existe entre un étalon à jet continu et une fontaine atomique. Dans le paragraphe suivant, nous proposons un autre type d'étalon de fréquence (paragraphe 1.3) dont l'idée de base est de produire un jet continu d'atomes refroidis par laser. L'importance de la diversité justifie déjà le développement d'un tel appareil. Il est en effet souhaitable de disposer de plusieurs étalons primaires basés sur des principes différents pour éliminer les inexactitudes inhérentes à une réalisation particulière. Nous montrons dans le paragraphe 1.4 qu'un étalon à jet continu a également d'autres intérêts. Dans ce paragraphe nous comparons différents aspects d'un étalon continu et d'un étalon pulsé.

1.2 Généralités

Depuis la 13ème conférence générale des Poids et Mesure en 1967 l'unité de temps est définie comme suit:

La seconde est la durée de 9'192'631'770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux états hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

Le but d'un étalon de fréquence est de matérialiser cette définition et de

mettre à disposition des fréquences utilisables. Récemment encore, tous les étalons primaires étaient basés sur des jets thermiques de césium. Un exposé très détaillé sur ces étalons est donné dans le livre *The quantum physics of Atomic frequency standards* [VA89]. Nous nous contentons ici d'en rappeler le principe de fonctionnement qui s'applique, à quelques détails près, également aux étalons aux atomes froids.

On peut distinguer trois parties dans un étalon de fréquence au césium: la préparation des atomes, l'interaction micro-onde et la détection.

Préparation des atomes

La définition de la seconde est basée sur la transition entre les états fondamentaux $|F = 3 >$ et $|F = 4 >$ du niveau $6S_{1/2}$ (pour les niveaux énergétiques de l'atome de césium cf. annexe A p. 176). A l'équilibre thermique ces deux niveaux sont peuplés de façon quasi égale. La première étape consiste donc à créer une différence de population entre les niveaux hyperfins. Pendant longtemps cette tâche a été accomplie par une sélection d'état qui se faisait avec un gradient magnétique: les atomes de moment cinétique total F différent subissent des forces différentes ce qui permet de séparer les atomes $F = 3$ et $F = 4$ dans un jet. Une technique plus récente consiste à pomper optiquement les atomes d'un état fondamental vers l'autre. Ce procédé initialement proposé par Kastler en 1950 est aujourd'hui également utilisé dans des étalons à jet thermique (pour des étalons primaires notamment au LPTF [dCRC94] et au NIST [DLGS93]). Dans une fontaine atomique les atomes se trouvent automatiquement dans l'état $|F = 4 >$ à la fin du refroidissement.

Interaction micro-onde

La deuxième partie concerne l'interaction micro-onde. Notons tout d'abord que l'étalon au césium est un étalon passif, c.-à-d. que l'oscillation n'est pas auto-entretenu comme par exemple dans un maser à hydrogène. Le rayonnement micro-onde appliqué de l'extérieur a comme fonction de provoquer dans l'atome une transition entre les états hyperfins. La probabilité que cette transition ait lieu est maximale à la fréquence de résonance f_{Cs} . La manière la plus répandue de provoquer la transition est la méthode des deux pulses séparés, proposée par Ramsey en 1949 [Ram49]: lors d'une première interaction, la micro-onde induit un état de superposition entre les états $|F = 3 >$ et $|F = 4 >$ (on parle d'un premier pulse $\pi/2$). Cet état évolue ensuite librement (sans micro-onde) et se déphase par rapport au champ RF si celui-ci n'est pas à résonance. Suit alors un deuxième pulse micro-onde qui complète la transition $|F = 3 > \rightarrow |F = 4 >$ pour autant que la fréquence de l'oscil-

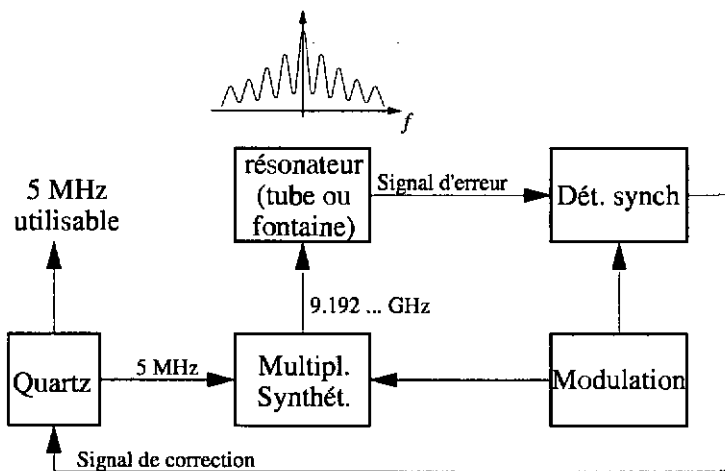


Figure 1.1: Schéma bloc de la boucle d'asservissement d'un étalon de fréquence.

lation de la micro-onde correspond à la fréquence de résonance atomique. Dans un étalon à jet thermique les deux pulses sont imposés aux atomes lors de leur passage dans les deux bras d'une cavité de Ramsey (cf. la figure 1.2 à la page 6). Dans une fontaine on obtient le même effet sur les atomes si, lors d'un vol balistique, ces derniers passent deux fois par la même cavité cylindrique.

Détection

Après l'interaction micro-onde l'état de l'atome doit être analysé. Si la fréquence du champ RF correspond à la fréquence de résonance atomique, la probabilité de transition d'un état hyperfin vers l'autre est maximale. Si les atomes ont initialement été préparés dans l'état $|F = 4\rangle$, on détecte un maximum d'atomes dans l'état $|F = 3\rangle$ (ou un minimum d'atomes dans l'état $|F = 4\rangle$). La détection peut se faire optiquement à l'aide d'un faisceau laser accordé sur une transition cyclante $F \rightarrow F'$ (p. ex. $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$). La lumière diffusée renseigne alors sur le nombre d'atomes dans l'état fondamental F .

Boucle d'asservissement

La figure 1.1 montre un schéma bloc de la boucle d'asservissement d'un étalon de fréquence. La sortie d'un quartz est multipliée en fréquence et mélangée avec celle d'un synthétiseur pour atteindre une fréquence proche de la fréquence de résonance atomique. Ce signal RF est modulé pour interroger la réponse du résonateur de part et d'autre de la fréquence de résonance. Un détecteur synchrone démodule le signal d'erreur et envoie un signal de

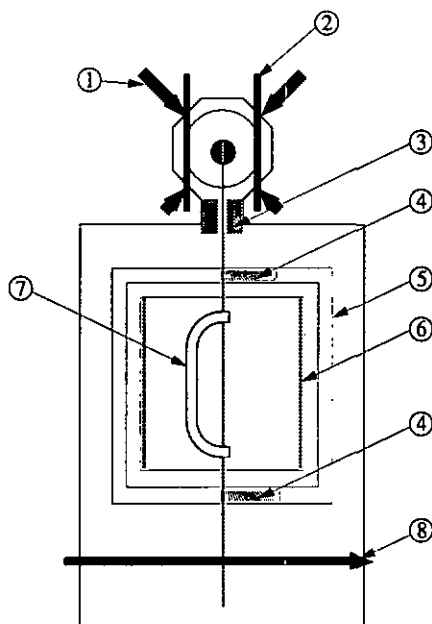


Figure 1.2: Vue d'ensemble de l'étalon de fréquence en développement à l'Observatoire Cantonal. 1: Faisceaux laser, 2: Structure pour gradient de champ magnétique, 3: Bouchon en graphite, 4: Trappe à lumière, 5: Blindages magnétiques, 6: Bobines pour champ C, 7: cavité de Ramsey, 8: Détection (laser sonde)

correction au quartz. La différence principale entre une fontaine atomique et un jet continu est la manière dont le signal d'erreur est produit: avec un jet continu le signal d'erreur est accessible en permanence alors qu'avec une fontaine atomique ce dernier n'est disponible qu'à des moments discrets.

1.3 Douche froide

Bien que la fontaine atomique ait des avantages incontestables pour l'interrogation des atomes de césium, du point de vue métrologique elle souffre de certains inconvénients qui sont tous, de près ou de loin, liés à la production périodique du signal d'erreur. Nous avons donc choisi une approche différente pour l'utilisation des atomes froids dans un étalon de fréquence. Par analogie avec le terme de fontaine on pourrait appeler notre schéma *douche froide*. La figure 1.2 montre une vue d'ensemble de l'étalon que nous voulons réaliser à l'Observatoire Cantonal. La source d'atomes froids se trouve tout en haut de l'appareil.¹ Cette source est constituée d'une trappe magnéto-optique avec les faisceaux laser (1) et le gradient de champ magnétique (2). Un mécanisme d'extraction doit permettre de sortir de manière continue les atomes de la

¹On peut également envisager de produire un jet continu allant vers le haut.

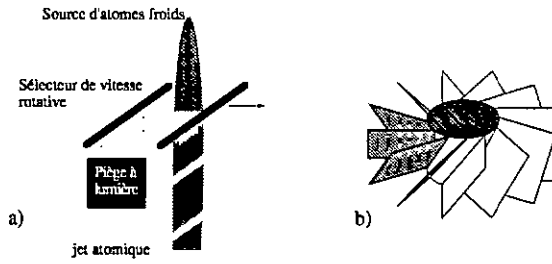


Figure 1.3: Idée de la trappe à lumière basée sur la sélection de vitesse. a) Principe de fonctionnement et b) réalisation possible.

trappe. L'étude d'une trappe magnéto-optique comme source de jet continu d'atomes froids constitue le cœur de ce travail. Une fois que les atomes ont quitté la source, ils tombent sous l'effet de la gravité. Pour éviter que la lumière diffusée par la source ne vienne perturber l'interaction entre atome et champ micro-onde une trappe à lumière s'avère indispensable. Le fonctionnement d'un tel piège est basé sur la sélection de vitesse (cf. figure 1.3): les pales d'une turbine hachent le jet continu d'atomes froids. Si la vitesse de rotation de la turbine est ajustée correctement, la plupart des atomes tombent à travers les pales sans les heurter. Les photons par contre sont réfléchis sur les surfaces et peuvent être séparés du jet atomique. Nous étudierons l'importance de la lumière diffusée dans le paragraphe suivant. Les atomes tombent ensuite dans la cavité de Ramsey (7) où l'interaction atome-champ RF a lieu. Une étude du signal de Ramsey pour la configuration où les atomes tombent en chute libre est présentée dans le chapitre 2. La cavité de Ramsey est placée à l'intérieur de plusieurs blindages magnétiques (5). Un deuxième piège à lumière préserve la cavité des photons diffusés par la détection. Tout en bas de l'appareil se trouve la détection des atomes par un faisceau laser accordé sur la transition $|F = 4 > \rightarrow |F' = 5 >$ (8). La partie supérieure de la cloche à vide, contenant la trappe magnéto-optique, est remplie de vapeur de césium. Ainsi la source continue se charge directement à partir d'atomes thermiques. La partie inférieure du système, contenant les blindages magnétiques et la cavité de Ramsey, est protégée de la vapeur de césium par un *getter* en graphite (3). L'absence de vapeur de césium thermique diminue le bruit de fond de détection.

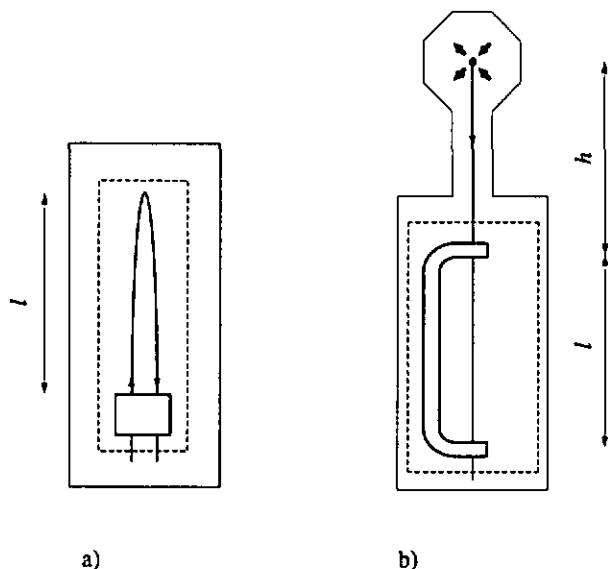


Figure 1.4: Trajectoire des atomes dans le cas d'une fontaine atomique (a) et d'un étalon à jet continu (b).

1.4 Comparaison étalon pulsé - étalon continu

Comparons maintenant quelques aspects de la fontaine atomique et de la douche froide.

1.4.1 Facteur de qualité du résonateur

Un paramètre important pour l'évaluation de la stabilité à court terme est le facteur de qualité du discriminateur de fréquence $Q = \frac{\omega}{\Delta\omega}$ où ω est la pulsation de résonance ($\omega_{Cs} = 2\pi \, 9'192'631'770 \text{ Hz}$) et $\Delta\omega$ la largeur de la résonance à mi-hauteur. Pour la comparaison entre la fontaine et la douche nous supposons disposer de blindages de même taille (cf. figure 1.4). Nous établissons dans le chapitre 2 que la largeur de la frange de Ramsey centrale est inversement proportionnelle au temps entre les deux pulses d'interaction micro-onde. La figure 1.4 indique les trajectoires des atomes dans le cas d'une fontaine (a) et dans le cas d'une douche froide (b). Le temps entre les deux pulses micro-onde dans le cas d'une fontaine est donné par

$$T_L^p = 2\sqrt{\frac{2l}{g}} \quad (1.1)$$

Dans un étalon à jet continu la source se trouve à une certaine hauteur h au-dessus de la cavité. Les atomes entrent donc déjà avec une certaine vitesse

dans la première zone d'interaction. Le module de leur vitesse ne fait que croître et ne passe jamais par zéro. Pour une réalisation typique où $h \simeq l$, le temps d'interaction est approximativement 4 fois plus petit.

$$T_L^c \simeq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2l}{g}} \quad (1.2)$$

A même volume blindé magnétiquement, il s'en suit un facteur de qualité Q environ quatre fois plus petit pour l'étalon à jet continu.

1.4.2 Déplacement collisionnel

Le déplacement collisionnel (*collisional shift*) est un effet négligeable dans un étalon de fréquence à jet thermique. Cet effet y résulte principalement des collisions entre atomes du jet et atomes de césium du gaz résiduel dans le tube. Vanier et Audoin [VA89] donnent comme ordre de grandeur un déplacement relatif de $\delta\nu/\nu = 5 \cdot 10^{-15}$.

Dans des étalons de fréquence basés sur des atomes froids cet effet ne peut plus être négligé. D'une part parce que les collisions entre atomes lents induisent des déplacements plus importants, d'autre part parce que le niveau d'exactitude visé se situe dans le domaine 10^{-15} . Gibble *et al.* [GC93] ont étudié expérimentalement les effets des collisions froides sur les niveaux énergétiques des états fondamentaux à l'aide d'une fontaine. Les valeurs publiées pour l'état $|F = 3, m_F = 0\rangle$ indiquent un déplacement de $-1.7 \cdot 10^{-21} n$ ($[n] = [\text{cm}^{-3}]$)². Plus récemment des valeurs comparables ont été mesurées par Ghezali *et al.* [GLL⁺95] à Paris:

$$\begin{aligned} \frac{\delta\nu_4}{\nu_{\text{Cs}}} &= -1 \cdot 10^{-21} n \quad [n] = \text{cm}^{-3} \\ \frac{\delta\nu_3}{\nu_{\text{Cs}}} &= -0.59 \cdot 10^{-21} n \quad [n] = \text{cm}^{-3} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dans une source d'atomes froids la densité n est typiquement de 10^8 cm^{-3} . Pour atteindre une exactitude relative de 10^{-15} il faut donc connaître la densité atomique au niveau du pourcent. Expérimentalement ceci est très difficile à réaliser. Dans une fontaine atomique la détection de la boule d'atomes froids se fait typiquement en 10 ms alors que le cycle complet dure 1 s. Pour avoir le même signal moyen un étalon à jet continu pourrait donc travailler avec une densité 100 fois plus faible. L'effet des collisions se réduit alors dans les mêmes proportions.

²La valeur indiquée dans l'article est $-5.5 \pm 0.5 \text{ mHz}$ à une densité de $(3.5 \pm 2.0) \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$.

1.4.3 Déplacement radiatif

Description générale

Le niveau d'un état fondamental est déplacé sous l'effet d'un couplage avec un état excité. Ce phénomène connu sous le nom de *déplacement radiatif* (*light shift*) a été décrit pour la première fois par C. Cohen-Tannoudji et J.-P. Barrat [BCT61b] et [BCT61a]. Dans une application métrologique ceci a son importance puisque le déplacement radiatif perturbe les niveaux de la transition horloge. Lors du refroidissement et du piégeage des atomes un grand nombre de photons est diffusé. Ces photons sont gênants s'ils induisent un déplacement radiatif des niveaux des atomes en cours d'interrogation micro-onde.

Dans une fontaine atomique tous les faisceaux laser sont éteints durant le vol balistique des atomes. Le déplacement radiatif dû à la lumière diffusée par la trappe ou par la mélasse est donc inexistant. Par contre, un jet continu d'atomes froids implique que les faisceaux laser restent allumés en permanence; il faut donc se soucier de l'effet de la lumière diffusée qui couple les niveaux d'horloge aux états excités de l'atome.

Calcul approximatif

Un exposé complet du *light shift* est donné dans le livre de Vanier-Audoine [VA89]. Le déplacement $\delta\nu_g$ d'un état fondamental $|g\rangle$ couplé par interaction dipolaire électrique à des états excités $|e_i\rangle$ est donné par:

$$\delta\nu_g = \sum_i \frac{3}{4} \frac{c^2 \Gamma}{\hbar \omega^3} |r_{gi}|^2 \times \int_{-\infty}^{+\infty} I_r(\omega_d) \int_0^{+\infty} \frac{\omega_d - \omega_{ig} - kv}{(\omega_d - \omega_{ig} - kv)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} p(v) dv d\omega_d \quad (1.4)$$

La somme porte ici sur tous les états excités auxquels l'état fondamental est couplé, les coefficients $|r_{gi}|^2$ sont les forces d'oscillateur entre l'état fondamental $|g\rangle$ (les valeurs numériques pour le césium sont données en annexe p. 179) et l'état excité $|e_i\rangle$, $I_r(\omega_d)$ est la densité spectrale de l'intensité du rayonnement de couplage et $p(v)$, finalement, la distribution de vitesse des atomes.

Les deux états fondamentaux participant à la transition horloge peuvent *a priori* être déplacés. Pour connaître l'effet global sur la fréquence horloge il faudrait alors calculer $\delta\nu_{3,0}$ et $\delta\nu_{4,0}$. Dans notre cas, nous pouvons cependant nous limiter à $\delta\nu_{4,0}$, l'intensité de la lumière diffusée à la fréquence $|F = 3\rangle \rightarrow F'$ étant très faible. Pour calculer le déplacement radiatif selon (1.4) nous faisons un certain nombre de simplifications:

- La distribution de vitesse des atomes qui tombent à travers la cavité est très étroite. A un endroit fixe elle peut être assimilée à une distribution de Dirac $\delta(v - v_z)$. Pour calculer le *light shift* en première approximation, nous travaillons avec une vitesse moyenne $\bar{v} = 2$ m/s.
- Dans notre cas, le rayonnement de couplage est la lumière laser diffusée par les atomes stockés dans le piège magnéto-optique. De ce fait il est exactement centré à la résonance $\omega_c = \omega_{gi}$.
- Pour simplifier le calcul nous supposons en plus que cette lumière est monochromatique $I_r(\omega_L) = I_c \delta(\omega_L - \omega_c)$.

Avec ces hypothèses nous pouvons réécrire l'équation (1.4):

$$\delta\nu_g = \frac{3}{4} \frac{c^2 \Gamma}{\hbar \omega^3} \frac{-k\bar{v}}{(k\bar{v})^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} I_c \sum_i |r_{gi}|^2 \quad (1.5)$$

Le déplacement qui nous intéresse est celui du niveau $F = 4, m_F = 0$ par rapport à l'axe de quantification pour la transition horloge. Pour une cavité *H-bend*³ cet axe est parallèle à la trajectoire des atomes. La lumière qui suit le même chemin ne peut donc pas induire de transition π ($\Delta m = 0$). L'état fondamental $|F = 4, m_F = 0\rangle$ est alors couplé à deux états excités par des transitions σ ($\Delta m = \pm 1$). Puisque les deux forces d'oscillateur sont identiques ($r_{4i}^2 = 1/3$) la répartition entre lumière σ^+ et σ^- est sans importance; nous supposons qu'elles sont d'intensité égale. Le déplacement radiatif de l'état fondamental $|F = 4, m_F = 0\rangle$ par unité d'intensité est alors donné par:

$$\frac{d\delta\nu_{4,0}}{dI_c} \simeq 20 \text{ kHz}/\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (1.6)$$

Calculons à présent l'intensité rayonnée par le piège d'atomes. La puissance totale de la lumière diffusée s'écrit:

$$P_d = \hbar\omega \frac{\Gamma}{2} \frac{6\beta}{1 + 12\beta + 4\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2} N_{\text{at}} \simeq \hbar\omega \frac{\Gamma}{2} N_{\text{at}} \quad (1.7)$$

où nous avons fait l'approximation de forte intensité (le pire des cas) et où nous avons tenu compte des six faisceaux de refroidissement. β est l'intensité normalisée ($\beta = I/I_{\text{sat}}$; $I_{\text{sat}} = 2.2 \text{ mW/cm}^2$), Δ le désaccord entre laser et résonance atomique. L'intensité à une distance l se calcul alors facilement:

$$I_c = \hbar\omega \frac{\Gamma}{2} \frac{N_{\text{at}}}{4\pi l^2} \quad (1.8)$$

³Cette notion sera expliquée dans le chapitre 2

Prenons à titre d'exemple une distance moyenne $l = 0.25$ m et une source contenant $N_{\text{at}} = 10^8$ atomes.

$$\begin{aligned}\delta\nu_{4,0} &= \hbar\omega \frac{\Gamma}{2} \frac{N_{\text{at}}}{4\pi l^2} \frac{d\delta\nu_{4,0}}{dI_c} \\ &\simeq 10 \text{ Hz} \\ \frac{\delta\nu_{4,0}}{\nu_{\text{Cs}}} &= 10^{-9}\end{aligned}\tag{1.9}$$

Pour diminuer l'effet du *light shift* au niveau 10^{-15} il faut donc parvenir à réduire l'intensité lumineuse dans la cavité d'un facteur 10^6 ! Si une telle réduction de l'intensité lumineuse n'est pas possible, on aura un déplacement résiduel de la transition horloge. Notons toutefois qu'il est relativement aisé de mesurer la puissance diffusée par la source et d'extrapoler son effet à intensité nulle. Il est donc possible de tenir compte de ce déplacement dans le calcul de la fréquence d'horloge.

1.4.4 Modulation de la sensibilité aux fluctuations de phase

La stabilité d'un étalon de fréquence peut être caractérisée par la variance Allan [Ber96]. Dick *et al.* [DPGM90] ont montré que le fait d'interroger un étalon passif de manière pulsée⁴ fait apparaître un terme supplémentaire dans la variance Allan et limite ainsi la stabilité. Comparons la fontaine et la douche sous cet angle.

Définissons la fonction $g(t)$, la sensibilité de l'état final des atomes à un saut aléatoire de phase de l'oscillateur local au moment t . Dans un étalon de fréquence pulsé comme la fontaine atomique, $g(t)$ est une fonction périodique. Il existe des intervalles de temps où aucun atome n'est en interaction avec le champ RF; l'étalon est alors insensible aux fluctuations de phase ($g(t) = 0$). Une fois que l'état de superposition est créé (après le premier pulse micro-onde), les fluctuations de phase de l'oscillateur local se traduisent par une variation de la probabilité de transition des atomes ($g(t) \neq 0$). La figure 1.5 montre un exemple de la fonction $g(t)$ pour un cycle d'interrogation dans une fontaine atomique. Pour un $g(t)$ périodique (de période T_c), on montre dans la référence [SLC⁺96] que le terme supplémentaire de la variance Allan s'écrit:

$$\sigma_y^2 \lim(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_m^2}{g_0^2} S_y^f(m/T_c)\tag{1.10}$$

⁴L'article date d'avant la première fontaine et a été écrit principalement pour les trappes ioniques.

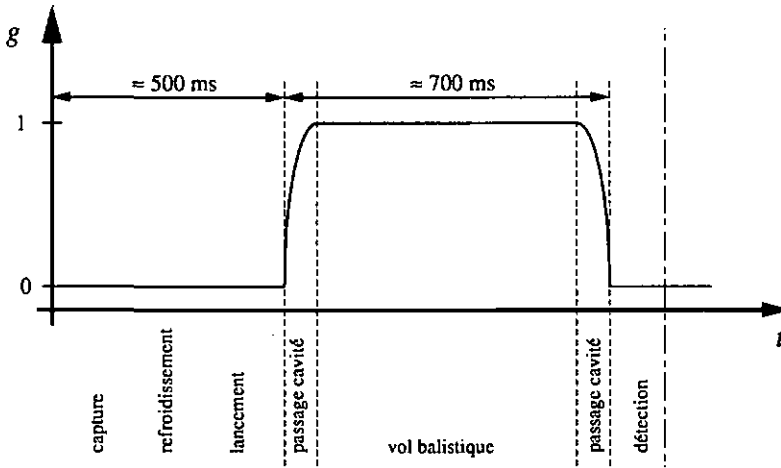


Figure 1.5: Variation de g pendant un cycle d'interrogation dans un étalon de fréquence pulsé.

avec g_0 la valeur moyenne de $g(t)$ sur une période, g_m^2 le carré du module du coefficient du développement de Fourier de $g(t)$ et $S_y^f(m/T_c)$ la densité spectrale unilatérale des fluctuations relatives de l'oscillateur local. Il est important de souligner que $\sigma_y^2 \lim(\tau)$ varie en τ^{-1} . Au lieu de se moyennner rapidement (τ^{-2}), les contributions de l'oscillateur local à la variance Allan de l'horloge diminuent beaucoup plus lentement et varient comme la contribution du résonateur en $\tau^{-1/2}$. Pour tirer pleinement profit des possibilités offertes par le résonateur, il faut que $\sigma_y \lim \ll \sigma_y \text{ res}$, faute de quoi la variance Allan de l'horloge sera pour tout τ limitée par le système d'interrogation et non pas par le résonateur. Pour remplir cette condition, il faut que S_y^f de l'oscillateur local soit suffisamment faible ou alors que tous les coefficients g_m soient nuls. Rovera *et al.* [RSC96] calculent que dans une fontaine atomique le meilleur oscillateur local commercialement disponible (BVA Oscilloquartz 8600B, avec un plancher flicker de fréquence typique de $1.5 \cdot 10^{-13}$) n'est pas suffisamment bon pour atteindre d'une stabilité de $\sigma_y(\tau) = 1 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$.

Dans l'article initial de Dick *et al.*, on propose l'utilisation de plusieurs résonateurs en parallèle pour asservir le même oscillateur afin de réduire les fluctuations de $g(t)$. Une autre proposition, plus adaptée à une fontaine atomique, a été émise par Oshima *et al.* [OKIN95]: l'idée est d'avoir toujours au moins un nuage d'atomes dans lequel l'état de superposition a déjà été créé. Ce concept est très prometteur mais pose un certain nombre de défis technologiques. Le cas limite de cette opération multipulse est le jet continu décrit plus haut. Dans ce cas $g(t)$, qui est la moyenne des $g_i(t)$ individuels de chaque atome, est constant comme dans un étalon à jet thermique.

1.4.5 Trajectoire des atomes

Dans ce dernier sous-paragraphe de la comparaison étalon pulsé – étalon continu nous voulons exposer qualitativement deux effets qui sont liés aux trajectoires des atomes.

Déphasage moyen entre les deux pulses micro-onde

Comme nous le verrons dans le chapitre 2 ((2.16), p. 22), la probabilité de transition n'est pas maximale à résonance s'il existe un déphasage ϕ entre les deux pulses micro-onde. Il en résulte un offset de fréquence qui est calculé par Vanier et Audoin. Pour un jet monocinétique on peut écrire:

$$\frac{\omega' - \omega_0}{\omega_0} = -\frac{\phi}{\pi Q} \quad (1.11)$$

Ici, ω' est la pulsation pour laquelle la probabilité de transition atteint son maximum, ω_0 est la pulsation de résonance, ϕ la différence entre la phase moyenne des deux pulses et Q le facteur de qualité du résonateur.

Dans une fontaine les atomes passent deux fois par la même cavité, un tel déphasage ne peut pas donc exister. Dans une douche, par contre, les atomes traversent deux régions d'interaction distinctes entre lesquelles il peut y avoir un déphasage. Pour s'affranchir de cet effet, il faut prévoir la possibilité de retourner la cavité, ce qui peut poser quelques problèmes technologiques.

Gradient de phase

La phase micro-onde ne peut pas être constante sur toute l'ouverture dans la cavité laissant passer les atomes. Si la trajectoire d'un atome est telle que ce dernier passe à deux endroits différents par rapport au bord de l'ouverture, il sera soumis à deux pulses micro-onde déphasés, même s'il n'y a pas de déphasage global entre les deux pulses. Pour éviter ce problème, qui existe aussi bien dans une fontaine que dans un étalon à jet continu, il faut essayer de détecter uniquement les atomes qui ont parcouru des endroits de phase égale; en d'autres termes, il faut sélectionner une partie du flux atomique à l'aide d'un diaphragme.

Effet Zeeman quadratique

La différence d'énergie entre les deux états de la transition d'horloge est proportionnelle au carré du champ magnétique statique:

$$\nu' = \nu_{Cs} + 42.745 \text{ GHz/T}^2 \quad (1.12)$$

Pour calculer ν_{Cs} à partir de la valeur mesurée ν' , il faut tenir compte du champ magnétique présent à l'intérieur des blindages magnétiques. Si le champ était parfaitement constant, ce calcul selon (1.12) ne poserait aucune difficulté. De légères inhomogénéités de B rendent la détermination de ν_{Cs} moins aisée. En effet, pour tenir compte de l'effet Zeeman quadratique il faudrait connaître $\langle B^2 \rangle$ sur toutes les trajectoires d'atome possibles ce qui implique une connaissance de B en tout point. A travers les fréquences des transitions linéairement dépendant de B (c.-à-d. les transitions $m_F \neq 0$) il est relativement facile de mesurer *in situ* la valeur moyenne de B sur toutes les trajectoires d'atome possibles, mais ceci ne suffit pas pour déduire la valeur moyenne de B^2 . Ce problème est identique pour la fontaine et pour l'étalon à jet continu. Notons juste qu'il est plus difficile d'assurer la même stabilité de trajectoire dans une fontaine que dans une douche puisque les atomes passent environ quatre fois plus de temps à l'intérieur des blindages; c'est donc dans les mêmes proportions que leur vitesse latérale doit être plus faible.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre introductif nous exposons le principe de base d'un étalon de fréquence passif. Nous proposons une nouvelle réalisation que nous appelons une douche froide. Alors que la majorité des expériences d'étalon utilisant des atomes froids sont basées une interrogation pulsée, la douche froide est basée sur une interrogation continue. Nous comparons différents aspects d'un étalon continu et d'un étalon pulsé. Un résumé de ces comparaisons est donné dans le tableau 1.1.

	Fontaine	Douche
Facteur de qualité	Q_f	$\sim Q_f/4$
Light shift	inexistant	nécessite light-trap et mesure de la puissance optique
Déphasage	inexistant	nécessite retournement de la cavité
Gradient de phase	diaphragmer le flux	diaphragmer le flux
Zeeman quadratique	mesure de B en tout point	mesure de B en tout point
Collisions	mesure densité au %	$100 \times$ plus faible
Interrogation pulsée	produit σ_y lim	inexistant

Tableau 1.1: Résumé des aspects comparés dans les paragraphes précédants.

Une horloge à jet continu d'atomes froids est une alternative intéressante à la fontaine atomique: d'une part on y réduit le problème du déplacement collisionnel, d'autre part on évite de limiter la stabilité de l'horloge par une interrogation pulsée des atomes. Le prix à payer pour ces avantages est un facteur de qualité moins élevé, un déplacement radiatif à éliminer ou calibrer ainsi qu'un déphasage entre les deux pulses micro-onde à évaluer par un retournement de la cavité.

Chapitre 2

Probabilité de transition

2.1 Introduction

La grandeur mesurée dans un étalon de fréquence passif est la probabilité qu'un atome préparé dans un état $|a\rangle$ fasse une transition vers un état $|b\rangle$ sous l'influence d'un rayonnement. L'évolution d'un système à deux niveaux en interaction avec une onde électromagnétique est régie par les équations de Bloch, énoncées dans l'annexe B.

Le but de ce chapitre est d'établir plusieurs résultats concernant la probabilité de transition. Il s'agit notamment i) de démontrer que sous certaines hypothèses la solution des équations de Bloch est une fonction paire du désaccord (paragraphe 2.2), ii) de développer une solution analytique de l'évolution de l'inversion de population pour un jet d'atomes passant à travers une cavité de Ramsey (paragraphe 2.3) et iii) d'analyser le comportement des franges de Ramsey en fonction de l'amplitude d'interrogation (paragraphe 2.4). Nous présentons également des exemples de franges de Ramsey pour deux types de cavité (*E-bend* dans le paragraphe 2.5 et *H-bend* dans le paragraphe 2.6). Dans notre montage, contrairement à beaucoup de résonateurs, les temps d'interaction dans les deux bras de la cavité de Ramsey ne sont pas égaux. Une attention particulière est donc portée à ce problème. Le dernier paragraphe (2.7) est consacré aux franges de Ramsey préliminaires que nous avons pu mesurer avec notre montage.

2.2 Symétrie de la solution

La troisième composante w de la solution des équations de Bloch est proportionnelle à l'inversion de population du système à deux niveaux. Cette grandeur est exprimée en fonction des différents paramètres de l'interaction,

en particulier en fonction du désaccord δ entre la fréquence micro-onde et la résonance atomique. L'asservissement d'un quartz sur cette fréquence suppose implicitement que l'inversion de population w est une fonction paire du désaccord. Pour pouvoir appliquer un champ micro-onde avec une dépendance temporelle quelconque, nous devons nous assurer que cette propriété de symétrie est liée au système d'équations différentielles.

Pour la démonstration réécrivons les équations de Bloch pour une transition dipôle magnétique (cf. annexe B p. 181) pour deux désaccords $+\delta$ et $-\delta$.

$$\dot{w}^{\pm} = \begin{cases} \dot{u}^{\pm} &= \pm \delta v^{\pm} \\ \dot{v}^{\pm} &= \mp \delta u^{\pm} - \Omega_m w^{\pm} \\ \dot{w}^{\pm} &= \Omega_m v^{\pm} \end{cases} \quad (2.1)$$

Selon le signe de δ , le signe supérieur ou inférieur s'applique. Introduisons deux nouveaux vecteurs $\vec{w}_{\Delta} = \vec{w}^{+} - \vec{w}^{-}$ et $\vec{w}_{\Sigma} = \vec{w}^{+} + \vec{w}^{-}$. L'évolution de ces deux vecteurs est alors donnée par deux systèmes d'équations couplés:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{\Delta} &= \delta v_{\Sigma} \\ \dot{v}_{\Delta} &= -\delta u_{\Sigma} - \Omega_m w_{\Delta} \\ \dot{w}_{\Delta} &= \Omega_m v_{\Delta} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \dot{u}_{\Sigma} &= \delta v_{\Delta} \\ \dot{v}_{\Sigma} &= -\delta u_{\Delta} - \Omega_m w_{\Sigma} \\ \dot{w}_{\Sigma} &= \Omega_m v_{\Sigma} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Afin d'avoir deux systèmes indépendants, nous réarrangeons les termes de (2.2) et (2.3) et obtenons les deux vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{s}$

$$\dot{\vec{r}} = \begin{cases} \dot{u}_{\Sigma} &= \delta v_{\Delta} \\ \dot{v}_{\Delta} &= -\delta u_{\Sigma} - \Omega_m w_{\Delta} \\ \dot{w}_{\Delta} &= \Omega_m v_{\Delta} \end{cases} \quad \dot{\vec{s}} = \begin{cases} \dot{u}_{\Delta} &= \delta v_{\Sigma} \\ \dot{v}_{\Sigma} &= -\delta u_{\Delta} - \Omega_m w_{\Sigma} \\ \dot{w}_{\Sigma} &= \Omega_m v_{\Sigma} \end{cases} \quad (2.4)$$

Il est facile de vérifier que la norme des vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{s}$ reste constante au cours du temps, c.-à-d. $\frac{d}{dt} \|\vec{r}\| = \frac{d}{dt} \|\vec{s}\| = 0$:

$$2u_{\Sigma}\dot{u}_{\Sigma} + 2v_{\Delta}\dot{v}_{\Delta} + 2w_{\Delta}\dot{w}_{\Delta} = 0 \quad (2.5)$$

Fixons maintenant des conditions initiales et calculons les différentes va-

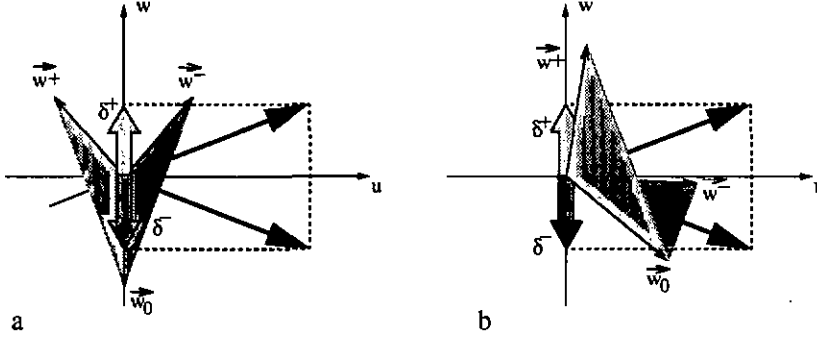


Figure 2.1: Illustration de la condition pour que $w(\delta) = w(-\delta)$. Nous représentons une projection de l'évolution du vecteur de Bloch dans le plan $(0uw)$, l'axe v entre dans le plan de la feuille. Pour a) $u_{\text{init}} = 0$, pour b) $u_{\text{init}} \neq 0$.

riables auxiliaires:

$$\begin{aligned}
 \vec{w}^+(t=0) &= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} & \vec{w}_\Delta(t=0) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \vec{r}(t=0) &= 2 \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \vec{w}^-(t=0) &= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} & \vec{w}_\Sigma(t=0) &= 2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} & \vec{s}(t=0) &= 2 \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Si $a_1 = 0$, la norme du vecteur $\vec{r}$ est égale à zéro à $t = 0$. Comme par ailleurs sa dérivée par rapport au temps est nulle, elle ne variera pas au cours du temps. Ceci veut dire en particulier que la troisième composante r_3 , qui est la différence entre le cas $+\delta$ et le cas $-\delta$, n'est jamais différente de zéro. Avec la condition initiale choisie la solution est donc symétrique par rapport à $\delta = 0$. Notons que pour cette démonstration nous n'avons pas émis d'hypothèse sur la dépendance temporelle de l'amplitude micro-onde. Le raisonnement reste vrai pour deux pulses micro-onde de durée inégale séparés d'un temps T_L pendant lequel l'amplitude est zéro. La seule restriction pour que la solution soit symétrique par rapport à $\delta = 0$ est que la composante du dipôle magnétique qui oscille en phase avec le champ externe (la composante u) soit nulle à $t = 0$. Cette condition est vérifiée si l'on étudie l'évolution d'un système avec une différence initiale de population $w = \pm 1/2$.

Illustration de la condition $u = 0$

La figure 2.1 visualise la condition sur le vecteur initial pour que la solution soit symétrique par rapport à $\delta = 0$. Le vecteur de Bloch $\vec{w}$ précesse autour

d'un axe dans le plan ($0uw$) illustré par de grandes flèches noires. Suivant le désaccord δ , cette flèche pointe vers w positive ou w négative. La pointe du vecteur de Bloch décrit un cône symbolisé par des triangles dans la figure. Si la composante u du vecteur initial est zéro (figure 2.1a), l'ouverture du cône est la même pour le désaccord δ^+ (cône gris clair) que pour le désaccord δ^- (cône gris foncé). Comme la vitesse de précession est la même dans les deux cas, on comprend que la composante w est identique à tout instant. Si par contre $u \neq 0$ (figure 2.1b), l'ouverture du cône n'est pas la même. Il est alors facile de voir que la composante w du vecteur de Bloch n'est en général pas la même dans les deux cas.

2.3 Solution analytique

Les équations de Bloch pour une transition dipôle magnétique (équation (B.2), p. 183) peuvent s'écrire sous forme matricielle¹:

$$\dot{\vec{w}} = \mathbf{A} \vec{w} \quad (2.7)$$

$$\text{où } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \delta & 0 \\ -\delta & 0 & -\tilde{\Omega} \\ 0 & \tilde{\Omega} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

En général l'intégration des équations de Bloch ne peut se faire que numériquement. Dans le cas particulier et important où la matrice $\mathbf{A}$ ne dépend pas du temps il est cependant possible de dériver une solution analytique. Nous consacrons ce paragraphe au développement de cette solution analytique, elle nous servira de base de discussion pour les franges de Ramsey calculées dans différentes configurations.

Si $\mathbf{A}$ est une matrice indépendante du temps nous pouvons écrire la solution formelle du système (2.7)

$$\vec{w}(t) = \exp[\mathbf{A}(t - t_0)] \vec{w}(t_0) \quad (2.9)$$

Pour que $\mathbf{A}$ soit invariante dans le temps, il faut que la puissance micro-onde et le désaccord ne changent pas au cours de l'interaction. L'exponentielle de l'équation (2.9) peut être développée en série:

$$\mathbf{R}(t - t_0) = \exp[\mathbf{A}(t - t_0)] = \mathbf{1} + \mathbf{A}(t - t_0) + \frac{\mathbf{A}^2}{2!}(t - t_0)^2 + \frac{\mathbf{A}^3}{3!}(t - t_0)^3 + \dots \quad (2.10)$$

¹Les symboles ainsi que les composantes du vecteur w sont expliqués dans l'annexe B

Pour transformer cette série nous tirons profit d'une propriété particulière de $\mathbf{A}$: $\mathbf{A}^3 = -\hat{\Omega}\mathbf{A}$ avec $\hat{\Omega}^2 = \Omega_m^2 + \delta^2$. L'exponentielle (2.10) s'exprime donc uniquement avec la matrice unitaire $\mathbf{1}$, la matrice $\mathbf{A}$ et son carré $\mathbf{A}^2$. En regroupant les termes en $\mathbf{A}$ et ceux en $\mathbf{A}^2$ on reconnaît les développements en série des fonctions sinus et cosinus:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}(t-t_0) &= \frac{\mathbf{A}}{\hat{\Omega}} \left\{ \underbrace{\hat{\Omega}(t-t_0) - \frac{\hat{\Omega}^3(t-t_0)^3}{3!} + \frac{\hat{\Omega}^5(t-t_0)^5}{5!} - \dots + \dots}_{\sin[\hat{\Omega}(t-t_0)]} \right. \\
 &\quad \left. + \mathbf{1} + \frac{\mathbf{A}^2}{\hat{\Omega}^2} \left\{ \underbrace{\frac{\hat{\Omega}^2(t-t_0)^2}{2!} - \frac{\hat{\Omega}^4(t-t_0)^4}{4!} + \frac{\hat{\Omega}^6(t-t_0)^6}{6!} - \dots + \dots}_{1 - \cos[\hat{\Omega}(t-t_0)]} \right\} \right. \\
 &= \mathbf{1} + \frac{\mathbf{A}}{\hat{\Omega}} \sin[\hat{\Omega}(t-t_0)] + \frac{\mathbf{A}^2}{\hat{\Omega}^2} (1 - \cos[\hat{\Omega}(t-t_0)]) \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

Ceci nous amène finalement au vecteur de Bloch $\vec{w}$ au temps t en fonction du vecteur initial $\vec{w}(t_0)$:

$$\vec{w}(t) = \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{A}}{\hat{\Omega}} \sin[\hat{\Omega}(t-t_0)] + \frac{\mathbf{A}^2}{\hat{\Omega}^2} (1 - \cos[\hat{\Omega}(t-t_0)]) \right) \vec{w}(t_0) \quad (2.12)$$

L'évolution du vecteur de Bloch à travers une cavité de Ramsey de type *E-bend* constitue une application de ce résultat. L'atome est d'abord soumis à une interaction micro-onde d'amplitude constante pendant un temps T_1 . Il évolue ensuite librement sans champ oscillant durant T_L . Dans une troisième partie, on fait à nouveau interagir un champ micro-onde constant avec l'atome (T_2). Le résultat (2.12) s'applique à chacune de ces trois régions avec des matrices d'évolution $\mathbf{R}^i$ différentes. Le vecteur de Bloch à la sortie de la première région sert de condition initiale pour la deuxième zone. Le vecteur de Bloch initial pour la troisième zone est obtenu de façon analogue. La matrice globale de l'évolution est alors donnée par le produit des évolutions individuelles:

$$\mathbf{R}^{\text{tot}} = \mathbf{R}^{III} \mathbf{R}^{II} \mathbf{R}^I \quad (2.13)$$

Nous nous limitons à ne donner une relation que pour la troisième composante du vecteur de Bloch qui est liée à l'inversion de population.

$$\begin{aligned}
 w_{\text{final}} &= \left(\mathbf{R}^{\text{tot}} \vec{w}_{\text{init}} \right)_3 \\
 &= R_{31}^{\text{tot}} u_{\text{init}} + R_{32}^{\text{tot}} v_{\text{init}} + R_{33}^{\text{tot}} w_{\text{init}} \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

Si initialement les cohérences (u et v) sont égales à zéro — ce qui est le cas pour une inversion complète des populations — l'équation (2.14) se réduit

à:

$$w_{\text{final}} = R_{33}^{\text{tot}} w_{\text{init}} \quad (2.15)$$

Il suffit alors de calculer l'élément R_{33}^{tot} . Le résultat final de l'inversion de population créée par une cavité de Ramsey s'écrit essentiellement sous la forme d'une somme d'un sinus et d'un cosinus de pulsation $1/T_L$, T_L étant le temps d'évolution libre entre les deux bras de la cavité. Les amplitudes — κ pour le cosinus, σ pour le sinus — sont modulées par des fonctions qui dépendent des temps d'interaction T_1 et T_2 dans les deux bras de la cavité. ϑ désigne un déphasage global entre les champs des deux régions d'interaction².

$$w_{\text{final}} = w_{\text{init}} \{ \kappa \cos(\delta T_L + \vartheta) + \sigma \sin(\delta T_L + \vartheta) + \eta \} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\Omega_{m_1} \Omega_{m_2}}{\tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2} \left\{ \frac{\delta^2}{\tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2} (1 - \cos \tilde{\Omega}_1 T_1) (1 - \cos \tilde{\Omega}_2 T_2) - \sin \tilde{\Omega}_1 T_1 \sin \tilde{\Omega}_2 T_2 \right\} \\ \sigma &= \frac{\Omega_{m_1} \Omega_{m_2}}{\tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2} \delta \left\{ \sin \tilde{\Omega}_1 T_1 \frac{1 - \cos \tilde{\Omega}_2 T_2}{\tilde{\Omega}_2} + \sin \tilde{\Omega}_2 T_2 \frac{1 - \cos \tilde{\Omega}_1 T_1}{\tilde{\Omega}_1} \right\} \\ \eta &= \left\{ \frac{\delta^2}{\tilde{\Omega}_1^2} + \left(\frac{\Omega_{m_1}}{\tilde{\Omega}_1} \right)^2 \cos \tilde{\Omega}_1 T_1 \right\} \times \left\{ \frac{\delta^2}{\tilde{\Omega}_2^2} + \left(\frac{\Omega_{m_2}}{\tilde{\Omega}_2} \right)^2 \cos \tilde{\Omega}_2 T_2 \right\} \\ \tilde{\Omega}_i^2 &= \delta^2 + \Omega_{m_i}^2 \end{aligned}$$

Il est important de noter que pour l'établissement de cette formule nous n'avons fait aucune hypothèse sur le mouvement des atomes. Ce dernier peut être accéléré ou uniforme. La vitesse peut même changer de signe comme c'est le cas dans une fontaine. L'évolution de la position de l'atome avec le temps entre uniquement dans la formule par les grandeurs T_1 , T_2 , et T_L .

2.4 Largeur et contraste des franges

Avant de passer à la simulation des franges de Ramsey dans différentes configurations, nous voulons étudier le comportement de la largeur et du contraste de la frange centrale en fonction de la puissance micro-onde d'interrogation. Pour définir la largeur et le contraste, nous réécrivons l'équation (2.16) sous la forme

$$w_{\text{final}} = w_{\text{init}} \{ \zeta \cos(\delta T_L - \psi) + \eta \} \quad (2.17)$$

²La formule (2.16) est une généralisation de la solution donnée par Vanier et Audoin [VA89] où les temps d'interaction T_1 et T_2 ainsi que les fréquences de Rabi Ω_{m_1} et Ω_{m_2} sont égaux.

L'amplitude ζ du cosinus définit le contraste de la frange centrale; sa largeur est déterminée par le désaccord pour lequel l'argument du cosinus atteint $\pi/2$.

$$\delta T_L - \psi = \frac{\pi}{2} \quad (2.18)$$

Nous verrons plus loin que dans une première approximation le terme η ne dépend pas du désaccord δ et n'ajoute qu'un terme constant à l'inversion de population.

Les variables ζ et ψ sont liées aux coefficients κ et σ de l'expression (2.16) par les relations:

$$\zeta^2 = \kappa^2 + \sigma^2 \quad (2.19)$$

$$\tan \psi = \frac{\sigma}{\kappa} \quad (2.20)'$$

Pour rendre le résultat plus parlant, nous allons supposer que les amplitudes B_1 et B_2 du champ micro-onde sont égales dans les deux zones d'interaction. Cette simplification n'enlève rien à la généralité du résultat; seuls les angles de nutation ϕ_1 et ϕ_2 entrent dans les calculs. Ces angles sont définis par le produit du temps d'interaction T_i et de la fréquence de Rabi Ω_m

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \Omega_m T_1 \\ \phi_2 &= \Omega_m T_2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

où T_1 peut être différent de T_2 .

Il convient d'écrire ces angles sous la forme

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_0 + \varphi/2 \\ \phi_2 &= \phi_0 - \varphi/2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Si les deux temps d'interaction sont égaux ($T_1 = T_2$), l'angle de nutation dans les deux bras est de ϕ_0 . Pour $T_1 \neq T_2$, l'angle de nutation s'exprime par la valeur moyenne ϕ_0 , corrigée d'une quantité $\pm\varphi/2$. Dans les deux cas, l'angle total au bout des deux régions d'interaction est de $2\phi_0$.

En nous restreignant à la frange centrale, nous pouvons faire l'approximation $\delta^2 \ll \Omega_m^2$. Ceci nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Omega_m}{\tilde{\Omega}}\right)^2 &= \frac{\Omega_m^2}{\Omega_m^2 + \delta^2} \simeq 1 \\ \left(\frac{\delta}{\tilde{\Omega}}\right)^2 &= \frac{\delta^2}{\Omega_m^2 + \delta^2} \simeq 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Notons que plus la puissance micro-onde est élevée plus le domaine de validité de ces approximations s'étend. Réécrivons les coefficients κ et σ avec cette approximation en utilisant (2.22):

$$\kappa' = -\sin^2 \phi_0 \cos^2 \varphi/2 + \cos^2 \phi_0 \sin^2 \varphi/2 \quad (2.24)$$

$$\sigma' = \frac{2\delta}{\bar{\Omega}} \sin \phi_0 [\cos \varphi/2 - \cos \phi_0] \quad (2.25)$$

$$\eta' = \cos^2 \phi_0 \cos^2 \varphi/2 - \sin^2 \phi_0 \sin^2 \varphi/2 \quad (2.26)$$

Temps d'interaction égaux

Etudions d'abord le cas où les temps d'interaction sont égaux: $T_1 = T_2 = T_0$. Les deux angles de nutation ϕ_1 et ϕ_2 étant égaux, leur différence φ s'annule. Les coefficients κ' et σ' se simplifient d'avantage:

$$\kappa^{\text{eg}} = -\sin^2 \phi_0 \quad (2.27)$$

$$\sigma^{\text{eg}} = \frac{2\delta}{\bar{\Omega}} \sin \phi_0 (1 - \cos \phi_0) \quad (2.28)$$

A faible désaccord, le contraste est entièrement déterminé par κ

$$\zeta^{\text{eg}} \simeq \kappa' = -\sin^2 \phi_0 \quad (2.29)$$

Pour connaître la largeur de la frange, il faut calculer ψ :

$$\tan \psi = -\frac{2\delta}{\Omega_m} \frac{1 - \cos \phi_0}{\sin \phi_0} \quad (2.30)$$

Ce terme est en général petit sauf quand ϕ_0 est un multiple impair de π . En excluant ces régions, nous pouvons remplacer $\tan \psi$ par son argument

$$\psi = -\frac{2\delta}{\Omega_m} \frac{1 - \cos \phi_0}{\sin \phi_0} \quad (2.31)$$

et exprimer l'inversion de population normalisée par rapport à w_{init} avec la nouvelle variable ϕ_0 qui est proportionnelle à l'amplitude du champ micro-onde.

$$\frac{w_{\text{final}}}{w_{\text{init}}} = \sin^2 \phi_0 \left\{ \cos \left[\delta \left(T_L + \frac{2T_0}{\phi_0} \frac{1 - \cos \phi_0}{\sin \phi_0} \right) \right] \right\} + \eta' \quad (2.32)$$

Le terme ψ apparaît maintenant comme une variation du temps T_L que l'atome passe entre les deux bras de la cavité.

$$T_{\text{eff}} = T_L + \frac{2T_0}{\phi_0} \frac{1 - \cos \phi_0}{\sin \phi_0} \quad (2.33)$$

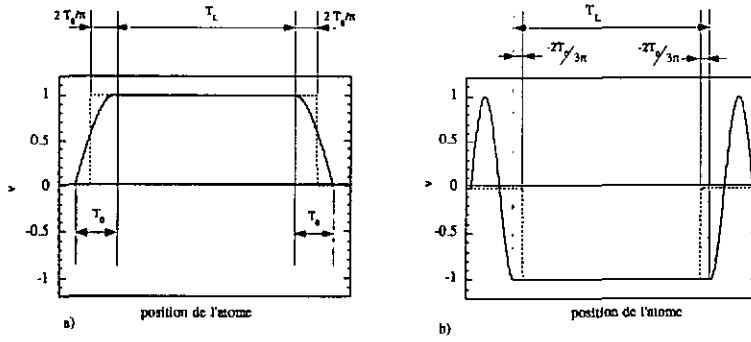


Figure 2.2: Illustration du changement de T_L ; a) pulse $\pi/2$ dans chaque bras. La valeur moyenne de la composante v du vecteur de Bloch est alors $2/\pi$. b) pulse $3\pi/2$ dans chaque région d'interaction. La valeur moyenne de v dans ce cas est de $2/3\pi$.

Pour interpréter la modulation de T_L , il faut revenir à l'idée de base d'une cavité de Ramsey. Une première zone d'interaction micro-onde induit un dipôle aux atomes. Ce dipôle évolue ensuite librement pour se déphaser par rapport au champ micro-onde si $\delta \neq 0$. La deuxième zone d'interaction sert à l'analyse du déphasage. Plus le temps d'évolution libre est grand, plus le dipôle a le temps de se déphaser par rapport à la micro-onde. La figure 2.2a illustre à titre d'exemple le cas d'une cavité *E-bend* où chaque région d'interaction produit un pulse $\pi/2$ à résonance: le dipôle croît sinusoïdalement dans la première région, reste ensuite constant pendant un temps T_L et finalement décroît sinusoïdalement. Tout se passe comme si le dipôle maximal ($v = 1$) existait pendant un temps $T_L + \frac{4T_0}{\pi}$. Le terme $2/\pi$ représente la valeur moyenne du dipôle pendant la montée (la descente) qui dure T_0 .

Si la puissance micro-onde est telle que $\phi_0 = 3\pi/2$ dans chaque région (cf. 2.2b), le changement de T_L est négatif ($T_{\text{eff}} = T_L - \frac{4T_0}{3\pi}$). Pour une puissance micro-onde très élevée ($\phi_0 = n\frac{\pi}{2}$ avec $n \rightarrow \infty$), la composante v du vecteur de Bloch est en moyenne nulle dans les deux bras de la cavité et le temps $T_{\text{eff}} = T_L$.

Le graphique 2.3 donne le contraste et la largeur des franges pour la situation $T_1 = T_2 = 5.81$ ms et $T_L = 66.8$ ms. Les zones où l'approximation $\tan \psi \simeq \psi$ est violée sont ombrées. L'axe horizontal montre la fréquence de Rabi Ω_m en unité de Ω_{m0} . Pour $\Omega_m = \Omega_{m0}$ l'angle de nutation pour chaque région est $\phi_0 = \pi/2$.

Le contraste oscille avec une fréquence $f_r = \frac{\Omega_{m0}}{2}$. Il est maximal quand chaque région provoque un nombre impair de pulses $\pi/2$. Il tombe par contre à zéro pour un nombre pair de pulses $\pi/2$. Le choix des signes veut que le contraste ait une valeur négative ($\zeta \simeq \kappa$). Ce signe n'a pas d'importance dans le cas de temps d'interaction égaux; seul le fait qu'il ne change jamais

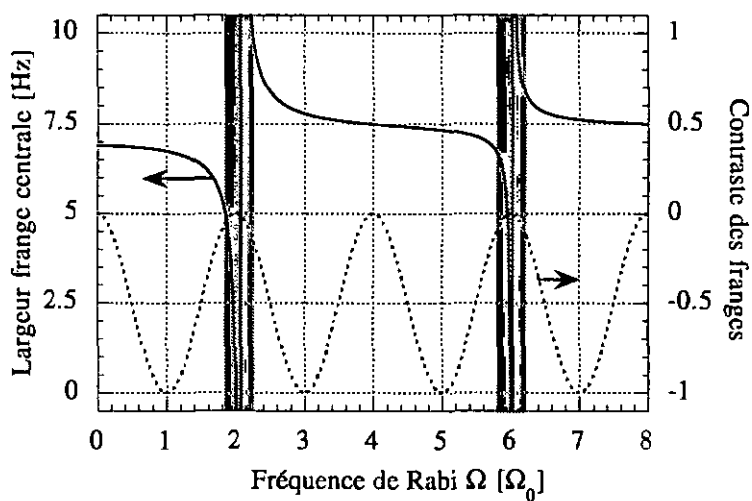


Figure 2.3: Contraste et largeur des franges de Ramsey en fonction de la fréquence de Rabi Ω_m (proportionnelle à la racine de la puissance micro-onde) pour des temps d'interaction T_1 et T_2 égaux ($= 5.81$ ms). L'axe horizontal est normalisé par rapport à la fréquence de Rabi produisant un pulse $\pi/2$ dans chaque région. Le temps d'évolution libre T_L est de 66.8 ms

est important. La largeur de la frange centrale varie de plusieurs Hertz en fonction de la puissance micro-onde. Pour les paramètres choisis, elle est de 6.8 Hz pour $\Omega_m = \Omega_{m_0}$ et de 8.1 Hz pour $\Omega_m = 3\Omega_{m_0}$.

Temps d'interaction inégaux

La situation est légèrement plus compliquée quand $T_1 \neq T_2$.

Le contraste pour un faible désaccord δ s'écrit:

$$\begin{aligned}\zeta^{\text{ineg}} \simeq \kappa &= -\sin^2 \phi_0 \cos^2 \varphi/2 + \cos^2 \phi_0 \sin^2 \varphi/2 \\ &= -\sin \phi_1 \sin \phi_2\end{aligned}\quad (2.34)$$

En fonction de la fréquence de Rabi on obtient un battement de deux sinus de pulsation T_1 et T_2 .

Quant à la largeur de la frange centrale, nous calculons $\tan \psi$:

$$\tan \psi = \frac{\sigma^{\text{ineg}}}{\kappa^{\text{ineg}}} = \frac{2\delta}{\Omega_m} \frac{\sin [\cos \varphi/2 - \cos \phi_0]}{-\sin(\phi_0 + \varphi/2) \sin(\phi_0 - \varphi/2)} \quad (2.35)$$

Pour pouvoir remplacer $\tan \psi$ par ψ nous excluons à nouveau les régions pour lesquelles l'angle ϕ_1 ou ϕ_2 est un multiple impair de π . L'inversion de population normalisée par rapport à l'inversion initiale devient:

$$\frac{w_{\text{final}}}{w_{\text{init}}} = [-\sin \phi_1 \sin \phi_2] \times \cos \left[\delta \left(T_L + \frac{(T_1 + T_2)}{\phi_0} \frac{\sin \phi_0 [\cos \varphi/2 - \cos \phi_0]}{\sin(\phi_0 + \varphi/2) \sin(\phi_0 - \varphi/2)} \right) \right] \quad (2.36)$$

Le graphique 2.4 donne le contraste et la largeur de la frange centrale pour la situation $T_1 \neq T_2$. Les temps de transit correspondent à un vol d'atomes accélérés sous l'effet de la gravité. La première région d'interaction est placée 10 cm en dessous du point initial de la chute. La longueur des régions d'interaction est de 1 cm, la séparation entre les deux régions de 12 cm. Les zones où l'approximation $\tan \psi \simeq \psi$ pour le calcul de la largeur de frange est violée sont ombrées. L'axe horizontal montre la fréquence de Rabi Ω_m en unité de Ω_{m_0} . Pour $\Omega_m = \Omega_{m_0}$ l'angle de nutation total ($\phi_1 + \phi_2$) est égale à π .

On reconnaît l'oscillation rapide du contraste (de fréquence $f_r = \frac{\Omega_{m_0}}{2}$) qui était déjà présente dans le cas $T_1 = T_2$. Mais ici, l'oscillation rapide est modulée par une fréquence plus lente qui dépend de la différence et de la somme des temps d'interaction: $f_l = \frac{1}{2} \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \Omega_{m_0}$. Dans le cas traité, cette fréquence f_l équivaut environ $\Omega_{m_0}/10$. Comme le rapport des fréquences f_l et f_r est presque entier, il est possible de transformer une frange dont le contraste est nul dans le cas $T_1 = T_2$ en une frange de contraste maximal ($\Omega_m = 4\Omega_{m_0}$) et vice versa ($\Omega_m = 5\Omega_{m_0}$). Alors que le signe du contraste restait toujours le

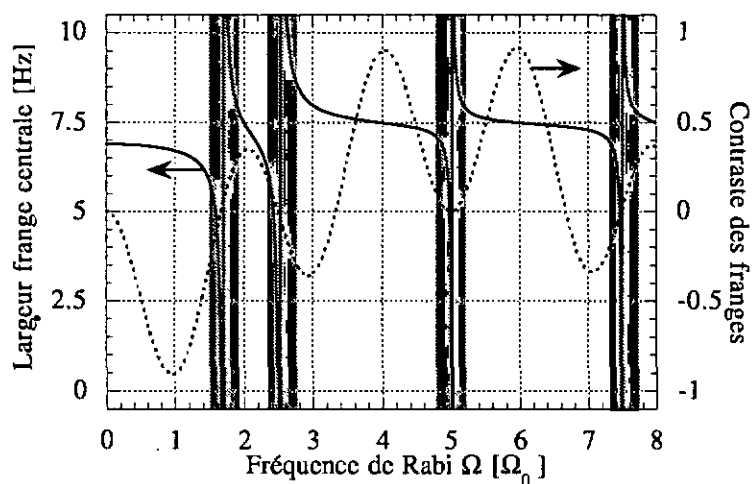


Figure 2.4: Contraste et largeur des franges de Ramsey en fonction de la fréquence Rabi pour des temps d'interaction T_1 et T_2 inégaux ($T_1 = 6.97$ ms, $T_2 = 4.66$ ms). L'axe horizontal est normalisé par rapport à la fréquence de Rabi produisant un pulse π pour l'ensemble des deux régions d'interaction. Le temps d'évolution libre T_L est de 66.8 ms

même dans le cas $T_1 = T_2$, il change ici avec la puissance micro-onde. Nous verrons dans le paragraphe 2.5 la signification de ce changement de signe du contraste. Quant à la largeur, elle varie de nouveau de plusieurs Hertz. Alors que dans le cas des temps égaux l'approximation $\tan \psi \simeq \psi$ n'était pas vérifiée pour $\phi_0 = n\pi$ avec n impair, nous devons ici exclure toutes les puissances micro-onde qui produisent un nombre impair de pulses π dans l'un ou l'autre des bras de la cavité: $\phi_1 = n\pi$ et $\phi_2 = n\pi$ avec n entier impair.

2.5 Exemples de calcul de franges de Ramsey

Passons maintenant à la simulation des franges de Ramsey. Le but de ce paragraphe est de comprendre l'allure des franges que l'on obtient dans un étalon de fréquence où les deux temps d'interaction ne sont pas identiques. Pour le calcul des franges nous utilisons la formule exacte (2.16) et commentons les résultats à l'aide des graphes 2.3 et 2.4. A titre de comparaison, nous présentons d'abord les franges pour des temps d'interaction égaux $T_1 = T_2$. Pour l'ensemble des simulations nous supposons que tous les atomes se trouvent dans l'état $F = 3$ à l'entrée de la cavité et que l'on détecte les atomes qui sont dans l'état $F = 4$ à sa sortie.

2.5.1 Temps d'interaction égaux

Nous étudions le cas où les atomes traversent une cavité de Ramsey à une vitesse constante $v = 1.80$ m/s. Les régions d'interaction sont distantes de 0.12 m et mesurent chacune 0.01 m. Avec ces paramètres les différents temps sont $T_1 = T_2 = 5.57$ ms, $T_L = 66.8$ ms. La figure 2.5 montre les franges de Ramsey pour la première puissance optimale, $\Omega_m = \Omega_{m_0}$, c.-à-d. que les deux bras de la cavité provoquent ensemble un pulse π . Comme prévu, le contraste est égal à 1 pour la frange centrale. En fait, ce contraste ne varie pas pour tous les multiples impairs de la puissance optimale. Seule la largeur de la frange est affectée par la variation de la puissance. La figure 2.6 montre les premières franges pour différentes puissances micro-onde. Pour les multiples pairs de la fréquence de Rabi optimale, le contraste de la frange centrale tombe à zéro.

2.5.2 Temps d'interaction inégaux

Le résultat d'une simulation des franges de Ramsey pour des temps inégaux est présenté dans la figure 2.7. Les paramètres géométriques de la cavité sont les mêmes que ceux du cas précédant. Les atomes tombent sous l'effet de la

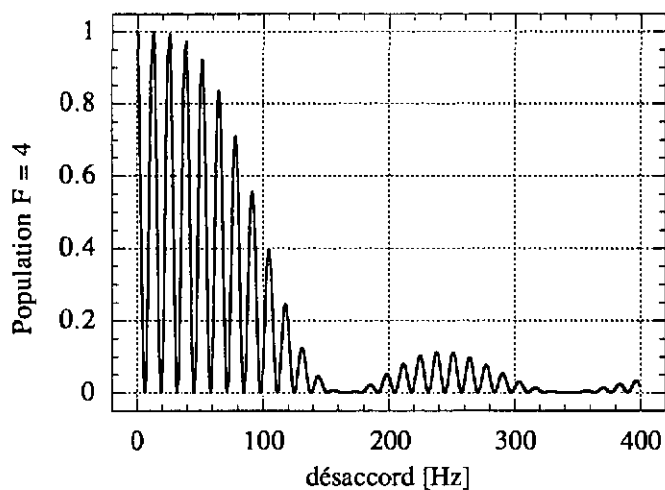


Figure 2.5: Vue globale de la probabilité de transition en fonction du désaccord entre la fréquence micro-onde et la fréquence atomique. Les temps d'interaction sont $T_1 = T_2 = 5.8$ ms, $T_L = 66.8$ ms

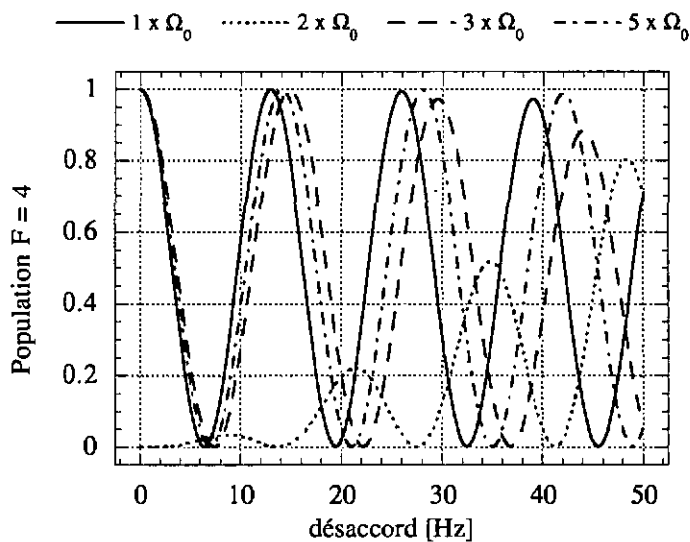


Figure 2.6: Les premières franges de Ramsey pour différentes puissances micro-onde. Les conditions de la simulation sont les mêmes que pour la figure précédente

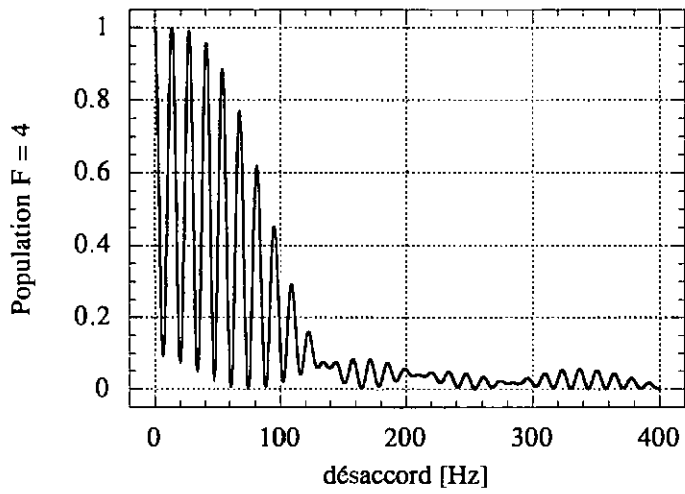


Figure 2.7: Vue globale de la probabilité de transition en fonction du désaccord entre la fréquence micro-onde et la fréquence atomique. Les temps d’interaction sont $T_1 = 6.97$ ms, $T_2 = 4.66$ ms et $T_L = 66.8$ ms. La puissance de la micro-onde est ajustée pour provoquer un pulse π pour l’ensemble des deux régions.

gravité à travers la cavité de Ramsey. L’entrée de la première zone de la cavité se situe 0.1 m en dessous du point initial de la chute. Si la vitesse initiale des atomes est zéro, les temps de transit sont $T_1 = 6.97$ ms, $T_2 = 4.66$ ms et $T_L = 66.8$ ms. Nous verrons plus loin (cf. le chapitre “Mesure de température”, page 112) que la distribution initiale peut être négligée. La vitesse uniforme du sous-paragraphe précédent a été choisie de sorte que le temps d’évolution libre entre les deux bras de cavité soit identique dans les deux cas. On voit que le contraste de la première frange est légèrement plus petit que 1. Ceci confirme la prévision de la figure 2.4. Il est ensuite intéressant de voir comment le contraste évolue avec la puissance et notamment de comprendre ce que signifie le changement de signe prédit dans l’analyse du paragraphe 2.4. La figure 2.8 donne les franges de Ramsey pour une puissance micro-onde $3\Omega_{m_0}$ (pulse 3π dans l’ensemble des deux régions d’interaction). Comme on s’y attend, le contraste de la frange centrale est fortement diminué. Pour un désaccord de 80 Hz, il tombe à zéro et change de signe si le désaccord est encore augmenté. Au lieu d’osciller entre 0.6 et 1 comme les premières franges le deuxième paquet de franges oscille entre 0 et 0.6. Le changement de signe du contraste est propre à une interrogation avec des temps inégaux. La figure 2.9 résume les simulations pour différentes puissances micro-onde. On y voit la différence entre une frange dont le contraste est négatif ($1 \times \Omega_{m_0}$) et une frange dont le contraste est positif ($4 \times \Omega_{m_0}$).

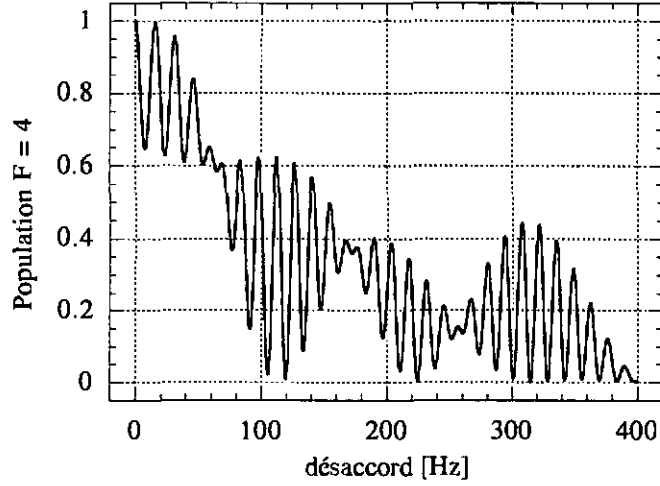


Figure 2.8: Probabilité de transition en fonction du désaccord entre la fréquence micro-onde et la fréquence atomique. Les temps d'interaction sont $T_1 = 6.97$ ms, $T_2 = 4.66$ ms et $T_L = 66.8$ ms. La puissance de la micro-onde est ajustée pour provoquer un pulse 3π pour l'ensemble des deux régions.

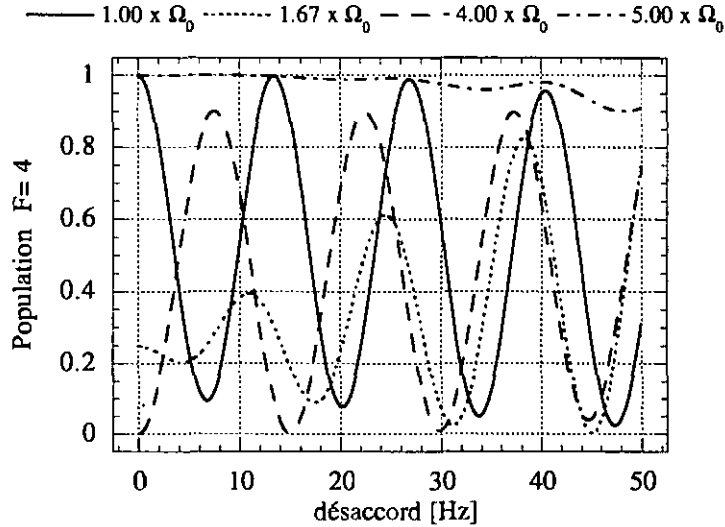


Figure 2.9: Les premières franges de Ramsey pour différentes puissances micro-onde. Les paramètres de la simulation sont les mêmes que pour la figure précédente.

2.6 Résolution numérique

Le développement du paragraphe 2.3 ne s'applique pas au cas où l'amplitude du champ micro-onde varie pendant l'interaction. Il faut alors recourir à des méthodes numériques pour calculer l'évolution du vecteur de Bloch. Un exemple intéressant où l'amplitude change au cours du temps est la cavité de Ramsey pliée dans le plan du champ magnétique: une cavité de type *H-bend*. L'amplitude du champ oscillant le long de la trajectoire des atomes est dans ce cas proportionnelle à $\sin \frac{\pi x}{a}$ où x est la position de l'atome par rapport au bord de la cavité et a la longueur d'interaction. Dans ce paragraphe, nous étudions les franges de Ramsey d'une telle cavité en intégrant numériquement les équations de Bloch.

Arrangement pour la simulation

Nous présentons ici le cas où les temps d'interaction sont inégaux. Les atomes tombent en chute libre à travers la cavité dont la première zone d'interaction se trouve 0.1 m en dessous du point initial de chute. Les deux régions d'interaction mesurent chacune 0.022 m et sont distantes de 0.12 m. Ceci correspond au même guide d'onde que celui utilisé dans le sous-paragraphe 2.5.1 mais plié dans le plan du champ magnétique. Nous résolvons les équations de Bloch par la méthode de Runge-Kutta et comparons les résultats avec la solution analytique pour une cavité *E-bend* ayant les mêmes dimensions géométriques.

Résultats de la simulation

La figure 2.10 donne une vue globale des franges de Ramsey d'une cavité *H-bend*. On constate qu'il y a moins de franges sous le premier piédestal Rabi qu'il n'y en avait dans le cas *E-bend* 2.7. Ceci est dû au fait que le rapport entre la longueur de la région de libre évolution et la longueur des régions d'interaction est plus petit. Cette propriété n'est donc pas intrinsèque à une cavité *H-bend*. La deuxième différence du spectre est liée au profil de l'amplitude de la micro-onde. Pour cela elle est propre à une cavité *H-bend*: alors que dans le cas *E-bend* des franges étaient encore visibles à grand désaccord (p. ex. $\delta/2\pi = 300$ Hz), il n'y a plus de frange du tout dans cette région dans la figure 2.10. Les franges de Ramsey sont concentrées autour de la fréquence de résonance. Cette propriété rend la cavité *H-bend* intéressante pour une application métrologique: une transition voisine perturbe moins les franges de Ramsey que l'on cherche à mesurer si l'on interroge l'atome avec une cavité *H-bend*. En d'autres termes le *Rabi-pulling* peut être négligé.

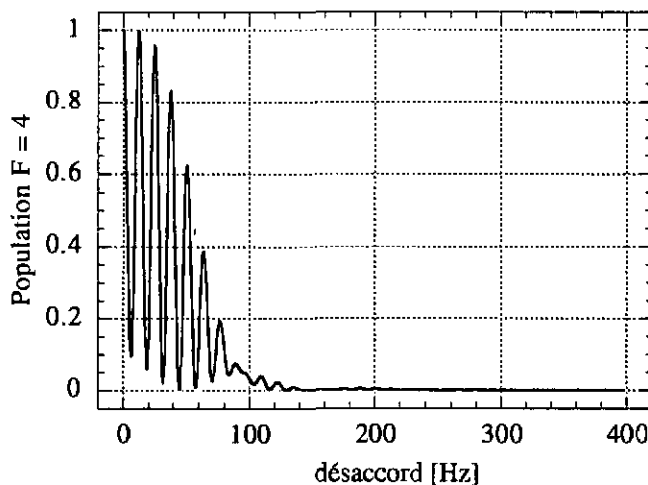


Figure 2.10: Vue globale de la probabilité de transition pour une cavité *H-bend* en fonction du désaccord entre la fréquence micro-onde et la fréquence atomique. Les temps d'interaction sont $T_1 = 15.01$ ms, $T_2 = 4.98$ ms et $T_L = 64.4$ ms. La puissance micro-onde est ajustée pour provoquer un pulse π pour l'ensemble des deux régions.

Largeur et contraste

La définition de la largeur et du contraste de la frange centrale se fait de manière analogue aux conventions du paragraphe 2.4: nous écrivons la frange centrale sous la forme

$$\frac{w^{\text{final}}}{w^{\text{init}}} = \zeta \cos \delta T_{\text{eff}} + \eta' \quad (2.37)$$

Pour accéder aux grandeurs ζ et T_{eff} , nous procédons à un ajustement de (2.37) sur le résultat de l'intégration numérique. La largeur et le contraste en fonction de la fréquence de Rabi sont représentés dans la figure 2.11. Les points du graphe représentent les résultats, la courbe trace les lois analytiques développées pour la cavité *E-bend* dans le paragraphe 2.4.

Le contraste des franges en fonction de la fréquence Rabi d'une cavité *H-bend* se comporte de manière identique à celui des franges d'une cavité *E-bend*.

A l'exception des régions où le contraste avoisine zéro, la dépendance de ζ est parfaitement décrite par:

$$\zeta = \sin \phi_1 \sin \phi_2 \quad (2.38)$$

Si le contraste est trop près de zéro, l'ajustement (2.37) n'est plus adapté, ce qui explique la mauvaise concordance des symboles et de la courbe analytique.

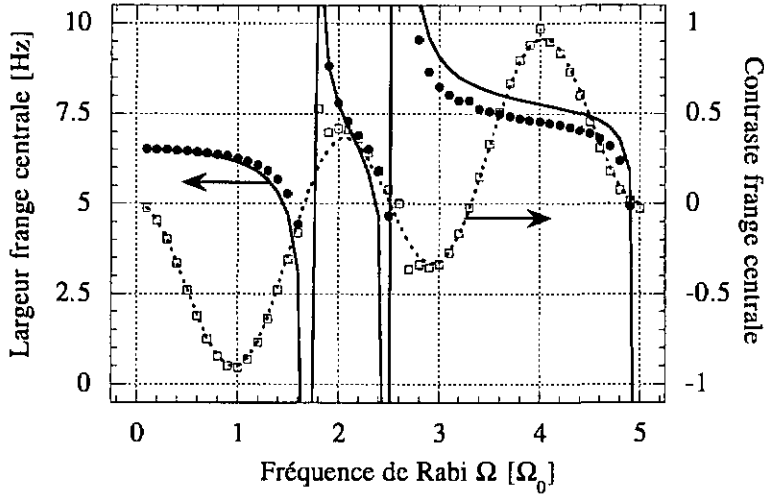


Figure 2.11: Largeur et contraste de la frange centrale d'un signal d'une cavité *H-bend*. Les régions d'interaction mesurent 0.022 m et sont distantes de 0.12 m. Les temps d'interaction T_1 et T_2 sont inégaux puisque les atomes tombent en chute libre à travers la cavité. Les symboles représentent les résultats de la cavité *H-bend*, les lignes ceux de la solution analytique dans la cas d'une cavité *E-bend*.

Nous retrouvons le battement entre une fréquence rapide ($f_r = \frac{\Omega_{mq}}{2}$) et une fréquence lente f_l qui dépend de la différence et de la somme des temps de transit. Cette bonne correspondance indique que le contraste de la frange n'est pas sensible à la manière dont le dipôle est créé. Ce sont seulement les angles de nutation ϕ_1 et ϕ_2 des régions d'interaction qui importent.

Le comportement de largeur de la frange centrale est plus sensible au profil de l'amplitude micro-onde. Ceci s'explique si l'on se souvient que la largeur est liée au temps durant lequel le dipôle précesse autour du champ magnétique. Il importe dès lors de connaître l'évolution temporelle de la composante v du vecteur de Bloch et non seulement sa valeur à la sortie de chaque région. Avec l'image du dipôle moyen élaborée dans le paragraphe 2.4, nous comprenons que la largeur de la frange centrale d'une cavité *H-bend* est légèrement plus grande que celle d'une cavité *E-bend* de même dimension. En effet, le champ qui crée le dipôle est maximum dès le bord de la région d'interaction dans une cavité *E-bend* et le dipôle croît alors sinusoïdalement. Dans le cas d'une cavité *H-bend* le champ créant le dipôle est nul aux bords de la région d'interaction et varie sinusoïdalement à son intérieur. Le dipôle est alors créé moins vite et oscille de ce fait moins longtemps entre les deux régions d'interaction.

comme le champ qui induit le dipôle monte sinusoïdalement, ce dernier

est créé moins vite dans une cavité *H-bend* que dans une cavité *E-bend* où le champ est constant du début à la fin de l'interaction.

2.7 Résultats expérimentaux

Méthode de mesure

Bien que dans un état préliminaire, notre expérience nous permet d'acquérir des franges de Ramsey en mode pulsé. Ces mesures nous donnent des indications sur les niveaux de signal requis et les améliorations possibles dans une nouvelle génération d'étalons. La figure 2.12 donne un schéma du montage expérimental pour la mesure de franges de Ramsey. On distingue trois parties: la préparation du nuage d'atomes froids se trouve tout en haut du schéma (partie A). Un microprocesseur contrôle la séquence capture des atomes, refroidissement et relâche du nuage. La fréquence de ce cycle est typiquement $f_s = 0.5$ Hz. Cette séquence est décrite avec plus de détails dans le chapitre 6 "*Mesure de la température*". Au début de leur chute, les atomes sont dans l'état $|F = 4 >$.

Les éléments micro-onde sont rassemblés dans la partie B. Un synthétiseur (HP-83620A) asservi sur une référence de fréquence stable produit le champ micro-onde de fréquence f_{RF} contrôlée par ordinateur. Ce champ *RF* est modulé en amplitude (0 dB, -50 dB) avec une fréquence $f_s/2$. Deux nuages successifs d'atomes froids verront donc respectivement un champ *RF* allumé et éteint. La cavité micro-onde est une cavité de Ramsey de type *E-bend*. Sa première région d'interaction se trouve à 105 ± 5 mm en dessous du centre de la trappe. Les deux régions d'interaction mesurent chacune 10.36 mm et sont distantes de 124 mm. Nous connaissons les dimensions de la cavité avec une bonne précision. La distance entre la cavité et la trappe est plus difficile à mesurer, puisque celle-ci dépend de la position du nuage d'atomes froids. Les atomes $|F = 4, m_F = 0 >$ du nuage soumis au champ *RF* auront une probabilité non nulle de passer à l'état $|F = 3, m_F = 0 >$.

Dans la partie C on détecte finalement le signal temps de vol. Pour cela un laser sonde est accordé sur la transition $|F = 4 > \rightarrow |F' = 5 >$. Une photodiode récolte la lumière de fluorescence. En faisant la différence entre deux détections successives (c.-à-d. entre une mesure avec et une mesure sans *RF*), on a accès à la partie des atomes ayant effectué la transition horloge ($|F = 4, m_F = 0 > \rightarrow |F = 3, m_F = 3 >$). Sous l'hypothèse de populations égales dans les sous-niveaux Zeeman à l'entrée de la cavité, 1/9 des atomes au maximum peuvent interagir avec la micro-onde. On s'attend donc à un

signal de 11 %.

$$\frac{S_{RF \text{ off}} - S_{RF \text{ on}}}{S_{RF \text{ off}}} \leq 11 \% \quad (2.39)$$

Cette différence est calculée par un oscilloscope digital et est transmise à l'ordinateur de contrôle. Pour mieux visualiser la séquence de la mesure des franges de Ramsey, nous la représentons schématiquement dans la figure 2.13.

Franges de Ramsey

Les premières franges de Ramsey de notre expérience sont montrées dans la figure 2.14. Les points indiquent les mesures expérimentales, la courbe est le résultat d'un ajustement de l'équation (2.16) sur les valeurs expérimentales. Pour l'ajustement, l'amplitude des franges ainsi que la position initiale de chute sont laissées en paramètres libres.

Dans l'ensemble la courbe de l'ajustement suit bien les mesures expérimentales. Avec 7.0 Hz la largeur de la frange centrale est légèrement plus grande que celle à laquelle nous nous attendions avec les paramètres géométriques (6.63 Hz). Cette largeur correspondrait à une position initiale du nuage de 125 mm au dessus de la cavité. S'il est vrai que nous ne connaissons pas avec grande précision la distance de la chute avant la première cavité, nous ne pouvons attribuer une telle différence de largeur à une chute plus longue. Nous pensons que le bruit de mesure, relativement important, fausse l'ajustement. La différence de largeur n'est donc pas significative ($\delta f = 7.0 \pm 0.5$ Hz). Cette hypothèse est renforcée par une mesure supplémentaire autour de la fréquence de résonance du césium (figure 2.15). Les points représentent les valeurs expérimentales, la courbe est un ajustement avec la fonction (2.16). La largeur de la frange centrale est ici de 6.9 Hz.

Une expérience intéressante consiste à vérifier les prédictions des franges pour une puissance micro-onde plus élevée. Pour la troisième puissance optimale (c.-à-d. la puissance qui produit un pulse de 3π dans l'ensemble des deux régions d'interaction), on s'attend à une frange centrale plus large et un contraste plus petit (cf. figure 2.4). La figure 2.16 montre le résultat de cette mesure. Les points expérimentaux sont passablement dispersés autour de la prédiction. On voit néanmoins très nettement la diminution de contraste (l'amplitude de la première frange est à peine de 5 %). En outre, on reconnaît aussi l'effet de changement de signe du contraste autour de $\Delta f = 72$ Hz, comme nous l'avons souligné dans la simulation (figure 2.8). La largeur de la frange centrale de l'ajustement est, avec 8.4 Hz, significativement plus grande que dans le cas de la première puissance optimale. Cependant le bruit de mesure reste relativement important.

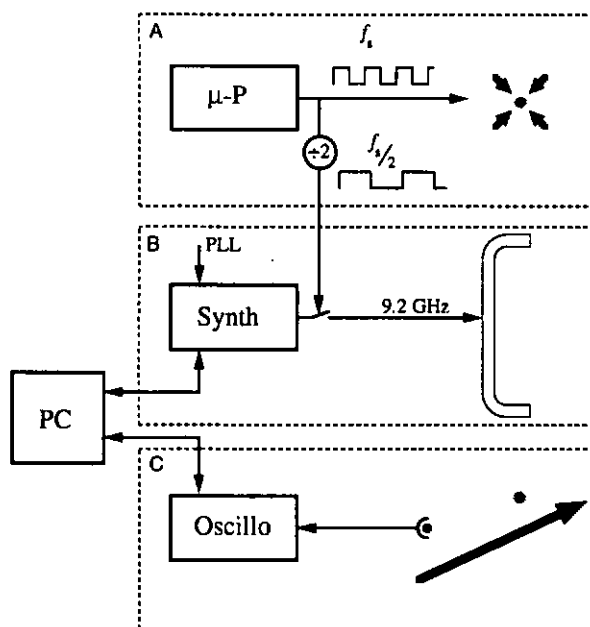


Figure 2.12: Montage pour la mesure des franges de Ramsey en mode pulsé. La partie A prépare le nuage froid, la partie B rassemble les éléments micro-onde et la partie C sert à détecter le nuage après l'interaction.

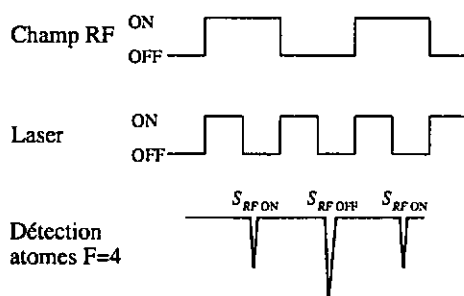


Figure 2.13: Séquence de la mesure des franges de Ramsey qui est répétée une centaine de fois pour chaque fréquence micro-onde.

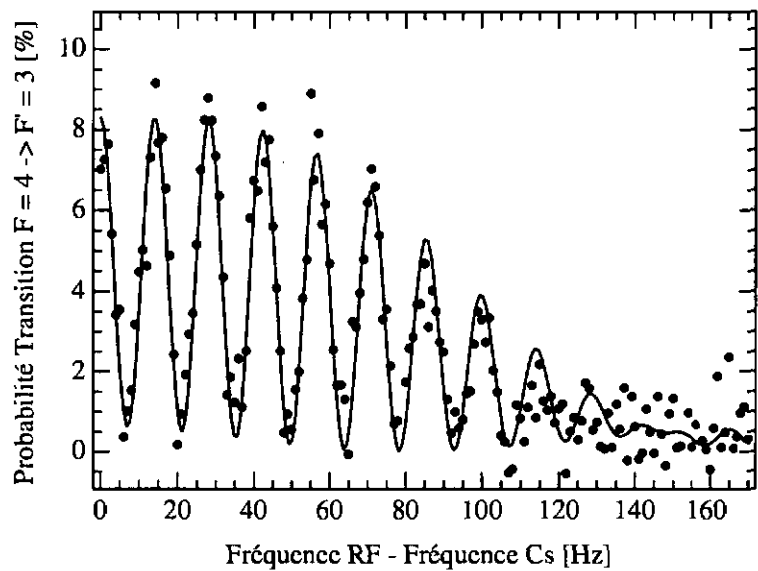


Figure 2.14: Franges de Ramsey pour une puissance micro-onde produisant un pulse de π dans l'ensemble des régions d'interaction.

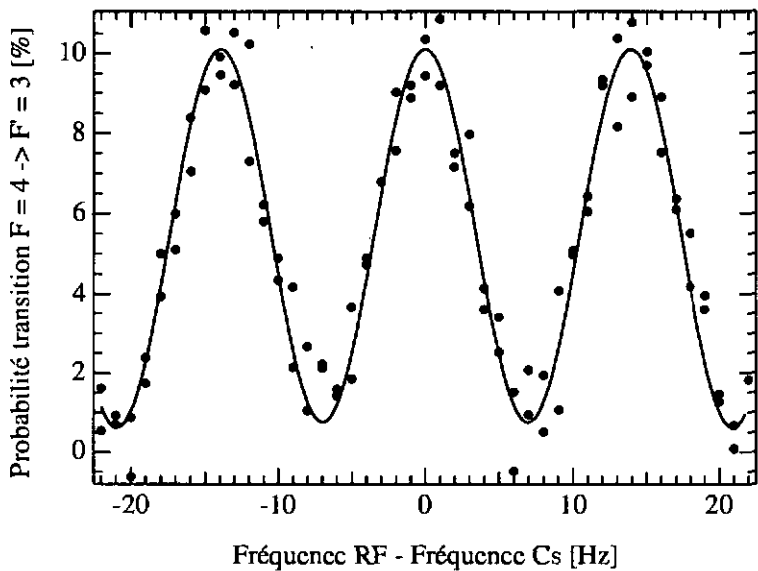


Figure 2.15: Franges de Ramsey pour la première puissance optimale autour de $f = 9\,192\,631\,770$ Hz.

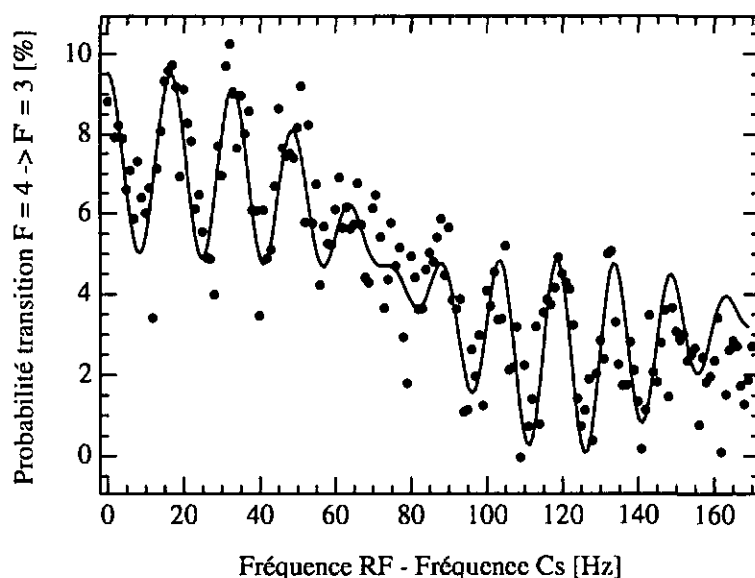


Figure 2.16: Franges de Ramsey pour une puissance micro-onde produisant un pulse de 3π dans l'ensemble des deux régions d'interaction. La ligne est un fitting avec la fonction (2.16).

Remarques concernant les résultats expérimentaux

Une première remarque au sujet des franges de Ramsey concerne l'exactitude de la fréquence mesurée. Aucune précaution n'a été prise pour éliminer les effets systématiques tels que le déplacement radiatif ou encore l'effet du champ magnétique. Dans ce sens, il ne s'agit pas ici de mesures métrologiques mais d'une démonstration d'un schéma d'interrogation d'atomes qui reste à affiner.

Une deuxième remarque concerne le bruit observé et la manière de le diminuer. Les franges de Ramsey présentées ici ont été obtenues en mode pulsé. Notre but est de produire et d'interroger un jet continu d'atomes froids. A efficacité de capture égale dans la source, le signal diminuerait donc dans le rapport cyclique (il est maintenant typiquement de 15 ms/2 s). Comme nous observons déjà une grande dispersion des points expérimentaux en mode pulsé, il est certain que le rapport signal sur bruit serait beaucoup trop faible pour un étalon à jet continu. Une partie du bruit est facile à éliminer: dans le cas présent nous détectons actuellement le nuage à un endroit où la cloche à vide est remplie de vapeur de césium. De ce fait, nous observons le signal sur un grand fond lumineux qui augmente sensiblement le bruit de détection. Pour diminuer le niveau de bruit il est donc impératif d'avoir une zone de détection sans vapeur de césium. D'autre part, on peut accroître le rapport signal sur bruit en augmentant l'efficacité de capture de la source afin d'avoir

un flux atomique plus important. Dans ce but nous étudions dans le chapitre 7 le processus de capture.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la probabilité de transition à l'aide des équations de Bloch. Nous avons pu montrer que la troisième composante du vecteur de Bloch est une fonction paire en δ si la composante u du vecteur initial est zéro. Cette condition sur la valeur initiale de u est la seule restriction que nous avons dû faire pour la démonstration. En particulier le résultat reste valable même si les temps d'interaction sont inégaux. Cette propriété de symétrie, essentielle pour l'asservissement d'un quartz sur une transition atomique est donc également vérifiée dans une douche froide.

Un autre point traité dans ce chapitre est la généralisation au cas $T_1 \neq T_2$ de la solution analytique de la probabilité de transition dans le cas où l'amplitude micro-onde ne varie pas au cours de l'interaction. Sur la base de cette solution nous avons étudié le comportement du contraste et de la largeur de la frange de Ramsey centrale en fonction de l'amplitude micro-onde. Nous prévoyons une modulation de la largeur de la frange liée à un changement du temps effectif de libre évolution et nous en avons donné une interprétation physique. En outre, ce développement nous a permis de mettre en évidence la différence de comportement entre le cas de temps d'interaction égaux et celui de temps d'interaction inégaux. Nous avons également comparé l'allure des franges de Ramsey pour une cavité *E-bend* et pour une *H-bend*. Cette dernière est intéressante pour des applications métrologiques à cause de la faible influence des transitions voisines. Le contraste de la frange centrale en fonction de l'amplitude micro-onde varie dans les deux cas selon la même loi: pour les faibles puissances micro-onde la solution de la cavité *E-bend* peut être utilisée comme approximation de la largeur des franges d'une cavité *H-bend*. A plus forte puissance, cette approximation semble moins bonne.

Finalement, nous présentons des franges de Ramsey obtenues avec notre montage en mode pulsé. Nous confirmons expérimentalement la variation de la largeur et du contraste de la frange centrale. Cependant, dans la configuration actuelle, le bruit est encore trop important pour détecter un jet continu. Nous proposons d'une part d'évacuer la vapeur de césium de la zone de détection et d'autre part d'augmenter le taux de capture dans la source.

Chapitre 3

Asservissement de la fréquence optique

3.1 Introduction

La préparation de la lumière constitue une partie importante du montage expérimental. Pour cette raison nous consacrons ce chapitre aux différentes techniques mises en œuvre. Pour que le refroidissement d'atomes par faisceaux laser soit efficace, il faut que la lumière réponde à plusieurs exigences concernant notamment sa largeur spectrale et sa fréquence absolue. Une réduction de la largeur du laser et l'asservissement sur une transition atomique sont indispensables. Dans la première partie du chapitre nous présentons la méthode d'asservissement utilisée. Le paragraphe 3.2 décrit brièvement le principe de base et le schéma électronique, le paragraphe 3.3 contient une comparaison entre deux discriminateurs de fréquence (une cellule à vapeur utilisée en absorption saturée 3.3.1 et une cellule à jet atomique 3.3.2).

La deuxième partie du chapitre est consacrée à l'asservissement par injection (paragraphe 3.4) et à la réduction de la largeur spectrale (paragraphe 3.5).

3.2 Asservissement électronique

Une méthode standard pour stabiliser une diode laser sur une transition atomique est la détection synchrone. Décrivons-en brièvement le principe ainsi que le schéma électronique utilisé pour asservir nos diodes laser.

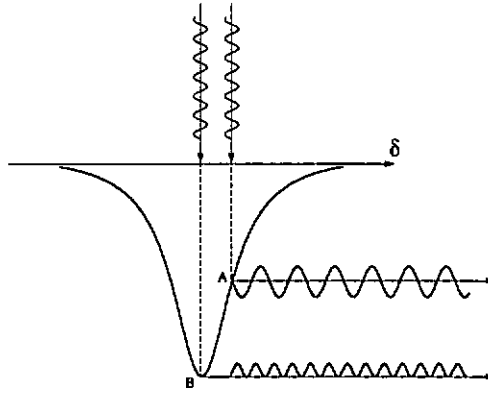


Figure 3.1: Principe de l'asservissement de fréquence. La fréquence du laser est modulée à la pulsation ω_m . Si la valeur moyenne de la fréquence du laser se trouve sur le flanc du signal du discriminateur (point A), la photodiode mesure un signal également modulé à ω_m . Dans le cas où la fréquence moyenne est $\delta_0 = 0$ (point B), l'amplitude de la composante Fourier ω_m du signal du photodétecteur tombe à zéro.

Description du principe

Soit $D(\delta)$ la réponse d'un discriminateur de fréquence utilisé comme référence dans une boucle d'asservissement. A titre d'exemple, prenons $D(\delta)$ correspondant à la transmission d'une cellule à vapeur en fonction de la fréquence laser comme illustré dans la figure 3.1. Notons $\delta(t)$ la différence entre la pulsation du laser ω_{laser} et la pulsation ω_{ass} sur laquelle nous voulons asservir. La fréquence du laser est modulée autour d'une valeur δ_0 .

$$\delta(t) = \delta_0 + \Delta_m \sin \omega_m t \quad (3.1)$$

Quand $\delta_0 \neq 0$ (point A sur la figure) le signal recueilli par le détecteur montre également une modulation de pulsation ω_m . On peut montrer que l'amplitude de modulation du signal détecté est proportionnelle à δ_0 . Cette grandeur peut donc être utilisée pour corriger δ_0 , jusqu'à ce que le point B soit atteint. A cet endroit, le signal mesuré par le détecteur n'a idéalement plus de composante Fourier à ω_m .

Réalisation pratique

La figure 3.2 montre un schéma bloc de la boucle d'asservissement. Le courant du laser et par conséquent sa fréquence sont modulés. Notre électronique nous donne la possibilité de choisir entre trois fréquences de modulation (1, 10 et 50 kHz). Le faisceau laser est dirigé à travers le discriminateur de fréquence. Le signal mesuré par la photodiode, $S(t)$, est multiplié dans le détecteur synchrone avec un signal de référence, $R(t)$, à la même fréquence

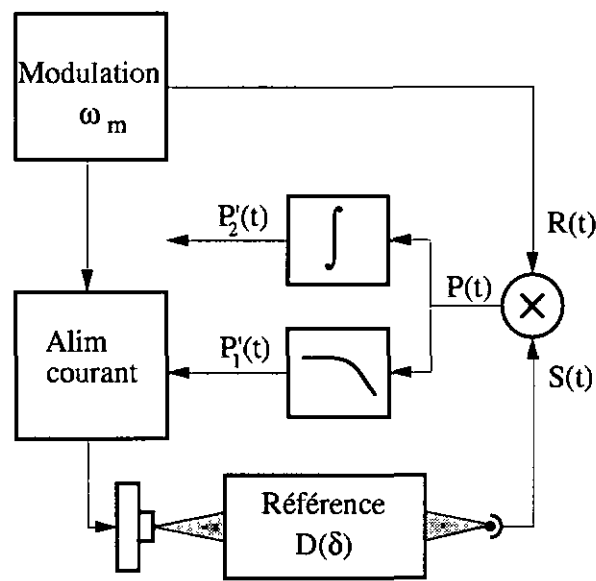


Figure 3.2: Schéma bloc de l'asservissement de la fréquence de la diode laser.

Fréquence de modulation	f_m	50 kHz (1 ou 10 kHz)
Profondeur de modulation	Δ_m	2π 10 MHz
Fréquence de coupure filtre passe-bas	f_c	1.6 kHz
Produit gain-bande-passante intégrateur	GBW	1.6 Hz

Tableau 3.1: Caractéristiques de l'asservissement électronique utilisé pour les diodes laser

de modulation. La sortie du multiplicateur est envoyée dans deux canaux différents: Le premier — un filtre passe-bas ($H_1(\omega)$) — donne le signal de correction du courant de la diode laser. Le second canal — un intégrateur ($H_2(\omega)$) — corrige les dérives lentes sur l'élément piézo-électrique si le laser est monté dans un cavité étendue (cf. paragraphe 3.5). Le tableau 3.1 résume les caractéristiques principales de notre asservissement électronique.

3.3 Référence de fréquence

Passons maintenant à la description de deux discriminateurs de fréquence que nous avons envisagé d'utiliser. Le premier — une cellule de vapeur utilisée en absorption saturée — est bien connu [Shi73] et souvent employé pour stabiliser un laser sur une transition atomique (cf. par ex. [SCF92]). Le deuxième discriminateur — la cellule à jet atomique — a été développé comme alternative à l'absorption saturée [DT92]. Il présente des avantages que nous allons

évoquer dans ce paragraphe.

3.3.1 Absorption saturée

La référence de fréquence la plus simple pour l'asservissement d'un laser est une cellule à vapeur. La séparation des niveaux hyperfins excités du césium est cependant trop faible pour qu'on puisse résoudre les raies correspondant aux différentes transitions de la ligne D_2 . Pour le ralentissement d'atomes, il est pourtant nécessaire de contrôler la fréquence du rayonnement au MHz. L'absorption saturée (*saturated absorption*) permet de décomposer le signal Doppler en ses composantes hyperfines. Cette technique tire parti du fait que l'absorption d'un rayonnement par un système à 2 niveaux est un processus non-linéaire. Il est facile de s'en convaincre en notant que l'absorption est proportionnelle à la section efficace d'absorption qui, elle, sature pour de grandes intensités. Si 2 faisceaux de sens de propagation opposés traversent une cellule à gaz ($\vec{k} = k\vec{e}_z$), les atomes qui ont une composante de vitesse $v_z \neq 0$ verront les deux faisceaux avec des désaccords différents. Posons $\Delta_L = \omega_{\text{laser}} - \omega_{\text{atome}}$, le désaccord entre le laser et la résonance atomique. Dans le référentiel de l'atome, les deux faisceaux apparaissent respectivement avec un désaccord $\Delta_L + kv_z$ et $\Delta_L - kv_z$. A faible intensité, la présence d'un faisceau ne modifiera pas l'absorption de l'autre. Par contre, pour les atomes avec $v_z = 0$, le désaccord apparent des deux faisceaux sera le même et la présence d'un faisceau va diminuer l'absorption de l'autre.

Calcul simplifié de l'absorption saturée

Pour comprendre l'influence des différents paramètres, nous calculons l'absorption d'un faisceau laser qui traverse une vapeur de césium¹. La loi de Beer-Lambert s'écrit

$$I/I_0 = \exp(-n\sigma L) \quad (3.2)$$

n désigne la densité d'atomes, σ la section efficace d'absorption et L le chemin parcouru dans la vapeur. Pour calculer la section efficace d'absorption, on utilise le fait qu'à l'équilibre un atome absorbe autant de photons par unité de temps qu'il en réémet. Le nombre de photons $\langle \dot{N} \rangle$ réémis par unité de temps et par atome se calcule avec les équations de Bloch optiques (cf. (B.6) annexe B:

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle = \Gamma \frac{\beta}{1 + 2\beta + 4 \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right)^2} \quad (3.3)$$

¹Pour simplifier nous traitons l'atome comme un système à deux niveaux

où $\beta = I/I_{\text{sat}}$ est le paramètre de saturation, Δ le désaccord entre le laser et l'atome et Γ la largeur naturelle de la transition.

Comme cette grandeur varie avec le désaccord laser - atome, il faut tenir compte de la distribution de vitesse des atomes. Soit $G(v)$ la distribution de la composante de vitesse parallèle à $\vec{k}$ qui est le vecteur d'onde de la lumière.

$$G(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\alpha} \exp\left[-\frac{v_k^2}{\alpha^2}\right] \quad (3.4)$$

$$\text{avec } \alpha^2 = \frac{2k_B T}{m} \quad (3.5)$$

En égalant l'énergie absorbée et l'énergie diffusée on obtient:

$$I\sigma = \hbar\omega \Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\beta}{1 + 2\beta + 4\left(\frac{\Delta - kv}{\Gamma}\right)^2} G(v) dv \quad (3.6)$$

A faible intensité ($\beta \ll 1$), on peut négliger β dans le dénominateur. En outre, là où la fraction qui apparaît dans l'intégrand est non-négligeable, la distribution de vitesse $G(v)$ peut être considérée comme constante. Avec ces deux approximations, l'intégration de (3.6) est possible et on trouve la section efficace d'absorption d'un système à deux niveaux en fonction du désaccord

$$\begin{aligned} \sigma(\Delta) &= \frac{\hbar\omega}{I_{\text{sat}}} \frac{\Gamma}{\sqrt{\pi}\alpha k} \exp\left[-\left(\frac{\Delta}{k\alpha}\right)^2\right] \frac{\Gamma\pi}{2} \\ &= \sigma_0 \frac{\Gamma}{\sqrt{\pi}\alpha k} \exp\left[-\left(\frac{\Delta}{k\alpha}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

où nous avons posé $\sigma_0 = \frac{3}{2\pi}\lambda^2$. L'équation (3.7) donne le profil Doppler de l'absorption d'un faisceau laser de faible puissance ($I < I_{\text{sat}}$) à travers une vapeur. Nous nous intéressons ici au profil d'absorption d'un faisceau sonde en présence d'un faisceau pompe. Pour expliquer l'absorption saturée, on peut revenir sur l'équation (3.6). On y voit que la section efficace est non-linéaire en β , c.-à-d. dans l'intensité. La présence d'un deuxième faisceau va donc modifier l'absorption du premier. Pour calculer l'absorption du faisceau il suffit alors de modifier le terme de la section efficace d'absorption. Les deux hypothèses utilisées pour établir (3.7) — faible intensité et largeur Doppler beaucoup plus grande que la largeur naturelle de la transition — permettent de donner une solution approximative de l'intégrale [Pes78] (cf. l'appendice de ce chapitre p. 67):

$$\sigma(\Delta) = \sigma_0 \frac{\Gamma}{\sqrt{\pi}\alpha k} \exp\left[-\left(\frac{\Delta}{k\alpha}\right)^2\right] \left\{ 1 - \beta_{\text{sonde}} - \beta_{\text{pompe}} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2} \right\} \quad (3.8)$$

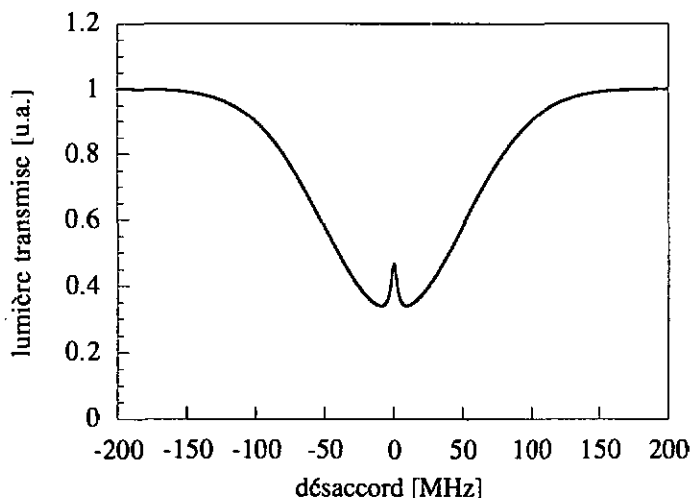


Figure 3.3: Signal d'absorption saturée calculé pour un système à deux niveaux. Nous avons utilisé $\beta_{\text{pompe}} = 0.3$ et $\beta_{\text{sonde}} = 0.05$

Le résultat est un profil Doppler avec un défaut d'absorption à la fréquence de résonance comme le montre la figure 3.3. Dans l'approximation de faible intensité des faisceaux pompe et sonde, la largeur du pic central ne dépend pas des intensités. Elle est simplement égale à la largeur naturelle de la transition optique ($\text{FWHM} = \Gamma = 2\pi \cdot 5.3 \text{ MHz}$). Quand les intensités des faisceaux commencent à être importantes, l'intégration de (3.6) ne peut plus se faire que numériquement. La largeur du pic d'absorption saturée dépend alors des intensités. En pratique, nous avons souvent observé des pics d'une largeur de 15 à 20 MHz.

Réalisation pratique

La figure 3.4 montre un schéma d'absorption saturée tel qu'il a été mis en place dans notre expérience. Un faisceau polarisé linéairement traverse une lame $\lambda/4$ et passe une première fois à travers une cellule à vapeur de césium. Ce *faisceau pompe* est ensuite atténué et rétro-réfléchi. Un nouveau passage par la lame $\lambda/4$ crée une polarisation linéaire qui est perpendiculaire à la polarisation de départ. On détecte alors l'absorption du *faisceau sonde* en présence du *faisceau pompe*.

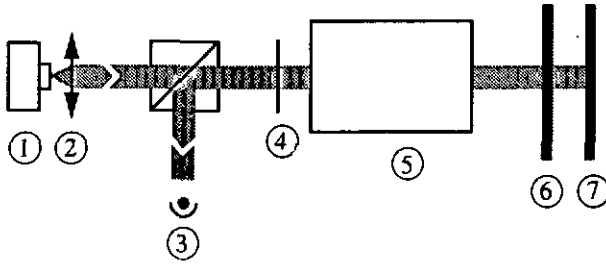


Figure 3.4: Schéma d'un montage d'absorption saturée. 1: laser, 2: collimateur, 3: photodétecteur 4: $\lambda/4$, 5: cellule à vapeur de césium, 6: filtre gris, 7: miroir

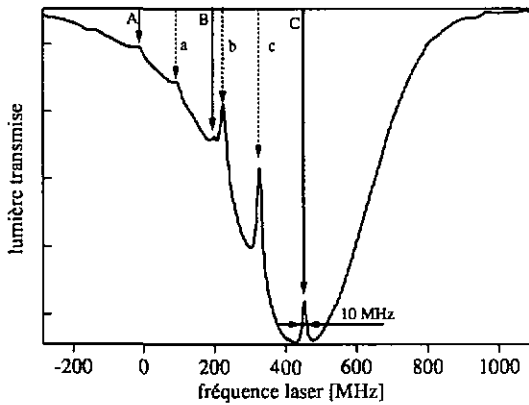


Figure 3.5: Signal d'absorption saturée $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' \rangle$. Les flèches avec les traits pleins montrent les transitions hyperfines, les traits pointillés indiquent les crossovers.

Résultat expérimental

La figure 3.5 montre une courbe d'absorption saturée des transitions $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' \rangle$. On reconnaît les trois transitions hyperfines A: $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 3 \rangle$, B: $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 4 \rangle$ et C: $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 5 \rangle$ sur le fond Doppler (cf. le schéma des niveaux du césium en annexe p. 176). A part ces trois pics, il existe trois autres pics qu'on appelle *crossover* [Dem81]. Leur apparition n'est pas décrite par la théorie simple exposée ici. Contentons-nous d'indiquer que leur position correspond à la moyenne des fréquences de deux transitions (a: f_{43} et f_{44} , b: f_{43} et f_{45} , c: f_{44} et f_{45}). La largeur du pic $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 5 \rangle$ est de 10 MHz environ.

3.3.2 Cellule à jet

Construction de la cellule

Une autre approche fréquemment utilisée pour s'affranchir de l'effet Doppler est l'interrogation des atomes avec une lumière dont le vecteur d'onde $\vec{k}$ est

perpendiculaire à la direction de propagation des atomes. Cette technique est facilement réalisable sur un jet atomique mais nécessite un appareillage relativement lourd. Nous avons réalisé une cellule qui combine à la fois les avantages d'un jet atomique (bonne résolution en fréquence) et ceux d'une cellule à vapeur (taille et simplicité d'utilisation). L'idée est de produire un jet atomique dans une cellule scellée comme le montre le schéma de la figure 3.6. La cellule est divisée en deux chambres séparées. La première contient la source de césium, la deuxième est appelée chambre d'interaction. Les deux chambres sont reliées par un collimateur.

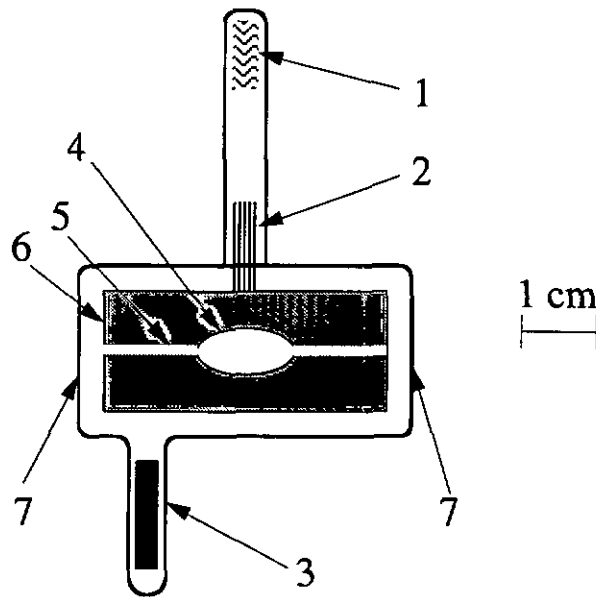


Figure 3.6: Schéma de la cellule avec ses éléments principaux: 1: Source de césium, 2: Collimateur, 3: Pompe (Getter), 4: Ouverture pour la détection en fluorescence, 5: canal pour faisceau laser, 6: Graphite, 7: Fenêtres optiques

La *source* (1) est constituée d'un treillis d'inox sur lequel nous avons distillé environ 1 g de Cs. Le *collimateur* (2) est formé d'une pile de canaux rectangulaires. Les canaux sont orientés de telle façon qu'ils assurent une bonne directivité ($L/b = 25$) parallèle au vecteur $\vec{k}$. Cette configuration laisse passer un flux atomique plus important qu'un collimateur cylindrique sans élargir le signal. De l'autre côté du collimateur, les atomes interagissent avec la lumière laser avant d'être stoppés et piégés sur un bloc de graphite (6). A l'aide de ce graphite, la pression partielle de césium est maintenue à un niveau très bas dans la région d'interaction. Cela évite que des atomes ayant des directions aléatoires contribuent au signal et l'élargissent. La cellule est fabriquée en verre Pyrex avec des *fenêtres* de bonne qualité optique (7) de part et d'autre de la chambre d'interaction. Tous les éléments ont



Figure 3.7: Photo de la cellule scellée. On reconnaît les éléments décrits dans le texte et dans la figure 3.6

été soigneusement étuvés avant l'assemblage de la cellule. Pour éviter que la pression dans la cellule ne monte trop, nous avons fait usage d'un *getter* (3) qui est activé une fois que la cellule est sous vide. Une photo de la cellule se trouve à la page 51. Outre les éléments décrits jusqu'ici on y voit aussi le chauffage et les thermistances pour le contrôle de température de la cellule.

La largeur de la raie

Calculons à présent le signal d'absorption ou de fluorescence d'une cellule à jet. Pour ce faire nous commençons par établir la distribution angulaire du flux d'atomes à la sortie du collimateur². En partant de là, on calcule le nombre d'atomes qui sont à résonance en tenant compte de l'effet Doppler. La différence principale entre le signal d'absorption et le signal de fluorescence est le nombre d'atomes qui participent au signal. Tous les atomes qui sortent du collimateur interceptent le faisceau laser et contribuent au signal d'absorption. En fluorescence, seule la lumière émise par les atomes qui quittent le collimateur avec un angle θ faible est collectée par le photodétecteur. L'effet Doppler des atomes ayant un grand angle θ est plus important ce qui explique que le signal d'absorption est plus large que celui de fluorescence.

Distribution angulaire Pour établir la distribution angulaire nous allons faire trois hypothèses:

- La densité à l'intérieur du collimateur décroît linéairement entre l'entrée (densité $n = n_0$) et la sortie (densité $n = 0$)
- La hauteur b de la paroi latérale est très petite par rapport aux autres dimensions du collimateur. On peut donc négliger les atomes émis par cette paroi ($b \times L$). Voir figure 3.9.
- On suppose également qu'un atome qui heurte la paroi ($h \times L$) est réémis d'après une loi de Lambert, c.à.d. uniformément dans l'angle solide 2π (cf fig 3.8). En d'autres termes ceci veut dire qu'il n'y a pas de corrélation entre la direction d'entrée et celle de sortie.

$$d^2\Phi = \frac{d^2\Omega}{4\pi} n\bar{v} \cos \alpha \quad (3.9)$$

Nous cherchons à connaître la distribution angulaire du flux.

$$\frac{d\Phi}{d\theta}(\theta) \quad (3.10)$$

²Pour un exposé de la cinématique des gaz cf par exemple [Ram56].

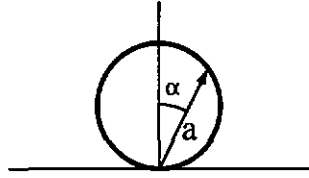


Figure 3.8: Distribution lambertienne. La longueur de la flèche a est proportionnelle à la probabilité qu'un atome soit réémis dans cette direction

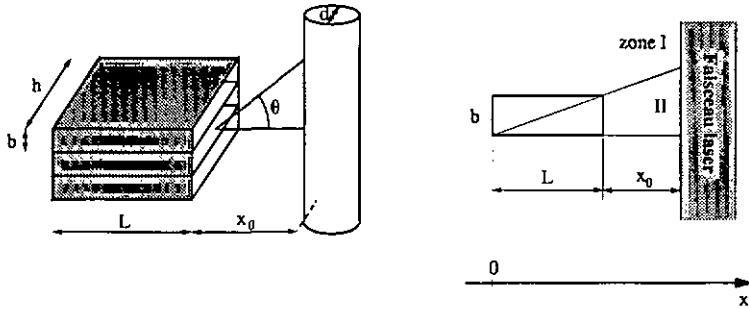


Figure 3.9: Géométrie du collimateur et définition des deux zones I et II.

Pour le calcul on distinguera deux zones (cf: Fig. 3.9): une où les atomes ont nécessairement fait une collision avec la paroi et une où les atomes peuvent avoir traversé le collimateur sans contact avec les parois. Cette distinction s'exprime mathématiquement par la condition

$$\begin{aligned} \tan \theta &> \frac{b}{L} \\ \tan \theta &< \frac{b}{L} \end{aligned} \tag{3.11}$$

Première région Les atomes de la première région sont tous issus de la paroi. La surface émissive change avec l'angle θ . Plus θ est grand, plus la surface émissive est petite. L'angle solide change également avec l'angle θ . Soit l'axe x comme indiqué dans la figure 3.9. Le flux Φ en fonction de l'angle θ se calcule alors par:

$$d^2\Phi(\theta) = \int_0^{x_{\max}} \underbrace{\frac{d^2\Omega}{4\pi}}_{\text{angle solide}} n(x) \bar{v} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \underbrace{h \, dx}_{\text{surface émissive}} \tag{3.12}$$

La borne supérieure de l'intégration ainsi que l'angle solide dépendent évidemment de l'angle θ

$$x_{\max} = \frac{b}{\tan \theta}$$

$$d^2\Omega = d\phi d\theta \rightarrow d\Omega \cong \frac{d \cos \theta}{x_0 + x} d\theta$$

La première hypothèse permet en plus d'expliciter $n(x) = \frac{n_0}{L}x$ pour écrire:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{d\theta} &= \int_0^{b/\tan \theta} \frac{1}{4\pi} \frac{d \cos \theta}{x_0 + x} \frac{n_0}{L} x \bar{v} \sin \theta b dx \\ &= \frac{n_0 \bar{v} d b h}{4\pi L} \cos^2 \theta \left\{ 1 - \frac{x_0 \tan \theta}{b} \ln \left(1 + \frac{b}{x_0 \tan \theta} \right) \right\} \quad (3.13) \end{aligned}$$

Deuxième région Dans la deuxième région il faut distinguer deux cas. Premièrement celui où les atomes ont fait au moins une collision avec le collimateur mais partent avec un angle θ relativement faible. Cette contribution au flux se calcule d'une manière identique à celle utilisée pour la première région. La borne supérieure d'intégration $x_{\max}$ est cependant toujours égale à la longueur du collimateur L . On obtient alors:

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = \frac{1}{4\pi} n_0 \bar{v} d b \cos \theta \sin \theta \left\{ 1 - \frac{x_0}{L} \ln \left(1 + \frac{L}{x_0} \right) \right\} \quad (3.14)$$

La deuxième contribution au flux vient des atomes qui traversent le collimateur sans collision avec les parois. La surface émissive est une partie de l'ouverture d'entrée du collimateur. Elle varie avec l'angle θ : $h(b - L \tan \theta)$. Il s'en suit le flux

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = n_0 \bar{v} \frac{\cos \theta}{4\pi} h d \left\{ \frac{\frac{b}{L} - \tan \theta}{1 + \frac{x_0}{L}} \right\} \quad (3.15)$$

En additionnant les deux contributions (3.14) + (3.15), on obtient la distribution angulaire du flux dans la deuxième région:

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = n_0 \bar{v} \frac{\cos \theta}{4\pi} h d \left\{ \frac{\frac{b}{L} - \tan \theta}{1 + \frac{x_0}{L}} + \frac{b}{h} \sin \theta \left[1 - \frac{x_0}{L} \ln \left(1 + \frac{L}{x_0} \right) \right] \right\} \quad (3.16)$$

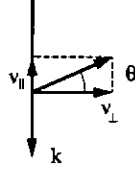


Figure 3.10: Effet Doppler

Nombre d'atomes à résonance Les équations (3.13) et (3.16) nous donnent le flux d'atomes par élément d'angle $\frac{d\Phi}{d\theta}$ en fonction de l'angle θ . Pour calculer le signal d'absorption ou de fluorescence, il reste maintenant à évaluer le nombre d'atomes qui sont à résonance si le laser est désaccordé de $\Delta\omega$.

L'écart de fréquence δ dû à l'effet Doppler d'un atome qui se déplace à la vitesse v sous un angle θ par rapport à la normale du vecteur d'onde $\vec{k}$ se calcule par

$$\delta = kv_{\parallel} = k v \sin \theta \quad (3.17)$$

D'autre part, la probabilité qu'un atome ait une vitesse comprise entre v et $v + dv$ est donnée par la distribution de Maxwell.

$$F(v) dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 \exp \left[-\frac{mv^2}{2k_B T} \right] dv \quad (3.18)$$

Au lieu de classer les atomes selon leur vitesse ou leur l'angle θ , nous voulons les classer d'après leur écart Doppler δ . Pour cela nous calculons le flux total Φ puis dérivons par rapport à δ .

$$\Phi = \int_0^v dv' \int_0^{\theta_{\max}} \frac{d\Phi}{d\theta} 4\pi n_0 \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v'^2 \exp \left[-\frac{mv'^2}{2k_B T} \right] d\theta \quad (3.19)$$

Posons $\alpha^2 = \frac{2k_B T}{m}$ et effectuons le changement de variable suivant:

$$\delta = kv \sin \theta \quad \rightarrow \quad v = \frac{\delta}{k \sin \theta} \quad (3.20)$$

$$dv = \frac{d\delta}{k \sin \theta} \quad (3.21)$$

Ensuite il est possible de dériver par rapport à δ

$$\begin{aligned}
\frac{d\Phi}{d\delta}(\delta) &= \frac{d}{d\delta} \int_0^\delta d\delta' \int_0^{\theta_{\max}} \frac{d\Phi}{d\theta} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\alpha^3} \frac{\delta'^2}{k^3 \sin^3 \theta} \exp \left[-\frac{\delta'^2}{\alpha^2 k^2 \sin^2 \theta} \right] d\theta \\
\frac{d\Phi}{d\delta}(\delta) &= \int_0^{\theta_{\max}} \frac{d\Phi}{d\theta} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\alpha^3} \frac{\delta^2}{k^3 \sin^3 \theta} \exp \left[-\frac{\delta^2}{\alpha^2 k^2 \sin^2 \theta} \right] d\theta \quad (3.22)
\end{aligned}$$

L'équation (3.22) permet de calculer le spectre de fluorescence ou d'absorption d'une cellule à jet. Comme nous l'avons déjà mentionné plus haut, la borne supérieure de l'intégration dépend de la région qui contribue au signal. L'angle $\theta_{\max}$ vaut $\pi/2$ si on détecte par absorption, il dépend par contre de la géométrie de détection si on collecte la lumière de fluorescence. La résolution de l'équation (3.22) se fait numériquement. Il reste à noter que pour établir (3.22) nous n'avons tenu compte ni de la largeur du laser ni de la transition atomique.

Les signaux calculés A titre d'exemple nous allons calculer et commenter des courbes d'absorption ou de fluorescence pour différentes géométries. La figure 3.11 montre une comparaison entre le signal d'absorption et celui de fluorescence pour une géométrie donnée. Puisque pour l'instant nous ne nous intéressons qu'à la largeur du signal, les deux courbes ont été normalisées et l'unité sur l'axe vertical est arbitraire (proportionnel à [atomes/Hz]). On constate que les deux courbes diffèrent très peu. Cela traduit le fait que le détecteur en mode fluorescence voit la majeure partie du jet atomique. La borne d'intégration $\theta_{\max}$ est fixée à 0.3, ce qui correspond à notre situation expérimentale. La pleine largeur à mi-hauteur (FWHM) est de 23 MHz pour les deux courbes. On remarque une partie centrale très pointue (jusqu'à environ 20 MHz), suivie d'une longue queue qui s'étale jusqu'à 100 MHz. Si on veut diminuer le signal de fluorescence à grand désaccord, il suffit de limiter le champ de vision du photodétecteur. En changeant la géométrie de détection, on ne modifie pas le flux atomique à travers le collimateur. A désaccord nul on ne diminuera donc pas le signal de fluorescence et c'est seulement à δ plus grand que la différence se remarque. Dans figure 3.12, nous montrons deux signaux de fluorescence avec deux géométries de détection différentes. Les paramètres géométriques du collimateur sont gardés inchangés.

Résultats expérimentaux

Un résultat expérimental typique en mode fluorescence est montré dans la figure 3.13. Le signal est obtenu avec une cellule chauffée à 90°C pour augmenter le flux atomique à travers le collimateur. La pleine largeur à demi-hauteur du pic $|F = 4 \rightarrow F' = 5 \rangle$ est de 60 MHz environ et doit être

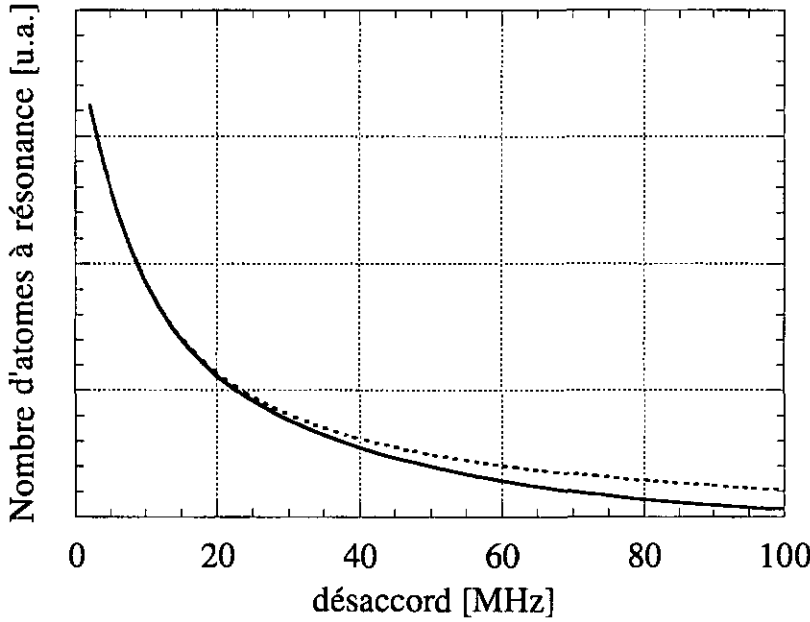


Figure 3.11: Exemple calculé de signal de fluorescence (pointillée) et d'absorption (pleine). Nous avons utilisé les paramètres suivants: $b = 0.2\text{mm}$, $h = 2\text{mm}$, $L = 5\text{mm}$, $x_0 = 5\text{mm}$, $d = 3\text{mm}$

comparé au signal calculé (23 MHz cf. figure 3.11). La différence ne s'explique que partiellement par la largeur naturelle Γ de la transition et par la largeur spectrale du laser que nous estimons à environ 10 MHz et dont nous n'avons pas tenu compte dans le développement. Nous interprétons cette différence par deux phénomènes: d'une part par la présence de gaz résiduel dans la cellule. En effet, si des chocs avec des particules dévient les atomes de césium dans des directions aléatoires, la largeur des pics commence à croître. Cet argument est renforcé par le fait que nous avons observé un élargissement des pics au cours du temps sur différentes cellules, ce qui veut dire que le vieillissement de la cellule est essentiellement dû au dégazage des matériaux dans l'enceinte. Le getter, absent dans les premiers essais, ralentit ce phénomène sans le contrebalancer totalement. Par contre, l'efficacité du graphite n'est pas mise en cause puisqu'une baisse de celle-ci se traduirait par un fond Doppler en dessous des trois pics hyperfins. Un tel fond Doppler n'a pas été mis en évidence avec les différentes cellules réalisées. Le deuxième phénomène conduisant à un élargissement de la raie est le dépôt de césium sur les parois du collimateur. Il en résulte une source secondaire qui produit un jet moins bien collimaté.

La figure 3.14 montre un signal d'absorption. La largeur à mi-hauteur (65 MHz) est comparable à celle obtenue en fluorescence. La ligne de base des

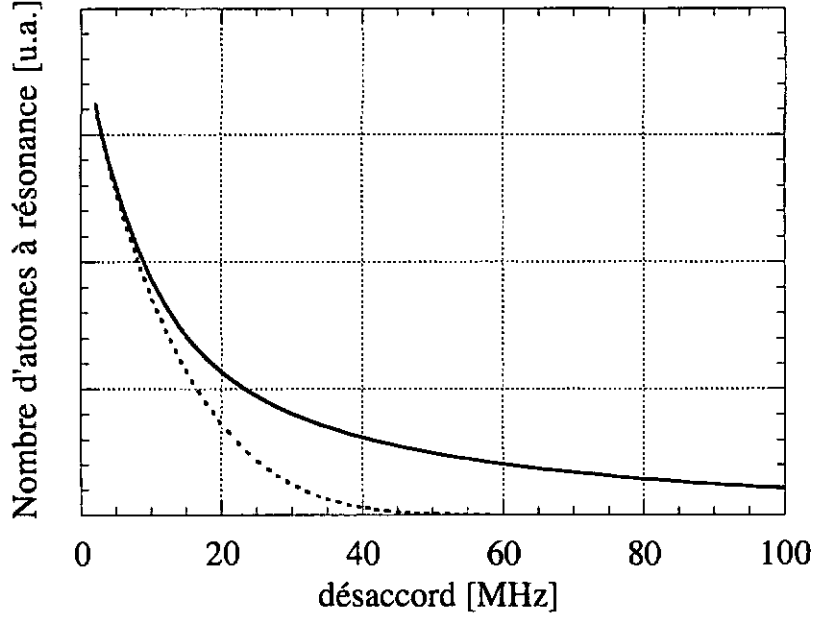


Figure 3.12: Comparaison entre deux géométries de détection différentes en mode fluorescence. La ligne pointillée a été calculée avec $\theta_{\max} = 0.1$, la ligne pleine avec $\theta_{\max} = 0.3$

trois pics est légèrement en pente à cause de la modulation du courant du laser (le courant diminue de gauche à droite).

3.3.3 Comparaison des performances d'une cellule à jet et de l'absorption saturée

La stabilité de fréquence d'un laser peut être caractérisée par la variance Allan $\sigma_y(\tau)$ [ISS95]. Dans le cas d'un laser stabilisé sur un discriminateur de fréquence, la variance Allan peut s'exprimer en fonction du facteur de qualité $Q = \omega/\Delta\omega$ du discriminateur et du rapport signal sur bruit.

$$\sigma_y \sim \frac{1}{Q \frac{S}{N}} = \frac{N}{\frac{\omega}{\Delta\omega} S} = \frac{1}{\omega} \frac{N}{D} \quad (3.23)$$

avec D la pente de discrimination de la référence choisie. Ceci permet de comparer les performances des deux références étudiées.

Le tableau 3.2 résume les résultats expérimentaux.

Dans les conditions du tableau, la cellule à jet n'arrive à atteindre qu'une stabilité environ 60 fois moins bonne que l'absorption saturée. Toutefois, il faut remarquer que le potentiel d'amélioration des performances de la cellule à jet est énorme:

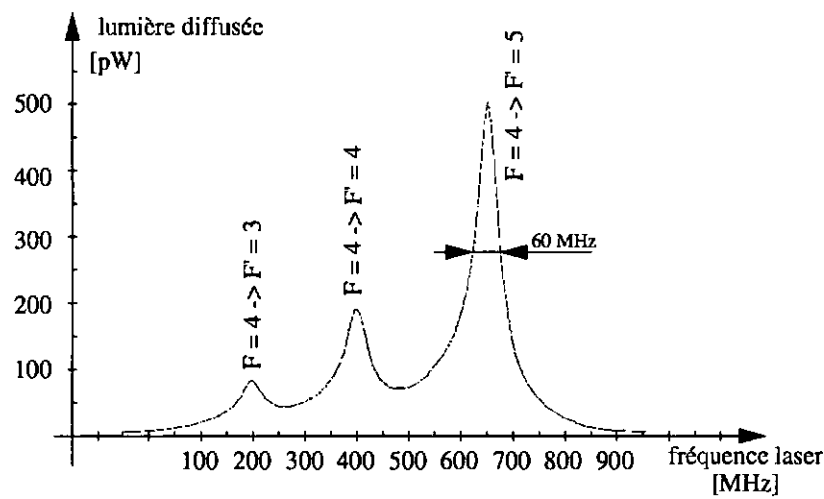


Figure 3.13: Signal obtenu en mode fluorescence avec une cellule à jet atomique. La cellule est chauffée à 90°C. Le signal sur la transition $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 4 \rangle$ est de 190 pW.

Réf	Δf [MHz]	N [10^{-14} A Hz $^{-1/2}$]	S [nW]	D [W/Hz]	$\frac{N}{D}$ [Hz $^{1/2}$]
abs	10	shot noise 36	120	$12 \cdot 10^{-15}$	60
jet	50	thermal noise 1.3	1.1	$22 \cdot 10^{-18}$	3600

Tableau 3.2: Comparaison des résultats obtenus avec une cellule en absorption saturée (première ligne) et une cellule à jet (deuxième ligne). La colonne Δf donne la largeur du signal à mi-hauteur, la deuxième colonne indique le niveau et le type de bruit qui domine, sous S on trouve le signal mesuré (sur une résistance $R_f = 1 \text{ M}\Omega$ pour l'absorption saturée et $10 \text{ M}\Omega$ pour la cellule à jet). La colonne D donne la pente de discrimination ($D = \frac{S}{\Delta f}$) et la dernière colonne indique la grandeur N/D qui intervient dans le calcul de la stabilité (cf. équation (3.23)).

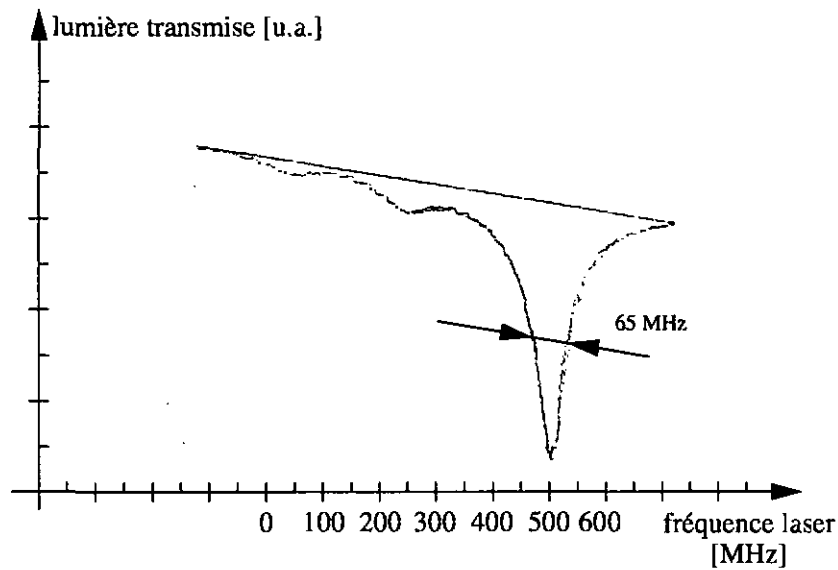


Figure 3.14: Signal obtenu en mode absorption avec une cellule à jet atomique. La cellule est légèrement chauffée.

- D'une part la comparaison se base sur une cellule à température ambiante. Le flux atomique, et ainsi le signal de fluorescence, peut sans autre être augmenté (facteur 2 pour $\Delta T = 8^\circ$ de la source), la réserve de césium étant suffisante pour des années.
- Alors que l'amplitude sature très vite pour les transitions pompantes (en moyenne 2.4 photons/atome pour $4 \rightarrow 4'$ et 1.7 photons/atome pour $4 \rightarrow 3'$) elle n'est limitée que par le temps de transit de l'atome dans le faisceau laser pour $4 \rightarrow 5'$ (à saturation chaque atome diffuse un photon tous les $2\tau = 60$ ns). Dans un faisceau de 5 mm de diamètre il est donc possible d'avoir $\simeq 200$ fois plus de signal sur la transition $4 \rightarrow 5'$ que sur la transition $4 \rightarrow 4'$. Comme ce rapport n'est pas atteint, on peut encore améliorer les performances de la cellule à jet simplement en augmentant l'intensité laser.

Un autre avantage de la cellule à jet est l'absence de fond Doppler. En effet, le signal d'absorption saturée se situe sur un fond Doppler qui dépend de l'intensité. De ce fait, la fréquence absolue d'asservissement peut changer si l'intensité d'interrogation est modifiée. Dans le cas de la cellule à jet, la fréquence ne dépend pas de l'intensité.

3.3.4 Conclusion

Dans cette partie nous discutons deux discriminateurs de fréquence qui permettent d'asservir un laser sur une transition du césium. Les deux méthodes sont testées expérimentalement et leur résultats sont comparés.

De ces études nous pouvons tirer les conclusions suivantes:

- La cellule à jet utilisée en mode fluorescence montre les trois pics correspondant aux transitions optiques bien résolus sur un fond plat (c.-à-d. en l'absence de fond Doppler). Leur largeur à mi-hauteur est d'environ 50 MHz et a tendance à augmenter avec le vieillissement de la cellule. La construction de la cellule est relativement compliquée.
- Le spectre de l'absorption saturée est plus compliqué: d'une part les différents pics se situent sur un fond Doppler, leur position dépend donc légèrement de l'intensité. D'autre part, en plus des trois pics correspondant aux transitions, il existe trois autres pics d'intercombinaison qui rendent plus difficile l'asservissement sur certaines transitions. La largeur des pics observés est typiquement de 10 – 20 MHz. Elle n'augmente pas avec l'âge de la cellule. La construction d'une cellule à vapeur est nettement plus simple que celle d'une cellule à jet.
- Les performances des deux cellules sont comparées en terme de stabilité d'un laser asservi sur l'un ou l'autre discriminateur. L'absorption saturée se montre environ 60 fois meilleure que la cellule à jet.

Pour nos expériences, nous allons utiliser l'absorption saturée comme référence de fréquence.

3.4 Asservissement par injection

Les manipulations nécessaires pour asservir la fréquence laser et pour réduire la largeur spectrale (paragraphe 3.5) provoquent la perte d'une partie de la puissance de sortie. L'intensité lumineuse est alors trop petite pour permettre un refroidissement efficace des atomes. Ce faisceau de faible puissance peut cependant être utilisé pour asservir un deuxième laser par injection (*injection lock*): la sortie d'un premier laser (maître) est envoyée dans la zone active d'un deuxième laser (esclave) qui, pour certaines conditions, se met à osciller à la fréquence imposée par le maître. Cette structure maître-esclave est décrite en détail par différents auteurs [Sie86]. Nous allons ici reprendre le résultat principal concernant le domaine d'accrochage.

Domaine d'accrochage

Par domaine d'accrochage (*locking range*), on désigne le domaine fréquentiel autour de la fréquence du laser maître pour lequel l'oscillation de l'esclave suit celle du maître. Notons I_{in} l'intensité de la lumière injectée dans la zone active de l'esclave et I_{esc} l'intensité de sortie de ce dernier. Siegman [Sie86] donne alors l'expression suivante pour le domaine d'accrochage:

$$\Delta f = 2\Delta\nu_{\text{FSR}}\sqrt{\frac{I_{\text{in}}}{I_{\text{esc}}}} \quad (3.24)$$

avec $\Delta\nu_{\text{FSR}}$ le *free spectral range* de la cavité du laser esclave. Pour des valeurs typiques de nos lasers, le domaine d'accrochage peut être estimé par:

$$\Delta f[\text{GHz}] \simeq 100 \text{ GHz} \sqrt{\frac{I_{\text{in}}}{I_{\text{esc}}}} \quad (3.25)$$

Comme on s'y attend, le domaine d'accrochage augmente si on augmente le rapport $I_{\text{in}}/I_{\text{esc}}$. Même pour une diode laser puissante de 100 mW ce rapport vaut facilement 1/1000, ce qui donne des domaines d'accrochage de plusieurs GHz.

Réalisation pratique

La figure 3.15 montre le schéma d'un asservissement par injection. Le faisceau du laser maître est dirigé à travers un isolateur optique pour éviter que la forte puissance de l'esclave ne perturbe le fonctionnement du maître. En pratique, le maître est un laser à cavité étendue asservi avec un offset sur une transition optique du césium. Une lame séparatrice envoie une petite partie de la lumière ($\sim 10\%$) dans la zone active de l'esclave. Cette structure exploite mal la puissance du maître mais minimise la réflexion de la puissance de sortie de l'esclave. Nous estimons la puissance injectée à quelques dizaines de μW . Le domaine d'accrochage est légèrement supérieur à 1 GHz ce qui permet de balayer aisément tout le profil Doppler d'une raie d'absorption d'une transition hyperfine de la ligne D_2 du césium.

3.5 Cavité étendue

Pour que toutes les composantes spectrales de la lumière de refroidissement puissent être absorbées par les atomes, il faut que la largeur spectrale du rayonnement soit inférieure à la largeur naturelle de la transition de refroidissement. La largeur spectrale des diodes laser commerciales peut atteindre

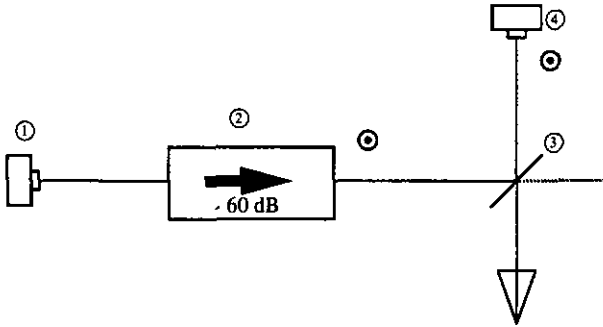


Figure 3.15: Schéma d'un asservissement par injection. 1: laser maître (réduit spectre-
lement et stabilisé en fréquence), 2: isolateur optique pour éviter du *feedback*, 3: lame
séparatrice, 4: laser esclave. La polarisation à la sortie de l'isolateur et à la sortie de
l'esclave est perpendiculaire au plan de la feuille.

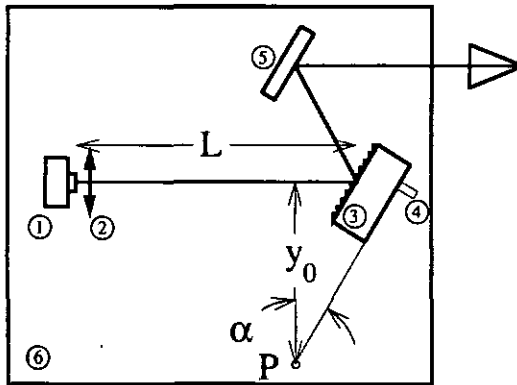


Figure 3.16: Schéma d'une cavité externe en configuration Littrow. 1: laser, 2: collima-
teur, 3: réseau holographique, 4: élément piézoélectrique, 5: miroir de sortie, 6: plaque
de base

plusieurs dizaines de MHz [SMT92], ce qui signifie qu'une réduction est néces-
saire. Une méthode fréquemment adoptée pour diminuer la largeur spectrale
d'une diode laser consiste à la placer dans une cavité externe qui réinjecte la
sortie de la diode de manière contrôlée dans la zone active [dL88]. Plusieurs
schémas sont connus pour construire une cavité externe. Nous avons choisi la
configuration dite de Littrow [Hec87, LT88]: la figure 3.16 montre le principe
d'un tel dispositif. La lumière d'une diode est collimatée et envoyée sur un
réseau de diffraction holographique. Alors que l'ordre 0 du réseau quitte la
cavité et devient disponible pour l'expérience, l'ordre 1 est renvoyé dans la
zone active. L'orientation du réseau peut être ajustée finement à l'aide d'un
élément piézoélectrique.

Calcul du point de pivot

Le fait de pivoter le réseau autour du point P a deux effets qui influencent la longueur d'onde du laser: d'une part la longueur L de la cavité externe est changée, d'autre part, l'angle entre le réseau et le faisceau étant modifié les conditions de diffraction et ainsi la longueur d'onde renvoyée dans la diode sont modifiées. Dans une configuration Littrow, l'angle α_0 (qui est aussi l'angle d'incidence sur le réseau) est déterminé par

$$\sin \alpha_0 = \frac{\lambda_0}{2p} \quad (3.26)$$

où p désigne le pas entre deux traits du réseau. Pour $\lambda = 852.1$ nm et en utilisant un réseau 1200 traits/mm, l'angle α est égal à 30.75° . De l'équation (3.26) on déduit aisément le changement de longueur d'onde λ pour une variation de l'angle d'incidence:

$$\left(\frac{d\lambda}{d\alpha} \right)_{\text{rotation}} = 2p \cos \alpha_0 \quad (3.27)$$

En ce qui concerne le changement de la longueur L avec α , le raisonnement est un peu plus complexe. Cela tient au fait que la cavité étendue est formée d'une multitude de *microcavités* symbolisées par l'escalier dans la figure 3.16.

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\lambda}{d\alpha} \right)_{\text{long}} &= y_0 \frac{\lambda_0}{L_0} \\ &= y_0 \frac{2p \sin \alpha_0}{L_0} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Pour que l'accordabilité de la cavité soit maximale, il faut que les deux effets sur la longueur d'onde soient synchronisés

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\lambda}{d\alpha} \right)_{\text{long}} &= \left(\frac{d\lambda}{d\alpha} \right)_{\text{rotation}} \\ y_0 \frac{2p \sin \alpha_0}{L_0} &= 2p \cos \alpha_0 \\ \frac{y_0}{L_0} &= \frac{1}{\tan \alpha_0} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Cette condition relie l'angle de Littrow α_0 , la longueur de la cavité et la distance y_0 du point de pivot au faisceau laser.

Réduction de la largeur spectrale

Un exposé complet des propriétés spectrales d'une diode laser placée dans une cavité étendue est présenté par Petermann [Pet91]. Nous nous intéressons ici à la réduction de la largeur spectrale d'un tel laser. Notons $\delta\nu_0$ la largeur du laser sans cavité externe et $\delta\nu$ la largeur du laser dans la cavité externe.

$$\delta\nu = \frac{\delta\nu_0}{\left(1 + \frac{\tau_{\text{ext}}}{\tau_L} \kappa_{\text{ext}}\right)^2} \quad (3.30)$$

où τ_{ext} est le temps aller-retour dans la cavité externe, τ_L le temps aller-retour dans la cavité interne (la zone active de la diode laser) et κ le coefficient de couplage entre les deux cavités.

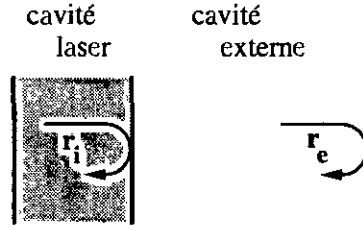


Figure 3.17: Définition des coefficients de réflexion de l'amplitude du champ électrique.

$$\kappa_{\text{ext}} = \frac{r_e}{r_i} (1 - |r_i|^2) \quad (3.31)$$

L'équation (3.30) nous montre que la réduction de la largeur spectrale pour un laser donné (τ_L fixe) est d'autant plus importante que la cavité externe est longue. Notre montage donne une réduction calculée de la largeur spectrale d'un facteur 2500 environ.

Réalisation pratique

La cavité que nous avons construite a une longueur d'environ 20 mm. Elle est montée sur une plaque régulée en température (typiquement à 40°C) et placée à l'intérieur d'une caisse en bois qui la protège des vibrations acoustiques. Le laser utilisé est une diode STC LT50A-03U traitée avec une couche anti-reflet sur sa facette de sortie³. Le collimateur est une lentille asphérique de distance focale $f = 4.5$ mm (Optima Precision Inc.). Notre élément de diffraction est un réseau holographique 1200 traits/mm (Jobin-Yvon modèle 520 24 020) dont la diffraction à l'ordre 1 donne environ 30 % du signal incident.

³La couche a été déposée par Dr. Besse de l'Institut für Quantenelektronik à la ETHZ, Zürich

3.6 Conclusion

Ce chapitre décrit la technique pour asservir la fréquence du laser sur une transition atomique. Nous exposons le principe de base et le schéma électronique mis en œuvre.

Deux discriminateurs de fréquence sont comparés: une cellule utilisée en absorption saturée et une cellule à jet d'atomes. La cellule à jet atomique est moins performante et plus compliquée à réaliser que l'absorption saturée. Raisons pour lesquelles nous utilisons la cellule à vapeur dans nos boucles d'asservissement.

Pour disposer d'une puissance de refroidissement suffisante, nous asservissons un laser esclave par injection, technique qui permet d'imposer la fréquence d'un laser maître à un laser esclave. Le domaine d'accrochage est estimé théoriquement à quelques GHz. Expérimentalement nous observons un domaine d'accrochage d'environ 1 GHz, ce qui est suffisant pour balayer tout le profil Doppler d'une raie hyperfine du césium.

Finalement nous discutons la réduction de la largeur spectrale d'un laser dans une cavité étendue. Avec les valeurs typiques de notre montage, nous prévoyons une réduction d'un facteur 2500 sans avoir eu l'occasion de mesurer expérimentalement la largeur du rayonnement.

Appendice: Calcul de l'absorption saturée

Partons de la section efficace d'absorption pour un seul faisceau (équation (3.6)):

$$\sigma = \frac{\hbar\omega}{I_{\text{sat}}} \Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + 2\beta + 4 \left(\frac{\Delta - kv}{\Gamma} \right)^2} G(v) dv \quad (3.32)$$

Cette expression peut se mettre sous la forme suivante:

$$\sigma = \frac{\hbar\omega}{I_{\text{sat}}} \Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta'^2}}{1 + \frac{2\beta\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta'^2}} G(v) dv \quad (3.33)$$

où nous avons utilisé $\Delta' = \Delta - kv$. On reconnaît alors dans le dénominateur le paramètre de saturation s ([CTDRG88]):

$$s = \frac{2\beta\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta^2} \quad (3.34)$$

Sous cette forme il est facile d'exprimer la section efficace d'absorption d'un premier faisceau d'intensité β_1 et de désaccord Δ'_1 en présence d'un deuxième faisceau d'intensité β_2 et de désaccord Δ'_2 (dans le cas de l'absorption saturée, il s'agit d'un faisceau rétro-réfléchi: $\Delta'_1 = \Delta - kv$ et $\Delta'_2 = \Delta + kv$).

$$\sigma = \frac{\hbar\omega}{I_{\text{sat}}} \Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta_1'^2}}{1 + \frac{2\beta_1\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta_1'^2} + \frac{2\beta_2\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta_2'^2}} G(v) dv \quad (3.35)$$

Pour résoudre cette intégrale on peut faire deux approximations:

- Si les deux paramètres de saturations sont petits par rapport 1, on peut développer le dénominateur de la fraction.
- La largeur naturelle étant beaucoup plus petite que la largeur Doppler, on peut considérer $G(v)$ comme constant pour les valeurs où la fraction est non-négligeable.

L'équation (3.35) s'écrit alors

$$\begin{aligned} \sigma \simeq & \frac{\hbar\omega}{I_{\text{sat}}} \frac{\Gamma}{\sqrt{\pi}\alpha} \exp \left[- \left(\frac{\Delta}{k\alpha} \right)^2 \right] \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta_1'^2} \left\{ 1 - \frac{2\beta_1\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta_1'^2} - \frac{2\beta_2\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\Delta_2'^2} \right\} dv \end{aligned} \quad (3.36)$$

et peut être résolue analytiquement. Ceci conduit au résultat (3.8).

Chapitre 4

Ralentissement d'atomes

4.1 Introduction

Dans les chapitres suivants, nous exposons les travaux consacrés à l'étude d'une source d'atomes froids proprement dite. A titre d'introduction, commençons cette partie du mémoire par un rappel d'un certain nombre de notions de résultats généraux nécessaires pour comprendre de la suite de ce travail. Le but de ces paragraphes n'est pas de donner une description détaillée de la théorie du ralentissement; divers auteurs s'y sont employés [CTDRG88, ML87] et deux éditions spéciales du *Journal of the Optical Society of America B* ont déjà parues sur ce sujet [jos85, jos89]. Nous cherchons plutôt à définir les termes qui apparaîtront dans les prochains chapitres.

Dans le paragraphe 4.2 nous développons un modèle Doppler unidimensionnel de l'interaction atome-rayonnement; nous parlons ensuite brièvement d'un modèle sub-Doppler (paragraphe 4.3). Dans le dernier paragraphe (4.4) nous introduisons la trappe magnéto-optique.

4.2 Modèle Doppler d'une mélasse optique

Force Doppler

L'idée d'agir avec des photons sur les degrés de liberté externes d'un atome a déjà été décrite en 1975 par Hänsch et Schawlow [HS75]. Dans ce paragraphe nous voulons rappeler le premier modèle théorique de l'interaction atome - rayonnement pour décrire la pression de radiation. On trouve une étude complète de cette théorie dans la référence [CTDRG88].

Pour simplifier, nous traitons l'atome comme un système à deux niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ qui sont séparés en énergie de $\hbar\omega_{\text{at}}$. Le rayonnement est supposé

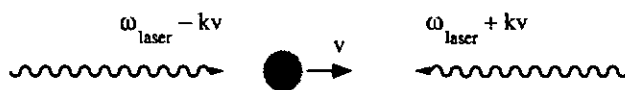


Figure 4.1: Atome de vitesse v irradié par deux faisceaux laser se propageant vers $+z$ et $-z$. La pulsation apparente des deux faisceaux est modifiée de $\pm kv$.

monochromatique. Avant de calculer la force qu'exerce un faisceau laser sur l'atome, expliquons en quoi consiste le refroidissement Doppler.

En absorbant un photon du rayonnement, l'atome passe de l'état fondamental à l'état excité. Cette absorption de photon est accompagnée d'un transfert de quantité de mouvement du photon vers l'atome. Après un temps τ_{Cs} ($\simeq 30$ ns), l'atome se désexcite et réémet un photon. L'émission étant équiprobable dans toutes les directions de l'espace l'atome ne changeant moyenne pas de quantité de mouvement lors de l'émission.

Avec cette image, il est facile d'établir la force Doppler:

$$\begin{aligned} \text{force} &= \underbrace{\text{quantité de mouve-}}_{\text{ment par cycle}} \times \underbrace{\# \text{ photons diffusés par}}_{\text{unité de temps}} \\ F &= \hbar k \times \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle \end{aligned} \quad (4.1)$$

Le nombre de photons diffusés par unité de temps est donné par la solution stationnaire des équations de Bloch optiques (cf. équation (B.6) page 183):

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle = \Gamma \frac{\Omega_d^2}{\Gamma^2 + 2\Omega_d^2 + 4\Delta^2} \quad (4.2)$$

où $\hbar\Omega_d = \vec{d}_{ab} \cdot \vec{\mathcal{E}}$ est la fréquence de Rabi pour une interaction dipôle électrique, $\Delta = \omega_{\text{laser}} - \omega_{\text{at}}$ est le désaccord entre la résonance atomique et la pulsation du laser. Pour réécrire la force nous introduisons l'intensité normalisée β (cf. annexe A.3 p. 177).

$$F = \hbar k \Gamma \frac{\beta}{1 + 2\beta + 4\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2} \quad (4.3)$$

Plaçons maintenant un atome de vitesse v dans deux faisceaux laser de sens de propagation opposé (cf. figure 4.1). Nous supposons que les intensités des faisceaux sont suffisamment faibles pour que leurs effets puissent être additionnés ($\beta_1 < 1, \beta_2 < 1$). Par effet Doppler la pulsation des faisceaux est modifiée de $\pm kv$. Finalement, l'équation (4.4) donne la force en

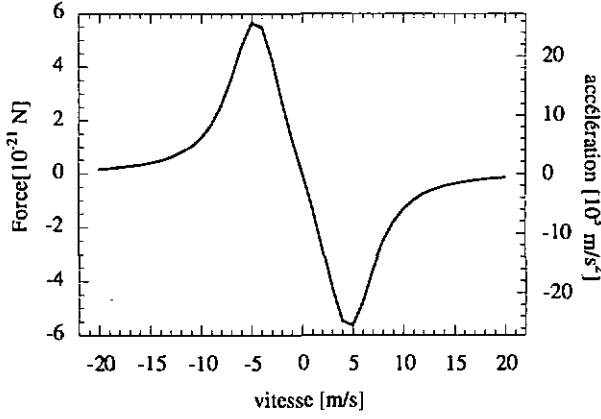


Figure 4.2: Force Doppler (en fonction de la vitesse de l'atome) exercée sur un atome placé dans une mélasse optique. $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$, $\Delta = -\Gamma$.

fonction de la vitesse exercée sur un atome placé dans une mélasse optique unidimensionnelle.

$$F = \hbar k \Gamma \left\{ \frac{\beta_1}{1 + 2\beta_1 + 4 \left(\frac{\Delta - kv}{\Gamma} \right)^2} - \frac{\beta_2}{1 + 2\beta_2 + 4 \left(\frac{\Delta + kv}{\Gamma} \right)^2} \right\} \quad (4.4)$$

Dans 4.2 nous traçons cette force pour $\Delta = -\Gamma$, $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$. On voit que pour $kv \ll \Gamma$, la force est linéaire en v . On peut donc définir un coefficient de friction Doppler α^D pour ce domaine:

$$F = \alpha^D v$$

$$\text{avec} \quad \alpha^D = 16 \frac{\beta}{\left[1 + 2\beta + 4 \frac{\Delta^2}{\Gamma^2} \right]^2} \frac{\Delta}{\Gamma} \hbar k^2 \quad (4.5)$$

Température limite

A chaque absorption et à chaque réémission de photon, le module de la quantité de mouvement de l'atome change de $\hbar k$. Le temps caractéristique d'un cycle absorption - émission correspond à la durée de vie de l'état excité ($\tau = 1/\Gamma$). Cette fluctuation rapide permet d'interpréter l'interaction atome - rayonnement en terme de force de Langevin [Rei85]:

$$m \frac{dv}{dt} = \alpha v + F'(t) \quad (4.6)$$

La force peut être divisée en deux parties: d'une part, l'effet cumulé des cycles d'absorption et de réémission donne lieu à une force de friction αv ($\alpha < 0$)

qui dissipe l'énergie cinétique de l'atome; d'autre part, une force fluctuant rapidement dont la valeur moyenne est zéro ($\overline{F'(t)} = 0$) implique une marche au hasard de la vitesse de l'atome. Ce mouvement aléatoire est caractérisé par une constante de diffusion de l'impulsion D . La relation d'Einstein relie le coefficient de friction α , la constante de diffusion D et la température. Dans une description Doppler, à faible intensité on trouve:

$$k_B T = \frac{\hbar \Gamma}{4} \frac{1 + 4 \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right)^2}{2 \frac{|\Delta|}{\Gamma}} \quad (4.7)$$

Cette fonction atteint un minimum pour $\Delta = -\Gamma/2$.

$$T^D = \frac{\hbar \Gamma}{2 k_B} \quad (4.8)$$

Pour le césium T^D vaut $127 \mu\text{K}$.

4.3 Modèle sub-Doppler d'une mélasse

Alors qu'en 1988 la théorie Doppler était généralement acceptée pour décrire le ralentissement d'atomes par faisceaux laser, différentes expériences aboutissaient à des résultats en désaccord avec les prédictions de ce modèle:

- Premièrement, des températures nettement en-dessous de la limite Doppler ont pu être mesurées [LWW⁺88, WRS⁺89]
- Deuxièmement, les mélasses optiques se sont montrées beaucoup moins sensibles à un déséquilibre d'intensité que ne le prévoyait la théorie Doppler [LPR⁺89].
- Troisièmement, le comportement des mélasses en fonction du désaccord ne correspondait pas non plus aux prédictions. La théorie Doppler veut que le désaccord optimal (pour la température, le coefficient de friction et le temps de vie de la mélasse) soit égal à $-\Gamma/2$. Des études expérimentales ont cependant montré un désaccord optimal entre -2Γ et -3Γ .

Toutes ces évidences rendaient un nouveau traitement théorique du refroidissement laser nécessaire. En 1989, deux groupes ont présenté simultanément une nouvelle théorie permettant d'expliquer les comportements sub-Doppler: Ungar *et al.* [UWC89] décrivent l'interaction atome-rayonnement pour une

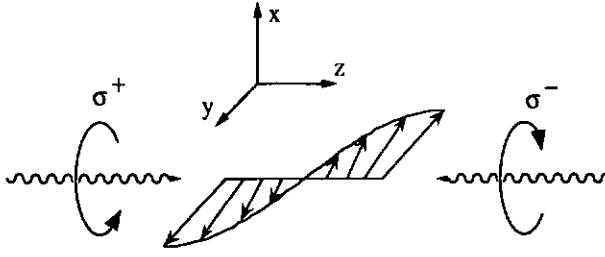


Figure 4.3: Superposition d'une onde σ^+ allant vers $+z$ et d'une onde σ^- allant vers $-z$. Il résulte une polarisation linéaire qui tourne autour de l'axe z .

transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$, Dalibard et Cohen-Tannoudji [DCT89] présentent une théorie unidimensionnelle du refroidissement sur une transition $J = 1 \rightarrow J' = 2$. La multiplicité de l'état fondamental joue un rôle central dans ces nouveaux processus. Dalibard identifie deux mécanismes dans une mélasse unidimensionnelle formée de deux faisceaux de sens de propagation opposé: si les deux faisceaux ont des polarisations linéaires perpendiculaires, il parle de *refroidissement Sisyphe*; pour deux faisceaux polarisés circulairement $\sigma^+ - \sigma^-$ il utilise le terme de *refroidissement par orientation*. Comme dans ce travail nous sommes principalement concernés par la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$, nous limitons la description au refroidissement par orientation.

Refroidissement par orientation

La superposition de deux faisceaux polarisés σ^+ et σ^- se propageant respectivement vers $+z$ et $-z$ donne lieu à une polarisation linéaire en tout point qui tourne autour de l'axe z (cf. 4.3). Prenons d'abord un atome qui est immobile. Pour cet atome, le champ électromagnétique apparaît avec une polarisation linéaire de direction fixe. Par rapport à un axe de quantification parallèle à la direction de la polarisation, la lumière induit dans l'atome des transitions π ($\Delta m = 0$). A cause de coefficients Clebsch-Gordan inégaux pour les différents sous-niveaux m , l'atome est mis dans un état d'alignement (c.-à-d. les populations de $|m|$ différents sont inégales).

Si l'atome se déplace maintenant à la vitesse v , la polarisation linéaire apparaît comme une polarisation tournant à la vitesse angulaire $-kv^1$. Pour traiter ce problème, Dalibard introduit un référentiel tournant ce qui permet de travailler avec un axe de quantification fixe. Le changement de référentiel fait apparaître un terme inertiel de la forme $\hat{V}_{\text{rot}} = kv\hat{J}_z$ dans l'Hamiltonien. Par un calcul perturbatif en $kv\hat{J}_z$ on peut montrer que l'atome est

¹Si on échange le sens de propagation des faisceaux $\sigma^+ - \sigma^-$, le sens de rotation de la polarisation linéaire est également changé. Ce point est important pour l'extraction des atomes avec un champ magnétique.

pompé dans un état d'orientation (les sous-niveaux $+m_z$ et $-m_z$ sont inégalement peuplés) par rapport à l'axe de propagation des faisceaux (l'axe z). La différence de population $+m_z$ et $-m_z$ est proportionnelle à kv . Pour la configuration de la figure 4.3 cela signifie qu'un atome qui se déplace vers $+z$ diffuse plus de photons σ^- et qu'un atome avec $v < 0$ diffuse au contraire plus de photons σ^+ . Pour $v = 0$ l'orientation de l'atome disparaît, le nombre de photons σ^+ et σ^- diffusés est le même. Ce processus donne donc naissance à une force de friction $F = \alpha^{SD}v$ avec un coefficient de friction donné par [DCT89]:

$$\alpha^{SD} = \frac{120}{17} \frac{\Delta\Gamma}{5\Gamma^2 + 4\Delta^2} \hbar k^2 \quad (4.9)$$

Pour calculer la température sub-Doppler, il faut évaluer la constante de diffusion de la quantité de mouvement. Reprenons l'expression de Dalibard sans démonstration. On trouve alors la température sub-Doppler:

$$k_B T = \frac{\hbar \Omega_d^2}{|\Delta|} \left[\frac{29}{300} + \frac{254}{75} \frac{\Gamma^2/4}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \right] \quad (4.10)$$

On application numérique de (4.10) pour $\Omega_d/\Gamma = 0.5$ et $|\Delta|/\Gamma = 3$ donne $T = 4 \mu\text{K}$.

4.4 Trappe magnéto-optique

La force Doppler aussi bien que la force de refroidissement par orientation dépendent uniquement de la vitesse v de l'atome, mais pas de sa position. Ceci veut dire que les atomes sont freinés par la force de friction, mais pas confinés dans un endroit de l'espace. Jean Dalibard de l'Ecole Normale Supérieure à Paris proposa en 1987 une expérience permettant d'obtenir des forces de ralentissement *et* de confinement [Dal87]. La même année, l'équipe de D. Pritchard au MIT réussit en s'appuyant sur cette idée à piéger des atomes de sodium [RPC⁺87]. Ce montage, qui est aujourd'hui à la base de la quasi totalité des expériences de refroidissement par laser, porte le nom de *trappe magnéto-optique*.

Pour expliquer son fonctionnement, prenons l'image unidimensionnelle d'une transition $J = 0 \rightarrow J' = 1$. Sous l'effet d'un champ magnétique, la dégénérescence de l'état excité est levée. Si on place l'atome dans un gradient de champ magnétique ($B_z(z) = bz$ avec b une constante), la séparation des niveaux de l'état excité dépend de la position (4.4). Nous choisissons l'axe de quantification selon la direction du champ magnétique et supposons que le faisceau se propageant vers $+z$ a une polarisation circulaire positive (σ^+). Il induit donc des transitions $\Delta m = +1$ dans l'atome. Le faisceau qui va vers $-z$

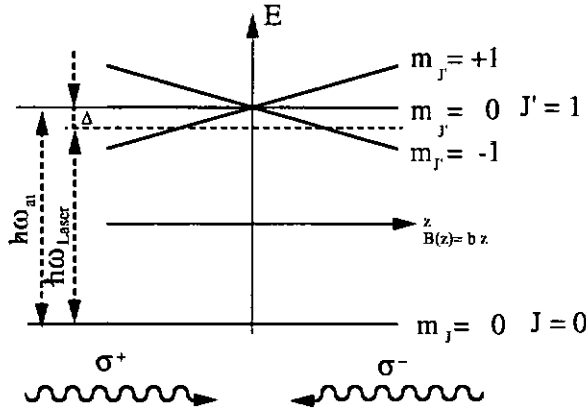


Figure 4.4: Schéma de niveaux d'un atome placé dans un gradient de champ magnétique. Les faisceaux laser sont légèrement désaccordés dans le rouge. Celui qui se propage vers $+z$ a une polarisation circulaire σ^+ , celui qui va vers $-z$ σ^- .

est polarisé σ^- et induit des transitions $\Delta m = -1$. Le gradient magnétique a alors pour effet de modifier le désaccord entre la lumière et l'atome et ainsi de changer le nombre de photons diffusés. On voit dans la figure 4.4 que si $\Delta < 0$ le faisceau σ^+ est plus près de la résonance que le faisceau σ^- pour tout point $z < 0$. A z positif les rôles sont inversés. A $z = 0$ le nombre de photons σ^+ diffusés est égal au nombre de photons σ^- diffusés; les effets des deux faisceaux s'annulent. Dans un modèle Doppler, la force dans une trappe magnéto-optique se dérive de façon identique à (4.4) en tenant compte des transitions que chaque faisceau peut induire ($\Delta m = +1$ pour σ^+ , $\Delta m = -1$ pour σ^-) et en remplaçant le désaccord par un désaccord effectif qui inclut le déplacement Zeeman.

$$F(z, v) = \hbar k \Gamma \left\{ \frac{\beta}{1 + 2\beta + 4\delta_{\text{eff}}^{+2}} - \frac{\beta}{1 + 2\beta + 4\delta_{\text{eff}}^{-2}} \right\} \quad (4.11)$$

avec

$$\delta_{\text{eff}}^{\pm} = \frac{1}{\Gamma} \left[\Delta \mp (kv + g_e \mu_B b z \hbar^{-1}) \right] \quad (4.12)$$

Ici, g_e est le facteur de Landé du niveau excité, μ_B le magnéto de Bohr et b le gradient du champ magnétique. Nous représentons cette force Doppler en fonction de la position pour $\Delta = -\Gamma$, $\beta = 1$ et $v = 0$ dans la figure 4.5.

Un développement limité au premier ordre en z et en v de (4.11) autour du point $z = 0, v = 0$, donne une force similaire à celle qui régit un oscillateur harmonique amorti:

$$F(z, v) \simeq -\alpha v - \kappa z \quad (4.13)$$

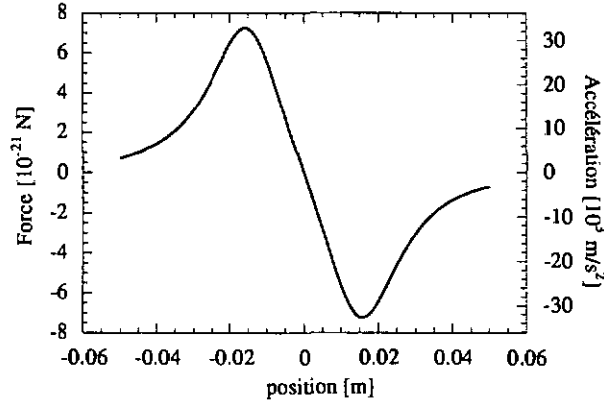


Figure 4.5: Force Doppler en fonction de la position pour les paramètres suivant: $\Delta = -\Gamma$, $\beta = 1$, $b = 100$ mT/m et $v = 0$.

avec les coefficients

$$\alpha = 16 \frac{\beta}{\left[1 + 2\beta + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}\right]^2} \frac{\Delta}{\Gamma} \hbar k^2 \quad (4.14)$$

$$\kappa = 16 \frac{\beta}{\left[1 + 2\beta + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}\right]^2} \hbar k \frac{\Delta}{\Gamma} \frac{g_e \mu_B b}{\hbar} \quad (4.15)$$

Température d'un nuage dans une trappe magnéto-optique

Les premières températures mesurées sur des nuages d'atomes dans des pièges magnéto-optiques étaient consistantes avec une théorie Doppler du refroidissement [MSRW90].² On s'est cependant rapidement rendu compte que certains aspects de la trappe ne pouvaient s'expliquer avec une image Doppler. Steane et Foot [SF91] ont été les premiers à publier des constantes de rappel et des coefficients de friction en désaccord avec les prédictions Doppler. Les mêmes auteurs ont également présenté une étude détaillée des forces de radiation dans une trappe magnéto-optique [SCF92].

Si le nombre d'atomes trappés est petit, tout le nuage est concentré à un endroit où le champ magnétique est très faible. De ce fait, il ne perturbe pas le refroidissement sub-Doppler. Lorsque le nombre d'atomes croît, les forces de répulsion entre atomes piégés commencent à devenir importantes. Ces forces peuvent se comprendre en terme de diffusion multiple de photons [SWW91]: un photon émis par un atome peut être absorbé par un autre atome du piège. A l'émission du photon le premier atome recule et change

²Comme mentionné par Steane [SF91], la température indiquée à la page 1592 de l'article de Monroe est erronée. Il s'agit en fait de $300 \mu\text{K}$ et non pas de $30 \mu\text{K}$.

de quantité de mouvement $-\hbar k$ (dans la direction de l'émission du photon); quant au deuxième atome, sa quantité de mouvement est modifiée de $\hbar k$ lors de l'absorption. Le photon agit comme vecteur de force répulsive entre les deux atomes. La répulsion entre atomes limite la compression du nuage et donc la densité d'atomes. Le fait d'ajouter des atomes dans la trappe signifie donc un agrandissement du diamètre du nuage piégé grandit. Le théorème d'équipartition [Rei85] relie la moyenne quadratique de la position des atomes à la température:

$$\frac{1}{2}\kappa \langle r^2 \rangle = \frac{1}{2}k_B T \quad (4.16)$$

La densité étant constante, la température augmente avec le nombre d'atomes. En résumé, on peut dire que la diffusion multiple de photons dans le piège est responsable d'un excès de température par rapport à celle d'une mélasse en régime de basse densité. Sur la base d'un raisonnement simple, Cooper *et al.* [CHR⁺94] calculent la dépendance de cet excès de température. Soit f la fraction du nombre total de photons émis par les atomes piégés qui sont à nouveau diffusés. Cette fraction est liée à la densité optique du nuage:

$$f = n \sigma l \quad (4.17)$$

où n est la densité d'atomes dans le nuage, σ la section efficace d'absorption et l la dimension caractéristique du nuage. Dans le cas d'un nuage sphérique, l_s est égale au diamètre de la sphère. On peut alors montrer que

$$f \propto N^{1/3} \quad (4.18)$$

si N est le nombre d'atomes dans la trappe.

On peut donc s'attendre à ce que l'excès de température de la trappe magnéto-optique par rapport à la mélasse varie selon:

$$\Delta T = T - T_{\text{mel}} \propto N^{1/3} \quad (4.19)$$

Expérimentalement, Cooper *et al.* trouvent par rapport aux différents paramètres de refroidissement la dépendance suivante pour l'excès de température (N désigne le nombre d'atomes dans la trappe, β l'intensité normalisée et Δ le désaccord laser):

$$\Delta T = A N^x \beta^y \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right)^z \quad (4.20)$$

avec $x = 0.33 \pm 0.1$, $y = 1.5 \pm 0.8$ et $z = 0.9 \pm 0.5$.

Chapitre 5

Réalisation de la trappe

5.1 Introduction

Dans le cadre de ce travail, deux trappes magnéto-optiques ont été réalisées: la première est basée sur la configuration standard dite de anti-Helmholtz [MSRW90], la deuxième est de conception nouvelle, nous l'appelons trappe anisotrope.

Dans ce chapitre, nous exposons le montage expérimental de ces deux trappes. Le paragraphe 5.2 est consacré au système à vide. Nous y traitons la manière de contrôler et de mesurer la pression de vapeur de césium. Au paragraphe 5.3, nous décrivons la structure du gradient magnétique de la première trappe magnéto-optique. La deuxième génération de trappe, celle qui a servi à l'acquisition de la plupart des résultats expérimentaux, est décrite dans le paragraphe 5.4. Nous parlons également de la préparation de la lumière de refroidissement (paragraphe 5.5) sans entrer dans les détails des techniques laser qui ont fait l'objet du chapitre 3. La visualisation des atomes et la mesure de leur nombre forment le dernier paragraphe de ce chapitre (5.6).

5.2 Le système à vide

La figure 5.1 montre un schéma du système à vide. L'enceinte, d'une capacité d'environ 100 l, est pompée simultanément par une pompe ionique (1) et par une pompe turbo-moléculaire (2). Nous travaillons à un vide de l'ordre de 10^{-8} hPa. Si la pression résiduelle dans le système à vide n'est pas suffisamment basse, les atomes piégés dans la trappe magnéto-optique sont éjectés par des collisions avec des atomes thermiques. Sans entrer dans les détails, montrons le nombre d'atomes capturés dans la trappe en fonction de la pression

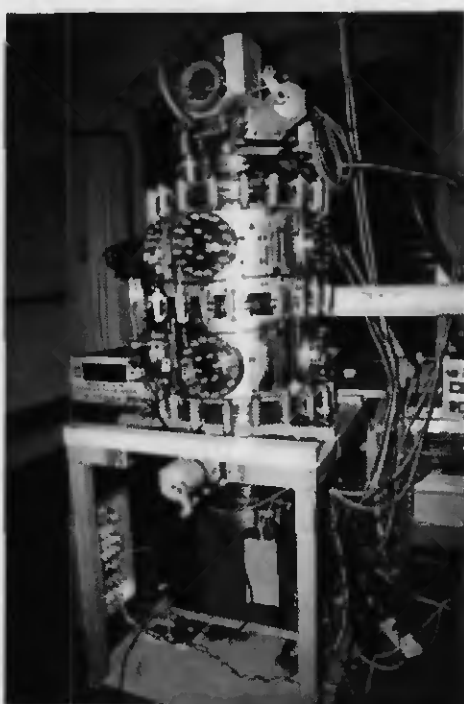
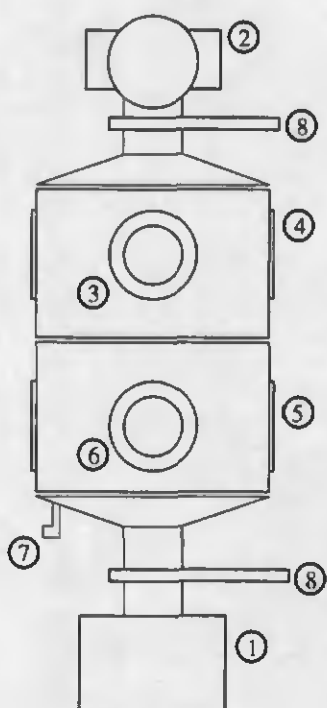


Figure 5.1: Schéma du système à vide. 1: Pompe ionique 230 l/s; 2: Pompe turbomoléculaire 330 l/s; 3: Hublot d'observation; 4: Hublots d'introduction des faisceaux de refroidissement; 5: Hublot pour le faisceau sonde; 6: Hublot d'observation pour les mesures TOF; 7: source de césium; 8: Vanne

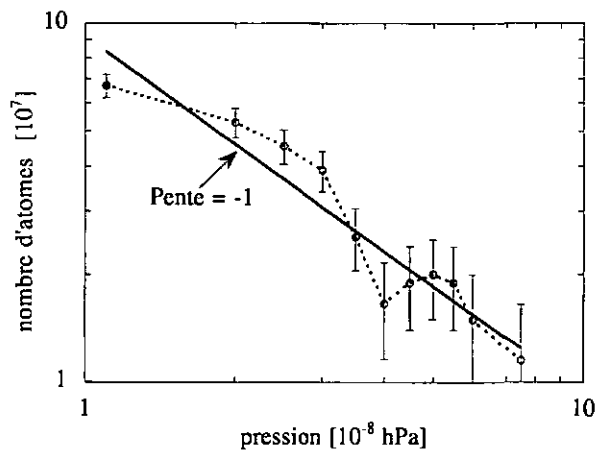


Figure 5.2: Nombre d’atomes piégés dans la trappe magnéto-optique en fonction de la pression résiduelle dans le système à vide.

résiduelle (5.2). On voit que ce nombre diminue si la pression dans le système à vide augmente. On remarque qu’une pression de l’ordre de 10^{-8} hPa est nécessaire pour le bon fonctionnement du piège magnéto-optique.

L’enceinte renferme la structure pour le gradient magnétique, une cavité de Ramsey ainsi que quatre miroirs qui redirigent les faisceaux de refroidissement. On distingue deux étages sur le système à vide: l’étage supérieur où se trouve la trappe magnéto-optique et l’étage inférieur où se situe le système de détection des atomes relâchés de la trappe. En tout, sept hublots sont installés sur la chambre à vide. A l’étage supérieur, deux hublots (3) servent à observer le nuage froid avec une caméra CCD ou avec une photodiode, deux autres hublots traités anti-reflets (4) permettent l’introduction de faisceaux laser dans la cloche. Notons que tous les faisceaux laser entrent selon la même direction (axe x) et sont redirigés par des miroirs à l’intérieur de l’enceinte. A l’étage inférieur, les deux fenêtres sur l’axe x (5) laissent passer le laser sonde, une troisième ouverture (6) permet l’observation de la fluorescence selon une direction perpendiculaire à la sonde.

Source de césium

Toute notre cloche à vide est remplie de vapeur de césium que nous évaporons à partir d’un doigt dont la température est contrôlée (7). L’ajustement de la température de ce doigt se fait par un élément Peltier, ce qui permet un chauffage et un refroidissement de la source de césium. La densité de césium n [m⁻³] en fonction de la température T [K] est donnée par la formule empirique

[TL37]:

$$\begin{aligned}\log n &= 35.531 - \frac{4150}{T} - 2.00 \log T \quad \text{pour } T < 302 \text{ K} \\ \log n &= 36.531 - \frac{4041}{T} - 2.35 \log T \quad \text{pour } T > 302 \text{ K}\end{aligned}\tag{5.1}$$

La séparation au point $T = 302 \text{ K}$ correspond au point de fusion du césium. A température ambiante $T = 300 \text{ K}$, la densité de césium devrait être telle qu'un faisceau laser à résonance soit totalement absorbé (cf. calcul du coefficient d'absorption ci-dessous). Si la source est maintenue à une température plus basse que la cloche, c'est la source qui régit la densité de césium dans l'enceinte. Ainsi, pour une pression partielle de 10^{-8} hPa , il faut refroidir la source à environ -20° C . En pratique il faut souvent chauffer la source de césium pour atteindre des niveaux de pression partielle utiles. Nous expliquons cet écart par les propriétés des parois de l'enceinte à vide. Celles-ci sont en acier inox et semblent piéger les atomes de césium qui s'y heurtent. Cet effet de *getter* ajoute une importante vitesse de pompage qui doit être contrebalancée par une évaporation de césium plus élevée. Au fur et à mesure que les parois se saturent, la température de la source peut être diminuée sans toutefois atteindre le régime décrit par la loi empirique (5.1). Après une mise à l'air du système, la capacité de pompage des parois est rétablie et il faut de nouveau évaporer une grande quantité de césium avant de pouvoir travailler avec des températures de source de l'ordre de 40° C .

Mesure de la densité de césium dans la cloche

Pour connaître la densité de vapeur de césium dans notre système à vide, nous mesurons l'absorption d'un faisceau laser accordé sur la transition $|F = 4 \rightarrow |F' = 5' \rangle$. La loi Beer-Lambert s'écrit: $I/I_0 = \exp[-n\sigma L]$ où n est la densité atomique, σ la section efficace d'absorption et L la longueur que la lumière parcourt dans le milieu absorbant.

Pour cette mesure nous utilisons un laser dont la largeur spectrale est plus petite que la largeur naturelle des atomes. A cause de l'effet Doppler le laser n'interagit qu'avec une partie des atomes. Définissons alors une densité effective qui tienne compte de ce fait¹.

$$n^{\text{eff}} = n_0 \frac{\Gamma}{\sqrt{\pi k \alpha}}\tag{5.2}$$

Pour l'établissement de la densité effective, nous avons fait l'hypothèse que l'intensité laser restait faible par rapport à l'intensité saturante ($I \ll I_{\text{sat}}$).

¹Le calcul se fait de manière analogue à celui de la page 47

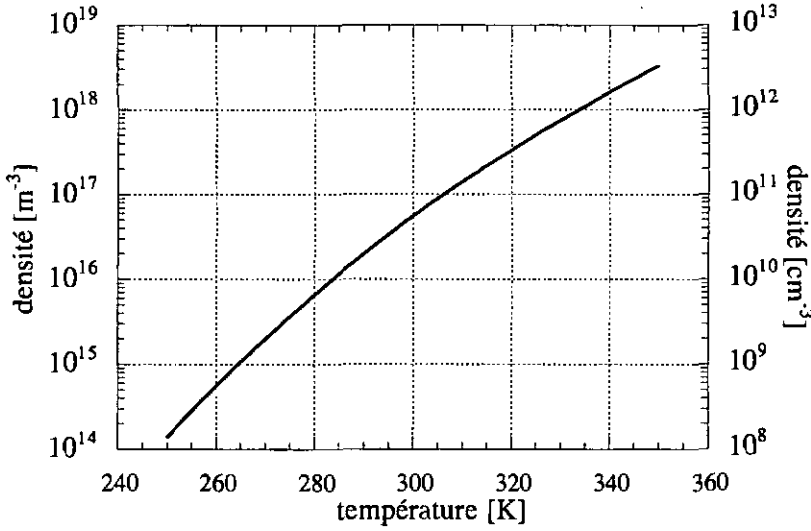


Figure 5.3: Densité de césium en fonction de la température d'après la formule (5.1)

La section efficace d'absorption d'un système à deux niveaux est donnée par

$$\sigma_0 = \frac{3}{2\pi} \lambda^2 \quad (5.3)$$

où λ est la longueur d'onde de la transition. S'il s'agit d'une transition entre états dégénérés, on peut montrer ([Cor77]) que (5.3) devient

$$\sigma_{FF'} = \frac{1}{3} \frac{l_F'}{l_F} \alpha_{F'F} \sigma_0 = \frac{1}{3} \frac{2F' + 1}{2F + 1} \alpha_{F'F} \frac{3\lambda^2}{2\pi} \quad (5.4)$$

avec $l_{F'}$ et l_F la multiplicité respectivement de l'état excité et de l'état fondamental et $\alpha_{F'F}$ le rapport de branchement entre les transitions hyperfines (cf. annexe A p. 177: $\alpha_{5'4} = 1$). Pour la transition $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5'\rangle$ on obtient

$$n^{\text{eff}} \sigma_{45'} = n_0 \frac{\Gamma}{\sqrt{\pi k \alpha}} 0.41 \frac{3\lambda^2}{2\pi} \quad (5.5)$$

Le graphique 5.4 montre I/I_0 en fonction de la densité pour une distance L fixe ($L = 0.4$ m).

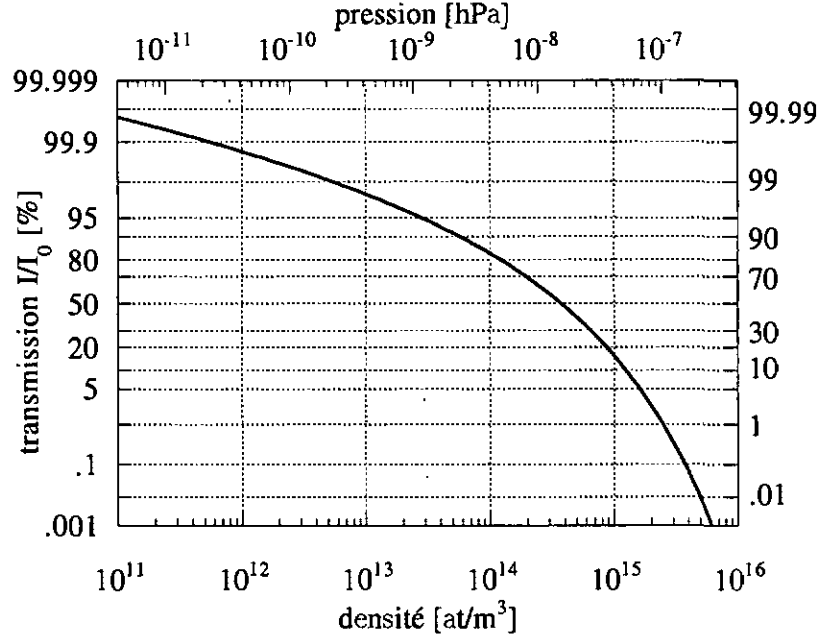


Figure 5.4: Transmission d'un laser de faible intensité accordé à la transition $|F = 4 \rightarrow |F' = 5' \rangle$ à travers 0.4 m de vapeur de césium

5.3 Gradient isotrope

Le gradient de champ magnétique utilisé pour notre première trappe magnéto-optique est de type anti-Helmholtz. Cette configuration est simple à mettre en œuvre et a été de ce fait fréquemment utilisée dès les premières expériences avec les trappes magnéto-optiques [RPC⁺87]. La figure 5.5 montre les différents paramètres géométriques de ce montage.

Deux bobines coaxiales de rayon a distantes de $2d$ parcourues par un même courant I de signe opposé. La composante z du champ magnétique sur l'axe commun z s'écrit

$$B_z(0, 0, z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2} \left\{ \left[a^2 + (z + d)^2 \right]^{-3/2} - \left[a^2 + (z - d)^2 \right]^{-3/2} \right\} \quad (5.6)$$

Nous nous intéressons au gradient du champ magnétique. Calculons sa troisième composante en dérivant (5.6) par rapport à z pour $x = y = 0$.

$$\frac{dB_z}{dz}(0, 0, z) = \frac{3}{2} \mu_0 I a^2 \left\{ \frac{(z - d)}{[a^2 + (z - d)^2]^{5/2}} - \frac{(z + d)}{[a^2 + (z + d)^2]^{5/2}} \right\} \quad (5.7)$$

A l'origine, là où les faisceaux laser vont se croiser pour ralentir les atomes, la composante z du gradient vaut

$$\frac{dB_z}{dz}(0, 0, 0) = -3\mu_0 I a^2 d [a^2 + d^2]^{-5/2}$$

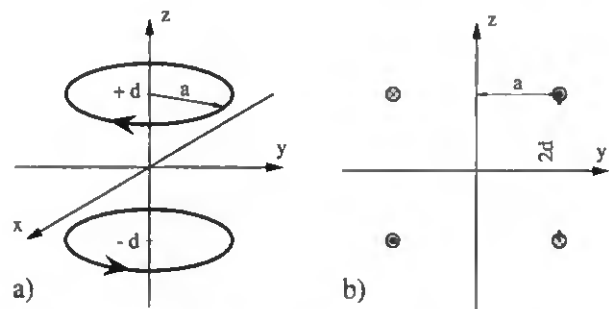


Figure 5.5: Schéma des bobines anti-Helmholtz telles qu'elles ont été utilisées pour la première trappe magnéto-optique. Dans notre montage, le rayon vaut $a = 25$ mm, les bobines sont placées en $z = -d$ et $+d$ respectivement.

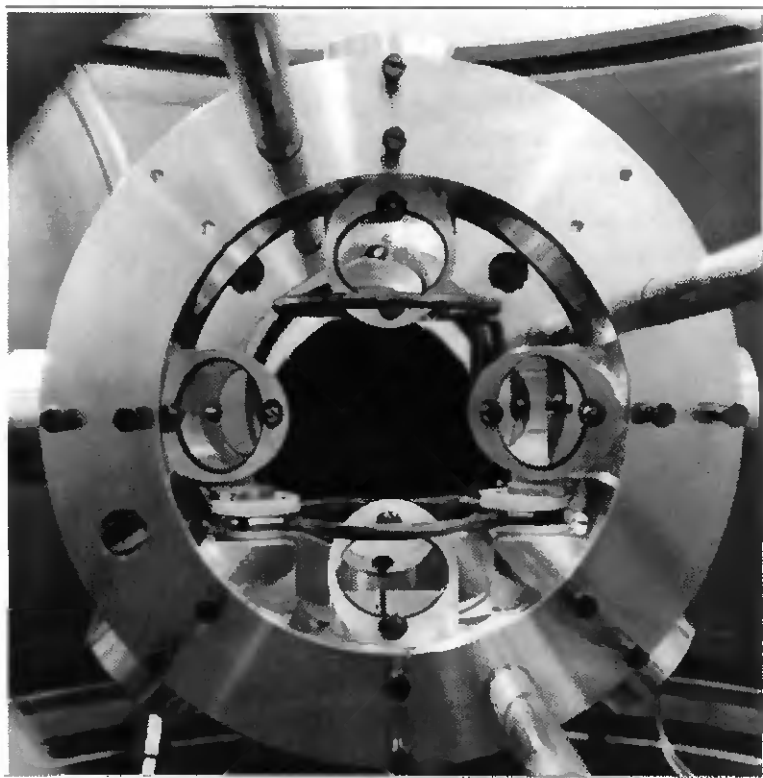


Figure 5.6: Photo de la première trappe magnéto-optique avec la structure anti-Helmholtz.

Par la symétrie de rotation autour de l'axe z et par la condition $\text{div} \vec{B} = 0$, on déduit que les composantes x et y du gradient valent la moitié de la composante z et sont de signe opposé

$$\frac{dB_x}{dx} = \frac{dB_y}{dy} = -\frac{1}{2} \frac{dB_z}{dz}$$

Position optimale

Le rapport entre le diamètre et la distance entre les bobines va déterminer la variation du gradient. Nous cherchons à obtenir un gradient aussi constant que possible près de l'origine. Par la symétrie de l'arrangement la première dérivée du gradient $\frac{d}{dz} \left(\frac{dB_z}{dz} \right)$ est nulle quel que soit le rapport a/d . Imposons dès lors que sa deuxième dérivée s'annule également.

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(\frac{dB_z}{dz} \right) (0, 0, 0) = 0$$

Ceci nous conduit à la condition:

$$\sqrt{3}a = 2d \quad (5.8)$$

La figure 5.7 montre la composante z du champ et du gradient en fonction de z pour $x = y = 0$. On voit qu'en respectant la condition (5.8) nous obtenons une bonne linéarité de la composante z du champ magnétique (un gradient constant) autour de l'origine.

Réalisation pratique

Pour notre structure, nous utilisons deux bobines formées chacune d'une seule spire. Les deux boucles sont reliées entre elles et ne peuvent pas être alimentées séparément. Afin de respecter $2d/a = \sqrt{3}$ le rayon des bobines est de $a = 25$ mm et leur distance est de $2d = 43$ mm. Le maximum de la composante z du gradient produit avec cette structure à l'origine est de 26 mT/m. Il est limité par la source de courant qui ne peut fournir que 20 A. Cependant, comme les conducteurs ne sont pas refroidis l'échauffement des fils constitue une autre limite pour le gradient et nous ne pouvons pas produire des champs beaucoup plus intenses avec ce montage. Une photo de la structure anti-Helmholtz se trouve à la page 85.

5.4 Gradient anisotrope

La configuration anti-Helmholtz décrite dans le paragraphe précédent permet d'étudier la capture d'atomes dans une trappe magnéto-optique. Elle n'est

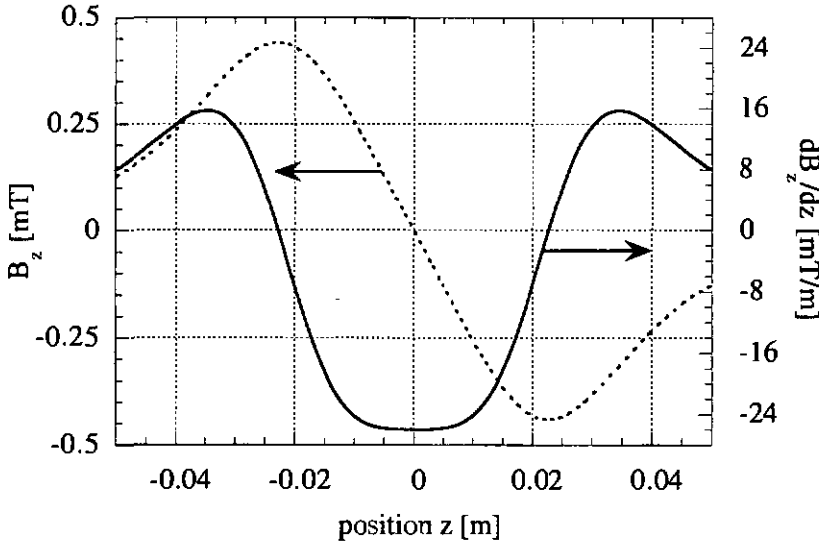


Figure 5.7: Composante z du champ magnétique (ligne pointillée) et du gradient (ligne pleine) sur l'axe de symétrie pour des paramètres de notre expérience: rayon des spires $a = 25$ mm, distance des spires $2d = 43$ mm, courant $I = 20$ A. Le gradient maximal à l'origine est alors de 26 mT/m.

par contre pas utilisable comme source d'un jet continu d'atomes froids. En effet, les atomes sont confinés dans un puits de potentiel tridimensionnel, ce qui rend leur extraction difficile. L'idée de base de la deuxième génération de trappe est d'appliquer des forces de confinement bidimensionnelles et uniquement des forces de ralentissement dans la troisième direction. En d'autres termes, nous cherchons à faire une trappe magnéto-optique dans le plan Oxy et une mélasse optique dans la direction z . Nous appelons cette configuration *gradient anisotrope*.

Une configuration similaire a été proposée par Riis *et al.* à Stanford [RWMC90] et Nellesen *et al.* à Bonn en Allemagne [NWE90]. L'équipe de Stanford préalente des atomes à partir d'un jet thermique. Ce jet lent est ensuite comprimé latéralement dans une trappe bidimensionnelle et ralenti dans une mélasse optique. L'approche de l'équipe de Bonn consiste à défléchir les atomes lents d'un jet thermique et à compresser le jet défléchi. Plus récemment, Yu. *et al.* [YDNP94] en France ont également entrepris des travaux de compression bidimensionnelle d'un jet thermique. Dans tous ces travaux on utilise un jet thermique comme source d'atomes et dans les trois cas, il s'agit d'une expérience pulsée. Dans notre montage, nous cherchons à charger la trappe bidimensionnelle à partir d'une vapeur et à en extraire les atomes d'une manière continue.

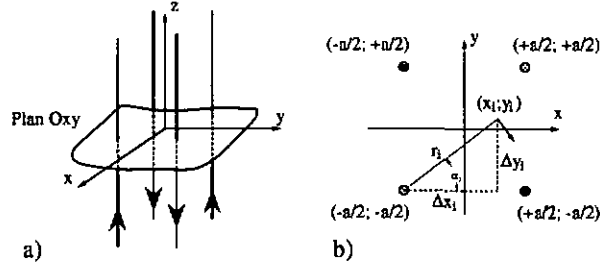


Figure 5.8: Schéma de la structure quadrupolaire telle qu'elle est utilisée dans la deuxième trappe magnéto-optique. Des fils supposés infinis sont placés aux sommets d'un carré de côté a centré à l'origine. Les plus proches voisins sont alimentés par des courants d'amplitude égale mais de signe opposé comme indiqué par les flèches.

Structure quadrupolaire

La structure quadrupolaire est un moyen simple de produire un gradient bidimensionnel. La figure 5.8 montre le schéma d'une telle structure utilisée pour produire le gradient dans le plan Oxy : quatre conducteurs rectilignes supposés pour l'instant de longueur infinie sont disposés sur un carré de côté a autour de l'axe z . La composante z du champ et du gradient est nulle pour tout z . Le champ $\vec{B}$ au point (x, y) est la somme des contributions des quatres fils:

$$\begin{aligned}\vec{B}(x, y) &= \sum_{i=1}^4 \vec{B}^i \\ B_y^i &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_i}{r_i(x, y)} \cos \alpha_i \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_i}{r_i^2} \Delta x_i\end{aligned}\quad (5.9)$$

avec Δx_i et Δy_i tels qu'ils sont définis dans la figure 5.8. Par la symétrie de l'arrangement, nous pouvons nous contenter d'évaluer une des composantes du champ magnétique, l'autre ayant un comportement analogue. Quant au gradient, nous savons que les composantes x et y sont égales et de signe opposé.

$$\text{div } \vec{B} = 0 \Rightarrow \frac{dB_x}{dx} = -\frac{dB_y}{dy}$$

En dérivant (5.9) par rapport à y , nous pouvons calculer les contributions à la composante y du gradient.

$$\frac{dB_y^i}{dy} = -\frac{\mu_0}{\pi} \frac{I_i}{r_i^4} \Delta x_i \Delta y_i \quad (5.10)$$

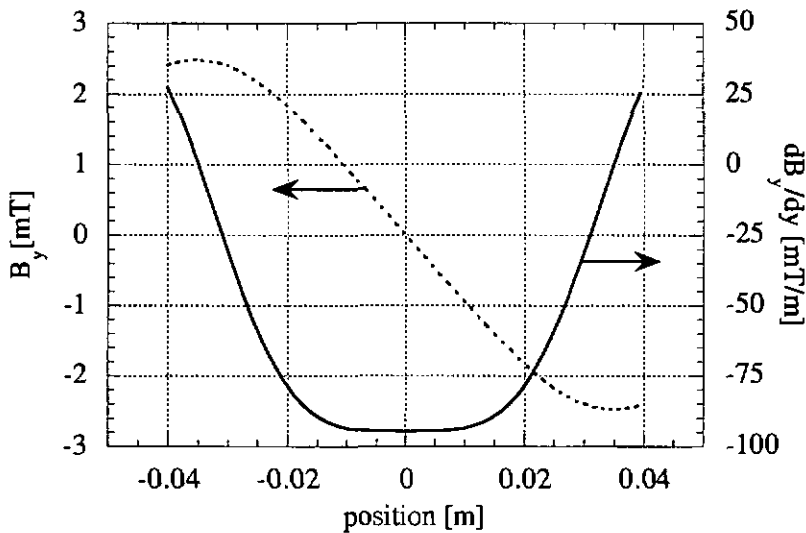


Figure 5.9: Composante y du champ magnétique (ligne pointillée) et du gradient (ligne pleine) pour des paramètres typiques de notre expérience: $a = 66$ mm, courant $I = 250$ A. Le gradient maximal que nous pouvons produire avec cette structure est de 90 mT/m environ.

La figure 5.9 montre la composante y du champ et du gradient d’une telle structure pour des valeurs typiques de notre montage à $x = 0$ ($a = 66$ mm, $I = 250$ A). Le comportement de cette composante est similaire au résultat de la structure anti-Helmholtz. La comparaison entre les figures 5.5b et 5.8b montre que les deux structures sont en effet très proches. Comme c’est déjà le cas pour la configuration anti-Helmholtz, le gradient ne varie que très peu sur un large domaine. La variation est plus petite que 1 % jusqu’à $y = 0.01$ m. Comme nous travaillons avec des faisceaux d’un diamètre de 15 mm, nous pouvons considérer le gradient comme constant.

Réalisation pratique

Deux structures quadrupolaires sont installées dans l’expérience (cf. figure 5.10). L’axe de la première structure est vertical (selon z). Les quatres fils sont disposés sur un carré de côté $a = 66$ mm centré à l’origine. Ce gradient a des composantes x et y . Une deuxième structure, indépendante de la première, a des conducteurs parallèles à l’axe y . Ces fils sont au sommet d’un rectangle (68 mm $\times$ 86 mm). La longueur des deux structures quadrupolaires est de 180 mm et la connexion entre les quatre fils d’une structure

se fait de sorte à minimiser les effet de bord. Le gradient de la deuxième structure n'a que des composantes selon x et z . Les courants relatifs dans les deux structures sont choisis de telle sorte que les composantes x des gradients aient le même signe et la même valeur. Si les deux structures sont alimentées, il en résulte un gradient similaire à celui qui est produit par une configuration anti-Helmholtz selon x . La figure 5.10 explique cette ressemblance: l'ensemble des deux structures forme deux "spires" avec des courants de signes opposés. Les photos de la page 91 montrent les deux structures quadrupolaires avant (figure 5.11) et après (figure 5.12) l'installation dans le système à vide. Sur la première photo, on distingue les connexions entre les fils rectilignes d'une structure quadrupolaire. Nous avons vérifié que les axes des deux structures étaient coplanaires. Cette condition est importante pour être sûr qu'il existe un point dans l'espace où toutes les composantes du champ magnétique s'annulent. Chaque quadrupôle est alimenté par une source de courant fort qui peut fournir jusqu'à 250 A. Pour évacuer la chaleur nous avons choisi des conducteurs creux, ce qui permet de faire circuler de l'eau à l'intérieur.

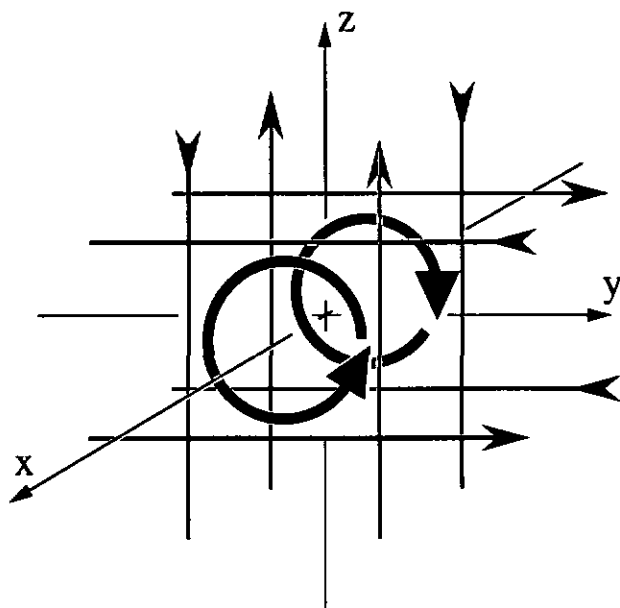


Figure 5.10: Les deux structures quadrupolaires formant ensemble un gradient similaire à celui qui est produit par des bobines anti-Helmholtz. Les cercles symbolisent les deux "spires" constituées chacune de quatre segments droits appartenant aux structures quadrupolaires. Notons que le sens de rotation dans les deux spires est opposé comme c'est le cas dans les bobines anti-Helmholtz.

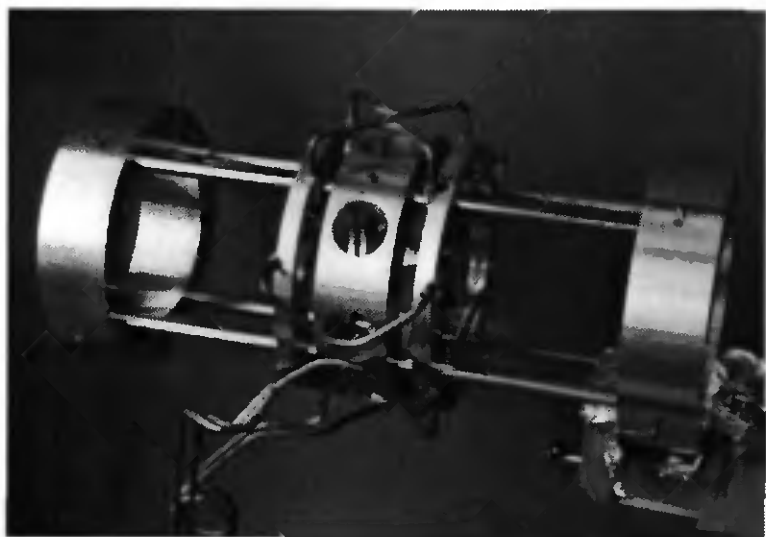


Figure 5.11: Photo des deux structures quadrupolaires avant l'installation dans la cloche à vide.

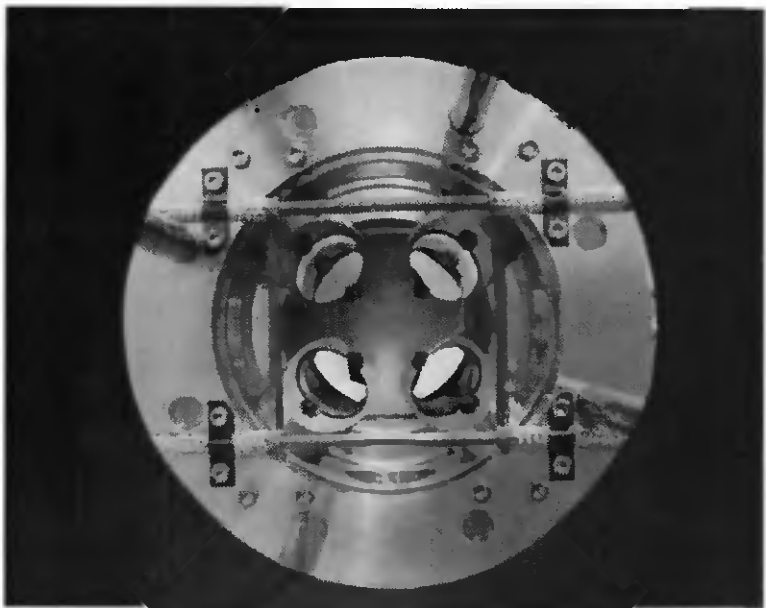


Figure 5.12: Photo des deux structures quadrupolaires installées dans la cloche à vide.

5.5 Montage optique

Le schéma de la page 93 donne une vue d'ensemble du montage optique. La préparation de la lumière est restée, à quelques détails près, la même dans les deux trappes réalisées.

Le point de départ du montage est le laser maître. Pour ce dernier nous utilisons une diode laser (STC LT50A-03U traitée antireflet) placée dans une cavité étendue pour réduire sa largeur spectrale (cf. paragraphe 3.5). A la sortie de la cavité étendue nous disposons typiquement de 15 mW de puissance totale ce qui correspond à environ 25% de la puissance émise par la diode. Le maître est asservi sur la transition $4 \rightarrow 5'$ avec un décalage $2\nu_{RF1}$ produit par un modulateur acousto-optique (AOM 1, Crystal Technology modèle 3080-122 et driver modèle 1080-FM-1) utilisé en double passage. La valeur typique de la radiofréquence injectée dans le modulateur est de $\nu_{RF1} = 70 - 80$ MHz. Nous verrons plus loin qu'en changeant cette valeur on peut ajuster le désaccord entre le laser et la résonance atomique. Une cellule à vapeur de césium nous sert de référence de fréquence optique. Elle est utilisée en absorption saturée comme nous l'avons décrit dans le paragraphe 3.3.1. La fréquence de sortie du maître ν_M est alors liée à $\nu_{45'}$ par:

$$\nu_M + 2\nu_{RF1} = \nu_{45'} \quad (5.11)$$

Le faisceau du laser maître est dirigé à travers un isolateur -60 dB (modèle Isowave I-80-U4) qui protège la diode des effets de *feedback*. La fréquence est une nouvelle fois décalée par un modulateur acousto-optique utilisé également en double-passage. Le faisceau ainsi préparé a une fréquence

$$\begin{aligned} \nu_E &= \nu_M + 2\nu_{RF2} \\ &= \nu_{45'} - 2(\nu_{RF1} - \nu_{RF2}) \\ &= \nu_{45'} - 2\Delta\nu_{AOM} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Cette structure donne la possibilité de contrôler la fréquence ν_E de la lumière en changeant la différence des radiofréquences injectées dans les deux modulateurs. La puissance totale à ce niveau est encore de quelques mW. Une lame de verre réfléchit quelques pourcents de ce faisceau dans la zone active du *laser esclave* qui se met à osciller à la même fréquence que le maître (cf. paragraphe 3.4). Nous estimons la puissance injectée à quelques dizaines de μ W. Le domaine d'accrochage (*locking range*) est d'environ 1.5 GHz; nous arrivons donc facilement à balayer tout le profil Doppler d'une transition $F = 4 \rightarrow F'$.

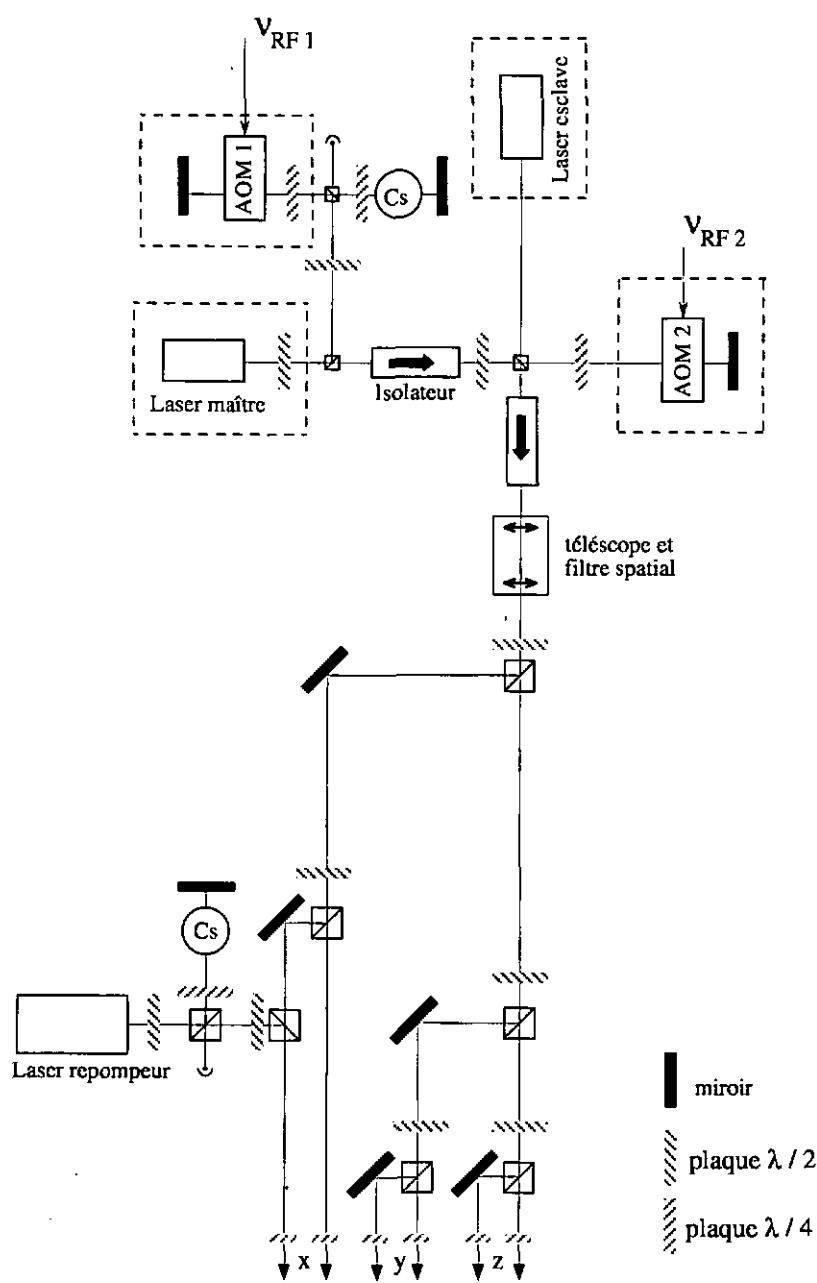


Figure 5.13: Schéma du montage optique.

A la sortie du laser esclave, nous disposons d'environ 70 – 80 mW de puissance totale. Dans notre montage, il n'y a pas de modulateur acousto-optique entre le laser esclave et le nuage d'atomes froids. Ce schéma a l'avantage de limiter les pertes (l'efficacité d'un modulateur acousto-optique en double passage est de l'ordre de 50%), mais n'autorise pas l'introduction d'un décalage de fréquence entre deux faisceaux de sens de propagation opposé. Nous utilisons un anamorphoseur (modèle Melles Griot 06 GPA 004) pour rendre le faisceau laser circulaire. Un télescope ($f_1 : f_2 = 20 \text{ mm} : 120 \text{ mm}$) agrandit le faisceau et sert en même temps de filtre spatial (*pinhole* de $25 \mu\text{m}$). A sa sortie le diamètre $1/e$ du faisceau est typiquement de 10 mm. La divergence du faisceau a été contrôlée à l'aide d'une *shear plate* et est inférieure à 0.2 mrad. Le faisceau est ensuite divisé en six parties indépendantes (trois faisceaux rétro-réfléchis pour la première trappe). Avant de pénétrer dans la cloche à vide, des lames $\lambda/4$ confèrent les polarisations circulaires requises. Notons encore que si pour la première trappe le faisceau z était vertical et les faisceaux x et y horizontaux, il n'y a plus d'onde de vecteur d'onde selon z dans la deuxième trappe. Les faisceaux y et z sont remplacés par deux paires de faisceaux à 45° par rapport à la verticale. Le faisceau x demeure horizontal.

Un laser supplémentaire (modèle SDL-DBR 5702 H1) — appelé *repompeur* — est asservi par absorption saturée sur la transition $3 \rightarrow 4'$. Son rôle est de ramener les atomes qui ont quitté accidentellement le cycle de refroidissement $4 \rightarrow 5'$. Nous reviendrons plus en détail sur le repompeur dans le paragraphe 8.5.4. Pour la plupart des expériences, il n'est mélangé qu'avec un des faisceaux se propageant selon x .

5.6 Mesure du nombre d'atomes

Pour visualiser les atomes piégés et pour en mesurer le nombre, nous disposons d'une caméra CCD. La mesure du nombre d'atomes dans la trappe est basée sur la détection de la lumière émise par les atomes. Le nombre de photons diffusés par atome et par unité de temps est proportionnel à la probabilité de trouver l'atome dans l'état excité. Celle-ci est donnée par la solution stationnaire des équations de Bloch (cf. annexe B, éq. (B.6)).

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle = \Gamma \frac{\beta}{1 + 2\beta + \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right)^2} \quad (5.13)$$

avec $\beta = I/I_{\text{sat}}$. Dans l'équation ci-dessus, nous n'avons tenu compte que d'un seul faisceau. En réalité les atomes sont irradiés par 6 faisceaux. Comme

la vitesse des atomes est très faible, le décalage dû à l'effet Doppler est le même pour tous les faisceaux. En sommant simplement les six intensités nous négligeons les effets d'interférence. L'équation (5.13) devient alors:

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle = \Gamma \frac{6\beta}{1 + 12\beta + \left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2} \quad (5.14)$$

La mesure de la puissance optique émise par le nuage froid donne donc accès au nombre d'atomes.

$$N_{\text{atomes}} = \frac{P_{\text{opt}}^{\text{det}}}{\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle \hbar \omega \frac{\Omega_D}{4\pi}} \quad (5.15)$$

Ici, $P_{\text{opt}}^{\text{det}}$ est la puissance reçue par la caméra CCD et Ω_D l'angle solide de détection ($\simeq 2.5 \cdot 10^{-3}$). Pour déduire $P_{\text{opt}}^{\text{det}}$ de l'image CCD, nous avons calibré la réponse de la caméra. Nous digitalisons la prise de vue et intégrons la puissance sur toute l'image.

Cette mesure du nombre d'atomes suppose que le nuage est optiquement mince de sorte que tous les photons émis dans la direction de la caméra puissent être détectés. Si le nuage est trop dense pour être considéré comme optiquement mince, les photons qui doivent traverser toute la trappe pour arriver au détecteur peuvent être diffusés sur leur chemin. En d'autres termes, le détecteur indique une puissance optique plus faible que celle effectivement émise par le nuage, ce qui conduit à une sous-estimation du nombre d'atomes.

Chapitre 6

Mesure de la température

6.1 Introduction

Un point important de la caractérisation d'une source d'atomes lents est la mesure de la température puisque c'est cette dernière qui définit la distribution de vitesse des atomes. Nous présentons dans ce chapitre deux méthodes différentes qui permettent de mesurer la température. D'une part le thermomètre basé sur le temps de vol (TOF) et d'autre part le thermomètre basé sur les franges de Ramsey (RFT). Le TOF utilise le fait que des atomes tombant sous l'effet de la gravité avec des vitesses initiales différentes arrivent à des moments distincts dans le plan de détection. Le signal du détecteur en fonction du temps peut alors renseigner sur la distribution de vitesse initiale dans la source. Le RFT nécessite une cavité Ramsey pour l'interrogation des atomes. La méthode est basée sur le fait que les franges de Ramsey dépendent du temps de transit dans les différentes régions de cette cavité. On déduit la distribution initiale en analysant ces franges.

A priori les deux méthodes sont applicables dans notre montage. Le TOF requiert une source atomique et une méthode de détection soit optique, soit à ionisation. Pour mettre en œuvre le RFT, il faut en plus une cavité de Ramsey qui permette de faire une transition horloge sur les atomes. Cette deuxième méthode est donc plus onéreuse.

Nous commençons par développer la distribution de vitesse des atomes qui arrivent sur le détecteur. A partir de là, nous calculons aisément le signal de temps de vol (6.2). La même distribution est ensuite utilisée pour pondérer le signal d'inversion de population dans le paragraphe 6.3.

6.2 Le temps de vol

6.2.1 Calcul du signal temps de vol

La méthode la plus utilisée en régime pulsé pour mesurer la température s'appelle *temps de vol* (*time of flight TOF*): on laisse tomber un nuage d'atomes — que l'on suppose initialement ponctuel — sous l'effet de la gravité. En raison de la distribution de vitesse, la taille du nuage augmente au cours de la chute et les atomes atteignent le plan du détecteur après un temps t qui dépend de leur vitesse initiale selon l'axe z . On déduit la distribution de vitesse initiale — et donc la température du nuage — à partir du signal temporel produit sur le détecteur.

Pour ce calcul nous classons les atomes selon la composante z de leur vitesse initiale. Pour cela les coordonnées cylindriques sont les plus adaptées. L'axe z pointe vers le haut, l'accélération terrestre a donc un signe négatif. Nous commençons par exprimer le nombre total d'atomes par unité de volume qui arrivent au niveau du détecteur.

$$\hat{n} = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{0z} \int_0^{v_{0r\max}} dv_{0r} \int_0^{2\pi} d\phi h(v_{0z}) h(v_{0r}) v_{0r} \quad (6.1)$$

où la fonction $h(v_i)$ est la distribution gaussienne des composantes de vitesse:

$$h(v_i) = \exp \left(-\frac{v_i^2}{\alpha^2} \right) \quad (6.2)$$

avec $\alpha^2 = \frac{2k_B T}{m}$. Deux atomes ayant une composante de vitesse différente selon z arriveront à des moments distincts sur le détecteur. Par tranche de vitesse dv_{0z} , il y aura $d\hat{n}$ atomes:

$$\begin{aligned} d\hat{n} &= \frac{n}{(\sqrt{\pi} \alpha)^3} \int_0^{v_{0r\max}} dv_{0r} h(v_{0z}) h(v_{0r}) v_{0r} dv_{0z} \\ &= \frac{n}{(\sqrt{\pi} \alpha)^3} e^{-\frac{v_{0z}^2}{\alpha^2}} \int_0^{v_{0r\max}} dv_{0r} e^{-\frac{v_{0r}^2}{\alpha^2}} v_{0r} dv_{0z} \\ &= \frac{n}{\sqrt{\pi} \alpha} e^{-\frac{v_{0z}^2}{\alpha^2}} \left[1 - e^{-\frac{v_{0r\max}^2}{\alpha^2}} \right] dv_{0z} \end{aligned} \quad (6.3)$$

La dimension finie du détecteur donne une troncature de ce signal. En effet, la formule ci-dessus donnerait le nombre d'atomes par unité de vitesse si on les détectait quelle que soit leur position radiale. Cette situation n'est pas réaliste: un atome qui, à cause de sa vitesse radiale, s'éloigne trop de l'axe z

du détecteur ne contribuera pas au signal. Nous cherchons donc à exprimer une condition sur la vitesse radiale en fonction de la taille du détecteur. Si la composante radiale de la vitesse dépasse une certaine valeur, l'atome s'écarte trop de l'axe vertical pendant le temps de chute pour être détecté. En d'autres termes, pour chaque temps de chute et donc pour chaque vitesse initiale v_{0z} , il existe une vitesse $v_{r_{\max}}$ au-delà de laquelle les atomes ne contribuent plus au signal. La condition pour $v_{r_{\max}}$ s'exprime:

$$v_r t(v_{0z}) \leq \frac{D}{2} \quad (6.4)$$

avec t le temps pour atteindre le détecteur qui est supposé circulaire et de diamètre D . Le temps de chute vaut:

$$t = \frac{-v_{0z} \pm \sqrt{v_{0z}^2 + 2gH}}{g} \quad (6.5)$$

Nous obtenons alors une condition pour $v_{r_{\max}}$ en fonction des paramètres géométriques et de la composante z de la vitesse initiale:

$$v_{r_{\max}} = -\frac{Dg}{2} \frac{1}{v_{0z} + \sqrt{v_{0z}^2 + 2gH}} \quad (6.6)$$

qui peut être introduite dans l'équation donnant le nombre d'atomes par unité de v_{0z} (équation (6.3))

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{n}}{dv_{0z}} &= \underbrace{\frac{n}{\sqrt{\pi}\alpha} \exp\left(-\frac{v_{0z}^2}{\alpha^2}\right)}_{\text{distribution}} \\ &\times \underbrace{\left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\alpha^2} \left(-\frac{Dg}{2} \frac{1}{v_{0z} + \sqrt{v_{0z}^2 + 2gH}}\right)^2\right)\right]}_{\text{troncature}} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Sous cette forme le résultat devient très compréhensible. Dans un gaz à température T la distribution des composantes de vitesse suit une loi gaussienne comme on la retrouve ici. Le fait qu'on observe la chute des atomes avec un détecteur de taille finie introduit une troncature dans cette distribution. Cette troncature s'exprime par le terme entre crochets dans la formule (6.7). Si on laisse tendre le diamètre du détecteur vers l'infini, on tient compte de tous les atomes et on doit retrouver la distribution gaussienne. Il est facile de vérifier que c'est bien le cas. Pour l'autre extrême, où le diamètre du détecteur est infiniment petit, aucun atome n'arrive sur le filament puisqu'une

vitesse latérale très faible suffit déjà pour le faire sortir de l'axe. Les deux termes sont visualisés dans la figure 6.1. De cette manière on met également un autre aspect en évidence: alors que la distribution d'une composante de vitesse est une gaussienne centrée à $v_0 = 0$, nous avons ici une fonction qui atteint son maximum pour $v_0 < 0$. La distribution effective a subi un décalage dû à la troncature. Pour rendre l'effet plus clair, nous présentons dans la figure 6.2 la distribution de la composante z de la vitesse initiale des atomes qui atteignent le détecteur pour une température très élevée ($T = 100$ mK).

A partir de la formule (6.7) il est facile de calculer le nombre d'atomes passant par unité de temps par un plan de référence Π qui se trouve à une distance fixe en dessous de la trappe. Il s'agit en fait simplement d'un changement de variable $v_{0z} \rightarrow t$:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{n}}{dt} &= \frac{d\tilde{n}}{dv_{0z}} \left| \frac{dv_{0z}}{dt} \right| \\ &= \frac{n}{\sqrt{\pi}\alpha} e^{-\frac{\left(\frac{H}{t} - \frac{g}{2}\right)^2}{\alpha^2}} \left[1 - e^{-\left(\frac{D}{2t\alpha}\right)^2} \right] \\ &\quad \times \left(\frac{H}{t^2} + \frac{g}{2} \right) \end{aligned} \quad (6.8)$$

Relation entre la largeur du signal et la température

Pour la pratique, il est utile d'avoir une formule simple qui permet de déduire rapidement la température du nuage d'atomes froids. Il est facile de se convaincre, qu'à faible température, la distribution de vitesse initiale n'est que faiblement perturbée par les effets de troncature. Le signal temporaire $d\tilde{n}/dt$ est donc une gaussienne centrée au temps correspondant à la durée de chute pour une vitesse initiale nulle. La pleine largeur à mi-hauteur (Δt) du signal temporaire peut être reliée à la vitesse caractéristique α de la distribution de vitesse initiale:

$$\Delta t = \frac{2 \alpha \sqrt{\ln 2}}{g} \quad (6.9)$$

La vitesse moyenne α est elle-même liée à la température T :

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{2 k_B T}{m_{Cs}} = \frac{\Delta t^2 g^2}{4 \ln 2} \\ T &= \Delta t^2 \frac{g^2 m_{Cs}}{8 k_B \ln 2} = \Delta t^2 \times 0.277 \frac{\text{K}}{\text{s}^2} \end{aligned} \quad (6.10)$$

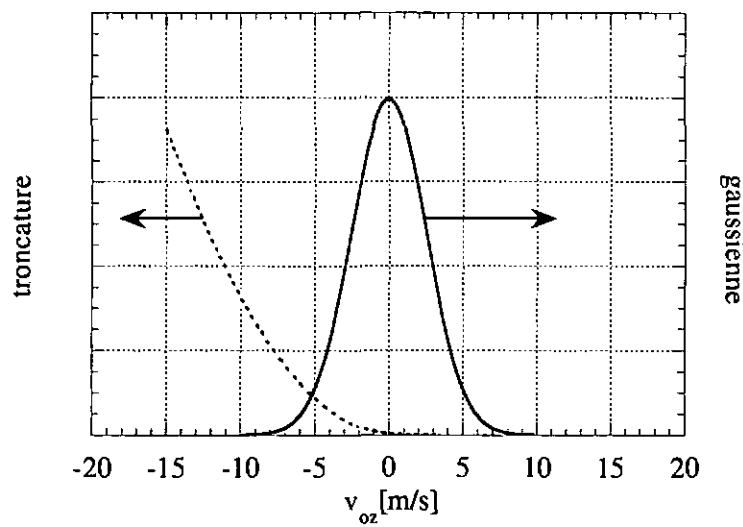


Figure 6.1: Les deux parties de l'équation (6.7). Pour mieux mettre en évidence l'effet de la troncature nous avons choisi une température très élevée pour ce graphe ($T = 100$ mK). La distance de chute H est de 25 cm

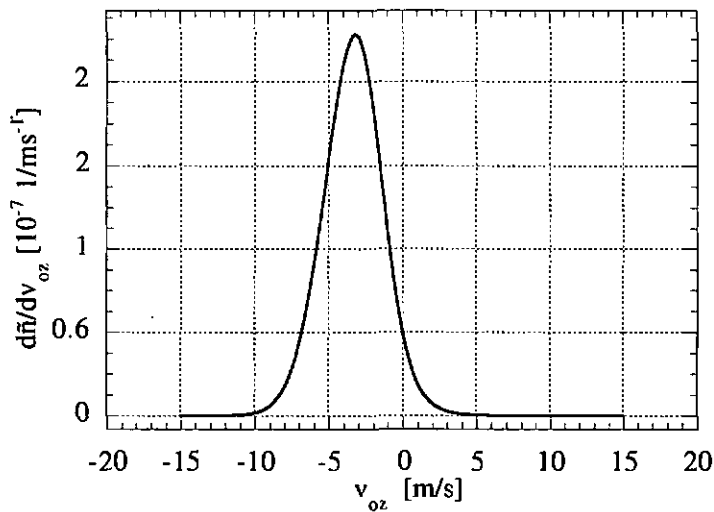


Figure 6.2: Décalage de la distribution de la composante z de la vitesse initiale. Les paramètres pour la simulation sont les mêmes que pour la figure précédente

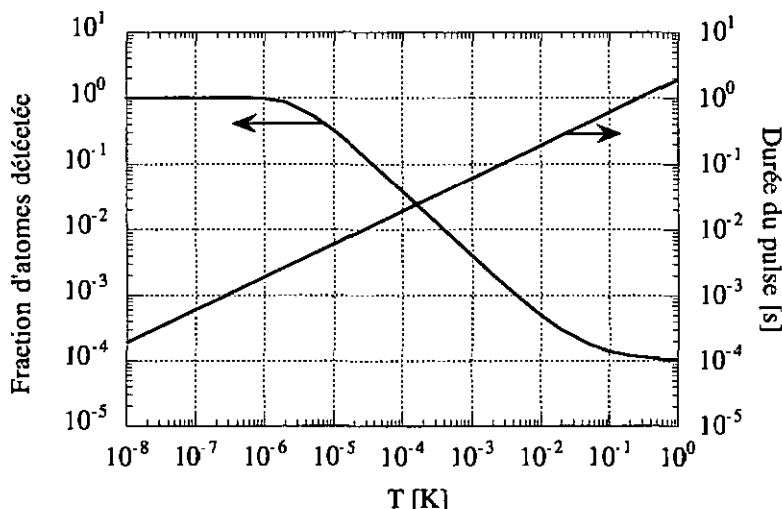


Figure 6.3: Fraction des atomes détectés et largeur à mi-hauteur du pulse en fonction de la température pour la géométrie de détection de notre expérience: hauteur de chute $H = 0.25$ m, diamètre du détecteur $D = 0.01$ m

Elargissement du signal

L'étendue du nuage initial ainsi que le diamètre du faisceau sonde élargissent le signal TOF et affecte de cette manière la mesure de la température. Nous voulons calculer l'erreur de mesure due à cet élargissement.

Traitions d'abord le cas d'un nuage ponctuel sondé par un faisceau de diamètre $1/e = 2\sigma_L$. Notons $L(t)$ la lumière diffusée par un atome tombant avec une vitesse initiale nulle à travers le faisceau sonde. Nous supposons que l'intensité de la sonde est faible pour pouvoir négliger les effets de saturation. La fonction $L(t)$ est alors une gaussienne centrée à $t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Le nombre d'atomes arrivant au plan de référence Π par unité de temps est noté $S(t)$ ($= \frac{dN}{dt}$ (cf. éq. (6.8)). Comme nous l'avons établi plus haut, $S(t)$ est également une gaussienne pour les paramètres habituels de notre expérience. Le signal mesuré par le photodétecteur au moment t est alors proportionnel à:

$$P(t) = \int_0^\infty L(t - t') S(t') dt' \quad (6.11)$$

On reconnaît le produit de convolution entre le profil du laser (plus précisément le profil temporel de la lumière de fluorescence émise par un atome

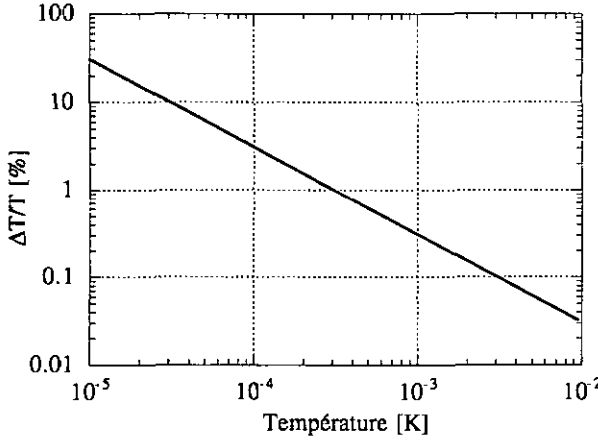


Figure 6.4: Erreur de mesure de température due au diamètre du faisceau laser sonde. Pour le calcul nous avons utilisé $2\sigma_L = 4$ ms.

passant à travers le faisceau sonde) et $S(t)$. Comme les deux facteurs du produit sont des fonctions gaussiennes d'écart quadratique σ_L et σ_S , le résultat $P(t)$ est encore une gaussienne d'écart:

$$\sigma^2 = \sigma_L^2 + \sigma_S^2 \quad (6.12)$$

Le temps de transit d'un atome dans le faisceau sonde est typiquement $2\sigma_L = 4$ ms alors que la largeur de la distribution de vitesse est plutôt de 15 ms (cf. figure 6.3). En partant de la formule (6.10) et en tenant compte de (6.12), on montre aisément que la température T' déduite de la largeur du signal TOF est liée à la vraie température T du nuage par:

$$T' = T + \sigma_L^2 \cdot 4 \ln 2 \cdot 0.2777 \frac{\text{K}}{\text{s}^2} \quad (6.13)$$

La figure 6.4 montre l'erreur relative $\Delta T/T$ dans un diagramme log - log. On voit qu'en dessus de $\sim 40 \mu\text{K}$, l'erreur de mesure est plus petite que 10 %. Pour faire des mesures plus précises à plus basse température, il faut diminuer σ_L , c.-à-d. travailler avec un faisceau plus petit.

Le raisonnement est analogue pour l'étendue du nuage initial. Nous pouvons dire en conclusion que pour la plupart des températures observées, l'erreur due à l'étendue du nuage initial et au diamètre du faisceau sonde reste relativement faible.

TOF calculés et estimations des signaux expérimentaux

En nous basant sur la formule $d\tilde{n}/dt$, nous voulons maintenant estimer le signal TOF. En intégrant numériquement (6.8) de 0 à l'infini, nous avons

accès à la fraction des atomes qui est détectée. Comme le montre la figure 6.3, cette partie des atomes varie en $1/T$ entre $1 \mu\text{K}$ et 10 mK pour la géométrie de notre expérience. En dehors de ces limites la fraction d'atomes détectée plafonne. Pour les températures très basses on détecte la totalité des atomes relâchés, pour $T > 1 \text{ K}$ on atteint la limite géométrique de la détection qui correspond à l'angle solide que représente le détecteur par rapport à la trappe.

$$\Omega_D = \frac{D^2}{16 H^2} = 9 \cdot 10^{-6} \quad (6.14)$$

La durée de l'impulsion — définie comme étant la largeur à mi-hauteur — varie comme $T^{1/2}$ et ne montre pas de plafond.

Calculons à présent le signal TOF pour une température typique de $T = 100 \mu\text{K}$. Dans le graphe 6.3 nous lisons que la durée du pulse est de $\Delta t = 20 \text{ ms}$ et que l'on détecte 4% des atomes capturés dans la trappe. La puissance moyenne déposée sur le détecteur se calcule par:

$$P_{\text{nuage}} = N_{\text{at}} \eta N_{\text{photons}} E_\nu \Omega_D \frac{1}{\Delta t} = 58 \text{ pW} \quad (6.15)$$

où

N_{at}	le nombre d'atomes relâchés de la trappe	$5 \cdot 10^7$
η	la fraction d'atomes détectée	$4 \cdot 10^{-2}$
N_{photon}	le nombre de photons émis par atome	4000
E_ν	énergie par photon	$2.3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Ω_D	angle solide de détection	$7.9 \cdot 10^{-3}/4\pi$
Δt	durée de l'impulsion	20 ms

Le laser sonde produit également de la fluorescence avec la vapeur de césium dont toute la cloche est remplie. Cette contribution au signal de la photodiode augmente le bruit de grenaille et réduit ainsi le rapport signal sur bruit. Pour des valeurs typiques de notre chaîne de détection ce bruit vaut:

$$\begin{aligned} i_{sh} &= \left(2 q I M^{2+x} \right)^{1/2} \\ &= 1.6 \text{ pA/Hz}^{1/2} \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$S/N = \frac{P_{\text{nuage}} \times 0.5 \text{ A/W} \times M}{i_{sh} \times \sqrt{\text{BW}}} \simeq 17$$

où nous avons utilisé

q	charge électronique	$1.60 \cdot 10^{-19}$ C
I	photocourant à $M = 1$	3.3 nA
M	gain de la photodiode à avalanche	30
α	excès de bruit dû à l'avalanche	0.3
BW	largeur de bande de détection	1 kHz

6.2.2 Réalisation du temps de vol

Montage pour mesurer le temps de vol

Pour les mesures TOF nous utilisons un laser en cavité étendue stabilisé sur la transition $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 5 \rangle$ par absorption saturée. Le diamètre du faisceau sonde est de 10 mm environ. A l'entrée de la cloche, nous avons la possibilité de mettre un cache pour travailler avec un pinceau de lumière plus plat. La puissance est ajustable et peut atteindre 20 mW. Afin d'éviter de pousser le nuage froid qui tombe à travers le faisceau, ce dernier est rétro-réfléchi. Le plan de détection se trouve ~ 28 cm en dessous de la trappe. La valeur exacte de la hauteur de chute peut être déduite de l'ajustement des signaux TOF. La lumière de fluorescence est collectée par une lentille de distance focale $f = 25.4$ mm qui se trouve à 25 cm du faisceau. Cette distance est imposée par l'enceinte à vide. L'angle solide de détection est ainsi très faible ($2 \cdot 10^{-3}/4\pi$). Comme détecteur nous utilisons une photodiode à avalanche (Hamamatsu S5460-01, $R_F = 10$ M Ω).

Obtention des signaux TOF

La séquence capture-mesure TOF est contrôlée par un microprocesseur spécialement programmé à cet effet. Avec ce dernier il est possible de faire basculer quatre sorties avec des retards variables par rapport à un trigger. Ces sorties pilotent respectivement les alimentations des gradients, un obturateur mécanique et le modulateur acousto-optique. Pour mesurer la température d'un nuage froid en mélasse, la séquence est illustrée par la figure 6.6: nous capturons des atomes dans une trappe magnéto-optique pendant environ 1 s à partir de t_1 . En coupant le gradient de champ magnétique (t_2), nous passons en mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$. Le courant des spires pour le gradient tombe en 10 ms. La phase suivante est la thermalisation pendant laquelle les faisceaux de refroidissement restent en place alors qu'il n'y a plus de gradient. Les atomes thermalisent leur vitesse en quelques dizaines de microsecondes mais il leur faut plusieurs dizaines de millisecondes pour thermaliser en position. Nous coupons finalement les faisceaux de refroidissement au niveau du pinhole du filtre spatial (cf. le montage optique à la page 93). Le temps de coupure est

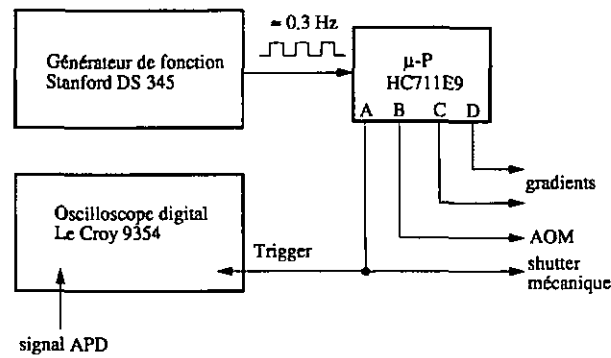


Figure 6.5: Schéma bloc du contrôle de la séquence capture - mesure TOF.

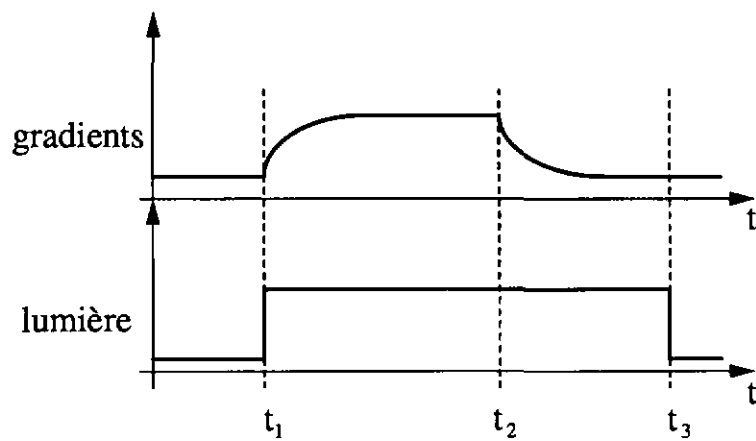


Figure 6.6: Séquence capture mesure TOF

inférieur à 50 μs . Le moment de coupure est le temps initial de la chute des atomes. A partir de cet instant, nous enregistrons le signal de la photodiode sur l'oscilloscope.

L'intervalle de temps $t_2 - t_1$ est choisi en fonction de la température que nous voulons mesurer: pour des mesures de températures de la mélasse $t_2 - t_1 \simeq 15$ ms. Nous nous sommes assurés que pour un intervalle supérieur à 15 ms la forme des signaux TOF ne changeait plus. Si $t_2 - t_1 = 0$, c.-à-d. si l'on coupe les gradients et la lumière de refroidissement en même temps, on mesure la distribution de vitesse dans la trappe. Assurons-nous que les forces dues au gradient magnétique tout seul ne perturbent pas de manière significative la distribution de vitesse des atomes. La formule de Breit-Rabi [VA89] donne le niveau d'énergie d'un atome dans l'état $|F = 4, m_F >$ placé dans un champ magnétique B . Dans notre cas, le champ magnétique dépend de la position: $B = b z$. La dérivée de ce potentiel par rapport à la position donne la force que subissent les atomes:

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{dE_m}{dz} \\ &= -g_I \mu_B m_F b \\ &\quad + \frac{1}{4} \left\{ 1 + \frac{4m_F}{2I+1} x + x^2 \right\}^{-1/2} \times \left\{ \frac{4m_F}{2I+1} + 2x \right\} \times \{(g_I + g_J)\mu_B b\} \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\text{avec } x = \frac{(g_I + g_J)\mu_B b z}{\hbar \omega_{Cs}} \quad (6.18)$$

et où $\hbar \omega_{Cs}$ est la séparation énergétique des deux niveaux hyperfins fondamentaux, g_I et g_J sont respectivement le rapport gyromagnétique nucléaire et électronique, I le spin nucléaire ($= 7/2$), μ_B le magnéton de Bohr et m_F la composante z du moment cinétique total. Pour nos valeurs de gradient et de champ magnétique, cette force ne dépend que faiblement de la position; en première approximation on peut écrire:

$$F(z) \simeq F(0) \simeq \frac{1}{4} g_J \mu_B b \frac{4m_F}{2I+1} \quad (6.19)$$

La force (6.19) agit sur les atomes entre l'extinction des faisceaux de refroidissement et la coupure du gradient. Pour estimer son influence, nous supposons qu'un gradient moyen $\bar{b} = 50$ mT/m est présent pendant le temps de coupure de 10 ms. Pour ces valeurs les atomes $m_F = 1$ sont accélérés de 0.5 cm/s.

Exemple d'un signal TOF

La figure 6.7 présente un exemple de signal TOF. Nous y montrons les valeurs

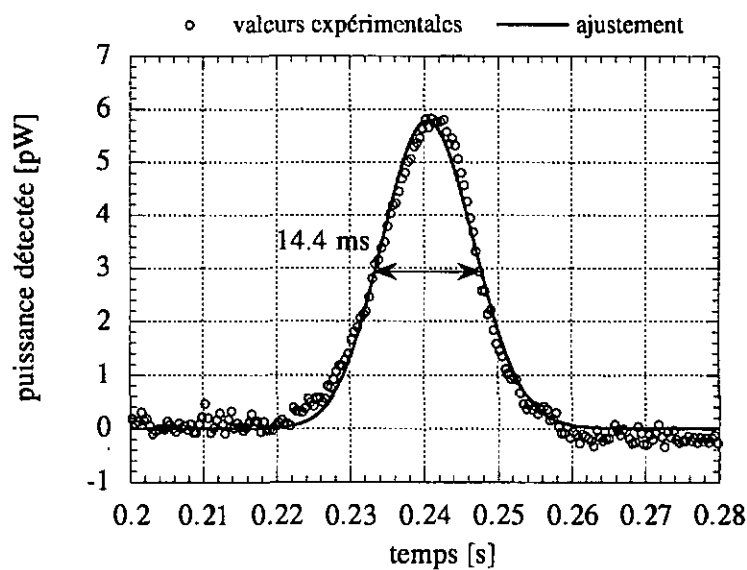


Figure 6.7: Exemple d'un signal temps de vol. Les cercles représentent les valeurs expérimentales, la courbe l'ajustement selon la formule (6.8). La température est de $58 \mu\text{K}$, le zéro de l'axe y est choisi arbitrairement. La hauteur de chute H , laissée en paramètre libre dans l'ajustement, est de $0.285 \pm 0.001 \text{ m}$

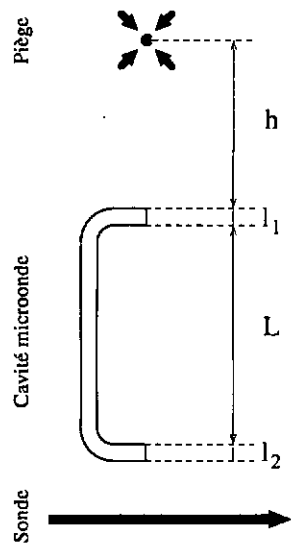


Figure 6.8: Définition des paramètres géométriques du montage expérimental pour la mesure de température basée sur les franges de Ramsey

expérimentales (cercles) et l’ajustement avec la formule (6.8). La température T , la hauteur de chute H ainsi que l’amplitude et la ligne de base sont laissées en paramètres libres pour l’ajustement. Grâce à cette technique nous disposons d’un outil pour la mesure de la température.

6.3 Analyse des franges de Ramsey

La mesure de la température par le temps de vol est basée sur un régime pulsé et ne peut pas être appliquée sans autre à un jet continu d’atomes froids. Une autre approche consiste à analyser les franges de Ramsey et à en déduire la distribution de vitesse des atomes qui ont traversé la cavité. Il est ainsi possible de connaître la température du jet. Dans ce paragraphe nous présentons cet outil d’analyse pour les jet continus.

La démarche est la suivante: nous partons de la formule donnant l’inversion de population pour un jet d’atomes monocinétique, en l’intégrant sur la distribution de vitesse initiale on obtient les franges de Ramsey que nous comptons observer. Nous étudions ensuite la sensibilité de ce thermomètre, en variant la distribution initiale.

Inversion de population

Pour connaître l’inversion de population d’un jet atomique traversant une cavité de Ramsey il faut résoudre les équations de Bloch pour une interaction

dipôle magnétique. La solution analytique pour le cas d'une cavité de type *E-bend* est donnée dans le paragraphe 2.3. Rappelons que la dans la solution la vitesse de l'atome n'intervient qu'à travers les temps de transit dans les deux bras de la cavité (T_1 et T_2) et le temps que l'atome passe entre les deux bras (T_L). Pour une géométrie de cavité donnée, ces temps dépendent de la composante z de la vitesse initiale des atomes.

Distribution de vitesse

La distribution de la composante z de la vitesse initiale des atomes tombant à travers la cavité est la même que celle que nous avons utilisée dans le paragraphe 6.2. Pour calculer le signal de Ramsey, il suffit de pondérer la formule de l'inversion de population pour un jet monocinétique $w_{\text{fin}}(v_0)$ (équation (2.16)) par cette distribution. Soit dN le nombre d'atomes ayant une composante de vitesse selon z comprise entre v_{0z} et $v_{0z} + dv_{0z}$, le signal total S_{total} s'écrit alors:

$$S_{\text{total}}(\delta) = \int_{v_{0z_{\text{min}}}}^{v_{0z_{\text{max}}}} w_{\text{fin}}(v_{0z}) \frac{dN}{dv_{0z}} dv_{0z} \quad (6.20)$$

Nous calculons S_{total} par intégration numérique.

Simulation des franges de Ramsey et discussion

Pour étudier la sensibilité de ce thermomètre nous simulons les franges de Ramsey selon la formule (6.20) pour différentes températures typiques de notre expérience. Nous présentons dans la figure 6.9 une comparaison entre une distribution avec une température $T = 50 \mu\text{K}$ et une distribution pour $T = 90 \mu\text{K}$. La puissance micro-onde est ajustée de sorte qu'elle produise un pulse π à désaccord zéro. La première région d'interaction est placée à $h = 0.1$ m sous la trappe. La distance entre les deux bras de la cavité vaut $L = 0.13$ m, chaque région d'interaction mesurant $l_1 = l_2 = 0.01$ m.

On constate que les deux figures de Ramsey sont totalement identiques comme s'il s'agissait de la même distribution de vitesse. Ce résultat peut se comprendre si on se souvient que l'inversion de population dépend des temps de transit T_1, T_2 et, pour la périodicité, surtout de T_L . Il est donc intéressant de connaître la distribution de vitesse au milieu de la cavité pour pouvoir en déduire la distribution de T_L . Connaissant la distribution de vitesse initiale, on calcule la distribution de vitesse à la distance verticale z . Nous notons cette nouvelle distribution de vitesse $\frac{dM}{du}$

$$\frac{dM}{du} = \frac{1}{\sqrt{\pi}\alpha} \exp\left[-\frac{u^2 - 2gz}{\alpha^2}\right] \frac{u}{\sqrt{u^2 - 2gz}} \quad (6.21)$$

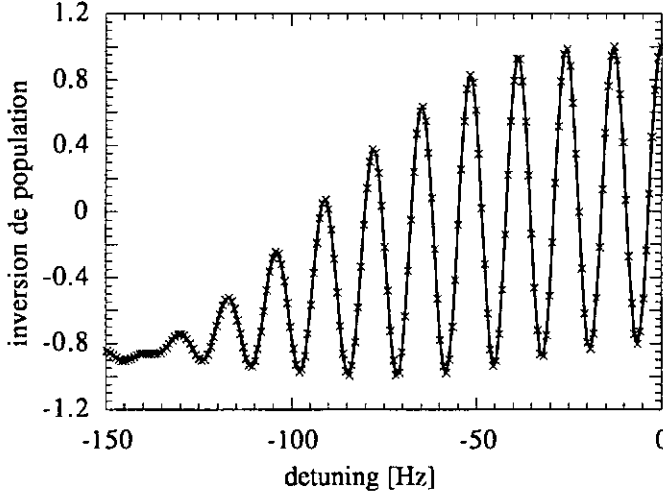


Figure 6.9: Comparaison entre deux distributions de vitesse correspondant à une température de $50 \mu\text{K}$ (ligne continue) et de $90 \mu\text{K}$ (croix). Les paramètres géométriques de la cavité sont: $h = 0.1 \text{ m}$, $l_1 = l_2 = 0.01 \text{ m}$, $L = 0.13 \text{ m}$

pour $u < -\sqrt{2gz}$. On remarque un repliement de la distribution de vitesse: alors que la distribution de vitesse initiale admettait des valeurs positives et négatives $dM/du = 0$ pour tout $u > -\sqrt{2gz}$; elle tend vers l'infini pour $u \rightarrow -\sqrt{2gz}$. Cette situation est illustrée dans la figure 6.10a: la courbe inférieure donne pour chaque vitesse initiale v_{0z} la vitesse des atomes à une distance de chute z fixe. La courbe supérieure représente la distribution de vitesse initiale. En combinant ces deux courbes, nous déduisons que la distribution de vitesse au point z sera très étroite. Dans la figure 6.10b, nous montrons $\frac{dM}{du}$ calculée pour une température de 1 mK . Cette figure confirme que d'une part la distribution est très étroite comparée à α (qui est la demi-largeur en $1/e$) et que d'autre part elle ne dépend que faiblement de la distribution de vitesse initiale. Le jet d'atomes peut donc être considéré comme monocinétique. On comprend alors pourquoi la mesure de température par l'analyse des franges de Ramsey est beaucoup moins sensible que le thermomètre basé sur le temps de vol et ne permet pas de résoudre des températures aussi basses que celles que nous produisons dans notre expérience.

6.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous présentons deux méthodes pour analyser la distribution de vitesse d'une source d'atomes froids.

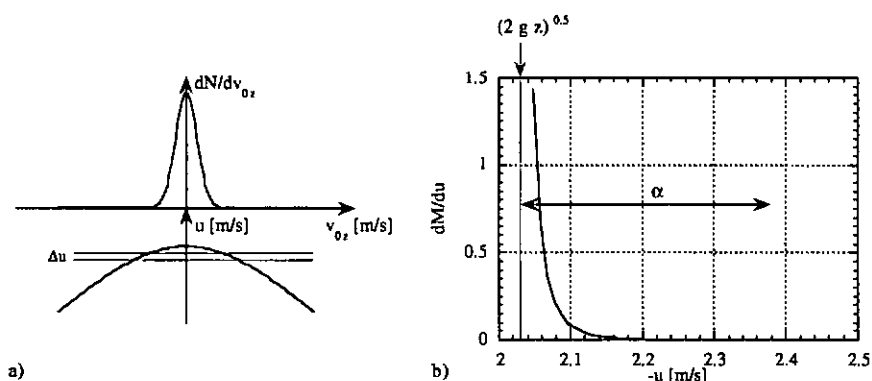


Figure 6.10: a) Illustration du “repliement” de la distribution de vitesse et b) comparaison de la largeur de la distribution de vitesse dM/du avec la largeur de la distribution initiale σ . La courbe a été calculée pour $T = 1$ mK, la distance de chute est de 0.2 m.

La première méthode — le temps de vol — est utilisée en régime pulsé: elle permet de mesurer les températures d’une mélasse aussi bien que celles d’une trappe magnéto-optique. Le rapport signal sur bruit relativement faible ($\simeq 17$ pour des paramètres typiques de notre expérience) peut être amélioré en moyennant la mesure sur plusieurs cycles. Cette méthode donne une bonne résolution en température et est facile à mettre en œuvre. Une relation simple permet de déduire rapidement la température du nuage initial à partir de la largeur du signal de temps de vol. L’erreur introduite par le diamètre du faisceau et l’étendue du nuage initial est négligeable pour des températures au-dessus d’environ $40 \mu\text{K}$. Le désavantage de cette méthode est de ne pas pouvoir mesurer les distributions de vitesse des atomes d’un jet continu.

La deuxième méthode — basée sur les franges de Ramsey — est étudiée comme outil d’analyse d’un jet continu. Sa mise en œuvre expérimentale est plus compliquée puisqu’elle nécessite, outre le détecteur (p. ex. le laser sonde comme pour le TOF), une cavité de Ramsey. Sur le plan théorique nous développons l’expression de l’inversion de population pour une distribution de vitesse. Cette expression se prête moins bien pour un ajustement car elle contient une intégration numérique qui alourdit le traitement. De plus, nous montrons qu’un tel thermomètre ne permet pas de résoudre les températures auxquelles nous travaillons. En effet, les distributions de vitesse initiales correspondant à des températures supérieures à $50 \mu\text{K}$ n’influencent que faiblement la distribution de temps de transit T_L dans la cavité et ne donnent de ce fait pas lieu à des franges de Ramsey différentes.

Chapitre 7

Le processus de capture

7.1 Introduction

Le nombre d'atomes contribuant au signal horloge dépend fortement de la charge de la trappe magnéto-optique et donc de l'efficacité de capture de cette dernière. Dans le but de comprendre et d'optimiser le processus de capture nous modélisons ce phénomène. Ceci nous donne la variation du nombre d'atomes en fonction des paramètres de refroidissement tels que le désaccord, l'intensité et le diamètre du laser ou encore le gradient du champ magnétique. Les développements de ce chapitre ont fait l'objet d'une publication [SDT95] à laquelle le texte qui suit se réfère.

Le calcul du nombre d'atomes peut se diviser en 3 étapes:

1. Etablir de l'évolution du nombre d'atomes dans la trappe (paragraphe 7.2)
2. Exprimer le nombre stationnaire d'atomes en fonction de la vitesse de capture (paragraphe 7.3)
3. Calculer de la vitesse de capture en résolvant l'équation de Newton (paragraphe 7.4 et 7.5)

Ce schéma reste le même quel que soit le modèle de l'interaction atome-rayonnement. La force régissant la capture peut par contre différencier deux modèles. Lindquist *et al.* [LSW92] ont présenté deux modèles (voir aussi Stephens *et al.* [SLW93]). Un premier — très simple — néglige totalement l'effet du champ magnétique et réduit l'atome à un système à deux niveaux. Le deuxième modèle, nettement plus compliqué, tient compte du champ quadrupolaire dans lequel l'atome évolue. La vitesse de capture est calculée pour différentes intensités. Une moyenne sur la surface du faisceau doit ensuite

permettre d'inclure le profil gaussien de l'intensité. Ce deuxième modèle prédit raisonnablement bien les relations entre le nombre d'atomes et les paramètres de refroidissement. Malheureusement les calculs numériques sont relativement lourds. Dans ce chapitre nous développons deux modèles unidimensionnels qui tiennent compte du champ magnétique. Ils se distinguent par l'hypothèse concernant le pompage Zeeman. Leurs prévisions sont confrontées à des mesures expérimentales (paragraphe 7.6).

7.2 Evolution du nombre d'atomes

Le nombre d'atomes dans la trappe magnéto-optique résulte d'un équilibre entre l'apport d'atomes par la capture et sa diminution par les pertes:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right) = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{capt}} - \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{perte}} \quad (7.1)$$

Une description détaillée des mécanismes de capture et des mécanismes responsables des pertes est donnée ci-dessous.

Pertes par collision avec des atomes chauds

La collision entre un atome chaud du gaz résiduel et un atome froid de la trappe conduit dans la plupart des cas à la perte de l'atome piégé. Ces pertes sont proportionnelles au nombre d'atomes présents dans la trappe, le facteur de proportionnalité étant le taux de collision γ_c . Nous pouvons écrire le taux de collision comme somme de termes correspondant aux différentes composantes du gaz résiduel dans l'enceinte à vide.

$$\gamma_c = \sum_i n_i \sigma_i \bar{v}_i \quad (7.2)$$

La densité de la composante i du gaz résiduel est notée n_i , σ_i indique la section efficace de collision avec les atomes de césium et $\bar{v}_i$ la vitesse relative des deux particules participant au choc. Comme la vitesse des atomes de la trappe est négligeable par rapport à la vitesse thermique des atomes, $\bar{v}_i$ est simplement la vitesse moyenne des atomes chauds.

Les pressions de travail (typiquement $P_{\text{tot}} < 10^{-8}$ hPa) et la composition du gaz résiduel (essentiellement du CO et du CO₂) nous permettent de négliger tous les termes de collision césium – non-césium. Le taux de collision se réduit alors à

$$\gamma_c = n_0 \bar{v}_{\text{Cs}} \sigma_{\text{Cs}}^c \quad (7.3)$$

Dans la littérature on trouve la section efficace de collision du césium $\sigma_{Cs}^c = 2 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$ [EFS47]. La vitesse moyenne des atomes de césium dans un gaz à température ambiante est donnée par [Rei85]:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_{Cs}}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \alpha \\ &= 219 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Autres pertes

Une autre source de pertes possible est la collision entre des atomes piégés. Ces collisions introduisent un terme non-linéaire $-\beta N^2$ dans l'équation d'évolution. Sesko *et al.* [SWM⁺89] ont observé de telles pertes. Leurs résultats indiquent que pour nos paramètres de travail (densités typiques de 10^{11} cm^{-3} et taux de collision $\gamma_c = 1 \text{ s}^{-1}$) nous pouvons négliger leur influence.

Le taux de capture

La trappe magnéto-optique offre l'avantage de pouvoir être chargée directement à partir d'une vapeur thermique; ceci simplifie considérablement le montage expérimental puisqu'aucun preralentissement des atomes n'est nécessaire.

Nous voulons maintenant calculer le taux de capture, c'est-à-dire le nombre d'atomes entrant dans la région d'interaction par unité de temps avec une vitesse suffisamment faible pour y être piégés. Par souci de simplicité nous supposons que le volume de capture est sphérique et que la trappe est parfaitement isotrope. Commençons par écrire le nombre d'atomes frappant un élément de surface dS par unité de temps et ayant une vitesse comprise entre v et $v + dv$:

$$dN = \underbrace{n_0 dS dt v}_1 \underbrace{f(v) dv v^2 \sin \theta d\theta d\phi}_2 \quad (7.5)$$

Le premier terme donne le nombre total d'atomes dans le petit volume $dS dt v$ (c.-à-d. ceux qui peuvent atteindre la surface en un temps dt), le deuxième donne la partie des atomes ayant une vitesse comprise entre v et $v + dv$. Le flux que nous cherchons est le nombre d'atomes ayant un module de vitesse inférieur à v_c . Par unité de surface ce dernier s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 N}{dt dS} &= \frac{d^2 \Phi}{dS} \\ &= \frac{n_0}{\pi^{3/2}} \left(\frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{v_c} \exp \left[-\frac{mv^2}{2k_B T} \right] v v^2 \sin \theta dv d\theta d\phi \end{aligned}$$

$$= \frac{n_0}{\pi^{3/2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{v_c} \exp\left[-\frac{v^2}{\alpha^2}\right] \frac{v^3}{\alpha^3} \sin\theta \, dv \, d\theta \, d\phi \quad (7.6)$$

Après intégration sur l'angle solide, on obtient pour le flux par unité de surface:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi}{dS} &= 2\pi \frac{n_0}{\pi^{3/2}} \int_0^{v_c} \exp\left[-\frac{v^2}{\alpha^2}\right] \frac{v^3}{\alpha^3} \, dv \\ &= \frac{n_0\alpha}{\sqrt{\pi}} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{v_c^2}{\alpha^2}\right] \left(\frac{v_c^2}{\alpha^2} + 1\right) \right\} \end{aligned} \quad (7.7)$$

Si v_c est petite par rapport à α ($= 194 \text{ ms}^{-1}$ à température ambiante), l'exponentielle peut être remplacée par les premiers termes de son développement limité ce qui permet d'écrire le flux par unité de surface

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi}{dS} &= \frac{n_0\alpha}{\sqrt{\pi}} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{v_c^2}{\alpha^2} + \frac{v_c^4}{2\alpha^4}\right) \left(\frac{v_c^2}{\alpha^2} + 1\right) \right\} + \mathcal{O}\left(\frac{v_c^6}{\alpha^6}\right) \\ &\simeq \frac{n_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{v_c^4}{\alpha^3} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Le volume de capture est assimilé à une sphère d'un diamètre d déterminé par la taille des faisceaux. Le flux d'atomes total s'obtient alors en multipliant (7.8) par la surface de cette sphère

$$\begin{aligned} R &= d^2\pi \frac{d^2\Phi}{dS} \\ &= d^2\pi \frac{n_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{v_c^4}{\alpha^3} \\ &= \frac{4n_0d^2}{\pi} \frac{v_c^4}{\bar{v}^3} \end{aligned} \quad (7.9)$$

Dans la dernière ligne nous avons remplacé α par $\bar{v}$ selon la formule (7.4).

Equation d'évolution

En mettant le taux de collision (7.3) et le taux de capture (7.9) dans l'équation (7.1) nous obtenons l'équation d'évolution du nombre d'atomes dans la trappe.

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= R - \gamma_c N \\ &= \frac{4n_0d^2}{\pi} \frac{v_c^4}{\bar{v}^3} - (n_0\sigma_{Cs}^e \bar{v}) N \end{aligned} \quad (7.10)$$

7.3 Etat stationnaire

La solution de l'équation d'évolution établie dans le paragraphe précédant donne le nombre d'atomes dans la trappe en fonction du temps:

$$N(t) = \frac{R}{\gamma_c} (1 - \exp[-\gamma_c t]) \quad (7.11)$$

Le nombre stationnaire dépend du rapport entre le taux de capture R et le taux de collision γ_c ($S = d^2 \pi$):

$$N_s = \frac{R}{\gamma_c} = \frac{4}{\pi^2} \frac{S}{\sigma_{Cs}^c} \frac{v_c^4}{\bar{v}^4} \quad (7.12)$$

Par contre, la constante de temps de l'évolution $\tau = 1/\gamma_c$ n'est sensible qu'aux pertes. Plus les pertes sont grandes, plus vite le régime stationnaire est atteint. Nous utilisons cette propriété dans le chapitre 8 (p. 135).

Remarques:

- Dans ce modèle, le nombre stationnaire d'atomes ne dépend pas de la pression partielle du césium. En effet, d'une part le taux de capture augmente linéairement avec n_0 (7.9), d'autre part les pertes varient également en n_0 (7.3). En changeant la pression partielle du césium on influence seulement le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire. Dans la pratique nous avons observé une légère influence de la pression partielle sur le nombre d'atomes piégés. Ceci peut traduire le fait que les collisions césium froid – non-césium chaud deviennent non-négligeables.
- Le nombre stationnaire d'atomes dans la trappe dépend de la vitesse de capture v_c à la puissance 4!

7.4 La force magnéto-optique

Nous venons de décrire le nombre d'atomes dans la trappe en fonction de la vitesse de capture v_c . La prochaine étape consiste donc à calculer cette vitesse. Pour cela, il faut résoudre l'équation de mouvement de l'atome entrant dans la région d'interaction, ce qui nécessite la connaissance des forces que subissent les atomes. Avant de passer à la dérivation de la force proprement dite, nous voulons décrire notre modèle de la capture. Les références à un système de coordonnées se rapportent à la description de la réalisation de la deuxième trappe, page 90.

Description de la situation

La situation que nous cherchons à modéliser est la capture par une trappe magnéto-optique formée de trois paires de faisceaux mutuellement orthogonaux, ayant tous une polarisation circulaire. Comme nous l'avons mentionné, la trappe est supposée parfaitement isotrope. Dans ce cas, l'atome sera soumis à la même force, quel que soit l'angle sous lequel il arrive dans la région d'interaction. Ceci nous permet de réduire le problème à une dimension. Nous tenons compte de l'étendue finie de l'intersection des trois paires de faisceaux en limitant l'action de la force à une région $-L/2 < x < L/2$.¹ Si la force magnéto-optique arrive à annuler la vitesse d'un atome à l'intérieur de cette région, la vitesse initiale de l'atome était en-dessous de la vitesse de capture. Pour ce calcul nous considérons uniquement les forces Doppler. Il faudra vérifier le bien-fondé de cette hypothèse avec les résultats. On sait que les forces sub-Doppler n'interviennent que pour des atomes très lents ($v \ll 1$ m/s). Si la vitesse de capture v_c est nettement au-delà de cette limite, la force Doppler décrit parfaitement l'interaction entre les faisceaux laser et les atomes pendant la majeure partie du refroidissement; les forces sub-Doppler n'intervenant alors que pour les atomes déjà piégés. Dans un modèle Doppler, on peut simplement sommer l'effet des deux faisceaux de direction de propagation opposée. Contrairement au modèle proposé par Lindquist *et al.* nous supposons que le champ magnétique est purement longitudinal. Ceci n'est vérifié que pour les atomes qui se meuvent sur l'axe z ainsi que pour les atomes du plan $(0yz)$ qui se dirigent exactement vers le centre de la trappe. Il s'agit donc là d'une simplification à garder en tête lors de la discussion des résultats.

Dérivation de la force

Partons de la force de pression de radiation exercée par un seul faisceau sur un système à deux niveaux (équ.(4.3)).

$$F(x, v) = \hbar k \Gamma \frac{\beta(x)}{1 + 2\beta'(x) + 4\delta_{\text{eff}}^2(x, v)} \quad (7.13)$$

Ici k est le vecteur d'onde de la lumière laser, $\beta = I/I_{\text{sat}}$ l'intensité normalisée et δ_{eff} le désaccord entre la fréquence laser et la résonance atomique en tenant compte des déplacements Doppler et Zeeman normalisés par rapport à Γ . L'effet des faisceaux latéraux est de réduire le taux de diffusion et ainsi de

¹Nous verrons plus loin de quelle manière on peut inclure l'effet des faisceaux transversaux.

diminuer la force exercée sur le système. Nous en tenons compte en ajoutant leur intensité dans le dénominateur de l'équation (7.13):

$$2\beta'(x) \rightarrow 2\beta \left\{ 2 + 4 \exp \left[-2 \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \right\} \quad (7.14)$$

Le premier terme dans l'accolade — le coefficient 2 — représente les deux faisceaux longitudinaux, le deuxième terme — l'exponentielle — tient compte des quatre faisceaux transverses. De cette manière nous rendons compte du fait que les faisceaux latéraux contribuent à l'élargissement radiatif sans pour autant augmenter la force exercée sur les atomes. Il s'agit là d'une approximation discutable, surtout au début du processus de capture lorsque l'atome est en résonance essentiellement avec un seul faisceau. Cependant, des tests nous ont montré que la manière dont nous traitons la présence des faisceaux latéraux conduisaient à de bons résultats. Une manière plus correcte d'inclure les faisceaux latéraux a été présentée par Sagna [Sag96] ou Dalibard [Dal86].

Modèle à trois niveaux

Dans un premier modèle, nous faisons l'hypothèse que, sous l'effet des ondes polarisées circulairement, l'atome est totalement pompé vers les sous-niveaux Zeeman $m_F = \pm 4$ de l'état fondamental. Les seules transitions qui interviennent dans l'expression de la force sont donc $|4, +4 \rangle \rightarrow |5, +5 \rangle$ et $|4, -4 \rangle \rightarrow |5, -5 \rangle$. On est ramené à une transition de type $J = 0 \rightarrow 1$ où le niveau $|1, 0 \rangle$ est découplé du rayonnement. L'atome se comporte comme un système à trois niveaux (cf. figure 7.1). La force prend alors l'expression suivante²:

$$F(x, v) = \hbar k \Gamma \beta \left[\frac{1}{1 + 4\beta \left\{ 1 + 2 \exp \left[-2 \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \right\} + 4\delta_{\text{eff}}^{+2}(x, v)} - \frac{1}{1 + 4\beta \left\{ 1 + 2 \exp \left[-2 \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \right\} + 4\delta_{\text{eff}}^{-2}(x, v)} \right] \quad (7.15)$$

$$\delta_{\text{eff}}^{\pm} = \frac{1}{\Gamma} \left(\Delta \mp kv \mp \frac{\mu_B b x}{\hbar} \right) \quad (7.16)$$

μ_B désigne le magnéton de Bohr et b le gradient magnétique.

²Pour les polarisations et les propagations voir figure 4.4, p. 75: σ^+ va vers $+x$, σ^- va vers $-x$.

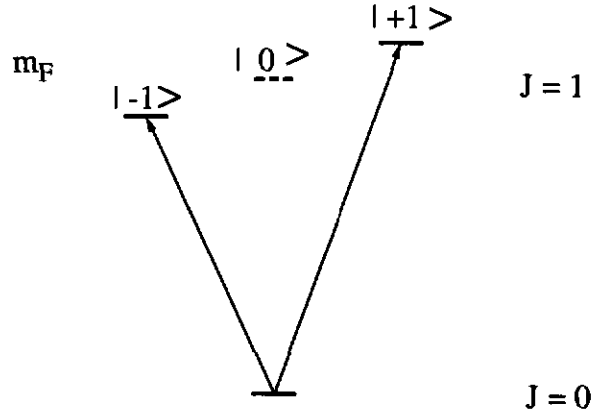


Figure 7.1: Transitions possibles sous l'hypothèse de pompage Zeeman complet. L'atome se réduit à un système à trois niveaux.

Modèle multiniveaux

Dans le deuxième modèle, nous supposons qu'il n'y a pas du tout de pompage Zeeman. Les différents sous-niveaux sont également peuplés. Cette hypothèse se justifie par deux observations. Premièrement, le champ magnétique change en direction et en amplitude le long de la trajectoire de la plupart des atomes. Les populations Zeeman s'égalisent dès lors par la précession de Larmor. Il faut comparer la précession de Larmor $\omega_{\text{Lar}} = \mu_B B \hbar^{-1} = \mu_B b x \hbar^{-1}$ ($\simeq 2\pi/300$ ns) avec le taux de pompage $\Gamma_p = 1/\tau_p$ ($\tau_p \simeq 3$ μs [TH89]). A l'exception du centre de la trappe, où le champ magnétique est très faible, la précession de Larmor est beaucoup plus grande que le taux de pompage ($\omega_{\text{Lar}} \gg \Gamma_p$). Ceci veut dire que les faisceaux laser n'ont pas le temps d'effectuer de pompage Zeeman. Deuxièmement, on peut invoquer la présence faisceaux latéraux. Le calcul du champ électrique complet en deux dimensions, comme il a été effectué par Hemmerich *et al.* [HWEH93], montre que, localement, la polarisation dévie fortement d'une polarisation circulaire. Il est donc légitime de supposer que les populations des neuf sous-niveaux fondamentaux sont toutes égales à $1/9$. La figure 7.2 illustre toutes les transitions possibles. L'expression de la force s'obtient alors en sommant les contributions de toutes les transitions σ^+ et σ^- possibles.

$$F(x, v) = \frac{1}{9} \hbar k \Gamma \sum_{m_g=-4}^4 \left[\frac{\beta_{m_g}^+}{1 + 4\beta_{m_g}^+ \left\{ 1 + 2 \exp \left[-2 \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \right\} + 4\delta_{m_g}^{+2}} - \frac{\beta_{m_g}^-}{1 + 4\beta_{m_g}^- \left\{ 1 + 2 \exp \left[-2 \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \right\} + 4\delta_{m_g}^{-2}} \right] \quad (7.17)$$

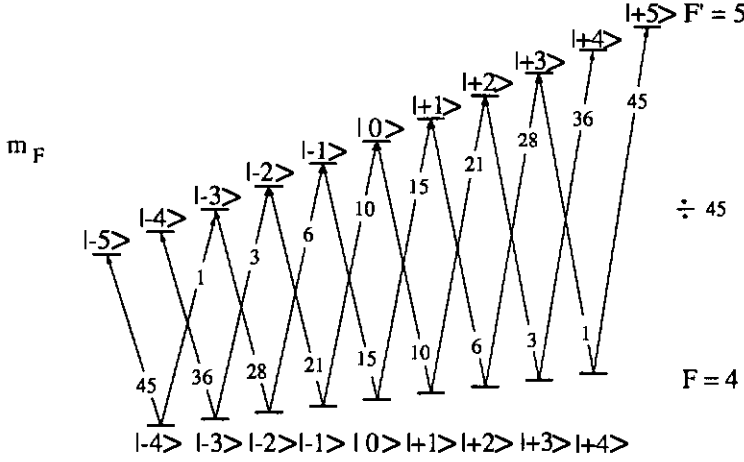


Figure 7.2: Transitions possibles sous l'hypothèse d'absence de pompage Zeeman. Tous les niveaux Zeeman sont également peuplés et toutes les transitions $\Delta m = \pm 1$ peuvent avoir lieu. Les chiffres sur les transitions donnent les forces d'oscillateur relatives (les carrés des coefficients de Clebsch-Gordan) $r_{m_g}^\pm$.

Ici $\beta_{m_g}^\pm$ est le paramètre de saturation de la transition $|F = 4, m_g\rangle \rightarrow |F' = 5, m_g \pm 1\rangle$ et $\delta_{m_g}^\pm(x, v)$ est le désaccord correspondant normalisé à Γ , g_e et g_g représentent les facteurs de Landé de l'état excité et de l'état fondamental:

$$\beta_{m_g}^\pm = \beta_4^\pm r_{m_g}^\pm \quad (7.18)$$

$$\delta_{m_g}^\pm(x, v) = \frac{1}{\Gamma} \left(\Delta \mp kv - \frac{\mu_B b x}{\hbar} ([m_g \pm 1] g_e - m_g g_g) \right) \quad (7.19)$$

7.5 Trajectoire des atomes

Connaissant la force exercée sur l'atome, il est maintenant possible de calculer l'évolution de la position d'un atome entrant dans la région de la trappe. Pour cela, il faut résoudre l'équation du mouvement $m\ddot{x} = F(x, v)$ avec la force donnée par (7.15) ou (7.17). La forme compliquée de cette force rend impossible la résolution analytique de l'équation de mouvement. De plus, sa non-linéarité ne permet pas un développement simple de l'expression de $F(x, v)$. Le seul recours est une résolution numérique. La meilleure manière de représenter l'évolution est la trajectoire dans l'espace de phase. Cette représentation donne également une bonne image de la vitesse de capture. Donnons quelques exemples de trajectoires dans l'espace de phase correspondant à différentes vitesses initiales. Pour les simulations nous avons choisi une zone d'interaction limitée à $-5 \text{ mm} \leq x \leq +5 \text{ mm}$. Les atomes arrivent de $x < 0$ avec une vitesse $v > 0$. Le désaccord du laser est fixé à $\Delta = -2\Gamma$,

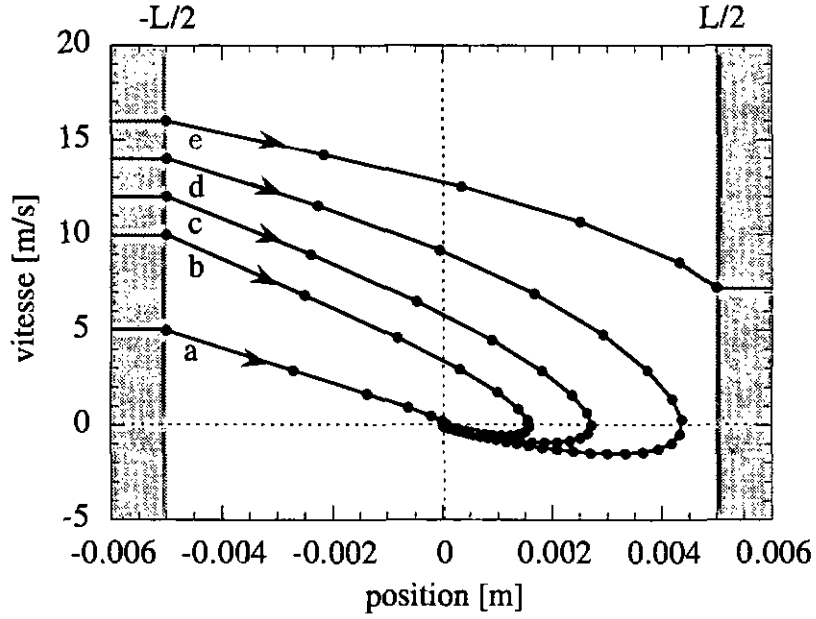


Figure 7.3: Exemples de trajectoires dans l'espace des phases. La région d'interaction est limitée à $-5 \text{ mm} < x < +5 \text{ mm}$. La force utilisée pour ces simulations dérive du modèle à trois niveaux. Les paramètres de refroidissement sont: désaccord $\Delta = -2\Gamma$, intensité $I = I_{\text{sat}}$, gradient $dB_x/dx = 100 \text{ mT/m}$.

l'intensité à $I = 2I_{\text{sat}}$, quant au gradient dB_x/dx il vaut 100 mT/m . Les simulations sont effectuées avec le modèle à trois niveaux. En dehors de la région d'interaction ($|x| > 5 \text{ mm}$) l'atome a un mouvement uniforme, les orbites sont horizontales. À l'intérieur de la zone d'interaction les atomes sont freinés, leur orbite s'éloigne de l'horizontale.

Nous pouvons distinguer deux types d'orbites: le premier type concerne les atomes dont la vitesse initiale est suffisamment faible pour qu'ils soient freinés et capturés à l'intérieur des faisceaux; les orbites correspondantes convergent vers $(x = 0; v = 0)$. La deuxième catégorie d'orbites représente les atomes qui entrent trop vite dans la trappe pour y être capturés (courbe e). La vitesse de l'atome diminue quand il traverse la trappe, mais n'atteint jamais zéro. Cette image rend la notion de vitesse de capture très intuitive et suggère une méthode de calcul pour l'estimer: la vitesse de capture est la vitesse initiale maximale d'un atome qu'une trappe arrive à annuler à l'intérieur de la zone d'interaction. Le cas limite pour un atome entrant à $x = -L/2$ est évidemment celui où la vitesse s'annule juste à $x = +L/2$. On en tire la méthode de calcul suivante: on se place dans l'espace des phases à $(x = +L/2; v = 0)$ et on remonte le temps pour savoir quelle vitesse l'atome avait à l'entrée en $x = -L/2$ pour les conditions de refroidissement données. L'avantage de cette méthode est le gain de temps de calcul, une

seule intégration à rebours de l'équation de mouvement suffit. Nous calculons ainsi la vitesse de capture en fonction du paramètre qui nous intéresse et déduisons ensuite le nombre stationnaire d'atomes piégés avec la formule (7.12). Les valeurs numériques de la vitesse de capture sont compatibles avec l'approche Doppler que nous avons choisie. En effet, la vitesse de capture pour les conditions de la figure 7.3 est nettement supérieure à celles où les processus sub-Doppler deviennent importants.

7.6 Résultats expérimentaux

Remarques préliminaires

Dans ce paragraphe, nous voulons confronter les prédictions des deux modèles avec les résultats expérimentaux. Le but des modèles n'est pas de prédire de manière absolue le nombre d'atomes pour différentes configurations, mais plutôt de connaître et de comprendre les dépendances des paramètres de refroidissement. Ainsi, dans tous les cas, les résultats du modèle sont multipliés par un facteur de normalisation afin de permettre une comparaison avec les valeurs expérimentales.

Tous les résultats expérimentaux représentés ici ont été obtenus avec la double structure quadrupolaire (cf. paragraphe 5.4, page 86ff). Les courants dans les deux structures ont été ajustés afin d'obtenir le gradient le plus proche de la situation anti-Helmholtz. Au centre, la composante x du gradient vaut 2 fois celle selon y et z .

$$-\frac{1}{2} \frac{dB_x}{dx} = \frac{dB_y}{dy} = \frac{dB_z}{dz} \quad (7.20)$$

Notre modèle unidimensionnel ne permet pas de traiter une telle anisotropie. Pour tenir compte des composantes inégales du gradient nous utilisons $\frac{2}{3} \frac{dB_x}{dx}$ comme valeur numérique dans les calculs théoriques.

Une dernière remarque concerne l'intensité lumineuse des faisceaux de refroidissement. Le profil spatial des faisceaux est gaussien avec un diamètre en $1/e^2$ de $L = 14$ mm. Les atomes qui se meuvent loin de l'axe du faisceau sont dès lors soumis à une intensité plus faible que ceux qui en sont proches. Afin de tenir compte de cette distribution de l'intensité à laquelle sont soumis les atomes nous mesurons la puissance totale du faisceau sur le diamètre L en $1/e^2$ ($P(r < L/2)$) et divisons le résultat par la surface de détection $L^2\pi/4$. Ceci donne la valeur numérique de l'intensité utilisée pour les simulations numériques:

$$\bar{I} = \frac{P(r < L/2)}{L^2\pi/4} \quad (7.21)$$



Figure 7.4: Photo d'un nuage d'atomes froids. Gradient: $dB_x/dx = 150 \text{ mT/m}$, $I = 1.5 I_{\text{sat}}$, $\Delta = -2\Gamma$.

Photo du nuage

En figure 7.4 nous montrons une image d'un nuage d'atomes froids. La photo a été prise avec un film sensible à la lumière infrarouge (Kodak High Speed Infrared Film; $f/16$, $1/3''$) le long de l'axe y . Le gradient est de $dB_x/dx = 150 \text{ mT/m}$, l'intensité des faisceaux de refroidissement $\simeq 1.5 I_{\text{sat}}$ par faisceau, le désaccord vaut environ -2Γ .

Le nuage d'atomes froids apparaît comme boule lumineuse au centre de l'image. Au premier plan on reconnaît également les connexions entre les quatres fils formant la structure quadrupolaire horizontale (cf. photo 5.11 p. 91). Comme nous le verrons dans la suite, il y a environ $10^7 - 10^8$ atomes piégés dans la trappe. La température du nuage est typiquement de $50 - 100 \mu\text{K}$.

Nombre d'atomes en fonction du désaccord

Commençons la présentation des résultats par le nombre d'atomes en fonction du désaccord Δ entre la fréquence atomique et le laser. La figure 7.5 montre cette dépendance pour différents gradients de champ magnétique. Le diamètre des faisceaux ainsi que leur intensité ($1.8 I_{\text{sat}}$) sont maintenus constants pour toutes ces mesures.

On constate tout d'abord que le nombre maximal d'atomes trappés varie avec le gradient. Il augmente avec le gradient quand celui-ci est faible ($dB_x/dx < 100 \text{ mT/m}$), passe par un maximum et décroît si le gradient devient encore

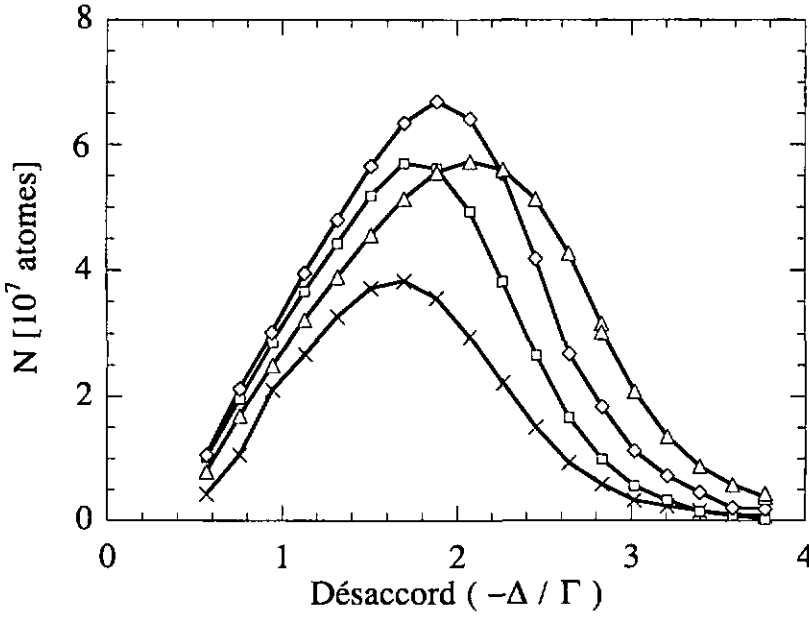


Figure 7.5: Nombre d'atomes piégés en fonction du désaccord Δ pour différents gradients de champ magnétique. Pour guider l'œil les points de mesure sont reliés entre eux. (Δ) $dB_x/dx = 140 \text{ mT/m}$, ($\diamond$) 100 mT/m , ($\square$) 80 mT/m et ($\times$) 60 mT/m . L'intensité est de $1.8 I_{\text{sat}}$ par faisceau, leur diamètre en $1/e^2$ est de 14 mm

plus grand. Nous reviendrons sur ce point plus loin. Une deuxième remarque concerne le désaccord Δ_{opt} qui maximise le nombre d'atomes. Celui-ci augmente si le gradient croît. Dans la gamme de gradients étudiée la position du désaccord optimal se situe entre -1.6Γ et -2.2Γ . Ce déplacement du désaccord optimal peut se comprendre intuitivement si on regarde la séparation entre niveaux fondamental et excité à une distance fixe du centre de la trappe (cf. figure 7.6): si le gradient vaut b_1 il faut que le laser soit désaccordé de Δ' pour qu'il soit à résonance à cet endroit. Si on utilise maintenant un gradient b_2 ($> b_1$), la pulsation de résonance ω_L'' est plus petite que ω_L' . A la même

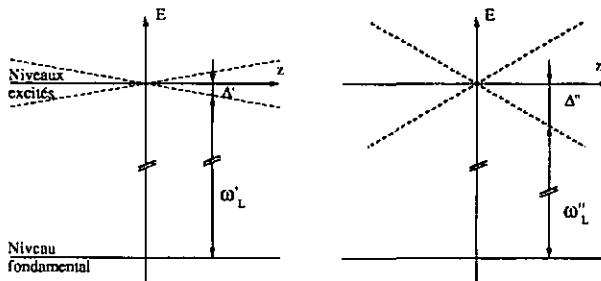


Figure 7.6: Niveaux énergétiques pour deux gradients de champ magnétique b_1 et b_2 différents.

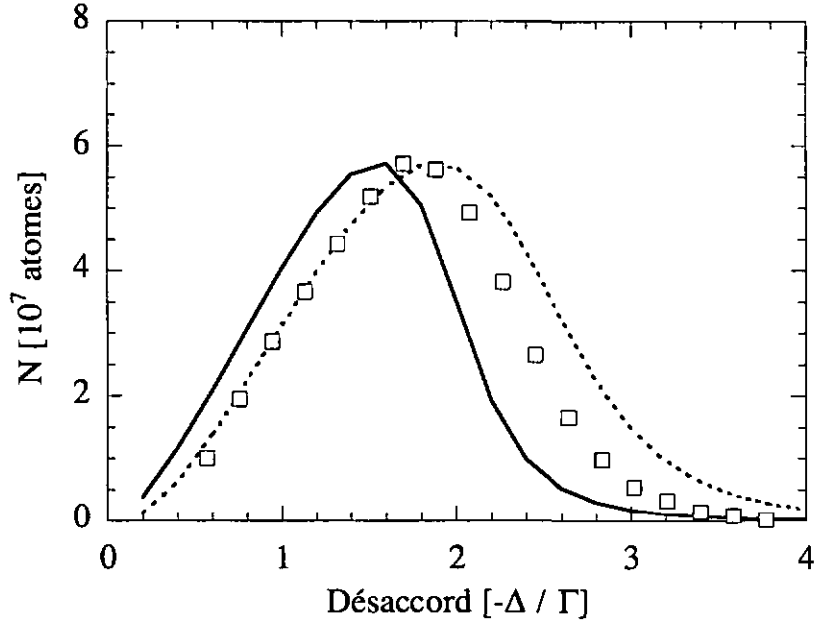


Figure 7.7: Comparaison entre les prédictions des deux modèles théoriques et les données expérimentales. La ligne continue représente la prédiction du modèle multiniveaux, la ligne pointillée celle du modèle à trois niveaux. Les données expérimentales ont été obtenues avec un gradient $dB_x/dx = 80$ mT/m, une intensité de $1.8 I_{\text{sat}}$ et un diamètre en $1/e^2$ de 14 mm. Le facteur de normalisation du modèle multiniveaux est 2.0, pour le modèle à trois niveaux le facteur de normalisation vaut 1.16

distance du centre de la trappe le laser doit alors être désaccordé de Δ'' pour être à résonance.

Comparons ces résultats expérimentaux avec les prévisions théoriques des modèles. Dans la figure 7.7, nous montrons les données expérimentales obtenues pour un gradient de 80 mT/m et les prédictions des deux modèles. Le facteur de normalisation du modèle multiniveaux (modèle à trois niveaux) est 2.0 (1.16). Les deux modèles décrivent relativement bien le comportement du nombre d'atomes en fonction du désaccord. Sur la base de cette dépendance, il est difficile de donner une préférence à l'un des deux modèles. Compte tenu des hypothèses simplificatrices, le meilleur facteur de normalisation du modèle à trois niveaux est fortuit et ne peut servir d'indice. Remarquons aussi qu'à faible gradient, la théorie à trois niveaux décrit mieux les observations expérimentales alors qu'à gradient plus fort, l'accord qualitatif avec le modèle multiniveaux est meilleur.

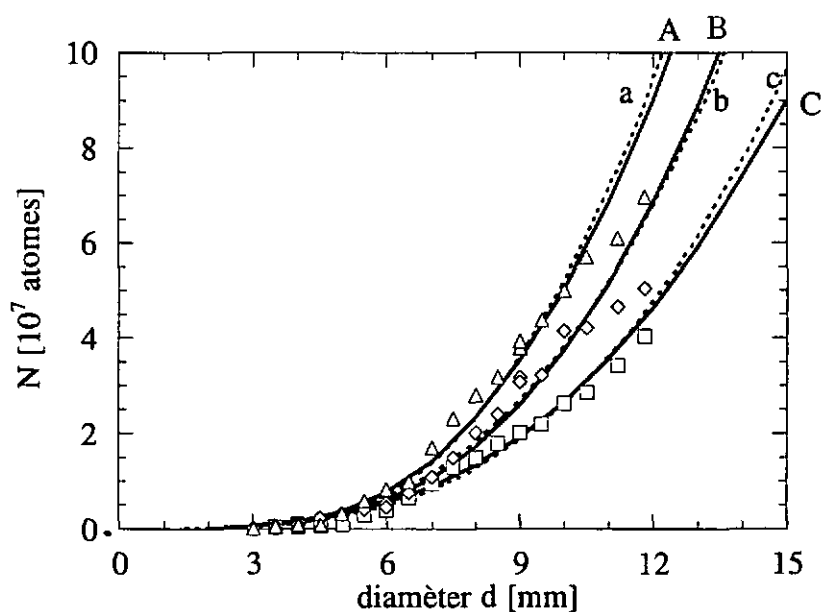
	Gradient [mT/m]		
	40	60	12
Modèle à trois niveaux	3.2	3.4	(4.6)
Modèle multiniveaux	3.0	3.5	(3.7)
Données expérimentales	4.2	4.2	4.45

Tableau 7.1: Puissance y d'un ajustement d'une courbe de la forme $N_s = A d^y$ sur les résultats théoriques et expérimentaux. Les parenthèses autour d'une valeur indiquent que l'ajustement ne converge pas de manière satisfaisante.

Nombre d'atomes en fonction du diamètre des faisceaux

Une autre dépendance à étudier est le nombre d'atomes piégés en fonction du diamètre des faisceaux de refroidissement. Pour changer ce diamètre nous plaçons un diaphragme à la sortie du télescope (cf. schéma du montage optique page 93). La limitation des faisceaux se faisant avant leur séparation, tous les rayons lumineux ont automatiquement le même diamètre. Notons qu'en changeant le diamètre des faisceaux par un diaphragme, nous tronquons simplement le profil gaussien sans modifier sa largeur $1/e^2$. Pour les simulations numériques, cela signifie qu'il faut également laisser le diamètre $1/e^2$ inchangé et réduire uniquement la zone d'interaction.

La figure 7.8 montre le nombre d'atomes obtenu en fonction du diamètre pour différents gradients. Les deux modèles — représentés par les courbes — se comportent de manière très semblable et suivent de près les résultats expérimentaux. Là encore, il est impossible de discriminer un modèle par rapport à l'autre. De cette figure, retenons simplement la forte variation du nombre d'atomes en fonction du diamètre des faisceaux. Cette forte dépendance est contenue dans l'équation (7.12): en augmentant le diamètre des faisceaux on accroît la surface de la sphère ($S = d^2 \pi$). En plus, on modifie la vitesse de capture qui entre à la puissance 4 dans le calcul du nombre d'atomes piégés. Si nous supposons que la force exercée sur un atome est constante à travers la trappe, la vitesse de capture v_c varie avec la racine du diamètre des faisceaux. Combiné avec l'augmentation de S , cela donne un nombre d'atomes N_s qui varie en d^4 . L'hypothèse de force constante n'est certes pas vérifiée expérimentalement, et cela d'autant moins que le diamètre des faisceaux est grand. Le tableau 7.1 donne la puissance y d'un ajustement d'une courbe de la forme $N_s = A d^y$ sur les données expérimentales et théoriques. Les valeurs entre parenthèses signifient que l'ajustement ne converge pas de manière satisfaisante.



	A(a)	B(b)	C(c)
Données expérimentales	$\triangle$	$\diamond$	$\square$
dB_x/dx [mT/m]	120	60	40
Facteur de normalisation	1.67 (0.98)	1.45 (0.85)	0.82 (0.65)

Figure 7.8: Nombre d'atomes piégés en fonction du diamètre des faisceaux de refroidissement. Le diamètre $1/e^2$ du profil gaussien est de 14 mm pour toutes les mesures. Les valeurs de l'axe horizontal du graphe se réfèrent au diamètre auquel le profil gaussien est tronqué.

Nombre d'atomes en fonction de l'intensité

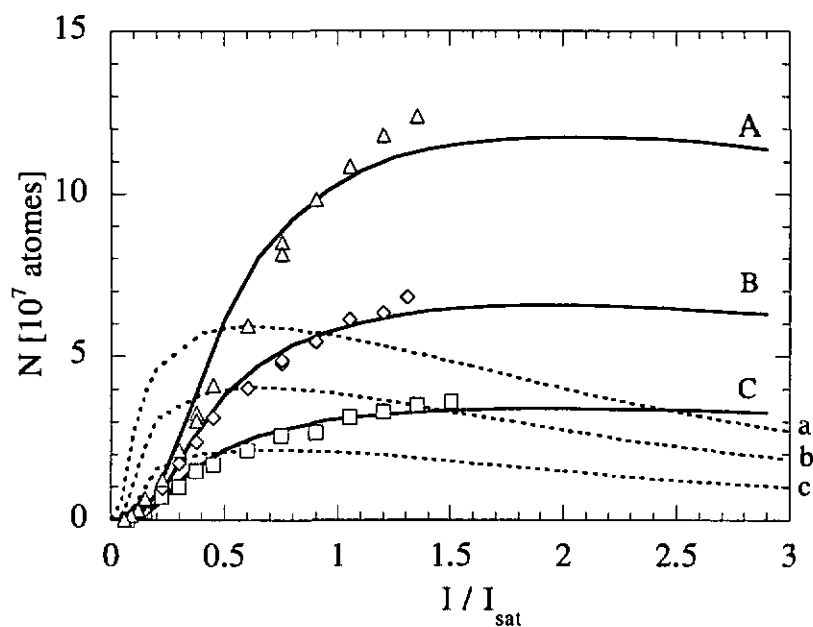
Étudions aussi comment l'intensité des faisceaux de refroidissement influence le nombre d'atomes piégés. La figure 7.9 résume les résultats pour différents gradients de champ magnétique. Les symboles représentent les valeurs expérimentales, les courbes indiquent les prévisions du modèle à trois niveaux (pointillé avec étiquette en minuscule) et du modèle multiniveaux (traits continus avec étiquette en majuscule). Nous avons déjà vu que le désaccord optimal dépendait du gradient de champ magnétique. Pour maximiser le nombre d'atomes, le désaccord est ajusté pour chaque gradient. Les paramètres utilisés sont indiqués dans la légende de la figure.

Apparemment le modèle à trois niveaux ne parvient pas à décrire la dépendance entre le nombre d'atomes et l'intensité de refroidissement. Par contre, les prédictions du modèle multiniveaux suivent les données expérimentales de manière satisfaisante. La différence entre les deux modèles s'explique avec la figure 7.2: le modèle à trois niveaux ne tient compte que des deux transitions dont l'intensité saturante est la plus petite. Il surestime ainsi l'effet de la saturation du taux de diffusion et prévoit une montée rapide de la vitesse de capture (et donc du nombre d'atomes) suivie d'une baisse. Le modèle multiniveaux, par contre, inclut toutes les intensités saturantes (qui sont jusqu'à 45 fois plus élevées pour les autres transitions; cf. annexe A p. 179). De ce fait la dépendance avec l'intensité est beaucoup plus molle. De plus elle est également plus près de la réalité physique.

Nombre d'atomes en fonction du gradient

Pour finir nous voulons revenir au nombre d'atomes en fonction du gradient magnétique. La figure 7.5 nous a déjà indiqué comment le gradient de champ magnétique influençait le nombre d'atomes dans la trappe. La figure 7.10 montre cette dépendance à désaccord et intensité fixes ($\Delta = -2\Gamma$, $I = 1.8I_{\text{sat}}$). Dans le même graphe figurent également les prédictions du modèle à trois niveaux (trait pointillé) et du modèle multiniveaux (trait continu). Les deux modèles, tout comme les résultats expérimentaux, montrent un gradient qui maximise le nombre d'atomes piégés. Toutefois, aucun des deux modèles ne prédit la valeur numérique de ce maximum de manière satisfaisante. D'autre part, ils ne parviennent ni l'un ni l'autre à reproduire le comportement à faible gradient. En effet, alors que les valeurs expérimentales tombent rapidement à zéro, la variation prévue par les deux descriptions théoriques est beaucoup plus douce.

Une mesure ultérieure nous a montré que l'apparente divergence entre théorie et expérience était due à des imperfections de la trappe comme par exemple



	A(a)	B(b)	C(c)
Données expérimentales	$\triangle$	$\diamond$	$\square$
dB_x/dx [mT/m]	120	60	40
Désaccord $[-\Gamma]$	2	1.7	1.3
Facteur de normalisation	3.81 (1.1)	2.4 (0.78)	1.35 (0.44)

Figure 7.9: Nombre d'atomes piégés en fonction de l'intensité des faisceaux de refroidissement pour trois valeurs du gradient de champ magnétique. Le diamètre $1/e^2$ des faisceaux est de 14 mm. Les symboles donnent les résultats expérimentaux, les courbes indiquent les prévisions du modèle à trois niveaux (pointillé) et du modèle multiniveaux (trait plein).

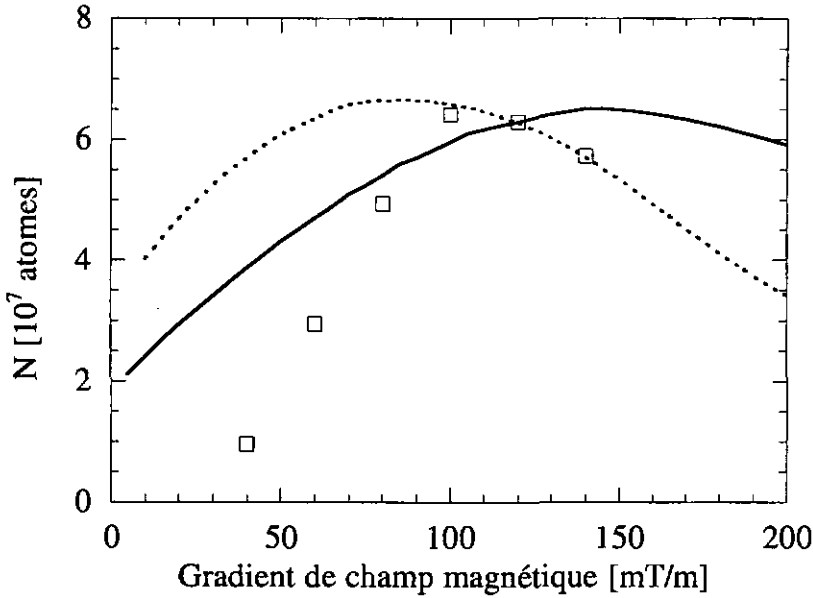


Figure 7.10: Nombre d'atomes en fonction de la composante x du gradient pour un désaccord ($\Delta = -2\Gamma$) et une intensité ($I = 1.8I_{\text{sat}}$) fixes. Les symboles représentent les points de mesure, la prédiction du modèle multiniveaux est donnée par le trait continu, celle du modèle à trois niveaux par le trait pointillé.

un petit déséquilibre d'intensité ou un champ magnétique résiduel. Une fois ces imperfections éliminées, l'accord entre théorie et expérience est nettement meilleur comme le montre la figure 7.11. Dans une mélasse, les atomes sont alors entraînés et ont tendance à quitter la région d'interaction. Le phénomène est moins important en présence d'un gradient, puisqu'une force dépendant de la position ramène tous ces atomes vers le centre. Le modèle ne tient pas compte de ces imperfections et décrit seulement le processus de ralentissement des atomes. Même à gradient nul — donc dans une mélasse optique — les faisceaux laser parviennent à ralentir des atomes. C'est la raison pour laquelle les deux modèles prédisent des nombre d'atomes importants à gradient nul.

La présence d'un gradient optimal dans une description unidimensionnelle ($dB_x/dx = 85$ mT/m pour le modèle à trois niveaux, 140 mT/m pour le modèle multiniveaux, 110 mT/m pour les données expérimentales avec les conditions de la figure 7.10) suggère que le champ magnétique longitudinal influence le processus de capture de deux manières. L'importance relative des deux influences change avec le gradient. Pour des valeurs de dB_x/dx faibles la contribution dominante vient du fait que le gradient a tendance à courber les orbites (figure 7.3) dans l'espace de phase. Comme Grison l'a expliqué [Gri92], si le gradient augmente, l'atome fait son rebond (c.-à-d. $v = 0$) plus près de

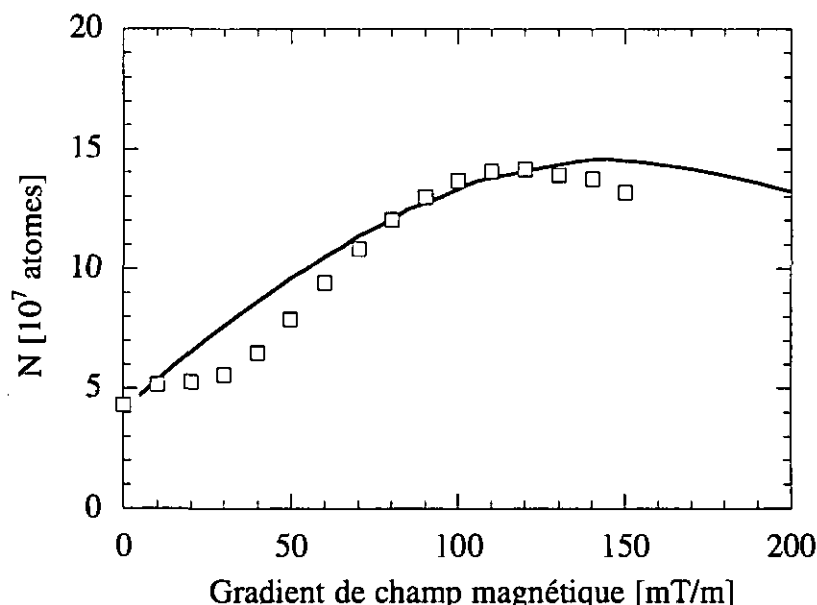


Figure 7.11: Nombre d'atomes en fonction de la composante x du gradient pour un désaccord ($\Delta = -3\Gamma$) et une intensité fixe ($I = 2I_{\text{sat}}$). Les symboles indiquent les valeurs expérimentales, la ligne représente la prédiction du modèle multiniveaux.

l'origine de l'espace de phase ($x = 0; v = 0$). Ceci implique que des atomes de vitesse initiale plus élevée pourront être capturés (la vitesse de capture v_c augmente). En augmentant d'avantage le gradient, les déplacements Zeeman au bord de la région d'interaction deviennent non-négligeables par rapport au déplacement Doppler et au désaccord du laser. Dès lors le champ magnétique longitudinal perturbe le processus de ralentissement en diminuant le coefficient de friction. [WDRP92].

7.7 Conclusion

Dans le but de comprendre et d'optimiser le processus de capture, nous en avons développé deux modèles unidimensionnels simples. Ces modèles prédisent le nombre d'atomes piégés en fonction des paramètres de refroidissement de la trappe magnéto-optique, à savoir: le désaccord du laser, le diamètre des faisceaux, l'intensité de refroidissement et encore le gradient magnétique. Les résultats les meilleurs sont obtenus en supposant que tous les sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental sont également peuplés (modèle multiniveaux). Cette hypothèse se justifie par le caractère tridimensionnel de la trappe. D'une part la présence de faisceaux latéraux détruit la polarisation circulaire des faisceaux longitudinaux qui pourrait produire du pompage optique.

D'autre part l'amplitude et la direction du champ magnétique change pour la plupart des atomes le long de leur trajectoire à travers la trappe. Ceci a comme effet de brasser les sous-niveaux Zeeman et ainsi d'éviter une accumulation de la population dans l'état $m_F = +4$ (resp. $m_F = -4$ pour le faisceaux σ^-). Une apparente discordance entre théorie et expérience pour le nombre d'atomes en fonction du gradient a pu être expliquée par des imperfection de la trappe. Cette explication souligne le rôle joué par le gradient de champ magnétique dans le processus de capture.

Chapitre 8

Vers un jet continu d'atomes froids

8.1 Introduction

Après avoir élaboré le processus de capture dans une trappe magnéto-optique tridimensionnelle, nous voulons maintenant passer à l'étude d'une source potentielle de jet continu d'atomes froids. L'idée de base d'une telle source est d'extraire des atomes refroidis de manière continue d'un piège magnéto-optique. L'extraction continue à partir d'une trappe isotrope comme celle que nous avons utilisée pour les investigations du chapitre 7 est difficile puisque des forces de rappel empêchent les atomes de sortir de la région d'interaction. L'accélération due aux forces magnéto-optiques peut valoir plusieurs milliers de fois l'accélération terrestre g . Cependant, notre structure pour le gradient magnétique permet également de produire une trappe anisotrope ayant dans le plan horizontal des forces de refroidissement *et* de rappel *et*, dans la direction verticale, uniquement des forces de refroidissement.

Nous montrons dans le paragraphe 8.2 des nuages allongés comme nous les avons observés dans notre trappe. Une comparaison de l'efficacité de capture entre la trappe anisotrope et la trappe isotrope du chapitre 7 fait l'objet du paragraphe 8.3. Nous étudions ensuite les températures des nuages dans une trappe bidimensionnelle et dans une trappe tridimensionnelle (paragraphe 8.4). Les deux paragraphes suivants décrivent les méthodes d'extraction possibles (paragraphe 8.5) et les moyens de les analyser (paragraphe 8.6). Nous avons étudié deux méthodes d'extraction possibles. Les résultats expérimentaux sont résumés dans le paragraphe 8.7.

A notre connaissance, un seul autre groupe de recherche [DAPC95, ADP⁺96] travaille sur l'étude d'un jet continu d'atomes froids.

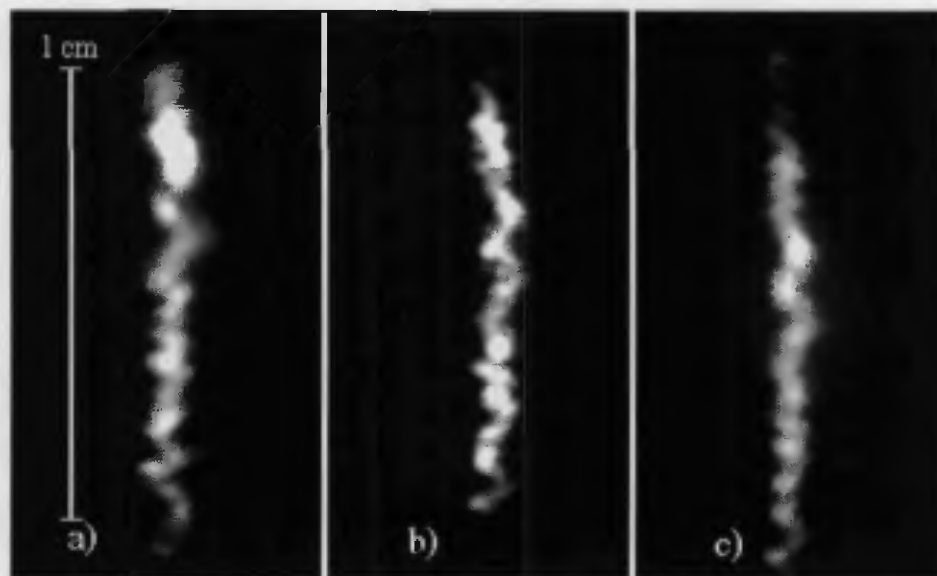


Figure 8.1: Photos typiques de nuages allongés d'atomes froids, vue selon l'axe y . Les composantes x et y du gradient sont dans les trois cas $dB_x/dx = dB_y/dy = 100$ mT/m, la composante z vaut zéro. Le désaccord du faisceau de refroidissement est respectivement (a) $\Delta = -\Gamma$, (b) -2Γ et (c) -4Γ .

8.2 Nuages allongés d'atomes froids

Commençons l'exposé sur la trappe anisotrope par des images typiques de nuages allongés d'atomes froids. Les photos de la figure 8.1 ont été prises avec une caméra CCD sensible dans l'infrarouge pointant le long de l'axe y (pour le système de coordonnées voir schéma p. 90). Pour les trois photos le module des composantes x et y du gradient valent 0.1 T/m, sa composante z est zéro. Le désaccord laser est respectivement $\Delta = -\Gamma$ (a), -2Γ (b) et -4Γ (c).

On observe une colonne d'atomes froids long d'environ 1 cm; latéralement, l'extension du nuage est typiquement 10 fois plus faible. On voit que les atomes subissent des forces de rappel dans le plan horizontal (Oxy) alors que dans la direction verticale ils sont simplement ralentis sans être confinés. Dans l'ensemble la forme des nuages correspond donc à celle que l'on attend. Cependant, les nuages montrent des irrégularités spatiales autour de l'axe vertical avec une excursion allant jusqu'à 0.5 mm. Ces oscillations sont accompagnées de foyers d'accumulation d'atomes à différents endroits le long de l'axe z . Nous avons pu vérifier qu'il ne s'agit pas là de franges d'interférence. En effet, comme la cloche à vide et la table optique ne sont pas couplées mécaniquement, il existe des mouvements relatifs entre les deux éléments qui effacent d'éventuelles franges d'interférence. De même, les oscillations et

les points d'accumulation ne dépendent que faiblement des paramètres de refroidissement tels que le gradient du champ magnétique, l'intensité ou le désaccord des faisceaux laser (certaines structures sont reconnaissables sur les trois images alors que le désaccord varie entre $-\Gamma$ et -4Γ). Par contre, en changeant légèrement la géométrie d'irradiation — par exemple en introduisant un déplacement relatif ou un désalignement entre deux faisceaux de sens de propagation opposé — la forme du "tortillon" est fortement modifiée.

Nous en concluons que la raison principale des excursions est un déséquilibre local de l'intensité des faisceaux de refroidissement. Nous avons testé cette hypothèse en introduisant un déséquilibre global entre deux faisceaux de sens de propagation opposé et en mesurant le déplacement du nuage dans la trappe. Pour expliquer les déplacements observés dans les nuages allongés, il faut typiquement un déséquilibre de 10 %. L'analyse du profil spatial des faisceaux montre en effet une déviation de cet ordre par rapport à un profil gaussien. Un calcul bidimensionnel purement quantique effectué par Y. Castin [Cas] confirme l'ordre de grandeur des déplacements.

La présence de structures irrégulières est gênante surtout pour la production d'un jet d'atomes froids. En effet, à la sortie de la région d'interaction les atomes peuvent avoir des vitesses latérales aléatoires ce qui nuit à la directivité du jet continu. Pour surmonter ce problème, une des possibilités consiste à utiliser le canal noir, exposé dans le sous-paragraphe 8.5.4 de ce chapitre.

8.3 Capture dans une trappe 2D

Tous les travaux publiés à ce jour concernant la capture d'atomes dans une trappe magnéto-optique à partir d'une vapeur thermique se rapportent à un piège tridimensionnel [MSRW90, LSW92, SCF92]. Les études de refroidissement uni- ou bidimensionnel ont, elles, été faites avec des jets thermiques préalentis. Ainsi, par exemple, Valentin *et al.* [VGYP92] utilisent un jet thermique pour étudier une mélasse unidimensionnelle perpendiculaire à la direction du jet. La vitesse longitudinale des atomes n'est pas modifiée. La même expérience a été étendue à une mélasse bidimensionnelle [YDNP94], mais en travaillant toujours sur un jet thermique. Longitudinalement les atomes sont freinés par un faisceau laser de sens de propagation opposé aux atomes. A la fin de l'interaction les vitesses longitudinales les plus faibles restent de l'ordre de 10 m/s.

L'expérience qui se rapproche le plus de la notre est "l'entonnoir atomique" de Riis *et al.* [RWMC90]: un jet thermique est utilisé pour charger une trappe bidimensionnelle d'où les atomes sont ensuite extraits par une mélasse

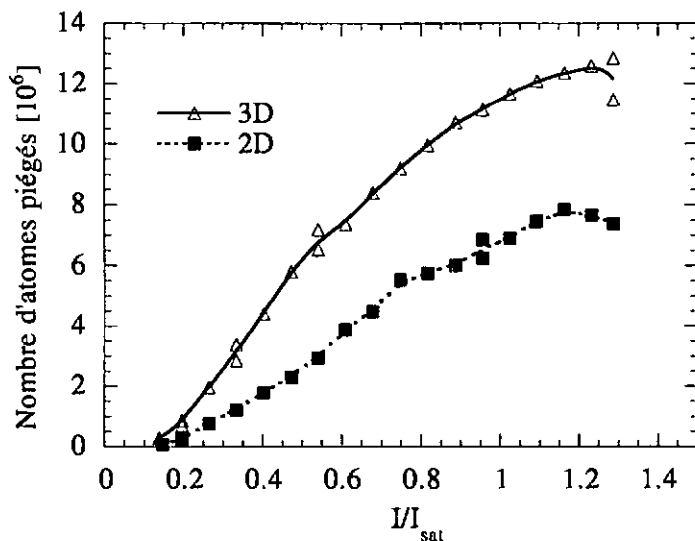


Figure 8.2: Comparaison entre le nombre d'atomes en fonction de l'intensité dans une trappe 2D (■) et dans une trappe 3D (Δ). Gradient $dB_x/dx = 100$ mT/m, désaccord $\Delta = -2\Gamma$

défilante¹. La différence avec notre expérience c'est que nous voulons charger une trappe anisotrope directement à partir d'une vapeur thermique et extraire les atomes de ce piège de manière continue. Nous allons d'abord nous intéresser à l'efficacité de capture d'une trappe 2D en partant des résultats pour un piège 3D.

Nombre d'atomes en fonction de l'intensité

La figure 8.2 donne une comparaison entre le nombre d'atomes en fonction de l'intensité dans une trappe 3D (symboles Δ reliés pour guider l'œil par un trait continu) et dans une trappe 2D (symboles ■ reliés par un trait pointillé). L'intensité des faisceaux est moyennée sur leur diamètre $1/e^2$ (11.3 mm). La composante x du gradient est dans les deux cas de 100 mT/m, le désaccord vaut $\Delta = -2\Gamma$.

On constate que le nombre d'atomes refroidis dans une trappe bidimensionnelle est inférieur d'un facteur 2 au nombre d'atomes refroidis dans une trappe isotrope². A part cette différence, les deux courbes se comportent de

¹Nous discutons la mélasse défilante comme méthode d'extraction plus bas.

²Remarquons que le nombre absolu d'atomes en trois dimensions est environ 6 fois plus

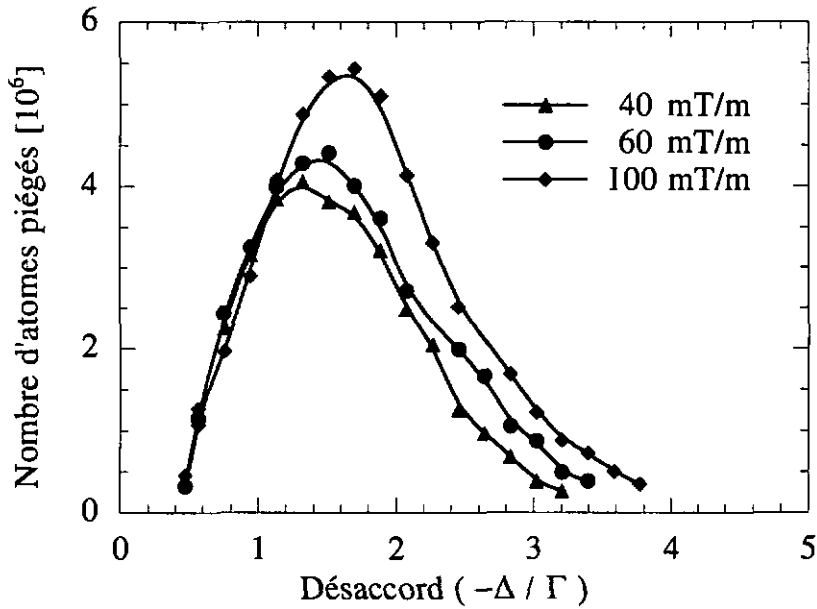


Figure 8.3: Nombre d'atomes piégés dans une trappe anisotrope en fonction du désaccord laser pour différents gradients de champ magnétique. L'intensité de refroidissement est maintenue constante à $1 I_{\text{sat}}$.

manière identique. Elles montent presque linéairement pour les faibles intensités et ont tendance à saturer quand I devient plus important.

Nombre d'atomes en fonction du désaccord

La figure 8.3 montre le nombre d'atomes en fonction du désaccord laser pour différents gradients magnétiques. Comme nous l'avons déjà observé dans le cas isotrope, le désaccord optimal varie avec le gradient magnétique. Ici, il se situe entre -1.3Γ et -1.7Γ c.-à-d. à des valeurs légèrement inférieures à celles observées en 3D. Cette différence provient du fait que, pour cette deuxième étude, nous utilisons des faisceaux de diamètre plus petit.

Notons également le petit nombre d'atomes dans la trappe. Il est plus faible d'environ un ordre de grandeur par rapport au nombre en 3D. Nous attribuons cette baisse du nombre principalement à un diamètre de faisceau de refroidissement plus petit et à une pression de vapeur de césium plus faible dans la cloche.

petit que la valeur correspondante du chapitre précédent. Nous attribuons cette baisse de signal à un diamètre des faisceaux de refroidissement plus petit et à une densité de vapeur de césium plus faible dans notre enceinte à vide.

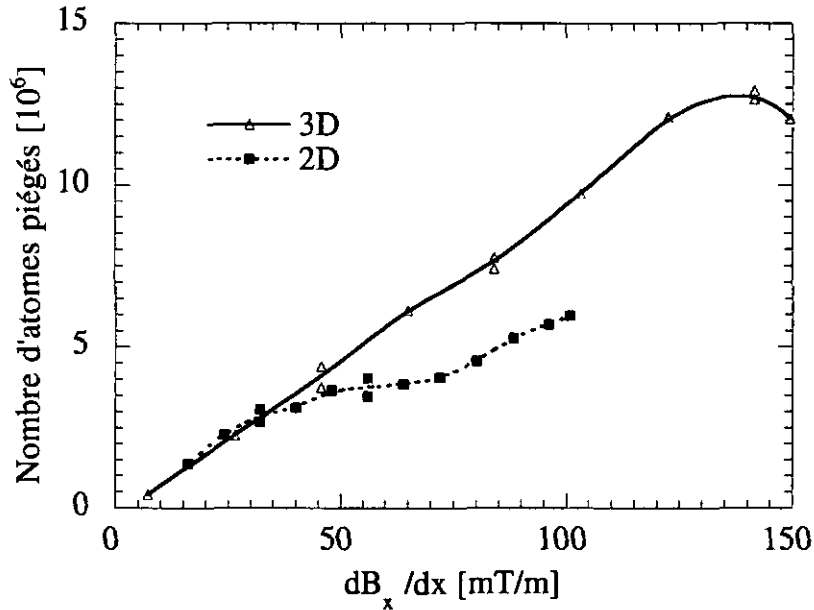


Figure 8.4: Nombre d'atomes piégés dans la trappe isotrope tridimensionnelle (Δ) et bidimensionnelle ($\blacksquare$) en fonction de la composante x du gradient. Le désaccord du laser est $\Delta = -2\Gamma$, l'intensité $1.1 I_{\text{sat}}$. Le diamètre des faisceaux en $1/e^2$ vaut 11.3 mm.

Nombre d'atomes en fonction du désaccord

Le comportement des trappes bi- et tridimensionnelles en fonction de la composante x du gradient de champ magnétique est très instructif. La figure 8.4 montre le nombre d'atomes piégés en 2D et en 3D.

A fort gradient, on piège un nombre d'atomes légèrement inférieur avec un piège bidimensionnel, mais les deux courbes se rapprochent pour des valeurs de dB_x/dx plus petites. Ce comportement s'explique parfaitement: en diminuant le gradient, on tend dans les deux cas vers une mélasse optique. Des imperfections dans l'irradiation telles qu'un déséquilibre d'intensité ou un désalignement des faisceaux peuvent alors induire des vitesses de dérive aux atomes. Puisque les forces de rappel deviennent plus faibles (elles sont nulles pour $dB_x/dx = 0$), une dérive des atomes produit des pertes supplémentaires. Pour de plus grandes valeurs du gradient, les atomes dans une trappe tridimensionnelle ne peuvent pas dériver. Ils sont retenus par des forces de rappel dans les trois directions de l'espace. Par contre, dans une trappe anisotrope, l'axe z est en principe libre de piégeage. Les atomes qui dérivent dans cette direction sont perdus.

Par rapport à la trappe isotrope, la trappe anisotrope présente une plus grande sensibilité aux imperfections de l'irradiation ou à d'autres mécanismes qui peuvent induire des vitesses de dérive. Ceci constitue la différence prin-

cupale entre les deux trappes.

Conclusion sur la capture

En ce qui concerne l'efficacité de capture, le comportement d'une trappe anisotrope ressemble à celui d'une trappe tridimensionnelle. Nous avons pu vérifier qu'en fonction des principaux paramètres de refroidissement, à savoir, l'intensité, le désaccord ou le gradient magnétique, le nombre d'atomes variait de la même façon dans les deux trappes. Avec de bonnes conditions d'irradiation le nombre d'atomes est environ deux fois plus petit dans une trappe anisotrope. La plus grande sensibilité de la trappe bidimensionnelle à des imperfections ou à d'autres mécanismes induisant des vitesses de dérive est la différence la plus importante entre les deux pièges.

8.4 Mesure de la température

Nous avons vu auparavant (p. 76) que la diffusion multiple de photons induisait une limitation de la densité des atomes et conduisait ainsi à un réchauffement du nuage dans un piège magnéto-optique. Afin de comparer le réchauffement dû à la diffusion multiple dans un nuage sphérique et dans un nuage allongé, nous mesurons la température pour un ensemble d'atomes dans une trappe 2D et dans une trappe 3D. Nous chargeons le piège dans tous les cas avec la même intensité ($I = I_{\text{sat}}$), mais pour différentes valeurs de désaccord. Pour déterminer la température, nous utilisons la méthode temps de vol décrite dans le chapitre 6. Pour chaque situation nous enregistrons en même temps la lumière diffusée par les trappes afin d'en déduire le nombre d'atomes piégés.

La figure 8.5 montre les températures pour une trappe sphérique (o) et pour une trappe anisotrope (■). Ces valeurs sont représentées en fonction du paramètre $N^{1/3} \Gamma / \Delta$ comme suggéré par Cooper [CHR⁺94] (cf. p. 77).

On voit que le coefficient de proportionnalité entre la température et $N^{1/3}$ est plus grand dans une trappe isotrope que dans une trappe anisotrope. Une estimation simple de la diffusion multiple peut expliquer qualitativement cette différence. Reprenons la définition de la fraction du nombre total de photons participant à une diffusion multiple (p.77):

$$f = n \sigma l \quad (8.1)$$

Rappelons que n est la densité d'atomes, σ la section efficace d'absorption et l le diamètre moyen du nuage. Pour un nuage sphérique l_s est égal au

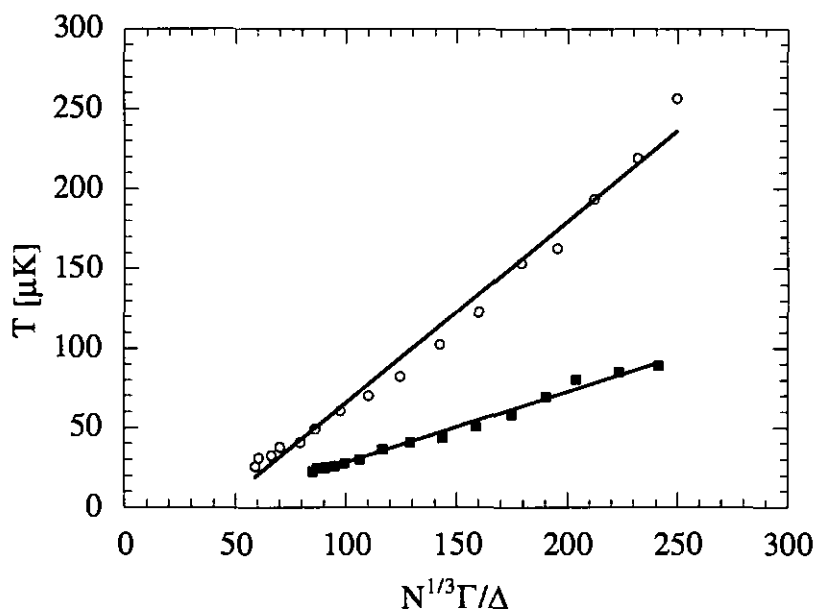


Figure 8.5: Comparaison de la température du nuage dans un piège 2D (■) et dans un piège 3D (○) en fonction du paramètre $N^{1/3}\Gamma/\Delta$. Pour l'aquisition des différents points, on a varié le désaccord Δ .

diamètre $2r_s$. Dans le cas d'un nuage allongé cylindrique de diamètre r_a et de longueur $L \gg r_a$ on peut montrer que $l_a = \pi r_a$.

Nous relierons le nombre (la densité) du nuage sphérique et du nuage allongé par un paramètre libre η (χ) et nous calculons le rapport du réchauffement dans les deux cas:

$$N_a = \eta N_s \quad (8.2)$$

$$n_a = \chi n_s \quad (8.3)$$

$$\frac{f_a}{f_s} = \left(\frac{1}{3} \pi^2 \eta \chi \frac{r_s}{L} \right)^{1/2} \quad (8.4)$$

Dans le paragraphe 8.3 nous avons vu que η valait typiquement 0.5. Pour que le rapport (8.4) soit égal à 1 (et que par conséquent le réchauffement soit de même importance dans les deux cas), il faudrait que $\chi = 50$! Bien qu'il soit difficile de mesurer une densité sur des nuages aussi irréguliers que ceux que nous avons observés (paragraphe 8.2), nous pouvons exclure une densité aussi élevée dans un nuage allongé. Ce raisonnement montre que $f_a < f_s$, ce qui explique que le réchauffement est moins important dans une trappe bidimensionnelle.

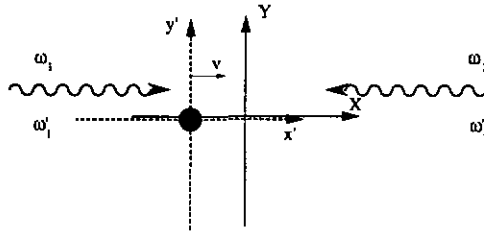


Figure 8.6: Référentiel du laboratoire (étiquette majuscule, les valeurs exprimées dans ce référentiel n'ont pas de prime) et référentiel de l'atome (étiquette minuscule, les valeurs exprimées dans ce référentiel sont munies de prime).

8.5 Méthodes d'extraction

Il existe quatre méthodes pour extraire des atomes d'une mélasse optique: une mélasse défilante, un déséquilibre d'intensité des faisceaux, un champ magnétique statique et finalement des structures noires. Dans ce paragraphe, nous détaillons ces quatre méthodes. Les trois premières sont basées sur un refroidissement d'atomes autour d'une vitesse moyenne non-nulle, la quatrième — dite "structure noire" — tire profit du fait que les atomes peuvent tomber dans un état transparent au rayonnement de refroidissement et ne sont alors plus soumis aux forces de radiation.

8.5.1 Mélasse défilante

Une méthode fréquemment utilisée pour induire une vitesse de dérive aux atomes est celle de la mélasse défilante [HZB89, CSGP91, GC93]. Au lieu de ralentir les atomes dans un référentiel $\mathcal{R}$ au repos par rapport au laboratoire à l'aide de faisceaux ayant tous la même fréquence, on ralentit les atomes dans un référentiel $\mathcal{R}'$ en mouvement par rapport à $\mathcal{R}$. Pour ce faire, on introduit un décalage de fréquence $\Delta\nu$ entre les deux ondes qui se propagent dans la direction d'entraînement.

Calculons la vitesse que l'atome doit avoir dans le référentiel du labo pour que dans le référentiel $\mathcal{R}'$ les deux faisceaux apparaissent avec la même fréquence. Dans $\mathcal{R}$, les deux pulsations ω_1 et ω_2 (cf schéma 8.6) s'écrivent:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \\ \omega_2 &= \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}\end{aligned}\tag{8.5}$$

Dans le référentiel de l'atome ces deux pulsations deviennent:

$$\omega'_1 = \omega_1 - kv = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} - kv$$

$$\omega'_2 = \omega_2 + kv = \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} + kv \quad (8.6)$$

ce qui donne pour la vitesse d'entraînement

$$v = \frac{\Delta\omega}{2k} \quad (8.7)$$

$$\frac{v}{\Delta f} \simeq 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{MHz} \quad (8.8)$$

Dans notre configuration de faisceaux à 45° par rapport à la direction d'entraînement, cette vitesse est multiplié d'un facteur $\sqrt{2}$. On induit une vitesse de dérive de 0.7 m/s par MHz de différence de fréquence entre les faisceaux du haut et ceux du bas. Cette méthode est très efficace mais nécessite l'utilisation de trois pulsations de refroidissement (ω_1, ω_2 pour l'entraînement et ω_0 pour le refroidissement dans les autres directions). Pour cette raison nous avons, dans un premier temps, renoncé à cette méthode.

8.5.2 Déséquilibre d'intensité

La méthode de déséquilibre d'intensité a été utilisée dans la première expérience de fontaine atomique [KRCV89]: en irradiant une mélasse avec un pulse laser dans la direction verticale les atomes acquièrent une vitesse de dérive et font un vol balistique. Dans notre cas nous voulons induire une vitesse de dérive aux atomes piégés dans une trappe anisotrope.

Modèle Doppler

Commençons par une description Doppler unidimensionnelle de la force agissant sur les atomes. Soient β_1 et β_2 les intensités normalisées des deux ondes de refroidissement. Nous définissons un paramètre de déséquilibre w :

$$w = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \quad (8.9)$$

$$\beta_0 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \quad (8.10)$$

$$\beta_1 = (1 + w)\beta_0 \quad \beta_2 = (1 - w)\beta_0 \quad (8.11)$$

Dans un modèle Doppler il suffit de traiter indépendamment les deux faisceaux et d'additionner leur effet. En fonction de la vitesse on obtient alors

l'expression suivante:

$$F(v) = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \left\{ \frac{(1+w)\beta_0}{1 + 2(1+w)\beta_0 + 4\left(\frac{\Delta - kv}{\Gamma}\right)^2} - \frac{(1-w)\beta_0}{1 + 2(1-w)\beta_0 + 4\left(\frac{\Delta + kv}{\Gamma}\right)^2} \right\} \quad (8.12)$$

Les atomes vont se refroidir autour de la vitesse qui annule cette force. Sous l'hypothèse de faible intensité et de grand désaccord il est facile de montrer que la vitesse de dérive dépend linéairement de w . Le coefficient reliant vitesse d'entraînement et déséquilibre est donné par:

$$\frac{dv_D}{dw} = -\frac{\Delta^2 + \Gamma^2/4}{2k\Delta} \quad (8.13)$$

A $\Delta = -3\Gamma$, la vitesse de dérive par unité de w est de 6.96 m/s. Même un faible déséquilibre devrait donc donner lieu à une vitesse de dérive importante.

Modèle sub-Doppler

L'insensibilité au déséquilibre de l'intensité des faisceaux a constitué une des premières évidences de la présence d'autres mécanismes de refroidissement dans une mélasse optique [LPR⁺89]. Ces mécanismes sub-Doppler sont maintenant connus grâce aux travaux de Ungar *et al.* [UWC89] et surtout de Dalibard *et al.* [DCT89]. En se basant sur le calcul de Dalibard, Steane *et al.* [SCF92] et ensuite Werner *et al.* [WHS93] ont attaqué le problème de l'insensibilité au déséquilibre sur le plan théorique. Reprenons ici le résultat de Werner sans démonstration. Ce traitement est valable pour une transition $J = 1 \rightarrow J' = 2$ pour de faibles intensités et de petits déséquilibres ($w \ll 1$). Dans ces conditions la force exercée sur les atomes s'écrit:

$$F = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \left\{ \frac{80}{17} \frac{\beta_0 \Gamma^2 w}{\Gamma^2 + 4\Delta^2} + \frac{240}{17} \frac{\Delta kv}{5\Gamma^2 + 4\Delta^2} \right\} \quad (8.14)$$

La définition de β_0 et celle du paramètre de déséquilibre sont les mêmes que celles utilisées pour la description en régime Doppler. De l'équation (8.14) nous déduisons la vitesse d'entraînement en régime sub-Doppler en présence d'un déséquilibre d'intensité:

$$v_{SD} = -\frac{1}{3} \frac{5\Gamma^2 + 4\Delta^2}{\Gamma^2 + 4\Delta^2} \frac{\beta_0 \Gamma^2}{k\Delta} w \quad (8.15)$$

Pour $\beta_0 = 0.1$ et $\Delta = -2\Gamma$ le coefficient de proportionnalité entre la vitesse et le déséquilibre vaut

$$\frac{dv_{SD}}{dw} = 0.93 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (8.16)$$

Notons que ce résultat est obtenu pour une transition $J = 1 \rightarrow J' = 2$. Pour une transition $J = 4 \rightarrow J' = 5$, comme c'est le cas pour le césium, Werner prédit un facteur de proportionnalité 8 fois plus petit. En régime sub-Doppler on s'attend donc à une très faible sensibilité de la mélasse optique aux déséquilibres d'intensité des faisceaux.

8.5.3 Champ magnétique B_z

Il est également possible d'extraire des atomes d'une mélasse optique par un champ magnétique statique. Le modèle Doppler aussi bien que le modèle sub-Doppler prédisent des vitesses d'entraînement en présence d'un champ magnétique. Nous exposons tout d'abord séparément le comportement dans les deux régimes. Sur cette base nous expliquons ensuite qualitativement le résultat théorique qui est plus élaboré et qui est valable dans les deux cas.

Modèle Doppler unidimensionnel

Une image Doppler de la force d'interaction atome-rayonnement peut expliquer une vitesse de dérive des atomes: un champ magnétique dans la direction z — qui est aussi la direction de propagation des faisceaux — sépare les sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental et dans l'état excité. Si les facteurs de Landé g_g et g_e des états fondamental et excité ne sont pas égaux, le désaccord effectif du laser dépendra non seulement de la vitesse de l'atome mais aussi de la transition considérée. Concrètement, pour une onde σ^+ qui se propage vers $+z$ et une onde σ^- qui va vers $-z$, la force totale en fonction de la vitesse s'écrit:

$$F(v) = \frac{1}{9} \hbar k \Gamma \sum_{m_g=-4}^{+4} \left\{ \frac{\beta_{m_g}}{1 + 2\beta_{m_g} + 4\delta_m^2} - \frac{\beta_{m_g}}{1 + 2\beta_{m_g} + 4\delta_m^{-2}} \right\} \quad (8.17)$$

où

$$\delta_m^\pm = \frac{1}{\Gamma} \left\{ \Delta \mp kv - \frac{\mu_B B}{\hbar} ([m_g \pm 1] g_e - m_g g_g) \right\} \quad (8.18)$$

β_{m_g} tient compte des intensités saturantes différentes (pour la définition cf. page 121), μ_B est le magnéton de Bohr.

Selon Walhout *et al.* [WDRP92], la vitesse de dérive — c.-à-d. la vitesse pour laquelle la force s'annule — ne dépend dans ce modèle que du facteur de Landé de l'état excité. Il s'agit là visiblement d'une approximation puisque la seule manière d'aboutir à ce résultat est de traiter chaque transition $|F, m_F\rangle \rightarrow |F', m_{F'\pm 1}\rangle$ indépendamment comme système $J = 0 \rightarrow J' = 1$.

$$v_D = - \frac{g_e \mu_B B_z}{\hbar k} \quad (8.19)$$

Une application numérique de (8.19) pour la transition $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 5 \rangle$ du césium donne

$$\frac{dv_D}{dB_z} = 4.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT} \quad (8.20)$$

Modèle sub-Doppler unidimensionnel

Le résultat est différent si l'on regarde les mécanismes sub-Doppler. Pour comprendre l'effet d'un champ magnétique sur une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$ il faut revenir sur le refroidissement sub-Doppler dans cette configuration. Suivons l'explication physique de Dalibard *et al.* [DCT89]. Dans ce traitement on fait l'hypothèse de faible intensité ($\beta \ll 1$) et de grand désaccord laser ($|\Delta| \gg \Gamma$). Pour permettre un calcul perturbatif, il faut en plus que la vitesse de l'atome soit petite ($kv \ll \Delta'$; Δ' étant le déplacement radiatif des niveaux qui, pour $\delta \gg \Gamma$, est proportionnel à $\beta\Gamma^2/\delta$). La superposition d'une onde polarisée circulairement σ^+ se propageant vers $+z$ et d'une onde σ^- se propageant vers $-z$ donne en tout point un champ électro-magnétique polarisé linéairement. La direction de la polarisation linéaire tourne autour de l'axe z . Si à $z = 0$ la polarisation est parallèle à l'axe y , elle forme avec ce dernier un angle $\phi = -kz_0$ à la position z_0 . Un atome qui se déplace à la vitesse v le long de l'axe z verra dès lors une polarisation linéaire tournante. Pour décrire le couplage entre le rayonnement et l'atome, on se place dans un référentiel tournant dans lequel la direction de la polarisation de la lumière reste fixe. Ce changement de référentiel fait apparaître un terme inertiel dans l'Hamiltonien.

$$\hat{V}_{\text{rot}} = kv\hat{J}_z \quad (8.21)$$

Ce terme est responsable du refroidissement par orientation (*orientational cooling*) d'une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$.

Ecrivons d'autre part l'Hamiltonien d'interaction d'un atome dans un champ magnétique selon z :

$$\hat{V}_B = -\frac{g_g\mu_B B_z}{\hbar}\hat{J}_z \quad (8.22)$$

où g_g est le facteur de Landé de l'état fondamental, μ_B le magnéton de Bohr.

En combinant l'équation (8.21) et (8.22), on peut écrire la partie interaction de l'Hamiltonien décrivant un atome placé dans une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$ en présence d'un champ magnétique statique:

$$\begin{aligned} \hat{V}_{\text{tot}} &= \hat{V}_{\text{rot}} + \hat{V}_B \\ &= \left(kv - \frac{g_g\mu_B B_z}{\hbar} \right) \hat{J}_z \end{aligned} \quad (8.23)$$

Ce terme s'annule pour $v = 0$ si le champ magnétique est nul. Si $B_z \neq 0$ il disparaît pour une autre valeur de v

$$v_{SD} = -\frac{g_g \mu_B B_z}{k\hbar} \quad (8.24)$$

Ceci veut dire qu'en présence d'un champ magnétique les atomes sont refroidis autour de la vitesse v_{SD} . Une application numérique de (8.24) pour la transition $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 5 \rangle$ de l'atome de césium donne

$$\frac{dv_{SD}}{dB_z} = 2.98 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT} \quad (8.25)$$

Cette valeur a été vérifiée expérimentalement par Valentin *et al.* [VGYP92] dans une expérience unidimensionnelle avec un bon accord avec la théorie.

Comportement global

Le calcul perturbatif en $\hat{V}_{\text{rot}}$ restreint la validité du raisonnement sub-Doppler à de petites vitesses. Il est cependant possible de contourner cette restriction et d'élaborer le comportement global de la force en fonction de la vitesse. Ce calcul a été présenté par Walhout *et al.* [WDRP92] pour une transition $J = 1 \rightarrow J' = 2$ et par Sagna [Sag96] dont nous reprenons ici les résultats.

Donnons une explication quantitative du comportement sur la base du modèle Doppler et sub-Doppler. La figure 8.7 donne la force en fonction de la vitesse calculée par Sagna pour différents champs magnétiques. Sur la courbe sans champ magnétique (courbe a) on reconnaît la partie sub-Doppler pour les faibles vitesses (grand coefficient de friction) et la partie Doppler pour les vitesses plus grandes. Si on applique un champ magnétique, la structure Doppler et la structure sub-Doppler se déplacent, mais, comme établi plus haut, pas de la même valeur: leur déplacement est respectivement proportionnel à g_e et g_g . Dans un premier temps, la force ne s'annule que pour une seule vitesse (courbes b et c), les atomes sont donc refroidis autour de ce point; le coefficient de friction dF/dv pour ces deux premières courbes est encore sub-Doppler. Pour B_z plus grand (courbe d), $F(v)$ comprend plusieurs passages par zéro. Un premier passage correspond encore à un refroidissement sub-Doppler, un deuxième est instable ($dF/dv > 0$) et un troisième correspond à un refroidissement Doppler. Pour ces valeurs intermédiaires de B_z , comme le refroidissement Doppler et le refroidissement sub-Doppler coexistent, on doit s'attendre à une distribution de vitesse plus compliquée. Finalement, à B_z élevé (courbe e), il n'y a plus de refroidissement sub-Doppler. La force ne s'annule à nouveau plus qu'une fois et la vitesse d'entraînement ne dépend plus que du facteur de Landé de l'état excité.

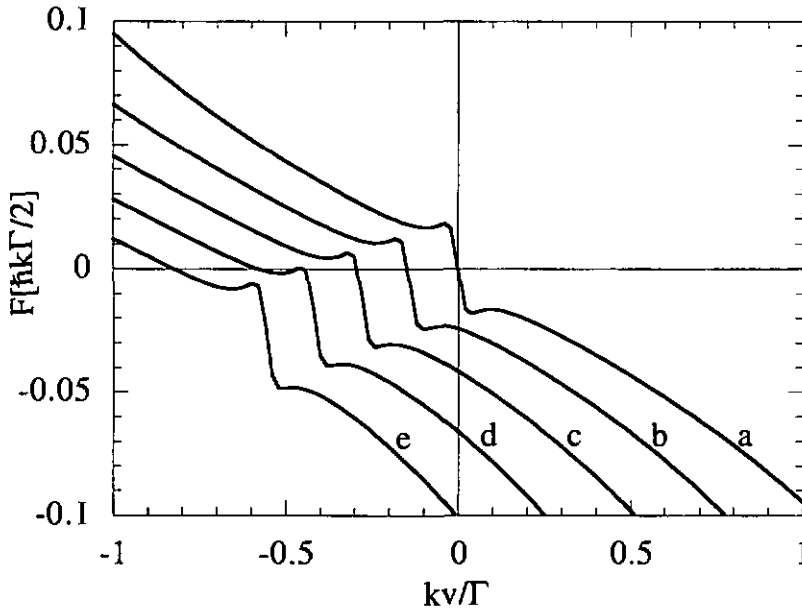


Figure 8.7: Force en fonction de la vitesse pour différents champs magnétiques: a) 0 T, b) 0.2 mT, c) 0.4 mT, d) 0.6 mT, e) 0.8 mT

Remarques

- La direction d'entraînement par rapport au champ magnétique dépend du sens de propagation de l'onde σ^+ et σ^- . Ce résultat est immédiat en régime Doppler. En régime sub-Doppler il suffit de noter que le sens de rotation de la polarisation linéaire est inversé. Il s'ensuit un changement de signe dans le raisonnement avec comme conséquence un signe opposé dans le résultat final (éq. (8.24)).
- Comme dans l'expérience nous entraînons les atomes avec deux paires de faisceaux à 45° il faut multiplier par $\sqrt{2}$ les coefficients d'entraînement Doppler et sub-Doppler.

8.5.4 Structure noire

La dernière méthode d'extraction que nous voulons exposer se différencie des trois autres dans le sens qu'elle n'est pas basée sur un refroidissement des atomes autour d'une vitesse $v \neq 0$. Au contraire, elle tire profit du fait que, lors du refroidissement, l'atome peut tomber dans un état non-couplé au rayonnement. La situation est illustrée en figure 8.8: les atomes sont refroidis en absorbant de la lumière accordée sur la transition $4 \rightarrow 5'$. De l'état excité $F' = 5$ ils ne peuvent retomber que dans l'état $F = 4$. Il existe

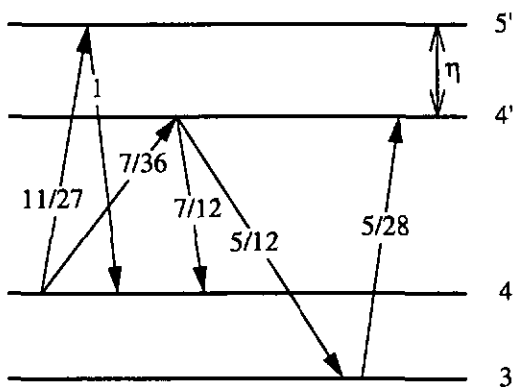


Figure 8.8: Niveaux et transitions en jeu pour le dépompage naturel. Sur les flèches montantes nous indiquons les intensités saturantes moyennes de toutes les transitions $|F = 4, m_F\rangle \rightarrow |F', m_{F'}\rangle$. Les valeurs numériques sur les flèches descendantes donnent les probabilités de désexcitation relatives vers un niveau hyperfin particulier

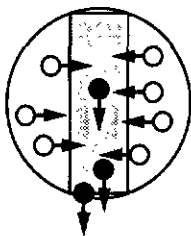


Figure 8.9: Coupe à travers la trappe anisotrope pour illustrer le canal noir. Les atomes dans l'état absorbant $F = 4$ sont schématisés en blanc, ceux dans l'état noir $F = 3$ par des sphères noires. La zone pointillée indique la région où il n'y a pas de lumière de repompage.

une probabilité faible mais non-nulle qu'en absorbant un photon l'atome passe dans l'état excité $F' = 4$ au lieu de $F' = 5$. Si l'atome retombe dans l'état $F = 4$ (probabilité relative $\alpha_{4'4} = 7/12$ cf. annexe A.5), il reste dans le cycle de refroidissement. Par contre, en tombant dans $F = 3$ (probabilité relative $\alpha_{4'3} = 5/12$), il sort du cycle de refroidissement et n'est plus couplé au rayonnement. En absence de lumière de repompage (accordée sur la transition $3 \rightarrow 4'$), il reste alors dans cet état dit noir (*dark state*). L'idée d'un canal noir est alors de créer un cylindre sans lumière de repompage au centre de la trappe. La figure 8.9 schématise cette situation. Les forces de piégeage horizontales ramènent vers l'axe vertical les atomes qui sont dans le cycle de refroidissement. Quand ceux-ci entrent dans le canal noir, ils tombent dans l'état transparent au bout de quelques cycles d'absorption-émission. La seule force à laquelle ils sont alors soumis est la gravité qui les fait sortir de la région d'interaction des faisceaux.

D'autres groupes ont utilisé de tels schémas pour accumuler des atomes tout en réduisant la lumière diffusée par ces derniers. Ceci permet d'augmen-

ter la densité atomique. Citons notamment les travaux de Ketterle *et al.* aux Etats-Unis [KDJ⁺93] et Townsend *et al.* à Oxford [Tow95]. Les travaux du groupe de Ketterle portent sur le sodium (refroidissement sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$; largeur naturelle de l'état excité $\Gamma_{\text{Na}} = 10$ MHz; la séparation des niveaux excités $F' = 2$ et $F' = 3$ est $\eta' = 60$ MHz). Comme nous le verrons, le taux de dépompage — c.-à-d. le nombre d'atomes par unité de temps qui quitte le cycle de refroidissement — décroît avec $\frac{\eta^2}{\Gamma^2}$. Un canal noir est donc plus efficace pour le sodium qu'il ne l'est pour le césium.

Niveau d'extinction requis

Passons à présent au calcul du canal noir. Nous commençons par estimer le temps moyen durant lequel un atome reste dans le cycle de refroidissement. Connaissant le taux de dépompage nous pouvons ensuite déduire le maximum d'intensité du repompeur admis dans le canal noir. Les différentes transitions en jeu sont illustrées dans la figure 8.8. La lumière de refroidissement est désaccordée d'une quantité Δ en dessous de la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Il existe une probabilité non-nulle que cette lumière fasse passer l'atome dans l'état excité $F' = 4$. Nous nous intéressons au taux de dépompage naturel, c.-à-d. au nombre d'atomes par unité de temps qui monte dans l'état $F' = 4$ et retombe dans l'état fondamental $F = 3$.

$$\gamma_{\text{nat}} = \Gamma \frac{6\beta_r \frac{7}{36}}{1 + 12\beta_r \frac{7}{36} + 4 \left(\frac{\eta - |\Delta|}{\Gamma} \right)^2} \frac{5}{12} \quad (8.26)$$

η est la séparation des niveaux excités, β_r l'intensité de la lumière de refroidissement, le coefficient $\frac{7}{36}$ tient compte du fait que l'intensité saturante des transitions $|4, m_g\rangle \rightarrow |4', m_e\rangle$ est différente de celle des transitions $|4, m_g\rangle \rightarrow |5', m_g\rangle$. Le facteur 6 devant β_r provient du fait que l'atome est soumis à 6 faisceaux. Puisque nous nous occupons d'atomes ayant une petite vitesse ($kv \ll \Gamma$), tous les faisceaux apparaissent avec le même désaccord et doivent donc être inclus dans le calcul. Finalement, le coefficient $\frac{5}{12}$ donne la probabilité qu'un atome dans l'état $F' = 4$ se désexcite vers l'état $F = 3$ (cf. annexe A.5).

Le taux de dépompage naturel (8.26) est à comparer au taux de diffusion γ_{diff} sur la transition $4 \rightarrow 5'$:

$$\gamma_{\text{diff}} = \Gamma \frac{6\beta_r \frac{11}{27}}{1 + 12\beta_r \frac{11}{27} + 4 \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right)^2} \quad (8.27)$$

En comparant (8.26) et (8.27), on peut calculer le nombre de cycles d'absorption-émission qu'effectue un atome sur la transition $4 \rightarrow 5'$ avant de tomber

dans l'état noir. Avec $\Delta = -2\Gamma$ et $\beta_r = 1$, un atome fait en moyenne environ 2300 cycles d'absorption-réémission avant de tomber dans l'état noir.

Nous voulons aussi connaître le taux de repompage γ_{rep} en fonction de l'intensité de la lumière $F = 3 \rightarrow F' = 4$; le repompeur est à résonance sur cette transition et présent seulement sur un des six faisceaux.

$$\gamma_{\text{rep}} = \Gamma \frac{\beta_p \frac{5}{28}}{1 + 2\beta_p \frac{5}{28}} \frac{7}{12} \simeq \Gamma \frac{5}{28} \frac{7}{12} \beta_p \quad (8.28)$$

Pour de faibles intensités de repompage, β_p peut être négligé dans le dénominateur. On trouve une dépendance linéaire entre le taux de repompage et l'intensité β_p .

Le minimum d'intensité de repompeur requis est donné par la condition que, en dehors du canal, noir celui-ci doit juste compenser le taux de dépompage naturel; ceci donne une relation entre l'intensité du refroidisseur β_r et celle du repompeur β_p :

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{nat}} &= \gamma_{\text{rep}} \\ \Gamma \frac{6\beta_r \frac{7}{36}}{1 + 12\beta_r \frac{7}{36} + 4 \left(\frac{\eta - |\Delta|}{\Gamma} \right)^2} \frac{5}{12} &= \Gamma \frac{5}{48} \beta_p \\ \frac{35}{72} \frac{1}{\left(\frac{\eta - |\Delta|}{\Gamma} \right)^2} &= \frac{\beta_p}{\beta_r} \simeq 0.5 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (8.29)$$

A l'intérieur du canal noir l'atome ne doit pas être repompé pendant sa chute libre. Prenons un canal de longueur $L = 0.01$ m:

$$\begin{aligned} t_{\text{chute}} &\ll \tau_{\text{rep}} = \frac{1}{\gamma_{\text{rep}}} \\ t_{\text{chute}} = \sqrt{\frac{2L}{g}} &\ll \frac{1}{0.1 \Gamma \beta'_p} \\ \beta'_p &\ll 6.6 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \quad (8.30)$$

Même en utilisant le minimum de repompeur en dehors du canal noir ($\beta_p = 0.5 \cdot 10^{-3}$ si $\beta_r = 1$), il faudrait atteindre une extinction de $\beta_p/\beta'_p = 80$ à l'intérieur du canal. En terme d'intensité cela signifie que le niveau du repompeur ne doit pas dépasser 15 nW/cm^2 . Ceci est très difficile à assurer, notamment à cause de la lumière diffusée par les atomes en cours de refroidissement. Une solution à ce problème consiste à utiliser un dépompeur accordé

sur la transition $|F = 4 \rangle \rightarrow |F' = 4 \rangle$ et qui agirait dans le canal noir. Ce laser assisterait le dépompage naturel. Il viderait l'état $F = 4$ en pompant les atomes vers l'état $F = 3$. S'il est également présent en dehors du canal noir, il diminue l'efficacité du repompeur.

8.6 Méthodes de mesure

Parmi les quatre méthodes d'extraction présentées dans le paragraphe précédent, trois sont basées sur un entraînement actif des atomes. L'efficacité d'extraction détermine le flux d'atomes disponible pour l'horloge. Elle peut être caractérisée par la vitesse d'entraînement qu'elle arrive à produire. Dans ce but, nous cherchons à mesurer la distribution de vitesse des atomes qui sortent de la trappe anisotrope ou de la mélasse optique. Nous présentons ici deux méthodes dont une se prête à l'analyse des vitesses d'entraînement dans une mélasse optique et l'autre au cas d'une trappe anisotrope comme celle décrite au début du chapitre.

8.6.1 Mesure de la vitesse d'extraction par le temps de vol

La première méthode est basée sur l'analyse des signaux temps de vol. Elle permet d'étudier la distribution de vitesse induite aux atomes d'une mélasse optique par un des mécanismes d'extraction. Il s'agit d'une mesure qui est par nature pulsée. Nous utilisons le cycle de mesure suivant: dans un premier temps nous chargeons une trappe magnéto-optique pendant environ 1 s. Selon les paramètres du piège, $10^7 - 10^8$ atomes sont ainsi capturés. Ensuite, nous coupons les gradients de champ magnétique. Le temps de descente de ces derniers est typiquement de 10 ms. Suit alors une période de thermalisation d'approximativement 5 ms. Le mécanisme d'extraction est présent dès la capture des atomes. Cependant, aussi longtemps que les atomes sont piégés dans une trappe tridimensionnelle son seul effet sera de déplacer le centre de la trappe. Par contre, pendant la période de thermalisation dans la mélasse optique, il n'y a plus de force de rappel. Le mécanisme d'extraction induit une vitesse de dérive aux atomes. La constante de temps pour atteindre un nouvel équilibre en position est de l'ordre de dizaines de millisecondes, celle pour atteindre un état stationnaire de la distribution de vitesse est beaucoup plus courte ($\sim 50 \mu\text{s}$ [CWD89]). La thermalisation est donc assez longue pour que les atomes puissent acquérir une vitesse de dérive, mais trop courte pour que le nuage compact de la trappe puisse diffuser; nous pouvons considérer le nuage comme ponctuel. Un obturateur mécanique coupe la lumière de

refroidissement au niveau du filtre spatial (cf. schéma optique p. 93). Le temps de coupure est inférieur à 100 μ s. A partir de ce moment, les atomes tombent en chute libre. En mesurant le signal temps de vol dN/dt on peut déduire la distribution de vitesse initiale dN/dv_0 . Pour établir le lien entre ces deux grandeurs nous choisissons un système de coordonnées pointant vers le haut ($v_0 < 0$, $g < 0$, $H < 0$). Le temps de chute est donné par:

$$t = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$$

$$\frac{dt}{dv_0} = -\frac{1}{g} \left\{ 1 + \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gH}} \right\} \quad (8.31)$$

Pour notre configuration expérimentale, la vitesse initiale est négligeable par rapport à la vitesse acquise lors de la chute ($H \simeq -0.3$ m) $v_0^2 \ll 2gH$. On peut donc écrire:

$$\frac{dN}{dv_0} = \frac{dN}{dt} \frac{dt}{dv_0} \simeq -\frac{1}{g} \frac{dN}{dt} \quad (8.32)$$

La vitesse initiale des atomes est reliée au temps de chute par la relation:

$$v_0 = g \times (t_0 - t) \quad (8.33)$$

avec $t_0 = \sqrt{2H/g}$. Ceci nous donne le facteur de proportionnalité entre le temps d'arrivée t et la vitesse initiale: $dv_0/dt = g$, la vitesse initiale diffère de 1 cm/s par milliseconde de changement du temps d'arrivée. Nous avons mentionné que le centre de la trappe pouvait être déplacé à cause du mécanisme d'extraction déjà présent lors de la capture des atomes. Assurons-nous que ce déplacement n'influence que faiblement la mesure de la vitesse initiale des atomes:

$$\frac{dt_0}{dH} = \frac{1}{\sqrt{2gH}} \quad (8.34)$$

Un déplacement de 1 mm induit un changement du temps de chute nominal de 0.4 ms. Ce chiffre est à comparer au coefficient entre la vitesse initiale et le temps d'arrivée. Pour avoir une erreur de 1 cm/s sur la mesure de la vitesse initiale, il faut que la trappe se déplace de 2.5 mm.

Nous définissons finalement la vitesse de dérive moyenne des atomes par la moyenne pondérée sur les vitesses initiales:

$$v_d = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dN}{dv_0} v_0 dv_0}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dN}{dv_0} dv_0} \quad (8.35)$$

8.6.2 Temps de charge

La deuxième méthode de mesure consiste à analyser le temps de charge de la trappe anisotrope ou de la mélasse en fonction de l'entraînement des atomes. La présence d'un mécanisme d'extraction influence le taux de capture et le taux de perte des atomes et modifie ainsi l'évolution du nombre d'atomes en fonction du temps. Dans le chapitre 7 nous avons vu que le nombre d'atomes piégés dépendait du taux de perte γ et du taux de capture R :

$$N_s = \frac{R}{\gamma_c} \quad (8.36)$$

Il n'est donc pas indiqué de déduire la vitesse d'entraînement par ce biais. La constante de temps du chargement, par contre, ne dépend, elle, que du taux de perte. En mesurant cette constante de temps il est alors possible de conclure sur les pertes supplémentaires induites par les mécanismes d'extraction et ainsi de connaître la vitesse de dérive des atomes. Établissons la relation entre la vitesse d'entraînement et le temps de charge pour une trappe anisotrope.

Les collisions entre atomes de césium thermiques et atomes froids sont le seul mécanisme de perte dont nous avons tenu compte dans l'équation d'évolution du nombre d'atomes dans la trappe (équation (7.11)). Écrivons à présent l'équation d'évolution de la densité $n(z, t)$ pour une couche dz de la colonne d'atomes froids (cf figure 8.10) si tous les atomes sont animés d'une vitesse de dérive v_d ³:

$$\frac{dn}{dt}(z, t) = \underbrace{-\gamma_c n}_1 - \underbrace{v_d \frac{dn}{dz}}_2 + \underbrace{R/V}_3 \quad (8.37)$$

On identifie 1 le terme de perte par collision, 2 le changement de n avec t puisqu'il n'entre pas la même quantité d'atomes en haut qu'il n'en sort en bas⁴ et 3 le terme de source, c.-à-d. la capture d'atomes à partir de la vapeur. Nous supposons que la capture est uniforme sur tout le volume de la trappe.⁵ Puisqu'il s'agit d'une équation décrivant l'évolution de la densité d'atomes nous exprimons aussi le taux de capture par unité de volume. Comme conditions initiales nous supposons que $n(z, t) \equiv 0$ pour $t < 0$ et que la capture R est enclenchée à $t = 0$. Le système de coordonnées est choisi de telle sorte que

³Nous supposons que tous les atomes ont la même vitesse. Tel n'est manifestement pas le cas. Le résultat de cette méthode sera donc une vitesse moyenne pondérée.

⁴Nous supposons que la vitesse d'entraînement est dirigée vers le bas

⁵Nous avons pu vérifier que le résultat était essentiellement le même si R dépendait de z .

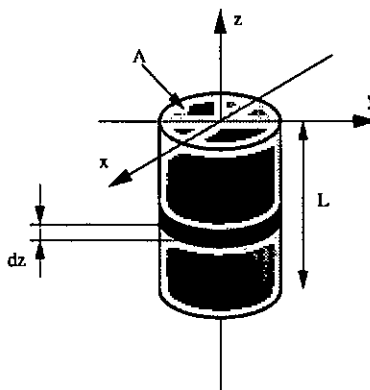


Figure 8.10: Définition du système de coordonnées. L'origine se trouve en haut de la trappe, $v_D < 0$ signifie que les atomes sont entraînés vers le bas.

$v_d < 0$ signifie que les atomes sont entraînés vers le bas. L'origine se trouve en haut du nuage. L'équation (8.37) se résout analytiquement. On distingue deux régimes pour la solution.

$$n(z, t) = \begin{cases} n_1(z, t) = \frac{R}{\gamma_c V} \left(1 - \exp \left[-\gamma_c \frac{z}{v_d} \right] \right) & \text{pour } z > v_d t \\ n_2(z, t) = \frac{R}{\gamma_c V} (1 - \exp[-\gamma_c t]) & \text{pour } z < v_d t \end{cases} \quad (8.38)$$

Pour tout z le chargement se fait exponentiellement pour des temps t petits, la constante de temps étant la même quel que soit z . Aussitôt que $z = v_d t$, cette exponentielle est tronquée et $n(z, t)$ reste constant. Ce résultat se comprend intuitivement: si l'on se place à $z_0 < v_d t$ on n'est pas limité par le fait que la longueur de la trappe est finie. Les atomes capturés au bord $z = 0$ n'ont pas encore eu le temps d'atteindre z_0 . La troncature de l'exponentielle se produit au moment où le bord $z = 0$ a pu se déplacer jusqu'à z_0 . La figure 8.11 montre l'évolution de la densité d'atomes en fonction du temps pour différentes valeurs de z pour une vitesse de dérive v_d fixe.

La grandeur mesurable est le nombre total d'atomes dans la trappe. Ce dernier s'obtient en intégrant (8.38) sur tout le volume de la trappe:

$$\begin{aligned} N(t) &= -A \left\{ \int_0^{z=v_d t} n_1(z', t) dz' + \int_{z=v_d t}^L n_2(z', t) dz' \right\} \\ &= \frac{A R}{\gamma_c V} \left\{ (1 - \exp[-\gamma_c t]) \left(-\frac{v_d}{\gamma_c} + L - v_d t \right) + v_d t \right\} \end{aligned} \quad (8.39)$$

où A et L désignent respectivement la section et la longueur de la colonne d'atomes froids. Pour des temps $t > z/v_d$, le nombre d'atomes reste constant.

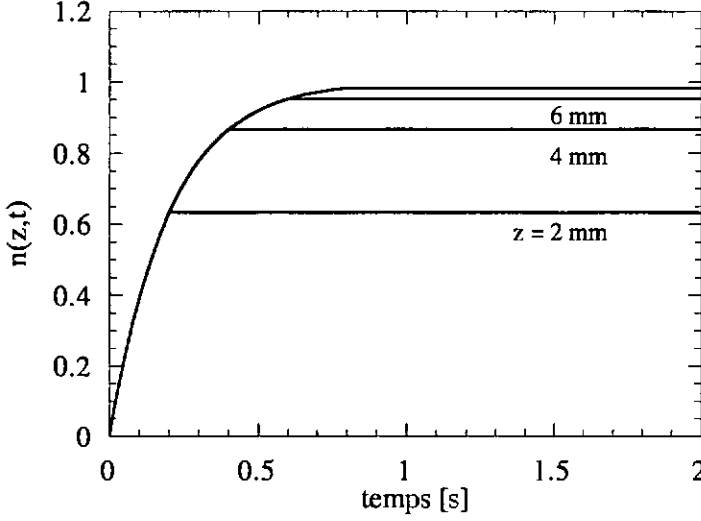


Figure 8.11: Evolution de la densité n pour différentes positions z du nuage allongé d'atomes froids. En tout point la densité commence par croître exponentiellement ($z < v_d t$), mais est tronquée à $t = z/v_d$.

On remarque que, pour $v_d = 0$ on retrouve l'équation d'évolution (7.11) du chapitre 7. Par contre, si $v_d \neq 0$, la montée du nombre d'atomes piégés n'est pas une exponentielle. En analysant le signal de montée on peut alors mesurer la vitesse moyenne de dérive des atomes dans une trappe anisotrope. La figure 8.12 donne l'évolution du nombre d'atomes en fonction du temps pour différentes vitesses d'entraînement.

Puisque la montée du nombre d'atomes est non-exponentielle, il faut redéfinir la constante de temps du processus. Nous le faisons de manière analogue à la constante de temps d'une exponentielle:

$$\tau^{-1} = \frac{\frac{dN}{dt}(t=0)}{N(t=\infty)} = \frac{\gamma_c}{1 - \frac{v_d}{\gamma_c L} \left(1 - \exp\left[-\frac{\gamma_c L}{v_d}\right]\right)} \quad (8.40)$$

En pratique, pour trouver τ , nous avons ajusté une exponentielle sur le signal de montée, puis nous avons déduit la vitesse de dérive v_d en utilisant la formule (8.40).

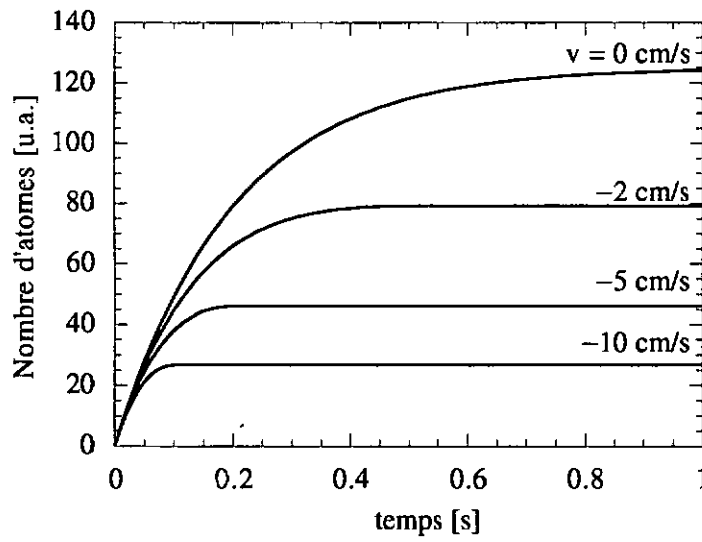


Figure 8.12: Nombre total d'atomes piégés dans la trappe en fonction du temps pour différentes vitesses d'entraînement. A $v_d = 0$ on retrouve le chargement exponentiel. Pour $v_d \neq 0$ le nombre d'atomes à l'équilibre change et la façon dont la trappe se charge est modifiée.

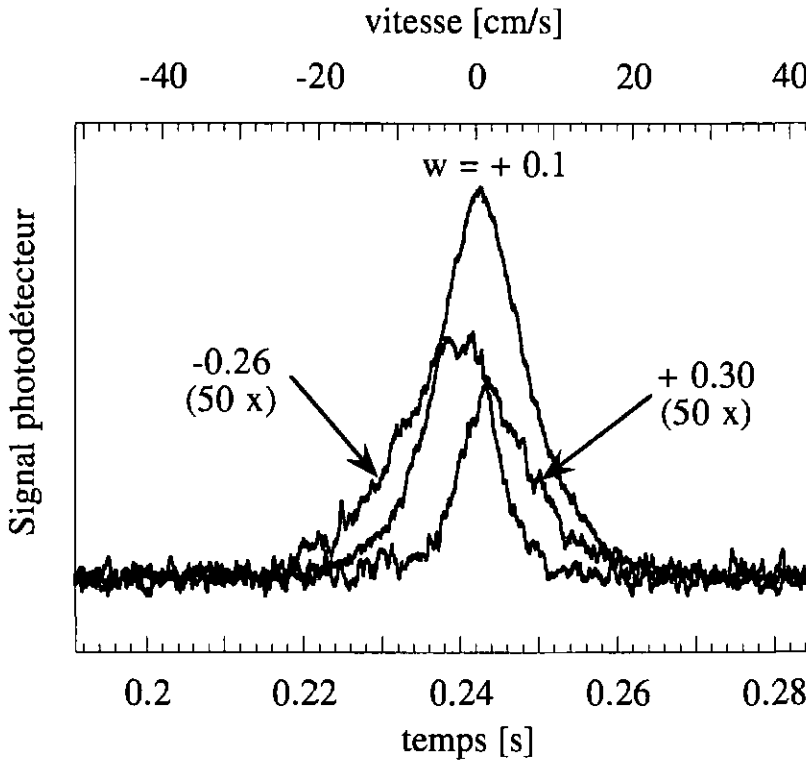


Figure 8.13: Signaux temps de vol pour différents déséquilibres d'intensité des faisceaux dans le plan (Oyz). Le temps de chute nominal est $t_0 = \sqrt{2H/g} = 242$ ms. Les courbes $w = -0.26$ et $w = +0.30$ ont été multipliées par 50. Les paramètres de refroidissement sont $\Delta = -3\Gamma$, $I = 2I_{\text{sat}}$.

8.7 Résultats expérimentaux

Parmi les quatre méthodes présentées dans le paragraphe 8.5 nous en étudions maintenant deux expérimentalement: le déséquilibre d'intensité et le champ magnétique statique. Nous résumons les résultats des vitesses de dérive obtenues dans une trappe anisotrope et dans une mélasse optique.

8.7.1 Déséquilibre d'intensité

Nous introduisons un déséquilibre d'intensité en redistribuant les puissances entre les faisceaux qui montent et qui descendent à 45° dans le plan (Oyz).

La figure 8.13 montrent des signaux de temps de vol pour différents déséquilibres.

Le point le plus marquant de cette figure est la grande perte de signal. Les deux courbes correspondant à des déséquilibres de $w = -0.26$ et $w = +0.30$ sont plus de 100 fois plus faibles que le signal centré à 242 ms, enregistré

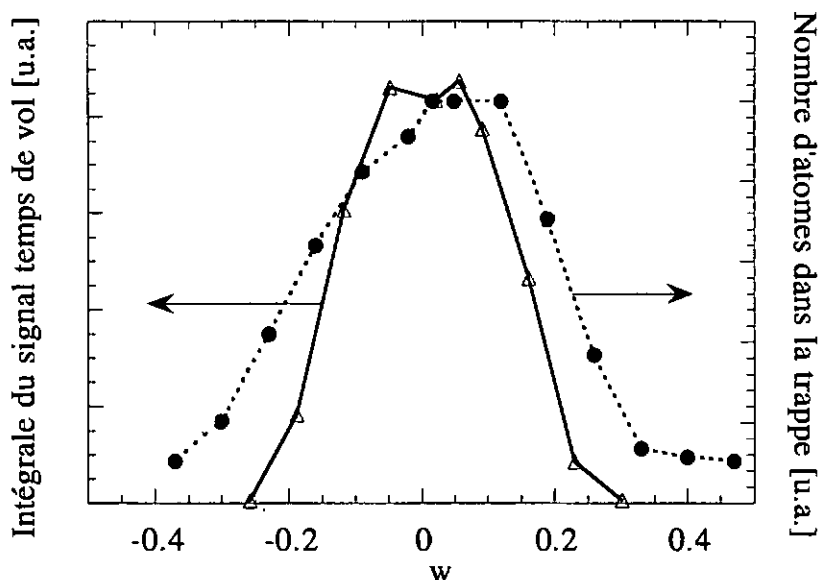


Figure 8.14: Courbe continue: nombre total d'atomes qui passent par le faisceau sonde. Ce nombre est obtenu en intégrant le signal temps de vol (figure 8.13). Courbe traitillée: nombre d'atomes capturés dans la trappe isotrope en fonction du déséquilibre d'intensité.

avec un petit déséquilibre. Cette constatation est encore plus évidente si on intègre le signal de temps de vol pour obtenir le nombre total d'atomes qui passent par le faisceau sonde. Nous comparons cette grandeur avec le nombre d'atomes piégés dans la trappe en fonction du déséquilibre d'intensité (figure 8.14). Les deux courbes montrant le même comportement, on en déduit que la baisse du signal est essentiellement due à une capture moins efficace.

Le deuxième point que nous voulons relever sur la figure 8.13 est le faible déplacement des pics. Comme établi plus haut (équation (8.33)), un changement du temps d'arrivée d'une milliseconde indique une vitesse initiale de 1 cm/s. Même pour les plus grands déséquilibres pour lesquels le signal temps de vol est encore mesurable le pic ne se déplace guère plus que de 3 – 4 ms. Les vitesses d'entraînement sont très faibles.

Comparons ces résultats avec les vitesses de dérive induites aux atomes d'une trappe anisotrope par déséquilibre d'intensité. Pour cette deuxième étude la méthode de mesure est celle des temps de charge. Ces résultats et ceux obtenus par temps de vol pour une mélasse sont résumés dans la figure 8.15. Les petites vitesses d'entraînement sont confirmées par la méthode temps de charge dans une trappe anisotrope. Pour un déséquilibre $|w| < 0.3$, c.-à-d. avec lesquels nous pouvons mesurer la vitesse par les deux méthodes, il y a un bon accord entre les deux valeurs expérimentales. En ce qui concerne le déséquilibre, l'axe vertical de la trappe anisotrope est équivalent à une

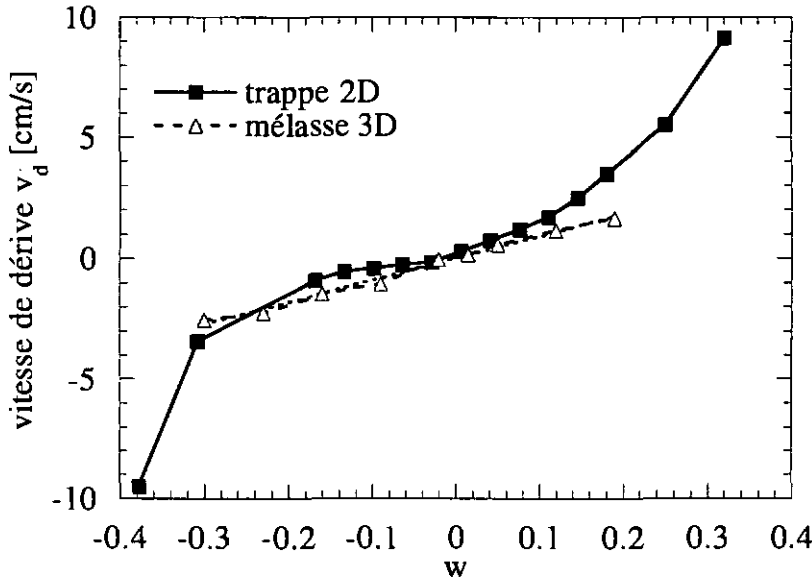


Figure 8.15: Vitesse de dérive en fonction du déséquilibres d'intensité induit aux atomes d'une mélasse optique (Δ) et aux atomes d'une trappe anisotrope ($\blacksquare$). Les paramètres du laser de refroidissement sont les mêmes dans les deux cas: $\Delta = -3\Gamma$ et $I = I_{\text{sat}}$. Le gradient pour la trappe anisotrope $dB_x/dx = 100 \text{ mT/m}$

mélasse optique. La présence du gradient horizontal, qui produit un champ magnétique en dehors de l'axe $z = 0$, ne modifie pas l'effet d'un déséquilibre d'intensité. Pour des valeurs de $|w|$ plus grandes, seule la méthode du temps de charge donne encore un résultat. Les quelques points indiquent un net changement de comportement. Ce changement de tendance peut éventuellement traduire le passage de mécanismes sub-Doppler à des mécanismes Doppler de refroidissement. Toutefois, comme il est impossible de mesurer des signaux de temps de vol dans ces conditions, il est difficile de contrôler cette hypothèse.

En résumé, nous pouvons dire que la mélasse optique tout comme la trappe anisotrope montrent peu de sensibilité vis-à-vis d'un déséquilibre d'intensité. Les vitesses d'entraînement restent faibles, même pour des déséquilibres relatifs allant jusqu'à $w = 0.4$. L'effet principal d'un déséquilibre est une baisse de l'efficacité de capture. Il s'avère donc qu'une différence d'intensité entre les faisceaux allant vers le haut et ceux allant vers le bas n'offre pas les bonnes conditions pour produire un jet continu d'atomes froids.

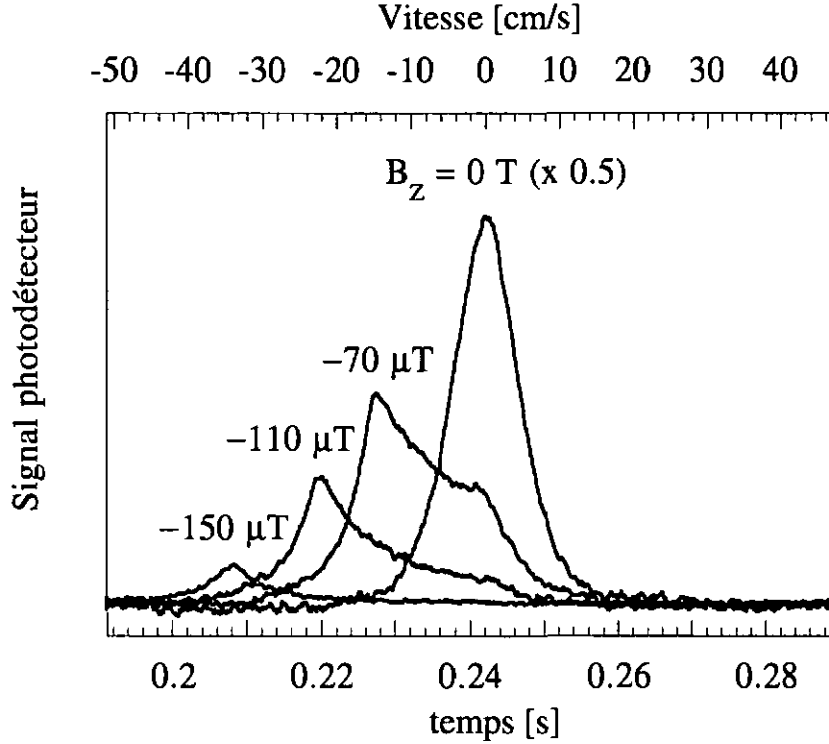


Figure 8.16: Signaux temps de vol pour différents champs magnétiques B_z . Le temps de chute nominal $t_0 = \sqrt{2H/g} = 242$ ms. La courbe obtenue avec $B_z = 0$ est multipliée par 0.5. Les paramètres de refroidissement sont $\Delta = -3\Gamma$ et $I = 2I_{\text{sat}}$

8.7.2 Champ magnétique

Le deuxième mécanisme d'extraction testé est le champ magnétique statique. Pour appliquer un champ magnétique selon l'axe vertical, nous disposons de deux bobines d'axe z en position Helmholtz. Son signe correspond au système de coordonnées (pour $B_z < 0$ il pointe vers le bas). Dans notre configuration de polarisation les atomes sont entraînés dans la direction du champ magnétique. Le signe de ce dernier donne donc directement le signe de la vitesse de dérive.

Commençons par analyser l'effet d'un champ magnétique sur une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$. La figure 8.16 montre des signaux temps de vol pour différents champs magnétiques. Une information importante que l'on tire de cette figure est le déplacement des pics temps de vol en fonction du champ magnétique B_z . Comparativement aux résultats obtenus avec le déséquilibre d'intensité, les pics se déplacent beaucoup plus avant de disparaître. En plus du déplacement, nous observons une distorsion des signaux de temps de vol. Alors que le pic pour $B_z = 0$ est symétrique autour du temps de chute 242 ms (qui correspond à une vitesse initiale nulle), les signaux pour $B_z \neq 0$ montrent tous une

asymétrie plus ou moins prononcée. Pour les faibles champs magnétiques surtout, on distingue nettement un pic secondaire qui reste centré au temps de chute sans vitesse initiale. On observe également une baisse de signal quand le module du champ magnétique B_z est augmenté. Cependant, pour la même efficacité d'entraînement que dans le cas du déséquilibre, la baisse est beaucoup moins importante.

Nous avons tenté d'expliquer la distorsion des pics par la présence simultanée de refroidissement Doppler et de refroidissement sub-Doppler, comme prédit par la théorie du sous-paragraphe 8.5.3. Bien qu'il soit difficile de définir une largeur pour les pics asymétriques lorsque $B_z \neq 0$, les structures observées sont trop étroites pour suggérer un refroidissement Doppler (température limite Doppler $127 \mu\text{K}$, FWHM = 21 ms). La forme des signaux temps de vol ne peuvent donc pas être expliqués par deux passages par zéro de la force de refroidissement. Le fait que le pic secondaire reste centré sur le temps correspondant à une vitesse initiale nulle fait penser qu'une partie des atomes est retenue dans la mélasse optique. Le calcul du champ électrique local en 2D [HWEH93] montre qu'il existe de forts gradients de polarisation dans une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$ bidimensionnelle. De tels gradients pourraient être à l'origine de puits de potentiel. Cette hypothèse peut être testée si l'on parvient à modifier les puits de potentiels qui retiennent les atomes. Leur profondeur est proportionnelle à la modulation du déplacement lumineux qui, lui-même, dépend de la modulation du carré du champ électrique total $\mathcal{E}^2$ dans la direction d'extraction. Le calcul du champ électrique total pour les deux paires de faisceaux à 45° par rapport à la verticale montre que cette amplitude — et avec elle la profondeur des puits — dépend de la polarisation des faisceaux. la figure 8.17 montre plusieurs signaux temps de vol, tous enregistrés pour le même champ magnétique ($B_z = 50 \mu\text{T}$) mais correspondant à différentes polarisations des faisceaux. Pour toutes les polarisations on distingue deux classes d'atomes: une première formée d'atomes entraînés à environ 10 cm/s, et une deuxième centrée à une vitesse d'entraînement nulle. La répartition des atomes entre les deux classes varie en fonction de la polarisation des faisceaux. Nous en concluons que, pour toutes les polarisations, il existe des puits de potentiel qui empêchent certains atomes d'acquérir une vitesse de dérive. Ce résultat explique la distorsion des signaux temps de vol. Il est propre au caractère tridimensionnel de la mélasse. En effet, le champ magnétique total d'une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$ unidimensionnelle ne montre pas de modulation spatiale d'amplitude.

Quant à la perte d'atomes, on peut à nouveau comparer l'intégrale des signaux temps de vol avec le nombre d'atomes dans la trappe en fonction du champ magnétique (figure 8.18). On constate alors — contrairement au déséquilibre — que les deux courbes ne se comportent pas de la même ma-

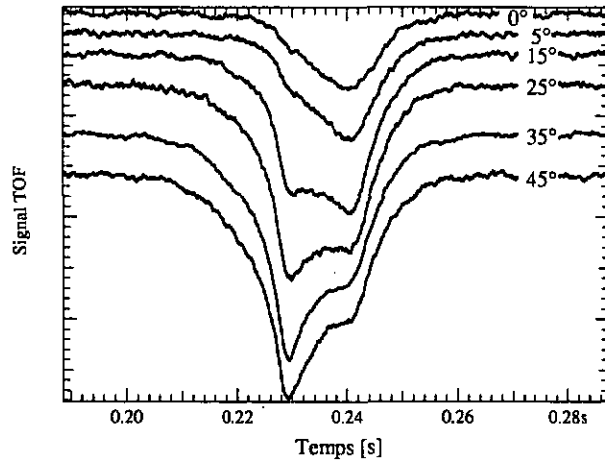


Figure 8.17: Signaux temps de vol pour différentes polarisations des quatre faisceaux à 45° . Les paramètres de refroidissement sont $\Delta = -3\Gamma$, $I = 2I_{\text{sat}}$. Le champ magnétique B_z est de $50 \mu\text{T}$ pour toutes les courbes. Les valeurs indiquées sur le graphe donnent l'angle que forme l'axe de référence de la lame $\lambda/4$ avec la polarisation linéaire entrante. Pour 0° la polarisation des faisceaux dans le plan (Oyz) est $\text{lin} \parallel \text{lin}$, pour 45° celle-ci est $\sigma^+ - \sigma^-$.

nière. La perte de signal ne s'explique donc pas par une baisse d'efficacité de capture.

En résumant les différentes observations nous pouvons tirer les conclusions suivantes:

- Pour tous les champs magnétiques avec lesquels nous mesurons un signal temps de vol, les atomes sont refroidis à des températures sub-Doppler. La coexistence des régimes sub-Doppler et Doppler ne peut pas être observée dans notre configuration expérimentale.
- La distorsion des signaux provient de mécanismes qui produisent des puits de potentiel dans la direction z et empêchent ainsi certains atomes d'être entraînés dans cette direction. Une théorie unidimensionnelle d'une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$ ne justifie pas la présence de tels puits, les déplacements radiatifs y étant constants. Pour décrire notre expérience, il faut cependant aussi tenir compte des faisceaux latéraux qui font apparaître des gradients de polarisation (et donc des *light-shift* variables).
- La baisse des signaux temps de vol ne s'explique pas par une efficacité de capture réduite. Les atomes doivent aussi être entraînés dans des directions autres que la verticale et seule une partie des atomes piégés au départ atteint le faisceau sonde. Signalons à ce propos les travaux de van der Straten *et al.* [vdSSS⁺93] qui étudient l'influence d'un champ magnétique transverse sur une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$. Cette théorie prévoit

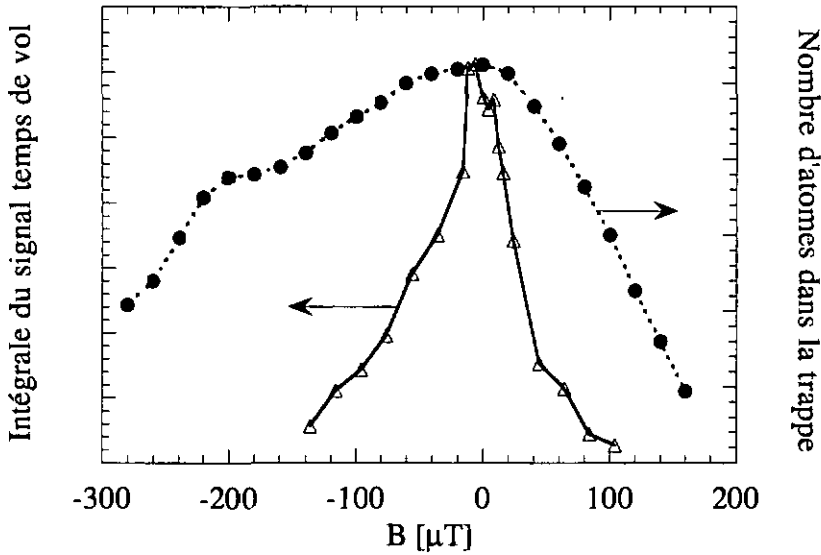


Figure 8.18: Nombre d'atomes qui passent par le faisceau sonde (courbe continue). Ce nombre est obtenu en intégrant le signal temps de vol. La courbe pointillée donne le nombre d'atomes capturés dans la trappe isotrope

5 vitesses d'entraînement différentes (pour une transition $J = 1 \rightarrow J' = 2$). Comme dans notre cas le champ magnétique forme un angle de 45° avec les faisceaux de refroidissement, nous nous trouvons dans une situation intermédiaire entre un champ magnétique longitudinal et transversal. Il est alors possible que les atomes acquièrent une vitesse v_h horizontale et soient — même pour v_h faible — perdus pour le jet atomique purement vertical.

Sur la base des signaux temps de vol, nous calculons les vitesses moyennes d'entraînement à l'aide de l'expression (8.35). Comparons ces vitesses moyennes avec celles mesurées par temps de charge dans une trappe anisotrope. Les deux séries de mesures sont représentées en figure 8.19. Pour la mélasse optique (Δ), une régression linéaire sur les vitesses de dérive donne un coefficient d'entraînement de $1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT}$. Pour une trappe anisotrope ($\bullet$), la régression linéaire entre le champ magnétique et la vitesse de dérive donne le même résultat.

Ces résultats sont presque d'un facteur 2 en dessous de la prévision théorique vérifiée expérimentalement par Valentin. Pour expliquer cet écart, il faut rappeler le caractère tridimensionnel de notre expérience. En effet, la description théorique se base sur une polarisation linéaire tournant dans l'espace. Dans notre expérience, la présence de faisceaux latéraux modifie fortement cette situation. Un autre groupe [DLN⁺94] a observé une baisse comparable du coefficient d'entraînement dans une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$ tridi-

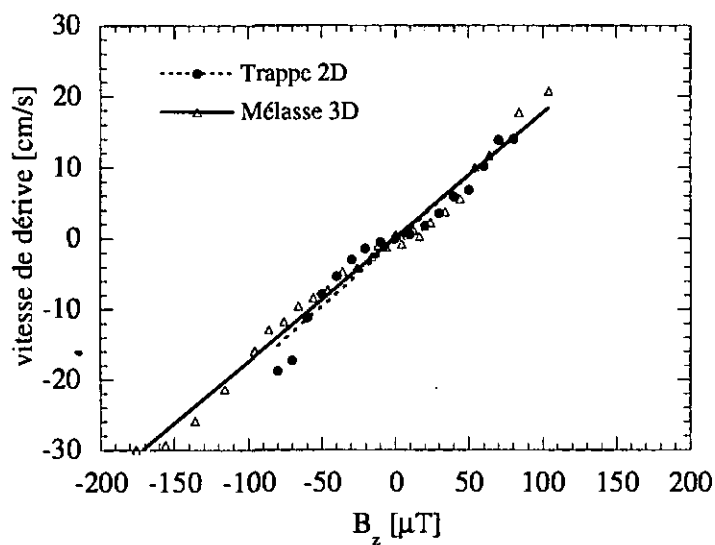


Figure 8.19: Vitesse de dérive induite aux atomes d'une trappe anisotrope ($\bullet$) et aux atomes d'une mélasse (Δ) en fonction du champ magnétique B_z . Les paramètres du laser de refroidissement sont les mêmes dans les deux cas: $\Delta = -3\Gamma$ et $I = 2I_{\text{sat}}$. Le gradient pour la trappe anisotrope est $dB_x/dx = 100$ mT/m. Les deux droites (pointillées et pleines) correspondent à une régression linéaire sur les valeurs mesurées. Dans les deux cas la pente est de $1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT}$

mensionnelle. Une description plus proche de la réalité expérimentale a été entreprise par Y. Castin *et al.* [C195]. Pour des paramètres de refroidissement semblables à ceux de notre expérience, ce modèle bidimensionnel prévoit un coefficient de $1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT}$ [Cas]. Rappelons toutefois que l'entraînement chez nous se fait à 45° par rapport aux faisceaux et devrait être de fait être plus important d'un facteur $\sqrt{2}$. Le parfait accord n'est donc qu'apparent.

Le fait que le coefficient de dérive soit le même dans une mélasse optique et dans une trappe anisotrope nous montre que dans le deuxième cas la vitesse des atomes n'est pas perturbée ni par la présence du gradient magnétique transversal ni par les tortillons.

8.7.3 Résumé

Pour avoir une vue globale de cette étude des mécanismes d'entraînement, résumons les valeurs théoriques du paragraphe 8.5 et celles observées expérimentalement. Le tableau 8.1 donne les vitesses de dérive en fonction du champ magnétique (première colonne de valeurs) et du déséquilibre d'intensité (deuxième colonne de valeurs).

	v_d/B [$\frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT}$]		$v_d/\vec{w}$ [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]	
Modèle Doppler 1D $\Delta = -3\Gamma \ I = I_{\text{sat}}$	4.77	p. 147	6.96	p. 145
Modèle sub-Doppler 1D $J = 1 \rightarrow J' = 2$ $\Delta = -3\Gamma \ I = I_{\text{sat}}$	2.98	[VGYP92]	0.87	[WHS93]
Modèle sub-Doppler 2D $F = 4 \rightarrow F' = 5$ $\Delta = -3\Gamma \ I = I_{\text{sat}}$	1.8	[Cas]	0.21	[Cas]
Expérience mélasse $\Delta = -3\Gamma \ I = 2I_{\text{sat}}$	1.8	p. 166	0.09	p. 161
Expérience trappe 2D $\Delta = -3\Gamma \ I = 2I_{\text{sat}}$	1.8	p. 166	0.09 $ w < 0.25$	p. 161

Tableau 8.1: Résumé des coefficients d'entraînement théoriques et expérimentaux.

8.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous étudions une trappe magnéto-optique anisotrope comme source continue d'atomes froids. Nous montrons qu'il est possible de charger une telle structure à partir d'une vapeur thermique. Dans de bonnes conditions d'irradiation, le nombre d'atomes piégés est approximativement d'un facteur 2 plus petit que dans une trappe isotrope. La sensibilité plus grande du piège bidimensionnel aux imperfections de l'irradiation constitue sa différence principale avec la trappe tridimensionnelle.

Les températures que nous mesurons dans une trappe anisotrope sont moins élevées que celles obtenues dans une trappe isotrope avec les mêmes paramètres de refroidissement. Ce comportement s'explique par un plus fort réchauffement dû à la diffusion multiple dans la trappe sphérique.

Nous discutons également quatre mécanismes d'extraction des atomes: la mélasse mouvante, le déséquilibre d'intensité, le champ magnétique et le canal noir. Si sur le plan théorique les trois premières méthodes sont *a priori* prometteuses pour produire des jets continus, la quatrième reste moins facile à mettre en œuvre. En effet, nous montrons que le niveau de lumière du repompeur dans le canal noir doit être si bas qu'une réalisation pratique n'est guère envisageable sans dépompeur. Cependant, cette technique pourrait être utilisée pour résoudre le problème des tortillons et être combinée avec une autre méthode d'extraction. Il s'agirait alors d'un collimateur à atomes optique qui assurerait une bonne directivité du flux d'atomes sortant de la trappe anisotrope.

Sur le plan expérimental nous présentons deux méthodes d'extraction: le déséquilibre d'intensité et le champ magnétique. La première s'avère inutilisable pour la génération d'un jet continu d'atomes froids à partir d'une trappe anisotrope. Les vitesses d'entraînement observées restent (avec quelques cm/s) trop faibles pour garantir un flux d'atomes suffisant. De plus, nous constatons une forte baisse de l'efficacité de capture quand le déséquilibre augmente. La situation est plus encourageante avec un champ magnétique statique. Avec cette méthode nous mesurons des vitesses d'entraînement allant jusqu'à plusieurs dizaines de cm/s. Ces vitesses sont plus petites que celles prévues (et observées) par une théorie unidimensionnelle. Nous expliquons cette différence par le caractère tridimensionnel de l'expérience où des faisceaux latéraux perturbent la polarisation linéaire tournante qui est à la base de l'entraînement par champ magnétique. Toutes les températures observées sont sub-Doppler. Les profils de temps de vol distordus ne s'expliquent donc pas par la coexistence de refroidissements Doppler et sub-Doppler. Des puits de potentiel locaux dans la direction z retiennent certains atomes et les empêchent d'acquérir une vitesse de dérive. De cette manière on observe des si-

gnaux non-gaussiens. La configuration expérimentale complexe (faisceaux à 45° par rapport à la verticale, champ magnétique selon z) induit des vitesses de dérive dans d'autres directions que la verticale et occasionne ainsi des pertes d'atomes. Ce point nécessite d'autres investigations.

Chapitre 9

Conclusion générale

En guise de conclusion à ce mémoire résumons les points principaux de notre recherche afin d'avoir une vue globale des renseignements acquis et d'en déduire les futures perspectives.

Métrologie avec la douche froide

Le fil rouge de ce travail est le développement d'un étalon primaire de fréquence basé sur des atomes ralentis par laser. Le point de départ est le constat qu'un étalon à jet continu d'atomes est une alternative intéressante à la fontaine atomique, schéma qui est aujourd'hui à la base de la quasi totalité des étalons à atomes froids. Nous montrons qu'un jet continu est plus avantageux en ce qui concerne le déplacement collisionnel. En outre, pour la stabilité de l'étalon, il est préférable d'interroger les atomes en continu et non pas en mode pulsé. Le jet continu a bien entendu également ses inconvénients: citons notamment le déplacement radiatif ou les problèmes liés à un déphasage entre les deux pulses micro-onde, deux phénomènes totalement inexistant dans la fontaine. Le facteur de qualité Q du résonateur est également moins bon.

Nous nous sommes assurés que la probabilité de transition est une fonction paire du désaccord entre la fréquence micro-onde et la fréquence de résonance atomique, quelle que soit la dépendance temporelle de l'amplitude micro-onde. Ce résultat important permet d'interroger les atomes avec deux pulses de durée inégale tels que ceux rencontrés par l'atome en chute libre à travers une cavité de Ramsey. Par la même occasion, nous avons découvert qu'en appliquant deux pulses de durée inégale, le comportement de la largeur et du contraste de la frange centrale en fonction de la puissance micro-onde diffère par rapport au cas de pulses de durée égale.

Bien que l'étalon ne soit qu'au stade de développement, nous avons pu

mesurer des franges de Ramsey en mode pulsé. Elles nous ont permis de vérifier les prédictions concernant le comportement de la largeur et du contraste en fonction de la puissance micro-onde. En plus, elles nous ont montré que le rapport signal sur bruit était nettement trop faible dans la configuration actuelle pour détecter un jet continu.

Etude d'une source de jet d'atomes froids

Un point crucial de l'étalon de fréquence est la source d'atomes qui, dans notre cas, est une trappe magnéto-optique. Nous avons décrit le montage optique avec ses techniques laser ainsi que deux trappes magnéto-optiques réalisées. Le premier piège est de conception standard (configuration anti-Helmholtz), il nous a permis de produire nos premiers atomes froids. Le deuxième est de structure magnétique plus complexe et nous a ouvert la possibilité d'explorer des nuages sphériques ou allongés d'atomes froids. La partie de cet exposé réservée à la conception et à la réalisation du montage expérimental ne reflète pas le temps que nous leurs avons consacré.

Pour optimiser le signal de l'étalon le flux atomique doit être aussi important que possible. Ce critère nous a conduit à étudier le processus de capture d'une trappe magnéto-optique isotrope. Nous avons modélisé avec succès la dépendance du nombre d'atomes en fonction des principaux paramètres de refroidissement, à savoir: le désaccord, l'intensité et le diamètre du laser ainsi que le gradient du champ magnétique. Le résultat principal est la mise en évidence d'un désaccord optimal ($\sim -2\Gamma$ dépendant du gradient) et d'un gradient optimal (typiquement 0.1 T/m dépendant du diamètre du faisceau). Nous avons pu vérifier que le piège anisotrope montre essentiellement le même comportement de capture avec un nombre d'atomes piégés environ deux fois plus petit. La différence la plus importante entre la trappe isotrope et la trappe anisotrope est la plus grande sensibilité de la seconde aux imperfections de l'irradiation.

Toujours dans l'optique d'un jet continu d'atomes froids, nous nous sommes ensuite intéressés aux mécanismes d'extraction d'atomes d'une trappe anisotrope. Des quatre méthodes possibles, nous en avons étudié deux expérimentalement (champ magnétique statique et déséquilibre d'intensité). pour le déséquilibre d'intensité le résultat à retenir est la faible sensibilité de la trappe anisotrope à ce mécanisme d'extraction: des vitesses d'à peine quelques cm/s ont été observées. Cette méthode est à exclure pour produire un flux d'atomes intense. La deuxième méthode, le champ magnétique, a donné des résultats plus convaincants: on a mesuré des vitesses de dérive allant jusqu'à 30 cm/s. Toutefois, l'entraînement observé dans notre expérience est presque d'un facteur deux moins efficace que ne le prédit un modèle uni-

dimensionnel ($1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT}$ expérimental contre $2.98 \frac{\text{m}}{\text{s}}/\text{mT}$ théorique). Nous expliquons cet écart important par le caractère tridimensionnel de l'expérience. La présence d'autres faisceaux réduit visiblement le coefficient d'entraînement. Une description complète du problème serait alourdie par le fait que quatre des six faisceaux forment un angle de 45° avec le champ magnétique d'entraînement qui, lui, est vertical.

Nous avons été surpris par les formes des nuages dans la trappe anisotrope. Au lieu d'être filiformes, les colonnes d'atomes montrent des oscillations spatiales irrégulières. Nous avons pu identifier des défauts d'alignement et des déséquilibres d'intensité locaux comme causes de ces tortillons. Leur présence va gêner la production d'un jet continu d'atomes car les tortillons vont nuire à la directivité de ce dernier. Le canal noir, écarté dans un premier temps en tant que méthode d'extraction, pourrait se montrer utile dans la résolution de ce problème.

Perspectives

Sur la base de ces renseignements nous pouvons finalement faire des suggestions pour de futurs travaux de recherche. Le champ magnétique statique est une méthode prometteuse pour l'extraction des atomes d'une trappe anisotrope. De nouvelles investigations — notamment en mode continu — sont cependant nécessaires pour caractériser le flux atomique que l'on peut obtenir. Notons que jusqu'ici nous avons totalement écarté la mélasse mouvante comme mécanisme d'extraction et qu'il est fort possible que cette méthode donne les flux atomiques les plus intenses. Quelle que soit la méthode d'extraction choisie, il faut envisager la mise en place d'un canal noir pour contourner les problèmes soulevés par les structures irrégulières observées dans des nuages allongés d'atomes froids.

Quant à la détection du jet continu, nous avons vu qu'un accroissement du rapport signal sur bruit était indispensable. Cette augmentation passe, bien sûr, par un signal plus grand (c.-à-d. un taux de capture plus important, p. ex. par des faisceaux de plus grand diamètre), mais également par une diminution du bruit de détection. En évacuant la vapeur thermique de césium de la zone de détection la lumière diffusée dans cette région diminuerait déjà de beaucoup et le bruit de grenaille serait alors sensiblement plus petit. Une fois la douche froide détectée avec un rapport signal sur bruit acceptable on pourra alors faire des projections sur la stabilité d'un étalon primaire de fréquence à jet d'atomes ralentis par laser.

Annexe A

L'atome de césium

Le césium (Cs) est le 55ème éléments de la table périodique. Avec un électron de valance, il fait partie des alcalins. Le seul isotope stable du césium est l'isotope 133. Dans cet annexe nous résumons quelques propriétés de l'atome de césium.

A.1 Propriétés thermodynamiques

- Température de fusion: 301.55 K
- Température d'ébullition: 951.6 K
- Densité de vapeur en fonction de la température $[n] = [m^{-3}]$ [TL37]:

$$\log n = 35.531 - \frac{4150}{T} - 2.00 \log T \quad \text{pour } T < 302 \text{ K} \tag{A.1}$$

$$\log n = 36.531 - \frac{4041}{T} - 2.35 \log T \quad \text{pour } T > 302 \text{ K}$$

- Masse atomique: $220.8 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

A.2 Niveaux énergétiques

La figure A.1 montre les niveaux d'énergie de l'atome de césium [AIV77]

L'énergie d'un photon de la ligne D_1 : $2.22 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 D_2 : $2.33 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

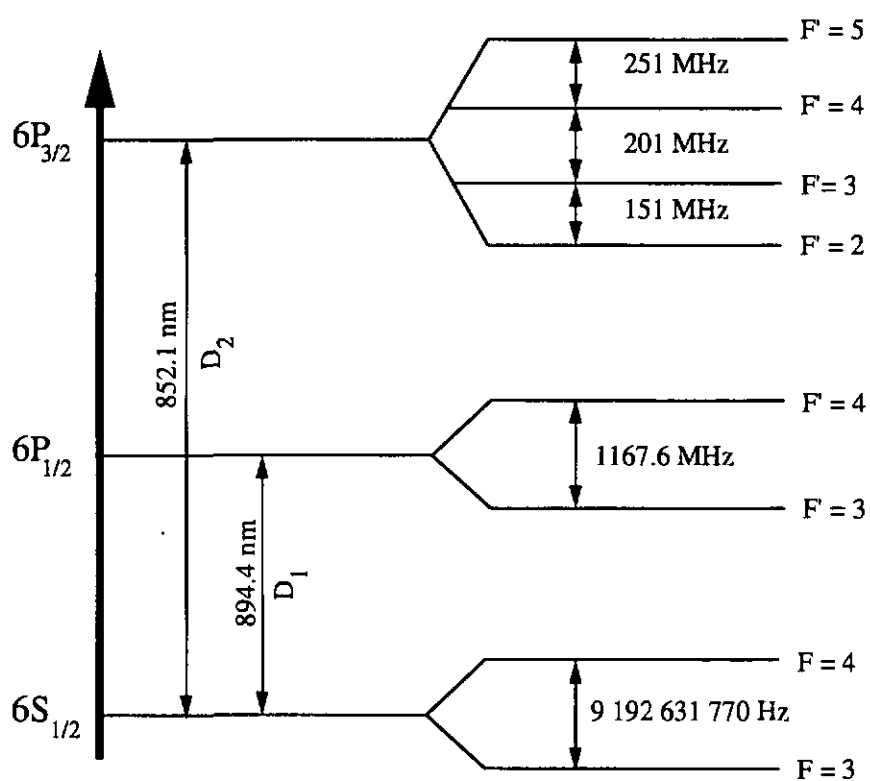


Figure A.1: Niveaux énergétiques des raies D_1 et D_2 de l'atome de césium 133.

A.3 Intensité saturante

Nous définissons l'intensité saturante I_{sat} comme étant l'intensité pour laquelle la fréquence de Rabi ($\hbar\Omega_d = \vec{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}$) de la transition $|F = 4, m_F = +4\rangle \rightarrow |5, +5\rangle$ égale la largeur naturelle Γ .

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{sat}} &= \Gamma & \left(\begin{array}{l} \Gamma = 5.3 \text{ MHz} \times 2\pi \\ \tau = 1/\Gamma = 30 \text{ ns} \end{array} \right) \\ I_{\text{sat}} &= 2.2 \text{ mW/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Définissons également l'intensité normalisée β par:

$$\beta = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \quad (\text{A.3})$$

A.4 Coefficients de Clebsch-Gordan

Les tableaux A.1, A.2 et A.3 donnent les carrés des coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition $|F, m\rangle \rightarrow |F', m'\rangle$ [Cor77]. Les valeurs numériques pour $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 3, 5, 6\rangle$ sont représentées en figure A.2, A.3 et A.4:

A.5 Rapports de branchement

Les probabilités relatives $\alpha_{F' \rightarrow F}$ qu'un état hyperfin excité F' se désexcite vers l'état fondamental F sont données par le tableau ci-dessous:

		F'			
		2	3	4	5
F	3	1	3/4	5/12	0
	4	0	1/4	7/12	1

A.6 Facteur de Landé

Le facteur de Landé donne la levée de la dégénérescence d'un niveau hyperfin en champ magnétique faible (cf. par exemple [CTDL77]):

$$\Delta E = g_F \mu_B B m_F \quad (\text{A.4})$$

σ^+	$\frac{(F+m+1)(F+m+2)}{2(2F+1)(F+1)}$
$(m' = m+1)$	
π	$\frac{(F-m+1)(F+m+1)}{(2F+1)(F+1)}$
$(m' = m)$	
σ^-	$\frac{(F-m+1)(F-m+2)}{2(2F+1)(F+1)}$
$(m' = m-1)$	

Tableau A.1: Carrés des coefficients Clebsch-Gordan pour une transition $F \rightarrow F' = F+1$.

σ^+	$\frac{(F+m+1)(F-m)}{2F(F+1)}$
$(m' = m+1)$	
π	$\frac{m^2}{F(F+1)}$
$(m' = m)$	
σ^-	$\frac{(F-m+1)(F+m)}{2F(F+1)}$
$(m' = m-1)$	

Tableau A.2: Carrés des coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition $F \rightarrow F' = F$

σ^+	$\frac{(F-m-1)(F-m)}{2F(2F+1)}$
$(m' = m+1)$	
π	$\frac{(F-m)(F+m)}{F(2F+1)}$
$(m' = m)$	
σ^-	$\frac{(F+m-1)(F+m)}{2F(2F+1)}$
$(m' = m-1)$	

Tableau A.3: Carrés des coefficients Clebsch-Gordan pour une transition $F \rightarrow F' = F-1$

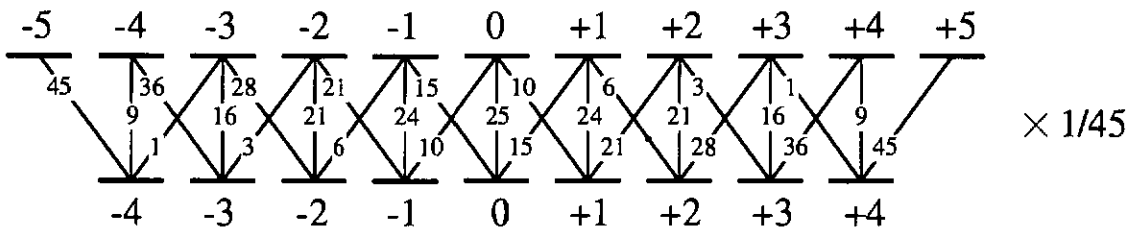


Figure A.2: Valeurs numériques des carrés des coefficients Clebsch-Gordan sur une transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$.

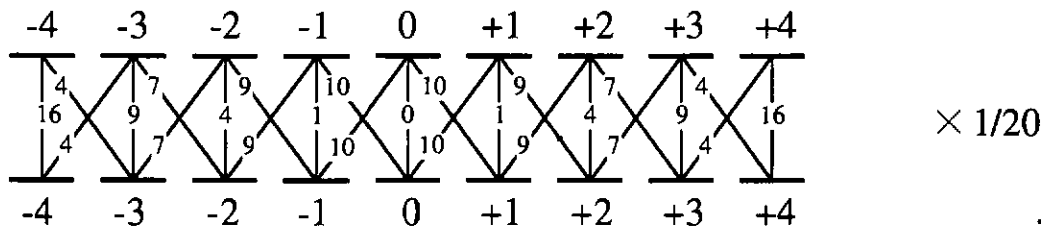


Figure A.3: Valeurs numériques des carrés des coefficients Clebsch-Gordan sur une transition $F = 4 \rightarrow F' = 4$.

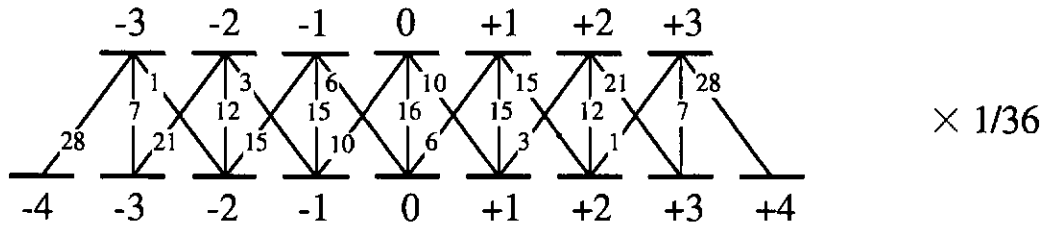


Figure A.4: Valeurs numériques des carrés des coefficients Clebsch-Gordan sur une transition $F = 4 \rightarrow F' = 3$.

$$\begin{aligned}
g_F &= g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \\
&+ g_I \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)} \quad (\text{A.5})
\end{aligned}$$

F est le moment cinétique total, J le moment cinétique électronique total (orbital et spinoriel) et I est le moment cinétique du noyau (7/2 pour le césium), g_J le rapport gyromagnétique électronique ($g_J = 2.0$) et g_I le rapport gyromagnétique nucléaire ($g_I = -3.989 \cdot 10^{-4}$) [AIV77].

Comme $g_I \ll g_J$ le deuxième terme peut être négligé. Le tableau A.4 donne le facteur de Landé des niveaux excités $6P_{3/2}$ et fondamentaux $6S_{1/2}$. Les valeurs numériques des facteurs de Landé des états fondamentaux et excités sont données par le tableau A.4.

	g_F	$g_{F'}$
2		-1/2
3	-1/4	0
4	1/4	4/15
5		2/5

Tableau A.4: Coefficients de Landé de l'état fondamental et excité.

Donnons également la valeur numérique de l'effet Zeeman linéaire et quadratique des états fondamentaux en terme de fréquence:

Effet Zeeman linéaire:	$F = 3$	$-3.5098 \text{ GHz/T} \cdot m_F$
	$F = 4$	$+3.4986 \text{ GHz/T} \cdot m_F$
Augmentation de la séparation		
des niveaux d'horloge en fonction de B^2		42.745 GHz/T^2

Annexe B

Equations de Bloch

Les équations de Bloch, développées dans le cadre de la résonance magnétique, permettent de décrire l'évolution des degrés de libertés internes — plus particulièrement des populations et des cohérences — d'un atome en interaction avec une onde électromagnétique. Aussi bien les transitions de type dipôle magnétique que celles de type dipôle électrique sont décrites par ces équations. De ce fait, elles sont à la base du calcul de la probabilité de transition (chapitre 2) et en même temps les équations de départ pour le refroidissement d'atomes par faisceaux laser. La dérivation des équations de Bloch est présentée par différents auteurs [LM95]. Contentons nous ici simplement d'énoncer le système d'équations différentielles et de l'appliquer aux cas particuliers de la transition horloge et aux transitions optiques.

Tout système à deux niveaux peut être assimilé à un spin fictif avec des composantes u , v et w . Ces composantes ont une signification physique précise:

- u Composante du dipôle oscillant en phase avec le champ extérieur
- v Composante du dipôle oscillant en quadrature avance avec le champ extérieur
- w Demi-différence des populations
 $\frac{1}{2}[\rho_{bb} - \rho_{aa}]$ si ρ_{ii} est la probabilité que l'atome se trouve dans l'état i .

Considérons un système à deux niveaux ($|a\rangle$ inférieur et $|b\rangle$ supérieur) dont la séparation en énergie est $E_b - E_a = \hbar\omega_{at}$ sous l'influence d'un couplage

décrit par l'Hamiltonien $\hat{V}_{\text{int}}$. Les composante du spin fictif évoluent selon le système d'équation B.1:

$$\dot{\vec{w}} = \begin{cases} \dot{u} = -\frac{u}{T_2} + \delta v \\ \dot{v} = -\delta u - \frac{1}{T_2}v - \Omega w \\ \dot{w} = \quad + \Omega v - \frac{(w - w_0)}{T_1} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

où

- δ Désaccord entre la pulsation du rayonnement et la pulsation de résonance
 $\delta = \omega_{\text{ray}} - \omega_{\text{at}}$
- T_1 Temps de relaxation des populations (relaxation longitudinale)
- T_2 Temps de relaxation des cohérences (relaxation transversale)
- Ω Fréquence de Rabi (cf. plus bas)
- w_0 Demi-différence des populations à l'équilibre sans rayonnement de couplage

Transition horloge

La transition horloge ($|a \rangle = |3, 0 \rangle \rightarrow |b \rangle = |4, 0 \rangle$) est une transition dipolaire magnétique. La séparation des deux niveaux est par définition (cf. p. 3) $\Delta E = h \cdot 9'192'631'770$ Hz et correspond à une radiation dans le domaine des micro-ondes. Les deux états sont également peuplés à l'équilibre et ils ne se relaxent pas. Dans un jet atomique le temps de relaxation transversale est également infini.

- Fréquence de Rabi: $\hbar\Omega_m = \mu_B B$
 où μ_B est le magnéton de Bohr et B l'amplitude du champ magnétique oscillant
- $T_1 = \infty$; $T_2 = \infty$; $w_0 = 0$

Le système (B.1) devient alors:

$$\dot{\vec{w}} = \begin{cases} \dot{u} = & + \delta v \\ \dot{v} = - \delta u & - \Omega_m w \\ \dot{w} = & + \Omega_m v \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Transition optique

Les transitions optiques entre le niveau $6S_{1/2}$ et le niveau $6P_{3/2}$ (ligne D_2) sont de type dipôle électrique. La séparation des deux niveaux est de $\Delta E = h \cdot 351.8$ THz et correspond à une radiation dans l'infrarouge proche. A l'équilibre la population de l'état excité est zéro, celle de l'état fondamental égale à 1. L'état fondamental est stable, l'état excité se désexcite en un temps caractéristique $\tau_{Cs} = 1/\Gamma = 30$ ns.

- Fréquence de Rabi: $\hbar\Omega_d = d_{ab}\mathcal{E}$
où d_{ab} est le dipôle électrique entre les deux états et $\mathcal{E}$ est l'amplitude du champ électrique oscillant.

- $T_1 = \frac{1}{\Gamma}$; $T_2 = \frac{2}{\Gamma}$; $w_0 = -\frac{1}{2}$

Le système (B.1) devient alors:

$$\dot{\vec{w}} = \begin{cases} \dot{u} = - \frac{\Gamma}{2} u + \delta v \\ \dot{v} = - \delta u - \frac{\Gamma}{2} v - \Omega_d w \\ \dot{w} = + \Omega_d v - \Gamma w - \frac{\Gamma}{2} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Solution stationnaire Donnons également la solution stationnaire du système d'équation (B.3): $\dot{\vec{w}} = 0$

$$u_{st} = \Omega_d \frac{2\delta}{\Gamma^2 + 2\Omega_d^2 + 4\delta^2} \quad (\text{B.4})$$

$$v_{st} = \Omega_d \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + 2\Omega_d^2 + 4\delta^2} \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{1}{2} + w_{st} = \frac{\Omega_d^2}{\Gamma^2 + 2\Omega_d^2 + 4\delta^2} \quad (\text{B.6})$$

$\frac{1}{2} + w_{st}$ donne la probabilité que l'atome se trouve dans l'état supérieur.

Annexe C

Symboles et constantes physiques

Symbole		page	
b		Gradient de champ magnétique	
$\vec{B}$		Champ magnétique	
c	$2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Vitesse de la lumière	
E_ν		Energie par photon	175
F		Moment cinétique total de l'état fondamental	
F'		Moment cinétique total de l'état excité	
g_g		Facteur de Landé de l'état fondamental	177
g_e		Facteur de Landé de l'état excité	177
$\hbar$	$1.055 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	Constante de Planck	
i_{sh}		Bruit de grenaille	104
I_{sat}		Intensité saturante	177
$\vec{k}$		Vecteur d'onde	
k_B	$1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	Constante de Boltzmann	
m_{Cs}	$220.8 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	Masse de l'atome de césium	
m_F		Composante z du moment cinétique total	
q_e	$1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	Charge de l'électron	
Q		Facteur de qualité	8
r_m		Carré du coefficient Clebsch-Gordan	177
R		Taux de capture des atomes	116
$\bar{v}$		Vitesse moyenne d'une distribution de vitesse	115
w		parametre de déséquilibre	144
$\vec{w}$		Vecteur de Bloch	181
α		Vitesse la plus probable	47
α^D		Coefficient de friction Doppler	71
α^{SD}		Coefficient de friction sub-Doppler	74
$\alpha_{F'F}$		Rapport de branchement	177

β		Intensité normalisée	177
γ_c		Taux de collision	114
Γ		Largeur naturelle de l'état excité	177
$\delta(x)$		Fonction de Dirac	
Δ		Désaccord laser - résonance atomique	
Φ		Flux d'atomes	
μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs A}^{-1}\text{m}^{-1}$	Constante d'induction	
μ_B	$9.274 \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$	Magnéton de Bohr	
$\sigma_y(\tau)$		Variance Allan	12
$\sigma(x)$		Fonction de Heaviside	
σ_0	$0.347 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$	Section efficace d'absorption	83
σ_{Cs}^c		Section efficace de collisions	115
τ_{Cs}		Temps de vie de l'état excité	177
Ω_d		Fréquence de Rabi (dipôle électrique)	183
Ω_m		Fréquence de Rabi (dipôle magnétique)	182
Ω_D		Angle solide de détection	

Remerciements

La liste des personnes qui m'ont aidé à réaliser ce travail est très longue.

M. G. Busca, directeur de l'Observatoire Cantonal, a eu l'amabilité de m'accepter dans son institut et de diriger ma thèse. Je lui suis reconnaissant de m'avoir donné l'opportunité de réaliser ce travail. Je tiens également à remercier M. R. Dändliker et M. N. Dimarcq qui ont accepté de faire partie du jury.

M. Pierre Thomann a suivi et dirigé ce travail au quotidien. Il m'est difficile d'exprimer en quelques mots combien son soutien et sa disponibilité m'ont été précieux. Je lui dois beaucoup et tiens à lui témoigner toute ma gratitude.

Merci aussi aux autres membres du groupe césium: Nicolas Sagna — nos discussions m'ont maintes fois permis d'y voir plus clair — et Patrick Berthoud qui, surtout à la fin, nous a fourni une foule de résultats intéressants.

J'ai également profité de l'expérience et des connaissances scientifiques de Laurent-Guy Bernier, Alain Jornod et Hartmut Schweda. Merci à tous les trois.

Pour mener à bien un travail expérimental le physicien a besoin des capacités des praticiens. En mécanique j'ai eu la chance de pouvoir compter sur les services et les compétences de Jean-François Lechenne et de Jean-Claude Sapin qui m'ont dépanné à de multiples reprises. Sans leur précieuse aide certaines expériences n'auraient tout bonnement pas été possibles. En électronique Marc Dürrenberg, Roland Gentsch et Pascal Rochat m'ont fréquemment sorti de l'impasse; Monique Frosio a contribué à la réalisation de l'électronique d'asservissement laser et Pierre Schumacher s'est montré d'une aide efficace pour la mise en place d'un système d'acquisition piloté par ordinateur.

La liste des collaborateurs serait incomplète si j'oubliais Roberto Costa, François Delaquis, Laurent Giroud, Walter Hanselmann, Gilbert Jornod, Valentin Mitev, Cécile Schaller, Patrick Scherler, Pierre-André Schnegg, Marianne Toimil, Patrick Weibel et Simone Wüthrich.

J'ajoute aussi un merci aux thésards, anciens et actuels, de l'Observatoire:

Claire Couplet, Willy Masero, Renaud Matthey, Gaetano Miletì et Laurent de Schoulepnikof.

Une pensée toute particulière va à ma femme Chantal qui m'a soutenu et encouragé tout au long de ce travail. C'est également elle qui a fait la chasse aux germanismes et autres fautes de français dans le manuscrit. Quant à ma fille Alice, elle a su me montrer que les atomes froids n'étaient pas le seul sujet captivant à découvrir dans ce monde.

Je ne saurais oublier mes amis du poly: Catherine Bruderer, Stefane Bernel, Philippe Blandin et Christian Félix avec lesquels j'ai pu partager les joies et les peines de la recherche. J'aimerais remercier tout spécialement Christian Félix qui, par sa relecture critique et ses commentaires, a beaucoup contribué à la clarté du texte.

Enfin, je veux remercier ma famille et tout particulièrement mes parents Vreni et Karl. C'est grâce à eux que j'ai pu entreprendre des études et acquérir ainsi les bases nécessaires pour ce travail.

Liste des publications

Les travaux exposés dans ce mémoire font également l'objet des publications suivantes:

- [DST94] G Dudle, N Sagna, P Thomann. First results on the ON magneto-optical trap In *Proceedings of the 8th European Frequency and Time Forum, 9 – 11 March 1994, Munich, Germany*, pages 58 – 64, 1994..
- [DST+95] G Dudle, N Sagna, P Thomann, E Aucouturier, P Petit, and N Dimarcq. Generation of a continuous beam of cold cesium atoms In James Bergquist, editor, *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology, 15 – 19 October 1995, Woods Hole, MA, USA*. World Scientific, Singapore, 1995.
- [DSTB96] G Dudle, N Sagna, P Berthoud and P Thomann. Anisotropic magneto-optical trapping of atoms: capture efficiency and induced drift velocities submitted to *J. Phys. B*
- [DT92] G Dudle and P Thomann. A compact and high-performance reference cell for laser frequency stabilization. In *Proceedings of the 6th European Frequency and Time Forum, 17–19 March, 1992, Noordwijk, The Netherlands*, pages 511 – 514, 1992.
- [SDT95] N Sagna, G Dudle, and P Thomann. The capture process in spherical magneto-optical traps: experiment and 1D magnetic field models. *J. Phys. B*, 28: 3213 – 3224, 1995.
- [SDT95b] N Sagna, G Dudle, and P Thomann. Atomic trapping and cooling in an anisotropic trap In *Proceedings of the 9th European Frequency and Time Forum, 8 – 10 March 1995, Besançon, France*, pages 115 – 119, 1995.

- [SDBT96] N Sagna, G Dudgeon, P Berthoud, and P Thomann. Continuous extraction mechanisms from a Cs magneto-optical trap In *Proceedings of the 10th European Frequency and Time Forum, 5 – 7 March 1995, Brighton, United Kingdom*, 1996.

Bibliographie

- [ADP⁺96] E Aucouturier, N Dimarcq, P Petit, C Valentin, and S Weyers. The L.H.A. 2D magneto-optical trap: on the way to a continuous beam of cold atoms. In *Proceedings of the 10th European Frequency and Time Forum, 5 – 7 March 1996, Brighton, UK*, 1996.
- [AIV77] E Arimondo, M Inguscio, and P Violino. Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms. *Reviews of Modern Physics*, 49(1): 31 – 75, 1977.
- [BCT61a] J P Barrat and C Cohen-Tannoudji. Elargissement et déplacement des raies de résonance magnétique causés par une excitation optique. *Le Journal de Physique et Le radium*, 22(7): 443 – 450, 1961.
- [BCT61b] J P Barrat and C Cohen-Tannoudji. Etude du pompage optique dans le formalisme de la matrice densité. *Le Journal de Physique et Le Radium*, 22(6): 329 – 336, 1961.
- [Ber96] Laurent-Guy Bernier. Selection an use of precise frequency and time systems. Technical report, International Telecommunication Union, Geneva, 1996.
- [Cas] Y. Castin. Communication privée.
- [CHR⁺94] C J Cooper, G Hillenbrand, J Rink, C G Townsend, K Zetie, and C J Foot. The temperature of atoms in a magneto-optical trap. *Europhys. Lett*, 28(6): 397–402, 1994.
- [Cl95] Y. Castin and K. Mølmer. Monte Carlo wave-function analysis of 3D optical molasses. *Phys. Rev. Lett*, 74: 3772 – 3775, 1995.
- [Cor77] Alan Corney. *Atomic and Laser Spectroscopy*. Oxford University Press, 1977.

- [CSGP91] A Clairon, C Salomon, S Guellati, and W D Phillips. Ramsey resonance in a Zacharias fountain. *Europhys. Lett*, 16(2): 165 – 170, 1991.
- [CTDL77] Claud Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, and Franck Laloë. *Mécanique quantique*. Hermann, Paris, 1977.
- [CTDRG88] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. InterEditions/Editions du CNRS, 1988.
- [CWD89] Y Castin, H Wallis, and J Dalibard. Limit of doppler cooling. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11): 2046 – 2057, 1989.
- [Dal86] Jean Dalibard. *Le rôle des fluctuations dans la dynamique d'un atome couplé au champ électromagnétique*. Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure, Paris, 1986.
- [Dal87] J Dalibard. In *Helsinki workshop on laser manipulation of atoms*, 1987. unpublished.
- [DAPC95] N Dimarcq, E Aucoeur, P Petit, and P Cerez. Proposal for the generation of a continuous beam of cold atoms. In *Proceedings of the 9th European Frequency and Time Forum, 8 – 10 March 1995, Besançon, France*, 1995.
- [dCRC94] E de Clercq, G D Rovera, and A Clairon. Progress on the LPTF optically pumped primary frequency standard. In *Proceedings of the 8th European Frequency and Time Forum, 9 – 11 March 1994, Munich, Germany*, pages 487 – 502, 1994.
- [DCT89] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11): 2023 – 2045, 1989.
- [Dem81] Wolfgang Demtröder. *Laser Spectroscopy*. Springer Verlag, 1981.
- [dL88] Michel de Labachellerie. *Principales caractéristiques des laser à semiconducteurs à cavité étendue. Application à l'amélioration des propriétés spectrales des diodes laser*. Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, France, 1988.

- [DLGS93] R E Drullinger, J P Lowe, D J Glaze, and J Shirley. NIST 7, the new US primary frequency standard. In *Proceedings of the 7th European Frequency and Time Forum, 16 – 18 March, 1993, Neuchâtel, Switzerland*, pages 549 – 551, 1993.
- [DLN⁺94] M. Drewsen, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, and C. Salomon. Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap. *Appl. Phys. B*, 59: 283 – 298, 1994.
- [DPGM90] G. J. Dick, J. D. Prestage, C. A. Greenhall, and L. Maleki. Local oscillator induced degradation of medium-term stability in passive atomic frequency standards. In *Proceedings of the 22nd annual PTTI Meeting*, 1990.
- [DT92] G Dudle and P Thomann. A compact and high-performance reference cell for laser frequency stabilization. In *Proceedings of the 6th European Frequency and Time Forum, 17–19 March, 1992, Noordwijk, The Netherlands*, 1992.
- [EFS47] I. Esterman, S. N. Foner, and Otto Stern. *Phys. Rev.*, 71: 250, 1947.
- [GC93] Kurt Gibble and Steven Chu. Laser-cooled cesium frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultracold collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 70(12): 1771 – 1774, 1993.
- [GLL⁺95] S. Ghezali, P. Laurent, S. Lea, G. Santarelli, M. Bahoura, K. Szymaniec, and A. Clairon. A cesium fountain frequency standard: present status and future improvements. In *Proceedings of the Ninth European Frequency and Time Forum, 8–10 March 1995*, pages 101 – 110, March 1995.
- [Gri92] Delphine Grison. *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins: un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1992.
- [Hec87] Eugene Hecht. *Optics*. Addison-Wesley Publishing Company, second edition, 1987.
- [HS75] T W Hänsch and A L Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Opt. Commun.*, 13: 68, 1975.

- [HWEH93] A Hemmerich, M Weidemüller, T Esslinger, and W Hänsch. Collective atomic dynamics in a magneto-optical trap. *Europhys. Lett*, 21(4): 445 – 450, 1993.
- [HZB89] J L Hall, M Zhu, and P Buch. Prospects for using laser-prepared atomic fountains for optical frequency standards applications. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11): 2194 – 2205, 1989.
- [ISS95] Tetsuhiko Ikegami, Shoichi Sudo, and Yoshihisa Sakai. *Frequency Stabilization of Semiconductor Laser Diodes*. Artech House, 1995.
- [jos85] *J. Opt. Soc. Am. B*, 2(11), 1985. Special issue on the mechanical effects of light.
- [jos89] *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11), 1989. Special issue on the mechanical effects of light.
- [KDJ⁺93] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard. High densities of cold atoms in a DARK spontaneous-force optical trap. *Phys. Rev. Lett*, 70(15): 2253 – 2256, 1993.
- [KRCV89] Mark A. Kasevich, Erling Riis, Steven Chu, and Ralph G. De Voe. rf spectroscopy in an atomic fountain. *Phys. Rev. Lett*, 63(6): 612 – 615, 1989.
- [LM95] E Lippert and J D Macomber. *Dynamics During Spectroscopic Transitions*. Springer Verlag, 1995.
- [LPR⁺89] P D Lett, W D Phillips, S L Rolston, C E Tanner, R N Watts, and C I Westbrook. Optical molasses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11): 2085 – 2107, 1989.
- [LSW92] K. Lindquist, M. Stephens, and C. E. Wieman. Experimental and theoretical study of the vapor-cell Zeeman trap. *Phys. Rev. A*, 46(7): 4082–4090, 1992.
- [LT88] J M Lerner and A Thevenon. The optics of spectroscopy. Technical report, Jobin Yvon Optical Systems, 1988.
- [LWW⁺88] P D Lett, N Watts, C I Westbrook, W D Phillips, P L Gould, and H J Metcalf. Observation of atoms laser cooled below the doppler limit. *Phys. Rev. Lett*, 61(2): 169 – 172, 1988.

- [ML87] V G Minogin and V S Letokhov. *Laser Light pressure on atoms*. Gordon and Breach Science Publishers, 1987.
- [MSRW90] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C.E. Wieman. Very cold trapped atoms in a vapor cell. *Phys. Rev. Lett*, 65(13): 1571–1573, 1990.
- [NWE90] J Nellessen, J Werner, and W Ertmer. Magneto-optical compression of a monoenergetic sodium atomic beam. *Optics Communications*, 78(3,4): 300 – 308, 1990.
- [OKIN95] S Ohshima, T Kurosu, T Ikegami, and Y Nakadan. Multipulse operation of cesium atomic fountain. In James Bergquist, editor, *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology, 15 – 19 October 1995, Woods Hole, MA, USA*. World Scientific, Singapore, 1995.
- [Pes78] Klaus Pescht. *Messung der Hfs-Aufspaltungen und der Isotopieverschiebung der D_1 -Linien von ^{22}Na und ^{23}Na mit hochauflösender Sättigungsspektroskopie*. Thèse de doctorat, Freie Universität Berlin, 1978.
- [Pet91] Klaus Petermann. *Laser Diode Modulation and Noise*. Advances in Optoelectronics. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [Ram49] N F Ramsey. *Phys. Rev.*, 76: 996, 1949.
- [Ram56] Norman F. Ramsey. *Molecular Beams*. Oxford University Press, 1956.
- [Rei85] Federick Reif. *Statistical and Thermal Physics*. McGraw-Hill International Editions, 1985.
- [RPC+87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett*, 59(23): 2631–2634, 1987.
- [RSC96] G D Rovera, G Santarelli, and A Clairon. Frequency synthesis chain for the atomic fountain primary frequency standard. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 43(3): 354 – 358, 1996.
- [RWMC90] Erling Riis, David S Weiss, Kathryn A Moler, and Steven Chu. Atom funnel for the production of a slow, high-density atomic beam. *Phys. Rev. Lett*, 65(14): 1658 – 1661, 1990.

- [Sag96] Nicolas Sagna. *Refroidissement d'atomes de césium: étude expérimentale et théorique sur les caractéristiques du piégeage*. Thèse de doctorat, Université de Neuchâtel, 1996.
- [SCF92] A M Steane, M Chowdhury, and C J Foot. Radiation force in the magneto-optical trap. *J. Opt. Soc. Am. B*, 9(12): 2142–2158, 1992.
- [SDT95] N. Sagna, G. Duddle, and P. Thomann. The capture process in spherical magneto-optical traps: experiment and 1D magnetic field models. *J. Phys. B*, 28: 3213 – 3224, 1995.
- [SF91] A M Steane and C J Foot. Laser cooling below the Doppler limit in a magneto-optical trap. *Europhys. Lett*, 14(3): 231 – 236, 1991.
- [Shi73] J. H. Shirley. Semiclassical theory of saturated absorption in gases. *Phys. Rev. A*, 8: 347 – 368, 1973.
- [Sie86] Anthony E. Siegman. *Lasers*. Oxford University Press, 1986.
- [SLC⁺96] G^{*} Santarelli, Ph Laurent, A Clairon, G J Dick, C A Greenhall, and C Audoin. Theoretical description and experimental evaluation of the effect of the interrogation oscillator frequency noise on the stability of a pulsed atomic frequency standard. In *Proceedings of the 10th European Frequency and Time Forum, 5 – 7 March 1996, Brighton, UK*, 1996.
- [SLW93] M Stephens, K Lindquist, and C Wieman. Optimizing the capture process in optical traps. *Hyperfine Interactions*, 81: 203 – 215, 1993.
- [SMT92] N. Sagna, C. Mandache, and P. Thomann. Noise measurements in single-mode GaAlAs diode laser. In J. J. Hunt, editor, *Proceedings of the 6th European Frequency and Time Forum, 17–19 March, 1992, Noordwijk, The Netherlands*, pages 521–525, Noordwijk, The Netherlands, March 1992. ESA Publication Division.
- [SWM⁺89] D W Sesko, T.G. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, and C.E. Wieman. Collisional losses from a light-force atom trap. *Phys. Rev. Lett*, 63(9): 961–964, 1989.

- [SWW91] D. W. Sesko, T. G. Walker, and C. E. Wieman. Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap. *J. Opt. Soc. Am. B*, 8(5): 946–958, 1991.
- [TH89] P. Thomann and F. Hadorn. Short-term stability of a commercial optically pumped Cs tube. In *Proceedings of the 3rd European Frequency and Time Forum, 21–23 March 1989, Besançon, France*, pages 269–273, Rue de l’Orangerie 8, CH 2000 Neuchâtel, Switzerland, March 1989. FSRM, Swiss Foundation for Research in Microtechnology.
- [TL37] J.B. Taylor and I. Langmuir. *Phys. Rev.*, 51: 753, 1937.
- [Tow95] Christopher G. Townsend. *Laser Cooling and Trapping of Atoms*. Thèse de doctorat, Merton College, Oxford, 1995.
- [UWC89] P J Ungar, D S Weiss, and S Chu. Optical molasses and multilevel atoms: theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11): 2058 – 2071, 1989.
- [VA89] Jacques Vanier and Claude Andoin. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*. Adam Hilger, 1989.
- [vdSSS⁺93] P van der Straten, S Q Shang, B Sheehy, H Metcalf, and G Nienhuis. Laser cooling at low intensity in a strong magnetic field. *Phys. Rev. A*, 47(5): 4160 – 4175, 1993.
- [VGYP92] C. Valentin, M.-C. Gagné, J. Yu, and P. Pillet. One-dimension sub-Doppler molasses in the presence of static magnetic field. *Europhys. Lett*, 17(2): 133 – 128, 1992.
- [WDRP92] M. Walhout, J. Dalibard, S. L Rolston, and W. D. Phillips. $\sigma^+ - \sigma^-$ - optical molasses in a longitudinal magnetic field. *J. Opt. Soc. Am. B*, 9(11): 1997 – 2007, 1992.
- [WHS93] J Werner, G Hillenbrand, and A Steane. Laser cooling by $\sigma^+ - \sigma^-$ circularly polarized beams of nnequal intensities. *J. Phys. B*, 26: 3063 – 3080, 1993.
- [WRS⁺89] D S Weiss, E Riis, Y Shevy, P J Ungar, and S Chu. Optical molasses and multilevel atoms: experiment. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11): 2072 – 2083, 1989.
- [YDNP94] J Yu, J Djemaa, P Nosbaum, and P Pillet. Funnel of orientated Cs atoms. *Optics Communications*, 112: 136 – 140, 1994.